

شناسایی خطای اندازه‌گیری سنسور در سیستم یاتاقان مغناطیسی فعال با استفاده از مشاهده گر تناسبی انتگرالی

سید مهدی دربندی^۱، مهدی بهزاد^۲، حمید مهدیقلی^۳، حسن سالاریه^۴

^۱ دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، s_m_darbandi@mech.sharif.edu

^۲ استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، m_behzad@sharif.edu

^۳ استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، mehdi@sharif.edu

^۴ دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، salarieh@sharif.edu

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۲/۲/۲۹، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۲/۵/۱۷)

چکیده: در این تحقیق شناسایی خطای اندازه‌گیری سنسورهای جابجایی سنج غیرتماسی در یک مدل آزمایشگاهی یاتاقان مغناطیسی فعال انجام گرفته است. در ابتدا معادلات دینامیکی یک یاتاقان مغناطیسی به همراه تقویت کننده‌های قدرت استخراج شده و پارامترهای مدل آزمایشگاهی شناسایی شده‌اند. سپس به منظور پایدار سازی سیستم از کنترلگر LQR به همراه مشاهده گر تناسبی استفاده شده است. نتایج تجربی نشان می‌دهد که استفاده از مشاهده گر تناسبی رایج سبب تقویت خطای اندازه‌گیری و انحراف سیستم از مرکز یاتاقان خواهد شد. بنابراین برای شناسایی خطای اندازه‌گیری از یک مشاهده گر تناسبی انتگرالی استفاده شده و روش ارائه شده روی مدل آزمایشگاهی یاتاقان مغناطیسی پیاده سازی شده است. نتایج تجربی نشان می‌دهد که مشاهده گر تناسبی انتگرالی به خوبی قادر به شناسایی خطای اندازه‌گیری سنسور و حذف اثر آن بر پاسخ سیستم است.

کلمات کلیدی: خطای اندازه‌گیری سنسور، مشاهده گر تناسبی انتگرالی، یاتاقان مغناطیسی.

Identification of Sensor Runout in Active Magnetic Bearing System

Seyed Mahdi Darbandi, Mehdi Behzad, Hamid Mehdigholi, Hassan Salarieh

Abstract: The identification of sensor runout in non-contact proximity sensors of an active magnetic bearing test rig is presented in this paper. First, the dynamic equations of the magnetic bearing together with the power amplifiers are derived and parameters of the experimental test rig are identified. Then, to stabilize the system, the LQR controller and a proportional observer are utilized. Experimental results show that the conventional proportional observer amplifies the sensor runout and deviates the system from origin. Therefore, a proportional integral observer is used to identify the sensor runout and implemented on the laboratory model of the active magnetic bearing. The experimental results show that the proportional integral observer can effectively identify the sensor runout and eliminate its effect on the system response.

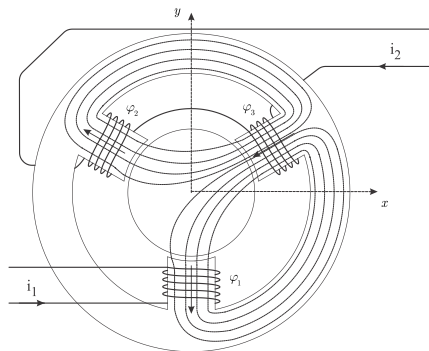
Keywords: Sensor runout, Proportional integral observer, Magnetic Bearing.

مورد استفاده قرار گرفته‌اند. با حذف تماس فیزیکی بین یاتاقان و اجزای دوار امکان دسترسی به سرعت‌های دورانی بسیار بالا فراهم شده که این امر در گذشته با استفاده از یاتاقان‌های رایج صنعتی با دشواری‌های فراوانی

۱- مقدمه

در چند دهه اخیر یاتاقان‌های مغناطیسی به منظور دستیابی به کارایی بهینه، دقت بالا و همچنین کنترل ارتعاشات ماشین‌های دوار در صنعت

می‌شود [۱]. این سنسورها نسبت به ناهمواری‌های سطح و همچنین تغییر ضریب نفوذپذیری مغناطیسی بسیار حساس بوده و کوچکترین ناهمواری در سطح موردنظر یا تغییر خواص آن سبب ایجاد اغتشاش در خروجی سنسور خواهد شد. از آنجایی که به خاطر دقت ساخت، سطح مقطع محور در سیستم یاتاقان مغناطیسی به طور کامل دایره‌ای نیست همواره مقداری خطا در خروجی سنسور جابجایی وجود خواهد داشت که تحت عنوان Sensor Runout شناخته می‌شود. این خطای سنسور به صورت یک اغتشاش خارجی در سیستم کنترلی ظاهر شده و سبب می‌شود تا محور در نقطه‌ای غیر از مرکز یاتاقان قرار گیرد.



شکل ۱: ساختار یاتاقان مغناطیسی سه قطبی با دو جریان در سیم‌پیچ‌ها

هدف از این تحقیق شناسایی خطای اندازه‌گیری سنسور جابجایی در یک یاتاقان مغناطیسی است. این موضوع توسط برخی محققان مورد بررسی قرار گرفته است. Kim [۱۱] روشی را پیشنهاد داده که در آن خطای اندازه‌گیری با استفاده از سعی و خطا تخمین زده شده و سپس در حالت مدار باز این مقدار خطا از خروجی سیستم حذف می‌شود. Na [۱۲] و Kanemitsu [۱۳] در تحقیق‌های مجزا از روش تطبیقی رو به جلو استفاده نموده‌اند که به کمک الگوریتم مینیمم سازی مربعات، خطای اندازه‌گیری را شناسایی می‌نمایند. یکی از مشکلات روش‌های رو به جلو غیرخطی کردن کنترلگر و عدم تضمین پایداری سیستم مدار بسته است. در نتیجه Setiawan [۱۴] در تحقیق دیگری یک روش تطبیقی را برای شناسایی خطای سنسور پیشنهاد نموده که پایداری سیستم در آن با استفاده از قانون لیاپانوف تضمین شده است. در تحقیق حاضر از یک مشاهده گر تناسبی انتگرالی به منظور شناسایی و حذف خطای سنسور استفاده شده است. مشاهده گر تناسبی انتگرالی به عنوان یک مدل گسترش یافته از مشاهده گر لونبرگر برای اولین بار توسط Wojciechowsky [۱۵] برای سیستم تک ورودی-تک خروجی ارائه شد. یکی از مشکلات استفاده از مشاهده گر آن است که هرگونه اغتشاش در خروجی سیستم توسط ماتریس ضرایب مشاهده گر تقویت شده و به صورت یک اغتشاش خارجی به سیستم وارد می‌شود. برای رفع این مشکل Saif برای اولین بار یک مشاهده گر تناسبی انتگرالی را معرفی نمود که قادر به شناسایی یک خطای اندازه‌گیری ثابت در خروجی سیستم است [۱۶]. همچنین Busawon در تحقیق دیگری مشاهده گری را ارائه کرد که در مقابل نویز اندازه‌گیری مقاوم باشد [۱۷]. محققان دیگر نیز به منظور حذف خطا

همراه بوده است. یاتاقان‌های مغناطیسی از نظر ساختار و تعداد قطب دارای انواع متفاوتی هستند [۱]. به طور معمول در صنعت از یاتاقان‌های هشت قطبی که دارای دینامیک خطی هستند استفاده می‌شود. با وجود این، مواردی نظیر هزینه بالا، اتلاف توان زیاد، گرم شدن یاتاقان و کم بودن فضا در استاتور سبب شده تا محققان طرح‌های دیگری مانند یاتاقان مغناطیسی سه قطبی را مورد تحقیق قرار دهند. یاتاقان مغناطیسی سه قطبی به منبع تغذیه‌های کمتری نیاز داشته و در نتیجه هزینه تمام شده و اتلاف توان آن نسبت به یاتاقان هشت قطبی کمتر خواهد بود.

علیرغم این مزیت‌ها، به علت وابستگی شار مغناطیسی بین قطب‌های یاتاقان سه قطبی، این نوع یاتاقان مغناطیسی دارای دینامیک غیرخطی است و این امر سبب شده تا استفاده از روش‌های کنترل خطی در آن با دشواری‌هایی همراه باشد. Chen برای اولین بار مساله طراحی بهینه را در یاتاقان مغناطیسی سه قطبی مورد بررسی قرار داد [۲]. وی طرحی را برای یاتاقان سه قطبی پیشنهاد داد که در آن اتلاف توان به کمترین حد ممکن می‌رسد و تنها به دو منبع تغذیه نیاز دارد (شکل ۱). پس از وی Hsu از روش خطی سازی فیدبک به همراه مود لغزشی انتگرالی برای پایدار نمودن این مدل یاتاقان سه قطبی استفاده نمود [۳] و [۴]. به منظور اثبات کارایی، Chen این روش کنترلی را بر روی یک مدل آزمایشگاهی یاتاقان مغناطیسی سه قطبی با کنترل جریان و ولتاژ سیم‌پیچ‌ها پیاده سازی نمود [۵-۸]. همانطور که Chen بیان کرده است با وجود کارایی روش مود لغزشی، مشکلاتی نظیر ناپوستگی سیگنال کنترلی و زمان محاسبات زیاد در پیاده سازی این کنترلگر به صورت تجربی وجود دارد [۹]. در نتیجه وی در تازه‌ترین تحقیق خود از یک روش کنترل غیرخطی لیاپانوفی برای غلبه بر این مشکلات استفاده کرده است.

به طور کلی با توجه به دینامیک غیرخطی یاتاقان سه قطبی، بیشتر کارهای انجام شده روی این مدل یاتاقان مغناطیسی بر روش‌های کنترل غیرخطی متمرکز شده است. یکی از مشکلات اصلی روش‌های کنترل غیرخطی وابستگی زیاد آنها به مدل دینامیکی سیستم است. دربندی و همکاران [۱۰] در تحقیقی بر روی یک مدل آزمایشگاهی یاتاقان سه قطبی نشان داده‌اند که با شناسایی دقیق دینامیک سیستم و استفاده از جریان بایاس می‌توان از کنترلگر LQG برای پایدار کردن یاتاقان سه قطبی استفاده نمود. وی در مقایسه‌ای بین روش کنترلی مود لغزشی و روش LQG، نشان داده است که کارایی کنترلگر خطی بهتر از روش مود لغزشی بوده و وابستگی آن به عدم قطعیت‌ها در مدل دینامیکی و پارامترهای سیستم بسیار کمتر از کنترلگر غیرخطی است.

به طور معمول در یاتاقان‌های مغناطیسی برای اندازه‌گیری موقعیت محور از سنسورهای جابجایی سنج غیرتماسی استفاده می‌شود. سنسورهای جابجایی سنج القایی از یک هسته مغناطیسی سیم‌پیچی شده تشکیل شده‌اند که توسط ولتاژ با فرکانس ۵-۱۰۰ kHz تحریک شده و از طریق اندازه‌گیری آمپدانس، فاصله هوایی تا سطح مورد اندازه‌گیری تعیین

که در آن $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$ نشان دهنده ضریب مغناطیسی پذیری خلاء و s_j طول فاصله هوایی در قطب j ام است. با فرض جابجایی‌های کوچک محور، فاصله‌های هوایی در سه قطب به صورت زیر بدست می‌آیند.

$$\begin{cases} s_1 = s_0 + y \\ s_2 = s_0 + \sqrt{3}x/2 - y/2 \\ s_3 = s_0 - \sqrt{3}x/2 - y/2 \end{cases} \quad (3)$$

که در آن s_0 فاصله هوایی اولیه و x و y جابجایی محور نسبت به مرکز یاتاقان هستند. با جایگذاری رابطه (۳) در رابطه (۲) و حل دستگاه معادله رابطه (۱)، می‌توان شار مغناطیسی در هر قطب را به صورت تابعی از جریان سیم پیچ‌ها و میزان جابجایی محور به صورت زیر بدست آورد.

$$\varphi_1 = 2\gamma \left[\sqrt{3}xi_2 + (2s_0 - y)i_1 \right] \quad (4)$$

$$\varphi_2 = \gamma \left[(6s_0 - \sqrt{3}x + 3y)i_2 + (-2s_0 + \sqrt{3}x + y)i_1 \right] \quad (5)$$

$$\varphi_3 = \gamma \left[(6s_0 + \sqrt{3}x + 3y)i_2 + (2s_0 + \sqrt{3}x - y)i_1 \right] \quad (6)$$

$$\gamma = 2\mu_0 AN / 3(4s_0^2 - x^2 - y^2) \quad (7)$$

با محاسبه میزان انرژی ذخیره شده در فاصله هوایی قطب‌ها و به کاربرد اصل کار مجازی، نیروی مغناطیسی وارد شده به محور از جانب هر قطب از رابطه زیر بدست می‌آید [۱].

$$f_j = \frac{\varphi_j^2}{2\mu_0 A}, \quad j=1..3 \quad (8)$$

در نتیجه برآیند نیروی مغناطیسی وارد شده از طرف قطب‌ها به محور در راستای x و y عبارت است از

$$f_x = (f_3 - f_2) \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{4\mu_0 A} (\varphi_3^2 - \varphi_2^2) \quad (9)$$

$$f_y = (f_3 + f_2) \cos \frac{\pi}{3} - f_1 = \frac{1}{4\mu_0 A} (\varphi_3^2 + \varphi_2^2 - 2\varphi_1^2) \quad (10)$$

با جایگذاری مقدار شار مغناطیسی هر قطب از رابطه‌های (۴)–(۷) در رابطه‌های (۹) و (۱۰) می‌توان نوشت

$$f_x = \frac{3\gamma^2}{2\mu_0 A} [2x(2s_0 - y)i_1^2 + 2\sqrt{3}(x^2 - y^2 + 4s_0^2)i_1i_2 + 6x(2s_0 + y)i_2^2] \quad (11)$$

$$f_y = \frac{3\gamma^2}{2\mu_0 A} \{ [x^2 - (2s_0 - y)^2]i_1^2 + 4\sqrt{3}xyi_1i_2 + [3(2s_0 + y)^2 - 3x^2]i_2^2 \} \quad (12)$$

با توجه به رابطه‌های فوق مشخص است که نیروی یاتاقان مغناطیسی سه قطبی تابعی غیرخطی از جریان سیم پیچ‌ها و همچنین جابجایی محور است که سبب وابسته شدن دینامیک محور در راستای x و y نیز

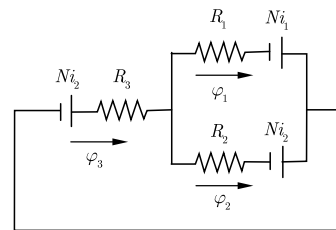
و نویز در اندازه‌گیری خروجی سیستم بررسی‌هایی را بر روی مشاهده گر تناسبی انتگرالی انجام داده‌اند [۱۸–۲۰].

Khedher [۲۰] در تحقیق خود روشی را برای طراحی یک مشاهده گر تناسبی انتگرالی پیشنهاد کرده که در آن مشاهده گر قادر به شناسایی خطای اندازه‌گیری متغیر با زمان است. با وجود کارایی این روش، اشتباهی در طراحی مشاهده گر وجود دارد که استفاده از آن را به صورت عملی روی مدل آزمایشگاهی با مشکل مواجه می‌سازد. در تحقیق حاضر از مدل اصلاح شده این مشاهده گر تناسبی انتگرالی برای تخمین خطای اندازه‌گیری سنسور در یک سیستم یاتاقان مغناطیسی سه قطبی استفاده شده است. همچنین کارایی روش ارائه شده با استفاده از نتایج تجربی روی مدل آزمایشگاهی نشان داده شده است.

۲- دینامیک سیستم

۲-۱- یاتاقان مغناطیسی سه قطبی

در شکل ۱ نمایی از ساختار یک یاتاقان مغناطیسی سه قطبی ارائه شده توسط Chen [۲] نشان داده شده است. در این یاتاقان قطب‌ها با زاویه ۱۲۰ درجه از یکدیگر قرار گرفته‌اند. هر قطب دارای سطح مقطع A و تعداد N دور سیم است. φ_j نشان دهنده شار مغناطیسی قطب j ام است. از سیم پیچ‌های مربوط به قطب‌های ۲ و ۳ جریان یکسانی عبور می‌کند اما جهت جریان به گونه‌ای است که شار مغناطیسی ایجاد شده در این قطب‌ها در جهت مخالف یکدیگر باشد. با فرض آنکه از نشتی شار، اشباع در هسته و مقاومت مغناطیسی هسته آهنی صرف‌نظر شود می‌توان مدار مغناطیسی یاتاقان سه قطبی را مطابق شکل ۲ نشان داد.



شکل ۲: مدار مغناطیسی یاتاقان سه قطبی

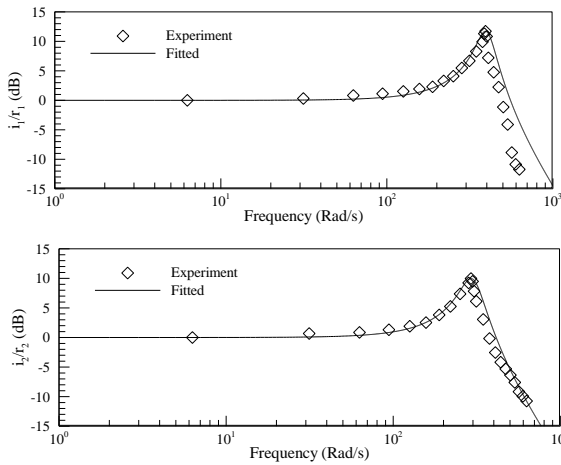
با توجه به شکل ۲ می‌توان معادلاتی را مشابه قوانین ولتاژ-جریان کیرشهف برای مدار مغناطیسی در نظر گرفته شده به صورت زیر ارائه داد.

$$\begin{cases} \varphi_1 + \varphi_2 = \varphi_3 \\ Ni_2 - R_3\varphi_3 + Ni_2 - R_2\varphi_2 = 0 \\ Ni_2 - R_3\varphi_3 + Ni_1 - R_1\varphi_1 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

i_1 و i_2 جریان در سیم پیچ‌ها و R_j بیانگر مقاومت مغناطیسی در فاصله هوایی مربوط به قطب j ام است که توسط رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$R_j = \frac{s_j}{\mu_0 A}, \quad j=1..3 \quad (2)$$

القای فارادی) اثر ناچیزی بر جریان سیم پیچ‌های بالا و بالعکس خواهد داشت. در نتیجه جریان سیم پیچ‌ها به صورت مستقل از یکدیگر در نظر گرفته شده‌اند. به منظور شناسایی دینامیک تقویت کننده قدرت به همراه سیم پیچ متصل به آن، یک فرمان آنالوگ هارمونیک با فرکانس 1-100 Hz به تقویت کننده داده شده و جریان سیم پیچ‌ها با استفاده از سنسورهای اثر هال اندازه‌گیری شده‌اند. در شکل ۳ نمودار پاسخ فرکانسی بدست آمده برای دو تقویت کننده قدرت نشان داده شده است.



شکل ۳: نمودار پاسخ فرکانسی جریان سیم پیچ‌ها

با توجه به شکل ۳ می‌توان نتیجه گرفت که دینامیک تقویت کننده قدرت و سیم پیچ‌ها را می‌توان به صورت یک سیستم مرتبه دو در نظر گرفت. بنابراین معادلات دینامیکی جریان در سیم پیچ‌ها به صورت زیر خواهد بود

$$\begin{cases} \ddot{i}_1 + 2\zeta_1\omega_1\dot{i}_1 + \omega_1^2 i_1 = \omega_1^2 r_1 \\ \ddot{i}_2 + 2\zeta_2\omega_2\dot{i}_2 + \omega_2^2 i_2 = \omega_2^2 r_2 \end{cases} \quad (18)$$

که در آن r_1 و r_2 فرمان ولتاژ آنالوگ تقویت کننده‌ها و ω_1 ، ζ_1 ، ω_2 و ζ_2 پارامترهای ثابتی هستند که با استفاده از انطباق نمودار پاسخ فرکانسی یک سیستم رسته دو بر مقادیر تجربی مشخص شده‌اند.

$$\zeta_1 = 0.13, \omega_1 = 399.6, \zeta_2 = 0.16, \omega_2 = 300.04 \quad (19)$$

۳- طراحی کنترلگر

با استفاده از رابطه‌های (۱۶) و (۱۸) معادلات کلی خطی شده سیستم در فضای حالت عبارتند از

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = k_x/mx_1 + k_i/mx_3 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = -\omega_1^2 x_3 - 2\zeta_1\omega_1 x_4 + \omega_1^2 u_1 \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = k_y/mx_5 + k_i/mx_7 \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = -\omega_2^2 x_7 - 2\zeta_2\omega_2 x_8 + \omega_2^2 u_2 \end{cases} \quad (20)$$

خواهد شد. برای برطرف نمودن این مشکل متغیرهای \bar{i}_1 و \bar{i}_2 به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$\begin{cases} \dot{i}_1 = \bar{i}_1 \\ \dot{i}_2 = \bar{i}_b + \bar{i}_2 \end{cases} \quad (13)$$

در رابطه فوق \bar{i}_b نشان دهنده جریان بایاس در سیم پیچ‌های بالایی است. با جایگذاری رابطه (۱۳) در رابطه‌های (۱۱) و (۱۲) و نوشتن بسط تیلور این معادلات حول نقطه صفر تا مرتبه اول نیروهای خطی شده به صورت زیر بدست می‌آیند.

$$f_x = \frac{\mu_0 AN^2 \bar{i}_b^2}{2s_0^3} x + \frac{\mu_0 AN^2 \bar{i}_b}{\sqrt{3}s_0^2} \bar{i}_1 + O(2) \quad (14)$$

$$f_y = \frac{\mu_0 AN^2 \bar{i}_b^2}{2s_0^2} y + \frac{\mu_0 AN^2 \bar{i}_b}{s_0^2} \bar{i}_2 + O(2) \quad (15)$$

همانطور که از رابطه‌های فوق مشخص است خطی سازی نیروها سبب غیروابسته شدن دینامیک سیستم در راستای x و y خواهد شد. البته رابطه‌های (۱۴) و (۱۵) زمانی معتبر هستند که جریان در سیم پیچ‌ها (\bar{i}_1 و \bar{i}_2) و همچنین میزان جابجایی محور در محدوده نسبتاً کوچکی قرار داشته باشند. با در نظر گرفتن محور به صورت یک دیسک صلب دو درجه آزادی بدون دوران معادلات حرکت محور عبارتند از

$$\begin{cases} m\ddot{x} = f_x \approx k_x x + k_i \bar{i}_1 \\ m\ddot{y} = f_y - mg \approx k_y y + k_i \bar{i}_2 \end{cases} \quad (16)$$

در رابطه فوق m جرم موثر محور در محل یاتاقان مغناطیسی و g شتاب گرانش هستند. همچنین پارامترهای k_x ، k_y ، k_i ، k_{i_1} و k_{i_2} به صورت زیر تعریف می‌شوند

$$\begin{cases} i_b = \frac{s_0}{N} \sqrt{\frac{2mg}{\mu_0 N}}, k_x = k_y = \frac{\mu_0 AN^2 \bar{i}_b^2}{2s_0^3} \\ k_{i_1} = \frac{\mu_0 AN^2 \bar{i}_b}{\sqrt{3}s_0^2}, k_{i_2} = \frac{\mu_0 AN^2 \bar{i}_b}{s_0^2} \end{cases} \quad (17)$$

۲-۲- دینامیک تقویت کننده قدرت و سیم پیچ‌ها

به منظور کنترل جریان سیم پیچ‌ها در یاتاقان مغناطیسی سه قطبی از دو تقویت کننده قدرت PWM با پهنای باند 2.5 kHz در مدل آزمایشگاهی استفاده شده است. این تقویت کننده‌ها فرمان ورودی آنالوگ ± 10 V را دریافت کرده و جریان مورد نیاز در سیم پیچ‌ها را با روش PWM تنظیم می‌کنند.

به طور معمول در یاتاقان‌های مغناطیسی از روش کنترل جریان استفاده می‌شود. اما در تحقیق حاضر به علت بالا بودن ضریب القاء مدار مغناطیسی مدل آزمایشگاهی که سبب تاخیر زیادی در ایجاد جریان مورد نیاز سیم پیچ‌ها می‌شود، از روش کنترل ولتاژ استفاده شده است. در ابتدا این فرض در نظر گرفته شده که تغییر شار در قطب پایین (در اثر قانون

با توجه به معادلات سیستم از رابطه (۲۰) می‌توان این معادلات را به

صورت ماتریسی زیر نشان داد

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \\ \mathbf{y} = \mathbf{Cx} + \mathbf{d} \end{cases} \quad (26)$$

که در آن \mathbf{A} ، \mathbf{B} و \mathbf{C} ماتریس‌های سیستم خطی شده، \mathbf{y} بردار خروجی سنسورها و \mathbf{d} نشان دهنده بردار خطای اندازه‌گیری سنسور است که مقدار آن ثابت در نظر گرفته شده است. به طور معمول برای تخمین متغیرهای حالت در سیستم فوق از مشاهده گر لوبرگر استفاده می‌شود که یک مشاهده گر تناسبی است و ساختار آن به صورت زیر است

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{Bu} + \mathbf{L}(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \\ \hat{\mathbf{y}} = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}} \end{cases} \quad (27)$$

در رابطه (۲۷)، \mathbf{L} ماتریس ضرائب مشاهده گر است که با توجه به آن می‌توان دینامیک مشاهده گر را تعیین نمود. در صورتی که خطای تخمین متغیرها را برابر $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ در نظر بگیریم، دینامیک این خطا عبارت است از

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{x}}} &= \dot{\mathbf{x}} - \dot{\hat{\mathbf{x}}} \\ &= (\mathbf{A} - \mathbf{LC})\tilde{\mathbf{x}} - \mathbf{Ld} \end{aligned} \quad (28)$$

با توجه به رابطه فوق می‌توان مشاهده گر کرد که خطای اندازه‌گیری \mathbf{d} در ماتریس ضرائب مشاهده گر ضرب می‌شود. به طور معمول برای آنکه دینامیک مشاهده گر از دینامیک سیستم اصلی سریعتر باشد، ضرائب ماتریس \mathbf{L} دارای مقادیر بزرگی هستند. در نتیجه ضرب شدن ماتریس \mathbf{L} در خطای اندازه‌گیری سبب تقویت مقدار خطا خواهد شد. علاوه بر آن همواره بین متغیرهای حالت سیستم و متغیرهای تخمین زده شده یک خطای ثابت وجود خواهد داشت که مقدار این خطا با بزرگتر شدن ضرائب ماتریس \mathbf{L} افزایش می‌یابد. با توجه به آنکه در قانون کنترلی رابطه‌های (۲۲) و (۲۳) از مقدار تخمین زده شده متغیرهای حالت استفاده می‌شود، خطای اندازه‌گیری به صورت یک اغتشاش خارجی به سیستم وارد شده و سبب انحراف آن از نقطه صفر خواهد شد.

۴-۲- مشاهده گر تناسبی انتگرالی

به منظور رفع مشکل تقویت خطای اندازه‌گیری، متغیر \mathbf{z} که یک مقدار فیلتر شده از خروجی سیستم است به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\dot{\mathbf{z}} = \Gamma(-\mathbf{z} + \mathbf{Cx} + \mathbf{d}) \quad (29)$$

که در آن $-\Gamma$ ماتریسی است که مقادیر ویژه آن دارای قسمت حقیقی منفی است. با استفاده از رابطه‌های (۲۶) و (۲۹) می‌توان معادلات سیستم را به صورت زیر بازنویسی نمود

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{z}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \Gamma\mathbf{C} & -\Gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{u} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \Gamma \end{bmatrix} \mathbf{d} \quad (30)$$

که در آن متغیرهای حالت به صورت زیر تعریف می‌شوند

$$\begin{aligned} x_1 &= x, x_2 = \dot{x}, x_3 = \ddot{x}, x_4 = \overset{\cdot\cdot\cdot}{x} \\ x_5 &= y, x_6 = \dot{y}, x_7 = \ddot{y}, x_8 = \overset{\cdot\cdot\cdot}{y} \end{aligned} \quad (21)$$

از آنجایی که دینامیک سیستم خطی شده در دو جهت x و y از یکدیگر مستقل است برای کنترل سیستم که در حالت ناپایدار قرار دارد از کنترلر PID به صورت نامتمرکز استفاده شده است. در نتیجه ورودی‌های کنترلی u_1 و u_2 به صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند

$$u_1 = -k_1 k_2 k_3 k_4 \hat{x}_1 \hat{x}_2 \hat{x}_3 \hat{x}_4 - k_{I1} \int_0^t \hat{x}_1 d\tau \quad (22)$$

$$u_2 = -k_5 k_6 k_7 k_8 \hat{x}_5 \hat{x}_6 \hat{x}_7 \hat{x}_8 - k_{I2} \int_0^t \hat{x}_5 d\tau \quad (23)$$

در رابطه‌های فوق \hat{x}_1 تا \hat{x}_8 متغیرهای حالت تخمین زده شده هستند. جملات انتگرالی به منظور حذف خطای دائم در سیستم در نظر گرفته شده‌اند. برای پایدار نمودن سیستم ضرائب کنترلی باید به نحوی تعیین شوند که تابع هزینه نشان داده شده در رابطه زیر کمترین مقدار را داشته باشد.

$$J = E \left[\int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt \right] \quad (24)$$

که در آن E نشان دهنده مقدار متوسط، \mathbf{x} بردار متغیرهای حالت و \mathbf{u} بردار ورودی‌های کنترلی است. همچنین \mathbf{R} و \mathbf{Q} نیز ماتریس‌های وزنی مثبت نیمه معین هستند. قانون کنترلی بهینه برای به حداقل رساندن تابع هزینه نشان داده شده در رابطه (۲۴) عبارت است از

$$\mathbf{u} = -\mathbf{Kx} = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{Px} \quad (25)$$

که در آن \mathbf{P} ماتریس یکنای مثبت معینی است که از حل معادله دیفرانسیل ماتریسی ریکاتی بدست می‌آید. با توجه به آنکه ماتریس‌های سیستم و همچنین ماتریس‌های وزنی ثابت بوده و تابعی از زمان نیستند، می‌توان از حل دائمی استفاده نمود که با حل معادله جبری ریکاتی بدست خواهد آمد.

۴- طراحی مشاهده گر

از میان متغیرهای حالت نشان داده شده در رابطه (۲۱)، تنها جابجایی محور و جریان سیم پیچ‌ها قابل اندازه‌گیری هستند. با این وجود، سیگنال جریان بدست آمده از سنسورهای اثر هال دارای سطح نویز بسیار بالایی است و نمی‌توان از آن در قانون کنترلی رابطه‌های (۲۲) و (۲۳) استفاده نمود. همچنین استفاده از فیلتر برای کاهش نویز نیز سبب ایجاد اختلاف فاز در سیگنال خواهد شد که خود سبب ناپایداری می‌شود. در نتیجه جریان سیم پیچ‌ها و مشتق آنها و سرعت محور متغیرهای حالت نامشخص سیستم هستند که باید توسط یک مشاهده گر تخمین زده شوند.

۴-۱- مشاهده گر تناسبی

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{d}}} &= \dot{\mathbf{d}} - \dot{\hat{\mathbf{d}}} \\ &= -\mathbf{L}_2 \bar{\mathbf{C}} \tilde{\mathbf{X}} - \mathbf{L}_2 \bar{\mathbf{D}} \dot{\tilde{\mathbf{d}}} \end{aligned} \quad (38)$$

رابطه‌های (۳۷) و (۳۸) را می‌توان به صورت ماتریسی زیر بازنویسی نمود

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\mathbf{X}}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{d}}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}_1 \bar{\mathbf{C}} & \bar{\mathbf{E}} - \mathbf{L}_1 \bar{\mathbf{D}} \\ -\mathbf{L}_2 \bar{\mathbf{C}} & -\mathbf{L}_2 \bar{\mathbf{D}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{X}} \\ \tilde{\mathbf{d}} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}} & \bar{\mathbf{E}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{L}_1 \\ \mathbf{L}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{C}} & \bar{\mathbf{D}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{X}} \\ \tilde{\mathbf{d}} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (39)$$

در صورتی که متغیر جدید $\tilde{\Phi} = [\tilde{\mathbf{X}}^T \quad \tilde{\mathbf{d}}^T]^T$ را تعریف نماییم، معادله ماتریسی دینامیک خطای تخمین در رابطه فوق را می‌توان به صورت ساده شده زیر بیان کرد.

$$\dot{\tilde{\Phi}} = (\mathbf{A}_t - \mathbf{L}_t \mathbf{C}_t) \tilde{\Phi} \quad (40)$$

با مقایسه رابطه‌های (۲۸) و (۴۰) مشخص است که برخلاف مشاهده‌گر تناسبی، خطای اندازه‌گیری سنسور در دینامیک خطای مشاهده‌گر تناسبی انتگرالی وارد نمی‌شود. در نتیجه علاوه بر تخمین صحیح متغیرهای حالت سیستم، می‌توان خطای اندازه‌گیری سنسور را نیز شناسایی و حذف نمود. با استفاده از رابطه (۴۰) می‌توان ماتریس ضرائب مشاهده‌گر $\mathbf{L}_t = [\mathbf{L}_1 \quad \mathbf{L}_2]^T$ را به نحوی طراحی کرد که مشاهده‌گر علاوه بر پایدار بودن و همگرایی، دارای سرعت مناسبی نیز در تخمین متغیرهای حالت سیستم باشد. تنها نکته‌ای که باید مورد توجه قرار گیرد آن است که رابطه (۳۱) نشان دهنده یک سیستم چند خروجی است. بنابراین برای طراحی ماتریس ضرائب \mathbf{L}_t باید از روش‌های جانمایی قطب‌ها در سیستم‌های چند ورودی-چند خروجی استفاده نمود.

۵- مدل آزمایشگاهی

مدل آزمایشگاهی یاتاقان مغناطیسی مورد استفاده در تحقیق حاضر در شکل ۴ نشان داده شده است. این مدل شامل یک محور آلومینیومی با یک دیسک صلب در وسط آن است که یک انتهای آن توسط یاتاقان مغناطیسی و انتهای دیگر آن توسط یک یاتاقان ساچمه‌ای خود تنظیم نگه داشته شده است. یاتاقان خود تنظیم به محور اجازه می‌دهد تا آزادانه در راستای افقی و عمودی حرکت داشته باشد. به منظور جلوگیری از برخورد محور و هسته یاتاقان مغناطیسی، یک یاتاقان پشتیبان در کنار یاتاقان مغناطیسی قرار داده شده که در شکل ۵ نشان داده شده است. به منظور جلوگیری از نشستی شار از طریق محور، جنس محور آلومینیم در نظر گرفته شده است.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{d} \quad (31)$$

در صورتی که بردار متغیر حالت جدید $\mathbf{X} = [\mathbf{x}^T \quad \mathbf{z}^T]^T$ و خروجی جدید سیستم را به صورت $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}^T \quad \mathbf{z}^T]^T$ تعریف کنیم، معادلات رابطه‌های (۳۰) و (۳۱) را می‌توان به صورت ماتریسی زیر بیان نمود.

$$\dot{\mathbf{X}} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{X} + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{u} + \bar{\mathbf{E}}\mathbf{d} \quad (32)$$

$$\mathbf{Y} = \bar{\mathbf{C}}\mathbf{X} + \bar{\mathbf{D}}\mathbf{d} \quad (33)$$

در سیستم معادلات جدید مقدار فیلتر شده خروجی‌های سیستم قبلی نیز جزو متغیرهای حالت سیستم هستند. تفاوت اصلی بین مشاهده‌گر تناسبی انتگرالی به کار گرفته شده در این تحقیق و مشاهده‌گر مرجع [۲۰] در انتخاب خروجی \mathbf{Y} است. در مرجع [۲۰] خروجی سیستم جدید به صورت $\mathbf{Y} = [(\mathbf{C}\mathbf{x})^T \quad \mathbf{z}^T]^T$ در نظر گرفته شده است. این در حالی است که خروجی اندازه‌گیری شده و در دسترس سیستم شامل خطای اندازه‌گیری بوده و به صورت $\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{d}$ است. در نتیجه نمی‌توان خروجی سیستم جدید را به صورت $\mathbf{Y} = [(\mathbf{C}\mathbf{x})^T \quad \mathbf{z}^T]^T$ تعریف نمود.

به منظور تخمین متغیرهای حالت در سیستم جدید و همچنین تخمین خطای اندازه‌گیری، مشاهده‌گری با ساختار زیر مورد استفاده قرار می‌گیرد

$$\dot{\hat{\mathbf{X}}} = \bar{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{X}} + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{u} + \bar{\mathbf{E}}\hat{\mathbf{d}} + \mathbf{L}_1(\mathbf{Y} - \hat{\mathbf{Y}}) \quad (34)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{d}}} = \mathbf{L}_2(\mathbf{Y} - \hat{\mathbf{Y}}) \quad (35)$$

$$\hat{\mathbf{Y}} = \bar{\mathbf{C}}\hat{\mathbf{X}} + \bar{\mathbf{D}}\hat{\mathbf{d}} \quad (36)$$

در رابطه فوق $\hat{\mathbf{X}}$ ، $\hat{\mathbf{d}}$ ، \mathbf{L}_1 و \mathbf{L}_2 به ترتیب نشان دهنده تخمین متغیرهای حالت، تخمین خطای اندازه‌گیری و ماتریس ضرائب مشاهده‌گر هستند. با توجه به آنکه در رابطه (۳۴) ماتریس ضرائب \mathbf{L}_1 در خروجی \mathbf{Y} ضرب شده است، مشخص است که در معادلات مشاهده‌گر هم خروجی اندازه‌گیری شده \mathbf{y} و هم مقدار فیلتر شده آن یعنی \mathbf{z} حضور دارند. بنابراین رابطه (۳۴) نشان‌دهنده یک مشاهده‌گر تناسبی انتگرالی است. با تعریف خطای تخمین متغیرهای حالت سیستم جدید به صورت $\tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}$ ، دینامیک این خطا به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{X}}} &= \dot{\mathbf{X}} - \dot{\hat{\mathbf{X}}} \\ &= (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}_1 \bar{\mathbf{C}}) \tilde{\mathbf{X}} + (\bar{\mathbf{E}} - \mathbf{L}_1 \bar{\mathbf{D}}) \tilde{\mathbf{d}} \end{aligned} \quad (37)$$

همچنین با توجه به ثابت بودن خطای اندازه‌گیری ($\dot{\mathbf{d}} = 0$)، دینامیک خطای تخمین \mathbf{d} عبارت است از

زمان سنج با دقت نانو ثانیه است. الگوریتم کنترلی تحت زبان برنامه نویسی C نوشته شده و سپس به یک ماژول قابل اجرا در کرنل سیستم عامل کامپایل می‌شود. با توجه به نوع کارت‌های داده برداری استفاده شده این کنترلگر قابلیت اجرا با فرکانس 10 kHz را دارا است.

جریان سیم پیچ‌ها توسط دو تقویت کننده قدرت PWM با فرکانس سوئیچینگ 22 kHz تامین می‌شود. این تقویت کننده‌ها دارای سنسور جریان داخلی بوده و قادر به تامین جریان پیوسته تا حد 10 A هستند. منبع تغذیه DC مورد استفاده نیز 24 V برای تغذیه سنسورها و 40 V برای تقویت کننده‌ها تامین می‌نماید.

۶- نتایج تجربی

به منظور بررسی کارایی روش ارائه شده در تخمین و حذف خطای سنسورها، هر دو مشاهده گر تناسبی و تناسبی-انتگرالی به همراه کنترلگرهای PD و PID روی مدل آزمایشگاهی یاتاقان سه قطبی پیاده‌سازی شده‌اند. در ابتدا برای طراحی کنترلگر باید پارامترهای سیستم مشخص گردند. با توجه به مشخصات فیزیکی و هندسی یاتاقان مغناطیسی آزمایشگاهی، پارامترهای سیستم خطی شده با استفاده از رابطه (۱۷) عبارتند از

$$\begin{aligned} \dot{i}_b &= 0.6297 \text{ A}, k_x = k_y = 13734 \text{ N/m} \\ k_{i_1} &= 25.18 \text{ N/A}, k_{i_2} = 43.62 \text{ N/A} \end{aligned} \quad (41)$$

کارایی کنترلگر خطی به کار رفته به میزان زیادی به ماتریس‌های وزنی \mathbf{Q} و \mathbf{R} وابسته است. ماتریس وزنی \mathbf{Q} تعیین کننده کارایی کنترلگر و ماتریس وزنی \mathbf{R} تعیین کننده میزان انرژی استفاده شده توسط کنترلگر است. با توجه به شرط مثبت نیمه معین بودن، ماتریس‌های \mathbf{Q} و \mathbf{R} به صورت قطری با المان‌های مثبت به صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند.

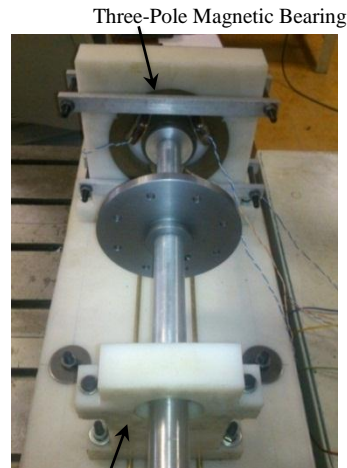
$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} Q_1 & 0 \\ 0 & Q_2 \end{bmatrix}, \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (42)$$

که در آن Q_1 و Q_2 عبارتند از

$$Q_1 = Q_2 = \text{diag}[1, 1, 10^{-4}, 10^{-4}] \text{ for PD} \quad (43)$$

$$Q_1 = Q_2 = \text{diag}[1, 1, 10^{-5}, 10^{-5}, 2 \times 10^8] \text{ for PID} \quad (44)$$

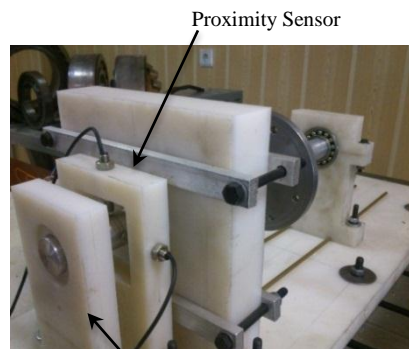
با انتخاب ماتریس‌های \mathbf{Q} و \mathbf{R} و با استفاده از رابطه (۲۵) ضرائب کنترلی بدست می‌آیند. مقادیر فوق برای مولفه‌های ماتریس‌های \mathbf{Q} و \mathbf{R} به گونه‌ای انتخاب شده‌اند که ضرائب کنترلی بدست آمده اعداد منطقی باشند و ورودی کنترلی به اندازه‌ای بزرگ نشود که باعث بوجود آمدن جریان بیش از حد اشباع در سیم پیچ‌ها شود. در کنترلگر PD در نظر گرفته شده جملات انتگرالی موجود در رابطه‌های (۲۲) و (۲۳) حذف شده‌اند. طراحی مشاهده گر‌ها نیز به گونه‌ای صورت گرفته است



Self-Aligning Ball Bearing

شکل ۴: مدل آزمایشگاهی یاتاقان سه قطبی

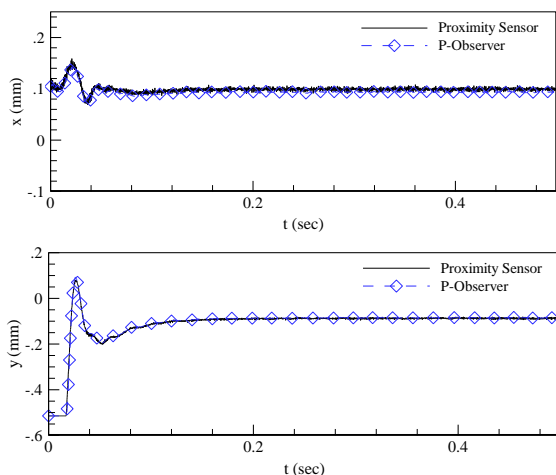
به منظور ساده‌تر شدن فرآیند ساخت و همچنین کاهش نشتی شار در هسته آهنی، پایه یاتاقان‌ها و صفحه زیرین نگهدارنده از جنس پلی اتیلن فشرده ساخته شده‌اند. به منظور کاهش اتلاف ناشی از جریان گردابی، روتور و استاتور یاتاقان مغناطیسی از ورقه‌هایی از جنس فولاد آلایزی سیلیکون دار ساخته شده‌اند. ضخامت هر ورق برابر 0.5 mm است. همچنین فاصله هوایی میان روتور و استاتور یاتاقان مغناطیسی 1 mm در نظر گرفته شده است. با توجه به آنکه محور به صورت یک جسم دو درجه آزادی مدل شده است، جرم موثر محور در محل یاتاقان مغناطیسی به طور مستقیم با استفاده از یک نیرو سنج اندازه‌گیری شده است. برای اندازه‌گیری جابجایی محور دو سنسور جابجایی سنج غیرتماسی در محل یاتاقان مغناطیسی نصب شده که در شکل ۵ نشان داده شده است.



Backup Bearing

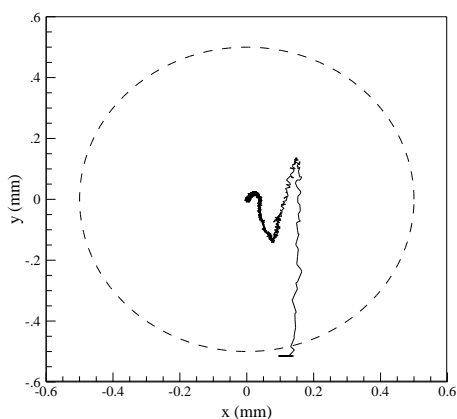
شکل ۵: محل نصب سنسور جابجایی سنج

سیستم کنترلی یاتاقان مغناطیسی از چهار جزء اصلی تشکیل شده است: سنسورهای جابجایی، کنترلگر دیجیتال، تقویت کننده قدرت، منبع تغذیه. کنترلگر دیجیتال شامل مبدل‌های A/D و D/A ۱۲ بیتی و همچنین یک کامپیوتر با پردازنده پنتیوم IV و فرکانس 2.8 GHz است. کامپیوتر مورد استفاده تحت سیستم عامل RTAI اجرا می‌شود. RTAI یک نسخه بلادرنگ از سیستم عامل لینوکس است که دارای قابلیت اجرای برنامه‌های کنترلی تحت فرکانس زمانی بسیار دقیق بوده و همچنین دارای



شکل ۷: نمودار تغییر مکان افقی و عمودی محور بر حسب زمان (کنترلگر PD و فیدبک متغیرها از مشاهده‌گر تناسبی)

مشاهده‌گر تناسبی تنها قادر است تا خروجی سنسورها را تعقیب کرده و با استفاده از آن متغیرهای حالت را تخمین بزند. با توجه به شکل ۷ مشخص است که سیگنال بدست آمده از مشاهده‌گر تناسبی کاملاً بر خروجی سنسورها تطابق دارد. این در حالی است که خروجی سنسورها خود شامل یک خطای اندازه‌گیری ناشی از ناهمواری سطح مقطع محور یا کالیبراسیون غیر دقیق سنسور است. در نتیجه این خطا در قانون کنترلی فیدبک وارد شده و سبب انحراف سیستم از مرکز یاتاقان می‌شود.



شکل ۸: نمودار تغییر مکان محور در صفحه xy با خروجی سنسورها (کنترلگر PID و فیدبک متغیرها از مشاهده‌گر تناسبی)

یکی از گزینه‌های موجود برای حذف خطای دائم در سیستم‌ها استفاده از انتگرال‌گیر در کنترلگر است. به منظور بررسی تاثیر انتگرال‌گیر در حذف خطای اندازه‌گیری، در مرحله بعد از کنترلگر PID استفاده می‌شود. نمودار تغییر مکان محور در صفحه xy با پیاده‌سازی کنترلگر PID در شکل ۸ نشان داده شده است. لازم به ذکر است که در این مرحله نیز در ورودی کنترلی از فیدبک متغیرهای حالت مشاهده‌گر تناسبی استفاده شده است.

همانطور که در شکل ۸ نشان داده شده با اضافه شدن انتگرال‌گیر به کنترلگر، محور در مرکز یاتاقان قرار گرفته است. اما نکته‌ای که باید مورد توجه قرار گیرد آن است که با توجه به وجود خطا در خروجی

که دینامیک آن سریعتر از دینامیک سیستم بوده و قطب‌های آن دورتر از قطب‌های سیستم مدار بسته قرار داشته باشند. با توجه به ماتریس‌های وزنی انتخاب شده ضرائب کنترلی به صورت زیر بدست می‌آیند.

$$K_x = [2241.6, 22.6, 2.1, 0.01] \text{ for PD} \quad (45)$$

$$K_y = [1328.1, 13.4, 2.2, 0.01] \text{ for PD} \quad (46)$$

$$K_x = [1866.3, 17.4, 0.86, 0.004, 14142.1] \text{ for PID} \quad (47)$$

$$K_y = [1267.8, 11.4, 1.09, 0.004, 14142.1] \text{ for PID} \quad (48)$$

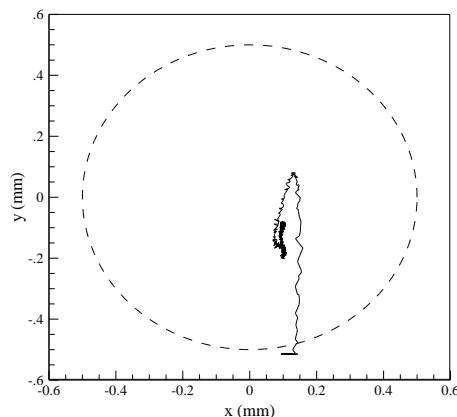
ضرایب مشاهده‌گر نیز در دو جهت x و y یکسان و به صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند.

$$L = [1200, 369810, 0, 0]^T \text{ for P-Observer} \quad (49)$$

$$L_t = \begin{bmatrix} 0, & 0, & 0, & 0, & 0 \\ 4584387.4, & 334041200.8, & 0, & 0, & 1710, & -3466177.4 \end{bmatrix}^T \quad (50)$$

for PI-Observer

در ابتدا به منظور بررسی رفتار سیستم، کنترلگر PD به همراه فیدبک متغیرهای حالت مشاهده‌گر تناسبی روی مدل یاتاقان مغناطیسی آزمایشگاهی پیاده‌سازی شده است. در شکل ۶ نمودار تغییر مکان محور در صفحه xy با استفاده از خروجی سنسورها نشان داده شده است.

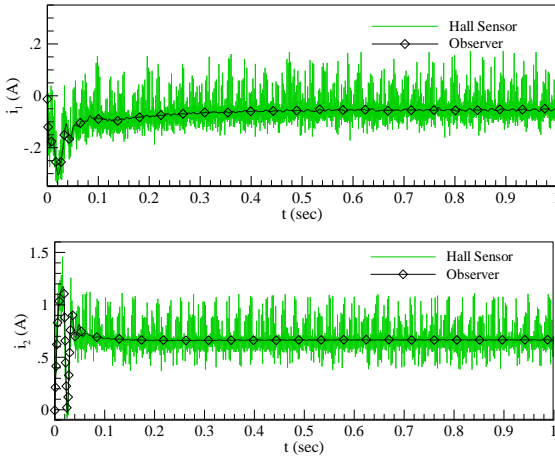


شکل ۶: نمودار تغییر مکان محور در صفحه xy با خروجی سنسورها (کنترلگر PD و فیدبک متغیرها از مشاهده‌گر تناسبی)

همانطور که در شکل نیز مشخص است کنترلگر و مشاهده‌گر مورد استفاده قادر به پایدار کردن سیستم هستند. اما محور کاملاً در مرکز یاتاقان قرار نگرفته و خطای دائمی در هر دو جهت افقی و عمودی وجود دارد.

برای بهتر مشخص شدن پاسخ سیستم، جابجایی‌های افقی و عمودی محور بر حسب زمان در شکل ۷ نشان داده شده است. مشاهده‌گر تناسبی به خوبی قادر است تا با استفاده از خروجی سنسورها، متغیرهای حالت را تخمین زده و سیستم را پایدار نماید. اما مساله مهم وجود خطا در خروجی سنسورها است. مشاهده‌گر تناسبی نه تنها قادر به شناسایی این خطا نیست بلکه با تقویت آن سبب انحراف محور از مرکز یاتاقان نیز می‌شود.

برای تایید این موضوع سیگنال جریان سنسورها با استفاده از سنسورهای اثر هال اندازه‌گیری شده و با استفاده از یک مشاهده‌گر نیز تخمین زده شده‌اند. برای آنکه اثر خطای موجود در سنسورهای جابجایی وارد سیگنال جریان نشود، تنها از خروجی سنسورهای جریان در مشاهده‌گر جریان سیم پیچ‌ها استفاده شده است. جریان سیم پیچ‌ها به همراه تخمین آنها در شکل ۱۱ نشان داده شده است.

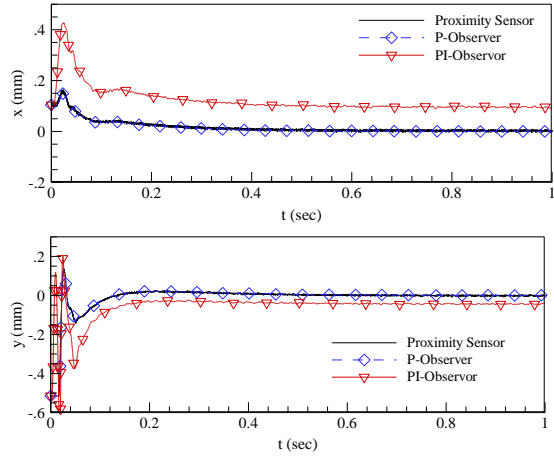


شکل ۱۱: نمودار جریان سیم پیچ‌ها (کنترلر PID و فیدبک متغیرها از مشاهده‌گر تناسبی)

از آنجایی که برای تنظیم جریان در سیم پیچ‌ها از تقویت کننده قدرت PWM استفاده شده، سیگنال جریان اندازه‌گیری شده حاوی نویز بالایی است. با توجه به شکل ۱۱ مقدار سیگنال‌های جریان در حالت دائم برابر $i_1 = -0.07 A$ و $i_2 = 0.67 A$ هستند. این در حالی است که مطابق رابطه (۱۳)، جریان‌ها در نقطه مرکز یاتاقان باید برابر $i_1 = 0$ و $i_2 = i_b$ باشند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت در این حالت محور دقیقاً در مرکز یاتاقان قرار نگرفته است.

در مرحله بعد در قانون کنترلی از فیدبک متغیرهای حالت مشاهده‌گر تناسبی انتگرالی استفاده می‌شود. برای مقایسه بهتر در ۱ ثانیه اول از فیدبک متغیرهای حالت مشاهده‌گر تناسبی استفاده شده و پس از آن در قانون کنترلی از متغیرهای مشاهده‌گر تناسبی انتگرالی استفاده می‌شود. نمودار تغییر مکان محور در صفحه xy با پیاده‌سازی کنترلر PID و استفاده از مشاهده‌گر تناسبی انتگرالی در شکل ۱۲ نشان داده شده است. خروجی سنسورها نشان می‌دهد که در ابتدا محور در مرکز یاتاقان قرار گرفته و سپس منحرف شده و در نقطه‌ای خارج از مرکز قرار می‌گیرد. شکل ۱۳ نمودار تغییر مکان افقی و عمودی محور را بر حسب زمان نشان می‌دهد. در ۱ ثانیه اول مشاهده‌گر تناسبی و خروجی سنسورها، محور را در مرکز یاتاقان نشان می‌دهند اما مشاهده‌گر تناسبی انتگرالی محور را خارج از مرکز نشان می‌دهد. بعد از ثانیه اول که از فیدبک متغیرهای مشاهده‌گر تناسبی انتگرالی در ورودی کنترلی استفاده شده، این مساله معکوس شده و مشاهده‌گر تناسبی انتگرالی محور را در مرکز یاتاقان نشان می‌دهد.

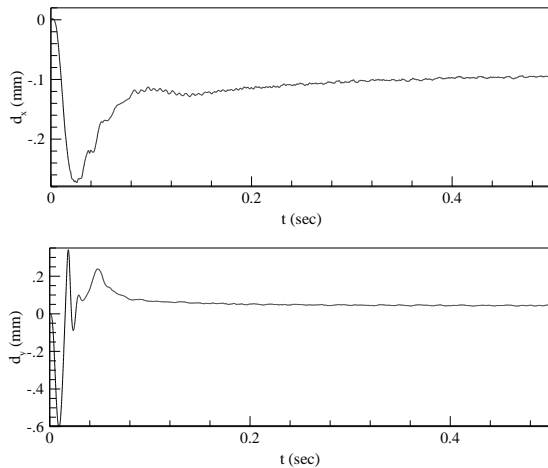
سنسورها، نمی‌توان نسبت به قرار گرفتن محور در مرکز یاتاقان مطمئن بود. برای بررسی بهتر، جابجایی‌های افقی و عمودی محور بر حسب زمان در شکل ۹ نشان داده شده است. در شکل ۹ سیگنال‌های بدست آمده از هر دو مشاهده‌گر تناسبی و تناسبی انتگرالی با یکدیگر مقایسه شده‌اند.



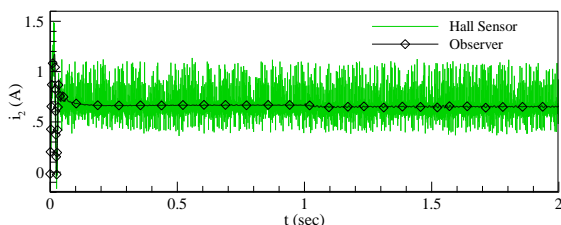
شکل ۹: نمودار تغییر مکان افقی و عمودی محور بر حسب زمان (کنترلر PID و فیدبک متغیرها از مشاهده‌گر تناسبی)

با توجه به شکل ۹ مشخص است که سیگنال بدست آمده از سنسورها و همچنین مشاهده‌گر تناسبی نشان می‌دهد که محور در نقطه صفر قرار گرفته است. اما سیگنال بدست آمده از مشاهده‌گر تناسبی انتگرالی وجود خطای دائمی را در جابجایی محور نشان می‌دهد. تخمین این خطا با استفاده از مشاهده‌گر تناسبی انتگرالی بدست آمده و در شکل ۱۰ نشان داده شده است.

با توجه به نمودارهای شکل ۹ و شکل ۱۰ می‌توان نتیجه گرفته که اضافه کردن انتگرال‌گیر به کنترلر قادر به حذف خطای دائم ناشی از وجود خطا در خروجی سنسورها نیست. علت این امر آن است که انتگرال‌گیر خطای دائم موجود در متغیرهای حالت بدست آمده از مشاهده‌گر تناسبی را به صفر می‌رساند. اما خطای دائم همچنان در متغیرهای حالت سیستم واقعی وجود دارند.



شکل ۱۰: نمودار تخمین خطای اندازه‌گیری سنسورها در جهت افقی و عمودی با مشاهده‌گر تناسبی انتگرالی

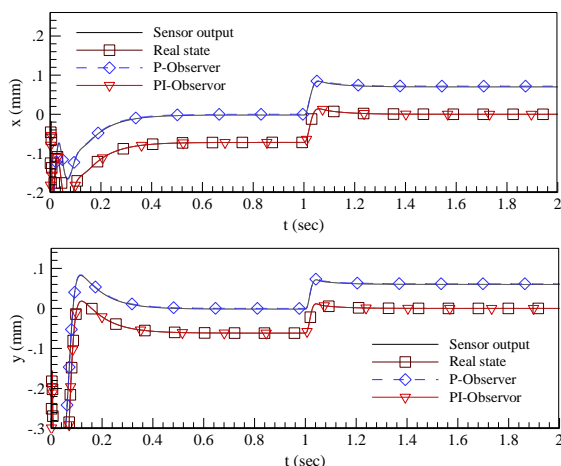


شکل ۱۴: نمودار جریان سیم پیچ‌ها (کنترلر PID و فیدبک متغیرها از مشاهده‌گر تناسبی انتگرالی بعد از ثانیه اول)

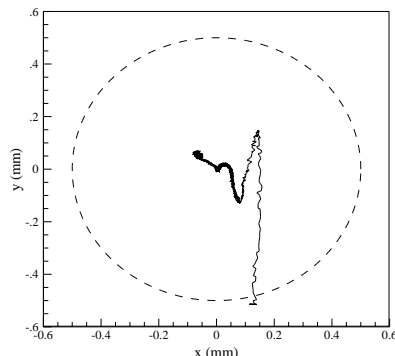
به منظور اعتبارسنجی و مقایسه با نتایج تجربی، شبیه‌سازی عددی با استفاده از نرم‌افزار MATLAB انجام شده و نتایج آن در شکل ۱۵ نشان داده شده است. برای انجام شبیه‌سازی عددی پارامترهای سیستم مطابق رابطه (۴۱) در نظر گرفته شده و ضرائب کنترلر و مشاهده‌گر نیز مطابق رابطه‌های (۴۵)–(۵۰) هستند. برای ایجاد خطای اندازه‌گیری خروجی سنسورها به صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند

$$\begin{aligned} x_{\text{sensor}} &= x + 0.07 \times 10^{-3} \\ y_{\text{sensor}} &= y + 0.06 \times 10^{-3} \end{aligned} \quad (51)$$

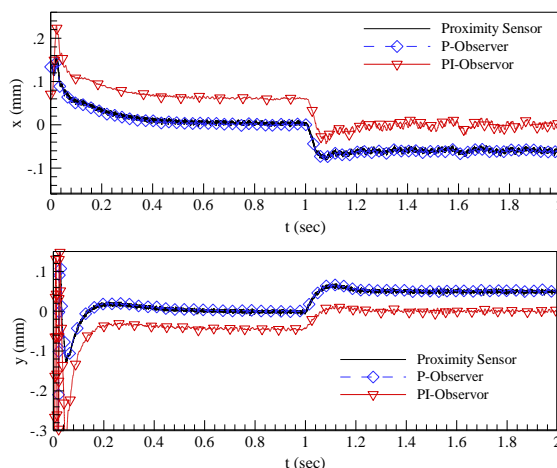
این خروجی‌ها به عنوان ورودی به مشاهده‌گر تناسبی و مشاهده‌گر تناسبی انتگرالی وارد شده و پاسخ سیستم در شکل ۱۵ نشان داده شده است. تا قبل از ثانیه اول از فیدبک متغیرهای مشاهده‌گر تناسبی برای کنترل استفاده شده که در نتیجه آن، محور در نقطه‌ای خارج از مرکز قرار می‌گیرد. همانطور که در شکل ۱۵ نشان داده شده مشاهده‌گر تناسبی انتگرالی به خوبی موقعیت واقعی محور را نشان داده و قادر است خطای اندازه‌گیری را حذف نماید. پس از ثانیه اول که از فیدبک متغیرهای مشاهده‌گر تناسبی انتگرالی استفاده شده محور کاملاً در مرکز یاتاقان قرار گرفته است. مقایسه شکل‌های ۱۳ و ۱۵ نشان می‌دهد که رفتار سیستم در شبیه‌سازی عددی و مدل آزمایشگاهی تطابق خوبی با یکدیگر دارند که بیانگر کارایی روش ارائه شده در تخمین متغیرهای حالت و خطای سنسور به طور همزمان است.



شکل ۱۵: نمودار تغییر مکان افقی و عمودی محور بر حسب زمان بدست آمده از شبیه‌سازی عددی (کنترلر PID و فیدبک متغیرها از مشاهده‌گر تناسبی انتگرالی بعد از ثانیه اول)

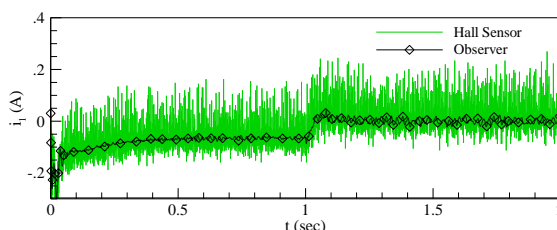


شکل ۱۲: نمودار تغییر مکان محور در صفحه xy با خروجی سنسورها (کنترلر PID و فیدبک متغیرها از مشاهده‌گر تناسبی انتگرالی بعد از ثانیه اول)



شکل ۱۳: نمودار تغییر مکان افقی و عمودی محور بر حسب زمان (کنترلر PID و فیدبک متغیرها از مشاهده‌گر تناسبی انتگرالی بعد از ثانیه اول)

به منظور بررسی بیشتر، سیگنال جریان سیم پیچ‌ها در شکل ۱۴ نشان داده شده است. همانطور که مشخص است پس از ثانیه اول مقدار جریان‌ها در حالت دائم برابر $i_1 = 0$ و $i_2 = 0.65$ A هستند. با توجه صفر بودن جریان i_1 می‌توان نتیجه گرفت که محور در جهت افق دقیقاً در مرکز قرار گرفته است. اما با توجه به رابطه (۴۱)، جریان i_2 با جریان روتور و وزن در نظر گرفته شده متفاوت است. علت این امر تفاوت وزن واقعی به انتگرالی بودن کنترلر، جریان بایاس به طور خودکار به مقدار مورد نظر افزایش داده شده تا روتور کاملاً در مرکز قرار بگیرد.



bearing system, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, vol. 15, no. 3, pp. 381-388, 2010.

- [9] S. L. Chen, Nonlinear smooth feedback control of a three-pole active magnetic bearing system, IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 19, no. 3, pp. 615 – 621, 2010.
- [10] S. M. Darbandi, M. Behzad, H. Salarieh, and H. Mehdigholi, Linear output feedback control of a three-pole magnetic bearing, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, In Press, 2013.
- [11] C. S. Kim and C.W. Lee, In situ runout identification in active magnetic bearing system by extended influence coefficient method, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, vol. 2, no. 1, pp. 51-57, 1997.
- [12] H. S. Na and Y. Park, An adaptive feedforward controller for rejection of periodic disturbances, Journal of Sound and Vibration, vol. 201, no. 4, pp. 316-324, 1997.
- [13] Y. Kanemitsu, S. Kijimoto, K. Matsuda, and P. T. Jin, Identification of mass unbalance and sensor runout on a rotor equipped with magnetic bearings, 7th International Symp. on Magnetic Bearings, pp. 543-548, 2000.
- [14] J. D. Setiawan, R. Mukherjee, and E. H. Maslen, Adaptive compensation of sensor runout for magnetic bearings with uncertain parameters: theory and experiments, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol. 123, pp. 211-218, 2001.
- [15] B. Wojciechowski, Analysis and synthesis of proportional-integral observers for single-input-single-output time-invariant continuous systems, PhD Thesis, Gliwice, Poland, 1978.
- [16] M. Saif, Reduced order proportional integral observer with application, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 16, no. 5, pp. 985-988, 1993.
- [17] K. K. Busawon and P. Kabore, Disturbance attenuation using proportional integral observers, International Journal of Control, vol. 74, no. 6, pp. 618-627, 2001.
- [18] D. Koenig and S. Mammar, Design of proportional-integral observer for unknown input descriptor systems, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 47, no. 12, pp. 2057-2062, 2002.
- [19] Z. Gao and D. W. C. Ho, Proportional multiple-integral observer design for descriptor systems with measurement output disturbances, IEE Proceedings - Control Theory and Applications, vol. 151, no. 3, pp. 279-288, 2004.
- [20] A. Khedher, K. Benothman, D. Maquin, and M. Benrejeb, State and sensor faults estimation via a proportional integral observer, 6th International Multi-Conference on Systems, Signals and Devices, pp. 1-6, 2009.

۷- نتیجه‌گیری

با توجه به جابجایی‌های بسیار کوچک محور در سیستم یاتاقان‌های مغناطیسی، این نوع یاتاقان‌ها دارای دقت کاری بسیار بالایی بوده و کوچکترین خطای اندازه‌گیری در سنسورها تاثیر قابل توجهی بر عملکرد آنها خواهد داشت. در این تحقیق مشاهده‌گر تناسبی انتگرالی به منظور شناسایی و حذف خطای اندازه‌گیری سنسورها در سیستم یاتاقان مغناطیسی مورد استفاده قرار گرفت. نتایج تجربی نشان می‌دهد که اضافه کردن انتگرال‌گیر به کنترل‌گر نیز توانایی حذف خطای دائم ناشی از خطای اندازه‌گیری سنسور را ندارد. برخلاف مشاهده‌گر تناسبی که سبب تقویت خطای اندازه‌گیری و انحراف سیستم از مرکز یاتاقان می‌شود، مشاهده‌گر تناسبی انتگرالی قادر به تخمین خطای اندازه‌گیری سنسورها و حذف آن از پاسخ سیستم است. در نتیجه، استفاده از مشاهده‌گر تناسبی انتگرالی تا حد زیادی سبب بهبود عملکرد سیستم یاتاقان مغناطیسی شده و حساسیت آن را نسبت به وجود خطا در سیگنال اندازه‌گیری شده توسط سنسورها کاهش می‌دهد.

مراجع

- [1] G. Schweitzer and E. H. Maslen, Magnetic bearings theory, design, and application to rotating machinery, Springer, 2009.
- [2] S. L. Chen and C. T. Hsu, Optimal design of a three-pole active magnetic bearing, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 38, no.5, pp. 3458-3466, 2002.
- [3] C. T. Hsu and S. L. Chen, Exact linearization of a voltage-controlled 3-pole active magnetic bearing system, IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 10, no. 4, pp. 618 – 625, 2002.
- [4] C. T. Hsu and S. L. Chen, Nonlinear control of a 3-pole active magnetic bearing system, Automatica, vol. 39, pp. 291 – 298, 2003.
- [5] S. L. Chen, S. H. Chen, and S. T. Yan, Stabilization of a current-controlled three-pole magnetic rotor-bearing system by integral sliding mode control, Proceedings of the IEEE International Conference on Networking, Sensing & Control, pp. 949-954, 2004.
- [6] S. L. Chen, S. H. Chen, and S. T. Yan, Experimental validation of a current-controlled three-pole magnetic rotor-bearing system, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 41, no. 1, pp. 99-112, 2005.
- [7] S. L. Chen and C. C. Weng, Robust stabilization and experimentation of a voltage-controlled three-pole active magnetic bearing system, IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, vol. 4, pp. 3753 – 3758, 2005.
- [8] S. L. Chen and C. C. Weng, Robust control of a voltage-controlled three-pole active magnetic