

## تحلیل و طراحی تأخیر زمانی بهینه در انفجار سر جنگی

زهرا پارسانژاد<sup>۱</sup>، جعفر حیرانی نوبری<sup>۲</sup>، سعید عباداللهی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، zparsanezhad@gmail.com

<sup>۲</sup> استادیار، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، nobari@eetd.kntu.ac.ir

<sup>۳</sup> استادیار، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه علم و صنعت ایران، s\_ebadollahi@iust.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۲/۶/۴، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۲/۸/۱۱)

**چکیده:** فیوز یکی از مهم‌ترین عوامل مؤثر بر احتمال کشندگی سامانه‌ی سلاح محسوب می‌شود. نقش اصلی فیوز مشاهده‌ی هدف در نزدیکی موشک و انفجار سر جنگی با تأخیر مناسب می‌باشد، به گونه‌ای که حداکثر خسارت به هدف وارد شود. در این مقاله، مسأله‌ی تأخیر زمانی مورد نیاز از لحظه‌ی آشکارسازی هدف توسط سنسور فیوز تا لحظه‌ی انفجار سر جنگی در دستگاه اینرسی دوبعدی حل شده است. با در نظر گرفتن مرکز سنسور فیوز به عنوان نقطه‌ی اینرسی، رابطه‌ی ساده‌ای برای تأخیر زمانی حاصل شده که نحوه‌ی اثرگذاری پارامترهای دخیل در آن به خوبی مشاهده می‌شود. بدلیل ناتوانی در اندازه‌گیری تمامی پارامترهای مؤثر سعی شده است تا با استفاده از پارامترهای محدود تخمینی بهینه از تأخیر زمانی ارائه شود. بدین منظور در ابتدا با توجه به معیار  $t_d > 0$ ، مقداری مناسب برای زاویه‌ی مایل فیوز انتخاب می‌شود. سپس مقدار ثابتی برای تأخیر زمانی ارائه خواهد شد. از آنجا که این مقدار ثابت به ازای تمام سناریوهای ممکن به برخورد ترکش‌ها به هدف منجر نخواهد شد، در ادامه تأخیر زمانی به صورت تابعی از سرعت نسبی طراحی می‌شود.

**کلمات کلیدی:** زاویه‌ی مایل فیوز، سرعت نسبی، تأخیر زمانی.

## Analysis and Design of Optimum Time Delay in Warhead Detonation

Zahra Parsanezhad, Jafar Heyrani Nobari, Saeed Ebadollahi

**Abstract:** Fuse is one of the most important factors on killing probability of weapon system. The function performed by the proximity fuse is to sense the presence of a target and detonate the warhead at a suitable point to maximize the probability of destroying the target. In this paper, time delay problem is solved since detection time to detonation time in tow-dimensional inertial system. Considering the fuse sensor center as inertial point, simple equation is derived for time delay which the way of influence the factors can be seen well. Due to the inability on measure all influential factors, this present research is going to offer optimal estimation of time delay with less factors. Primarily, according to the criterion  $t_d > 0$ , suitable value for lean angle fuse is selected. Next, constant value is offered for time delay. By this constant value, fragments won't strike to target at all possible engagement scenarios. So, time delay would be designed as function of missile and target relative velocity.

**Keywords:** Fuse lean angle, Relative velocity, Time delay.

$\theta$ : زاویه‌ی عبور موشک و هدف	$V_0$ : بردار سرعت اولیه‌ی ترکش
$L_f$ : طول هدف	$V_0$ : اندازه‌ی سرعت اولیه‌ی ترکش
$\alpha_i$ : زاویه‌ی مایل سنسور فیوز	$V_M$ : بردار سرعت موشک
$R_d$ : بردار مکان هدف نسبت به موشک در لحظه‌ی آشکارسازی	$V_m$ : اندازه‌ی سرعت موشک
$R_d$ : فاصله‌ی موشک و هدف در لحظه‌ی آشکارسازی	$V_T$ : بردار سرعت هدف
$t_{go}$ : مدت زمان حرکت هدف از لحظه‌ی آشکارسازی تا لحظه‌ی برخورد	$V_f$ : اندازه‌ی سرعت هدف
$t_f$ : مدت زمان پرواز ترکش‌ها از لحظه‌ی انفجار تا برخورد به هدف	$V_{MT}$ : بردار سرعت نسبی موشک و هدف
$t_d$ : تأخیر زمانی از لحظه‌ی آشکارسازی تا لحظه‌ی انفجار سرچنگی	$V_{mt}$ : اندازه‌ی سرعت نسبی موشک و هدف

## ۱- مقدمه

دو بخش فیوز و سرچنگی در کنار یکدیگر حساس‌ترین قسمت از مأموریت سامانه در مقابله با مهاجم را به عهده دارند. نحوه‌ی آغاز به کار فیوز و برنامه‌ریزی تأخیر زمانی مربوطه جهت فعال کردن سرچنگی از مؤلفه‌های اساسی است که به طور مستقیم در میزان اثرگذاری سرچنگی و نهایتاً احتمال کشندگی لحاظ می‌شود. نقش اصلی فیوز، مشاهده‌ی هدف در نزدیکی موشک و انفجار سرچنگی با تأخیر مناسب می‌باشد [۱].

در این مقاله سعی شده است تا با نگاه سیستمی به فیوز، تأخیر زمانی موردنیاز از لحظه‌ی آشکارسازی هدف تا لحظه‌ی انفجار سرچنگی محاسبه شود. هندسه‌ی درگیری موشک و هدف برای حل مسأله‌ی تأخیر زمانی، دوبعدی در نظر گرفته می‌شود.

در [۲] و [۳] مسأله‌ی تأخیر زمانی در سیستم اینرسی که نقطه‌ی مرجع آن، نقطه‌ای چسبیده به زمین می‌باشد، حل شده است. از آنجا که معادله‌ی تأخیر زمانی حاصل شده، تابع عوامل متعددی بوده که ممکن است در دسترس نباشند، در این مقاله سعی بر این است تا با تغییر نقطه‌ی اینرسی رابطه‌ی ساده‌تری برای تأخیر زمانی بدست آورده شود.

لازم به ذکر است که سیستم اینرسی از یک دستگاه و یک نقطه‌ی مرجع اینرسی تشکیل شده است. دستگاه اینرسی دوبعدی به صورت یک دستگاه چسبیده به زمین تقریب زده می‌شود. محور اول این دستگاه در راستای افق و محور دوم آن در راستای شتاب گرانش است. نقطه‌ی مرجع اینرسی نیز که موقعیت دیگر نقاط در دستگاه اینرسی نسبت به آن سنجیده می‌شود، در این مقاله نقطه‌ای چسبیده به موشک در نظر گرفته می‌شود.

از دیگر دستاوردهای این مقاله، بدست آوردن معیاری برای انتخاب زاویه‌ی مایل فیوز و همچنین طراحی تأخیر زمانی به صورت تابعی از سرعت نسبی بین موشک و هدف می‌باشد. در [۲] تنها به ازای

یک سناریوی درگیری خاص با فرض زاویه‌ی مایل فیوز برابر ۶۰ درجه، بازه‌ای از مقادیر ثابت مجاز برای تأخیر زمانی ارائه شده است.

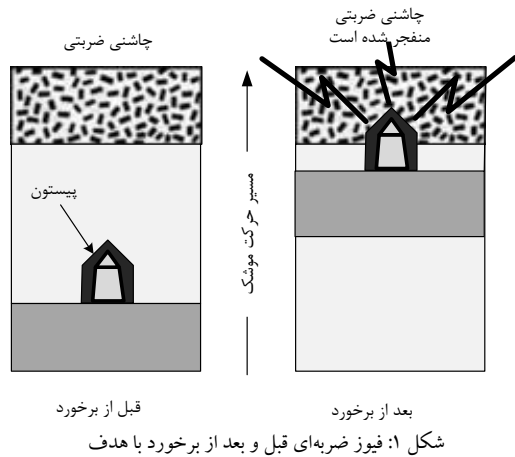
در ادامه بعد از توضیح عملکرد فیوز، انواع فیوز شرح داده می‌شود. سپس سینماتیک درگیری بین موشک و هدف ترسیم شده و فرض‌های موردنیاز برای محاسبه‌ی تأخیر زمانی عنوان می‌شود. در بخش پنجم با تغییر نقطه‌ی اینرسی به مرکز سنسور فیوز، مسأله‌ی تأخیر زمانی موردنیاز از لحظه‌ی آشکارسازی هدف توسط سنسور فیوز تا لحظه‌ی انفجار سرچنگی در دستگاه اینرسی دوبعدی حل شده و معادله‌ای برای تأخیر زمانی بهینه ارائه می‌شود. قسمت ششم به طراحی تأخیر زمانی اختصاص دارد. در این قسمت در ابتدا مقدار بهینه‌ای برای زاویه‌ی مایل فیوز انتخاب می‌شود. سپس مقدار ثابتی برای تأخیر زمانی تخمین زده می‌شود. این مقدار ثابت به ازای تمام سناریوهای ممکن به برخورد ترکش‌ها به هدف منجر نخواهد شد. بنابراین در ادامه تأخیر زمانی به صورت تابعی از سرعت نسبی بین موشک و هدف طراحی می‌گردد.

## ۲- عملکرد فیوز

فیوز یکی از مهم‌ترین عوامل مؤثر بر احتمال کشندگی سامانه سلاح محسوب می‌شود که وظیفه‌ی آن ارسال به موقع فرمان انفجار به سرچنگی است، به گونه‌ای که حداکثر خسارت به هدف وارد شود.

فیوز شامل تجهیزاتی برای آشکارسازی نزدیکی به هدف و آماده‌سازی زنجیره‌ی انفجار است که TDD<sup>۱</sup> نام دارد. همچنین فیوز شامل یک یا تعداد بیشتری مکانیزم ایمنی برای جلوگیری از انفجار سهوی خرج اصلی است و از انفجار سرچنگی به هنگام پرواز تا فاصله مطمئن و ایمنی از سایت جلوگیری می‌کند.

<sup>۱</sup> Target Detection and Detonation



شکل ۱: فیوز ضربه‌ای قبل و بعد از برخورد با هدف

### ۳-۲- فیوز تأخیر زمانی

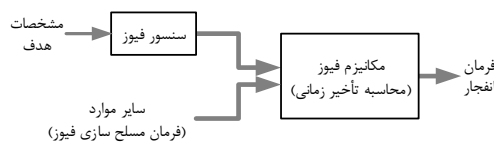
این فیوز طوری طراحی شده تا سرچنگی را پس از طی زمانی از پیش تعیین شده بعد از پرتاب موشک، منفجر کند. این بازه زمانی غیر قابل تغییر است، بنابراین این نوع فیوزها در سرچنگی‌های موشک‌های هدایت‌شونده به ندرت به کار برده می‌شوند [۶].

### ۳-۳- فیوز مجاورتی

فیوز مجاورتی که اغلب فیوز زمان متغیر هم نامیده می‌شود، بوسیله‌ی بعضی از مشخصات هدف یا ناحیه‌ی هدف فعال می‌شود. دو مؤلفه باید تقریباً در همه‌ی فیوزهای مجاورتی وجود داشته باشد [۲].

- حساسه‌ای با پهنای دید قطبی که هدف را در جلوی موشک آشکار کند.
- مکانیسم ایجاد ثابت زمانی که سرچنگی را مدت زمانی پس از آشکارسازی هدف منفجر نماید تا ترکش‌ها به طور مناسبی جهت‌گیری کنند.

نمایش ورودی و خروجی این فیوز در شکل ۲ مشاهده می‌شود.



شکل ۲: نمودار بلوکی فیوز به همراه ورودی‌ها و خروجی

با شناسایی هدف توسط سنسور فیوز، در صورتی که فیوز مسلح باشد، بعد از گذشت تأخیر زمانی محاسبه شده، فرمان انفجار به سرچنگی ارسال می‌شود این تأخیر زمانی تابعی از مشخصات سینماتیکی موشک و هدف از جمله سرعت نزدیک‌شوندگی موشک و هدف (در هدایت تناسبی)، زاویه‌ی بردار سرعت هدف و خط دید موشک و هدف (در هدایت فرمان به خط دید) و ... می‌باشد. معمولاً هم زمانی که فاصله‌ی موشک و هدف از حدی کمتر شود و یا پنج ثانیه از شلیک موشک گذشته باشد و یا ... فیوز مسلح می‌شود [۱].

چاشنی هم جزئی از مکانیزم فیوز است و برای ایمن ماندن فیوز، تا زمانی که مورد نیاز نباشد، در داخل آن قرار نمی‌گیرد. اغلب فیوز به گونه‌ای شکل داده می‌شود که چاشنی برای اتصال به خرج اصلی در مسیر انفجار بایستی از مجرای فیزیکی کوچکی عبور کند. این مجرا تا زمانی که سرچنگی، مورد نیاز نباشد، مسدود می‌شود. برای مثال، فیوز ممکن است شامل دو صفحه‌ی دوار با حفره‌های خارج مرکز باشد. وقتی صفحه‌ها تنظیم شده باشند، حفره‌ها در امتداد هم قرار گرفته و اجازه عملکرد داده می‌شود. به این مکانیزم، مسلح‌سازی فیوز گفته می‌شود. در غیر این صورت حفره‌ها تنظیم نبوده و فیوز ایمن خواهد ماند. مکانیزم فوق همراه با صفحه‌ها، وسیله‌ی ایمن‌سازی و مسلح‌سازی<sup>۱</sup> نامیده می‌شود [۴].

### ۳- انواع فیوز

انواع مختلفی از فیوز در دسترس است. نوع فیوز برای یک کاربرد داده شده به مشخصات هدف، موشک و سرچنگی بستگی دارد. فیوز در سه نوع ضربه‌ای<sup>۲</sup>، تأخیر زمانی<sup>۳</sup> و مجاورتی<sup>۴</sup> وجود دارد که در ادامه توضیح داده می‌شوند.

#### ۳-۱- فیوز ضربه‌ای

این نوع فیوز با نیروی اینرسی که بواسطه‌ی برخورد موشک به هدف ایجاد می‌شود، فعال می‌شود. نمایش فیزیکی آن به صورت شکل ۱ است. همان‌طور که در شکل سمت چپ نشان داده شده، چاشنی ضربتی در قسمت بالای فیوز قرار گرفته است. یک پیستون متحرک هم در انتهای دیگر آن نصب شده که بوسیله‌ی فنر یا قطعه‌ی مناسب دیگری نگاه داشته شده است. در طول پرواز موشک، پیستون در انتهای فیوز باقی می‌ماند. با برخورد موشک به هدف شتاب موشک به طور ناگهانی کاهش یافته و اینرسی پیستون آن را به سمت جلو منتقل می‌کند. سپس پیستون به ماده‌ی منفجره ضربه‌ای وارد کرده و آن را منفجر می‌کند که در شکل سمت راست نشان داده شده است. با انفجار چاشنی، خرج اصلی هم منفجر می‌شود. اغلب المان تأخیرداری در اتصال فیوز ضربه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد تا سرچنگی قبل از انفجار در هدف نفوذ کند که نتیجه‌ی آن ایجاد خسارت بیشتری در هدف توسط ترکش و یا موج انفجار می‌باشد [۵].

<sup>1</sup> safing and arming device

<sup>2</sup> Impact fuse

<sup>3</sup> Time-Delay fuse

<sup>4</sup> Proximity fuse

در شکل فوق  $R_F$  شعاع آشکارسازی فیوز است. هنگامی که هدف وارد محدوده دید فیوز شود، به شرط وجود سیگنال کافی، توسط سنسور فیوز آشکار می‌شود.

$V_T$  و  $V_M$  به ترتیب بردار سرعت موشک و بردار سرعت هدف از دید دستگاه اینرسی هستند. فرض می‌شود که هدف در راستای افق در حال حرکت است. بنابراین سرعت هدف در راستای محور دوم برابر با صفر است. همچنین اندازه‌ی سرعت‌های موشک و هدف در این سینماتیک درگیری ثابت در نظر گرفته شده که با توجه به کوتاه بودن زمان درگیری، فرضی قابل پذیرش است. زاویه‌ی  $\theta$  نیز برابر زاویه‌ی بین بردار سرعت موشک و محور اول دستگاه اینرسی است.

#### ۵- محاسبه تأخیر زمانی بهینه

با آشکارسازی هدف توسط سنسور فیوز، پس از طی تأخیر زمانی مناسب، فرمان انفجار به سرچنگی ارسال می‌شود. استفاده از این تأخیر زمانی به منظور جهت‌گیری مناسب ترکش‌ها به سمت هدف در راستای حداکثر تخریب آن می‌باشد.

برای محاسبه‌ی تأخیر زمانی، زاویه‌ی حمله‌ی موشک برابر با صفر در نظر گرفته می‌شود. همچنین فرض شده که سنسور فیوز و بدنه‌ی موشک هم‌محورند. ترکش‌ها هم با سرعت ثابت  $V_0$  و زاویه‌ی ثابت  $\theta_0$  از سرچنگی خارج شده و به طور هم‌زمان به هدف برخورد می‌کنند.

با توجه به این که مرکز سنسور فیوز نسبت به نقطه‌ی اینرسی چسبیده به زمین، با سرعت ثابت  $V_m$  از دید دستگاه اینرسی، حرکت می‌کند، می‌توان این نقطه را به عنوان نقطه‌ی اینرسی در نظر گرفت [۷]. در ادامه تحلیل‌های انجام شده در سیستم اینرسی جدید که در آن مرکز سنسور فیوز نقطه‌ی مرجع است، ارائه می‌شود.

سینماتیک درگیری موشک و هدف در سیستم اینرسی جدید در شکل ۴ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، بردار مکان هدف نسبت به نقطه‌ی اینرسی جدید در لحظه‌ی آشکارسازی هدف می‌باشد.

پس با تغییر نقطه‌ی اینرسی، بردار سرعت هدف از دید دستگاه اینرسی به صورت زیر قابل بیان خواهد بود،

$$\mathbf{V}_{MT} = \mathbf{V}_T - \mathbf{V}_M \quad (1)$$

همچنین در این سیستم اینرسی، سرعت موشک صفر بوده، بنابراین انفجار سرچنگی در حالت استاتیک صورت می‌گیرد. به عبارت دیگر با انفجار سرچنگی ترکش‌ها در راستای بردار سرعت  $\mathbf{V}_0$  از سرچنگی خارج می‌شوند.

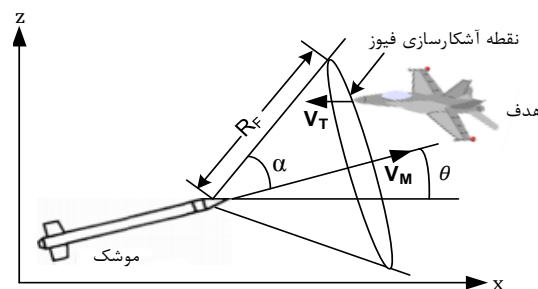
چندین نوع فیوز مجاروتی وجود دارد؛ فوتوالکترونیک، صوتی، رادیویی و الکترواستاتیکی. هر کدام از این فیوزها می‌توانند از قبل تنظیم شوند تا زمانی که شدت مشخصه‌های هدف به مقدار آستانه‌ای که فیوز به آن حساس است، دست یافت، عمل کنند. این فیوزها طوری طراحی می‌شوند که سرچنگی در مؤثرترین زمان و مکان نسبت به هدف منفجر شود.

اگر چه انواع فیوزهای مجاروتی به طور آزمایشگاهی استفاده شده‌اند، اما فیوز مجاروتی رادیویی مؤثرتر از انواع دیگر است. با نزدیک شدن موشک به هدف، انعکاس امواج رادیویی فرکانس بالای برخوردی به هدف، توسط گیرنده فیوز دریافت می‌شود. در فیوز رادیویی فعال، فیوز علاوه بر گیرنده دارای فرستنده نیز می‌باشد. اما در حالت نیمه‌فعال، منبع انتشار امواج رادیویی در سایت زمینی قرار گرفته است. سیگنال منعکس شده وقتی که توسط موشک دریافت می‌شود، به علت حرکت نسبی موشک و هدف، در فرکانس بالاتری نسبت به سیگنال ارسالی قرار دارد. این دو سیگنال وقتی با هم ترکیب می‌شوند، با توجه به پدیده‌ی داپلر می‌توانند اختلاف فازی ایجاد کنند که دامنه‌ی آن تابعی از فاصله‌ی موشک تا هدف است. وقتی این دامنه به سطح از پیش تعیین شده‌ای برسد، فیوز فعال می‌شود. در ادامه فیوز مجاروتی مینا قرار داده می‌شود.

#### ۴- سینماتیک درگیری موشک و هدف در لحظه‌ی

##### آشکارسازی هدف

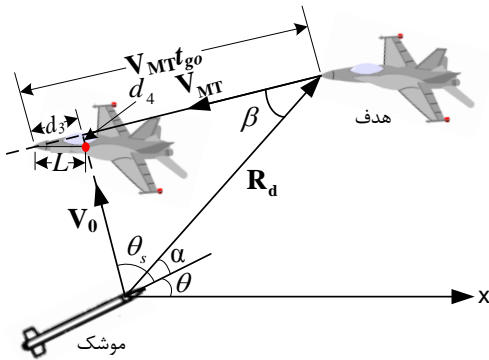
همان‌طور که گفته شد، در همه‌ی فیوزهای مجاروتی سنسوری با پهنای دید قطبی وجود دارد که هدف را در جلوی موشک آشکار می‌کند. مشخصه‌ی این پهنای دید، زاویه‌ی  $\alpha$  است که به زاویه‌ی مایل<sup>۱</sup> مشهور می‌باشد. در شکل ۳، سینماتیک درگیری موشک و هدف در لحظه‌ی آشکارسازی هدف توسط فیوز مجاروتی با زاویه‌ی مایل ثابت در دستگاه اینرسی نشان داده شده است.



شکل ۳: آشکارسازی هدف توسط فیوز با زاویه مایل ثابت

<sup>۱</sup> Lean angle

نوک هدف باشد، مورد اصابت ترکش‌ها قرار بگیرد، بایستی معادله‌ی  $t_d$  را اصلاح کرد. بدین منظور شکل ۵ در نظر گرفته می‌شود.



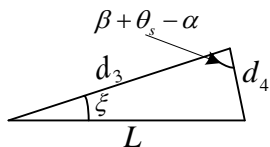
شکل ۵: سینماتیک درگیری در حالتی که نقطه برخورد به فاصله‌ی  $L$  از نوک هدف قرار دارد.

همان‌طور که در شکل ۵ مشاهده می‌شود، هدف از لحظه‌ی آشکارسازی تا لحظه‌ی برخورد، فاصله‌ی  $V_{mt} t_{go}$  را در راستای بردار سرعت نسبی طی کرده است. نقطه‌ی برخورد ترکش‌ها به هدف نیز به فاصله‌ی  $L$  عقب‌تر از نوک هدف قرار دارد. در دو مثلث ترسیم شده در شکل فوق می‌توان روابط زیر را نوشت،

$$\frac{V_{mt} t_{go} - d_3}{\sin(\theta_s - \alpha)} = \frac{R_d}{\sin(\beta + \theta_s - \alpha)} = \frac{t_f V_0 + d_4}{\sin \beta} \quad (7)$$

$$\frac{L}{\sin(\beta + \theta_s - \alpha)} = \frac{d_4}{\sin \xi} = \frac{d_3}{\sin(\beta + \theta_s - \alpha + \xi)} \quad (8)$$

برای نوشتن رابطه‌ی (۸)، از بزرگ‌نمایی انجام شده در شکل ۶ استفاده شده است.



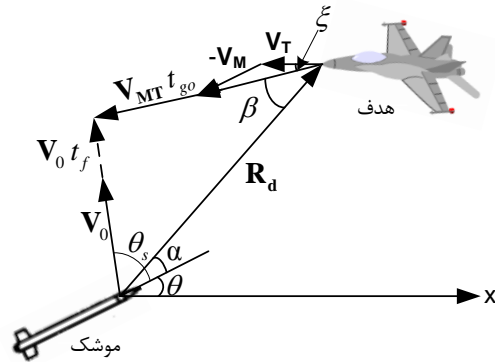
شکل ۶: بزرگ‌نمایی مثلث کوچک‌تر در شکل ۵

با محاسبه‌ی  $t_{go}$  و  $t_f$  از معادله‌های بالا، تأخیر زمانی برحسب تأخیر زمانی محاسبه شده در رابطه‌ی (۶)، به صورت زیر قابل بیان خواهد بود [۱]،

$$t_{d_{new}} = t_d + \frac{L}{\sin(\beta + \theta_s - \alpha)} \left( \frac{\sin(\theta + \theta_s)}{V_{mt}} + \frac{\sin \xi}{V_0} \right) \quad (9)$$

## ۶- طراحی تأخیر زمانی بهینه

با توجه به رابطه‌ی بدست آمده برای تأخیر زمانی در بخش قبل، ملاحظه می‌شود که  $t_d$  تابعی از فاصله‌ی بین موشک و هدف در لحظه‌ی آشکارسازی، سرعت نسبی بین موشک و هدف، سرعت و زاویه‌ی خروج ترکش و زاویه‌ی مایل فیوز می‌باشد. به دلیل در دسترس



شکل ۴: سینماتیک درگیری مفروض با لحاظ کردن زاویه‌ی خروج ترکش در سناریوی دوم

متغیر  $t_{go}$  مدت زمان حرکت هدف از لحظه‌ی آشکارسازی آن توسط فیوز تا لحظه‌ی برخورد ترکش‌ها به آن و  $t_f$  زمان پرواز ترکش‌ها می‌باشد.  $\xi$  زاویه‌ی بین بردارهای سرعت نسبی و سرعت هدف بوده و برابر است با  $\xi = \tan^{-1} \left( \frac{V_m \sin \theta}{V_m \cos \theta + V_t} \right)$ . با معلوم شدن زاویه‌ی  $\xi$ ، زاویه‌ی  $\beta$  را نیز به صورت زیر می‌توان محاسبه کرد،

$$\beta = \alpha + \theta - \xi \quad (2)$$

در شکل ۴ مثالی که اضلاع آن بردارهای  $\mathbf{R}_d$ ،  $\mathbf{V}_0$  و  $t_f \mathbf{V}_0$  و  $\mathbf{V}_{MT}$  هستند، در نظر گرفته می‌شود. در این مثلث زاویه‌ی بین بردارهای  $\mathbf{V}_0$  و  $\mathbf{R}_d$ ،  $\theta_s - \alpha$  است. بنابراین زاویه‌ی بین بردارهای  $\mathbf{V}_{MT}$  و  $\mathbf{V}_0$  برابر می‌شود با  $\pi - (\theta_s - \alpha) - \beta$ . حال با استفاده از قانون سینوس‌ها در مثلث فوق می‌توان رابطه‌ی زیر را نوشت،

$$\frac{R_d}{\sin(\beta + \theta_s - \alpha)} = \frac{t_{go} V_{mt}}{\sin(\theta_s - \alpha)} = \frac{t_f V_0}{\sin \beta} \quad (3)$$

با برابر قرار دادن تساوی اول و سوم (از سمت چپ)، مدت زمان پرواز ترکش‌ها به صورت زیر حاصل می‌شود،

$$t_f = \frac{R_d \sin \beta}{V_0 \sin(\beta + \theta_s - \alpha)} \quad (4)$$

حال تساوی اول و دوم رابطه‌ی (۳) را برابر هم قرار می‌دهیم،

$$t_{go} = \frac{R_d \sin(\theta_s - \alpha)}{V_{mt} \sin(\beta + \theta_s - \alpha)} \quad (5)$$

بنابراین تأخیر زمانی موردنیاز به کمک رابطه‌ی زیر قابل محاسبه است،

$$t_d = t_{go} - t_f = \frac{R_d}{\sin(\beta + \theta_s - \alpha)} \left( \frac{\sin(\theta_s - \alpha)}{V_{mt}} - \frac{\sin \beta}{V_0} \right) \quad (6)$$

با اعمال تأخیر زمانی محاسبه شده، ترکش‌ها به اولین نقطه‌ای از هدف که توسط فیوز آشکار می‌شود، برخورد می‌کنند. برای این‌که قسمت آسیب‌پذیر هدف که ممکن است به فاصله‌ی  $L$  عقب‌تر از

با فرض این که بردار سرعت موشک در راستای بردار سرعت هدف قرار داشته و زاویه خروج ترکش از سرچنگی در حالت استاتیکی ۹۰ درجه باشد، رابطه‌ی (۱۰) به صورت زیر ساده می‌شود،

$$\frac{\cos \alpha}{V_{mt}} > \frac{\sin \alpha}{V_0} \quad (11)$$

پس زاویه‌ی مایل فیوز طبق رابطه‌ی زیر محدود خواهد شد،

$$\alpha < \tan^{-1} \left( \frac{V_0}{V_{mt}} \right) \quad (12)$$

چنانچه سرعت استاتیک ترکش‌ها  $3000 \text{ m/s}$  و بازه‌ی تغییرات سرعت نسبی  $500 \text{ m/s}$  تا  $1500 \text{ m/s}$  در نظر گرفته شود، آن‌گاه کران بالای زاویه‌ی مایل  $63.43^\circ$  می‌شود.

اکنون حالتی بررسی می‌شود که در آن  $\theta$  برابر صفر نیست.

این حالت زاویه‌ی  $\beta$  برابر زاویه‌ی  $\alpha$  نبوده و بایستی  $\sin \beta$  برحسب دیگر پارامترها محاسبه شود. با تعریف زاویه‌ی  $\psi$  به صورت  $\xi - \theta = \psi$  داریم،

$$\tan \psi = \frac{\tan \theta - \frac{V_m \sin \theta}{V_m \cos \theta + V_t}}{1 + \tan \theta \frac{V_m \sin \theta}{V_m \cos \theta + V_t}} \quad (13)$$

لازم به ذکر است که زاویه‌ی  $\psi$  زاویه‌ی نزدیک‌شوندگی موشک و هدف بوده که برابر با زاویه‌ی بین بردار سرعت نسبی و محور طولی موشک می‌باشد. با استفاده از روابط مثلثاتی، رابطه‌ی فوق را به صورت مناسب‌تری می‌توان بیان نمود،

$$\tan \psi = \frac{\sin \theta}{\cos \theta + V_m/V_t} \quad (14)$$

$\sin \beta$  را نیز به صورت زیر می‌توان نوشت،

$$\sin \beta = \sin(\alpha + \psi) = \sin \alpha \cos \psi + \cos \alpha \sin \psi \quad (15)$$

با جایگذاری رابطه‌ی (۱۵) در رابطه‌ی (۱۰) و کمی مرتب‌سازی، این نامساوی به صورت زیر حاصل می‌شود [۱]،

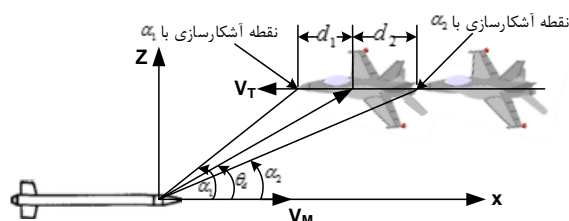
$$\alpha < \tan^{-1} \left( \frac{V_0/V_{mt} - \sin \psi}{\cos \psi} \right) \quad (16)$$

در شکل ۸ نحوه‌ی تغییرات کران بالای زاویه‌ی مایل فیوز برحسب زاویه‌ی  $\theta$  مشاهده می‌شود. ملاحظه می‌شود که به ازای  $\theta$  های مختلف کوچک‌ترین کران بالای  $\alpha$ ، برابر با  $61.58^\circ$  است.

نبودن تمامی پارامترهای ذکر شده، بایستی بتوان با استفاده از ورودی‌های محدود، تخمینی بهینه از  $f_d$  ارائه نمود. بدین منظور در ابتدا مقدار مناسبی برای زاویه‌ی مایل فیوز در جهت افزایش احتمال آشکارسازی هدف انتخاب می‌گردد. در ادامه مقدار ثابتی برای تأخیر زمانی در راستای افزایش احتمال برخورد ترکش‌ها به هدف تخمین زده می‌شود. سپس تأخیر زمانی به صورت تابعی از بعضی پارامترهای قابل اندازه‌گیری مانند سرعت نزدیک‌شوندگی طراحی می‌گردد.

#### ۶-۱- انتخاب زاویه مایل مناسب

اولین نکته‌ای که در طراحی زاویه مایل فیوز باید مورد توجه قرار داد، مقدار زاویه‌ی دینامیکی خروج ترکش ( $\theta_d$ ) است. در انفجار دینامیکی سرچنگی بردار سرعت نسبی به صورت برداری به بردار سرعت استاتیک ترکش‌ها اضافه شده و زاویه‌ی دینامیکی خروج ترکش نسبت به هدف حاصل می‌شود. اگر زاویه‌ی دینامیکی خروج ترکش کمتر از زاویه‌ی مایل باشد ( $\alpha_1$ )، ترکش‌ها مطابق شکل ۷، به فاصله‌ی  $d_1$  عقب‌تر از نوک هدف به آن برخورد خواهند کرد. حال اگر زاویه‌ی مایل فیوز به زیر زاویه‌ی  $\theta_d$  کاهش یابد ( $\alpha_2$ )، آن‌گاه ترکش‌ها مسافتی ( $d_2$ ) جلوتر از هدف، از امتداد بردار سرعت آن عبور می‌کنند. فاصله‌ی  $d_2$  را نیز می‌توان با افزودن تأخیر زمانی از زمان آشکارسازی تا زمان انفجار، کاهش داد.



شکل ۷: مقایسه‌ی زوایای مایل مختلف فیوز

بنابراین می‌توان زاویه‌ی خروج استاتیکی ترکش را به گونه‌ای طراحی کرد که زاویه‌ی خروج دینامیکی از زاویه‌ی مایل فیوز بزرگ‌تر شود و با افزودن تأخیر زمانی مناسب، ترکش‌ها به قسمت آسیب‌پذیر هدف برخورد کنند.

انتخاب زاویه‌ی مایل فیوز به گونه‌ای که کوچک‌تر از زاویه‌ی خروج ترکش‌ها باشد، موجب می‌شود تا زمان لازم برای تصمیم‌گیری جهت انفجار به‌موقع سرچنگی وجود داشته باشد. به عبارت دقیق‌تر در این حالت می‌توان تأخیر زمانی بین لحظه‌ی آشکارسازی هدف تا لحظه‌ی انفجار سرچنگی تعریف کرد. بنابراین یک معیار برای انتخاب مقداری مناسب برای این زاویه آن است که تأخیر زمانی محاسبه شده در رابطه‌ی (۶) بزرگ‌تر از صفر باشد. برای این که  $f_d > 0$  باشد، کافی است رابطه‌ی زیر برقرار باشد،

$$\frac{\sin(\theta_s - \alpha)}{V_{mt}} > \frac{\sin \beta}{V_0} \quad (10)$$

### ۶-۲- طراحی تأخیر زمانی ثابت

در این قسمت به ازای سناریوی پروازی با مسیر موازی ( $\theta = 0$ )، تأخیر زمانی ثابتی طراحی می‌شود. فرض می‌شود که زاویه خروج ترکش‌ها در حالت استاتیکی برابر  $90^\circ$  درجه است. پس مطابق رابطه‌ی (۹) تأخیر زمانی مورد نیاز به ازای  $\theta = 0$  و  $\theta_s = 90^\circ$ ، از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود،

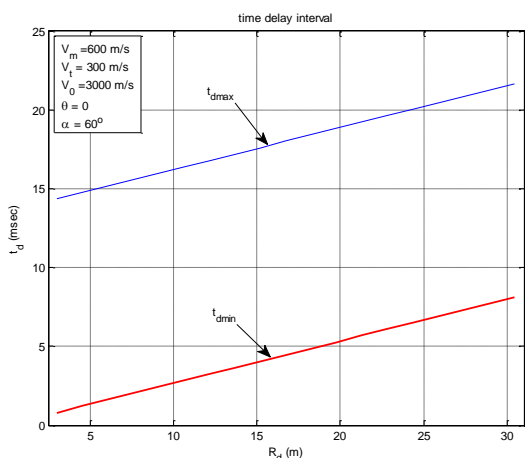
$$t_d = \frac{R_d \cos \alpha}{V_{mt}} - \frac{R_d \sin \alpha}{V_0} + \frac{L}{V_{mt}} \quad (17)$$

اگر متغیر  $L$  صفر در نظر گرفته شود، اولین نقطه‌ی آشکار شده توسط فیوز مورد اصابت ترکش‌ها قرار می‌گیرد. در این حالت کوچک‌ترین تأخیر زمانی قابل اعمال توسط فیوز حاصل می‌شود. همچنین با برابر قرار دادن متغیر  $L$  با طول هدف ( $L_f$ )، بزرگ‌ترین تأخیر زمانی مجاز بدست می‌آید. پس داریم،

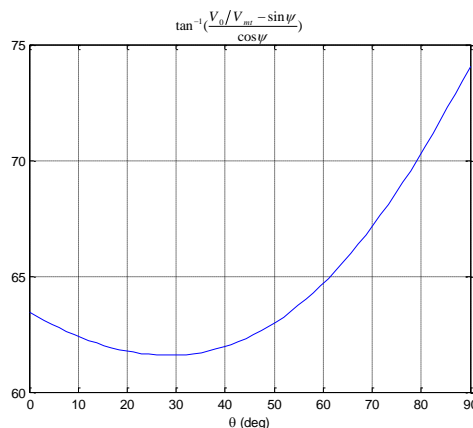
$$t_{d_{min}} = \frac{R_d \cos \alpha}{V_{mt}} - \frac{R_d \sin \alpha}{V_0} \quad (18)$$

$$t_{d_{max}} = \frac{R_d \cos \alpha}{V_{mt}} - \frac{R_d \sin \alpha}{V_0} + \frac{L_f}{V_{mt}} \quad (19)$$

در شکل ۱۰ بازه‌ی مجاز تأخیر زمانی که منجر به برخورد ترکش‌ها به هدف می‌شود، برحسب فاصله‌ی موشک و هدف در لحظه‌ی آشکارسازی نشان شده است. در ترسیم این شکل سرعت نسبی بین موشک و هدف برابر با  $900 \text{ m/s}$  در نظر گرفته شده است. با توجه به این منحنی‌ها می‌توان انتظار داشت که با اعمال یک تأخیر زمانی ۸ تا ۱۴ میلی‌ثانیه، پرتو ترکش به هدف اصابت کند. چنین منحنی‌هایی را می‌توان برای سرعت نسبی‌های مختلف ترسیم کرد. در شکل ۱۱ منحنی‌های کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین تأخیر زمانی برحسب  $R_d$  به ازای سرعت‌های نسبی مختلف ترسیم شده است.

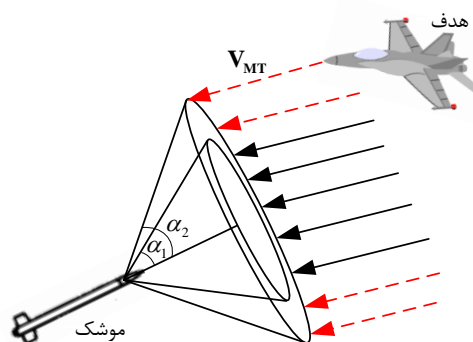


شکل ۱۰: نحوه تغییرات بازه‌ی تأخیر زمانی مجاز برحسب  $R_d$



شکل ۸: نحوه‌ی تغییرات کران بالای زاویه مایل برحسب زاویه  $\theta$

بنابراین برای این که تأخیر زمانی از لحظه‌ی آشکارسازی هدف تا لحظه‌ی انفجار قابل تعریف باشد ( $t_d > 0$ )، زاویه‌ی مایل فیوز بایستی کوچک‌تر از مقدار ثابتی انتخاب شود که این مقدار ثابت به ازای تغییرات سرعت نسبی در بازه‌ی  $500 \text{ m/s}$  تا  $1500 \text{ m/s}$  و سرعت استاتیک ترکش برابر با  $3000 \text{ m/s}$ ،  $61.58^\circ$  بدست آمد. اما نکته‌ی دیگری که در انتخاب این زاویه باید مورد توجه قرار داد این است که هر چه مقدار این زاویه بزرگ‌تر باشد، مطابق شکل ۹، سنسور فیوز قادر به آشکارسازی سناریوهای بیشتری خواهد بود.

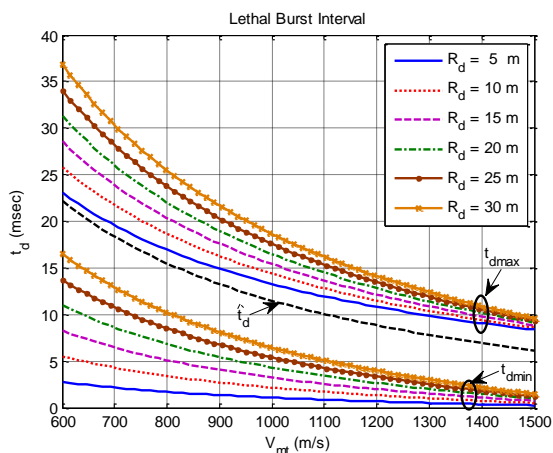


شکل ۹: تأثیر مقدار زاویه‌ی مایل فیوز بر سناریوهای آشکار شده توسط فیوز

دسته خطوط ترسیم شده در شکل ۹، مسیرهای درگیری نسبی بین موشک و هدف می‌باشند که از لحاظ کمترین فاصله‌ی بین موشک و هدف در طول پرواز متفاوت هستند. مشاهده می‌شود که برخی از این سناریوها در محدوده‌ی دید فیوز با زاویه‌ی مایل  $\alpha_1$  قرار نگرفته و توسط این فیوز آشکار نخواهند شد. این سناریوهای آشکار نشده با خط چین ترسیم شده‌اند.

با توجه به توضیحات ارائه شده، مقدار  $60^\circ$  به عنوان مقداری مناسب برای زاویه‌ی مایل فیوز انتخاب می‌شود.

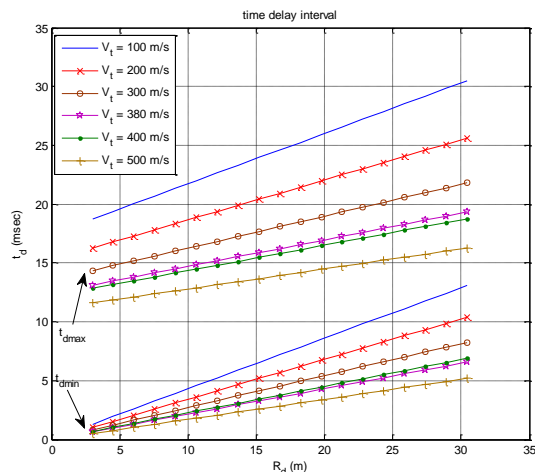
به صورت رابطه‌ی (۲۱)، همواره ترکش‌ها به هدف برخورد خواهند کرد.



شکل ۱۲: بازه تأخیر زمانی برحسب سرعت نسبی و به ازای  $R_d$  های مختلف

در طراحی تأخیر زمانی بهینه فرض شد که با انفجار سرچنگی، همه‌ی ترکش‌ها در یک راستا (عمود بر محور طولی موشک) از سرچنگی خارج می‌شوند. در ادامه با حذف این فرض (در نظر گرفتن الگوی پخش ترکش‌ها)، تأخیر زمانی ارائه شده در رابطه‌ی (۲۱) مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

ترکش‌ها به صورت شکل ۱۳ در قطاع زاویه‌ای  $(\theta_{s2} - \theta_{s1})$  توزیع می‌شوند که  $\theta_{s1}$  و  $\theta_{s2}$  به ترتیب زاویه‌ی خروج استاتیکی اولین و آخرین ردیف ترکش می‌باشند. با فرض اینکه ترکش‌ها در الگوی نشان داده شده به صورت یکنواخت توزیع شده باشند، می‌توان تابع احتمال برخورد ترکش‌ها به هدف  $(P_h)$  را تعریف نمود. چنانچه همه‌ی ترکش‌ها به هدف برخورد کنند، مقدار این تابع برابر یک شده، در غیر این صورت  $P_h$  از نسبت ترکش‌های برخوردی به کل ترکش‌ها محاسبه می‌شود. با اعمال تأخیر زمانی‌های مختلف، تعداد ترکش‌های برخوردکننده به هدف نیز متفاوت خواهد شد. در شکل ۱۴ تابع احتمال برخورد برحسب تأخیر زمانی به ازای مقادیر متفاوت برد آشکارسازی ترسیم شده است. سرعت نسبی برابر با  $900 m/s$  و طول هدف  $12 m$  فرض شده است. زوایای خروج ترکش‌ها نیز به صورت  $\theta_{s1} = 80^\circ$  و  $\theta_{s2} = 100^\circ$  در نظر گرفته شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش برد آشکارسازی، بازه‌ای از تأخیر زمانی که منجر به برخورد همه‌ی ترکش‌ها به هدف می‌شود  $(P_h = 1)$ ، کاهش یافته است. همچنین در شکل ۱۴ مقدار احتمال برخورد به ازای تأخیر زمانی تخمین زده شده در رابطه‌ی (۲۱) مشخص شده است. ملاحظه می‌شود که تأخیر زمانی طراحی شده به ازای همه‌ی مقادیر در نظر گرفته شده‌ی  $R_d$ ، احتمال برخورد یک را نتیجه می‌دهد.



شکل ۱۱: بازه تأخیر زمانی مجاز برحسب فاصله موشک و هدف در زمان  $t_{det}$  و به ازای سرعت‌های نسبی مختلف

همان‌طور که در شکل ۱۱ قابل مشاهده است، اگر سرعت هدف بزرگتر از  $380 m/s$  شود، نمی‌توان تأخیر زمانی ثابتی تخمین زد. پس چنانچه تأخیر زمانی ثابتی در نظر گرفته شود، امکان برخورد ترکش‌ها به هدف در تمام سناریوهای ممکن وجود نخواهد داشت. در ادامه تأخیر زمانی به صورت تابعی از سرعت نسبی بین موشک و هدف تخمین زده می‌شود.

### ۳-۶- طراحی تأخیر زمانی به صورت تابعی از سرعت نسبی

با توجه به معادله‌ی تأخیر زمانی در رابطه‌ی (۱۷) ملاحظه می‌شود که تأخیر زمانی با سرعت نسبی رابطه‌ی عکس دارد. بنابراین  $t_d$  را می‌توان به صورت زیر به صورت تابعی از سرعت نسبی طراحی کرد،

$$\hat{t}_d = \frac{k_1}{V_{mt}} - k_2 \quad (20)$$

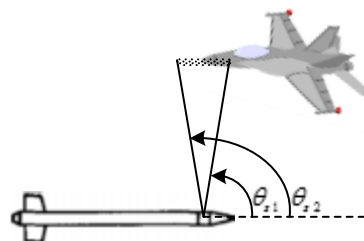
پارامترهای  $k_1$  و  $k_2$  را بایستی طوری تخمین زد که تأخیر زمانی به ازای تمام سناریوهای ممکن، بهینه باشد. نحوه‌ی تغییرات کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین تأخیر زمانی برحسب سرعت نسبی در شکل ۱۲ نمایش داده شده است. با انتخاب پارامترهای  $k_1$  و  $k_2$  به صورت  $k_1 = 16$ ,  $k_2 = 0.0045$ ، رابطه‌ی (۲۰) به صورت زیر خواهد شد،

$$\hat{t}_d = \frac{16}{V_{mt}} - 0.0045 \quad (21)$$

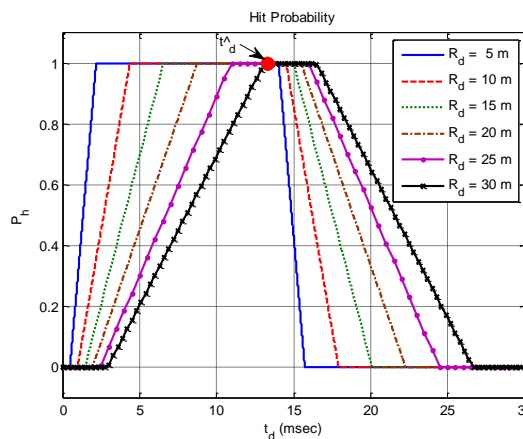
در رابطه‌ی فوق  $V_{mt}$  برحسب  $m/s$  و  $\hat{t}_d$  برحسب ثانیه است. منحنی تأخیر زمانی تخمین زده شده در شکل ۱۲ با خط‌چین ترسیم شده است. مشاهده می‌شود که به ازای مقادیر مختلف سرعت نسبی و فاصله‌ی موشک و هدف در لحظه‌ی آشکارسازی، با اعمال تأخیر زمانی



زاویه  $\theta$  به صورت یک متغیر تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه  $(0^\circ, 50^\circ)$  در نظر گرفته شود، می توان به کمک روش مونت کارلو، صحت تأخیر زمانی طراحی شده را بررسی نمود. در این شبیه سازی به ازای هر  $V_{mt}$ ، معادلات مربوطه ۱۰۰۰ بار حل شده است. سپس به ازای هر مقدار از سرعت نسبی، ۱۰۰۰ داده برای احتمال برخورد وجود دارد که با میانگین گیری از این داده ها تابع احتمال برخورد متناظر با هر  $V_{mt}$  حاصل می شود. نتیجه شبیه سازی مونت کارلو به ازای مقادیر متفاوت برد آشکار سازی در شکل ۱۶ دیده می شود. با توجه به این شکل می توان نتیجه گرفت که تأخیر زمانی طراحی شده در این مقاله در سناریوهای درگیری مختلف با احتمال بیشتر از ۰.۹ منجر به برخورد ترکش ها به هدف خواهد شد.



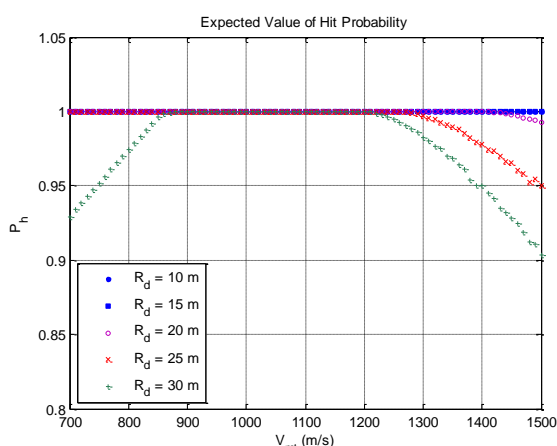
شکل ۱۳: الگوی پخش ترکش ها در لحظه برخورد



شکل ۱۴: نحوه تغییرات تابع احتمال برخورد بر حسب تأخیر زمانی به ازای

$R_d$  های مختلف

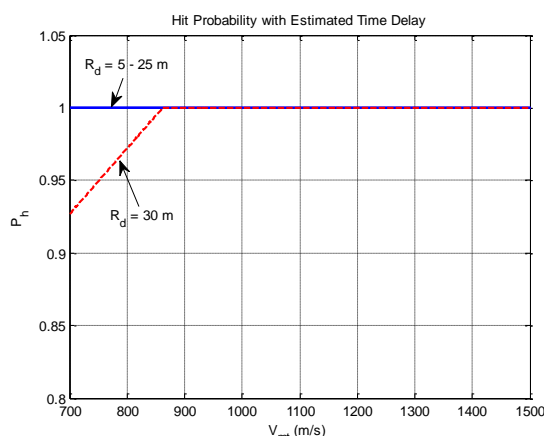
در شکل ۱۵ نحوه تغییرات تابع احتمال برخورد بر حسب سرعت نسبی و به ازای چند  $R_d$  مختلف نشان داده شده است. تأخیر زمانی متناظر با هر سرعت نسبی نیز از رابطه (۲۱) تخمین زده شده است. مشاهده می شود که ترکش ها به ازای  $R_d$  های ۵ متر تا ۲۵ متر همواره با احتمال ۱۰۰ درصد به هدف برخورد می کنند. تنها به ازای  $R_d = 30m$ ، تابع  $P_h$  با کاهش سرعت نسبی تا حدود ۷ درصد از مقدار یک کمتر شده است.



شکل ۱۶: مقدار میانگین تابع احتمال برخورد به ازای توزیع یکنواخت زاویه  $\theta$

### ۷- نتیجه گیری

در این مقاله، عملکرد فیوز به عنوان یکی از مهم ترین عوامل تأثیرگذار بر احتمال کشندگی سامانه ای سلاح بررسی شد. با تغییر نقطه ای اینرسی به مرکز سنسور فیوز، مسأله ای تأخیر زمانی مورد نیاز از لحظه ای آشکار سازی هدف توسط سنسور فیوز تا لحظه ای انفجار سرچنگی در دستگاه اینرسی دوبعدی حل شده و رابطه ای ساده ای برای تأخیر زمانی بدست آمد که نحوه ای اثر گذاری هر یک از پارامترهای دخیل در آن از جمله سرعت نسبی بین موشک و هدف به خوبی دیده می شود. سپس معیار  $t_d > 0$  برای انتخاب بهینه ای زاویه ای مایل فیوز معرفی شد. مشاهده شد که با توجه به این معیار، زاویه ای  $\alpha$  نباید بزرگ تر از یک مقدار مشخصی انتخاب شود. کران بالای زاویه ای مایل فیوز تابعی از سرعت نسبی، سرعت استاتیک ترکش و زاویه ای نزدیک شونده موشک و هدف است. در ادامه به دلیل در دسترس نبودن تمامی پارامترهای مؤثر بر تأخیر زمانی، بازه ای ثابت برای تأخیر زمانی ارائه شد. از آن جا که این مقادیر ثابت به ازای تمام سناریوهای درگیری ممکن به برخورد ترکش ها به هدف منجر نمی شوند، در ادامه تأخیر زمانی به صورت تابعی از سرعت نزدیک شونده موشک و هدف طراحی شد. در پایان نیز با حذف گام به گام فرض های در نظر



شکل ۱۵: نحوه تغییرات تابع احتمال برخورد به ازای تأخیر زمانی تخمینی

بر حسب سرعت نسبی

اما موضوع دیگری که در طراحی تأخیر زمانی فرض شده بود، موازی بودن مسیر موشک و هدف است ( $\theta = 0$ ). حال چنانچه

- گرفته شده، دیده شد که تأخیر زمانی طراحی شده در سناریوهای درگیری مختلف، منجر به برخورد ترکش‌ها به هدف با احتمال بزرگ‌تر از ۰.۹ می‌شود.
- ۸- مراجع**
- [۱] پارساژاد، ز.، "تحلیل توزیع احتمال در ناحیه انهدام یک سامانه"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده مهندسی برق، دی ماه ۱۳۹۱.
- [2] Macfadzean, Robert H.M, "Surface based air defense system analysis", Artech House, Norwood, MA, 1992.
- [3] Richard M. Lloyd, "Conventional Warhead Systems Physics and Engineering Design", American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc. 1998
- [4] CDR, Joseph Hall, "Principles of Naval Weapons Systems", USN.
- [5] "Principles of Guided Missile and Nuclear Weapons", U. S. Navy Training Publications Center, under direction of the Bureau of Naval Personnel, 1959.
- [6] "Fuzes", Engineering Design Handbook, Ammunition Series, AMCP 706-210, 1969.
- [۷] حیرانی نویری، ج.، "جزوه درس ناوبری"، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده مهندسی برق، بهار ۱۳۹۰.