

تحلیل فاصله خطای استراتژی ناوبری تناسبی با بازخورد شتاب و سرعت زاویه بدنه با استفاده از روش الحاقی

سید حمید جلالی نائینی^۱

^۱ استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، گروه هوافضا، دانشگاه تربیت مدرس، shjalalinaini@modares.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۱/۱۲/۲۲، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۲/۳/۵)

چکیده: در این مقاله، حل تحلیلی فاصله خطای استراتژی بهبود یافته ناوبری تناسبی با بازخورد سرعت زاویه بدنه و شتاب جانبی در حضور اثر رادوم و نویز جستجوگر با استفاده از روش الحاقی ارائه شده است. دینامیک سیستم کنترل با یک تابع تبدیل مرتبه اول مدل شده است. با فرضیات مذکور، تابع تبدیل از نرخ چرخش خطدیده به شتاب جانبی بصورت یک تابع تبدیل مرتبه اول بدست می آید. بنابراین، ضریب ناوبری معادل و ثابت زمانی معادل آن بر حسب شیب رادوم و ضرایب قانون هدایت حاصل می شود. در نتیجه، اثرات رادوم، بازخورد شتاب جانبی و مشتق آن در ثابت زمانی و ضریب ناوبری معادل و در نتیجه فاصله خطا حاصل می آید. روابط منتج با تحلیل عددی آماري صحه گذاری شده است. در ادامه، ضرایب قانون هدایت مذکور به منظور بهبود عملکرد هدایت تناسبی بصورت متغیر، طراحی و ارائه شده است که سبب افزایش محدوده پایداری و کاهش فاصله خطا می شود.

کلمات کلیدی: فاصله خطا، اثر رادوم، نویز جستجوگر، روش الحاقی

Miss Distance Analysis of Proportional Navigation Strategy with Acceleration and Body Rate Feedback using Adjoint Method Seyed Hamid Jalali Naini

Abstract: This paper presents analytical solution of miss distance of a proportional navigation (PN) modified with body rate and lateral acceleration feedback using adjoint method in the presence of radome effect and seeker noise. The control system dynamics is modeled by a first-order transfer function. Therefore, the transfer function from line-of-sight rate to lateral acceleration is derived as a first-order transfer function, for which the equivalent time constant and gain are obtained in terms of radome slope and guidance coefficients. Consequently, the miss distance relations due to radome slope and seeker noise are obtained in terms of the radome slope and the acceleration and its rate feedback. The resulting relations are verified using statistical analysis. Moreover, the guidance law coefficients are designed as variables to enhance the PN performance, thereby increasing the stability region and reducing the miss distance.

Keywords: Miss distance, radome effect, seeker noise, adjoint method.

هوا و هوا به هوا دارد [۱]. در این قانون هدایت، دستور شتاب متناسب با نرخ چرخش خطدیده اعمال می شود. به منظور بهبود عملکرد هدایت تناسبی، استراتژیهای متعددی تاکنون معرفی شده است. تحلیل فاصله خطا در اصابت (یا به اختصار فاصله خطا) برای هدایت تناسبی در مراجع موجود است؛ اما بررسی کامل عددی یا تحلیلی برای هر یک از این

۱- مقدمه

هدایت ناوبری تناسبی (یا به اختصار هدایت تناسبی) و استراتژیهای بهبود یافته آن کاربرد زیادی در هدایت پایانی موشکهای رهگیر زمین به

همانطور که اشاره شد، عوامل متعددی در فاصله خطای دخیل هستند که طراحی هدایت تناسبی با یک (یا دو پارامتر) برای ارضای فاصله خطای مطلوب را دشوار یا ناممکن می‌کند. بطور مثال با استفاده از هدایت تناسبی (بدون تغییر ضریب ناوبری یا ثابت زمانی) نمی‌توان موشک را برای ارتفاع پایین و بالا طراحی کرد. ارتفاعات پایین و بالا هر کدام ملاحظات خاص خود را دارد [۱۲، ۱۳]. با استفاده از تغییر این پارامترها، شرایط بهتر می‌شود؛ اما هنوز طراحی دشوار است. جبران اثر رادوم می‌تواند، عملکرد هدایت تناسبی را تا حد زیادی بهبود بخشد. یکی از روشهای شناخته شده کلاسیک برای جبران اثر رادوم، بازخورد سرعت زاویه بدنه است [۱۳]. البته تاکنون روشهای مدرن، اتفاقی و فیلترینگ متعددی برای جبران اثر رادوم در منابع آمده است [۱۸-۱۴]. همچنین استفاده از استراتژیهای بهبود یافته هدایت تناسبی می‌تواند، طراحی برای افزایش پوشش ارتفاع را بهبود دهد. در این خصوص می‌توان به قوانین هدایت تناسبی شبه کلاسیک و نتوکلاسیک [۱۰] اشاره نمود.

در تحقیق حاضر، استراتژی هدایت تناسبی با بازخورد شتاب جانبی (و نرخ آن) مد نظر است که می‌تواند به نوعی در طبقه‌بندی هدایت تناسبی نتوکلاسیک قرار گیرد. بنابراین پس از ذکر مقدمات در بخش اول، فرضیات و مدلسازی با بازخورد سرعت زاویه بدنه برای تقلیل اثر رادوم در بخش دوم تشریح می‌شود. در صورتی که سیستم کنترل مرتبه اول فرض شود، می‌توان نشان داد که تابع تبدیل معادل بصورت مرتبه اول می‌شود و لذا حل تحلیلی فاصله خطای با استفاده از روش الحاقی براحتی استخراج می‌شود که این موضوع در بخش سوم آمده است. استخراج ضرایب معادل برای ضریب ناوبری و ثابت زمانی، امکان استخراج روابطی برای محاسبه ضرایب قانون هدایت مذکور را میسر می‌سازد. روابط مذکور در بخش چهارم با ذکر مثالهایی ارائه شده است. نوآوری مقاله که در بخش سوم و چهارم آمده است در بخش پنجم جمع‌بندی و نتیجه‌گیری می‌شود.

۲- معادلات خطی شده هدایت

مطابق شکل ۱، دیاگرام بلوکی مسئله خطی شده هدایت و کنترل نمایش داده شده است که در آن s متغیر حوزه لاپلاس است. برای خطی‌سازی معادلات فرض می‌شود که زاویه خط‌دید (λ) کوچک باقی می‌ماند و از رابطه $\lambda = y / v_c t_{go}$ تقریب زده می‌شود که در آن، v_c سرعت نزدیک شدن موشک به هدف است که ثابت فرض شده و t_{go} زمان باقیمانده تا اصابت (یا کمترین فاصله) است $(t_{go} = t_f - t)$. در این بررسی، زمان نهایی t_f معلوم فرض می‌شود. همچنین شتاب موشک (n_M) و شتاب هدف (n_T) در خطی‌سازی تنها در راستای y نوشته می‌شود.

استراتژیها در دسترس نمی‌باشد. استخراج و توسعه روابط تحلیلی برای تخمین فاصله خطای این امکان را فراهم می‌سازد تا علاوه بر تحلیل مسئله و افزایش دید طراح، بتوان روابطی برای پارامترهای طراحی استخراج نمود تا محدوده پایداری و دقت عملکرد آنها را با توجه به تغییر سرعت و ارتفاع موشک، افزایش دهد.

عوامل متعددی در فاصله خطای دخیل هستند؛ مانند اثر اشباع شتاب، اثر رادوم، مانور هدف، خطای سمت اولیه، مرتبه سیستم هدایت و کنترل و نویز ردیابی جستجوگر [۴-۲]. اکثر تحلیلهای موجود در منابع تنها یک یا چند اثر را برای محاسبه فاصله خطای در نظر گرفته‌اند. تحلیل فاصله خطای در منابع در دسترس، عموماً با شبیه‌سازی عددی (معادلات اصلی با بعد یا بی‌بعد شده)، روش الحاقی، انتشار کوواریانس و یا شبیه‌سازی مونت کارلو انجام شده است [۹-۵]. روش الحاقی با یکبار اجرای کد حل عددی، فاصله خطای را به ازای تمام زمانهای برخورد (یا فواصل اولیه) مختلف تولید می‌کند. محدودیت اصلی روش الحاقی و انتشار کوواریانس، خطی‌سازی المانهایی سیستم است [۴]. لذا اصولاً این دو روش برای قوانین هدایت و کنترل غیرخطی و یا اعمال المانهایی غیرخطی نمی‌تواند بکار رود. البته روش الحاقی برای تحلیل مسائل خطی با ورودیهای اتفاقی ابزار بسیار مناسبی است.

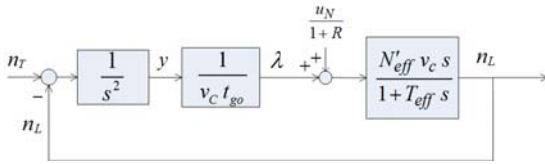
معادلات کلی حل تحلیلی برای روش الحاقی در مرجع [۹] آورده شده است. حل این معادلات بطور معمول منجر به حل انتگرالهای لاپلاس معکوس توابع تبدیل متعالی (Transcendental) می‌شود که حل عمومی ندارد. البته حل تحلیلی با فرض سیستم کنترل مرتبه اول بصورت تحلیلی وجود دارد [۴]. برای سیستمهای با مرتبه بالاتر ممکن است برای حل انتگرالهای لاپلاس معکوس توابع تبدیل متعالی از حل عددی استفاده شود. در مرجع [۱۰] نمودارهایی بطور نمونه با استفاده از حل عددی انتگرالهای مذکور ارائه شده است. همانطور که انتظار می‌رود، نمودارهای حاصل از حل عددی تنها برای مقادیر مشخصی از پارامترها حاصل می‌شود. البته روش ساده‌تر، حل عددی معادلات حالت با استفاده از روش الحاقی است. بطور نمونه، در این روش می‌توان انحراف معیار فاصله خطای ناشی از هر یک از منابع خطای را بر حسب خطای رادوم یا حاصلضرب ضریب خطای رادوم در نسبت سرعت نزدیک شدن به سرعت موشک مطابق مرجع [۱۱] رسم نمود. البته این نمودارها به ازای مقادیر مشخص ضریب ناوبری و ثابت زمانی نرخ چرخش حاصل می‌شود که تعداد زیادی نمودار می‌شود. عبارت دقیق‌تر، به ازای هر ضریب ناوبری و نسبت ثابت زمانی نرخ چرخش به ثابت زمانی سیستم کنترل، یک نمودار بدست می‌آید. هر نقطه این نمودارها حاصل یکبار اجرای کد شبیه‌سازی سیستم الحاقی است که با در حلقه قرار دادن آن می‌تواند یک نمودار را رسم نمود. البته در صورتی که تعداد پارامترهای قانون هدایت افزوده شود، بطور مثال، استراتژیهای هدایت تناسبی با تعداد پارامترهای بیشتر، استفاده شود، با افزایش تعداد نمودارها، طراحی و تحلیل دشوارتر می‌شود.

$$n_c = N'v_c(\dot{\lambda}_m + K_B\dot{\theta}) - N'_L(1 + \tau s)n_L \quad (۴)$$

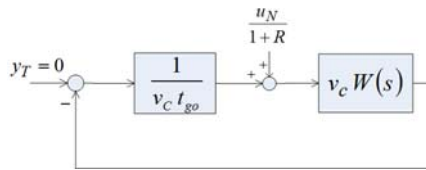
که در آن، N' ضریب ناوبری هدایت تناسبی، N'_L ضریب شتاب جانبی، τ ثابت زمانی مشتق گیر و K_B بهره بازخورد سرعت زاویه بدنه در قانون هدایت است. تابع تبدیل سیستم کنترل موشک نیز با یک تابع تبدیل مرتبه اول مدل می شود:

$$\frac{n_L(s)}{n_c} = \frac{1}{1 + Ts} \quad (۵)$$

که در آن، T ثابت زمانی سیستم کنترل است.



شکل ۲: دیاگرام بلوکی ساده شده در شکل ۱



شکل ۳: تبدیل دیاگرام بلوکی مسئله به شکل استاندارد برای روش الحاقی

۳- حل تحلیلی فاصله خطا

ابتدا دیاگرام بلوکی شکل ۱ بصورت شکل ۲ ساده می شود که در آن ضریب ناوبری مؤثر و ثابت زمانی مؤثر به ترتیب برابرند با:

$$N'_{eff} = \frac{N'(1 + R)}{1 + N'_L + K_{eq}} \quad (۶)$$

$$T'_{eff} = \frac{T + N'_L \tau + K_{eq} T_\alpha}{1 + N'_L + K_{eq}} \quad (۷)$$

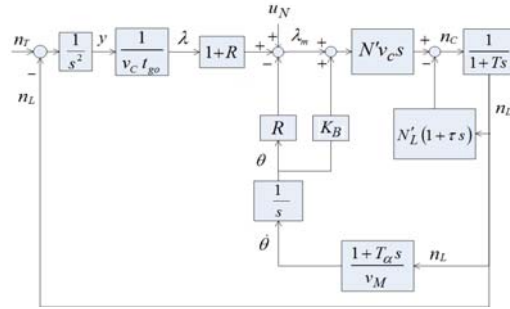
که در آن

$$K_{eq} = N' C_R, \quad C_R = \frac{v_c R_{eq}}{v_M} \quad (۸)$$

$$R_{eq} = R - K_B \quad (۹)$$

حال دیاگرام بلوکی شکل ۲ به شکل استاندارد برای استخراج روابط روش الحاقی تبدیل می شود (شکل ۳). بنابراین، تابع تبدیل $W(s)$ در شکل ۳ بصورت زیر نوشته می شود:

$$W(s) = \frac{1}{s^2 v_c} \frac{n_L(s)}{\lambda} = \frac{N'_{eff}}{s(1 + T'_{eff} s)} \quad (۱۰)$$



شکل ۱: دیاگرام بلوکی مسئله خطی شده

در مسئله خطی شده فرض می شود که شتاب جانبی و شتاب موشک برابر هستند ($n_M = n_L$). راستای y عمود بر خط دید اولیه منظور می شود و مقدار آن، همان فاصله هدف نسبت به موشک در راستای عمود بر خط دید اولیه است.

در اثر عبور پرتوهای الکترومغناطیس از دماغه غیرفلزی موشک، پرتوی عبوری به اندازه زاویه r_{dome} منحرف می شود. تغییرات زاویه r_{dome} نسبت به $(\lambda - \theta)$ خطی فرض شده و شیب آن با R نمایش داده می شود [۴] بعبارت دیگر، $r_{dome} = R(\lambda - \theta)$ که در آن، زاویه محور طولی موشک با امتداد مرجع (امتداد افق) با θ نمایش داده شده است. بنابراین زاویه خط دید اندازه گیری شده بصورت زیر نوشته می شود:

$$\lambda_m = \lambda + r_{dome} + u_N = (1 + R)\lambda - R\theta + u_N \quad (۱)$$

که در آن، u_N نویز اندازه گیری زاویه خط دید است و بصورت زیر لحاظ می شود [۴]:

$$u_N = \frac{u_{GL}}{v_c t_{go}} + u_{FN} + \frac{v_c t_{go}}{R_A} u_{RN} + \left(\frac{v_c t_{go}}{R_A}\right)^2 u_{RNA} \quad (۲)$$

که در آن، u_{GL} ورودی نویز تابش (Glint)، u_{FN} ورودی نویز مستقل از فاصله (فاصله موشک تا هدف)، u_{RN} ورودی نویز وابسته به فاصله برای سیستم نیمه فعال و u_{RNA} ورودی نویز وابسته به فاصله برای سیستم فعال هستند. این ورودیها بصورت نویز سفید فرض شده و چگالی طیفی توان آنها با Φ و همان اندیس ورودی متناظر نمایش داده می شود. چگالی طیفی نویزهای وابسته به فاصله به ازای یک فاصله مرجع R_A داده می شود.

برای تکمیل بلوک دیاگرام هدایت و کنترل، نیاز به محاسبه زاویه θ است که با استفاده از ثابت زمانی نرخ چرخش T_α و از طریق رابطه زیر محاسبه می شود [۴]:

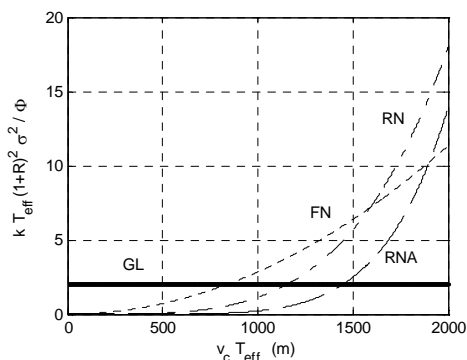
$$\frac{\dot{\theta}}{n_L} = \frac{1 + T_\alpha s}{v_M} \quad (۳)$$

که در آن، v_M سرعت موشک است. دستور شتاب قانون هدایت نیز بصورت زیر لحاظ می شود:

میانگین مربعات فاصله خطا بر حسب $v_c T_{eff}$ در شکل ۵ برای سیستم هدایت راداری فعال و همچنین نیمه فعال با استفاده از رابطه (۱۶) به ازای $\alpha_{RNA} = 2 \times 10^{-6}$ ، $\alpha_{RN} = 2 \times 10^{-6}$ ، $\alpha_{FN} = 5 \times 10^{-9}$ و $N'_{eff} = 3$ ترسیم شده است. همانطور که از این شکل ملاحظه می شود با افزایش $v_c T_{eff}$ ، مقدار فاصله خطا (rms) افزایش می یابد. البته به ازای مقادیر مفروض، عمده خطا به ازای $v_c T_{eff} < 2500$ m ناشی از u_{GL} است و با افزایش آن از مقدار ۲۵۰۰، خطاهای ناشی از نویزهای دیگر ظاهر می شود.

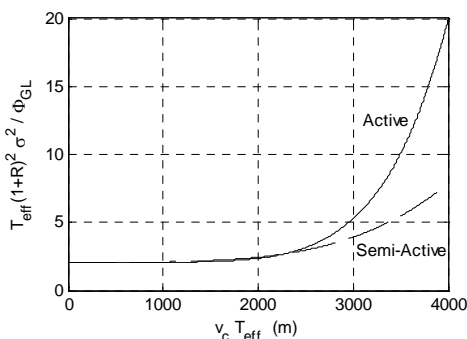
جدول ۱: ضرایب روابط میانگین فاصله خطا

N'_{eff}	3	4	5
K_{GL}	1.44	1.71	1.94
K_{FN}	0.532	0.561	0.588
K_{RN}	1.06	1.10	1.15
K_{RNA}	4.66	4.68	4.82



شکل ۴: میانگین مجذور فاصله خطا ناشی از چهار نویز جستجوگر

بر حسب $v_c T_{eff}$ به ازای $N'_{eff} = 3$.



شکل ۵: میانگین مجذور فاصله خطای بی بعد ناشی از نویز جستجوگر

بر حسب $v_c T_{eff}$ به ازای $N'_{eff} = 3$.

حل تحلیلی روش الحاقی برای دیاگرام بلوکی شکل ۳ در مراجع آمده است. بطور نمونه با جایگذاری برای $W(s)$ از رابطه (۱۰) در روابط مرجع [۴] و همچنین اصلاح ورودی نویز با ضریب $1/(1+R)$ ، حل تحلیلی فاصله خطا بدست می آید (به تفاوت ورودیهای نویز در دو شکل ۱ و ۳ توجه شود):

$$\sigma_{GL} = \frac{K_{GL}(N'_{eff})}{1+R} \sqrt{\Phi_{GL}/T_{eff}} \quad (11)$$

$$\sigma_{FN} = \frac{K_{FN}(N'_{eff})v_c}{1+R} \sqrt{T_{eff}\Phi_{FN}} \quad (12)$$

$$\sigma_{RN} = \frac{K_{RN}(N'_{eff})v_c^2}{(1+R)R_A} \sqrt{T_{eff}^3\Phi_{RN}} \quad (13)$$

$$\sigma_{RNA} = \frac{K_{RNA}(N'_{eff})v_c^3}{(1+R)R_A^2} \sqrt{T_{eff}^5\Phi_{RNA}} \quad (14)$$

لازم به ذکر است که حلهای مذکور، انحراف معیار فاصله خطا ناشی از ورودیهای نویز به ازای شرایط حالت ماندگار را نتیجه می دهد (بعبارت دیگر، زمان نهایی باید بزرگتر از مقدار مشخصی، متناظر با تقریب عملی زمان حالت ماندگار باشد). ضرایب K نیز تابعی از N'_{eff} است و مقادیر آن به ازای سه مقدار $N'_{eff} = 3, 4, 5$ در جدول ۱ آمده است. البته بعلاوه مشابه حل مذکور، جدول ۱ مشابه نتایج مرجع [۴] است. در شکل ۴ با استفاده از روابط اخیر، نمودارهای میانگین مربعات فاصله خطا ناشی از چهار نویز مذکور بر حسب $v_c T_{eff}$ به ازای $N'_{eff} = 3$ ترسیم شده است. در این شکل، اعمال ضریب k برای اصلاح مقیاس جهت ترسیم چهار نمودار در یک شکل می باشد.

$$\begin{aligned} k_{GL} &= 1, & k_{RN} &= 10^{-12} R_A^2 \\ k_{FN} &= 10^{-5}, & k_{RNA} &= 10^{-20} R_A^4 \end{aligned} \quad (15)$$

همانطور که از نمایش روابط (۱۴)–(۱۱) در شکل ۴ مشخص است،

میانگین مربعات خطای ناشی از نویزها با توانهای مختلفی از $v_c T_{eff}$ مرتبط است. بنابراین، میانگین مربعات فاصله خطا ناشی از نویزهای مذکور بصورت زیر نوشته می شود:

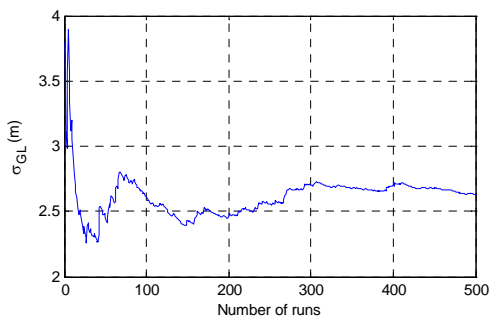
$$\begin{aligned} \frac{T_{eff}(1+R)^2\sigma^2}{\Phi_{GL}} &= K_{GL}^2(N'_{eff}) + \alpha_{FN}(v_c T_{eff})^2 K_{FN}^2(N'_{eff}) \\ &+ \alpha_{RN} \frac{K_{RN}^2(N'_{eff})}{R_A^2} (v_c T_{eff})^4 \\ \text{OR} &+ \alpha_{RNA} \frac{K_{RNA}^2(N'_{eff})}{R_A^4} (v_c T_{eff})^6 \end{aligned} \quad (16)$$

که در آن σ انحراف معیار (ریشه میانگین مربعات) فاصله خطا ناشی از نویزهای جستجوگر است. همچنین ضرایب α از روابط زیر محاسبه می شود:

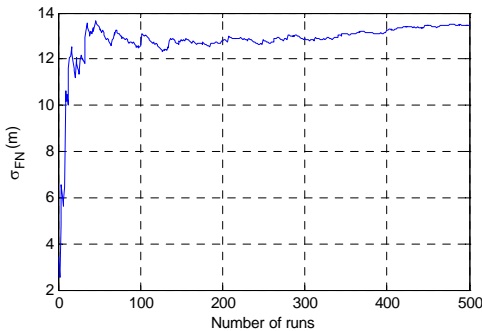
$$\Phi_i = \alpha_i \Phi_{GL} \quad i = FN, RN, \text{ or } RNA \quad (17)$$

شده است. همچنین نتایج مشابهی برای نویز وابسته به فاصله (برای سیستم فعال یا نیمه فعال) بدست می آید.

لازم به ذکر است که در اکثر مراجعی که اثر رادوم را بررسی کرده اند از رابطه $r_{\text{dome}} = R\theta_H$ استفاده شده است (θ_H زاویه محور جستجوگر با محور طولی موشک است). تقریباً تمام تحلیل های کتاب [۴] و کارهای قبلی نویسنده آن از همین رابطه استفاده کرده است؛ اما در پیوست کتاب مذکور ذکر شده است که فرم صحیح بصورت $r_{\text{dome}} = R(\lambda - \theta)$ است و تنها ذکر شده که نتایج تفاوت زیادی نمی کند. البته تابع تبدیل (۱۰) نشان می دهد که ضریب ناوبری با ضریب $(1 + R)$ ظاهر می شود و در مخرج روابط (۱۱-۱۴) نیز ضریب $(1 + R)$ ظاهر می شود.



شکل ۷: میانگین مجذور فاصله خطای ناشی از نویز تابش.

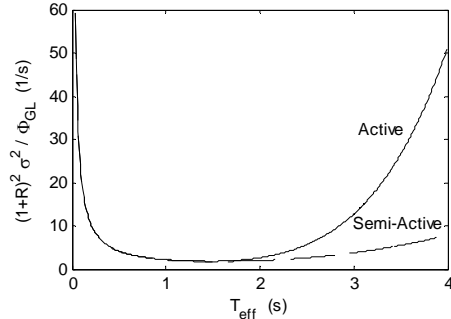


شکل ۸: میانگین مجذور فاصله خطا ناشی از نویز مستقل از فاصله.

در صورتی که در طراحی سیستم هدایت و بودجه بندی خطا، مقدار حداکثر σ مشخص شده باشد، پارامترهای طراحی بگونه ای انتخاب می شود که نامساوی زیر برقرار باشد:

$$T_{\text{eff}}^{-1} \left[K_{\text{GL}}^2 (N'_{\text{eff}}) \Phi_{\text{GL}} + (v_c T_{\text{eff}})^2 K_{\text{FN}}^2 (N'_{\text{eff}}) \Phi_{\text{FN}} + \frac{K_{\text{RNA}}^2 (N'_{\text{eff}})}{R_A^4} (v_c T_{\text{eff}})^6 \Phi_{\text{RNA}} \right] \leq (1+R)^2 \max(\sigma^2) \quad (20)$$

نامساوی فوق با استفاده از رابطه (۱۶) نوشته شده است. همانگونه که مشاهده می شود، استفاده از روابط (۱۱-۱۴) و (۱۶) برای انتخاب و



شکل ۶: میانگین مجذور فاصله خطای ناشی از نویز جستجوگر بر حسب

$$T_{\text{eff}} \text{ به ازای } v_c = 1500 \text{ m/s به } (N'_{\text{eff}} = 3).$$

در صورتی که نمودار میانگین مربعات فاصله خطا بر حسب T_{eff} نمایش داده شود (شکل ۶)، مشاهده می شود که مقدار میانگین مربعات فاصله خطا به ازای مقدار مشخصی از T_{eff} کمینه می شود. با استفاده از رابطه (۱۶) و محاسبه $\partial \sigma / \partial T_{\text{eff}} = 0$ می توان بطور تحلیلی مقدار بهینه T_{eff} برای کمینه سازی σ را برای سیستم نیمه فعال محاسبه نمود:

$$(v_c T_{\text{eff}}^*)^2 = \frac{-c_{\text{FN}} + \sqrt{c_{\text{FN}}^2 + 12c_{\text{GL}}c_{\text{RN}}}}{6c_{\text{RN}}} \quad (18)$$

که در آن

$$\begin{aligned} c_{\text{GL}} &= K_{\text{GL}}^2 (N'_{\text{eff}}) \Phi_{\text{GL}} \\ c_{\text{FN}} &= K_{\text{FN}}^2 (N'_{\text{eff}}) \Phi_{\text{FN}} \\ c_{\text{RN}} &= K_{\text{RN}}^2 (N'_{\text{eff}}) \Phi_{\text{RN}} / R_A^2 \end{aligned} \quad (19)$$

با جایگذاری برای T_{eff}^* از رابطه (۱۸) در رابطه (۱۶) مقدار حداقل σ بدست می آید. البته در تحلیل فاصله خطا در اصابت، می توان مانور تصادفی نیز برای هدف در نظر گرفت و مقدار بهینه T_{eff} را بدست آورد. تحلیل مشابهی در این زمینه در مرجع [۱۸] موجود است و روابط تقریبی استخراج شده است. البته در مرجع مذکور، اثر رادوم و ضرایب N'_L و τ لحاظ نشده است.

در ادامه، نمودارهای میانگین مجذور فاصله خطا ناشی از نویز تابش و نویز مستقل از فاصله با استفاده از شبیه سازی عددی و اجراهای متعدد آمده است که با نتایج حل تحلیلی ($\sigma_{\text{GL}} = 2.66, \sigma_{\text{FN}} = 13.25 \text{ m}$) مطابقت دارد (شکل های ۷ و ۸). در این نمودارها میانگین مربعات فاصله خطا بر حسب تعداد اجرای کد شبیه سازی ترسیم شده است. شبیه سازی عددی به ازای مقادیر زیر انجام شده است:

$$N' = 5, K_B = -0.03, N_L = 0.2, \tau = -0.5$$

$$T = 0.5, v_c = 500, v_M = 1000, T_\alpha = 5, R = -0.02$$

ورودی نویز تابش و نویز مستقل از فاصله نیز بصورت نویز گوسی سفید (با میانگین صفر) به ترتیب با چگالی طیفی توان ۱ و ۰/۰۰۵ منظور

پیش تعیین باشد. برای این منظور، مقدار ثابت زمانی مؤثر به ازای زمانی

که $C_R = -C_{Rmax}$ باشد برابر T_{eff1} و هنگامی که $C_R = C_{Rmax}$

باشد برابر T_{eff2} منظور می‌شود:

$$C_R = -C_{Rmax} \Rightarrow T_{eff} = T_{eff1} \quad (31)$$

$$C_R = C_{Rmax} \Rightarrow T_{eff} = T_{eff2} \quad (32)$$

البته توجه شود که زمان مذکور برای طراح نامعلوم فرض شده‌است؛ اما

فرض می‌شود تخمین خوبی از مقدار C_{Rmax} در دسترس است. با اعمال

شرایط اخیر در رابطه (۷) می‌توان نوشت:

$$T_{eff1} = \frac{T + N'_L \tau - N'_L T_\alpha C_{Rmax}}{1 + N'_L - N'_L C_{Rmax}} \quad (33)$$

$$T_{eff2} = \frac{T + N'_L \tau + N'_L T_\alpha C_{Rmax}}{1 + N'_L + N'_L C_{Rmax}} \quad (34)$$

$$\frac{T_{eff2} - T_{eff1}}{2N'_L C_{Rmax}} = \frac{(1 + N'_L)T_\alpha - T - N'_L \tau}{(1 + N'_L)^2 - (N'_L C_{Rmax})^2} \quad (35)$$

با استفاده از رابطه (۶) نیز ضریب ناوبری بصورت

$$N' = \frac{N'_{eff0} (1 + N'_L)}{1 + \hat{R}} \quad (36)$$

انتخاب می‌شود که در آن \hat{R} تخمین شیب رادوم است و N'_{eff0} مقدار

ضریب ناوبری مؤثر با فرض شیب رادوم صفر است. در نتیجه، ضریب

ناوبری مؤثر از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$N'_{eff} = \frac{N'_{eff0}}{1 + \hat{R} + \frac{C_R}{1 + R} N'_{eff0}} \quad (37)$$

و یا

$$N'_{eff} \approx \frac{N'_{eff0}}{1 + C_R N'_{eff0}} \quad (38)$$

با جایگذاری برای N' از رابطه (۳۶) در رابطه (۷) می‌توان نوشت:

$$T_{eff} = \frac{(1 + \hat{R})(T + N'_L \tau) + N'_{eff0} C_R (1 + N'_L) T_\alpha}{(1 + \hat{R} + C_R N'_{eff0})(1 + N'_L)} \quad (39)$$

بنابراین

$$T_{eff1} = \frac{(1 + \hat{R})(T + N'_L \tau) - N'_{eff0} C_{Rmax} (1 + N'_L) T_\alpha}{(1 + \hat{R} - C_{Rmax} N'_{eff0})(1 + N'_L)} \quad (40)$$

$$T_{eff2} = \frac{(1 + \hat{R})(T + N'_L \tau) + N'_{eff0} C_{Rmax} (1 + N'_L) T_\alpha}{(1 + \hat{R} + C_{Rmax} N'_{eff0})(1 + N'_L)} \quad (41)$$

نکته‌ای که باید به آن توجه شود این است که یکی از شروط لازم برای

پایداری $c > 0$ است؛ بعبارت دیگر:

$$c = 1 + N'_L + N'_L C_R > 0 \quad (42)$$

با جایگذاری برای N' از رابطه (۳۶) در نامساوی اخیر می‌توان نوشت:

طراحی پارامترهای سیستم هدایت مفید است؛ اما رفتار فاصله خطا نسبت

به پارامترهای قانون هدایت در آن مشهود نیست. برای این منظور، ابتدا

پارامترهای زیر تعریف می‌شود:

$$N_1 = N'(1 + R) \quad (21)$$

$$c = 1 + N'_L + K_{eq} \quad (22)$$

$$X = 1 + N'_L \frac{\tau}{T} + \frac{T_\alpha}{T} K_{eq} \quad (23)$$

بنابراین، ضریب ناوبری مؤثر و ثابت زمانی مؤثر برحسب پارامترهای

جدید بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$N'_{eff} = N_1 / c \quad (24)$$

$$T_{eff} = TX / c \quad (25)$$

با جایگذاری دو رابطه اخیر در روابط (۱۴-۱۱) می‌توان نوشت:

$$\frac{(1+R)^2 T \sigma_{GL}^2}{\Phi_{GL}} = K_{GL}^2 (N_1/c) \frac{c}{X} \quad (26)$$

$$\frac{(1+R)^2 T \sigma_{FN}^2}{\Phi_{FN}} = K_{FN}^2 (N_1/c) \left(\frac{X}{c}\right) (Tv_c)^2 \quad (27)$$

$$\frac{(1+R)^2 T \sigma_{RN}^2}{\Phi_{RN}} = \frac{K_{RN}^2 (N_1/c)}{R_A^2} \left(\frac{X}{c}\right)^3 (Tv_c)^4 \quad (28)$$

$$\frac{(1+R)^2 T \sigma_{RNA}^2}{\Phi_{RNA}} = \frac{K_{RNA}^2 (N_1/c)}{R_A^4} \left(\frac{X}{c}\right)^5 (Tv_c)^6 \quad (29)$$

در ادامه، رابطه میانگین مربعات فاصله خطا ناشی از نویزهای مذکور

آورده شده‌است:

$$\begin{aligned} \frac{(1+R)^2 T \sigma^2}{\Phi_{GL}} &= K_{GL}^2 (N_1/c) \frac{c}{X} \\ &+ \alpha_{FN} K_{FN}^2 (N_1/c) \left(\frac{X}{c}\right) (Tv_c)^2 \\ &+ \alpha_{RN} \frac{K_{RN}^2 (N_1/c)}{R_A^2} \left(\frac{X}{c}\right)^3 (Tv_c)^4 \\ &\text{or } + \alpha_{RNA} \frac{K_{RNA}^2 (N_1/c)}{R_A^4} \left(\frac{X}{c}\right)^5 (Tv_c)^6 \end{aligned} \quad (30)$$

با استفاده از رابطه فوق، رسم کانتورهای فاصله خطای ثابت در نمودار

X بر حسب c مفید خواهد بود.

۴- طراحی ضرایب ناوبری هدایت تناسبی

در اینجا هدف این است که ضرایب ناوبری هدایت تناسبی بگونه‌ای

تعیین شود تا تغییرات ثابت زمانی مؤثر (یا معادل) T_{eff} بین دو مقدار از

پیش تعیین باشد. همچنین ضریب ناوبری مؤثر نیز تقریباً برابر مقدار از

که به ازای $T_\alpha > 1$ ناپایدار است.

در صورتی که با جبران شیب رادوم، خطای تخمین آن سبب

$$C_{Rmax} = 0.01 \text{ شود } (T = 0.5 \text{ و } N' = 5):$$

$$T_{eff1} = (10 - T_\alpha) / 19 \quad (54)$$

$$T_{eff2} = (10 + T_\alpha) / 21 \quad (55)$$

که واضح است به ازای $T_\alpha > 10$ ناپایدار است. همچنین به ازای $T_\alpha = 5$ می توان نوشت:

$$T_{eff1} = 0.2632, \quad T_{eff2} = 0.7143 \quad (56)$$

در این زمینه، تحلیل جالبی برای مقایسه حداقل ثابت زمانی مورد نیاز هدایت تناسبی برای موشک با بال و بدون بال در مرجع [۱۹] موجود است.

ب) هدایت تناسبی با بازخورد سرعت زاویه بدنه و شتاب

در این حالت، هدایت تناسبی با بازخورد سرعت زاویه بدنه و شتاب (به ازای $\tau = 0$) را در نظر بگیرید. بنابراین:

$$T_{eff1} = \frac{T - N'T_\alpha C_{Rmax}}{1 + N'_L - N'C_{Rmax}} \quad (57)$$

اگر $T_{eff1} = 0$ انتخاب شود، حداقل ثابت زمانی (مشابه حالت الف) برابر $T_{min} = N'T_\alpha C_{Rmax}$ می شود. بنابراین:

$$T_{eff2} = \frac{2N'T_\alpha C_{Rmax}}{1 + N'_L + N'C_{Rmax}} \quad (58)$$

در صورتی برای N' در رابطه فوق از رابطه (۳۶) جایگزین شود:

$$T_{eff2} = \frac{2N'_{eff0} C_{Rmax}}{1 + \hat{R} + N'_{eff0} C_{Rmax}} T_\alpha \quad (59)$$

رابطه اخیر تقریباً مشابه رابطه (۵۰) می شود. بطور مثال، به ازای $N'_{eff0} = 5$ و $C_{Rmax} = 0.1$ می توان نوشت:

$$T_{eff2} = T_\alpha / (1.5 + \hat{R}) \quad (60)$$

در این حالت ($\tau = 0$)، روابط T_{eff1} و T_{eff2} بصورت زیر نوشته می شود:

$$T_{eff1} = \frac{(1 + \hat{R})T - N'_{eff0} C_{Rmax} (1 + N'_L) T_\alpha}{(1 + \hat{R} - N'_{eff0} C_{Rmax})(1 + N'_L)} \quad (61)$$

$$T_{eff2} = \frac{(1 + \hat{R})T + N'_{eff0} C_{Rmax} (1 + N'_L) T_\alpha}{(1 + \hat{R} + N'_{eff0} C_{Rmax})(1 + N'_L)} \quad (62)$$

در این حالت، با تنظیم N'_L می توان مقدار دلخواه T_{eff1} را نتیجه داد. در ادامه با مثالی این موضوع نشان داده می شود.

$$(1 + N'_L) \left(1 + \frac{N'_{eff0} C_{Rmax}}{1 + \hat{R}} \right) > 0 \quad (43)$$

با توجه به این که $1 + N'_L > 0$ است، شرط لازم مذکور بصورت زیر بدست می آید:

$$\frac{N'_{eff0} C_{Rmax}}{1 + \hat{R}} < 1 \quad (44)$$

الف) هدایت تناسبی با بازخورد سرعت زاویه بدنه

در ابتدا هدایت تناسبی با بازخورد سرعت زاویه بدنه را در نظر بگیرید. بنابراین:

$$N'_{eff} = \frac{N'(1 + R)}{1 + N'C_R} \quad (45)$$

$$T_{eff} = \frac{T + N'C_R T_\alpha}{1 + N'C_R} \quad (46)$$

حداقل مقدار T_{eff1} با توجه به پایداری سیستم و خطای ناشی از نویز تابش تعیین می شود.

$$T_{eff1} = \frac{T - N'T_\alpha C_{Rmax}}{1 - N'C_{Rmax}} \quad (47)$$

با انتخاب T_{eff1} ، مقدار T_{eff2} از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$T_{eff2} - T_{eff1} = \frac{2N'(T_\alpha - T)C_{Rmax}}{1 - (N'C_{Rmax})^2} \quad (48)$$

فرض کنید که $T_{eff1} = 0$ انتخاب شده و لذا حداقل ثابت زمانی باید برابر شود با:

$$T_{min} = N'T_\alpha C_{Rmax} \quad (49)$$

با جایگذاری مقادیر مفروض در رابطه (۳۴) می توان نوشت:

$$T_{eff2} = \frac{2N'T_\alpha C_{Rmax}}{1 + N'C_{Rmax}} \quad (50)$$

در این حالت و در صورت عدم تخمین شیب رادوم، مقدار T_{eff2} برای ارتفاع بالا مقدار زیادی می شود که سبب افزایش فاصله خطا می شود.

بطور مثال، به ازای $N' = 5$ و $C_{Rmax} = 0.1$ می توان نوشت:

$$T_{eff2} = T_\alpha / 1.5 \quad (51)$$

در صورتی که با جبران شیب رادوم، خطای تخمین آن سبب $C_{Rmax} = 0.01$ شود:

$$T_{eff2} = T_\alpha / 10.5 \quad (52)$$

که برای مقادیر بزرگ T_α (بطور مثال ۷۰ ثانیه) فاصله خطای مطلوبی بدست نمی دهد. حال فرض کنید $T = 0.5$ ، $N' = 5$ و

$C_{Rmax} = 0.1$ برای این حالت:

$$T_{eff1} = 1 - T_\alpha, \quad T_{eff2} = (1 + T_\alpha) / 3 \quad (53)$$

در عمل هم همینطور است)، تنظیم این پارامتر (N'_L یا N') می‌تواند سبب بهبود طراحی شود. توجه این که در روابط اخیر، N'_{eff0} ضریب ناوبری مؤثر از پیش تعیین است.

با توجه به این که به ازای مقادیر کوچک T_{eff} فاصله خطا ناشی از نویز تابش غالب شده‌است، اعمال ضریب تصحیحی با استفاده از شبیه-سازی عددی توصیه می‌شود. برای این منظور، تقریب بهتر برای چگالی طیفی توان بجای نویز سفید، استفاده از خروجی تابع تبدیل مرتبه اول با ثابت زمانی $1/w_g$ است (w_g فرکانس نصف توان نویز تابش است) که با نویز سفید تغذیه می‌شود [۲۰].

۵- نتیجه گیری

در این تحقیق، حل تحلیلی فاصله خطای استراتژی بهبودیافته ناوبری تناسبی با بازخورد سرعت زاویه بدنه، شتاب جانبی و نرخ آن در حضور اثر رادوم و نویز جستجوگر با استفاده از روش الحاقی استخراج شده‌است. دینامیک سیستم کنترل با یک تابع تبدیل مرتبه اول مدل شده‌است. عبارت دیگر، تابع تبدیل از دستور شتاب به شتاب جانبی یک تابع تبدیل مرتبه اول فرض شده‌است. در نتیجه با فرضیات مذکور، تابع تبدیل معادل سیستم از نرخ چرخش خطدیده به شتاب جانبی بصورت یک تابع تبدیل مرتبه اول بدست می‌آید. بهره این تابع تبدیل همان ضریب ناوبری معادل و ثابت زمانی آن، ثابت زمانی معادل می‌شود که بر حسب شیب رادوم و ضرایب قانون هدایت حاصل می‌شود. با توجه به این که تابع تبدیل معادل مذکور بصورت مرتبه اول منتج شده‌است، لذا با جایگذاری روابط حاصل برای ضریب ناوبری و ثابت زمانی معادل می‌توان از حل تحلیلی موجود در منابع بهره جست. لازم به ذکر است که در حل تحلیلی موجود در منابع، اثر رادوم و بازخورد شتاب جانبی لحاظ نشده‌است؛ اما در اینجا معادلات بگونه‌ای بدست آمد تا بتوان با حل تحلیلی موجود در منابع، معادل‌سازی کرد. با این کار، اثرات رادوم، بازخورد شتاب جانبی و مشتق آن در ثابت زمانی و ضریب ناوبری معادل و در نتیجه فاصله خطا ظاهر می‌شود. معادلات بدست آمده برای فاصله خطای موشک در اصابت ناشی از چهار نویز جستجوگر با شبیه‌سازی عددی آماري صحه‌گذاری شده‌است. با انتخاب محدوده ضریب ناوبری و ثابت زمانی معادل از روی فاصله خطای منتج از نویز جستجوگر و مانور هدف می‌توان ضرایب قانون هدایت را بصورت متغیر طراحی کرد. اگرچه معادلات بی‌بعد میانگین مجذور فاصله خطا برای سیستم کنترل مرتبه اول برقرار است، اما به نظر می‌رسد روابط منتج برای ضرایب قانون هدایت برای سیستم واقعی قابل استفاده است. البته روابط حاصل برای ضرایب قانون هدایت باید برای سیستم با مرتبه بالاتر و همچنین مدل واقعی تنظیم و اصلاح شود. برای این منظور، با بازخورد شتاب جانبی و نرخ آن در قانون هدایت، یک پارامتر اضافی بوجود می‌آید که می‌تواند برای تنظیم قانون هدایت برای سیستم واقعی استفاده شود.

$$T_{eff1} = 0 \Leftrightarrow N'_L = -1 + \frac{(1 + \hat{R})T}{N'_{eff0} C_{Rmax} T_\alpha} \quad (63)$$

با اعمال شرط اخیر:

$$T_{eff2} = \frac{2N'_{eff0} C_{Rmax} T_\alpha}{1 + \hat{R} + N'_{eff0} C_{Rmax}} \quad (64)$$

البته در این حالت (بر خلاف مورد الف) نیازی به کاهش یا افزایش ثابت زمانی T نیست. حال فرض کنید $T = 0.5$ ، $N'_{eff0} = 5$ و $C_{Rmax} = 0.1$. با تقریب $1 + \hat{R} \approx 1$ می‌توان نوشت:

$$T_{eff1} = \frac{1}{1 + N'_L} - T_\alpha \quad (65)$$

$$T_{eff2} = \frac{T_{eff1} + 2T_\alpha}{3} \quad (66)$$

بنابراین با مقایسه با روابط (۵۱) و (۵۳) می‌توان گفت که استفاده از ضریب N'_L سبب بهبود طراحی می‌شود.

ج) هدایت تناسبی با بازخورد سرعت زاویه بدنه، شتاب و نرخ شتاب

در این حالت، هدایت تناسبی با بازخورد سرعت زاویه بدنه، شتاب و نرخ آن (به ازای $\tau \neq 0$) بررسی می‌شود. فرض کنید T_{eff1} با توجه به پایداری سیستم و خطای ناشی از نویز تابش $T_{eff1} > 0$ انتخاب شده است. بنابراین با استفاده از رابطه (۳۳) می‌توان نوشت:

$$N'_L \tau = N'(T_\alpha - T_{eff1}) C_{Rmax} + (1 + N'_L) T_{eff1} - T \quad (67)$$

در اینصورت، ثابت زمانی مؤثر از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$T_{eff} = \frac{(1 + N'_L) T_{eff1} + N'(T_\alpha - T_{eff1}) C_{Rmax} + N' C_R T_\alpha}{1 + N'_L + N' C_R} \quad (68)$$

با جایگذاری برای N' از رابطه (۳۶) در رابطه فوق می‌توان نوشت:

$$T_{eff} = \frac{(1 + \hat{R}) T_{eff1} + N'_{eff0} C_{Rmax} (T_\alpha - T_{eff1}) + N'_{eff0} C_R T_\alpha}{1 + \hat{R} + C_R N'_{eff0}} \quad (69)$$

البته مقدار دقیق C_R برای طراح مشخص نیست. حال به ازای زمانی که $C_R = C_{Rmax}$ باشد، ثابت زمانی مؤثر برابر T_{eff2} منظور می‌شود:

$$T_{eff2} = \frac{(1 + \hat{R}) T_{eff1} + N'_{eff0} C_{Rmax} (2T_\alpha - T_{eff1})}{1 + \hat{R} + C_{Rmax} N'_{eff0}} \quad (70)$$

به ازای $T_{eff1} = 0$ رابطه اخیر مشابه رابطه (۵۹) در حالت ب می‌شود؛ اما ضریب N'_L هنوز تعیین نشده‌است. البته باید توجه داشت که ضریب N'_L در محاسبه N'_{eff} مطابق رابطه (۳۷) تاثیری ندارد؛ اما ضریب N' تابعی از N'_L می‌شود. در صورتی که سیستم مرتبه اول فرض نشود (که

- [11] F. W. Neslin, and P. Zarchan, "Radome Induced Miss Distance in Aerodynamically Controlled Homing Missiles," AIAA Guidance and Control Conference, AIAA-84-1845, USA, 1984.
- [12] F. W. Neslin, and P. Zarchan, "Missile Guidance Design Tradeoffs for High Altitude Air Defense," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 6. No. 3, 1983, pp. 207-212.
- [13] F. W. Neslin, "Missile Guidance for Low-Altitude Air Defense," Journal of Guidance and Control, Vol. 2. No. 4, 1979, pp. 283-289.
- [14] C. L. Lin, "Stability Analysis of Radome Error and Calibration Using Neural Network," IEEE Transactions on AES, Vol. 37, No. 4, 2001, pp.1442-1450.
- [15] P. Gurfil, and J. Kasdin, "Improving Missile Guidance Performance by In-Flight Two-Step Nonlinear Estimation of Radome Aberration," IEEE Trans. on Control System Technology, Vol. 12, No. 4, 2004, pp.532-541.
- [16] P. Zarchan, and H. Gratt, "Adaptive Radome Compensation Using Dither," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 22, No. 1, 1999, pp. 51-57.
- [17] X. Cao, C. Dong, Q. Wang, and Y. Chen, "Radome Slope Estimation in Flight Using Fuzzy Adaptive Multiple Model for Active Homing Missile," The 9th International Conference on Electronic Measurement & Instruments, 2009.
- [18] J. Alpert, "Miss Distance Analysis for Command Guided Missiles," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 11. No. 6, 1988, pp. 481-487.
- [19] F. W. Neslin, and P. Zarchan, "Wing Size vs Radome Compensation in Aerodynamically Controlled Radar Homing Missiles," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 9. No. 6, 1986, pp. 645-649.
- [20] N. A. Shneydor, Missile Guidance and Pursuit: Kinematics, Dynamics, and Control, Horwood Series in Engineering Science, 1998.
- مراجع
- [1] P. Zarchan, Tactical and Strategic Missile Guidance, 3rd ed., Progress in Astronautics and Aeronautics, 176, AIAA, 1997.
- [2] A. Spencer, and W. Moore, "Design Trade-offs for Homing Missiles," AIAA SDIO Annual Interceptor Technology Conference, AIAA-92-2755, USA, 1992.
- [3] F. W. Neslin, and P. Zarchan, "A New Look at Classical versus Modern Homing Missile Guidance," Journal of Guidance and Control, Vol. 4, No. 6, 1981, pp. 78-85.
- [4] P. Zarchan, Tactical and Strategic Missile Guidance, 3rd ed., Progress in Astronautics and Aeronautics, 176, AIAA, 1997.
- [5] A. Spencer, and W. Moore, "Design Trade-offs for Homing Missiles," AIAA SDIO Annual Interceptor Technology Conference, AIAA-92-2755, USA, 1992.
- [6] H. B. Hablani, and D. W. Pearson, "Miss Distance Error Analysis of Exoatmospheric Interceptors," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 27. No. 2, 2004, pp. 283-289.
- [7] S. Miwa, "Radome Effect on the Miss Distance of a Radar Homing Missile," Electronics and Communications in Japan, Part 1, Vol. 81, No. 7, 1998.
- [8] E. J. Ohlmeyer, "Root-Mean-Square Miss Distance of Proportional Navigation Missile Against Sinusoidal Target," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 19. No. 3, 1996, pp. 563-568.
- [9] F. W. Neslin, and P. Zarchan, "Miss Distance Dynamics in Homing Missiles," AIAA Guidance and Control Conference Proceedings, Aug. 1984, pp. 84-98.
- [10] R. Yanushevsky, Modern Missile Guidance, CRC Press, 2008.

