مجله کنترل
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
جلد ۱۱، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۶، صفحه ۳۶-۲۵

همزمان سازی مقاوم سیستم های آشوبی واحد بر پایه طراحی رویتگر در حضور ورودی غیرخطی ناحیه مرده

سمانه محمدپور[۱]، طاهره بینازاده[۲]

[۱] فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی برق و الکترونیک، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی شیراز، s.mohamadpor@sutech.ac.ir

[۲] دانشیار، دانشکده مهندسی برق و الکترونیک، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی شیراز، binazadeh@sutech.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۵/۷/۲۵، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۶/۵/۴)

چکیده: در این مقاله، همزمان سازی سیستم های آشوبی واحد در حضور قیود عملی بررسی می شود. قیودی که این مقاله در نظر می‌گیرد ورودی غیرخطی ناحیه مرده ، عدم قطعیت مدل، اغتشاش خارجی و متغیرهای حالت غیر قابل دسترس هستند. ابتدا مدل دینامیکی سیستم های آشوبی واحد در حضور قیود مذکور معرفی می گردد. سپس قانون کنترلی تطبیقی بر پایه متغیرهای حالت رویتگر به نحوی طراحی می شود که همزمان سازی مقاوم بین دو سیستم آشوبی واحد (اصلی و پیرو) رخ دهد. برای این منظور قضیه ای ارائه می شود و بر اساس پایداری لیاپانوفی تضمین می گردد که کنترل کننده پیشنهادی منجر به همزمان سازی سیستم های آشوبی واحد علی رغم وجود ورودی غیرخطی ناحیه مرده و همچنین ترم های نایقینی می شود. در نهایت نتایج شبیه سازی ها، کارایی مطلوب قانون کنترلی پیشنهادی را جهت همزمان سازی مقاوم سیستم های آشوبی واحد نشان می دهند.

کلمات کلیدی: سیستم های آشوبی واحد، همزمان سازی مقاوم، رویتگر غیرخطی، ورودی غیرخطی ناحیه مرده، مدلغزشی تطبیقی.

Robust Observer-Based Synchronization of Unified Chaotic Systems in the Presence of Dead-Zone Nonlinearity Input

Samaneh Mohammadpour, **Tahereh Binazadeh**

Abstract: In this paper, the synchronization of unified chaotic systems in the presence of practical constraints is considered. Constraints that this paper is considered are: dead-zone nonlinearity input, model uncertainty, external disturbance and the unavailability of state variables. First, the dynamical model of the unified chaotic systems in the presence of aforesaid constraints is introduced. Then, an observer-based adaptive controller is designed which guarantees robust synchronization between two unified chaotic systems (i.e. master and slave systems). For this purpose, a theorem is given and according to a Lyapunov stabilization approach, it is guaranteed that the proposed controller leads to robust synchronization objective despite the dead-zone nonlinearity input and also uncertainty terms. Finally, the computer simulations show proper performance of the proposed law in robust synchronization of the unified chaotic systems.

Keywords: unified chaotic systems, robust synchronization, nonlinear observer, dead-zone nonlinearity input, adaptive sliding mode.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-17]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1396.11.4.3.6]

۱- مقدمه

آشوب پدیده ای شبه تصادفی و پیچیده است که حساسیت زیادی به شرایط اولیه دارد. در طول سال های اخیر، کنترل و همزمانسازی سیستم های آشوبی علاقه بسیاری از محققان را به خود جلب کرده است و این دلیل اصلی کاربرد آن در زمینه های مخابرات ایمن، لیزر، رآکتورهای شیمیایی و بیولوژی است [۱-۴]. مسأله همزمان‌سازی یعنی طراحی قانون کنترلی به نحوی که دو سیستم آشوبی (اصلی و پیرو) به طور یکسان و همزمان با یکدیگر نوسان کنند. روش های کنترلی مختلفی برای همزمان سازی سیستم های آشوبی در مقالات ارائه شده است، از جمله می توان به کنترل فازی [۵،۶]، کنترل پسگام [۷،۸]، کنترل مد لغزشی [۹-۱۱]،کنترل مرتبه کسری [۱۲،۱۳] و روش خطی سازی فیدبکی [۱۴] اشاره نمود.

درکاربردهای عملی معمولاً متغیرهای حالت سیستم در دسترس نیستند، از اینرو طراحی رویتگر بر اساس تخمین متغیرهای حالت سیستم الزامی است. چندین تحقیق و روش در زمینه همزمان سازی سیستم های آشوبی بر پایه طراحی رویتگر صورت گرفته است؛ به عنوان مثال، همزمان سازی تصویری کلاسی از سیستم های آشوبی با استفاده از رویکرد طراحی رویتگر تطبیقی فازی در مرجع [۱۵] بررسی شده است. در مرجع [۱۶] از رویکرد مد لغزشی جهت همزمان سازی مبتنی بر طراحی رویتگر استفاده می شود. همزمان سازی پس فاز بر اساس تخمین متغیرهای حالت سیستم بین دو یا چند شبکه مختلط آشوبی در مرجع [۱۷] مطالعه می شود. همزمان سازی در حضور اغتشاشات خارجی و پارامترهای نامعلوم بر پایه طراحی رویتگر در مراجع [۱۸،۱۹] بررسی شده است.

سیستم آشوبی واحد کلاسی از سیستم های آشوبی است که رفتار آن شامل رفتار سیستم های Lorenz و Chen به عنوان دو سیستم جداگانه در دو طیف از پارامترهای مجزا و سیستم Liu به عنوان یک مورد خاص است که همانند دیگر سیستم های آشوبی مسئله همزمان سازی در آن مورد توجه محققان است. به عنوان مثال، مرجع [۲۰] رویکرد همزمان سازی با فیدبک کنترل خطی در سیستم آشوبی واحد را با سه ورودی و پارامترهای نامعلوم ارائه کرده است. در مرجع [۲۱] از کنترل کننده تطبیقی بر پایه مد لغزشی جهت همزمان کردن سیستم های واحد استفاده شده است. همزمان کردن سیستم های آشوبی واحد از طریق روش کنترل پالسی در مرجع [۲۲] بررسی شده است. مرجع [۲۳] همزمان سازی بر پایه پسیویتی را بررسی کرده است. همچنین در مراجع [۲۴،۲۵] همزمان سازی دو سیستم آشوبی واحد با استفاده از مفهوم تابع کنترل لیاپانوف (CLF) مطالعه شد. مرجع [۲۶] به همزمان سازی سیستم آشوبی واحد مرتبه کسری دارای ترم های نایقینی پرداخته است.

از آنجایی که سیستم های آشوبی نسبت به تغییرات پارامترهای خود حساس هستند، لذا حضور محرک های غیرخطی از جمله ناحیه مرده در ورودی کنترل آن ها منجر به نتایج غیر قابل پیش بینی و نامطلوب می شود. بنابراین بررسی تاثیر ورودی غیرخطی ناحیه مرده در طراحی کنترل کننده سیستم های آشوبی به خصوص سیستم های آشوبی واحد بسیار مهم است. باتوجه به مطالعاتی که انجام شد، همزمان سازی در حضور محرک غیرخطی ناحیه مرده جهت سیستم های آشوبی واحد در مراجع محدودی مورد مطالعه قرار گرفته است. به عنوان نمونه در مرجع [۲۷] از کنترل شبکه های عصبی تطبیقی برای همزمان سازی سیستم های آشوبی واحد در حضور ناحیه مرده استفاده شده است. مرجع [۲۸] جهت همزمان سازی دو سیستم آشوبی در حضور ورودی ناحیه مرده از کنترل فازی تطبیقی بهره برده است. همزمان سازی سیستم های آشوبی واحد از طریق کنترل مد لغزشی در حضور ناحیه مرده و ترم های نایقینی در مراجع [۲۹-۳۵] بررسی شده است. مسئله همزمان سازی سیستم های آشوبی واحد مبتنی بر طراحی رویتگر در حضور ترم های نایقینی نامعلوم و همچنین ورودی ناحیه مرده تاکنون در مرجعی بررسی نشده است که در این مقاله به آن پرداخته می شود.

در این مقاله، یک کنترل کننده بر پایه طراحی رویتگر جهت همزمان سازی سیستم های آشوبی واحد طراحی می شود. سیستم پیرو دارای ترم های نایقینی سازگار با ورودی (ناشی از عدم قطعیت پارامتری و اغتشاش خارجی) و همچنین ورودی غیر خطی ناحیه مرده می باشد. از آنجاییکه در عمل همواره متغیرهای حالت یک سیستم در دسترس نیستند، لذا طراحی قانون کنترلی بر پایه رویتگر رویکردی عملی تر و واقع بینانه تر در مواجهه با مساله است که البته به پیچیدگی بیشتری نیز منجر می شود. به دلیل ساختار غیرخطی رویتگر پیشنهادی، ساختار تابع لیاپانوف پیچیده تری جهت اثبات عملکرد مطلوب سیستم حلقه بسته (شامل معادلات سیستم و رویتگر) ارائه گردیده و روند اثبات همزمان سازی در حضور ناحیه مرده و بر مبنای قانون کنترلی بر پایه رویتگر انجام شده است. علاوه بر این، بدلیل وجود ترم‌های نایقینی و ضرورت عملکرد مقاوم قانون پیشنهادی، رویکرد تطبیقی در طراحی قانون کنترلی مقاوم به منظور کاهش میزان محافظه‌کاری در برخورد با ترم‌های نایقینی به کار گرفته شده و قوانین تطبیقی استخراج گردیده است. درنهایت شبیه‌سازی‌های کامپیوتری عملکرد مناسب قانون کنترلی پیشنهادی بر روی سه سیستم واحد مذکور (Lorenz ، Chen و Liu) را نشان می دهند.

۲- توصیف سیستم های آشوبی واحد

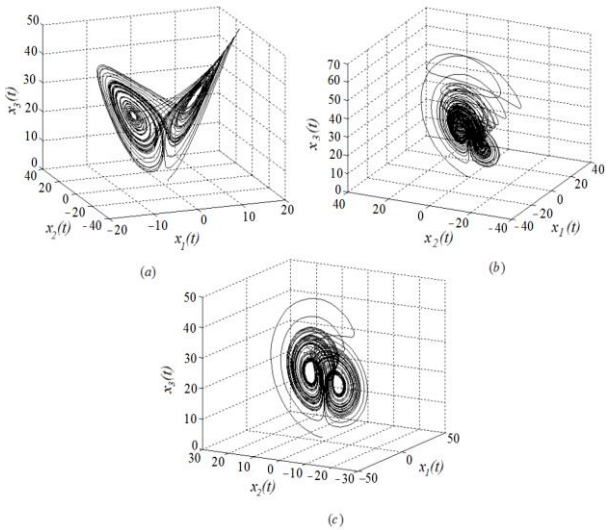
دینامیک سیستم آشوبی غیرخطی واحد به صورت زیر توصیف می شود [۳۴]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = (25\alpha + 10)(x_2(t) - x_1(t)) \\ \dot{x}_2(t) = (28 - 35\alpha)x_1(t) + (29\alpha - 1)x_2(t) \\ \qquad - x_1(t)x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) = x_1(t)x_2(t) - ((8+\alpha)/3)x_3(t) \end{cases} \quad (۱)$$

منظور از سیستم های آشوبی واحد وجود پارامتر $\alpha \in [0,1]$ است که اگر $\alpha \in [0,0.8)$ باشد سیستم (۱) بیانگر سیستم آشوبی Lorenz

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-17]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1396.11.4.3.6]

است، اگر $\alpha \in (0.8,1]$باشد، بیانگر سیستم آشوبی Chen است و اگر $\alpha = 0.8$ باشد سیستم Liu می باشد، شکل (۱) منحنی فاز سه سیستم مذکور را نشان می دهد که رفتار آشوبی در آن ها مشاهده می شود.



شکل ۱: منحنی فاز سیستم های آشوبی واحد: (a) سیستم Lorenz، (b)سیستم Chen، (c)سیستم Liu.

سیستم آشوبی بیان شده در معادله (۱) به عنوان سیستم اصلی در نظر گرفته می شود، سیستم پیروکه دارای ترم های نایقینی و ورودی غیرخطی ناحیه مرده است، به صورت زیر لحاظ می گردد:

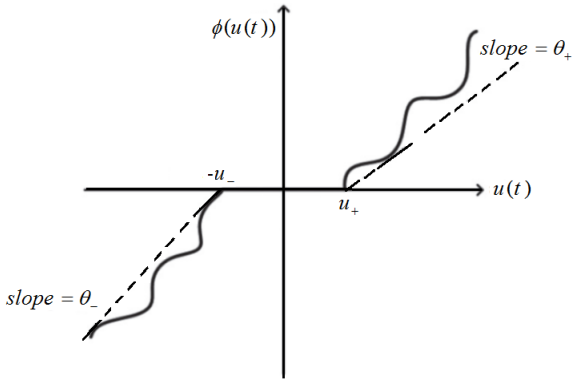
$$\begin{cases} \dot{y}_1(t) = (25\alpha+10)(y_2(t)-y_1(t)) \\ \dot{y}_2(t) = (28-35\alpha)y_1(t)+(29\alpha-1)y_2(t)- \\ \qquad y_1(t)y_3(t)+\Delta g(y_1,y_2,y_3)+ \\ \qquad d(t)+\phi(u(t)) \\ \dot{y}_3(t) = y_1(t)y_2(t)-((8+\alpha)/3)y_3(t) \end{cases} \quad (۲)$$

که در آن $x(t), y(t) \in D \subseteq R^3$, $\{0\} \in D$ بردارهای حالت سیستم اصلی و پیرو هستند. $\Delta g(y_1,y_2,y_3)$عدم قطعیت مدل و $d(t)$ اغتشاش خارجی می باشند. $u \in R$ورودی کنترلی و $\phi(u(t)): R \to R$ یک تابع غیرخطی ناحیه مرده پیوسته است که به صورت زیر بیان می شود [۳۳-۳۵]:

$$\phi(u(t)) = \begin{cases} \phi_+(u(t)-u_+) & u(t) > u_+ \\ 0 & -u_- \le u(t) \le u_+ \\ \phi_-(u(t)+u_-) & u(t) < -u_- \end{cases} \quad (3)$$

که در آن $\phi_+, \phi_- > 0$ دو تابع پیوسته غیرخطی دلخواه از $u(t)$ هستند. u_+, u_- ثوابت مثبت معلوم و نشان دهنده محدوده ناحیه مرده می باشند، بنابراین تابع ورودی غیرخطی $\phi(u(t))$ در خارج از باند مرده قرار دارد. پارامترهای θ_+ و θ_- که در شکل (۲) نشان داده شده اند بهره تحمل کاهش بوده که $\theta_+ < \phi_+$، $\theta_- < \phi_-$ و با رابطه زیر متناسب می باشند:

$$\begin{cases} (u-u_+)\phi(u) \ge \theta_+(u-u_+)^2 & u > u_+ \\ (u+u_-)\phi(u) \ge \theta_-(u+u_-)^2 & u < -u_- \end{cases} \quad (۴)$$



شکل ۲: تابع غیرخطی ناحیه مرده [۳۳].

فرض ۱: عدم قطیت Δg و اغتشاش خارجی $d(t)$ محدود و سازگار با ورودی هستند [۳۵]:

$$|\Delta g(y_1,y_2,y_3)| + |d(t)| < \rho \quad (5)$$

که در آن ρ ثابت مثبت ولی نامعلوم است.

فرض ۲: تابع $g(y,t)$ به طور محلی لیپ شیتز است که در آن L ثابت لیپ شیتز است.

$$\|g(y,t)-g(\hat{y},t)\| \le L\|y-\hat{y}\|, \quad \forall y(t) \& \hat{y}(t) \in D,\ t \in [0,\infty) \quad (۶)$$

هدف طراحی یک قانون کنترلی مقاوم مبتنی بر رویتگر است به نحوی که دو سیستم آشوبی (۱) و (۲) با در نظر گرفتن قیود عملی نظیر: وجود عدم قطعیت در مدل سیستم، اغتشاشات خارجی و در حضور ورودی غیرخطی ناحیه مرده همزمان شوند. برای این منظور ابتدا یک رویتگر برای سیستم پیرو طراحی می شود سپس کنترل کننده مناسب بر اساس متغیرهای سیستم رویتگر طراحی می گردد تا هدف همزمان سازی محقق می شود.

۳- نتایج اصلی

در این بخش، یک کنترل کننده بر اساس رویتگر پیشنهادی طراحی می شود. همچنین قضیه ای ارائه می گردد که همزمان سازی مقاوم را بین دو سیستم اصلی و پیرو در حضور ورودی غیرخطی ناحیه مرده تضمین کند.

جهت طراحی رویتگر، ابتدا سیستم های (۱) و (۲) به صورت زیر بازنویسی می شوند:

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-17]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1396.11.4.3.6]

سیستم اصلی:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1(t)\\ \dot{x}_2(t)\\ \dot{x}_3(t)\end{bmatrix}=\underbrace{\begin{bmatrix}-(25\alpha+10) & (25\alpha+10) & 0\\ (28-35\alpha) & (29\alpha-1) & 0\\ 0 & 0 & -(8+\alpha)/3\end{bmatrix}}_{A}.\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\\ x_3(t)\end{bmatrix}+\underbrace{\begin{bmatrix}0\\ -x_1(t)x_3(t)\\ x_1(t)x_2(t)\end{bmatrix}}_{f(x(t))}$$
$$\Rightarrow \dot{x}(t)=Ax(t)+f(x(t))+B(\hat{x}(t))u(t)+K(t)\left[y(t)-C(\hat{x}(t))\hat{x}(t)\right] \quad (۷)$$

و سیستم پیرو:

$$\begin{bmatrix}\dot{y}_1(t)\\ \dot{y}_2(t)\\ \dot{y}_3(t)\end{bmatrix}=\underbrace{\begin{bmatrix}-(25\alpha+10) & (25\alpha+10) & 0\\ (28-35\alpha) & (29\alpha-1) & 0\\ 0 & 0 & -(8+\alpha)/3\end{bmatrix}}_{A}.\begin{bmatrix}y_1(t)\\ y_2(t)\\ y_3(t)\end{bmatrix}+\underbrace{\begin{bmatrix}0\\ -y_1(t)y_3(t)\\ y_1(t)y_2(t)\end{bmatrix}}_{g(y(t))}+\underbrace{\begin{bmatrix}0\\ 1\\ 0\end{bmatrix}}_{B}.$$
$$\left(\Delta g(y_1,y_2,y_3)+d(t)+\phi(u(t))\right) \quad (۸)$$
$$\Rightarrow\begin{cases}\dot{y}(t)=Ay(t)+g(y(t))+B\left(\Delta g(y_1,y_2,y_3)+\\ \qquad d(t)+\phi(u(t))\right)\\ z(t)=Cy(t)\end{cases}$$

که در آن $z\in R$ خروجی قابل اندازه گیری سیستم پیرو است و ماتریس C به گونه ای انتخاب می شود که جفت (A,C) اکیداً رویت پذیر باشد. رویتگر پیشنهادی جهت تخمین متغیرهای حالت سیستم پیرو به صورت زیر است:

$$\begin{cases}\dot{\hat{y}}(t)=A\hat{y}(t)+g(\hat{y}(t))+B\phi(u(t))+\\ \qquad K(z-\hat{z})\\ \hat{z}(t)=C\hat{y}(t)\end{cases} \quad (۹)$$

که در آن $\hat{y}(t)\in R^3$ متغیر حالت سیستم رویتگر است. $K=[K_1,K_2,K_3]^T\in R^3$ بهره رویتگر می باشد و به گونه ای انتخاب می شود که $(A-KC)$ هرویتز باشد. همچنین با توجه به رویت پذیری جفت (A,C) این بهره همواره وجود دارد. از آنجایی که $(A-KC)$ هرویتز است بنابراین بر اساس رابطه لیاپانوف برای هر مقدار مثبت معین متقارن ماتریس Q یک ماتریس مثبت معین متقارن منحصر به فرد P وجود دارد به نحوی که رابطه زیر برقراست:

$$(A-KC)^TP+P(A-KC)=-Q \quad (۱۰)$$

در ادامه خطای رویتگر $\varepsilon(t)$ و خطای همزمان سازی $e(t)$ به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\varepsilon(t)=y(t)-\hat{y}(t) \quad (۱۱)$$

$$e(t)=\hat{y}(t)-x(t) \quad (۱۲)$$

بر اساس روابط (۸) و (۹) دینامیک خطای رویتگر به صورت زیر حاصل می گردد:

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}(t)&=\dot{y}(t)-\dot{\hat{y}}(t)\\ &=Ay(t)+g(y(t))+B\left(\Delta g(y_1,y_2,y_3)+\right.\\ &\quad \left.d(t)+\phi(u(t))\right)-A\hat{y}(t)-g(\hat{y}(t))-\\ &\quad B\phi(u(t))-K(z(t)-\hat{z}(t))\\ &=A\varepsilon(t)+g(y(t))-g(\hat{y}(t))-K\left(z(t)+\right.\\ &\quad \left.\hat{z}(t)\right)+B\left(\Delta g(y_1,y_2,y_3)+d(t)\right)\\ &=(A-KC)\varepsilon(t)+g(y(t))-g(\hat{y}(t))+\\ &\quad B\left(\Delta g(y_1,y_2,y_3)+d(t)\right)\end{aligned} \quad (۱۳)$$

همچنین دینامیک خطای همزمان سازی بر اساس روابط (۷) و (۹) به صورت زیر می باشد:

$$\begin{aligned}\dot{e}(t)&=\dot{\hat{y}}(t)-\dot{x}(t)\\ &=Ae(t)+g(y(t))-f(x(t))+\\ &\quad B\phi(u(t))+K(z(t)-\hat{z}(t))\end{aligned}$$
$$\Rightarrow\begin{cases}\dot{e}_1(t)=(25\alpha+10)(e_2(t)-e_1(t))+\\ \qquad K_1(z(t)-\hat{z}(t))\\ \dot{e}_2(t)=(28-35\alpha)e_1(t)+(29\alpha-1)\\ \qquad e_2(t)-x_1(t)e_3(t)-\hat{y}_3(t)e_1(t)+\\ \qquad \phi(u(t))+K_2(z(t)-\hat{z}(t))\\ \dot{e}_3(t)=-((8+\alpha)/3)e_3+x_1(t)e_2(t)+\\ \qquad \hat{y}_2(t)e_1(t)+K_3(z(t)-\hat{z}(t))\end{cases} \quad (۱۴)$$

به دلیل وجود ترم های نایقینی (عدم قطعیت و اغتشاش خارجی) و ورودی غیرخطی ناحیه مرده در سیستم آشوبی نیاز به طراحی قانون کنترلی مقاوم بر اساس متغیرهای سیستم رویتگر است که عملکرد مناسبی داشته باشد. لذا رویکرد مطرح شده در این مقاله استفاده از کنترل مد لغزشی بر پایه قانون تطبیقی است. طراحی کنترل مد لغزشی شامل دو فاز است؛ فاز اول طراحی سطح لغزش به‌نحوی‌که حرکت روی سطح لغزش اهداف کنترلی را برآورده سازد. فاز دوم طراحی قانون کنترلی مناسب به‌نحوی‌که تضمین کند مسیرهای فاز در حضور عدم قطعیت و اغتشاش خارجی در زمان محدود به سطح می‌رسند و بر روی آن باقی می‌مانند. بر این اساس معادله سطح لغزش به‌صورت زیر پیشنهاد می‌شود:

$$s(t)=B^Te(t)=e_2(t) \quad (۱۵)$$

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-17]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1396.11.4.3.6]

که B در رابطه (۸) معرفی گردید. مشتق سطح لغزش فوق به صورت زیر است:

$$\dot{s}(t)=B^T\dot{e}(t)=B^T\left(Ae(t)+g(y(t))-f(x(t))+B\phi(u(t))+K(z(t)-\hat{z}(t))\right) \quad (۱۶)$$

بدیهی است که اگر سطح لغزش برابر صفر شود $(s(t)=0)$ معادله (۱۵) همگرایی خطای همزمان سازی به صفر را تضمین می کند $(e_2(t)=0)$. در ادامه قضیه ای ارائه می شود و بر پایه رویتگر و سطح لغزش قانون کنترلی طراحی می گردد به نحوی که هدف همزمان سازی رخ دهد.

قضیه ۱- کنترل کننده مقاوم که در رابطه (۱۷) توصیف می شود با قوانین تطبیقی (۱۹) و (۲۰) همزمان سازی مقاوم سیستم های آشوبی واحد (۱) و (۲) را در حضور عدم قطعیت مدل، اغتشاش خارجی و ورودی غیرخطی ناحیه مرده تضمین می کند.

$$u(t)=\begin{cases}-\vartheta\eta sign(s(t))-u_- & s(t)>0\\ 0 & s(t)=0\\ -\vartheta\eta sign(s(t))+u_+ & s(t)<0\end{cases} \quad (۱۷)$$

$$\eta=\left|B^T\left(Ae(t)+g(y(t))-f(x(t))+K(z(t)-\hat{z}(t))\right)\right| \quad (۱۸)$$

$$\theta=\min(\theta_+,\theta_-),\qquad \vartheta>1/\theta>0$$

$$\dot{\hat{\rho}}(t)=\|\varepsilon(t)\|\|P\| \qquad \hat{\rho}(0)\in R^+ \quad (۱۹)$$

$$\dot{\hat{L}}(t)=\nu\|P\|\|\varepsilon(t)\|^2, \qquad \hat{L}(0)\in R^+ \quad (۲۰)$$

$\nu>0$ بهره تطبیقی می باشد. همچنین $\hat{\rho}(t)$ و $\hat{L}(t)$ تخمینی از ثوابت ρ و L هستند.

اثبات- تابع لیاپانوف به صورت زیر پیشنهاد می شود:

$$V(t)=\frac{1}{2}s^2(t)+\frac{1}{2}\tilde{\rho}^2(t)+\frac{1}{2}\varepsilon^T(t)P\varepsilon(t)+\frac{1}{2\nu}\tilde{L}^2(t) \quad (۲۱)$$

که در آن $\tilde{\rho}$ و $\tilde{L}$ خطای تخمین ρ و L هستند، لذا داریم:

$$\tilde{\rho}(t)=\hat{\rho}(t)-\rho\Rightarrow\dot{\tilde{\rho}}(t)=\dot{\hat{\rho}}(t) \quad (۲۲)$$

$$\tilde{L}(t)=\hat{L}(t)-L\Rightarrow\dot{\tilde{L}}(t)=\dot{\hat{L}}(t) \quad (۲۳)$$

با مشتق گیری از تابع لیاپانوف داریم:

$$\dot{V}=s(t)\dot{s}(t)+\tilde{\rho}(t)\dot{\tilde{\rho}}(t)+\frac{1}{2}\left(\dot{\varepsilon}^T(t)P\varepsilon(t)+\varepsilon^T(t)P\dot{\varepsilon}(t)\right)+\frac{1}{\nu}\tilde{L}(t)\dot{\tilde{L}}(t) \quad (۲۴)$$

با جایگذاری $\dot{s}(t)$ از رابطه (۱۶) در (۲۴)، عبارت زیر حاصل می گردد:

$$\begin{aligned}\dot{V}=&s(t)B^T\left(Ae(t)+g(y(t))-f(x(t))+B\phi(u(t))+K(z(t)-\hat{z}(t))\right)+\tilde{\rho}(t)\dot{\tilde{\rho}}(t)+\\&\frac{1}{2}\left(\dot{\varepsilon}(t)^TP\varepsilon(t)+\varepsilon(t)^TP\dot{\varepsilon}(t)\right)+\frac{1}{\nu}\tilde{L}(t)\dot{\tilde{L}}(t)\\ \le&|s(t)|\left|B^T\left(Ae(t)+g(y(t))-f(x(t))+K(z(t)-\hat{z}(t))\right)\right|+s(t)B^TB\phi(u(t))+\\&\tilde{\rho}(t)\dot{\tilde{\rho}}(t)+\frac{1}{2}\left(\dot{\varepsilon}(t)^TP\varepsilon(t)+\varepsilon(t)^TP\dot{\varepsilon}(t)\right)+\frac{1}{\nu}\tilde{L}(t)\dot{\tilde{L}}(t)\end{aligned} \quad (۲۵)$$

با جایگذاری روابط (۲۲)، (۲۳) در رابطه فوق و همچنین با در نظر گرفتن رابطه (۱۸) نتیجه زیر بدست می آید:

$$\dot{V}\le\eta|s(t)|+s(t)B^TB\phi(u(t))+\tilde{\rho}(t)\dot{\tilde{\rho}}(t)+\frac{1}{2}\left(\dot{\varepsilon}(t)^TP\varepsilon(t)+\varepsilon(t)^TP\dot{\varepsilon}(t)\right)+\frac{1}{\nu}\tilde{L}(t)\dot{\tilde{L}}(t) \quad (۲۶)$$

از آنجایی که $(B^TB=1)$ است داریم:

$$\dot{V}\le\eta|s(t)|+s(t)\phi(u(t))+\tilde{\rho}(t)\dot{\tilde{\rho}}(t)+\frac{1}{2}\left(\dot{\varepsilon}(t)^TP\varepsilon(t)+\varepsilon(t)^TP\dot{\varepsilon}(t)\right)+\frac{1}{\nu}\tilde{L}(t)\dot{\tilde{L}}(t) \quad (۲۷)$$

و همچنین با جایگذاری معادله $\dot{\varepsilon}(t)$ از رابطه (۱۳) در عبارت فوق می توان نوشت:

$$\begin{aligned}\dot{V}\le&\eta|s(t)|+s(t)\phi(u(t))+\tilde{\rho}(t)\dot{\tilde{\rho}}(t)+\\&\frac{1}{2}\varepsilon^TP\left((A-KC)\varepsilon(t)+g(y(t))-g(\hat{y}(t))+B\left(\Delta g(y_1,y_2,y_3)+d(t)\right)\right)+\\&\frac{1}{2}\left((A-KC)\varepsilon(t)+g(y(t))-g(\hat{y}(t))+B\left(\Delta g(y_1,y_2,y_3)+d(t)\right)\right)^TP\varepsilon(t)+\frac{1}{\nu}\tilde{L}(t)\dot{\tilde{L}}(t)\\ \le&\eta|s(t)|+s(t)\phi(u(t))+\tilde{\rho}(t)\dot{\tilde{\rho}}(t)+\\&\frac{1}{2}\varepsilon(t)^T\left[(A-KC)^TP+P(A-KC)\right]\varepsilon(t)+\\&\varepsilon(t)^TP\|g(y(t))-g(\hat{y}(t))\|+\\&\varepsilon^TP\left(|\Delta g(y_1,y_2,y_3)|+|d(t)|\right)+\\&\frac{1}{\nu}\tilde{L}(t)\dot{\tilde{L}}(t)\end{aligned} \quad (۲۸)$$

بر طبق فرضیات۱ ،۲ و همچنین جایگذاری روابط (۱۹)، (۲۰)، رابطه فوق به صورت زیر حاصل می گردد:

$$\dot{V}\le\eta|s(t)|+s(t)\phi(u(t))+\tilde{\rho}\|\varepsilon(t)\|\|P\|-\frac{1}{2}\varepsilon(t)^TQ\varepsilon(t)+L\|\varepsilon(t)\|^2\|P\|+\rho\|P\|\|\varepsilon(t)\|+\tilde{L}\|P\|\|\varepsilon(t)\|^2 \quad (۲۹)$$

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-17]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1396.11.4.3.6]

با قرار دادن روابط $L=\hat{L}-\tilde{L}$ و $\rho=\hat{\rho}-\tilde{\rho}$ در عبارت فوق نتیجه زیر حاصل می گردد:

$$\begin{aligned}\dot{V} &\le \eta|s(t)|+s(t)\phi(u(t))+\tilde{\rho}\|\varepsilon(t)\|\|P\| \\ &-\frac{1}{2}\varepsilon(t)^T Q\varepsilon(t)+(\hat{L}-\tilde{L})\|\varepsilon(t)\|^2\|P\| \\ &+(\hat{\rho}-\tilde{\rho})\|P\|\|\varepsilon(t)\|+\tilde{L}\|P\|\|\varepsilon(t)\|^2 \\ &\le \eta|s(t)|+s(t)\phi(u(t))-\frac{1}{2}\lambda_{\min}(Q)\|\varepsilon(t)\|^2 \\ &+\hat{\rho}\|P\|\|\varepsilon(t)\|+\hat{L}\|\varepsilon(t)\|^2\|P\|\end{aligned} \qquad (۳۰)$$

که در آن $\lambda_{\min}(Q)$ مینیمم مقدار ویژه ماتریس Q است.

در رابطه (۳۰)، در ناحیه ای که شرط $-\frac{1}{2}\lambda_{\min}(Q)\|\varepsilon\|^2+\hat{\rho}\|P\|\|\varepsilon\|+\hat{L}\|\varepsilon\|^2\|P\|\le 0$ برقرار باشد، آنگاه $\dot{V}\le\eta|s(t)|+s(t)\phi(u(t))$ خواهد بود. به عبارت دیگر برای $\|\varepsilon\|\ge\dfrac{\hat{\rho}\|P\|}{\frac{1}{2}\lambda_{\min}(Q)+\hat{L}\|P\|}=\bar{\mu}$ داریم:

$$\dot{V}\le\eta|s(t)|+s(t)\phi(u(t)) \qquad (۳۱)$$

در ناحیه $\left(\|\varepsilon\|\ge\bar{\mu}\right)$، اگر $s(t)<0$ باشد طبق رابطه (۱۷)، $u(t)>u_+$ است، بنابراین از روابط (۴) و (۱۷) نتیجه زیر حاصل می گردد:

$$\begin{aligned}(u(t)-u_+)\phi(u(t)) &\ge \theta_+(u-u_+)^2 \\ &\ge \theta_+\vartheta^2\eta^2(sign(s(t)))^2 \\ &\ge \theta\vartheta^2\eta^2(sign(s(t)))^2\end{aligned} \qquad (۳۲)$$

همچنین اگر $s(t)>0$ طبق رابطه (۱۷)، $u(t)<-u_-$ است، بنابراین از روابط (۴) و (۱۷) داریم:

$$\begin{aligned}(u(t)+u_-)\phi(u(t)) &\ge \theta_-(u+u_-)^2 \\ &\ge \theta_-\vartheta^2\eta^2(sign(s(t)))^2 \\ &\ge \theta\vartheta^2\eta^2(sign(s(t)))^2\end{aligned} \qquad (۳۳)$$

لذا از روابط (۳۲) و (۳۳) نتیجه زیر حاصل می شود:

$$-\vartheta\eta sign(s(t))\phi(u(t))\ge\theta\vartheta^2\eta^2(sign(s(t)))^2 \qquad (۳۴)$$

ازآنجایی که $s^2(t)\ge 0$ است، با ضرب کردن در رابطه فوق عبارت زیر برقرار می گردد:

$$\begin{aligned}&-\vartheta\eta s(t)s(t)sign(s(t))\phi(u(t)) \\ &\ge\theta\vartheta^2\eta^2 s^2(t)(sign(s(t)))^2 \\ &-s(t)|s(t)|\vartheta\eta\phi(u(t))\ge\theta|s(t)|^2\vartheta^2\eta^2 \\ &\to s(t)\phi(u(t))\le-\theta|s(t)|\vartheta\eta\end{aligned} \qquad (۳۵)$$

در رابطه فوق عبارت $s(t)\mathrm{sgn}(s(t))=|s(t)|$ جایگذاری شده است. در ادامه با قرار دادن رابطه (۳۵) در (۳۱) نتیجه زیر حاصل می گردد:

$$\begin{aligned}\dot{V} &\le \eta|s(t)|+s(t)\phi(u(t)) \\ &\le \eta|s(t)|-\theta|s(t)|\vartheta\eta=\eta|s(t)|(1-\theta\vartheta) \\ &=-|s(t)|\underbrace{\eta(\theta\vartheta-1)}_{\gamma}\le-\gamma|s(t)|\le-W(e) \\ &\vartheta>1/\theta>0\end{aligned} \qquad (۳۶)$$

بنابراین در ناحیه $\left(\|\varepsilon\|\ge\bar{\mu}\right)$ به ازای $\vartheta>1/\theta$، $W(t)=\gamma|s(t)|$ مثبت است، لذا بر طبق لم ۱ (ارجاع به پیوست)، خطای رویتگر پایدار ورودی به حالت (ISS) است.

$$V(t)\le V(0)-\int_0^t W(\lambda)d\lambda \qquad (۳۷)$$

از آنجایی‌که $\dot{V}\le-W(t)$، بنابراین در ناحیه مذکور تابع لیاپانوف $\lambda_{\min}(Q)$ منفی و محدود است. ازاین‌رو بنا بر لم باربالات (لم ۲ در پیوست)، $\lim_{t\to\infty}\int_0^t W(\tau)d\tau$ وجود دارد و محدود می‌باشد و در نتیجه $\lim_{t\to\infty}W(t)=0$ است.

$$\lim_{t\to\infty}W(t)=\lim_{t\to\infty}\gamma|s(t)|=0 \qquad (۳۸)$$

از آنجایی که γ ضریب ثابت مثبت است لذا در رابطه (۳۸) $\lim_{t\to\infty}s(t)=0$ به صفر همگرا می شود، بنابراین بر اساس رابطه (۱۵) اثبات شد که $e_2(t)$ نیز به صفر همگرا می شود ($\lim_{t\to\infty}e_2(t)=0$).

حال زیرسیستم اول و سوم در رابطه (۱۴) با در نظر گرفتن $e_2(t)=0$ به صورت زیر حاصل می گردد:

$$\begin{cases}\dot{e}_1(t)=-(25\alpha+10)e_1(t) \\ \dot{e}_3(t)=-((8+\alpha)/3)e_3(t)+\hat{y}_2(t)e_1(t) \end{cases}\quad \forall y,\hat{y}\in D\times[0,\infty) \qquad (۳۹)$$

لذا زیرسیستم اول به دلیل اینکه $(25\alpha+10)>0$ و $\alpha\in[0,1]$ است $e_1(t)$ به طور مجانبی به صفر همگرا می شود ($\lim_{t\to\infty}e_1(t)=0$)، همچنین در زیر سیستم سوم با در نظر گرفتن $e_1(t)=0$ چون $(8+\alpha)/3>0$ است لذا $e_3(t)$ نیز به طور مجانبی و محلی به صفر همگرا می شود ($\lim_{t\to\infty}e_3(t)=0$). ■

بنابراین پایداری بردارهای خطا به طور محلی برقرار است. درواقع همزمان سازی در حضور عدم قطعیت و اغتشاش خارجی و همچنین ورودی غیرخطی ناحیه مرده محقق گردیده است.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-17]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1396.11.4.3.6]

٤- شبیه سازی کامپیوتری

اکنون قانون کنترل مقاوم طراحی شده بر روی سه سیستم آشوبی Lorenz ، Chen و Liu اعمال می گردد تا کارایی کنترل کننده ارائه شده، مشخص شود. ازآنجایی‌که قانون کنترلی (۱۷) شامل تابع علامت $\mathrm{sgn}(s(t))$ گسسته است به‌عنوان یک سوئیچ سخت باعث ایجاد پدیده چترینگ می‌شود، برای جلوگیری از این پدیده تقریب همواری از آن (تابع پیوسته $\tanh(s(t)/\varepsilon_0)$ به ازای ε_0 مثبت کوچک) جایگزین می‌شود. لذا قانون کنترلی (۱۷) به صورت زیر اصلاح می گردد:

$$u(t)=\begin{cases}-\vartheta\eta\tanh(\dfrac{s(t)}{\varepsilon_0})-u_- & s(t)>0\\ 0 & s(t)=0\\ -\vartheta\eta\tanh(\dfrac{s(t)}{\varepsilon_0})+u_+ & s(t)<0\end{cases} \qquad (۴۰)$$

ابتدا با قرار دادن $\alpha=0$ در سیستم آشوبی (۱) سیستم Lorenz مورد بررسی قرار می گیرد. جهت شبیه سازی پارامترها، شرایط اولیه، عدم قطعیت و اغتشاش خارجی به صورت زیر در نظر گرفته می شود.

$$\begin{aligned}&K=[K_1,K_2,K_3]^T=[1\ \ 28\ -1.66]^T,\ \nu=0.1\\&(y_1(0),y_2(0),y_3(0))=(-0.3,-0.1,-0.2),\\&(x_1(0),x_2(0),x_3(0))=(0.1,0.2,0.3)\\&\Delta g(y_1,y_2,y_3)=0.05\sin(\pi y_1+y_2),\\&d(t)=0.1\cos(\pi t)-0.4\sin(t)\ ,\varepsilon_0=1\end{aligned} \qquad (۴۱)$$

تابع غیرخطی ناحیه مرده با توجه به رابطه (۳) به صورت زیر تعریف می شود:

$$\phi(u(t))=\begin{cases}(1+0.05\sin(u(t)))(u(t)-3) & u(t)>3\\ 0 & -3\le u(t)\le 3\\ (1+0.03\cos(u(t)))(u(t)+3) & u(t)<-3\end{cases} \qquad (۴۲)$$

که در آن $u_+=u_-=3$ نشان دهنده منطقه مرده است. بر اساس رابطه فوق $\theta_+=0.7$ و $\theta_-=0.5$ تعیین می شوند، لذا $\theta=\min(0.7,0.5)=0.5$ است و در نتیجه $\vartheta>1/\theta>4$ انتخاب می گردد. در ادامه قانون کنترلی برای سیستم Lorenz بر طبق رابطه (۴۰) به صورت زیر حاصل می شود:

$$u(t)=\begin{cases}-4\eta(t)\tanh(s(t)/\varepsilon_0)-3 & s(t)>0\\ 0 & s(t)=0\\ -4\eta(t)\tanh(s(t)/\varepsilon_0)+3 & s(t)<0\end{cases} \qquad (۴۳)$$
$$\eta(t)=\left|28e_1(t)-e_2(t)-x_1(t)e_3(t)-y_3(t)e_1(t)\right|$$

حال بررسی سیستم آشوبی Chen ($\alpha=1$) با $K=[K_1,K_2,K_3]^T=[1\ \ 28\ -1.66]^T,\ \nu=1,\ \varepsilon_0=0.3$ و شرایط اولیه $(x_1(0),x_2(0),x_3(0))=(0.1,0.2,0.3)$ صورت می گیرد. همچنین عدم قطعیت و اغتشاش خارجی به صورت زیر لحاظ می گردد:

$$d(t)=0.5\cos(t)+0.01\sin(5t)$$
$$\Delta g(y_1,y_2,y_3)=0.03\cos(7y_1)$$

تابع غیرخطی ناحیه مرده با محدوده مرده $u_+=u_-=2$ به صورت زیر می باشد:

$$\phi(u(t))=\begin{cases}(1+0.9\cos(u(t)))(u(t)-2), & u(t)>2\\ 0, & -2\le u(t)\le 2\\ (1+0.7\sin(u(t)))(u(t)+2), & u(t)<-2\end{cases} \qquad (۴۴)$$

و همچنین کنترل کننده را بر اساس رابطه (۴۰) و انتخاب $\theta_+=0.1$, $\theta_-=0.06$ و $\theta=\min(0.06,0.1)=0.06\rightarrow\vartheta>1/\theta>20$ می توان نوشت:

$$u(t)=\begin{cases}-20\eta(t)\tanh(s(t)/\varepsilon_0)-2 & s(t)>0\\ 0 & s(t)=0\\ -20\eta(t)\tanh(s(t)/\varepsilon_0)+2 & s(t)<0\end{cases} \qquad (۴۵)$$
$$\eta(t)=\left|-7e_1(t)+28e_2(t)-x_1(t)e_3(t)-y_3(t)e_1(t)\right|$$

و در نهایت سیستم آشوبی Liu ($\alpha=0.8$) با شرایط زیر بررسی می شود:

$$\phi(u(t))=\begin{cases}(1-0.3\sin(u(t)))(u(t)-2) & u(t)>2\\ 0 & -2\le u(t)\le 2\\ (0.9-0.4\cos(u(t))). & u(t)<-2\\ (u(t)+2)\end{cases} \qquad (۴۶)$$

$$u(t)=\begin{cases}-60\eta(t)\tanh(s(t)/\varepsilon_0)-2 & s(t)>0\\ 0 & s(t)=0\\ -60\eta(t)\tanh(s(t)/\varepsilon_0)+2 & s(t)<0\end{cases} \qquad (۴۷)$$
$$\eta(t)=\left|22.2e_2(t)-x_1(t)e_3(t)-y_3(t)e_1(t)\right|$$

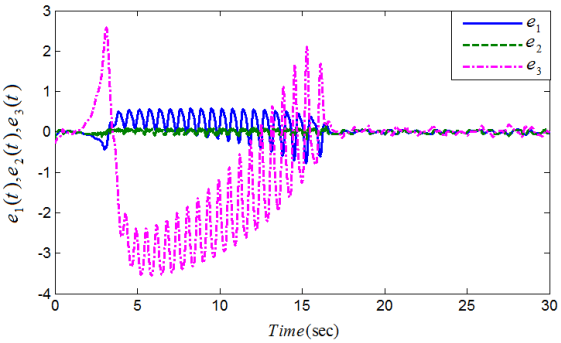
که در آن $u_+=u_-=2$ و $\theta_+=0.1$, $\theta_-=0.02$ است، لذا $\theta=\min(0.02,0.1),=0.02\rightarrow\vartheta>1/\theta>60$ انتخاب شده است. مقادیر زیر جهت شبیه سازی استفاده شده اند:

$$\begin{aligned}&K=[K_1,K_2,K_3]^T=[1\ \ 28\ \ -1.66]^T,\ \nu=1,\\&(y_1(0),y_2(0),y_3(0))=(-0.3,-0.2,-0.1),\\&(x_1(0),x_2(0),x_3(0))=(0.1,-0.1,-0.4)\\&\Delta g(y_1,y_2,y_3)=-0.03\sin(4y_3),\\&d(t)=0.7\cos(t),\ \varepsilon_0=0.2\end{aligned} \qquad (۴۸)$$

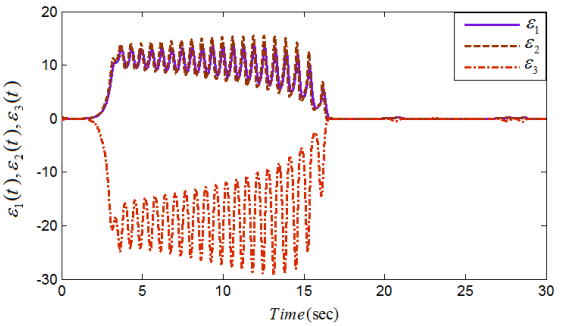
شکل های (۳)، (۷) و (۱۱) متغیرهای بردار خطای همزمان سازی را به ترتیب در سیستم های Lorenz ، Chen و Liu نمایش می دهند. همان‌طور که مشاهده می‌شود علی‌رغم اینکه ورودی غیرخطی ناحیه مرده به سیستم های واحد اعمال شده است، مسئله همزمانسازی توسط کنترل کننده طراحی شده محقق گردیده است. همچنین شکل های (۴)، (۸) و

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-17]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1396.11.4.3.6]

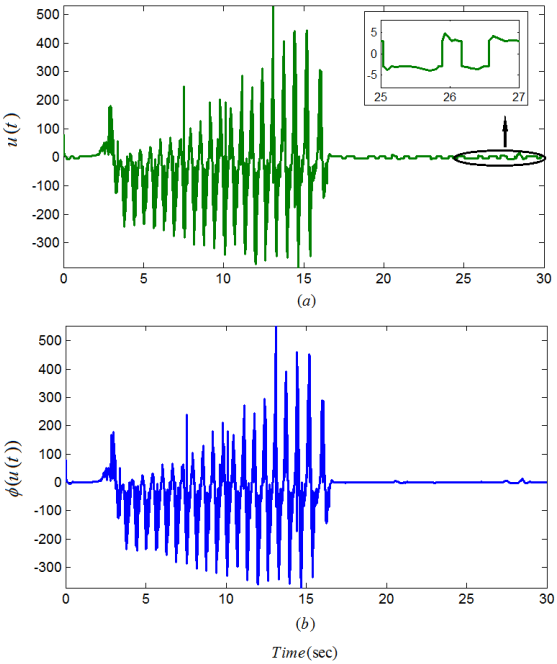
(۱۲)، پاسخ زمانی مولفه های بردار خطای رویتگر $(\varepsilon_1(t),\varepsilon_2(t),\varepsilon_3(t))$ را نشان می دهند. همانطور که مشاهده می شود، رویتگرهای طراحی شده برای هر یک از سیستم های واحد مورد بحث نیز عملکرد مناسب را داشته اند.



شکل ۳: پاسخ زمانی مولفه های بردار خطای همزمان سازی سیستم Lorenz ($\alpha=0$) تحت کنترل کننده پیشنهادی

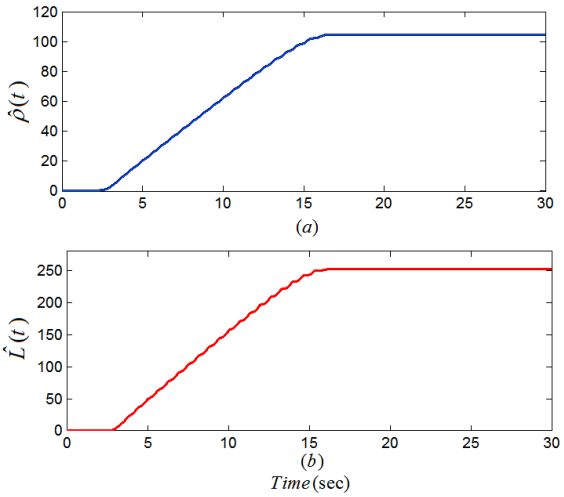


شکل ۴ پاسخ زمانی خطای رویتگر برای سیستم Lorenz

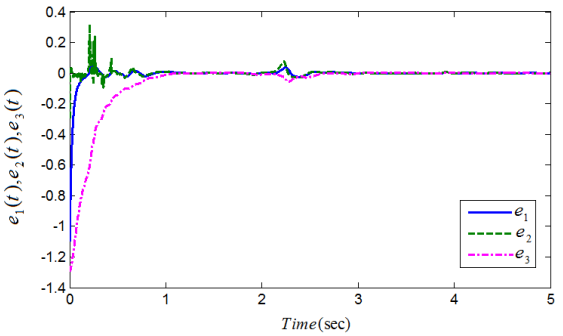


شکل۵: (a) پاسخ زمانی سیگنال کنترلی پیشنهادی؛ (b) پاسخ زمانی تابع غیرخطی ناحیه مرده در سیستم Lorenz

پاسخ زمانی کنترل کننده پیشنهادی با ناحیه مرده تعیین شده برای هر سیستم و همچنین پاسخ زمانی تابع غیرخطی ناحیه مرده به ترتیب در شکل های (۵)، (۹) و (۱۳) نمایش داده شده اند. درنهایت شکل های (۶)، (۱۰) و (۱۴) پاسخ زمانی پارامترهای تطبیقی $\hat{L}(t),\ \hat{\rho}(t)$ را در سه سیستم مذکور نشان می‌دهند که باگذشت زمان به مقدار مطلوب و ثابتی همگرا شده‌اند. همانطور که نتایج شبیه سازی ها نشان می دهند، علی رغم اینکه سه سیستم واحد تحت ورودی غیرخطی ناحیه مرده، اغتشاش خارجی و عدم قطعیت های مدل هستند مسئله همزمان سازی برای هر سه سیستم حلقه بسته تحت قانون کنترلی پیشنهادی محقق گردیده است.

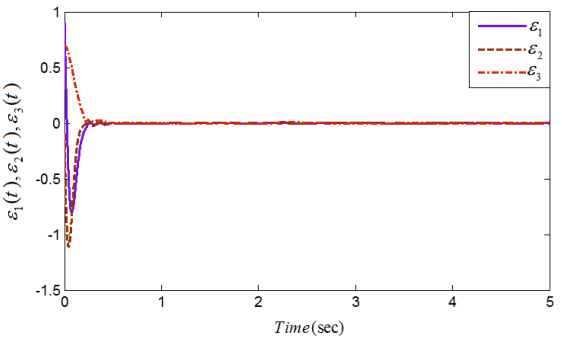


شکل ۶: پاسخ زمانی پارامترهای تطبیقی $\hat{L}(t),\ \hat{\rho}(t)$ در سیستم Lorenz

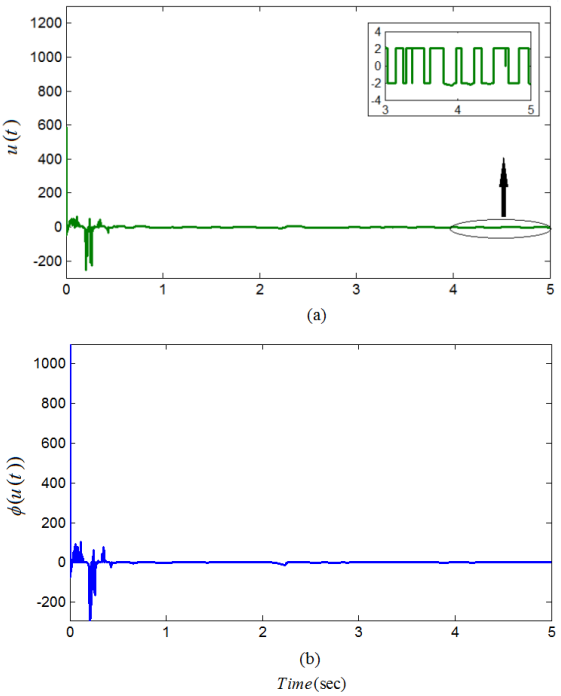


شکل ۷: پاسخ زمانی مولفه های بردار خطای همزمان سازی سیستم Chen ($\alpha=1$) تحت کنترل کننده پیشنهادی

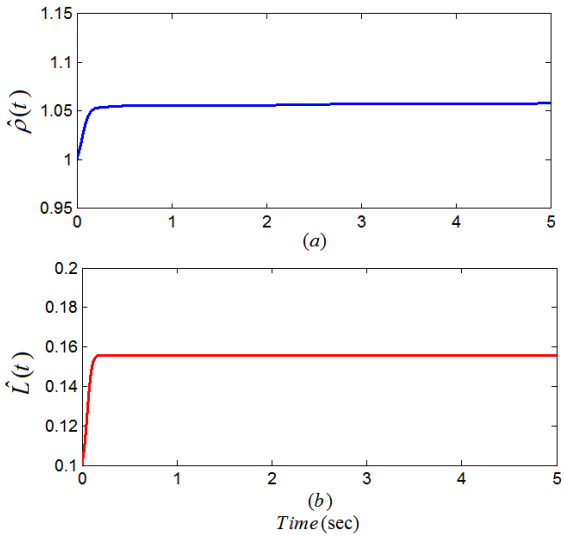
[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-17]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1396.11.4.3.6]



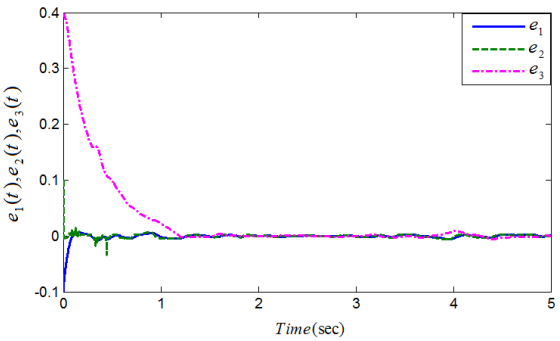
شکل ۸: پاسخ زمانی مولفه های بردار خطای رویتگر برای سیستمChen



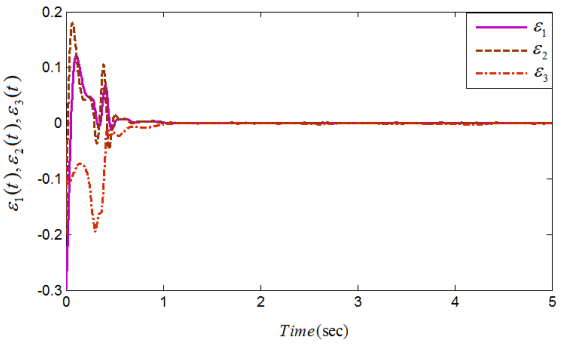
شکل ۹: (a)پاسخ زمانی سیگنال کنترلی پیشنهادی؛ (b) پاسخ زمانی تابع غیرخطی ناحیه مرده در سیستم Chen.



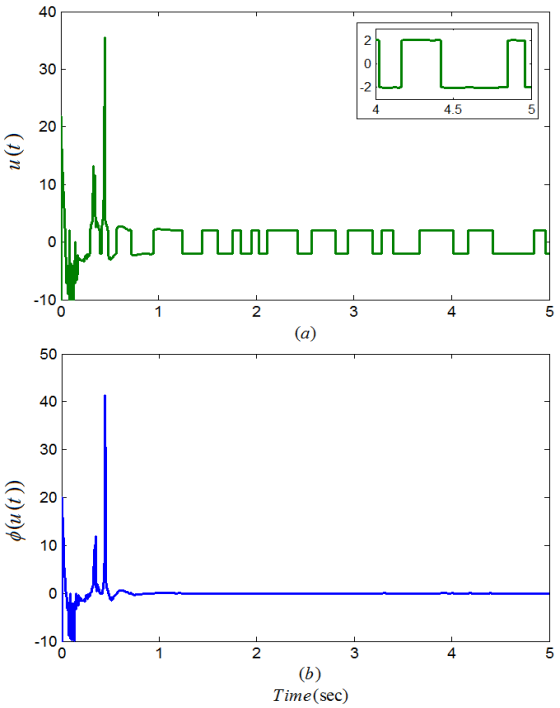
شکل ۱۰: پاسخ زمانی پارامترهای تطبیقی $\hat{L}(t),\ \hat{\rho}(t)$ در سیستم Chen.



شکل ۱۱: پاسخ زمانی مولفه های بردار خطای همزمان سازی سیستم Liu تحت کنترل کننده پیشنهادی ($\alpha=0.8$)

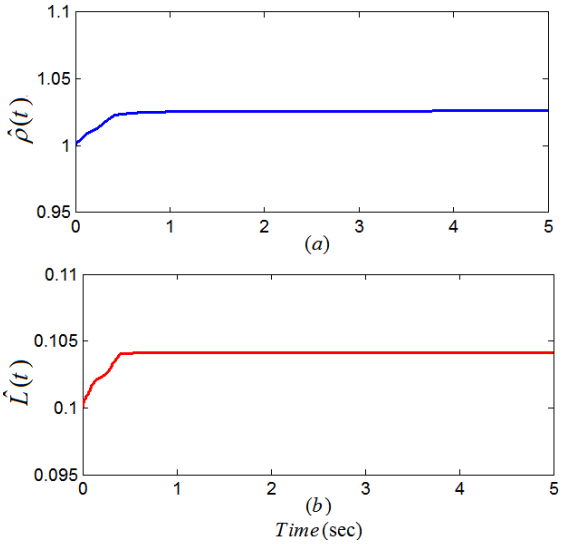


شکل ۱۲: پاسخ زمانی مولفه های بردار خطای رویتگر برای سیستمLiu



شکل ۱۳: (a)پاسخ زمانی سیگنال کنترلی پیشنهادی؛ (b) پاسخ زمانی تابع غیرخطی ناحیه مرده در سیستم Liu.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-17]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1396.11.4.3.6]



شکل ۱۴: پاسخ زمانی پارامترهای تطبیقی $\hat{\rho}(t)$,$\hat{L}(t)$ در سیستم Liu.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله همزمان سازی بین دو سیستم غیرخطی آشوبی واحد در حضور ورودی غیرخطی ناحیه مرده و ترم های نایقینی بررسی گردید. برای این منظور، ابتدا معادلات سیستم های اصلی و پیرو ارائه شد و قیود عملی مورد استفاده در این مقاله معرفی گردید، سپس دینامیک خطای رویتگر و خطای همزمان سازی بیان شد و قانون کنترلی بر پایه طراحی رویتگر پیشنهاد گردید به نحوی که پایداری مجانبی خطای همزمان سازی سیستم حلقه بسته را تحت ورودی اشباع و با استفاده از رویکرد لیاپانوفی تضمین کرد. در نهایت، روش پیشنهادی جهت طراحی کنترل کننده مقاوم بر روی سه سیستم آشوبی واحد (Lorenz، Chen و Liu) به کار برده شد و شبیه سازی های کامپیوتری، کارایی کنترل کننده مقاوم پیشنهادی را در همزمان سازی سیستم های آشوبی واحد نشان دادند.

پیوست

لم ۱: سیستم $\dot{x}=f(t,x,u)$ را در نظر بگیرید، اگر $V(t,x)$ یک تابع پیوسته دیفرانسیل پذیر باشد به نحوی که $V:[0,\infty)\times R^n \to R^n$ و $u\in R^m$ بر قرار باشد آنگاه برای هر $x\in R^n$ رابطه زیر برقرار است [۳۷]:

$$\alpha_1(\|x\|)\le V(t,x)\le \alpha_2(\|x\|),$$
$$\frac{\partial V}{\partial t}+\frac{\partial V}{\partial x}f(t,x,u)\le -W_3(x), \qquad (۴۹)$$
$$\forall \|x\|\ge \rho(\|u\|)\ge 0.$$

که در آن α_1,α_2 کلاسی از تابع K_∞ هستند. ρ کلاسی از تابع K است. و $W_3(x)$ یک تابع مثبت پیوسته روی R^n می باشد. در نتیجه سیستم $\dot{x}=f(t,x,u)$ پایدار ورودی به حالت (ISS) است و با توجه به $x(t_0)$ و $\bar{\mu}$ ، $T\ge 0$ وجود دارد به نحوی که رابطه زیر برقرار است:

$$\|x(t)\|\le \alpha_1^{-1}(\alpha_2(\bar{\mu})) \qquad \forall t\ge t_0+T \qquad (۵۰)$$

لم ۲ [۳۷]: اگر $W:R\to R$ یک تابع پیوسته برای $t>0$ باشد و حد انتگرال $\lim_{t\to\infty}\int_0^t W(\lambda)$ وجود داشته باشد و محدود باشد آنگاه داریم:

$$\lim_{t\to\infty} W(t)=0 \qquad (۵۱)$$

مراجع

[1] B. Nana, P. Woafo, and S. Domngang, "Chaotic synchronization with experimental application to secure communications," Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, vol. 14, no. 5, pp. 2266-2276, 2009.

[2] C.S. Zhou, J. Kurths, E. Allaria, S. Boccaletti, and R. Meucci, "Noise-enhanced synchronization of homoclinic chaos in a CO 2 laser," Physical Review E, vol. 67, no. 1, pp. 015205, 2003.

[3] S. Vaidyanathan, "Adaptive synchronization of chemical chaotic reactors," Int J ChemTech Res, vol. 8, no. 2, pp. 612-621, 2015.

[4] J.E. Skinner, M. Molnar, T. Vybiral, and M. Mitra, "Application of chaos theory to biology and medicine," Integrative Physiological and Behavioral Science, vol. 27, no. 1, pp. 39-53, 1992.

[5] M.T. Ziabari, A. Moarefianpur, and M. Morvarid, "Fuzzy stability and synchronization of new 3D chaotic systems," International Journal of Information Engineering and Electronic Business (IJIEEB), vol. 6, no. 5, pp. 53, 2014.

[6] A. Boulkroune, A. Bouzeriba, and T. Bouden, "Fuzzy generalized projective synchronization of incommensurate fractional-order chaotic systems." Neurocomputing, vol. 173, pp. 606-614, 2016.

[7] S. Vaidyanathan, V.T. Pham, and C.K. Volos, "Adaptive Backstepping Control, Synchronization and Circuit Simulation of a Novel Jerk Chaotic System with a Quartic Nonlinearity," Advances and Applications in Chaotic Systems. Springer International Publishing, pp. 109-135, 2016.

[8] W. Xing-Yuan, and Z. Hao, "Backstepping-based lag synchronization of a complex permanent magnet synchronous motor system," Chinese Physics B, vol. 22, no. 4, pp. 048902, 2013.

[۹] علی ابویی، محمد رضا جاهد مطلق، محمد مهدی عارفی و زهرا رمحانی چراتی «کنترل لغزشی- تطبیقی سیستم فوق آشوب لورنز با در نظر گرفتن عدم قطعیت، اغتشاش، ورودی های کنترلی غیر خطی

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-17]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1396.11.4.3.6]

و ناشناخته بودن پارامتر های سیستم»، مجله کنترل، جلد ۴، شماره ۴، صفحات ۶۲-۷۳، ۱۳۸۹.

[10] S. Mohammadpour, T. Binazadeh, "Observer-based synchronization of uncertain chaotic systems subject to input Saturation", Transactions of the Institute of Measurement and Control. DOI: 10.1177/0142331217705435, 2017.

[11] S. Mohammadpour, T. Binazadeh, "Robust adaptive synchronization of chaotic systems with nonsymmetric input saturation constraints", Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, 13(1), p.011005, 2018

[۱۲] علی فیاضی، حسین احمدی نوبری و حسن فاتحی مرج «همزمان سازی سیستم های مرتبه کسری آشوبی جنسیو تسی و کولت با استفاده از کنترل کننده تطبیقی مرتبه کسری»، مجله کنترل، جلد ۵، شماره ۴، صفحات ۱-۱۱، ۱۳۹۰.

[13] H.T. Yau, S.Y. Wu, C.L. Chen, and Y.C. Li, "Fractional-order chaotic self-synchronization-based tracking faults diagnosis of ball bearing systems," IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 63, no. 6, pp. 3824-3833, 2016.

[14] L. Cao, and X. Chen, "Input–output linearization minimum sliding mode error feedback control for synchronization of chaotic system," Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, vol. 229, no. 8, pp. 685-699, 2015.

[15] A. Boulkroune, and M. M'saad, "Fuzzy adaptive observer-based projective synchronization for nonlinear systems with input nonlinearity," Journal of Vibration and Control, vol. 18, no. 3, pp. 437–450, 2011.

[16] M.C. Pai, "Adaptive sliding mode observer-based synchronization for uncertain chaotic systems," Asian Journal of Control, vol. 14, no. 3, pp. 736-743, 2012.

[17] M. Zhao, H.G. Zhang, Z.L. Wang, and H.J. Liang, "Observer-based lag synchronization between two different complex networks," Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, vol. 19, no. 6, pp. 2048-2059, 2014.

[18] J. Sun, and Q. Yin, "Robust fault-tolerant full-order and reduced-order observer synchronization for differential inclusion chaotic systems with unknown disturbances and parameters," Journal of Vibration and Control, vol. 21, no. 11, pp. 2134-2148, 2015.

[19] P. Bagheri, M. Shahrokhi, and H. Salarieh, "Adaptive observer-based synchronization of two non-identical chaotic systems with unknown parameters," Journal of Vibration and Control, pp. 1-11, 2015.

[20] Z. Zhang, J.H. Park, and H. Shao, "Adaptive synchronization of uncertain unified chaotic systems via novel feedback controls," Nonlinear Dynamics, vol. 81, no. 1-2, pp. 695-706, 2015.

[21] J.H. Park, "Aaptive synchronization of a unified chaotic system with an uncertain parameter," International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation, vol. 6, no. 2, pp.201-206, 2005.

[22] S. Chen, Q. Yang, and C. Wang, "Impulsive control and synchronization of unified chaotic system," Chaos, solitons & fractals, vol. 20, no. 4, pp. 751-758, 2004.

[23] F. Wang, and C. Liu, "Synchronization of unified chaotic system based on passive control," Physica D: Nonlinear Phenomena, vol. 225, no.1, pp. 55-60, 2007.

[24] W. Yu, "Finite-time stabilization of three-dimensional chaotic systems based on CLF." Physics Letters A, vol. 374. no. 30, pp. 3021-3024, 2012.

[25] H. Wang, Z. Han, W. Zhang, and Q. Xie, "Synchronization of unified chaotic systems with uncertain parameters based on the CLF," Nonlinear Analysis: Real World Applications, vol. 10, no. 2, pp. 715-722, 2009.

[26] S. Kuntanapreeda, "Robust synchronization of fractional-order unified chaotic systems via linear control," Computers & Mathematics with Applications, vol. 63, no.1, pp.183-190, 2012.

[27] D.J. Li, "Adaptive neural network control for unified chaotic systems with dead-zone input," Journal of Vibration and Control, pp. 1–6, 2013.

[28] A. Boulkroune, S. Hamel, and A.T. Azar, "Fuzzy control-based function synchronization of unknown chaotic systems with dead-zone input," Advances in Chaos Theory and Intelligent Control. Springer International Publishing, pp. 699-718, 2016.

[29] Y. Liu, and D. Lin, "Sliding mode control for uncertain chaotic systems with nonlinear inputs," Mechanical Engineering Research, vol. 2, no. 1, pp. 1, 2012.

[30] Z.Q. L.i, G.Y Tang, and P.R. Peng, "Synchronization of uncertain unified chaotic systems with dead-zone nonlinearity," 2008 Chinese Control and Decision Conference, IEEE, pp. 2876-2881, 2008.

[31] L. Qiaoping, and L. Wenlin, "Synchronization of chua's circuit system with dead-zone in the control input," Industrial Mechatronics and Automation (ICIMA), 2010 2nd International Conference on, vol. 2, 2010.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-17]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1396.11.4.3.6]

[32] S. Hamel, and A. Boulkroune, "A generalized function projective synchronization scheme for uncertain chaotic systems subject to input nonlinearities," International Journal of General Systems, vol. 45, no. 6, pp. 689-710. 2016.

[33] T.Y. Chiang, J.S. Lin, T.L. Liao, and J.J. Yan, "Anti-synchronization of uncertain unified chaotic systems with dead-zone nonlinearity," Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications, vol. 68, no. 9, pp. 2629-2637, 2008.

[34] M. Zribi, N. Smaoui, and H. Salim, "Synchronization of the unified chaotic systems using a sliding mode controller," Chaos, Solitons & Fractals, vol. 42, no. 5, pp. 3197-3209, 2009.

[35] Z.Q. Li, G.Y. Tang, and P.R. Peng, "Synchronization of uncertain unified chaotic systems with dead-zone nonlinearity," 2008 Chinese Control and Decision Conference. IEEE, pp. 2876-2881, 2008.

[36] H. Wang, Z. Han, W. Zhang, and Q. Xie, "Chaos control and synchronization of unified chaotic systems via linear control," Journal of sound and vibration, vol. 320, no. 1, pp.365-372, 2009.

[37] H.K. Khalil, "Nonlinear control," Prentice Hall. 2014.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-17]

[DOR: 20.1001.1.20088345.1396.11.4.3.6]