

## طراحی کنترل مد لغزشی برای سیستم‌های کنترل تصادفی دارای اطلاعات از دست رفته

مهدی اشرفی بافقی<sup>۱</sup>، علی دلاور خلفی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دوره دکتری کنترل و بهینه‌سازی، گروه ریاضی کاربردی، دانشگاه یزد، Mahdiahshrafi@gmail.com

<sup>۲</sup> دانشیار، دانشکده علوم ریاضی، گروه ریاضی کاربردی، دانشگاه یزد، Delavarkh@yazd.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۶/۱۰/۰۱ ویرایش اول: ۱۳۹۷/۰۱/۲۳ ویرایش دوم: ۱۳۹۷/۰۴/۲۷ ویرایش سوم: ۱۳۹۷/۰۶/۰۶ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۶/۱۳

**چکیده:** در این مقاله طراحی یک کنترل مد لغزشی برای سیستم‌های تصادفی با اطلاعات از دست رفته را مورد بررسی قرار می‌دهیم. فرض بر این است که یک ارتباط شبکه‌ای در چرخه فیدبک سیستم وجود دارد و ممکن است بخشی از اطلاعات در هنگام انتقال از دست برود. نوآوری این مقاله در ارائه یک روش جدید با عملکرد مناسب تر است، برای این منظور ابتدا یک روش تخمینی برای جبران اطلاعات از دست رفته در نظر می‌گیریم. سپس یک سطح لغزشی انتگرالی را تعریف کرده، کنترل گر سطح لغزشی را طراحی می‌کنیم. به کمک روش لیاپونوف نشان خواهیم داد این روش (با تقریب مربعی) پایدار خواهد بود. در پایان مثال عددی و نتایج شبیه‌سازی انجام شده به کمک نرم‌افزار متلب، پایداری و مؤثر بودن روش ارائه شده را تأیید می‌کنند.

**کلمات کلیدی:** کنترل مد لغزشی، اطلاعات از دست رفته، سیستم‌های گسسته زمان، پایداری لیاپونوف

### Design of Sliding mode control for stochastic systems subject to packet losses

Mahdi Ashrafi Bafghi and Ali Delavarkhalafi

**Abstract:** In this paper, we examine the design of a sliding mode control for stochastic systems with data packet losses. It is assumed that there is a network connection in the system's feedback loop and that part of the information may be lost during transmission. The innovation of this paper is to present a new method with better performance. In this paper, we first consider an estimated method to compensate for lost data. Then we define an integral sliding surface and design the slider surface controller. Using the Lyapunov method, we will show that this method (with square approximation) will be stable. In the end, numerical examples and simulation results with the help of the content software confirm the sustainability and effectiveness of the proposed method.

**Keywords:** sliding mode control (SMC), data packet losses (DPL), Discrete-time system, lyapunov method.

## ۱- مقدمه:

در چند دهه اخیر، روش کنترل مد لغزشی (SMC)<sup>۱</sup> به سبب کاربردهای فراوان در سیستم‌های خطی و غیرخطی مورد توجه محققان قرار گرفته است. این روش کاربردهای زیادی در زمینه های سیستم‌های مهندسی، سیستم‌های عدم قطعیت [۲ و ۱]، سیستم‌های پرش مارکوف [۳]، سیستم‌های تأخیر زمانی [۴-۶] و سیستم‌های چند ورودی و چند خروجی [۷] دارد. ایده اصلی این روش طراحی یک سطح لغزشی است که با استفاده از یک قانون کنترل مناسب حالت‌های سیستم به روی این سطح همگرا می‌شوند و روی این سطح باقی‌مانده و به سمت صفر میل می‌کنند [۸]. در سال‌های اخیر پیشرفت‌های زیادی در خصوص کنترل مد لغزشی بر روی سیستم‌های مختلف انجام شده است. البته قابل ذکر است، در بیشتر موارد فرض بر این است که سیگنال‌های سیستم با موفقیت توسط کنترل‌گر یا محرک دریافت می‌شوند و روش کنترل مد لغزشی به کار گرفته می‌شود؛ و اگر فرایند از دست رفتن اطلاعات (DPL)<sup>۲</sup> رخ دهد دیگر این روش‌ها مناسب نخواهند بود. از سوی دیگر با توسعه شبکه‌های کامپیوتری و فن‌آوری به علت هزینه کمتر، نصب ساده‌تر و سرعت بالاتر انتقال اطلاعات در این شبکه‌ها، بیشتر اطلاعات از طریق شبکه‌های کامپیوتری منتقل می‌شوند. شبکه‌های ارتباطی در حلقه‌های کنترل برخی مشکلات مانند تأخیر انتقال یا از دست رفتن اطلاعات را پدید می‌آورند (مراجع [۹-۱۴] و [۶] و [۱۵-۱۷] به این محث پرداخته‌اند). با توجه به مباحث فوق اهمیت طراحی کنترل‌گر برای سیستم‌های شامل (DPL) مشخص می‌شود.

یو انگ نیو و همکاران در [۱۹] یک کنترل‌گر برای سیستم‌های دارای (DPL) در حالت عادی و تینگانگ و همکاران در مرجع [۲۰] یک کنترل‌گر برای سیستم‌های دارای (DPL) همراه با نویز ارائه کرده‌اند. نوآوری این مقاله، ارائه روش جدید در مقایسه با روش ارائه شده در مرجع [۱۹] می‌باشد که دارای عملکرد بهتری است و این موضوع در مثال نیز نشان داده شده است. همچنین پایداری روش اصلاح شده بصورت ساده تری از مقاله [۱۹] اثبات گردیده است. در این مقاله سیستم ارائه شده در مرجع [۱۹] را مدنظر قرار داده و یک کنترل‌گر مد لغزشی جدید برای آن پیشنهاد می‌کنیم که روند اثبات و پیاده‌سازی ساده‌تری دارد ضمن اینکه نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد روش جدید سرعت همگرایی بالاتری دارد.

در این نوشتار، ابتدا یک روش تخمینی برای برطرف کردن معضل (DPL) در زمان انتقال اطلاعات به کنترل‌گر ارائه می‌کنیم. سپس یک سطح لغزشی که شامل (DPL) است را معرفی کرده با استفاده از روش لیپانوف همگرایی این سطح را مورد بررسی قرار می‌دهیم. نشان خواهیم داد با استفاده از قانون کنترل مد لغزشی ارائه شده سیگنال‌های

ردگیری شده به سمت این سطح لغزشی (به صورت تقریب مربعی) میل کرده و روی این سطح باقی می‌مانند تا به سمت صفر میل کنند به عبارت دیگر به کمک تابع لیپانوف پایداری مربعی این روش را اثبات خواهیم کرد. در بخش آخر نیز یک مثال عددی به همراه نتایج حاصل از شبیه‌سازی انجام شده به کمک جعبه ابزار LMILAB نرم‌افزار متلب موارد ذکر شده در این مقاله را تأیید می‌کند.

**توجه:** در این مقاله از نمادهای استاندارد زیر برای بیان مفاهیم استفاده شده است:

|| نشان‌دهنده نرم اقلیدسی برای یک بردار است. برای ماتریس حقیقی مقدار  $M > 0$ ،  $M$  به معنای این است که  $M$  متقارن و معین مثبت است.  $I$  ماتریس همانی با ابعاد مناسب است و  $' * '$  در ماتریس‌های بلوکی متقارن برای جلوگیری از تکرار جملات بر اساس تقارن استفاده شده است.  $(\varphi, F, pr)$  یک فضای احتمال با فضای نمونه  $\varphi$ ،  $\sigma$ -جبر  $F$  و اندازه تصادفی  $pr$  و  $\mathcal{E}\{.\}$  عملگر امید ریاضی متناظر با این فضای احتمال است. همچنین فرض شده است که ماتریس‌هایی که ابعاد آن‌ها به صورت مشخص ذکر نشده است دارای ابعاد مناسب هستند.

## ۲- بیان مسئله و فرمول بندی آن

سیستم گسسته زمانی زیر را در نظر بگیرید:

$$x(k+1) = (A + \Delta A(k))x(k) + B(u(k) + f(x(k), k)) \quad (1)$$

که در آن  $x(k) \in R^n$  بردار حالت،  $u(k) \in R^m$  بردار کنترل و  $A \in R^{nn}$  و  $B \in R^{nm}$  ماتریس‌های ثابت مشخصی هستند.  $\Delta A(k) = EF(k)H$  که در آن  $E$  و  $H$  ماتریس‌های معلومی هستند و ماتریس مجهول  $F(k)$  در شرط  $F^T(k)F(k) \leq I, \forall k \geq 1$  صدق می‌کند.  $f(x(k), k)$  یک اغتشاش بیرونی با کران معلوم است. بدون کاستن از کلیت فرض می‌کنیم  $B$  یک ماتریس با رتبه کامل ستونی است.

در این مقاله فرض می‌کنیم فرایند از دست رفتن اطلاعات از یک توزیع برنولی با پارامتر  $1 \leq \bar{\theta} \leq 0$  پیروی می‌کند یعنی:

$$pr\{\theta = 1\} = \bar{\theta}, pr\{\theta = 0\} = 1 - \bar{\theta} \quad (2)$$

که در آن  $\bar{\theta}$  به میزان احتمال از دست دادن اطلاعات اشاره می‌کند و فرض می‌شود که  $\bar{\theta} \neq 1$ .

برای جبران اطلاعات از دست رفته، تابع تخمین زیر را که جبران‌کننده<sup>۳</sup> نامیده می‌شود معرفی می‌کنیم:

$$x_s(k) = \begin{cases} x(k), & \text{data packet is recived sucesfully} \\ x(k-1), & \text{data packet is loss} \end{cases} \quad (3)$$

همچنین می‌توان آن را به فرم زیر نمایش داد:

<sup>۳</sup> compensator

<sup>۱</sup> Sliding Mode control  
<sup>۲</sup> Data packet losses

$$x_s(k) = (1 - \theta)x(k) + \theta x(k - 1) \quad (۴)$$

که در آن  $\bar{\theta} = \frac{\theta}{(1-\theta)}$  و  $\bar{\Delta A} = B(GB)^{-1}G(A + \Delta A)$

**لم ۱-۲۱:** برای هر بردار دلخواه  $a$  و  $b$  و ماتریس  $X > 0$  از ابعاد مناسب داریم:

$$a^T b + b^T a \leq a^T X a + b^T X b \quad (۱۳)$$

**لم ۲-۱۹:** فرض کنید ماتریس‌های  $F$  و  $E$  و  $H$  ماتریس‌های حقیقی با ابعاد مناسب باشند و  $F(t)$  در شرط  $F(t^T F(t) \leq I$  صدق کند. در اینصورت برای هر ماتریس حقیقی و متقارن  $Q$  داریم:

$$Q + EF(t)H + H^T F(t)^T E < 0 \quad (۱۴)$$

اگر و تنها اگر اسکالر  $\varepsilon > 0$  وجود داشته باشد بطوریکه

$$Q + \varepsilon EE^T + \varepsilon^{-1} H^T H < 0$$

**لم ۳- (متمم شور) ۲۲:** فرض کنید ماتریس‌های  $\Omega_1$  و  $\Omega_2$  و  $\Omega_3$  ماتریس‌های حقیقی با ابعاد مناسب باشند و  $\Omega_1 = \Omega_1^T$  و  $\Omega_2 > 0$ . در اینصورت  $\Omega_1 + \Omega_3 \Omega_2 \Omega_3^T < 0$  اگر و تنها اگر

$$\begin{bmatrix} \Omega_1 & \Omega_3 \\ \Omega_3^T & -\Omega_2 - 1 \end{bmatrix} < 0 \quad (۱۵)$$

**تعریف ۱:** [۱۹] (پایدار مجانبی مربعی)

برای سیستم تصادفی (۱) فرض کنید  $\tilde{x}(k)$  یک جواب معادله با نقطه اولیه  $\tilde{x}(0)$  باشد در اینصورت اگر  $\alpha > 0$  و  $\tau \in (0, 1)$  وجود داشته باشد بطوریکه

$$\varepsilon \{ \|\tilde{x}(k)\|^2 \} \leq \alpha \tau^k \varepsilon \{ \|\tilde{x}(0)\|^2 \} \quad (۱۶)$$

گوئیم سیستم تصادفی (۱) بصورت مجانبی پایدار است.

**قضیه ۱- سیستم (۱) با DPL (۲) و سطح لغزشی (۵) را در نظر بگیرد.** اگر  $\varepsilon > 0$  و ماتریس‌های متقارن و معین مثبت  $P$  و  $Q$  وجود داشته باشند که در نامساوی‌های ماتریسی زیر صدق کنند آنگاه دینامیک مد لغزشی (۱۲) با  $G = B^T P$  بصورت مجانبی پایدار است.

$$\begin{bmatrix} -Q & \Phi A^T G^T \\ \Phi G A & -GB \end{bmatrix} < 0 \quad (۱۷)$$

$$\begin{bmatrix} -P + Q + \varepsilon H H^T & * & * & * \\ A^T P & -P & * & * \\ A^T P B & 0 & E^T P B & * \\ P E & 0 & 0 & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0 \quad (۱۸)$$

### ۳- طراحی کنترل مد لغزشی در حالت DPL

تابع مد لغزشی گسسته زمانی را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$s(k) = (1 - \bar{\theta})Gx(k) + \bar{\theta}GAx(k - 2) \quad (۵)$$

که در آن  $\bar{\theta}$  در (۲) تعریف شده است و  $G$  یک ماتریس با ابعاد مناسب است که بعداً به گونه‌ای محاسبه می‌شود که  $GB$  وارون پذیر باشد. می‌دانیم تابع مد لغزشی باید در رابطه زیر صدق کند:

$$s(k + 1) = s(k) = 0, \forall k \geq k^* \quad (۶)$$

که در آن  $k^*$  یک مقدار ثابت مثبت است.

بنابراین وقتی که ردگیری سیستم حالت روی این سطح مد لغزشی قرار می‌گیرد قانون کنترل معادل با استفاده از (۱)، (۵) و (۶) به صورت زیر به دست می‌آید:  
از (۵) و (۶) داریم:

$$0 = s(k + 1) = (1 - \bar{\theta})Gx(k + 1) + \bar{\theta}GAx(k - 1) \quad (۷)$$

با قرار دادن  $x(k + 1)$  از (۱) در رابطه بالا خواهیم داشت:

$$0 = (1 - \bar{\theta})G[(A + \Delta A(k))x(k) + B(u(k) + f(x(k), k))] + \bar{\theta}GAx(k - 1) \quad (۸)$$

در نتیجه قانون کنترل  $u(k)$  برابر است با:

$$u(k) = -\frac{1}{(1-\bar{\theta})}(GB)^{-1}[(1-\bar{\theta})G(A + \Delta A(k))x(k) + \bar{\theta}GAx(k - 1)] - f(x(k), k) \quad (۹)$$

با قرار دادن رابطه (۹) در (۱) معادله دینامیکی سطح لغزشی  $s(k) = 0$  به صورت زیر خواهد بود:

$$x(k + 1) = (A + \Delta A(k))x(k) + B(u(k) + f(x(k), k)) \quad (۱۰)$$

$$\begin{aligned} &= (A + \Delta A(k))x(k) \\ &+ B \left[ -\frac{1}{(1-\bar{\theta})}(GB)^{-1}[(1-\bar{\theta})G(A + \Delta A(k))x(k) + \bar{\theta}GAx(k - 1)] \right. \\ &\left. - f(x(k), k) + f(x(k), k) \right] \end{aligned} \quad (۱۱)$$

به عبارت ساده‌تر:

$$x(k + 1) = (A + \Delta A(k) - \bar{\Delta A})x(k) - \Phi B(GB)^{-1}GAx(k - 1) \quad (۱۲)$$

(۱۸) معادل هستند. پس با توجه به قضیه پایداری لیاپانوف می‌توان نتیجه گرفت که اگر ماتریس‌های مثبت معین  $P > 0$  و  $Q > 0$  و اسکالر اکیداً مثبت  $\varepsilon > 0$  وجود داشته باشند که در روابط (۱۷) و (۱۸) صدق کنند سیستم دینامیکی (۱۰) با  $G = B^T P$  به صورت مجانبی پایدار خواهد بود.

#### ۴- شبیه‌سازی و مثال‌های عددی

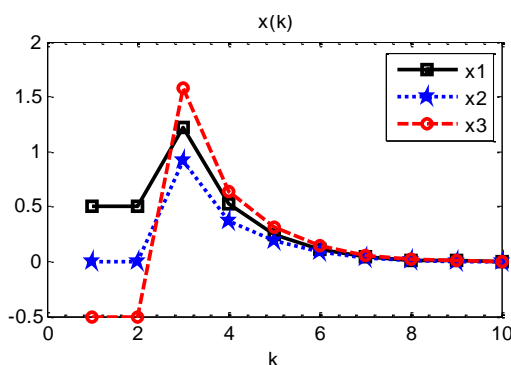
**مثال ۱:** [۱۹] سیستم (۱) را با ماتریس‌های زیر در نظر بگیرید:

$$B = \begin{bmatrix} 1.3 & 2.1 \\ 0.8 & 0.4 \\ 1.3 & 2.4 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -0.1 & 0 & 0.1 \\ 0.1 & 0.3 & -0.2 \\ 0.3 & 0.1 & -0.2 \end{bmatrix}$$

$$f(x(k)) = \begin{bmatrix} 0.6|x_1(k)x_2(k)|^{\frac{1}{2}} \\ 0.5x_1(k) \end{bmatrix}$$

همچنین فرض کنید:  $F(t) = 0.2 \sin(k)$ ,  $\bar{\theta} = 0.2$ .

از حل نامعادلات ماتریسی (۱۷) و (۱۸) با استفاده از جعبه‌ابزار LMILAB در نرم‌افزار متلب قانون کنترل (۱۰) و نقطه اولیه  $x(0) = [0.5 \ 0 \ -0.5]^T$  نتایج شبیه‌سازی برای بردار حالت به صورت زیر است.



شکل ۱: مسیرهای بردار حالت  $x(k)$

شکل (۱) نشان می‌دهد الگوریتم پس از هفت مرحله به سطح صفر رسیده و در آن پایدار باقی می‌ماند. شایان ذکر است این مثال در مرجع [۱۹] با روش ارائه‌شده در آن مرجع پس از ۲۰ تکرار به نتیجه می‌رسد اما در روش ارائه‌شده در این مقاله پس از هفت تکرار به نتیجه رسیده است. جدول‌های زیر خروجی‌های هر دو شبیه‌سازی را با استفاده از جعبه‌ابزار LMILAB در برنامه متلب نمایش می‌دهد.

N	$x_1(k)$	$x_2(k)$	$x_3(k)$
0	0.5	0.0	-0.5
5	-0.006	-0.0017	0.0132
7	0.0000	0.0000	0.0000

جدول ۱: بردار حالت برای مثال ۱ با روش پیشنهادی

**اثبات قضیه ۱-** برای اثبات از قضیه پایداری لیاپانوف استفاده خواهیم کرد. تابع لیاپانوف زیر را برای سیستم (۱۲) در نظر بگیرید:

$$V(\tau(k)) = x(k)^T P x(k) + x(k-1)^T Q x(k-1) \quad (19)$$

که در آن  $\tau(k) = [x(k)^T, x(k-1)^T]^T$  با جایگزین کردن  $G = B^T P$  در (۱۲) داریم:

$$\begin{aligned} \Delta V(\tau(k)) &= V(\tau(k+1)) - V(\tau(k)) \\ &= x(k)^T [A + \Delta A - \bar{\Delta A}]^T P [A + \Delta A - \bar{\Delta A}] x(k) - 2\phi x(k)^T [A + \Delta A - \bar{\Delta A}]^T P \Delta A x(k) \\ &\quad + \Delta A(k) - \bar{\Delta A} x(k) - 2\phi x(k)^T [A + \Delta A - \bar{\Delta A}]^T P \Delta A x(k) + \Delta A^T P B (GB)^{-1} G A x(k-1) + 2\phi x(k)^T [A + \Delta A - \bar{\Delta A}]^T P \Delta A x(k-1) \\ &\quad + \Delta A^T G^T (GB)^{-1} G A x(k-1) + \phi^2 x(k-1)^T A^T G^T (GB)^{-1} G A x(k-1) + x(k)^T Q x(k) - x(k)^T P x(k) - x(k-1)^T Q x(k-1) \end{aligned} \quad (20)$$

از طرف دیگر با قرار دادن  $\bar{\Delta A} = B(GB)^{-1}G(A + \Delta A)$  داریم:

$$\begin{aligned} &[A + \Delta A - \bar{\Delta A}]^T P [A + \Delta A(k) - \bar{\Delta A}] \\ &\leq [A + \Delta A]^T P [A + \Delta A] - [A + \Delta A]^T P \bar{\Delta A} - \bar{\Delta A}^T P [A + \Delta A] + \bar{\Delta A}^T P \bar{\Delta A} \\ &= [A + \Delta A]^T P [A + \Delta A] - [A + \Delta A]^T P B (GB)^{-1} G [A + \Delta A] \\ &\quad - [A + \Delta A]^T G^T (GB)^{-T} B^T P [A + \Delta A] + [A + \Delta A]^T G^T (GB)^{-T} B^T P B (GB)^{-1} G [A + \Delta A] \end{aligned} \quad (21)$$

با توجه به  $G = B^T P$  داریم:

$$[A + \Delta A - \bar{\Delta A}]^T P [A + \Delta A(k) - \bar{\Delta A}] \leq [A + \Delta A]^T P [A + \Delta A] - [A + \Delta A]^T P G^T (GB)^{-1} G [A + \Delta A] \quad (22)$$

با قرار دادن نامساوی‌های (۲۱) و (۲۲) در (۲۰) داریم:

$$\begin{aligned} \Delta V(\tau(k)) &\leq x(k)^T [A + \Delta A - \bar{\Delta A}]^T P [A + \Delta A(k) - \bar{\Delta A}] x(k) - x(k)^T Q x(k) - x(k)^T P x(k) + \phi^2 x(k-1)^T A^T G^T (GB)^{-1} G A x(k-1) - x(k-1)^T Q x(k-1) \end{aligned} \quad (23)$$

و به عبارت دیگر:

$$\Delta V(\tau(k)) \leq \tau(k)^T M \tau(k) \quad (24)$$

که در آن  $M = \text{diag}\{\theta_1, \theta_2\}$  و

$$\theta_1 = [A + \Delta A]^T P [A + \Delta A] - [A + \Delta A]^T P B (GB)^{-1} G [A + \Delta A] + Q - P \quad (25)$$

و

$$\theta_2 = \phi^2 [A^T G^T (GB)^{-1} G A] - Q \quad (26)$$

واضح است که اگر  $\theta_1 < 0$  و  $\theta_2 < 0$  آنگاه  $M < 0$  و برای  $\tau(k) \neq 0$  خواهیم داشت:  $\Delta V(\tau(k)) < 0$ .

با توجه به لم ۳ (متمم شور) برقراری شرط‌های  $\theta_1 < 0$  و  $\theta_2 < 0$  به ترتیب با برقراری نامساوی‌های ماتریسی خطی (۱۷) و

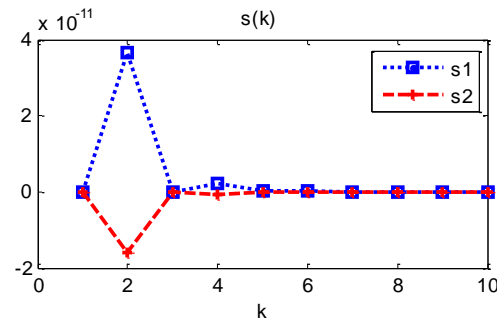
- [3] B. chen, Y. Niu, Y. Zou, "Sliding mode control for stochastic Markovian jumping systems subject to successive packet losses", Journal of the Franklin institute, Vol.351, pp 2169–2184, 2014
- [4] L. Wu and J. Lam, "Sliding mode control of switched hybrid systems with time-varying delay," Int. J. Adaptive Control Signal Processing, vol. 22, pp. 909–931, 2008.
- [5] L. Wu and W. Zheng, "Passivity-based sliding mode control of uncertain singular time-delay systems," Automatica, vol. 45, pp. 2120–2127, 2009.
- [6] S. Janardanan and B. Bandyopadhyay, "Discrete-time output feedback sliding mode control for time-delay systems with uncertainty," International Conference on Control Applications, Taipei, Taiwan, September 2-4, vol. 2, pp. 1358-1364, 2004
- [7] X. Chen, "Adaptive sliding mode control for discrete-time multi-input multi-output systems," Automatica, vol. 42, pp. 427–435, 2006.
- [8] K. Abidi, J.-X. Xu, and X. Yu, "On the discrete-time integral sliding-mode control," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 52, no. 4, pp. 709–715, Apr. 2007
- [9] F. Yang, Z. Wang, Y.S. Huang, M. Gani, "Robust H1 control with missing measurements and time delays", IEEE Transactions on Automatic Control Vol. 52, pp 1666–1672, 2007
- [10] F. Yang, Z. Wang, Y. S. Huang, and M. Gani, "Robust control with missing measurements and time delays," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 52, no. 9, pp. 1666–1672, Sep. 2007.
- [11] G. C. Walsh and H. Ye, "Scheduling of networked control systems", IEEE Control Syst. Mag., vol. 21, pp. 57–65, 2001.
- [12] H. Gao and T. Chen, "estimation for uncertain systems with limited communication capacity," IEEE Trans. Autom. Control, vol. 52, no. 11, pp. 2070–2084, Nov. 2007.
- [13] J. Xiong and J. Lam, "Stabilization of networked control systems with a logic ZOH," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 54, no. 2, pp. 358–363, Feb. 2009.
- [14] J. Xiong and J. Lam, "Stabilization of linear systems over networks with bounded packet loss," Automatica, vol. 43, pp. 80–87, 2007.
- [15] P. Seiler and P. Sengupta, "Analysis of communication losses in vehicle control problems", in Proc. Amer. Contr. Conf., Arlington, pp. 1491–1496, 2001.
- [16] W. Zhang, L. Yu, "Output feedback stabilization of networked control systems with packet dropouts", IEEE Transactions on Automatic Control Vol. 52, pp. 1705–1710, 2007

k	$x_1(k)$	$x_2(k)$	$x_3(k)$
0	0.5	0.0	-0.5
5	-0.10806	-0.03981	0.06524
10	0.00141	0.00038	-0.00110
15	-0.00002	0.000005	0.00001
20	0.00000	0.00000	0.00000

جدول ۲: بردار حالت برای مثال ۱ با روش مرجع [۱۹]

همان‌طور که در جدول شماره ۲ دیده می‌شود الگوریتم ارائه‌شده توسط یوانگ نیو و همکاران در مرجع [۱۹] در تکرار بیستم به صفر رسیده است اما الگوریتم ارائه‌شده در این مقاله (جدول شماره ۱) در تکرار هفتم به صفر رسیده است.

در شکل ۲ نیز نمودار سطح مد لغزشی نشان داده شده است.

شکل ۲: مسیرهای متغیر مد لغزشی  $s(k)$ 

### نتیجه‌گیری:

در این مقاله یک روش جدید برای طراحی کنترل مد لغزشی در حالت (DPL) طراحی و به کمک قضیه پایداری لیاپانوف همگرایی آن را اثبات کرده‌ایم. روند اثبات و شیوه محاسبه این کنترل‌گر در مقایسه با روش ارائه‌شده در مرجع [۱۹] ساده‌تر است ضمن اینکه هر دو الگوریتم توسط نویسندگان مقاله توسط نرم‌افزار متلب پیاده‌سازی شده و نتایج به‌صورت مجزا در جدول‌های ۱ و ۲ بیان شده‌اند. مقایسه این دو جدول به‌خوبی نشان می‌دهد روش ارائه‌شده بسیار سریع‌تر از روش مذکور همگرا خواهد بود. همچنین نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد الگوریتم پیشنهادی بعد از چند تکرار متناهی همگرا بوده و در مسائل عددی حل شده، سریع‌تر از آن به صفر همگرا می‌شود.

### مراجع:

- [1] Y. Niu and X. Wang, "Sliding mode control design for uncertain delay systems with partial actuator degradation," Int. J. Syst. Sci., vol. 40, pp. 403–409, 2009.
- [2] K.-C. Hsu, W.-Y. Wang, and P.-Z. Lin, "Sliding mode control for uncertain nonlinear systems with multiple inputs containing sector nonlinearities and deadzones," IEEE Trans. Syst., Man Cybern. B, vol. 34, no. 1, pp. 374–380, Feb. 2004.

- [17] W. Zhang, M. S. Branicky, and S. M. Phillips, "Stability of networked control systems", *IEEE Control Syst. Mag.*, vol. 21, pp. 84–99, 2001.
- [18] Z. Wang, D. W. C. Ho, F. Yang, and X. Liu, "Robust control for networked systems with random packet losses," *IEEE Trans. Syst., Man Cybern. B*, vol. 37, no. 4, pp. 916–924, Aug. 2007.
- [19] Y. Niu, D.W.C. Ho, "Design of sliding mode control subject to packet losses," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol.55, pp 2623–2628, 2010.
- [20] T. Jia, Y. Niu and Y. Zou "Sliding mode control for stochastic systems subject to packet losses," *An International Journal archive*, Volume 217, December, 2012 Pages 117-126.
- [۲۱] - خسرو خاندانی، جوهری طهماسبی، "طراحی یک کنترل گر مد لغزشی برای سامانه‌های تصادفی کسری دارای تأخیر حالت"، *مجله کنترل*، جلد ۱۰، شماره ۲، تابستان ۹۵، صفحه ۱۳ الی ۲۲
- [22] Boyd Stephen, Laurent El Ghaoui, Eric Feron and Venkataramanan Balakrishnan, "Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory", Philadelphia, PA, USA, SIAM, 1994.