مجله کنترل
ISSN 2008-8345
جلد ۶، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۱، صفحه ۶۴-۵۵

طراحی قانون هدایت بهینه مقاوم سه بعدی برای موشک با استفاده از کنترل مد لغزشی و کنترل SDRE

سید سجاد موسی پور [۱]، قاسم علیزاده [۲]، سهراب خان‌محمدی [۳]

[۱] دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه تبریز، Smoosapour@gmail.com

[۲] استادیار، دانشکدهٔ مهندسی برق و کامپیوتر، گروه کنترل، دانشگاه تبریز، Alizadeh@tabrizu.ac.ir

[۳] استاد، دانشکدهٔ مهندسی برق و کامپیوتر، گروه کنترل، دانشگاه تبریز، Khan@tabrizu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۱/۲/۱۷، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۱/۵/۱۱)

چکیده: در این مقاله، با ترکیب روشهای کنترل بهینه SDRE و کنترل مد لغزشی یک قانون هدایت جدید برای موشک بر علیه اهداف دارای مانور طراحی می شود. به این علت که دینامیک اتوپایلوت در مرحله انتهایی پرواز موشک نقش بسیار مهمی در موفقیت یا عدم موفقیت پرواز دارد و می‌تواند باعث تاخیر در اجرای فرامین هدایتی شود، این دینامیک در معادلات حالت لحاظ می‌شود. مقاوم بودن قانون هدایت طراحی شده با استفاده از روش دوم لیاپانوف اثبات می شود. از مزایای قانون هدایت پیشنهادی این است که برای پیاده سازی به منحنی دقیق شتاب هدف نیاز ندارد و تنها حداکثر مقدار شتاب هدف مورد نیاز است. ضرایب ظاهر شده در قانون هدایت پیشنهادی با استفاده از الگوریتم ژنتیک بدست می اید. برای بررسی کارایی قانون هدایت طراحی شده، با در نظر گرفتن شرایط پروازی مختلف، درگیری سه بعدی موشک و هدف شبیه سازی می شود و نتایج با قانون هدایت ناوبری تناسبی افزودنی مقایسه می گردد. نتایج شبیه سازی نشان می دهد که قانون هدایت پیشنهادی، در برابر اغتشاشات شتاب هدف از مقاومت بالایی نسبت به قانون ناوبری تناسبی افزودنی برخوردار است و همچنین به راحتی می‌توان بین سرعت همگرایی، زمان برخورد و تلاش کنترلی مصالحه انجام داد.

کلمات کلیدی: موشک، هدایت، کنترل بهینه، کنترل مقاوم، مد لغزشی، الگوریتم ژنتیک.

Three-Dimensional Optimal Robust Guidance Law Design for Missile Using Sliding-Mode Control and SDRE Control

Seyed Sajad Moosapour, Ghasem Alizadeh, and Sohrab Khanmohammadi

Abstract: In this paper, a new guidance law is designed for missile against maneuvering target by integrating optimal control SDRE technique and sliding-mode control. Due to the fact that autopilot dynamic has a very important role in success or unsuccess of engagement in terminal phase, and it can make delay in guidance commands execution, this dynamic is taken into account in state equations. The robustness of the designed guidance law against disturbances is proved by the second method of Lyapunov. The proposed guidance law does not need accurate target maneuver profile and just need the maximum value of the target maneuver. Coefficients in proposed guidance law are obtained using genetic algorithm. For investigating effectiveness of proposed guidance law, by considering different scenarios, three-dimensional missile-target engagement is simulated. Then results are compared with conventional augmented proportional navigation guidance (APNG) law. Simulation results show that the proposed guidance law has high robustness against target maneuver disturbances and also one can compromise between convergence speed, intercept time and control effort.

نویسنده عهده دار مکاتبات: سید سجاد موسی پور

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-13]

[DOR: 20.1001.1.20088345.1391.6.2.5.9]

Keywords: Missile, guidance, optimal control, robust control, sliding-mode, genetic algorithm.

۱- مقدمه

تاکنون قوانین هدایت متنوعی برای موشکهای آشیانه یاب ارائه شده است. روشهای کنترل مدرن، نظیر کنترل بهینه و کنترل مد لغزشی برای طراحی قوانین هدایت موشک به طور چشمگیری استفاده می‌شود. قوانین هدایت بهینه برای موشک با دینامیک ایده‌آل [۱] ، دینامیک مرتبه اول [۲] و دینامیک مرتبه دوم [۳] استخراج شده است. این قوانین هدایت بهینه برای اهداف دارای مانور تصادفی [۴] و دینامیک مرتبه بالا [۵] تعمیم داده شده اند. حل حلقه بسته هدایت بهینه برای موشک با سرعت متغیر با زمان در [۶] و برای دینامیک با تأخیر زمانی نامعین در [۷] بدست آمده است. هدایت بهینه و تخمین غیر خطی برای اهداف با شتاب کاهشی در [۸] و شتاب افزایشی در [۹] انجام شده است. در مرجع [۱۰] برای اهداف دارای شتاب ثابت قانون هدایت فواصل زمانی ثابت ارائه شده است. همچنین در [۱۱، ۱۲] به صورت مفصل قوانین هدایت به طور کلی و هدایت بهینه به طور خاص مرور شده است.

اگر چه قوانین هدایت بهینه از نظر مصرف انرژی عملکرد مطلوبی دارند ولی دارای معایبی نیز هستند. تخمین شتاب هدف و تخمین زمان باقیمانده تا اصابت به هدف از جمله مشکلاتی است که در پیاده سازی قوانین هدایت بهینه خود را نشان می‌دهد. تخمین به علت تأخیر زمانی ذاتی، مشکلاتی را در اجرای فرامین هدایتی به وجود می‌آورد. یکی از مهمترین ضعفهای قوانین هدایت بهینه این است که در حضور نامعینی‌هایی نظیر تغییرات پارامترها و اغتشاشات بیرونی، عملکرد سیستم هدایت کاهش می‌یابد و ممکن است معیار عملکرد از مقدار مطلوب فاصله بگیرد و حتی ممکن است در مواردی منجر به ناپایداری سیستم گردد. در هدایت بهینه برای اهداف متحرک، به علت وابستگی قانون هدایت بهینه به فاصله نسبی، سرعت نسبی و شتاب نسبی، پیاده سازی آن مشکل می‌باشد. لازم به ذکر است در قانون هدایت بهینه منحنی آینده شتاب هدف به طور کامل نیاز می‌باشد و در نتیجه هر گونه تغییر در شتاب هدف ممکن است نتایج نامطلوبی به همراه داشته باشد.

از سوی دیگر، روش کنترل مد لغزشی به علت توانایی بالای آن در مقاوم ساختن سیستم تحت کنترل در برابر نامعینی‌ها، به عنوان یک ابزار قدرتمند به طور گسترده‌ای در طراحی قوانین هدایت غیر خطی مورد استفاده قرار می‌گیرد. مهمترین مزیت کنترل‌کننده مد لغزشی عدم حساسیت پاسخ سیستم در برابر اغتشاشات و نامعینی‌های مدل می‌باشد [۱۳، ۱۴]. به عنوان نمونه در [۱۵] یک قانون هدایت مد لغزشی برای یک موشک هوا به هوا با در نظر گرفتن دینامیک غیر خطی طراحی شده است. همچنین ثابت شده است که قانون هدایت حلقه بسته بدست آمده، در برابر تغییرات پارامترهای مدل مقاوم است. در[۱۶] برای موشکهای مجهز به کنترل بردار پیشران، با استفاده از کنترل مد لغزشی و کنترل تطبیقی، برای کمینه کردن فاصله نسبی موشک و هدف به صورت نمایی، یک قانون هدایت مد لغزشی تطبیقی طراحی شده است. همچنین در [۱۷] برای اهداف ثابت یا اهداف دارای حرکت آرام، با استفاده از کنترل مد لغزشی یک قانون هدایت آشیانه‌یاب فعال ارائه شده است.

به هر حال، زمانی که تغییرات پارامترها ناچیز است و اغتشاشی وجود ندارد؛ یعنی سیستم در حالت نامی خود قرار دارد؛ مقاوم بودن دیگر چالش و مسأله اصلی در طراحی نخواهد بود و باید دیگر معیارها نیز در نظر گرفته شود. سئوالی که پیش می‌آید این است که آیا می‌توان کنترل-کننده‌ای طراحی کرد که علاوه بر مقاوم بودن در برابر نامعینی‌ها، معیارهای دیگری نظیر حداقل مصرف انرژی، همگرایی سریع حالتها و ... را داشته باشد. می‌توان با ترکیب روشهای کنترل مد لغزشی و کنترل بهینه، قانون هدایتی طراحی کرد که هم عملکرد بهینه داشته باشد و هم در برابر اغتشاشات شتاب هدف مقاوم باشد و اثر پیش‌بینی های غیر صحیح شتاب هدف را جبران کند [۱۸-۲۱].

در این تحقیق، دینامیک‌های مرتبه اول برای اتوپایلوت در هر سه کانال در نظر گرفته می‌شوند، سپس با ترکیب روشهای کنترل مد لغزشی و کنترل بهینه یک قانون هدایت برای موشک در فضای سه بعدی طراحی می‌شود. قانون هدایت طراحی شده بر اساس روش کنترل بهینه معادله ریکاتی وابسته به حالت[1] (SDRE) [۲۲، ۲۳] بدست می‌آید. در این روش کنترل بهینه غیر خطی، معادلات حالت سیستم به فرم ضرایب وابسته به حالت[2] (SDC) تبدیل می‌شوند و سپس همانند روش تنظیم کننده خطی بهینه[3] (LQR) معادله ماتریس ریکاتی حل می‌شود. در قانون هدایت طراحی شده ضرایب مختلفی ظاهر می‌شود که این ضرایب نیز به منظور عملکرد بهتر با استفاده از الگوریتم ژنتیک بدست می‌آید. شرایط پروازی مختلفی در نظر گرفته می‌شود و برای انواع مختلف شتاب هدف شبیه سازی‌های متعددی انجام می‌شود و نتایج با قانون هدایت ناوبری تناسبی افزودنی[4] یا APNG مقایسه می‌شود.

ساختار تحقیق حاضر به این صورت می‌باشد: نخست مدل ریاضی درگیری موشک و هدف با در نظر گرفتن دینامیک‌های مرتبه اول برای اتوپایلوت در هر سه کانال بدست می‌آید. سپس اهداف مسأله پرواز به صورت یک مساله کنترلی بیان می‌شود. در ادامه روش SDRE توضیح داده خواهد شد. طراحی قانون هدایت بهینه مد لغزشی[5] یا OSMG بر

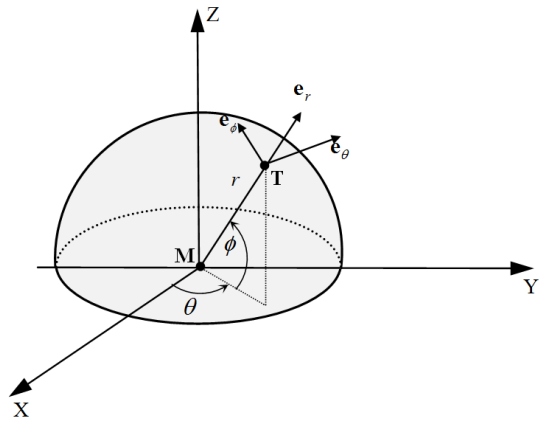
[1] State-dependent Riccati equation
[2] State-dependent coefficient
[3] Linear quadratic regulator
[4] Augmented proportional navigation guidance
[5] Optimal sliding mode guidance

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-13]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1391.6.2.5.9]

اساس روش SDRE در بخش بعدی آورده می‌شود. بعد از طراحی قانون هدایت به منظور اثبات کارایی و عملکرد مناسب آن، شبیه سازی‌های متعددی انجام می‌شود. در پایان نتایج تحقیق حاضر جمع‌بندی می‌شود.

۲- مدل ریاضی

شکل ۱ هندسه سه بعدی پرواز را در دستگاه مختصات کروی (r,θ,ϕ) نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، موشک در مرکز دستگاه قرار دارد و هدف نیز بر کره محیط می‌باشد. فاصله نسبی موشک و هدف و زوایای جانبی[1] نسبی به ترتیب با r، θ و ϕ نمایش داده شده است.



شکل ۱: هندسه سه بعدی درگیری موشک و هدف

جهت سادگی، موشک و هدف به صورت جرم نقطه‌ای فرض می‌شوند. فرض کنید $(\mathbf{e}_r,\mathbf{e}_\theta,\mathbf{e}_\phi)$ بردارهای یکه در جهت محورهای مختصات مفروض باشد. بردار فاصله نسبی $\mathbf{r}$ را می‌توان بر حسب بردارهای یکه به صورت $\mathbf{r}=r\mathbf{e}_r$ نوشت. با دو بار مشتق گرفتن متوالی از این رابطه، مؤلفه های شتاب نسبی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned}&\ddot{r}-r\dot{\phi}^2-r\dot{\theta}^2\cos^2\phi=a_{Tr}-a_{Mr}\\&r\ddot{\theta}\cos\phi+2\dot{r}\dot{\theta}\cos\phi-2r\dot{\phi}\dot{\theta}\sin\phi=a_{T\theta}-a_{M\theta}\\&r\ddot{\phi}+2\dot{r}\dot{\phi}+r\dot{\theta}^2\cos\phi\sin\phi=a_{T\phi}-a_{M\phi}\end{aligned}\qquad(۱)$$

که در آن a_{Tr}، $a_{T\theta}$ و $a_{T\phi}$ مؤلفه های شتاب هدف؛ و a_{Mr}، $a_{M\theta}$ و $a_{M\phi}$ مؤلفه های شتاب اعمالی موشک می‌باشد. اگر دینامیکهای مرتبه اول در هر سه کانال برای اتوپایلوت در نظر گرفته شوند، در این صورت می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}&\dot{a}_{Mr}+(1/T)a_{Mr}=(1/T)u_r\\&\dot{a}_{M\theta}+(1/T)a_{M\theta}=(1/T)u_\theta\\&\dot{a}_{M\phi}+(1/T)a_{M\phi}=(1/T)u_\phi\end{aligned}\qquad(۲)$$

که در آن T ثابت زمانی دینامیک اتوپایلوت می‌باشد؛ و u_r، u_θ و u_ϕ نیز مؤلفه های ورودی کنترلی می‌باشد که باید توسط قانون هدایت محاسبه گردد. حال اگر r، θ، ϕ، v_r، v_θ، v_ϕ، a_{Mr}، $a_{M\theta}$ و $a_{M\phi}$ به عنوان متغیرهای حالت در نظر گرفته شوند؛ که در آن $v_r=\dot{r}$ سرعت نسبی شعاعی[2]، $v_\theta=r\dot{\theta}\cos\phi$ و $v_\phi=r\dot{\phi}$ نیز سرعتهای نسبی جانبی[3] هستند؛ معادلات (۱) را می‌توان به صورت زیر نوشت [۱۲]:

$$\dot{\mathbf{x}}(t)=\mathbf{f}(\mathbf{x}(t))+\mathbf{B}\mathbf{u}(t)+\mathbf{D}\mathbf{w}(t)\qquad(۳)$$

که در آن بردار حالت $\mathbf{x}(t)$، بردار میدان $\mathbf{f}(\mathbf{x}(t))$، بردار شتاب موشک $\mathbf{u}(t)$، بردار شتاب هدف $\mathbf{w}(t)$ و ماتریسهای $\mathbf{D}$ و $\mathbf{B}$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{x}(t)=\begin{pmatrix}r\\\theta\\\phi\\v_r\\v_\theta\\v_\phi\\a_{Mr}\\a_{M\theta}\\a_{M\phi}\end{pmatrix},\quad \mathbf{f}(\mathbf{x}(t))=\frac{1}{r}\begin{pmatrix}rv_r\\\dfrac{v_\theta}{\cos\phi}\\v_\phi\\v_\theta^2+v_\phi^2-a_{Mr}\\-v_rv_\theta+v_\theta v_\phi\tan\phi-a_{M\theta}\\-v_rv_\phi-v_\theta^2\tan\phi-a_{M\phi}\\-(r/T)a_{Mr}\\-(r/T)a_{M\theta}\\-(r/T)a_{M\phi}\end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B}=\frac{1}{T}\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\\1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},\quad \mathbf{u}(t)=\begin{pmatrix}u_r\\u_\theta\\u_\phi\end{pmatrix},\quad \mathbf{D}=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\\1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\\0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$$

$$\mathbf{w}(t)=\begin{pmatrix}a_{Tr}\\a_{T\theta}\\a_{T\phi}\end{pmatrix}$$

۳- بیان مساله

سیستم غیر خطی زیر را در نظر بگیرید:

[1] Aspects or azimuth angles

[2] Radial relative velocity
[3] Tangential relative velocities

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-13]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1391.6.2.5.9]

$$\dot{\mathbf{x}}(t)=\mathbf{f}(\mathbf{x})+\mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}(t)+\boldsymbol{\delta}(\mathbf{x},t)$$
$$\mathbf{x}(0)=\mathbf{x}_0 \qquad (۴)$$

که در آن $\mathbf{x}(t)$ و $\mathbf{u}(t)$ به ترتیب بردار حالت و بردار ورودی، $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ و $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ توابع غیر خطی از بردار حالت، و $\boldsymbol{\delta}(\mathbf{x},t)$ تابعی نامعین و بیانگر هر نوع نامعینی نظیر تغییرات پارامترهای داخلی، اغتشاشات بیرونی و دینامیکهای مدل نشده می‌باشد. فرض می‌شود $\boldsymbol{\delta}(\mathbf{x},t)=\mathbf{B}\bar{\boldsymbol{\delta}}(\mathbf{x},t)$، در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\dot{\mathbf{x}}(t)=\mathbf{f}(\mathbf{x})+\mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}(t)+\mathbf{B}\bar{\boldsymbol{\delta}}(\mathbf{x},t) \qquad (۵)$$

همچنین فرض می‌شود $\|\bar{\boldsymbol{\delta}}(\mathbf{x},t)\|\le\gamma_0+\gamma_1\|\mathbf{x}(t)\|$، که در آن γ_0 و γ_1 ثابتهای مثبتی هستند. حال اگر فرض شود که $\bar{\boldsymbol{\delta}}(\mathbf{x},t)=0$، در این صورت سیستم (۵) به صورت زیر ساده می شود:

$$\dot{\mathbf{x}}(t)=\mathbf{f}(\mathbf{x})+\mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}(t) \qquad (۶)$$

در سیستم فوق فرض کنید $\mathbf{u}=\mathbf{u}_{con}$ می‌تواند تابع هزینه زیر را کمینه کند.

$$J=\frac{1}{2}\int_0^\infty\left\{\mathbf{x}^T(t)\mathbf{Q}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t)+\mathbf{u}^T(t)\mathbf{R}(\mathbf{x})\mathbf{u}(t)\right\}dt \qquad (۷)$$

که در آن $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ و $\mathbf{R}(\mathbf{x})$ توابع غیر خطی از بردار حالت $\mathbf{x}$ می‌باشد. $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ بصورت نقطه‌ای مثبت نیمه معین و $\mathbf{R}(\mathbf{x})$ نیز بصورت نقطه‌ای مثبت معین می‌باشد. برای جبران عدم قطعیت‌های سیستم (۵) قانون کنترل به صورت زیر انتخاب می‌شود:

$$\mathbf{u}=\mathbf{u}_{con}+\mathbf{u}_{dis} \qquad (۸)$$

که $\mathbf{u}_{con}$ برای بهینه‌سازی سیستم نامی و $\mathbf{u}_{dis}$ برای از بین بردن اثر اغتشاشات بیرونی و تغییرات پارامترها به کار می‌رود و باید محاسبه گردند. قانون هدایت بهینه مد لغزشی باعث می‌شود علاوه بر اینکه سیستم دارای عملکرد بهینه باشد، در برابر اغتشاشات نیز مقاوم باشد. برای طراحی قسمت بهینه قانون کنترلی یعنی $\mathbf{u}_{con}$، از روش SDRE و برای طراحی $\mathbf{u}_{dis}$ از کنترل مد لغزشی استفاده می‌شود.

۴- روش کنترل بهینه SDRE [۲۲، ۲۳]

۴-۱ تنظیم کننده بهینه غیر خطی[1]

مساله تنظیم بهینه غیر خطی زمان نامحدود و پیوسته با زمان را برای سیستم (۶) در نظر بگیرید. هدف کمینه سازی معیار عملکرد زمان نامحدود با بردار حالت غیر مربعی (nonquadratic) و بردار ورودی مربعی (quadratic) معادله (۷) می‌باشد.

برای بیان روش SDRE لازم است ابتدا با مفهوم خطی سازی تعمیم یافته که یک مفهوم کلیدی در این روش طراحی می‌باشد، آشنا شویم. خطی سازی تعمیم یافته یا پارامتریزه کردن SDC، فرایندی است که طی آن سیستم غیر خطی به یک ساختار شبه خطی شامل ماتریسهای SDC تبدیل می‌شود. با فرض $\mathbf{f}(0)=0$ و همچنین اگر تابع $\mathbf{f}$ مشتق پذیر باشد، در این صورت همواره یک تابع ماتریسی غیر خطی پیوسته $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ وجود خواهد داشت به طوری که:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x})=\mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x} \qquad (۹)$$

که در آن $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ با فاکتورگیری ریاضی بدست می‌آید و واضح است که برای $n>1$، منحصر بفرد نیست. بنابراین خطی سازی تعمیم یافته سیستم غیر خطی (۶) با فرض $\mathbf{g}(\mathbf{x})=\mathbf{B}(\mathbf{x})$ به فرم زیر تبدیل می‌شود:

$$\dot{\mathbf{x}}(t)=\mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t)+\mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u}(t) \qquad (۱۰)$$

که دارای یک ساختار خطی با ماتریسهای به فرم SDC $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ و $\mathbf{B}(\mathbf{x})$ می‌باشد. با الهام گرفتن از مساله LQR که با یک معادله جبری ریکاتی[2] (ARE) توصیف می‌شود، کنترل فیدبک SDRE نیز یک رهیافت مشابه برای مساله تنظیم کننده غیر خطی بهینه فراهم می‌کند. کنترل کننده فیدبک حالت SDRE به فرم زیر به دست می‌آید:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x})=-\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{x})\mathbf{B}^T(\mathbf{x})\mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t) \qquad (۱۱)$$

که در آن $\mathbf{P}(\mathbf{x})$ یک ماتریس مثبت معین متقارن منحصربه‌فرد در هر نقطه از $\mathbf{x}$ می‌باشد که از حل معادله جبری ریکاتی وابسته به حالت بدست می‌آید:

$$\mathbf{A}^T(\mathbf{x})\mathbf{P}(\mathbf{x})+\mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{A}(\mathbf{x})+\mathbf{Q}(\mathbf{x})-\mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{R}(\mathbf{x})^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{x})^T\mathbf{P}(\mathbf{x})=0 \qquad (۱۲)$$

شایان ذکر است که ماتریس $\mathbf{P}(\mathbf{x})$ در صورتی وجود خواهد داشت که زوج $\{\mathbf{A}(\mathbf{x}),\mathbf{B}(\mathbf{x})\}$ برای تمام $\mathbf{x}$ها به صورت نقطه‌ای کنترل‌پذیر و زوج $\{\mathbf{C}(\mathbf{x}),\mathbf{A}(\mathbf{x})\}$ که $\mathbf{C}^T(\mathbf{x})\mathbf{C}(\mathbf{x})=\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ برای تمام $\mathbf{x}$ها به صورت نقطه‌ای آشکارپذیر باشد.

همان‌طور که مشاهده می‌شود روش حل SDRE برای مسأله تنظیم-کننده غیر خطی زمان نامحدود (۶) و (۷)، تعمیمی است از روش LQR نامتغیر با زمان و زمان نامحدود، که در آن تمام ضرایب ماتریسی به صورت وابسته به حالت می‌باشند. در هر لحظه، ماتریسهای SDC به صورت ثابت فرض می‌شوند و ورودی کنترلی با حل مساله کنترل بهینه LQR محاسبه می‌گردد. این روش می‌تواند به عنوان یک جایگزین قدرتمند برای روشهایی مانند حل مساله معادلات مشتقی غیر خطی با شرایط مرزی جداگانه[3] (TPBVP) و یا حل معادلات مشتقی جزئی

[1] Nonlinear optimal regulator

[2] Algebraic Riccati equation
[3] Two-point boundary value problem

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-13]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1391.6.2.5.9]

همیلتون-جاکوبی-بلمن[1] مورد استفاده قرار گیرد. در واقع در روش SDRE هیچ نیازی به حل معادلات مشتقی مذکور نمی‌باشد و در نتیجه یکی از مهمترین مزایای این روش سادگی و کارایی ان می‌باشد. حال به ذکر چند نکته راجع به روش SDRE می‌پردازیم.

۴-۲ درجه های آزادی اضافی

برای سیستم اسکالر، پارامتریزه کردن SDC یا خطی سازی تعمیم یافته برای هر $x \neq 0$ منحصر به فرد می باشد ($a(x) = f(x)/x$)؛ ولی برای سیستمهای چند متغیره، می‌توان نشان داد که بی‌شمار نمایش SDC وجود دارد. منحصر به فرد نبودن نمایش SDC، یک انعطاف‌پذیری در طراحی بوجود می‌آورد که می‌توان به کمک آن عملکرد سیستم را بهبود داد و یا بین معیارهای بهینگی، پایداری، مقاوم بودن و دفع اغتشاش مصالحه انجام داد. همچنین با تغییر ماتریسهای $\mathbf{Q(x)}$ و $\mathbf{R(x)}$ می‌توان بین تلاش کنترلی و همگرایی سریع خطا مصالحه انجام داد.

۴-۳ پیاده سازی زمان واقعی[2]

همان‌گونه که ذکر شد، روش SDRE یک روش کنترل فیدبک حالت کامل می‌باشد که به تمام حالتها نیاز دارد. بنابراین برای سیستمی که در آن تمام حالتها اندازه‌گیری نمی‌شوند، باید یک رویت‌گر برای تخمین حالتها طراحی و به کار گرفته شود.

در پیاده‌سازی واقعی نمونه‌برداری از حالتها در هر لحظه از زمان t_k برای سیستم پیوسته با زمان انجام می‌شود و سیگنال کنترل پیوسته با زمان (۱۳) محاسبه و به سیستم اعمال می‌شود. در واقع نیازی به گسسته‌سازی سیستم نمی‌باشد. مهمترین قسمت محاسباتی برای پیاده‌سازی روش SDRE به دست اوردن جواب حالت ماندگار معادله جبری ریکاتی در حالت زمان فعلی x_k می‌باشد. زیرا این معادله ماتریسی باید به روش عددی و تکراری حل شود که زمان‌بر خواهد بود. روشهای حل عددی نظیر تجزیه Schure، ماتریس همیلتونین و ...برای حل این معادله استفاده می‌شود. البته برای بعضی سیستمهای خاص می‌توان با استفاده از یک بسته نرم‌افزاری سمبولیک، یک حل فرم بسته برای قانون کنترل بدست آورد.

اندازه بازه نمونه‌برداری $\delta_k = t_{k+1} - t_k$ نیز یکی از مسائل مهم عملی در حفظ پایداری روش SDRE در حین پیاده سازی می‌باشد. نشان داده شده است که باید تغییرات ماتریسهای $\mathbf{P}$، $\mathbf{A}$ و $\mathbf{B}$ در هر بازه نمونه‌برداری نسبت به تغییرات ماتریس $\mathbf{Q}$ خیلی کوچک باشد. بنابراین از لحاظ فیزیکی، با انتخاب هر چه بزرگتر ماتریس $\mathbf{Q}$، پایداری سیستم افزایش می‌یابد. البته باید توجه داشت که افزایش زیاد ماتریس $\mathbf{Q}$ نیز منجر به افزایش تلاش کنترلی خواهد شد. نکته دیگر در مورد مساله پیاده‌سازی این است که، برای سیستمهای با غیر خطی‌گری بالا محدودیتهای موجود بر روی نرخ نمونه برداری اجازه افزایش بیش از حد آن را نمی‌دهد و در نتیجه کاهش آن از یک حد معین می تواند منجر به ناپایداری شود.

۵- طراحی قانون هدایت بهینه مد لغزشی

برای طراحی قانون هدایت بهینه مد لغزشی، سطح لغزشی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\mathbf{s}(t,\mathbf{x}(t)) = \mathbf{G}(\mathbf{x})\left[\mathbf{x}(t)-\mathbf{x}(0)\right] - \mathbf{G}(\mathbf{x})\times \int_0^t \left[\mathbf{A}(\mathbf{x})+\mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{R}(\mathbf{x})^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{x})^T\mathbf{P}(\mathbf{x})\right]\mathbf{x}(\tau)d\tau \quad (۱۳)$$

که در آن $\mathbf{G}(\mathbf{x}) \in \mathbf{R}^{m\times n}$ یک ماتریس دلخواه است و باید در شرط غیر تکین بودن ماتریس حاصل ضرب $\mathbf{G(x)B(x)}$ صدق کند. از معادله (۱۲) بوضوح مشخص است که $\mathbf{s}(0,\mathbf{x}(0)) = 0$؛ بنابراین سیستم از سطح لغزشی تعریف شده شروع به کار می‌کند. با مشتق گرفتن از رابطه (۱۳) نسبت به زمان خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{s}} &= \mathbf{G}(\mathbf{x})\left[\dot{\mathbf{x}}(t)-\mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t)+\mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{R}(\mathbf{x})^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{x})^T\mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t)\right]\\ &= \mathbf{G}(\mathbf{x})\left[\mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t)+\mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u}(t)-\mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t)\right]\\ &\quad +\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{R}(\mathbf{x})^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{x})^T\mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t)\\ &= \mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\left[\mathbf{u}(t)+\mathbf{R}(\mathbf{x})^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{x})^T\mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t)\right]\end{aligned}$$

حال اگر $\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{0}$ برقرار شود، ورودی کنترلی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\mathbf{u}_{con} = -\mathbf{R}(\mathbf{x})^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{x})^T\mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t) \quad (۱۴)$$

اگر ورودی کنترلی بدست آمده از تئوری مد لغزشی با ورودی کنترلی روش SDRE مقایسه شود، ملاحظه می‌شود که این دو رابطه دقیقاً یکسان هستند. در واقع با در نظر گرفتن سطح لغزشی فوق قانون کنترلی بدست آمد که نه تنها در برابر اغتشاشات مقاوم است بلکه دارای عملکردی بهینه نیز می‌باشد و به عبارتی یک قانون هدایت بهینه مد لغزشی خواهد بود.

حال با انتخاب تابع لیاپانوف $V = (1/2)\mathbf{s}^T\mathbf{s}$ قانون کنترلی طراحی می‌شود که متغیرهای سویچینگ در زمان محدود به سمت سطح لغزشی میل کنند و همواره روی آن باقی بمانند. یک شرط کافی برای این منظور $\dot{V} = \mathbf{s}^T\dot{\mathbf{s}} < 0$ می‌باشد. برای این منظور قانون مد لغزشی به صورت زیر انتخاب می‌شود:

$$\begin{aligned}&\mathbf{u} = \mathbf{u}_{con} + \mathbf{u}_{dis}\\ &\mathbf{u}_{con} = -\mathbf{R}(\mathbf{x})^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{x})^T\mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t),\\ &\mathbf{u}_{dis} = -[\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})]^{-1}\times[\eta+\gamma_0\|\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\|\\ &\qquad +\gamma_1\|\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\|\|\mathbf{x}\|]\mathrm{sgn}(\mathbf{s}),\end{aligned} \quad (۱۵)$$

که در رابطه فوق η یک ضریب ثابت مثبت می‌باشد. همچنین در در این تحقیق محدودیتهایی نیز بر روی سیگنال کنترل اعمال می‌شود که با در

[1] Hamilton-Jacobi-Bellman
[2] Real-time implementation

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-13]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1391.6.2.5.9]

نظر گرفتن آنها، قانون هدایت بدست آمده (۱۵) به صورت زیر اصلاح می‌شود:

$$\mathbf{u}_{sat} = Sat(\mathbf{u}) = \begin{bmatrix} Sat(u_r) & Sat(u_\theta) & Sat(u_\phi) \end{bmatrix}^T \quad (۱۶)$$

که در رابطه فوق تابع اشباع[1] بصورت زیر خواهد بود:

$$Sat(u_i(t)) = \begin{cases} u_{i\max} & \text{if } u_i > u_{i\max} \\ u_i & \text{if } u_{i\min} \le u_i \le u_{i\max},\ i = r,\ \theta,\ \phi \\ u_{i\min} & \text{if } u_i < u_{u_{i\min}} \end{cases}$$

در واقع با وجود اشباع شتاب موشک، سیگنال کنترل معادله (۱۵) بعد از تولید توسط قانون هدایت به ورودی تابع اشباع داده می شود و سپس سیگنال حاصل یا $\mathbf{u}_{sat}$ معادله (۱۶) به سیستم اعمال می شود. حال، با در نظر گرفتن تابع لیاپانوف انتخاب شده، به اثبات پایداری نمایی آن می‌پردازیم:

$$\dot{V} = \mathbf{s}^T\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{s}^T\left(\mathbf{G}(\mathbf{x})\left[\dot{\mathbf{x}}(\tau) - \mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x}(\tau)\right]\right) + \mathbf{s}^T\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{R}(\mathbf{x})^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{x})^T\mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{x}(\tau)$$

$$\dot{V} = \mathbf{s}^T\mathbf{G}(\mathbf{x})\left[\mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u}(t) + \mathbf{B}\bar{\boldsymbol{\delta}}(\mathbf{x},t) - \mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t)\right] + \mathbf{s}^T\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{R}(\mathbf{x})^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{x})^T\mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{x}(\tau)$$

$$\dot{V} = \mathbf{s}^T\mathbf{G}(\mathbf{x})\left[\mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u}(t) + \mathbf{B}\bar{\boldsymbol{\delta}}(\mathbf{x},t)\right] + \mathbf{s}^T\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{R}(\mathbf{x})^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{x})^T\mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{x}(\tau)$$

$$\dot{V} = \mathbf{s}^T\mathbf{G}(\mathbf{x})[-\mathbf{B}(\mathbf{x})[\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})]^{-1}[\eta + \gamma_0\|\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\| + \gamma_1\|\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\|\|\mathbf{x}\|]\mathrm{sgn}(\mathbf{s}) + \mathbf{B}\bar{\boldsymbol{\delta}}(\mathbf{x},t)]$$

$$\dot{V} = -\eta\|\mathbf{s}\|_1 + \mathbf{s}^T\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}\bar{\boldsymbol{\delta}}(\mathbf{x},t) - [\gamma_0\|\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\| + \gamma_1\|\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\|\|\mathbf{x}\|]\|\mathbf{s}\|_1$$

$$\dot{V} \le -\eta\|\mathbf{s}\|_1 + \|\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\|\|\mathbf{s}\|\|\bar{\boldsymbol{\delta}}(\mathbf{x},t)\| - [\gamma_0\|\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\| + \gamma_1\|\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\|\|\mathbf{x}\|]\|\mathbf{s}\|_1$$

$$\dot{V} \le -\eta\|\mathbf{s}\|_1 + \|\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\|\|\mathbf{s}\|\left(\gamma_0 + \gamma_1\|\mathbf{x}\|\right) - [\gamma_0\|\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\| + \gamma_1\|\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\|\|\mathbf{x}\|]\|\mathbf{s}\|_1$$

$$\dot{V} \le -\eta\|\mathbf{s}\|_1 + \|\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\|\left(\gamma_0 + \gamma_1\|\mathbf{x}\|\right)[\|\mathbf{s}\| - \|\mathbf{s}\|_1]$$

که در آن $\|\mathbf{s}\|_1$ بیانگر نرم یک می‌باشد. با توجه به اینکه $\|\mathbf{s}\| < \|\mathbf{s}\|_1$ و با استفاده از رابطه آخر نتیجه می‌گیریم که $\dot{V} < 0$.

اکنون، متغیرهای سطح سوئیچینگ را انتخاب می‌کنیم. برای این منظور چند نکته باید مد نظر قرار داده شود. اول اینکه متغیر سوئیچینگ باید طوری انتخاب شود که فاصله نسبی موشک و هدف در نهایت صفر شود و برخورد صورت گیرد. انتخاب یکی از متغیرهای سوئیچینگ به صورت $s_1 = v_r + k$، تضمین می‌کند که فاصله نسبی موشک و هدف به صورت یک خط مستقیم و با شیب منفی به سمت صفر میل خواهد کرد. همچنین، همان‌گونه که در قانون هدایت تناسبی سعی می‌شود که خط دید موشک به هدف نچرخد و ثابت بماند، در اینجا نیز می‌توان کاری کرد که زوایای چرخش خط دید ثابت بماند و نرخ این زوایا صفر شود. در واقع سرعتهای نسبی جانبی را می‌توان به عنوان متغیرهای سوئیچینگ در نظر گرفت. بنابراین بردار سطح لغزشی به صورت زیر انتخاب می‌شود:

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & s_3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} v_r + k & v_\theta & v_\phi \end{bmatrix}^T \quad (۱۷)$$

بعد از انتخاب مغیرهای سوئیچینگ، تنها متغیر مجهول باقیمانده، ماتریس $\mathbf{G}(\mathbf{x})$ می‌باشد. فرض کنید :

$$\mathbf{sw} = \begin{bmatrix} sw_1 & sw_2 & \cdots & sw_9 \end{bmatrix}^T = [\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(0)] - \int_0^t [\mathbf{A}(\mathbf{x}) - \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{R}(\mathbf{x})^{-1}\mathbf{B}^T(\mathbf{x})\mathbf{P}(\mathbf{x})]\mathbf{x}(\tau)d\tau \quad (۱۸)$$

با توجه به فرض فوق، می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}).\mathbf{sw} = \mathbf{s} \quad (۱۹)$$

همان‌طور که از رابطه فوق مشخص است، ماتریس $\mathbf{G}(\mathbf{x})$ منحصربه‌فرد نیست و باید برای محاسبه آن شرط غیر تکین بودن حاصل ضرب $\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})$ برقرار باشد. با در نظر گرفتن شرایط فوق، ماتریس $\mathbf{G}(\mathbf{x})$ به صورت زیر انتخاب می‌شود:

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{s_1 + c_1 sw_4}{sw_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_1 & 0 & 0 \\ \frac{s_2 + c_2 sw_5}{sw_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_2 & 0 \\ \frac{s_3 + c_3 sw_6}{sw_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_3 \end{bmatrix} \quad (۲۰)$$

که در آن c_1، c_2 و c_3 ثابتهای دلخواهی هستند که باید مخالف صفر باشند. در این مقاله، از الگوریتم ژنتیک برای محاسبه این ضرایب استفاده می‌شود. تابع هزینه‌ای که الگوریتم ژنتیک باید برای محاسبه این ضرایب کمینه کند، همان تابع هزینه (۷) می‌باشد.

۶- شبیه سازی

در این بخش شبیه سازی‌های عددی متعددی انجام می‌شود و قابلیت قانون هدایت پیشنهادی از جنبه‌های مختلف بررسی می‌شود. شرایط پروازی مختلف و انواع مختلف شتاب هدف در نظر گرفته می‌شود و سپس کارایی قانون هدایت بهینه مد لغزشی طراحی شده با قانون هدایت متداول ناوبری تناسبی افزودنی یا APNG مقایسه می‌شود. اغتشاشات بیرونی در معادله (۳) توسط سه نوع شتاب هدف زیر تولید می‌شود تا مقاوم بودن قانون هدایت بررسی شود:

۱- شتاب هدف پله:

[1] Saturation

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-13]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1391.6.2.5.9]

$$\mathbf{w}=\begin{bmatrix} w_r \\ w_\theta \\ w_\phi \end{bmatrix}=\lambda_T \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r \\ \dfrac{-\dot{\phi}}{\sqrt{\dot{\phi}^2+\dot{\theta}^2\cos^2\phi}}\mathbf{e}_\theta \\ \dfrac{\dot{\theta}\cos\phi}{\sqrt{\dot{\phi}^2+\dot{\theta}^2\cos^2\phi}}\mathbf{e}_\phi \end{bmatrix}=\mathbf{w}_{step}$$

۲- شتاب هدف شیب:

$$\mathbf{w}=\begin{bmatrix} w_r \\ w_\theta \\ w_\phi \end{bmatrix}=\lambda_T t \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r \\ \dfrac{-\dot{\phi}}{\sqrt{\dot{\phi}^2+\dot{\theta}^2\cos^2\phi}}\mathbf{e}_\theta \\ \dfrac{\dot{\theta}\cos\phi}{\sqrt{\dot{\phi}^2+\dot{\theta}^2\cos^2\phi}}\mathbf{e}_\phi \end{bmatrix}=\mathbf{w}_{ramp}$$

۳- شتاب هدف سینوسی:

$$\mathbf{w}=\begin{bmatrix} w_r \\ w_\theta \\ w_\phi \end{bmatrix}=\lambda_T \sin(\Omega t) \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r \\ \dfrac{-\dot{\phi}}{\sqrt{\dot{\phi}^2+\dot{\theta}^2\cos^2\phi}}\mathbf{e}_\theta \\ \dfrac{\dot{\theta}\cos\phi}{\sqrt{\dot{\phi}^2+\dot{\theta}^2\cos^2\phi}}\mathbf{e}_\phi \end{bmatrix}=\mathbf{w}_{\sin}$$

$$\mathbf{w}_{\sin}=\sin(\Omega t)\mathbf{w}_{step}$$

که در روابط فوق λ_T بهره شتاب هدف می‌باشد و در شبیه سازی‌ها یک عدد تصادفی در محدوده صفر تا چهار برابر شتاب جاذبه زمین فرض می‌شود. برای بررسی کارایی قانون هدایت پیشنهادی دو حالت مختلف زیر در نظر گرفته می‌شود:

حالت اول: هدف از موشک دور می‌شود $(w_r>0)$

$r=5\text{km}$, $\theta=\pi/3$, $\phi=\pi/3$

$v_r=-500$ m/s , $v_\theta=200$ m/s , $v_\phi=300$ m/s

حالت دوم: هدف به موشک نزدیک می‌شود $(w_r<0)$

$r=10\text{km}$, $\theta=\pi/3$, $\phi=\pi/3$

$v_r=-1000$ m/s , $v_\theta=200$ m/s , $v_\phi=300$ m/s

ماتریسهای وزنی $\mathbf{Q(x)}$ و $\mathbf{R(x)}$ به صورت ماتریسهای قطری زیر در نظر گرفته می شوند:

$$\mathbf{Q(x)}=diag(10^{-5},1,1,10^{-10},1,1,10^{-10},10^{-10},10^{-10})$$

$$\mathbf{R(x)}=diag(10,10,10)$$

که در راوبط فوق، $diag$ ماتریس قطری است و درایه های قطر اصلی آن مشخص شده است. شایان ذکر است این ماتریسها با سعی و خطا به دست امده اند. همچنین مقادیر γ_0 و γ_1 نیز به صورت زیر در نظر گرفته می شوند:

$$\gamma_1=10^{-3}\ ,\ \gamma_0=20$$

در تمام شبیه‌سازی‌ها محدودیت $\|u_i\|\le 10g$ به روی ورودی اعمال می‌شود. فرض می‌شود دستور شتاب توسط یک میکروکامپیوتر موجود در موشک ارسال می‌شود و زمان نمونه برداری برابر ۱۰ میلی ثانیه است. مقادیر ضرایب c_1، c_2 و c_3 به کمک الگوریتم ژنتیک به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$c_1=0.453\ ,\ c_2=0.356\ ,\ c_3=0.862$$

در الگوریتم ژنتیک استفاده شده برای محاسبه ضرایب فوق، تعداد ۳۰ کروموزوم به عنوان جمعیت اولیه در نظر گرفته شد. تعداد نسلها برابر ۱۰۰۰ فرض شد. برش تک نقطه ای، جهش گوسی و انتخاب چرخ رولت عملگرهای به کار رفته در الگوریتم ژنتیک می‌باشند. نرخ برش و جهش نیز به ترتیب برابر ۰/۷ و ۰/۰۵۹ در نظر گرفته شده است.

تلاش کنترلی: در اینجا ورودی کنترلی برای هر دو قانون APNG و OSMG مقایسه می‌شود. دستور شتاب برای هر دو قانون و برای هر دو حالت ۱ و ۲، به ترتیب در شکلهای ۲ و ۳ آورده شده است. شکل ۲ نتایج شبیه سازی را برای شرایط اولیه حالت اول، که در ان هدف به سمت موشک حرکت می‌کند، نشان می‌دهد. شکل ۳ نیز نتایج شبیه سازی را برای شرایط اولیه حالت دوم، که در ان هدف از موشک دور می‌شود، نشان می‌دهد.

در هر دو حالت میزان سوخت مصرفی مقایسه شده است. مولفه u_r در قانون APNG، به این دلیل که دستور شتاب تولیدی عمود بر خط دید اعمال می شود، برابر صفر است؛ ولی این مولفه شتاب در OSMG مخالف صفر می باشد. با مشاهده شکلها و با در نظر گرفتن هر سه مولفه شتاب و محاسبه اندازه بردار شتاب در طول زمان، قانون هدایت OSMG میزان سوخت و انرژی تقریبا کمتری نسبت به قانون APNG مصرف می‌کند. این به این دلیل است که در معیار عملکرد قانون هدایت پیشنهادی، مصرف انرژی کنترلی لحاظ گردیده است ولی در قانون هدایت APNG در نظر گرفته نمی‌شود. همچنین برای اهداف دارای شتاب سینوسی و با دامنه‌های مختلف، دستور شتاب APNG به صورت نوسانی می‌باشد، در حالی که در قانون هدایت پیشنهادی دستور شتاب موشک، نوسانات ناشی از شتاب هدف را ندارد. شایان ذکر است، به علت استفاده از تابع اشباع[1] به جای تابع علامت[2] در قسمت ناپیوسته سیگنال کنترل قانون هدایت پیشنهادی، در مولفه های شتاب موشک پدیده وز وز حذف گردیده است.

خطای ردیابی، زمان نهایی و فاصله خطا: همان‌طور که می‌دانیم هدف از طراحی قانون هدایت در اینجا این است که قانونی

[1] Saturation
[2] Sign

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-13]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1391.6.2.5.9]

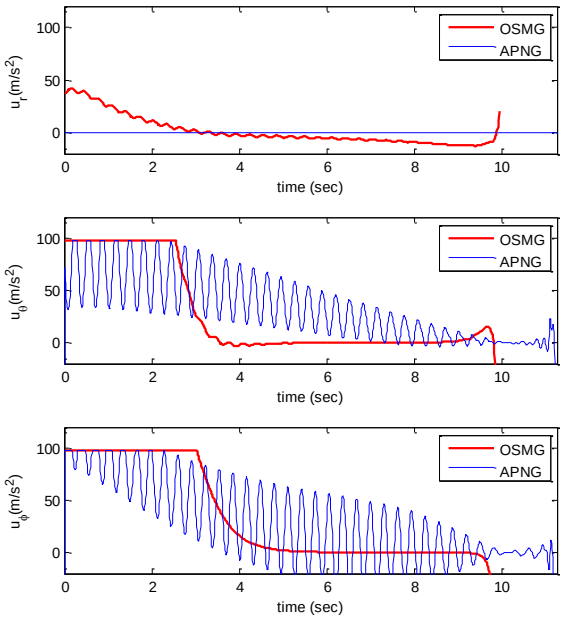
بدست آید که نرخ زاویه خط دید در هردو محور عرضی[1] و طولی[2]، و همچنین فاصله نسبی، با وجود نامعینی‌های شتاب هدف به کمترین مقدار خود رسانده شوند. همان‌گونه که در شکلهای ۴ تا ۷ مشاهده می‌شود، سرعتهای نسبی جانبی و همچنین فاصله نسبی برای هر دو حالت در نظر گرفته شده، در صورت استفاده از قانون هدایت پیشنهادی، همگی سریعتر از قانون APNG به سمت صفر میل می‌کنند.

زمان نهایی پرواز برای هر دو قانون OSMG و APNG و برای حالت اول به ترتیب ۹.۹۶ و ۱۱.۲۷ ثانیه و برای حالت دوم ۹.۵۶ و ۱۰.۲۷ ثانیه می‌باشد. همچنین فاصله خطا (Miss distance) برای هر دو قانون و برای حالت اول به ترتیب ۲۶/. متر و ۴۷/. متر و برای حالت دوم ۱۶/. متر و ۶۴/. متر می‌باشد.

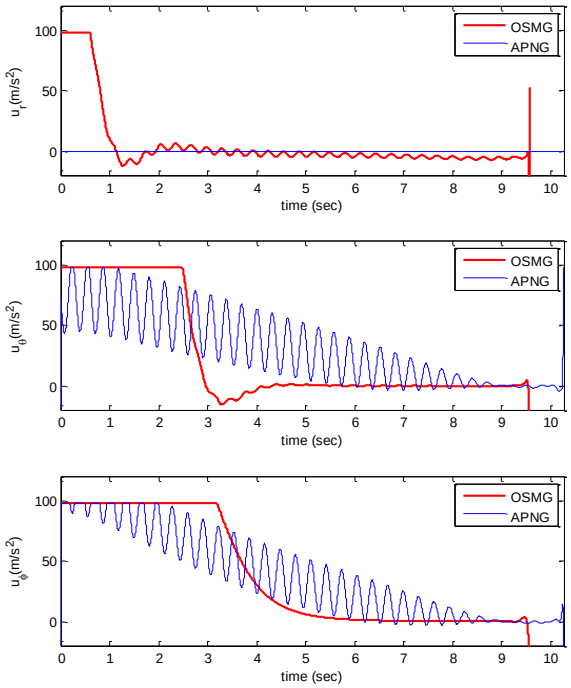
بنابراین قانون هدایت پیشنهادی نه تنها تا اندازه‌ای انرژی کنترلی کمتری مصرف می‌کند بلکه می‌تواند زمان نهایی پرواز را نیز کاهش دهد. البته، قابل ذکر است که ضریب شتاب هدف λ_T یک عدد تصادفی است و ممکن است مقدار آن در هر بار اجرای شبیه‌سازی تغییر یابد.

مقاوم بودن در برابر اغتشاشات: برای بررسی مقاوم بودن قانون هدایت پیشنهادی، از سه نوع شتاب هدف مختلف در شبیه‌سازی‌ها استفاده می‌شود و سپس نتایج با قانون APNG مقایسه می‌گردد. همان‌طور که می‌دانیم کنترل مد لغزشی باعث می‌شود قانون کنترل در برابر اغتشاشات بیرونی یا تغییرات پارامترها حساسیت خیلی کمی داشته باشد. بنابراین انتظار می‌رود که قانون هدایت پیشنهادی، به لحاظ بهره بردن از کنترل مد لغزشی در برابر اغتشاشات مقاوم باشد. برای حالت اول و برای شتاب هدف از نوع پله و شیب، شبیه‌سازی انجام شده است. شکلهای ۸ و ۹ منحنی فاصله نسبی موشک و هدف را به ترتیب برای شتاب هدف پله و شیب نشان می‌دهد. همانگونه که در شکلها ملاحظه می گردد، قانون APNG نمی‌تواند منجر به برخورد موشک و هدف شود ولی قانون هدایت پیشنهادی موفق به دفع اثر اغتشاش شتاب هدف می‌شود و باعث برخورد موشک به هدف می‌شود. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که قانون OSMG در برابر اغتشاشات شتاب هدف، به مراتب از قانون APNG مقاوم‌تر است.

علاوه بر این، قانون APNG برای پیاده سازی به مقادیر لحظه‌ای شتاب هدف به صورت دقیق نیاز دارد، در صورتی که قانون هدایت پیشنهادی تنها به حداکثر دامنه شتاب هدف احتیاج دارد و این یکی دیگر از مزایای قانون هدایت پیشنهادی می‌باشد.



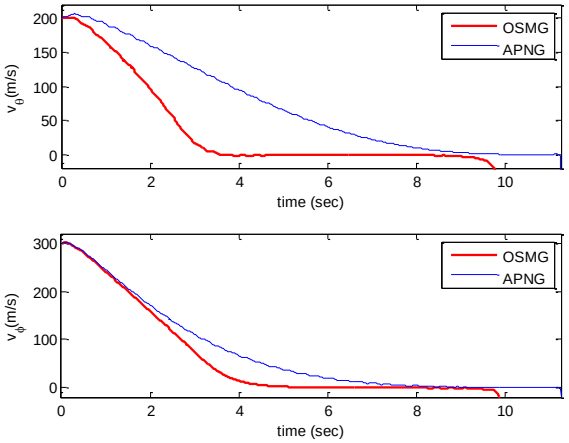
شکل ۱: تلاش کنترلی برای هر دو قانون OSMG و APNG، برای شتاب هدف سینوسی و با شرایط اولیه حالت اول.



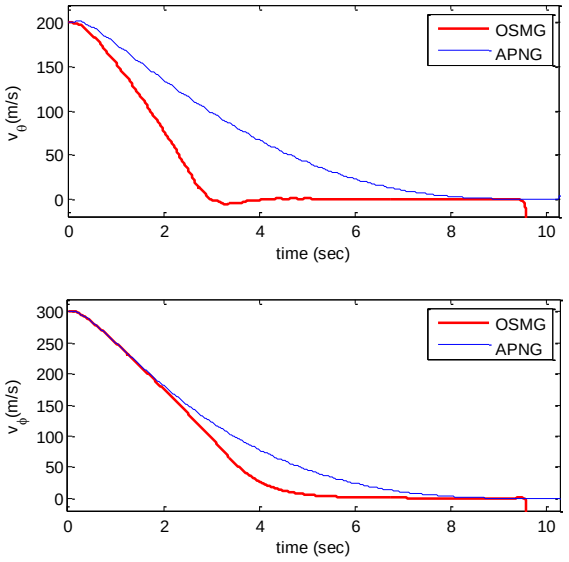
شکل ۲: تلاش کنترلی برای هر دو قانون OSMG و APNG، برای شتاب هدف سینوسی و با شرایط اولیه حالت دوم.

[1] Pitch
[2] Yaw

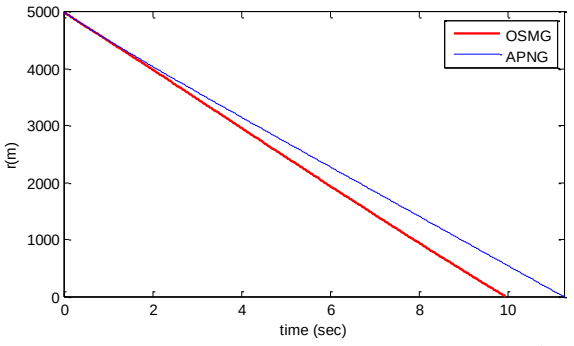
[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-13]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1391.6.2.5.9]



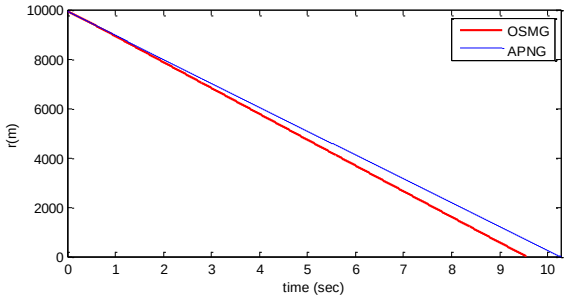
شکل ۳: سرعتهای نسبی جانبی برای هر دو قانون OSMG و APNG، برای شتاب هدف سینوسی و با شرایط اولیه حالت اول.



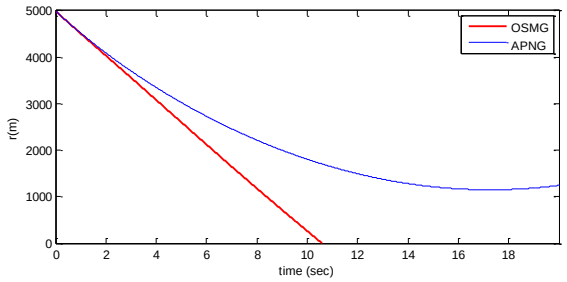
شکل ۴: سرعتهای نسبی جانبی برای هر دو قانون OSMG و APNG، برای شتاب هدف سینوسی و با شرایط اولیه حالت دوم.



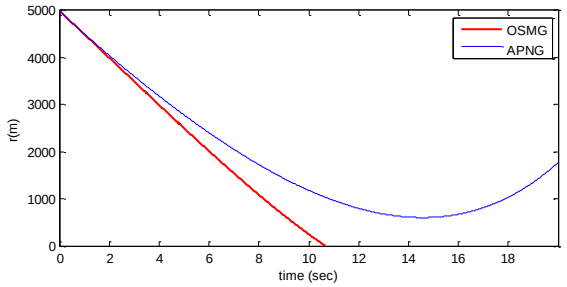
شکل ۵: فاصله نسبی برای هر دو قانون OSMG و APNG ، برای شتاب هدف سینوسی و با شرایط اولیه حالت اول.



شکل ۶: فاصله نسبی برای هر دو قانون OSMG و APNG، برای شتاب هدف سینوسی و با شرایط اولیه حالت دوم.



شکل ۷: فاصله نسبی برای هر دو قانون OSMG و APNG، برای شتاب هدف پله و با شرایط اولیه حالت اول.



شکل ۸: فاصله نسبی برای هر دو قانون OSMG و APNG ، برای شتاب هدف پله و با شرایط اولیه حالت اول.

۷- نتیجه گیری

یک قانون هدایت جدید برای موشک بر ضد اهداف دارای مانور بالا، با ترکیب روشهای کنترل بهینه و مد لغزشی طراحی شده است. از روش کنترل بهینه SDRE برای طراحی قانون هدایت و از الگوریتم ژنتیک برای تنظیم تعدادی از پارامترها استفاده شده است. دینامیک مرتبه اول برای حلقه کنترل و هدایت در معادلات در نظر گرفته شده است و سپس قانون هدایت در فضای سه بعدی استخراج شد. اثبات مقاوم بودن قانون هدایت پیشنهادی با استفاده از روش دوم لیاپانوف ارائه شد. همچنین با در نظر گرفتن انواع شتاب هدف و برای شرایط پروازی مختلف، با انجام شبیه سازی‌های مختلف عددی، مقاوم بودن و موثر بودن قانون هدایت پیشنهادی نشان داده شد. در قانون هدایت پیشنهادی، به لحاظ بهره بردن از روش کنترل بهینه می‌توان مصالحه‌ای بین خطای ردیابی و سیگنال کنترل انجام داد و همچنین به لحاظ استفاده از کنترل مد

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-13]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1391.6.2.5.9]

لغزشی، قانون هدایت پیشنهادی در برابر اغتشاشات شتاب هدف مقاوم می‌باشد. همچنین به دلیل نیاز به مقدار حداکثر شتاب هدف، و نه مقدار لحظه ای دقیق آن، در عمل مشکلات مربوط به پیاده سازی را نخواهد داشت.

مراجع

[1] P. Zarchan, "Tactical and strategic missile guidance," Progress in Astronautics and Aeronautics, 3rd ed., vol. 176, AIAA, New York, 1997.

[2] R. G. Cottrell, "Optimal intercept guidance for short range tactical missiles," AIAA Journal, vol. 9, no. 7, 1414–1415, 1971.

[3] E. J. Holder and V. B. Sylvester, "An analysis of modern versus classical homing guidance," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 26, no. 4, pp. 599–606, 1990.

[4] I. Rusnak, "Advanced guidance laws for acceleration constrained missile, randomly maneuvering target and noisy measurements," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 32, no. 1, pp.456–464, 1996.

[5] I. Rusnak and L. Meir, "Optimal guidance for high-order and acceleration constrained missile," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 14, no. 3, pp. 589–596, 1991.

[6] H. J. Cho, C. K. Ryoo, and M. J. Tahk, "Closed-form optimal guidance law for missiles of time-varying velocity," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 19, no. 5, pp. 1017–1023, 1996.

[7] I. Yaesh, and J. Z. Ben-Asher, "Optimal guidance with a single uncertain time lag," Journal of Guidance Control and Dynamics, vol. 18, no. 5, pp. 981–988, 1995.

[8] M. E. Hough, "Optimal guidance and nonlinear estimation for interception of decelerating targets," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 18, no. 2, pp. 316–324, 1995.

[9] M. E. Hough, "Optimal guidance and nonlinear estimation for interception of accelerating targets," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 18, no. 5, pp. 961–968, 1995.

[10] M. A. Massoumnia, "Optimal midcourse guidance law for fixed-interval propulsive maneuvers," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 18, no. 3, pp. 465–470, 1995.

[11] J. Z. Ben-Asher and I. Yaesh, "Advances in missile guidance theory," Progress in Astronautics and Aeronautics, vol. 180, AIAA, New York, 1998.

[12] P. Pastrik, S. M. Seltzer, and M. E. Warren, "Guidance laws for short-range tactical missiles," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 4, no. 2, pp. 98–108, 1981.

[13] E. J. -J. Slotine and W. Li, "Applied nonlinear control," Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1991, ch. 7.

[14] R. B. Fernandez and J. K. Hedrick, "Control of multivariable nonlinear systems by the sliding-mode method," International Journal of Control, vol. 46, no. 3, 1019–1040, 1987.

[15] S. D. Brierley and R. Longchamp, "Application of sliding-mode control to air–air interception problem," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 26, no. 2, pp. 306–325, 1990.

[16] F.-K. Yeh, "Adaptive-sliding-mode guidance law design for missiles with thrust vector control and divert control system," Journal of Control Theory & Applications, IET, vol. 6, no. 4, pp. 552–559, 2012.

[17] C.-H. Lee, T.-H. Kim, M.-J. Tahk, and K.-S. Kim, "Design of guidance law for passive homing missile using sliding mode control," International Conference on Control Automation and Systems, Gyeonggi-do, pp. 2380–2385, 2010.

[18] C. Y. Kai, F. Li, L. Xiaogeng, and L. Ling, "Optimal sliding-mode terminal guidance law design of airborne boost-phase ballistic missile interception," Applied Mechanics and Materials, Vol. 40-41, pp. 15–20, 2011.

[19] Z. Hu, X. Tang, and Y. Wang, "A 3-dimensional robust guidance law with impact angle constraint," Control and Decision Conference, Beijing, China, pp. 999–1006, 2011.

[20] M. Bahrami, B. Ebrahimi, and J. Roshanian, "Optimal sliding-mode guidance law for fixed-interval propulsive maneuvers," In Proc. IEEE Conference on Control Application, Munich, Germany, pp. 1014–1018, 2006.

[21] B. Ebrahimi, M. Bahrami, and J. Roshanian, "Optimal sliding-mode guidance with terminal velocity constraint for fixed-interval propulsive maneuvers," Acta Astronautica, vol. 62, no. 10, pp. 556–562, 2008.

[22] T. Çimen, "Systematic and effective design of nonlinear feedback controllers via the state-dependent Riccati equation (SDRE) method," Annual Reviews in Control, vol. 34, pp. 32–51, 2010.

[23] T. Çimen, "State-dependent Riccati equation (SDRE) control: A survey," In Proc. of the 17th IFAC World Congress, Seoul, Korea, pp. 3761-3775, July 2008.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-13]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1391.6.2.5.9]