

## طراحی یک ساختار جدید در کنترل کننده مدل پیش بین صریح با کاربرد در

### سیستم مبدل باک

محمدرضا زمانی بهبهانی<sup>۱</sup>، زهرا رحمانی<sup>۲</sup>، بهروز رضایی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> فارغ التحصیل دکتری مهندسی برق و کامپیوتر، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی توشیروانی بابل، ایران، zamanib.mohammadreza@gmail.com

<sup>۲</sup> دانشیار، گروه کنترل، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی توشیروانی بابل، ایران zrahmani@nit.ac.ir

<sup>۳</sup> دانشیار، گروه کنترل، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی توشیروانی بابل، ایران brezaie@nit.ac.ir

پذیرش: ۱۴۰۰/۰۲/۳۰

ویرایش: ۱۳۹۹/۱۲/۰۷

دریافت: ۱۳۹۹/۰۲/۱۰

**چکیده:** در این مقاله، ساختار جدیدی از کنترل پیش بین برای سیستم های تکه ای افاین به عنوان کلاس خاصی از سیستم های هیبریدی مطرح شده است. به دلیل زمانبر بودن محاسبات آنلاین در مسأله بهینه سازی پیش بین و پیچیدگی محاسبات آن، ساختار صریح الگوریتم پیش بین به منظور کنترل مبدل باک در این مقاله استفاده شده است. چون کنترل پیش بین صریح به جای حل مکرر آنلاین مسأله بهینه سازی، فقط یکبار و بصورت آفلاین محاسبات بهینه سازی را انجام می دهد، برای سیستم های هیبریدی با دینامیک های سریع مناسب است. در واقع در این الگوریتم به جای استفاده از درایه اول بردار ورودی کنترلی، از تمامی درایه های آن به صورت وزندار برای به روزرسانی قانون کنترل استفاده می شود. برخلاف الگوریتم پیش بین صریح متداول که فقط از یک درایه از بردار ورودی کنترلی بهینه استفاده می کند، کنترل پیش بین صریح پیشنهادی از تمام درایه های بردار ورودی کنترلی بهینه به همراه ضرایب وزنی بهینه استفاده می کند. الگوریتم پیش بین صریح پیشنهادی در هر مرحله، دو مسأله بهینه سازی به صورت مجزا حل می کند. مسأله اول، مربوط به حل مسأله بهینه سازی پیش بین صریح است و مسأله بهینه سازی دوم مربوط به یافتن ضرایب وزنی بهینه در جهت کاهش مقدار سیگنال خطا در هر مرحله از الگوریتم می باشد. همگرایی روش پیش بین صریح پیشنهادی به سمت مقادیر مورد نظر در این مقاله اثبات شده و نتایج شبیه سازی، برتری روش پیش بین صریح پیشنهادی را نسبت به پیش بین صریح متداول به شرط تنظیم مناسب ضرایب وزنی الگوریتم و انتخاب مناسب افق های کنترلی را نشان داده است.

**کلمات کلیدی:** الگوریتم پیش بین، بهینه سازی آفلاین، مبدل باک، همگرایی

## Designing a novel structure of explicit model predictive control with application in a buck converter system

M. R. Zamani, Z. Rahmani, B. Rezaie

**Abstract:** This paper proposes a novel structure of model predictive control algorithm for piecewise affine systems as a particular class of hybrid systems. Due to the time consuming and computational complexity of online optimization problem in MPC algorithm, the explicit form of MPC which is called Explicit MPC (EMPC) is applied in order to control of buck converter. Since the EMPC solves the optimization problem only once and in offline manner, this strategy is suitable for hybrid systems with fast dynamics. As opposed to typical EMPC that uses only the first element of optimal input vector, the proposed strategy uses all entries of the control

sequence with optimal weighting factors. In proposed EMPC, two separate optimization problems are solved at each algorithm step. The first one is related to EMPC optimization problem and the second optimization problem is concerned to finding optimal weighting factors so as to minimize the error signal at each step. The convergence property of the proposed EMPC towards to the desired value has been proved and the simulation results shows the better performance of the proposed EMPC strategy than the typical one, if the weighting factors and control horizons are adjusted properly.

**Keywords:** Model predictive control, Offline optimization, Buck converter, Convergence.

## ۱- مقدمه

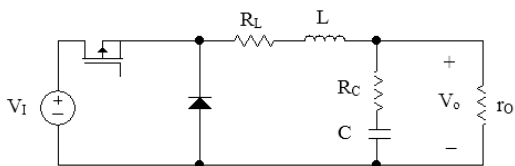
سیستم‌های هیبریدی در زمینه‌های مختلف صنعتی از جمله کنترل ترافیک، کنترل فرآیند، طراحی ربات و ... نمایان هستند [۱-۳]. تعاریف مختلفی برای سیستم‌های هیبریدی مطرح شده‌اند. اما مهم‌ترین تعریف آن، تعامل بین سیستم‌های پیوسته در زمان و گسسته در زمان است. دینامیک‌های سیستم‌های هیبریدی اغلب پیوسته در زمان، گسسته در زمان یا تلفیقی از هر دو می‌باشند اما معمولاً به صورت معادلات دیفرانسیلی بیان می‌شوند. یک سیستم هیبریدی دارای  $N$  مد کاری است. در هر مد، رفتار سیستم هیبریدی توسط معادلات دیفرانسیل (یا تفاضلی) بیان می‌شود. سیستم با توجه به شرایط سوئیچینگ، از یک مد به مد دیگر تغییر وضعیت می‌دهد. اتوماتا، یک ساختار کلی برای مدل‌سازی سیستم‌های هیبریدی در جهت آنالیز این گونه سیستم‌ها است [۴]. اتوماتای هیبریدی از عوامل پیوسته و گسسته سیستم در جهت مدل‌سازی دینامیکی سیستم استفاده می‌کند. روش‌های مدل‌سازی زیادی برای سیستم‌های هیبریدی وجود دارد، همانند مدل تکه‌ای خطی (PWA)، مدل متمم خطی (LC) و مدل دینامیکی منطقی ترکیبی (MLD). این کلاس‌های هیبریدی تحت شرایطی که مربوط به خوش رفتاری و محدود بودن متغیرهای ورودی، حالت، خروجی و متغیرهای اضافی هست، معادلند [۵]. در این مقاله از روش مدل‌سازی PWA برای مدل‌سازی سیستم هیبریدی استفاده شده است. در مدل PWA، قوانین سوئیچینگ و معادلات دینامیکی سیستم هیبریدی تابعی از متغیرهای حالت هستند و این مدل می‌تواند فرایندهای فیزیکی بسیاری را مدل‌سازی کند. از مدل PWA برای تقریب سیستم‌های غیرخطی با دقت دلخواه نیز می‌توان استفاده کرد.

یکی از روش‌های موفق برای کنترل سیستم‌های هیبریدی، الگوریتم پیش‌بین است. چون الگوریتم پیش‌بین قابلیت کنترل سیستم‌های دارای محدودیت فیزیکی را دارد، در صنعت بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرد [۸-۶]. کنترل پیش‌بین یک روش کنترلی مبتنی بر بهینه‌سازی است که رفتار سیستم را بر اساس اطلاعات مدل فرآیند بهینه کرده و عملکرد مطلوب سیستم را با در نظر گرفتن قیود فرآیند فراهم می‌کند. در واقع الگوریتم پیش‌بین یک الگوریتم مبتنی بر پیش‌بینی است که براساس اصل افق پیش‌رو (RHP) عمل می‌کند. نحوه عملکرد الگوریتم پیش‌بین به این صورت است که در هر گام از الگوریتم، یک مسأله بهینه‌سازی آنلاین با افق محدود در جهت یافتن ورودی کنترلی بهینه انجام می‌شود و سپس از بردار

ورودی حاصل شده فقط درایه اول آن به فرآیند اعمال می‌شود و بقیه درایه‌ها نادیده گرفته می‌شوند. در گام بعد بر اساس مشاهدات جدید این روال مجدداً تکرار می‌شود تا در نهایت پاسخ مطلوب حاصل می‌شود و سیگنال خطا به سمت صفر میل می‌کند [۹]. علی‌رغم مزایای زیاد کنترل پیش‌بین آنلاین، این الگوریتم دارای محاسبات (EMPC) طولانی و پیچیده‌ای است که باعث محدودیت در کاربرد عملی این الگوریتم شده است. برای این منظور از الگوریتم پیش‌بین صریح که مبتنی بر بهینه‌سازی آفلاین می‌باشد، استفاده می‌شود. در این روش به جای حل مکرر مسأله بهینه‌سازی به صورت آنلاین، فقط یکبار و به صورت آفلاین مسأله بهینه‌سازی حل می‌شود و پاسخ به صورت یک نقشه کامل ایجاد می‌شود [۱۱-۱۰]. الگوریتم EMPC در صنعت و برای فرآیندهای با دینامیک سریع مناسب می‌باشد [۷ و ۱۲ و ۱۳]. در [۱۴] از منطق فازی برای تقریب رفتار الگوریتم پیش‌بین برای فرآیندهای صنعتی استفاده شده است. در [۱۵] از ساختار الگوریتم پیش‌بین صریح با محاسبات آفلاین و آنلاین برای یافتن ساختار کنترلی بهینه و اطمینان از ایجاد پاسخی بهینه برای سیستم‌های غیرخطی به همراه قیود استفاده شده است. در [۱۶] از الگوریتم پیش‌بین برای کنترل یک سیستم سوئیچ شونده غیرخطی با استفاده از دو اصل افق پیش‌رو و کاهشی در جهت کاهش محاسبات آنلاین استفاده شده است.

مبدل باک یک سیستم هیبریدی با دینامیک‌های سریع است که برای تبدیل ولتاژ DC-DC مورد استفاده قرار می‌گیرد. الگوریتم پیش‌بین صریح برای کنترل مبدل باک در [۷] ارائه شده است. در [۱۷] از طرح کنترلی سوئیچی بر مبنای ذخیره انرژی در مبدل باک استفاده شده است. در [۱۸] الگوریتم پیش‌بین صریح برای کنترل سیستم‌های هیبریدی با بررسی بحث پایداری بیان شده و در نهایت بر روی سیستم دستگاه تهویه هوای خورشیدی اعمال شده است. طراحی کنترل پیش‌بین برای سیستم‌های تکه‌ای افاین در [۱۹] ارائه شده است. در این مقاله از روش برنامه‌ریزی خطی برای طراحی مسأله کنترل بهینه برای سیستم‌های با ابعاد وسیع استفاده شده است. در [۲۰] آنالیز پایداری ورودی-خروجی برای سیستم‌های تکه‌ای افاین با نامعینی‌های ساختار نیافته ارائه و توسط روش پیش‌بین خطی چند-مدل با حضور قیود بر روی متغیر ورودی کنترل شده است.

از یک سطح ولتاژ به سطح ولتاژ دیگر تبدیل می‌کند. ساختار مبدل باک در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱. مبدل باک [۲۲]

بر اساس نحوه عملکرد سوئیچ و دیود، مدهای کاری مبدل توصیف می‌شوند. در مد اول، سوئیچ فعال و دیود غیر فعال است که در این هنگام سلف از سمت منبع تغذیه ورودی، انرژی دریافت می‌کند. در مد دوم، سوئیچ غیر فعال و دیود فعال است و انرژی ذخیره شده سلف در خازن و بار تخلیه می‌شود. در مد سوم که سوئیچ و دیود هر دو غیر فعال هستند، بار از طریق انرژی ذخیره شده در خازن تغذیه می‌شود. معادلات فضای حالت مبدل باک به صورت رابطه (۲) تعریف می‌شوند:

$$\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i \quad i = 1, 2, 3 \quad (2)$$

که ماتریس‌های  $A_i$ ،  $B_i$  برای هر مد کاری به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\left\{ \begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} \frac{-R_L}{L} & \frac{-1}{L} \\ \frac{1}{C} \frac{r_o}{r_o + R_c} (1 - C R_c \frac{R_L}{L}) & -\frac{1}{C} \frac{1}{r_o + R_c} (1 - C R_c \frac{r_o}{L}) \end{bmatrix} \\ B_1 &= \begin{bmatrix} \frac{V_i}{L} \\ \frac{r_o}{r_o + R_c} \frac{R_c}{L} \end{bmatrix}, \quad A_2 = A_1, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ A_3 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{(r_o + R_c)C} \end{bmatrix}, \quad B_3 = B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \right. \quad (3)$$

تغییر دینامیک‌های مختلف در سیستم مبدل باک بر اساس تغییر متغیرهای حالت صورت می‌پذیرد. بر این اساس مطابق با دینامیک فعال مبدل باک، کنترل کننده پیش‌بین خروجی، مبدل را به سمت مقدار مورد نظر با خطای حالت ماندگار نزدیک به صفر سوق می‌دهد. با تغییر شرایط و در نتیجه تغییر متغیرهای حالت، دینامیک مبدل باک تغییر می‌کند. کنترل کننده پیش‌بین بر اساس دینامیک فعال مبدل باک، خروجی مبدل باک را به سمت مقدار مورد نظر با حداقل خطای حالت ماندگار هدایت می‌کند. در واقع در هر لحظه نمونه برداری، کنترل کننده پیش‌بین یک مسأله بهینه‌سازی را با توجه به قیود فیزیکی حاکم بر سیستم و با توجه به دینامیک فعال حل می‌کند و پس از محاسبه بردار ورودی کنترلی و ضرایب وزنی بهینه، مقدار بهینه را به مبدل اعمال می‌کند. ممکن است به دلیل شرایط آزمایشگاهی یا برخی مقادیر عددی متغیرهای شبیه‌سازی، بعضی از دینامیک‌های مبدل فعال نشوند.

بلوک دیاگرام روش کنترلی در شکل ۲ نشان داده شده است.

در این مقاله بر خلاف مقالات ذکر شده، ساختار متفاوتی از کنترل پیش‌بین صریح برای کنترل مبدل باک به عنوان یک سیستم هیبریدی با دینامیک‌های سریع استفاده شده است. در این الگوریتم در هر مرحله بهینه‌سازی از مسأله کنترل پیش‌بین، دو مسأله بهینه‌سازی مجزا حل می‌شوند که یکی برای یافتن ورودی کنترلی بهینه و دیگری برای یافتن ضرایب وزنی بهینه است. در این ساختار به جای استفاده از اولین درایه از بردار ورودی کنترلی، از تمامی عناصر ورودی کنترلی به صورت وزندار استفاده می‌شود. در [۲۱] ساختار ریاضی این الگوریتم برای یک کلاس از سیستم‌های غیرخطی در حضور اغتشاش ارائه شده است. بنابراین نوآوری‌های مقاله به شرح زیر هستند:

- طراحی ساختار متفاوتی از کنترل پیش‌بین برای سیستم هیبریدی با دینامیک‌های سریع که از دو مسأله بهینه‌سازی مجزا استفاده می‌کند.
  - مسأله بهینه‌سازی اول مربوط به یافتن ورودی کنترلی بهینه پیش‌بین به صورت آفلاین است.
  - مسأله بهینه‌سازی دوم برای یافتن ضرایب بهینه‌سازی بهینه در جهت کاهش سیگنال خطا در هر گام از الگوریتم است.
  - اثبات همگرایی دنبال‌یابی روش پیش‌بین صریح پیشنهادی.
- ساختار کلی مقاله به این صورت است: در بخش ۲ ساختار پیش‌بین پیشنهادی برای سیستم هیبریدی مطرح شده است. در بخش ۳ اثبات همگرایی الگوریتم پیشنهادی ارائه شده است. در بخش ۴ نتایج شبیه‌سازی برای مبدل باک نمایش داده شده و نتیجه‌گیری‌های این مقاله در بخش آخر بیان شده‌اند.

## ۲- ساختار پیش‌بین پیشنهادی

در این مقاله از ساختار تکه‌ای افاین برای مدل‌سازی سیستم هیبریدی استفاده شده است. مدل ریاضی یک سیستم هیبریدی تکه‌ای افاین به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\left\{ \begin{aligned} x(n+1) &= A_i x(n) + B_i u(n) + f_i \\ y(n) &= C_i x(n) + D_i u(n) + g_i \end{aligned} \right. \quad (1)$$

for  $\begin{bmatrix} x(n) \\ u(n) \end{bmatrix} \in R_i, i = 1, \dots, m$

که  $x(n)$  و  $u(n)$  و  $y(n)$  به ترتیب متغیرهای حالت و ورودی و خروجی هستند.  $A_i, B_i, C_i, D_i$  ماتریس‌های سیستمی با ابعاد مناسب و  $f_i, g_i$  بردارهای ثابت هستند.  $R_i$  نواحی چندوجهی حاصل شده از فضای متغیر ورودی/حالت است و  $i$  تعداد دینامیک‌های سیستم هیبریدی را نشان می‌دهد. در ادامه، مدل‌سازی مبدل باک به صورت تکه‌ای افاین نشان داده شده است.

مبدل باک یک سیستم هیبریدی دارای سه مد کاری و دو متغیر حالت جریان سلف و ولتاژ خازن  $x = [x_1 \ x_2]^T = [i_L \ v_c]^T$  است [۲۲]. باک یک مبدل DC-DC کاهنده است که جریان DC یک منبع را

ویژگی های مخصوص به خود می باشد. مثلاً بحث پایداری برای سیستم های PWA [۲۳]، تکنیک های کنترلی برای مدل MLD [۲۴] و شرایط وجود و یکتایی جواب (خوش رفتاری) برای سیستم های LC [۲۵] مطرح شده اند. بسته به شرایط کنترلی، یکی از مدل های هیبریدی انتخاب می شود. مدل MLD تعامل بین دینامیک های گسسته و پیوسته و متغیرهای باینری (جهت سوئیچ زنی بین دینامیک های یک سیستم هیبریدی) را به صورت معادلاتی خطی متشکل از متغیرهای گسسته و پیوسته نمایش می دهد و با در نظر گرفتن قيود به عنوان محدودیت های فیزیکی، آنرا به ساختار مناسب برای حل مسأله بهینه سازی برای یافتن ورودی کنترلی بهینه تبدیل می کند.

برای محاسبه ورودی کنترلی مدل هیبریدی MLD از مسأله بهینه سازی پیش بین به فرم معادله (۵) استفاده می شود. در این بهینه سازی، قیدهایی بر روی متغیرهای ورودی و حالت در نظر گرفته می شوند. با حداقل کردن تابع هدف با توجه به ورودی کنترلی، بردار ورودی بهینه با استفاده از اصل افق پیش رو بدست می آید. این مسأله بهینه سازی با عنوان مسأله کنترل بهینه زمان محدود مقید نیز شناخته می شود.

$$J(u_n, x(0)) = \min_{u_n} \sum_{w=0}^{n_y-1} \left\{ \|Q(y_{n+w} - y_d)\|_{\rho} + \|Ru_w\|_{\rho} \right\} \quad (5)$$

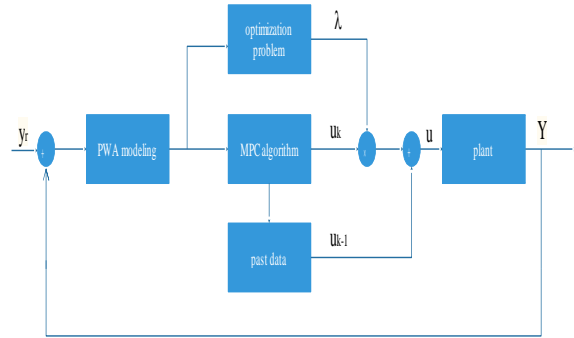
$$\text{Subj. to } \begin{cases} x(n|n) = x(n) \\ x(n+n_y|n) = x_d \\ \text{MLD form (2)} \end{cases}$$

(در معادله (۵)،  $x_d$  متغیر حالت مطلوب و  $n_y$  افق پیش بین و  $R, Q$  ضرایب وزنی هستند. بهینه سازی بر اساس مقادیر نرم ورودی کنترلی و مقدار خطا تعریف شده است.  $\rho = 1, 2, \infty$  به ترتیب نرم یک، دو و بینهایت تعریف می شوند. اگر  $\rho = 2$  انتخاب شود، مسأله بهینه سازی (۵) تبدیل به مسأله بهینه سازی خطی محدب خواهد شد و اگر  $\rho = 1, \infty$  انتخاب شود، به مسأله بهینه سازی خطی عدد صحیح تبدیل می شود. در الگوریتم EMPC، مسأله (۵) فقط یکبار حل می شود و پاسخی کامل از مجموعه جواب های بهینه ایجاد می شود. به همین دلیل سرعت اجرای این الگوریتم به مراتب سریعتر از الگوریتم پیش بین آنلاین است. در [۲۶] نشان داده شده است که پاسخ کلی مسأله (۵) به صورت تابع تکه ای افاین به فرم (۶) است.

$$u_n^*(x(n)) = L_n^i(x(n)) + M_n^i \quad (6)$$

که  $L_n^i, M_n^i$  ماتریس های تشکیل دهنده پاسخ بهینه در لحظه  $n$  و برای زیر سیستم  $i$ ام است.

برخلاف روش پیش بین متداول، در این الگوریتم تمام درایه های ورودی کنترلی به صورت وزندار برای به روز رسانی قانون کنترل استفاده می شوند. ورودی کنترلی در این روش در لحظه  $n$  به صورت رابطه (۷) به روز رسانی می شود.



شکل ۲. بلوک دیاگرام روش کنترلی پیشنهادی.

در شکل ۲،  $\lambda$  بردار ضرایب وزنی است که از حل مسأله بهینه سازی حاصل می شود.  $y_r$  مسیر مرجع و  $u$  ورودی کنترلی اعمالی به سیستم است.

یکی از روش های کنترلی مناسب در جهت کنترل سیستم های هیبریدی، کنترل پیش بین است. الگوریتم پیش بین از حل مکرر مسأله بهینه سازی به صورت آنلاین برای یافتن ورودی کنترلی بهینه استفاده می کند. به همین دلیل این الگوریتم زمانبر است و محاسبات بهینه سازی طولانی دارد. علی رغم مزایای الگوریتم پیش بین آنلاین، این الگوریتم برای سیستم های با دینامیک کند مناسب است. برای کنترل سیستم های با دینامیک سریع، کنترل پیش بین صریح ارائه شده است. در این الگوریتم به جای حل مکرر مسأله بهینه سازی، فقط یکبار بهینه سازی صورت می گیرد و به همین دلیل زمان زیادی صرف محاسبات نمی شود. در این الگوریتم از برنامه ریزی چند پارامتری در حل مسأله بهینه سازی استفاده می شود. در این تکنیک، با حل مسأله بهینه سازی یک نقشه کامل از مجموعه پاسخ های بهینه بدست می آید. این مجموعه پاسخ، توسط چندوجهی های متشکل از متغیر ورودی و حالت قابل نمایش هستند.

### ۳- روش پیش بین پیشنهادی

برای طراحی کنترل کننده پیش بین، ابتدا مدل تکه ای افاین (۱) به ساختار MLD تبدیل می شود.

$$\begin{cases} x(n+1) = \bar{A}x(n) + \bar{B}_1u(n) + \bar{B}_2\delta(n) + \bar{B}_3z(n) \\ y(n) = \bar{C}x(n) + \bar{D}_1u(n) + \bar{D}_2\delta(n) + \bar{D}_3z(n) \\ E_1x(n) + E_2u(n) + E_3\delta(n) + E_4z(n) \leq E_5 \end{cases} \quad (4)$$

که در معادله (۴)  $x(n) = [x_R^T(n) \ x_B^T(n)]^T$  شامل  $x_B(n) \in \{0,1\}$  و  $x_R(n) \in R$  متغیرهای اضافی و باینری می باشند.  $\bar{A}, \bar{B}_i, \bar{C}, \bar{D}_i, E_j$  که  $(i = 1, \dots, 3), (j = 2, \dots, 4)$  ماتریسهای ثابت از اعداد حقیقی و  $E_5$  یک بردار حقیقی است.

برای سیستم های هیبریدی به دلیل تعامل بین دینامیک های گسسته و پیوسته، مدل های ریاضی زیادی در نظر گرفته می شوند که البته تحت شرایطی این مدل ها معادل یکدیگر هستند. هر مدل هیبریدی دارای

$$\lambda_n^* = \arg \min_{\lambda_n^*} \left\{ \left\| y_d - \left( \sum_{n=1}^m (C_n (A_n x_n + B_n (u_{n-1} + \lambda_n^* \Delta \hat{u}_n) + f_n) + g_n) \delta_n \right) \right\|_\rho^2 + \alpha \|\lambda_n^* - \bar{\gamma}\|^2 \right\} \quad (14)$$

ورودی کنترلی بهینه از حل مسأله بهینه‌سازی فوق با استفاده از تعریف نرم و مشتق‌گیری به صورت رابطه (۱۵) حاصل می‌شود.

$$\lambda_n^* = \left[ \sum_{n=1}^q (T_n + 2\lambda_n^* W_n) \delta_n \right] + 2\lambda_n^* - 2\bar{\gamma} \quad (15)$$

که  $T_n$ ،  $W_n$  به شکل رابطه‌های (۱۶) و (۱۷) تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} T_n = & -C_n B_n \Delta \hat{u}_n y_d^T - \Delta \hat{u}_n B_n^T C_n^T y_d \\ & + x_n^T A_n^T C_n^T C_n B_n \Delta \hat{u}_n \\ & + u_{n-1}^T B_n^T C_n^T C_n B_n \Delta \hat{u}_n \\ & + f_n^T C_n^T C_n B_n \Delta \hat{u}_n \\ & + g_n^T C_n B_n \Delta \hat{u}_n \end{aligned} \quad (16)$$

$$W_n = B_n B_n^T C_n C_n^T \Delta \hat{u}_n \Delta \hat{u}_n^T \quad (17)$$

با توجه به اینکه در سیستم‌های هیبریدی در هر لحظه فقط یک زیر سیستم فعال است لذا رابطه (۱۵) به رابطه (۱۸) برای یک زیر سیستم فعال تبدیل می‌شود.

$$(T_n + 2\lambda_n^* W_n) + 2\lambda_n^* - 2\bar{\gamma} = 0 \quad (18)$$

پس ضرایب بهینه برای هر زیر سیستم فعال به صورت رابطه (۱۹) محاسبه می‌شوند:

$$\lambda_n^* = (2W_n + 2I)^{-1} (2\bar{\gamma} - T_n) \delta_n \quad (19)$$

در رابطه (۱۹) ماتریس همانی با ابعاد مناسب است. قضیه ۱ همگرایی خروجی و متغیرهای ورودی و حالت الگوریتم پیش‌بین پیشنهادی را بیان می‌کند.

**قضیه ۱:** سیستم هیبریدی تکه‌ای افاین (۲۰) در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{cases} x(n+1) = A_i x(n) + B_i u(n) + f_i \\ y(n) = C_i x(n) + D_i u(n) + g_i \end{cases} \quad (20)$$

for  $\begin{bmatrix} x(n) \\ u(n) \end{bmatrix} \in R_i, i = 1, \dots, m$

با فرض وجود پاسخی بهینه برای مسأله بهینه‌سازی (۲۱)، خروجی و متغیرهای حالت سیستم با استفاده از روش برنامه‌ریزی چند پارامتری به سمت مقادیر مطلوب همگرا می‌شوند.

$$u_n = u_{n-1} + \lambda_n^* \Delta \hat{u}_n \quad (7)$$

که  $\Delta \hat{u}_n$  برداری است که درایه‌های آن از اختلاف داده‌های پیش‌بینی شده از ورودی کنترلی فعلی بدست می‌آید و  $\lambda_n^*$  بردار ضرایب وزنی بهینه است که طبق مسأله بهینه‌سازی (۸) در هر مرحله از الگوریتم محاسبه می‌شود.

$$\lambda_n^* = \arg \min_{\lambda_n^*} \left\{ \|e_{n+1}\|_\rho^2 + \alpha \|\lambda_n^* - \bar{\gamma}\|^2 \right\} \quad (8)$$

که  $\alpha$  و  $\bar{\gamma} = [0 \ 1 \ \dots \ 0 \ 1 \ 1]_{1 \times n_u}$  افق کنترلی و  $n_u$  یک ضریب مثبت قابل تنظیم است. بردار ضرایب بهینه  $\lambda_n^*$  در بردار ورودی کنترلی حاصل شده از مسأله بهینه‌سازی (۵) در هر گام از الگوریتم ضرب و با ورودی کنترلی مرحله قبل جمع می‌شود تا ورودی کنترلی جدید برای کاهش سیگنال خطا در هر گام الگوریتم محاسبه شود. سیگنال خطا  $e_n$  در رابطه (۸) به صورت معادله (۹) محاسبه می‌شود:

$$e_n = y_d - y_n \quad (9)$$

رابطه  $y_n$  برای سیستم هیبریدی با  $m$  زیرسیستم به صورت رابطه (۱۰) محاسبه می‌شود:

$$y_n = \sum_{i=1}^m (C_i x_n + g_i) \delta_n \quad (10)$$

که  $\delta(n) \in \{0, 1\}$  بیانگر این واقعیت است که در هر لحظه فقط یک دینامیک سیستم هیبریدی فعال و بقیه دینامیک‌ها غیر فعال هستند. معادله (۱۱) که رابطه بدست آوردن ضرایب وزنی بهینه است، از بازسازی معادله (۸) بر اساس معادلات (۹) و (۱۰) ایجاد شده است.

$$\lambda_n^* = \arg \min_{\lambda_n^*} \left\{ \left\| y_d - \left( \sum_{n=1}^m (C_n x_{n+1} + g_n) \delta_n \right) \right\|_\rho^2 + \alpha \|\lambda_n^* - \bar{\gamma}\|^2 \right\} \quad (11)$$

ورودی کنترلی در هر مرحله از الگوریتم پیش‌بین به صورت رابطه (۱۲) و (۱۳) محاسبه می‌شود.

$$\Delta u_j = u_{n+j|n} - u_{n|n}, \quad j = 1, \dots, n_u \quad (12)$$

$$\Delta \hat{u}_n = [u_{n+1|n} - u_n \quad \dots \quad u_{n+n_u|n} - u_n]^T \quad (13)$$

با جایگذاری معادله (۷) در معادله (۱۱)، رابطه (۱۴) ایجاد می‌شود.

$$u^*(x(n-1)) = u^*(x(n-2)) + \lambda_{n-1}^* L_{n-1}^i x(n-1) + \lambda_{n-1}^* M_{n-1}^i \quad (27)$$

از تفاضل رابطه (26) و (27):

$$u^*(x(n)) - u^*(x(n-1)) = u^*(x(n-1)) - u^*(x(n-2)) + \lambda_n^* L_n^i x(n) - \lambda_{n-1}^* L_{n-1}^i x(n-1) + \lambda_n^* M_n^i - \lambda_{n-1}^* M_{n-1}^i \quad (28)$$

به منظور برقراری ویژگی همگرایی برای الگوریتم پیش بین پیشنهادی، باید معادله (29) برقرار باشد.

$$\Delta u^*(n) = \Delta u^*(n-1) \quad (29)$$

با بررسی رفتار  $\lambda_n^*$  در بینهایت:

$$\lambda_n^* = \arg \min_{\lambda_n^*} \left\{ \|e_{n+1}\|_\rho^2 + \alpha (\lambda_{n,1}^*)^2 + (\lambda_{n,2}^* - 1)^2 + \sum_{i=3}^{n_u-2} (\lambda_{n,i}^*)^2 + (\lambda_{n,n_u}^* - 1)^2 \right\} \quad (30)$$

$$\lambda_n^* \leq \|e_{n+1}\|_\rho^2 + \alpha \left( \lambda_{n,1}^*)^2 + (\lambda_{n,2}^* - 1)^2 + \sum_{i=3}^{n_u-2} (\lambda_{n,i}^*)^2 + (\lambda_{n,n_u}^* - 1)^2 \right) \quad (31)$$

$$\lambda_\infty^* \leq \|e_\infty\|_\rho^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha \left( \lambda_{n,1}^*)^2 + (\lambda_{n,2}^* - 1)^2 + \sum_{i=3}^{n_u-2} (\lambda_{n,i}^*)^2 + (\lambda_{n,n_u}^* - 1)^2 \right) \quad (32)$$

به دلیل محدود بودن  $\lambda_n^*$  و مثبت بودن مقدار  $\alpha$ ، در معادله (32) شرایط زیر برقرار می باشند:

$$J_0^*(x(0)) = \min_{u_{n_y}} J(u_{n_y}, x(0)) \quad (21)$$

$$\text{Subj. to } \begin{cases} x(n+1) = A_i x(n) + B_i u(n) + f_i \\ \begin{bmatrix} x(n) \\ u(n) \end{bmatrix} \in X_i, i = 1, \dots, q \\ x_{n_y} \in X_f \end{cases}$$

که  $X_f$  مجموعه متغیرهای شدنی  $x(n)$  است.

$$\text{If } n \rightarrow \infty \quad \text{then} \quad u(n) \rightarrow u^*(n) \\ x(n) \rightarrow x_d, \quad y(n) \rightarrow y_d \quad \text{and} \quad e_n \rightarrow 0.$$

**اثبات:**

با حل مسأله بهینه سازی (22)، سیگنال ورودی کنترلی بدست می آید.

$$\min_{u_{n_y}} \sum_{i=0}^{n_y-1} \left\{ \|Q(y_{n+i|n} - y_d)\|_2 + \|R u_i\|_2 \right\} \quad (22)$$

که در رابطه (22)  $u_{n_y} = \{u'_{n_y}, \dots, u'_{n_y-1}\}$  می باشد. پاسخ مسأله بهینه سازی (22) ساختار تکه ای افاین دارد [27-28].

$$u_n^*(x(n)) = L_n^i(x(n)) + M_n^i \quad (23)$$

سیگنال ورودی کنترلی بهینه (23)، باعث همگرایی متغیرهای خروجی و حالت سیستم به سمت مقادیر مورد نظر می شود [27]. در نتیجه رابطه (24) حاصل می شود.

$$\begin{cases} x(n) = x(n-1) \\ u^*(n) = u^*(n-1) \Rightarrow \\ L_n^i x(n) + M_n^i = L_{n-1}^i x(n-1) + M_{n-1}^i \end{cases} \quad (24)$$

اگر بردار  $\lambda_n^*$  دارای مقادیری محدود و بهینه از حل مسأله بهینه سازی (8) باشد، می توان نشان داد که همگرایی الگوریتم فوق با استفاده از روش پیش بین پیشنهادی تغییری نمی کند. با جایگذاری رابطه (23) در رابطه (7)، معادله (25) ایجاد می شود.

$$u_n^*(x(n)) = \lambda_n^* (L_n^i x(n) + M_n^i) + u_{n-1}^*(x(n-1)) = \lambda_n^* L_n^i x(n) + \lambda_n^* M_n^i + u_{n-1}^*(x(n-1)) \quad (25)$$

$$u_n^*(x(n)) = u_{n-1}^*(x(n-1)) + \lambda_n^* L_n^i x(n) + \lambda_n^* M_n^i \quad (26)$$

رابطه (25) برای  $x(n-1)$  به شکل زیر تبدیل می شود:

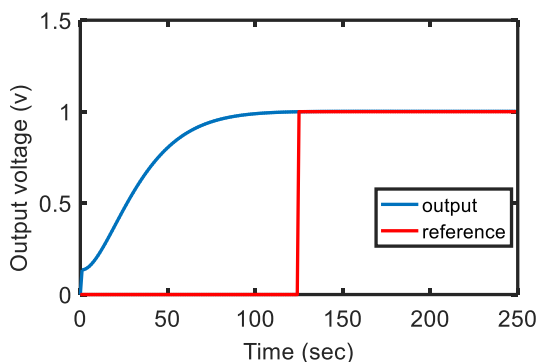
دارد و به همین دلیل است که تنظیم مناسب ضرایب وزنی و انتخاب افق پیش بین دارای اهمیت می باشد.

**توجه ۲:** ضرایب وزنی در حل مسأله بهینه سازی کنترل پیش بین معمولی در جهت کاهش مقدار خطا در هر لحظه نمونه برداری استفاده می شود. در روش پیش بین آنلاین برای به دست آوردن ورودی کنترلی بهینه در هر لحظه یکبار مسأله بهینه سازی حل می شود و در لحظه نمونه برداری بعدی این روند دوباره تکرار می شود، لذا برای سیستم های با دینامیک کند مناسب است و برای سیستم های با دینامیک سریع مناسب نیست. به همین دلیل از روش کنترل پیش بین صریح استفاده شده است. در این الگوریتم به جای حل مکرر مسأله بهینه سازی، فقط یکبار مسأله بهینه سازی حل شده و سپس نقشه کامل از مجموعه جواب های بهینه ایجاد شده و در هر لحظه پاسخ بهینه انتخاب می شود. این مجموعه جواب به صورت نواحی چند وجهی قابل نمایش هستند. ترکیب وزندار درایه های کنترلی برای کاهش مقدار خطا در لحظات نمونه برداری بعدی است. کنترل پیش بین آنلاین برای فرآیندهای آرام و کنترل پیش بین صریح برای فرآیندهای با دینامیک های سریع مناسب است و باعث کاهش سرعت الگوریتم نخواهد شد.

روش پیش بین صریح پیشنهادی قابلیت حذف اثر اغتشاشات تکرار شونده را نیز داراست که جزئیات بیشتر درباره قابلیت حذف اثر اغتشاش تکرار شونده در [۲۹] ارایه شده است.

#### ۴- نتایج شبیه سازی

نتایج شبیه سازی برای مبدل باک در افق های پیش بین  $n_y = 4, 6$  در این بخش ارائه شده اند. در تمام نتایج شبیه سازی،  $R = 0.00002$  و  $Q = 1$  و  $\alpha = 0.6$  و  $T_s = 0.1 pu$ . در نظر گرفته شده اند. شکل های ۳ و ۴ پاسخ های خروجی مبدل باک برای افق پیش بین  $n_y = 4, 6$  را با در نظر گرفتن پاسخ پله به عنوان سیگنال مرجع را نشان می دهند. شکل های ۵ و ۶ نواحی کنترل کننده را برای افق های  $n_y = 4, 6$  نمایش می دهند.



شکل ۳. پاسخ خروجی مبدل باک در افق  $n_y = 4$ .

$$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha \left( \lambda_{n,1}^{*2} + (\lambda_{n,2}^* - 1)^2 + \sum_{i=3}^{n_u-2} \lambda_{n,i}^{*2} + (\lambda_{n,n_u-1}^* - 1)^2 + (\lambda_{n,n_u}^* - 1)^2 \right) < \infty \quad (33)$$

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^z \left( \lambda_{n,1}^{*2} + (\lambda_{n,2}^* - 1)^2 + \sum_{i=3}^{n_u-2} \lambda_{n,i}^{*2} + (\lambda_{n,n_u-1}^* - 1)^2 + (\lambda_{n,n_u}^* - 1)^2 \right) = 0 \quad (34)$$

با توجه به روابط (۳۳) و (۳۴)، نتایج زیر حاصل می شوند:

$$\begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_{n,1}^* \rightarrow 0, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_{n,2}^* \rightarrow 1, \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_{n,n_u-1}^* \rightarrow 1, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_{n,n_u}^* \rightarrow 1 \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_{n,i}^* \rightarrow 0 \quad \text{for } i = 3, \dots, n_u-2 \end{cases} \quad (35)$$

و در نتیجه:

$$\lambda_n^* \rightarrow \bar{\gamma} \Rightarrow \lambda_n^* = \lambda_{n-1}^* \quad (36)$$

با توجه به روابط (۲۴) و (۳۶):

$$\begin{aligned} \lambda_n^* L_n^i x(n) + \lambda_n^* M_n^i = \\ \lambda_{n-1}^* L_{n-1}^i x(n-1) + \lambda_{n-1}^* M_{n-1}^i \end{aligned} \quad (37)$$

در نتیجه رابطه (۳۸) با توجه به رابطه (۳۷) بدست می آید:

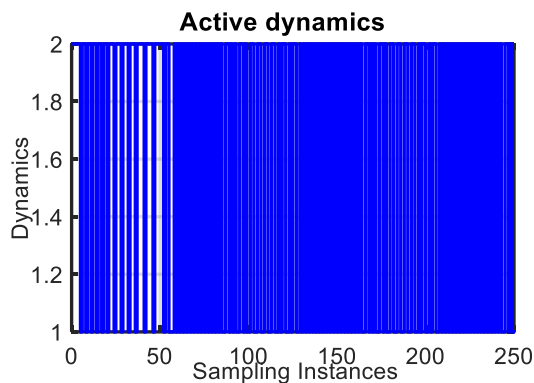
$$\Delta u^*(x(n)) = \Delta u^*(x(n-1)) \Rightarrow u_n \rightarrow u_n^* \quad (38)$$

با توجه به روابط (۹) و (۲۰) و (۲۳):

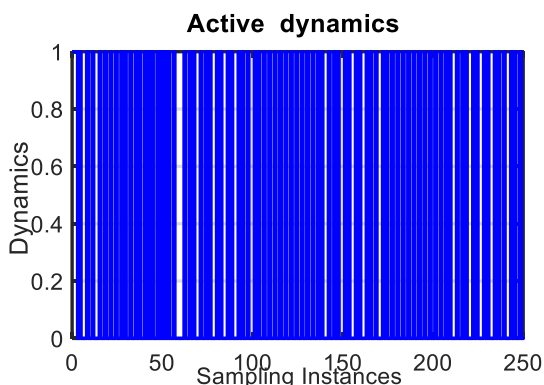
$$\begin{aligned} x(n) = x(n-1) = x_d, \\ y(n) = y(n-1) = y_d \Rightarrow e_n \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (39)$$

**توجه ۱:** با تنظیم مناسب ضرایب وزنی و انتخاب مناسب افق های کنترلی الگوریتم پیش بین صریح پیشنهادی می توان متغیرهای خروجی و حالت را با سرعت همگرایی بیشتری نسبت به الگوریتم پیش بین متداول به سمت مقادیر مورد نظر سوق داد. ذکر این نکته الزامی است که بین سرعت همگرایی پاسخ خروجی و عملکرد مطلوب پاسخ خروجی تعامل وجود

و ۸ دینامیک های فعال مبدل باک را در افق های پیش بین  $n_y = 4, 6$  نشان می دهند.

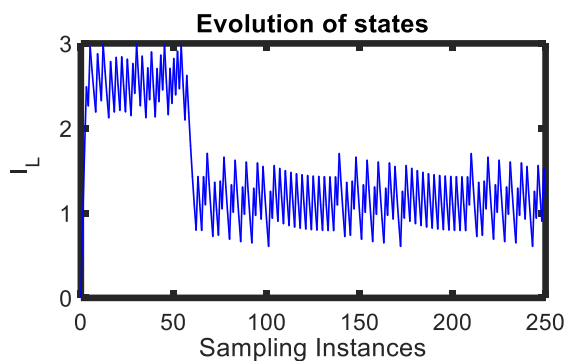


شکل ۷. دینامیک های فعال مبدل باک در افق  $n_y = 4$ .



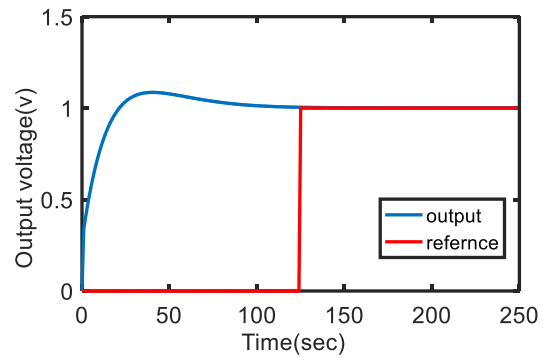
شکل ۸. دینامیک های فعال مبدل باک در افق  $n_y = 6$ .

شکل ۹، ارزیابی سیگنال جریان سلف در افق پیش بین  $n_y = 4$  را به صورت مقید  $0 \leq i_L \leq 3$  نمایش می دهد.

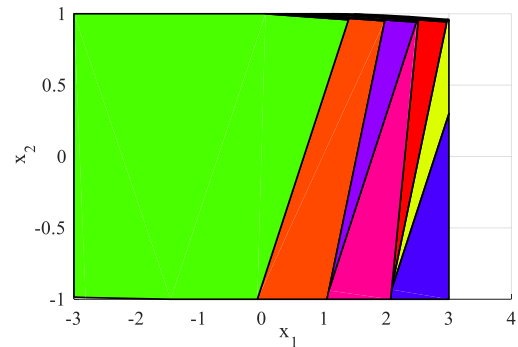


شکل ۹. سیگنال جریان سلف در افق پیش بین  $n_y = 4$ .

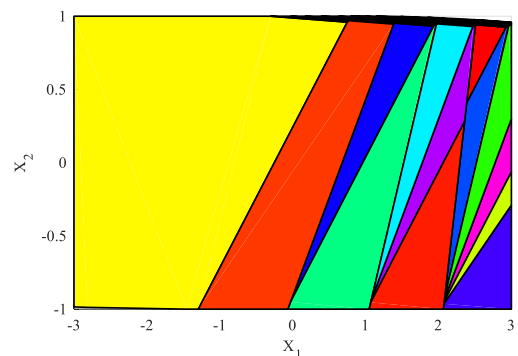
شکل ۱۰، مقایسه بین خروجی مبدل باک را در دو افق پیش بین  $n_y = 4, 6$  نشان می دهد.



شکل ۴. پاسخ خروجی مبدل باک در افق  $n_y = 6$ .



شکل ۵. نواحی کنترل کننده در افق  $n_y = 4$ .



شکل ۶. نواحی کنترل کننده در افق  $n_y = 6$ .

مبدل باک دارای ۳ دینامیک با معادلات فضای حالت (۳) برای هر مد کاری می باشد که این دینامیک ها با تغییر مقادیر متغیرهای فضای حالت و با توجه به شرایط مبدل منجر به تغییر وضعیت سوئیچ و دیود در طول کارکرد سیستم و در نتیجه فعال شدن دینامیک های مختلف مبدل باک می شوند. در مد اول، سوئیچ فعال و دیود غیر فعال است که در این هنگام سلف از سمت منبع تغذیه ورودی انرژی دریافت می کند. در مد دوم، سوئیچ غیر فعال و دیود فعال است و انرژی ذخیره شده در سلف در خازن و بار تخلیه می شود. در مد سوم که سوئیچ و دیود هر دو غیر فعال هستند، بار از طریق انرژی ذخیره شده در خازن تغذیه می شود. نحوه تغییر دینامیک های مبدل باک به صورت عملکرد منطقی صفر و یک است که در نتیجه تغییر وضعیت سریع دیود و سوئیچ ایجاد می شوند. شکل های ۷



جدول ۲، نتایج مقایسه‌ای بین سیگنال‌های خروجی در هر دو الگوریتم پیش بین صریح متداول و پیش بین صریح پیشنهادی را نشان می‌دهد.

جدول ۲. مقایسه نتایج کنترل کننده پیش بین صریح پیشنهادی و پیش بین صریح متداول.

درصد فراجهش (%)	زمان نشست (ثانیه)	زمان صعود (ثانیه)	
۲/۳	۵۵	۲۰	پیش بین صریح پیشنهادی
۰	۵۶	۵۳	پیش بین صریح متداول

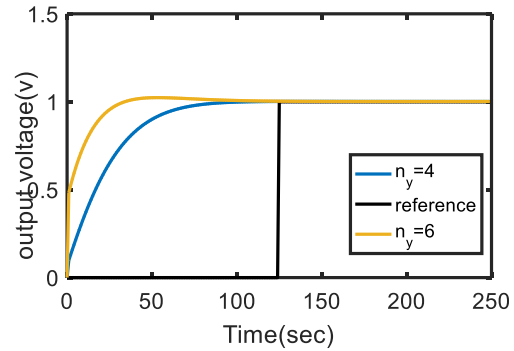
همانطور که در جدول نیز نمایان است در یک افق پیش بین یکسان، روش پیش بین صریح پیشنهادی با تنظیم مناسب ضرایب وزنی پاسخی مناسبتر نسبت به پیش بین متداول ارائه داده است. لازم به ذکر است که روش پیش بین پیشنهادی یک ضریب وزنی بیشتر نسبت به روش پیش بین متداول داراست و بقیه ضرایب وزنی مربوط به تابع هزینه به طور یکسان برای هر دو نوع کنترل کننده تنظیم شده‌اند. روش پیش بین پیشنهادی به دلیل دارا بودن یک ضریب وزنی بیشتر به شرط تنظیم درست ضرایب وزنی و انتخاب مناسب افق پیش بین، پاسخ خروجی مناسبتری (افزایش سرعت همگرایی و عملکرد مطلوب پاسخ خروجی) را برای سیستم مهیا کرده است.

## ۵. نتیجه گیری

در این مقاله الگوریتم جدیدی از کنترل پیش بین صریح معرفی شده است. در این استراتژی به جای استفاده از اولین عنصر بردار ورودی کنترل، از تمام درایه‌های ورودی کنترلی بهینه به صورت وزندار استفاده شده است. با تنظیم مناسب ضرایب وزنی و انتخاب درست افق‌های پیش بین، می‌توان به پاسخ خروجی با عملکردی مطلوب و سرعت همگرایی مناسب دست یافت. به عبارت دیگر، با توجه به نتایج شبیه‌سازی، پاسخ خروجی مناسب از تعامل بین ضرایب وزنی و انتخاب مناسب افق‌های کنترلی ایجاد می‌شود.

## مراجع

- [1] T.A. Johansen, J. Kalkkuhl, J. L'udemann, and I. Petersen, "Hybrid control strategies in ABS," In American Control Conference, Arlington, Virginia, pp. 1704-1705, 2001.
- [2] A. Bemporad, P. Borodani, and M. Mannelli. "Hybrid control of an automotive robotized gearbox for reduction of consumptions and emissions," in Lecture Notes in Computer Science, pp. 81-96. Springer-Verlag, 2003.
- [3] M. Sarailoo, Z. Rahmani and B. Rezaie, "Modeling of three-tank system with nonlinear valves based on hybrid system approach", Journal of control



شکل ۱۰. مقایسه خروجی مبدل باک در دو افق پیش بین  $n_y = 4, 6$ .

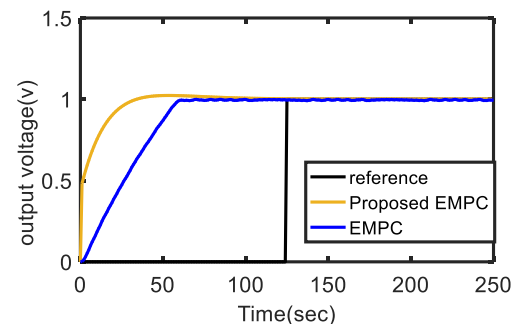
نتایج حاصل از مقایسه دو افق پیش بین  $n_y = 4, 6$  در جدول ۱ قابل مشاهده هستند. همانطور که در جدول ۱ نیز نمایان است با افزایش افق پیش بین به شرط تنظیم مناسب ضرایب وزنی، سرعت همگرایی افزایش ولی فراجهش نیز به مقدار خیلی کمی افزایش داشته است. در نتیجه، افزایش نامناسب افق پیش بین به منظور افزایش سرعت همگرایی منجر به افزایش فراجهش و عملکرد نامناسب پاسخ خروجی می‌شود.

جدول ۱. مقایسه نتایج کنترل کننده پیش بین پیشنهادی در دو افق پیش بین ۴ و ۶.

درصد فراجهش (%)	زمان نشست (ثانیه)	زمان صعود (ثانیه)	
۰	۶۳	۵۰	افق پیش بین ۴
۲/۳	۵۵	۲۰	افق پیش بین ۶

**توجه ۲:** همانطور که قبلاً هم ذکر شد برای دستیابی به پاسخ خروجی مناسب سیستم، نیاز به تنظیم مناسب ضرایب وزنی و افق‌های پیش بین است. همانطور که در شکل ۱۰ نمایان است با افزایش افق پیش بین، سرعت همگرایی افزایش یافته ولی پاسخ دارای کمی فراجهش شده است. بنابراین بین افزایش سرعت و عملکرد مطلوب سیستم تعامل وجود دارد. برای دستیابی به دو این هدف، باید تنظیم ضرایب وزنی و انتخاب افق پیش بین به درستی انجام گیرند.

شکل ۱۱، مقایسه بین کنترل پیش بین صریح پیشنهادی و کنترل پیش بین صریح متداول در افق پیش بین  $n_y = 6$  را نمایش می‌دهد.



شکل ۱۱. مقایسه بین کنترل پیش بین صریح متداول و پیشنهادی در افق

$n_y = 6$ .

- Engineering Chemistry Research, vol. 53, no. 6, pp. 2362-2381, 2014.
- [16] Y. Chen and M. Lazar, "An Efficient MPC Algorithm for Switched Nonlinear Systems with Minimum Dwell Time Constraints," arXiv preprint arXiv:2002.09658, 2020. URL <https://arxiv.org/abs/2002.09658>.
- [17] L. Wang, Q. H. Wu, YK. Tao, et al., "Switching Control of Buck Converter Based on Energy Conservation Principle," IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 24, pp. 1779-1787, 2016.
- [18] EF. Camacho, DR. Ramirez, D. Limon, et al., "Model predictive control techniques for hybrid systems," Annual Reviews in Control, vol. 34, pp. 21-31, 2010.
- [19] T. Marcucci and R. Tedrake, "Mixed-integer formulations for optimal control of piecewise-affine systems," Proceedings of the 22nd ACM International Conference on Hybrid Systems: Computation and Control. Montreal, Quebec, Canada: Association for Computing Machinery, pp. 230-239, 2019.
- [20] P. Petsagkourakis, WP. Heath and C. Theodoropoulos, "Stability analysis of piecewise affine systems with multi-model predictive control," Automatica 111: 108539, 2020. URL <http://arxiv.org/abs/1808.00307>.
- [21] M. R. Zamani, Z. Rahmani and B. Rezaie, "A novel model predictive control strategy for constrained and unconstrained systems in presence of disturbance," IMA Journal of Mathematical Control and Information, vol. 37, pp. 208-225, 2020.
- [22] M. Hejri and A. Giua. "Hybrid modeling and control of switching DC-DC converters via MLD systems," Automation Science and Engineering (CASE), Trieste, Italy, pp. 714-19, 2011.
- [23] R. Alur, C. Courcoubetis, N. Halbwachs, T. Henzinger, P.-H. Ho, X. Nicollin, A. Oliveira, J. Sifakis, and S. Yovine. "The algorithmic analysis of hybrid systems". Theoretical and Computer Science, vol. 138, 3-34, 1995.
- [24] A. Bemporad and M. Morari. "Control of systems integrating logic, dynamics, and constraints". Automatica, vol. 35, 407-427, 1999.
- [25] W. P. M. H. Heemels, J. M. Schumacher, and S. Weiland. "Linear complementarity systems". SIAM J. Appl. Math., vol. 60, 1234-1269, 2000.
- [26] J. Hätönen. "Issues of algebra and optimality in iterative learning control," Ph.D. dissertation, Dept. Process Environ. Eng., Univ. Oulu, Oulu, Finland 2004.
- [27] P. Tøndel, T. A. Johansen, A. Bemporad, "An algorithm for multi-parametric quadratic engineering and technology, vol. 3, no. 1, pp. 20-23, 2013.
- [4] R. Alur, et al., "The algorithmic analysis of hybrid systems". Theoretical and Computer Science, vol. 138, pp. 3-34, 1995.
- [5] P. M. H. Heemels, B. De Schutter, and A. Bemporad, "Equivalence of hybrid dynamical models," Automatica, vol. 37, pp. 1085-1091, 2001.
- [6] M. Sarailoo, B. Rezaie and Z. Rahmani, Fuzzy predictive control of three-tank system based on a modeling framework of hybrid systems, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, vol. 228, no. 6, pp. 369-384, 2014.
- [7] M. Zamani Behbahani, R. Mahboobi Esfanjani and M. Hejri, "Design of switching rule for Buck converters using explicit predictive control," The 6<sup>th</sup> Power Electronics, Drive Systems & Technologies Conference (PEDSTC2015), Tehran, pp. 486-491, 2015.
- [8] M. R. Zamani, Z. Rahmani and B. Rezaie, "A Controller Design based on Iterative Learning method and Model Predictive Control for a nonlinear process system," 2019 6<sup>th</sup> International Conference on Control, Instrumentation and Automation (ICCIA), Sanandaj, Iran, pp. 1-7, 2019.
- [9] J. A. Rossiter. "Model-Based Predictive Control: A Practical Approach," CRC Press, 2003.
- [10] EN. Pistikopoulos, V. Dua, "On-line optimization via off-line parametric optimization tools," Computers and Chemical Engineering, vol. 26, pp. 175-185, 2002.
- [11] M. Herceg, "Real-Time Explicit Model Predictive Control of Processes," Dissertation Thesis, Slovak University of Technology in Bratislava, 2001.
- [12] O. Stanojević, U. Marković, P. Aristidou, et al., "MPC-Based Fast Frequency Control of Voltage Source Converters in Low-Inertia Power Systems," arXiv preprint arXiv:2004.02442, 2020. URL <https://arxiv.org/abs/2004.02442>.
- [13] J. Chen, Y. Chen, L. Tong, et al., "A Back-Propagation Neural Network based Explicit Model Predictive Control for DC-DC converters with High Switching Frequency," IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, 2020.
- [14] K. Kiš and M. Klaučo, "Neural Network Based Explicit MPC for Chemical Reactor Control," arXiv preprint arXiv:1912.04684, 2019. URL <https://arxiv.org/abs/1912.04684>
- [15] M. Sarailoo, Z. Rahmani and B. Rezaie, "Fuzzy predictive control of a boiler-turbine system based on a hybrid model system", Industrial &

programming and explicit MPC solutions,”  
*Automatica*, vol. 39, pp. 489-497, 2003.

[28] A. Bemporad and M. Morari. “Control of systems  
integrating logic, dynamics, and constraints,”  
*Automatica*, vol. 35, pp. 407-427, 1999.

[29] M. R. Zamani, Z. Rahmani and B. Rezaie, “A  
novel model predictive control for a piecewise  
affine class of hybrid system with repetitive  
disturbance,” *ISA Transactions*, vol. 108, pp. 18-  
34, 2021.