

مدل سازی و تحلیل گسترش کووید-۱۹ در ایران با استفاده از مدل کلاسیک SIR

زهرا زارع^۱، نسترن واثق^۲

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی تهران، zarezahra.3981@gmail.com

^۲ استادیار، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی تهران، N.vasegh@sru.ac.ir

تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۹/۱۰/۱۰، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۹/۱۱/۲۵

چکیده: در این مقاله به مدل سازی، تحلیل و پیش بینی بیماری جدید همه گیر کووید-۱۹ با شناخت پارامترهای مؤثر در گسترش آن پرداخته شده است. به این منظور از مدل پایه مستعد-مبتلا-حذف شده (SIR) که با دو پارامتر نرخ ابتلا و نرخ حذف استفاده شده است. با توجه به بروز چندین نقطه بیشینه در داده های ایران و تک اوج بودن مدل SIR، نمی توان از یک مدل با پارامترهای یکسان به ازای تمام زمان ها استفاده کرد. به همین دلیل داده های ایران به پنج دوره زمانی تقسیم شده است و سپس پارامترهای هر دوره مجزا به دست آمده است. این بازه های زمانی علاوه بر تطابق با رفتار داده های مربوط به بیماری، با واقعیت های جامعه از جمله زمان تغییر تصمیمات دولت و نیز تغییر الگوی افراد جامعه هم خوانی دارد. در نهایت، تحلیلی بر اساس پارامترهای به دست آمده و روند گسترش بیماری در ادامه سال جاری ارائه شده است. از آنجا که پیامدهای اقتصادی، اجتماعی و بهداشتی ناشی از این ویروس فاجعه بار است، استفاده از نتایج مدل سازی ریاضی به دست آمده جهت شناخت عوامل مؤثر بر گسترش بیماری می تواند گامی جهت اقدامات آتی برای کنترل این بیماری باشد.

کلمات کلیدی: کووید-۱۹، مدل کلاسیک SIR، نرخ شیوع بیماری های همه گیر.

Modeling and analysis of the spread of the COVID-19 pandemic using the classical SIR model

Zahra Zare, Nastaran Vasegh

Abstract: In this paper modeling, analysis and prediction of novel epidemic of COVID-19 are concerned to identify effective spread parameters of it in Iran. For this purpose, the basic susceptible-infected-removed (SIR) model is used which has two parameters: the infection rate and remove rate. Because of several maximum points in the Iranian data and the single peak of the SIR model, it is not possible to use a model with the same parameters for all times. For this reason, the Iranian data is divided into five time periods and then the parameters of each period are obtained. In addition to adapting to the behavior of disease-related data, these time periods are consistent with the realities of society, including the timing of government decisions and the changing patterns of individuals in society. Finally, an analysis based on the obtained parameters and the trend of disease spread in the continuation of this year is presented. Since the economic, social and health consequences of this virus are catastrophic, using the results of mathematical modeling to identify the factors affecting the spread of the disease can be a step towards future actions to control the disease.

Keywords: COVID-19, SIR classic model, epidemic reproduction number.

۱- مقدمه

به داده‌های دقیق برای ارزیابی است که متأسفانه داده‌های موجود برای بیماری کووید-۱۹ هنوز در دسترس نیست. بنابراین ناگزیر به استفاده از مدل‌های ساده هستیم.

مدل‌سازی دینامیکی از جمله روش‌هایی هستند که برای مدل‌سازی ریاضی بیماری‌های واگیردار مورد استفاده قرار می‌گیرند. در این نوع از مدل‌ها، جمعیت، با فرض که کلیه افراد موجود در یک بخش از جمعیت دارای رفتار مشابهی هستند، به چند بخش تقسیم می‌شود. در این مدل‌ها معمولاً از معادلات دیفرانسیل قطعی استفاده می‌شود. اما می‌توان به این مدل‌ها در چارچوب‌های تصادفی نیز نگاه کرد که البته، واقعی‌تر هستند؛ اما پیچیدگی آن‌ها به مراتب بیش‌تر از مدل‌های قطعی خواهد بود.

در این مدل‌ها به بررسی این موضوع پرداخته می‌شود که بیماری‌های واگیردار چگونه گسترش پیدا می‌کنند. به‌عنوان مثالی از این مورد می‌توان به چگونگی شیوع (تعداد کل افراد مبتلا) یا طول مدت همه‌گیری اشاره کرد. مدل SIR یکی از ساده‌ترین انواع مدل‌های دینامیکی محسوب می‌شود و بسیاری از انواع دیگر مدل‌ها از این مدل پایه‌ای برگرفته شده‌اند. مدل SIR به شکل مناسبی برای بیماری‌های واگیرداری که از انسان به انسان منتقل و بهبودیافتگان آن در مقابل ابتلای مجدد مقاوم می‌شوند، قادر به انجام پیش‌بینی است. این مدل تقریباً از صدسال پیش برای مطالعه طاعون به کاررفته شده است [۶]. در اواسط قرن ۲۰ میلادی پیشرفت‌های عظیمی در بررسی اپیدمی پویا ایجاد شد [۷]. دردهای اخیر، عوامل مؤثری به مدل کلاسیک SIR اضافه شده است مانند مدلی که دوره نهفتگی بیماری را در نظر می‌گیرد [۸] یا مدل SEIRS که سن جمعیت و افراد در معرض را در نظر می‌گیرد [۹]. برخی از مدل‌های دینامیکی برای اپیدمی خاصی طراحی و شبیه‌سازی شده‌اند مانند SARS، HIV و سندروم تنفسی حاد [۱۰ و ۱۱].

طراحی مدل SIR برای یک بیماری اپیدمی نیاز به تعیین چندین پارامتر اصلی مانند نرخ ابتلا و نرخ حذف از نظر تجربی یا آماری دارد. همان‌گونه که در فوق ذکر شد اگر دیگر خانواده‌های پیچیده این مدل به کار گرفته شود باید جزئیات بیشتری در نظر گرفته شود به‌عنوان مثال جامعه تحت حفاظت و قرنطینه یکی از آن عوامل هست [۱۲]. برای استفاده از مدل‌های پیچیده‌تر که دارای دقت و جزئیات بیشتری هستند نیاز به داده‌های گسترده و دقیق وجود دارد. داده‌های استفاده‌شده در این مقاله از سایت سازمان بهداشت جهانی استخراج شده‌اند و مربوط به بازه زمانی ۳۰ بهمن ماه ۱۳۹۸ تا ۱ دی ماه ۱۳۹۹ کشور ایران است. این داده‌ها در پنج ستون ارائه شده‌اند. تاریخ روز، تعداد افراد مبتلا در روز مذکور I ، تعداد کل افراد مبتلا I_{tot} ، تعداد افراد فوت‌شده در روز مذکور D ، تعداد کل افراد فوت‌شده D_{tot} به ترتیب در ستون اول تا پنجم قرار دارند. این مجموعه داده جهت به‌روزرسانی پارامترهای مدل SIR برای درک تأثیرات و تخمین روند بیماری در جامعه ایران استفاده شده است. همچنین

در دسامبر سال ۲۰۱۹ یک نوع ویروس جدید از خانواده کرونا^۱ در شهر ووهان، استان هوبئی کشور چین شناسایی شد که باعث سندروم تنفسی حاد و بالقوه کشنده‌ای می‌شد. سازمان بهداشت جهانی این نوع جدید از ویروس را کووید-۱۹ نام نهاد. دریاژه مارس سال ۲۰۲۰ این سازمان شیوع بیماری همه‌گیر کووید-۱۹ ناشی از ویروس کرونا را به‌طور رسمی اعلام کرد که از آن زمان تاکنون به‌طور گسترده تمام کشورهای جهان را فراگرفته است [۱-۳] و مراجع آن]. از زمان شیوع این بیماری زندگی تمام مردم جهان نه‌تنها از نظر تهدیدی برای سلامت بلکه از جهات بسیاری مانند اقتصاد، روابط اجتماعی و ... تحت تأثیر قرار گرفته است. به دلیل عدم وجود دارو مؤثر و واکسن برای این بیماری قرنطینه، استفاده از ماسک، رعایت فاصله اجتماعی و دیگر پروتکل‌های بهداشتی اعلام شده توسط سازمان بهداشت جهانی تنها استراتژی‌های کاربردی برای کاهش سرعت انتقال و رشد این بیماری است. به همین علت دولت‌ها در بسیاری از کشور قرنطینه‌های سخت‌گیرانه و تعطیلی‌های موقت را اجرا کردند. با این حال فاکتورهای مهمی از جمله عدم شواهد کافی برای اعلام بیماری، مکانیسم انتقال بیماری، تراکم جمعیت و عدم وجود امکانات و توانایی کافی سیستم درمان کشورها مقابله با این بیماری را به‌ویژه در کشورهای با تراکم جمعیت بالا با مشکل روبرو کرده است [۴].

یکی از عوامل مهم در بررسی بیماری‌های همه‌گیر، عدد سرایت پایه یا نرخ شیوع R_0^3 است. این پارامتر شاخصی است برای اندازه‌گیری توان شیوع عامل بیماری‌زا (ویروس) و متوسط تعداد افرادی است که فرد آلوده می‌تواند عامل عفونی را به آن‌ها سرایت دهد. گروه‌های تحقیقاتی این عدد را برای ویروس کرونا بین ۱/۸ تا ۳/۸ تخمین زده‌اند. از R_0 برای ارزیابی توانایی یک بیماری عفونی برای حمله به یک جامعه استفاده می‌شود، زمانی که $R_0 > 1$ باشد نشان از گسترش بیماری دارد: بدین معنا که هر فرد آلوده می‌تواند بیشتر از یک نفر را آلوده کند و کنترل بیماری سخت می‌شود. از طرفی زمانی که $R_0 < 1$ باشد بیماری در حال از بین رفتن و تحت کنترل است. این پارامتر نقش کلیدی در تخمین و کنترل بیماری‌های همه‌گیر دارد [۵].

با توجه به وضعیت به وجود آمده ضرورت به کارگیری مدل‌های ریاضی که توانایی بالقوه جهت پیش‌بینی روند بیماری، تخمین نرخ انتقال بیماری، میزان مرگ‌ومیر و بهبودی بیماران را دارا می‌باشند به وجود آمده است. هدف از به کارگیری مدل‌های ریاضی بررسی سریع تأثیر بیماری کووید-۱۹ بر جمعیت، اقدامات موردنیاز دستگاه‌های بهداشت عمومی و اثربخشی اقدامات مختلف قرنطینه‌ای است. اخیراً مدل‌های مختلف اعم از ساده و پیچیده که شامل پارامترها و متغیرهای مختلفی می‌باشند برای دستیابی به این هدف مورد استفاده قرار گرفته‌اند. لازم به ذکر است برای استفاده از مدل‌های پیچیده به دلیل وجود کثرت پارامترها و متغیرها، نیاز

³ Reproduction number¹SARS-CoV-2² COVID-19

بر اساس مفاهیم و مفروضات ذکر شده در فوق معادلات مدل SIR به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \frac{dS(t)}{dt} &= -aS(t)I(t) \\ \frac{dI(t)}{dt} &= aS(t)I(t) - bI(t) \\ \frac{dR(t)}{dt} &= bI(t) \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن a و b پارامترهایی حقیقی و مثبت اند که به ترتیب رشد نمایی اولیه و کاهش نهایی جمعیت مبتلا $I(t)$ را نشان می دهند. سیر تحول جمعیت افراد مبتلا توسط معادله دوم از (۱) مشخص می شود که a نرخ ثابت مبتلا شدن افراد و b نرخ ثابت حذف افراد به واسطه بهبود یا مرگ است. همان گونه که ذکر شد کل جمعیت N برابر مجموع این سه گروه در مدل است که در رابطه (۲) نشان داده شده است:

$$N = S(t) + I(t) + R(t) \quad (2)$$

یک جمعیت کاملاً مستعد و در معرض بیماری، تعداد افراد آلوده جدید ایجاد شده توسط هر بیمار برابر با است با نرخ تماس مؤثر آن فرد در متوسط دوره آلودگی، به معنای دیگر برابر با نسبت پارامتر a به b است. نرخ شیوع و انتقال بیماری به صورت (۳) است [۱۳]:

$$R_0 = a/b \quad (3)$$

۳- روش به کارگیری مدل برای داده‌های

ایران

برای استفاده از مدل SIR با معادلات (۱) نیاز به مقادیر اولیه هر سه متغیر $S(t)$ ، $I(t)$ ، $R(t)$ است. اما داده‌های در دسترس تنها شامل نمونه‌های مبتلا شده جدید و تعداد مرگ جدید و مجموع این مقادیر است. مقدار اولیه $S(t)$ معمولاً به صورت تجربی به مدل داده می شود اما با توجه به عدم شناخت مناسب از بیماری و علائم آن در ابتدای ورود به کشور و همچنین جمعیت ۸۰ میلیونی و ارتباطات و تحرکات اجتماعی زیاد، تخمین مقدار اولیه افراد در معرض ابتلا برای ایران دشوار است. از طرفی برای شبیه‌سازی بهتر و ساده‌تر مدل با توجه به محدودیت داده‌ها، معادلات (۱) گسسته سازی شده‌اند و به دلایل ذکر شده به جای معادله (۱) و با در نظر گرفتن (۲) با فرض $N = 1$ معادله (۳) جایگزین معادله (۲) شده است.

این مقاله این امکان را می دهد که با بررسی روند گسترش و تأثیر پارامترهای مختلف بر آن، پیش‌بینی از میزان ابتلا و مرگ میر تا پایان سال ۱۳۹۹ در دست باشد. بیماری بر اساس داده‌های ایران انجام شده است اختصاص می یابد. نتایج شبیه‌سازی بخش قبل و تجزیه تحلیل این نتایج در بخش چهار ارائه می گردد. در بخش پنج این پژوهش به بررسی پیامدهای روند کنونی بیماری و پیش‌بینی چگونگی گسترش آن در ماه‌های پایانی سال جاری می پردازد. در انتها به جمع‌بندی و تجزیه و تحلیل تأثیرات این بیماری بر جامعه ایران و تأثیرات اقدامات انجام شده تاکنون بر روند این بیماری و باید‌ها و نیاید‌های مورد نیاز جهت متوقف کردن گسترش این بیماری در ایران پرداخته شده است.

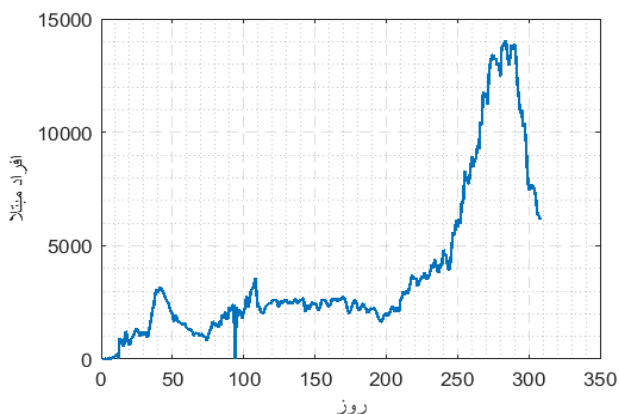
۲- مدل SIR

بیماری‌های همه گیر دارای پیچیدگی‌های زیادی هستند و عوامل متعددی بر گسترش و سرعت شیوع آن تأثیر می گذارند. مدل SIR فقط برخی از این عوامل را در نظر می گیرد که بسیار ساده است و نمی تواند موج جدید افراد در معرض ابتلا را در نظر بگیرد. در مدل کلاسیک SIR ترکیبی از افراد در معرض ابتلا S و افراد مبتلا I وجود دارد و کل جمعیت N در طول زمان ثابت است. جمعیت افراد در معرض ابتلا S به صورت یکنواخت به سمت صفر کاهش می یابد. کل جمعیت نیز برابر با مجموع افراد در معرض ابتلا S_{tot} ، افراد مبتلا I_{tot} و افراد حذف شده R_{tot} در نظر گرفته شده است.

مدل به کار گرفته شده در این مقاله همان مدل ساده کلاسیک SIR با سه معادله دیفرانسیل است که می تواند به راحتی پیاده سازی شود و درک خوبی از نحوه انتشار بیماری کووید-۱۹ در ایران بدهد. این مدل یک سیستم دینامیکی است که توسط سه معادله که تغییر زمانی سه جمعیت زیر را توصیف می کند، ارائه می شود:

۱. افراد در معرض ابتلا $S(t)$: این جامعه از افراد مبتلا نیستند، اما ممکن است آلوده شوند. این افراد ممکن است مبتلا شده یا همچنان در معرض بمانند.
۲. افراد مبتلا $I(t)$: این گروه از افراد قبلاً به ویروس آلوده شده‌اند و می توانند آن را به افراد مستعد و در معرض گروه فوق انتقال دهند. یک فرد مبتلا ممکن است دوباره آلوده شود یا بهبود یابد $R_V(t)$ یا فوت شود.
۳. افراد حذف شده $R(t)$: این گروه افرادی هستند که یا بهبود یافته‌اند یا فوت کرده‌اند $D(t)$.

علاوه بر این، فرض بر این است که مقیاس زمانی مدل SIR به اندازه‌ای است که می توان از تولد و مرگ (غیر از مرگ ناشی از ویروس کرونا) صرف نظر کرد و همچنین مرگ و میر ناشی از این ویروس نسبت به جمعیت کشور کم است.



شکل ۱. نمودار افراد مبتلا به کووید-۱۹ در بازه زمانی ۳۰ بهمن ۱۳۹۸ تا ۱ دی ۱۳۹۹ ایران.

جدول ۱. پارامترهای نرخ ابتلا و نرخ حذف به ازای بازه‌های مختلف.

دوره زمانی	a (نرخ ابتلا)	b (نرخ حذف)
۹۸/۱۱/۳۰-۹۹/۰۲/۱۱	۰/۲۰۸	۰/۰۸۵
۹۹/۰۲/۱۱-۹۹/۰۳/۲۱	۰/۱۷	۰/۰۸۲
۹۹/۰۳/۲۱-۹۹/۰۶/۱۰	۰/۰۶۳	۰/۰۳۶
۹۹/۰۶/۱۰-۹۹/۰۹/۰۸	۰/۰۷	۰/۰۰۰۱
۹۹/۰۹/۰۸-۹۹/۱۰/۰۱	۰/۰۷	۰/۰۳۳

در شکل‌های ۲ تا ۶ نمودارهای مربوط به مقایسه تعداد افراد مبتلا با $I(t)$ و مرگ میر با $R(t)$ پیش‌بینی مدل به ترتیب برای پنج بازه ذکر شده آورده شده است.

در نمودارهای مربوط به $R(t)$ اختلاف بسیار با تعداد مرگ‌ومیر وجود دارد که این اختلاف به این دلیل است که $R(t)$ برابر با مجموع مرگ‌ومیر و افراد بهبودیافته است در صورتی که داده‌های موجود فقط برای تعداد مرگ‌ومیر در دسترس است. هرچقدر این اختلاف بیشتر باشد به این معناست که نسبت افراد بهبودیافته بیشتر از افراد فوت شده است.

با توجه به شکل ۲ مشاهده می‌شود که مدل توانسته تخمین خوبی از افراد مبتلا و بهبودیافتگان داشته باشد. اختلاف اندک افراد مبتلا در شروع بازه اول با شرایط اولیه مدل را می‌توان به دلیل عدم آشنایی با بیماری در ابتدای ورود به کشور و در دست نبودن آمار دقیقی در آن حذف شده با افراد فوت شده در ابتدای بازه کاملاً منطقی و به این دلیل است که برای بهبودی کامل حداقل ۱۴ روز زمان نیاز است، پس در ۱۴ روز اول تعداد جامعه حذف شده برابر با افراد فوت شده است.

$$\begin{aligned} S(t) &= 1 - I(t) - R(t) \\ \Delta I &= aS(t)I(t) - bI(t) \\ I(t+1) &= I(t) + \Delta I * \Delta \\ \Delta R &= -bI(t) \\ R(t+1) &= R(t) + \Delta R * \Delta t \end{aligned} \quad (4)$$

که Δt نمو و فاصله زمانی است که برابر با یک در نظر گرفته شده که نشان از یک روز است.

دو پارامتر نرخ ابتلا a و نرخ حذف b باید برای انجام شبیه‌سازی مشخص باشند. در انتقال و گسترش واقعی یک اپیدمی، نرخ ابتلا a یک پارامتر متغیر با زمان است که می‌توان تخمین آماری از آن بر اساس داده‌های اپیدمیولوژیک به دست آورد. برای نرخ حذف نیز به روشی مشابه عمل می‌شود. اما به دلیل در دسترس نبودن داده‌های دقیق ایران در این مقاله پارامترهای a و b به کمک نرم‌افزار متلب^۱ و با سعی و خطا به دست آمده‌اند.

۴- نتایج شبیه‌سازی

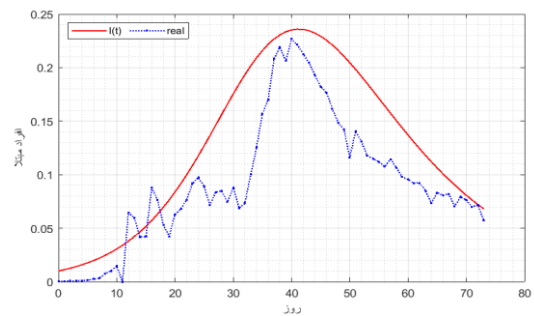
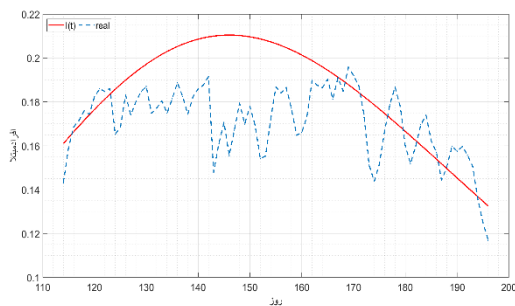
در این مقاله فرض شده است که این نوع ویروس از قانون‌های پایه‌ای انتقال بیماری‌های اپیدمی پیروی می‌کند. متغیر $I(t)$ مانند یک تابع گاوسی عمل می‌کند از صفر افزایش می‌یابد به یک نقطه حداکثری می‌رسد و سپس کاهش می‌یابد و به یک نقطه پایدار می‌رسد. متغیر $S(t)$ به صورت یکنواخت کاهش می‌یابد تا به پایداری برسد و متغیر $R(t)$ نیز به صورت یکنواخت افزایش می‌یابد تا به پایداری برسد. این فرض با واقعیت کلی بیماری‌های اپیدمی نیز سازگار است.

داده‌های افراد مبتلا شده از تاریخ ۳۰ بهمن ماه ۱۳۹۸ تا ۳۰ آذرماه ۱۳۹۹ (۳۰۸ روز) در شکل ۱ نشان داده شده است. نمی‌توان برای کل این بازه از مقادیر یکسان پارامتر استفاده کرد به همین دلیل ۳۰۸ روز با توجه به نمودار و نقاط حداکثری محلی به پنج دوره تقسیم شده است. ۷۳ روز اول (۳۰ بهمن ۱۳۹۸ تا ۱۱ اردیبهشت ۱۳۹۹) را دوره اول در نظر گرفته شده و با سعی و خطا نرخ ابتلا و نرخ حذف آن به دست آمده است. به همین ترتیب پارامترهای دوره دوم (۱۱ اردیبهشت ۱۳۹۹ تا ۲۱ خرداد ۱۳۹۹)، دوره سوم (۲۱ خرداد ۱۳۹۹ تا ۱۰ شهریور ۱۳۹۹)، دوره چهارم (۱۰ شهریور ۱۳۹۹ تا ۸ آذر ۱۳۹۹) و دوره پنجم (۸ آذر تا ۱ دی ۱۳۹۹) به دست آمده است. مقادیر پارامترهای a و b مربوط به دوره‌های فوق در جدول ۱ آورده شده است.

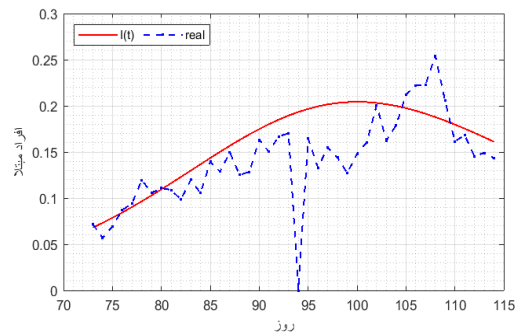
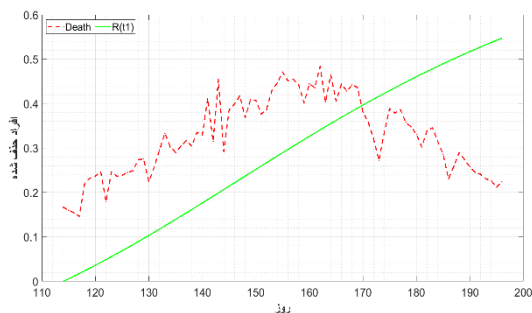
برای مقایسه تخمین مدل از این بیماری با داده‌های واقعی ایران در طول بازه ذکر شده و با توجه به (۲)، داده‌های استفاده شده در دامنه بین صفر و یک نرمال‌سازی شده‌اند.

^۱ Matlab

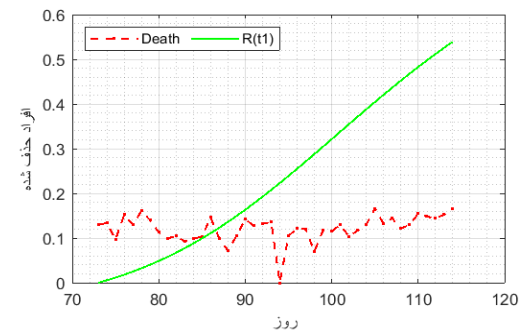
نقطه بیشینه این دوره هم‌زمان با پایان یافتن تعطیلات نوروزی در ایران و مصادف با ۱۰ فروردین ۹۹ است. پس از آن به دلیل اقدامات قرنطینه و هشدارهای دولت در رعایت پروتکل‌های بهداشتی و از طرف آگاهی مردم نسبت به جدی گرفتن بیماری شاهد کاهش افراد آلوده تا پایان این دوره و اواسط اردیبهشت‌ماه هستیم. در دوره‌های دوم و سوم نیز که به ترتیب در شکل ۳ و ۴ آورده شده‌اند مشاهده می‌شود که مدل با تمام سادگی توانسته تخمین خوبی از افراد آلوده داشته باشد. اما نمودار مربوط به افراد حذف‌شده در این دو دوره پایین‌تر از مرگ‌ومیر قرار گرفته و این اتفاق به دلیل شرایط اولیه صفر که برای افراد حذف‌شده برای تمام دوره‌ها در نظر گرفته شده است. می‌باشد. از آنجاکه هدف بررسی هر دوره به‌طور مجزا بود شرایط اولیه افراد حذف‌شده در هر دوره برابر صفر قرار داده شده است تا میزان حذف افراد از جامعه مدل در هر دوره مشخص شود.



شکل ۲. الف) نمودار مقایسه افراد مبتلا شده در بازه اول و تخمین مدل از افراد مبتلا به ازای $(a = 0/208$ و $b = 0/085)$. ب) نقاط قرمز رنگ تعداد افراد فوت‌شده در اثر کرونا و خط سبز رنگ تخمین مدل از افراد حذف‌شده در بازه اول.



شکل ۳. الف) نمودار مقایسه افراد مبتلا شده در بازه سوم و تخمین مدل از افراد مبتلا $(a = 0/063$ و $b = 0/036)$. ب) نقاط قرمز رنگ تعداد افراد فوت‌شده در اثر کرونا و خط سبز رنگ تخمین مدل از افراد حذف‌شده در بازه سوم.



شکل ۴. الف) نمودار مقایسه افراد مبتلا شده در بازه دوم و تخمین مدل از افراد مبتلا $(a = 0/17$ و $b = 0/082)$. ب) نقاط قرمز رنگ تعداد افراد فوت‌شده در اثر کرونا و خط سبز رنگ تخمین مدل از افراد حذف‌شده در بازه دوم.

در شکل ۵ شاهد جهش بسیار زیادی در تعداد افراد مبتلا در ایران هستیم. این جهش از قبل توسط کارشناسان و محققان به دلیل شروع فصل پاییز و سرد شدن هوا و در پی آن تقارن بیماری مسری دیگری مانند آنفولانزا و همچنین شروع سال تحصیلی پیش‌بینی شده بود. اما این جهش بسیار بیشتر از تصور و پیش‌بینی همه بود.

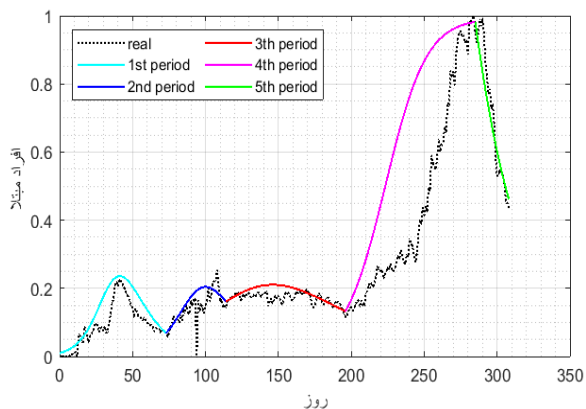
در نظر گرفتن عوامل مختلفی که در فوق ذکر شد و ساده سازی زیاد مدل است.

در دوره پنجم با وجود روند نزولی شدید در بین افراد آلوده همچنان نرخ شیوع این بیماری بیشتر از ۱ و برابر با ۲/۲۷ است. نرخ شیوع مربوط به تمام دوره ها در جدول ۲ آورده شده است.

جدول ۲. نرخ شیوع دوره های یک تا پنج.

R_0 (نرخ شیوع)	دوره زمانی
۲/۴۴۷	۹۸/۱۱/۳۰-۹۹/۰۲/۱۱
۲/۰۷۳	۹۹/۰۲/۱۱-۹۹/۰۳/۲۱
۰/۱۷۵	۹۹/۰۳/۲۱-۹۹/۰۶/۱۰
۷۰۰	۹۹/۰۶/۱۰-۹۹/۰۹/۰۸
۲/۲۱۲	۹۹/۰۹/۰۸-۹۹/۱۰/۰۱

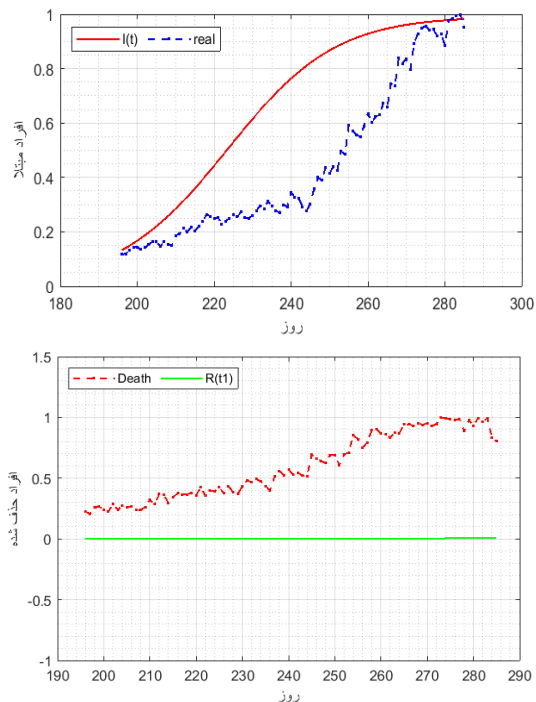
در دوره های اول به دلیل گسترش کمتر و قرنطینه های سخت گیرانه تر توسط دولت رفتار این بیماری مانند سایر بیماری های همه گیر در گذشته بوده است. اما با گذشت زمان و تأثیر عوامل زیادی به ویژه شرایط اقتصادی ایران مردم ناچار به ترک قرنطینه شدند. پس ناگهان با شروع فصل سرد جهش عظیمی در مبتلایان به وجود آمد. پس از این اتفاق از سرگیری قرنطینه سرسختانه و تصویب قوانین منع رفت و آمد و همچنین جریمه افراد خاطی توسط دولت، شاهد روند نزولی در افراد آلوده هستیم.



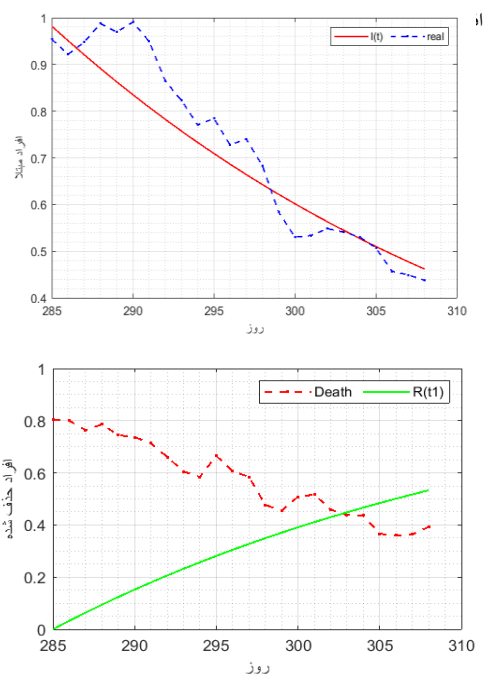
شکل ۷. نمودار تخمین مدل از افراد مبتلا در طول پنج دوره و تعداد افراد مبتلا آمار ایران.

۵- روند بیماری در آینه

با توجه به روند نزولی افراد آلوده در بازه کنونی و شروع واکسیناسیون در جهان پیش بینی می شود این روند جهش چشمگیری تا پایان سال نداشته باشد. اگر فرض کنیم پارامترهای a و b تا پایان سال جاری تغییر محسوسی نداشته باشند روند نزولی افراد مبتلا ادامه می یابد، اما به صفر نمی رسد. این روند در شکل ۸ نشان داده شده است. اما اگر

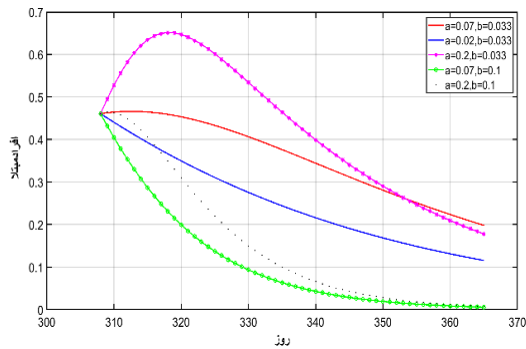


شکل ۵. الف) نمودار مقایسه افراد مبتلا شده در بازه چهارم و تخمین مدل از افراد مبتلا ($a = 0/07$ و $b = 0/0001$). ب) نقاط قرمز رنگ تعداد افراد فوت شده در اثر کرونا و خط سبز رنگ تخمین مدل از



شکل ۶. الف) نمودار مقایسه افراد مبتلا شده در بازه پنجم و تخمین مدل از افراد مبتلا ($a = 0/73$ و $b = 0/33$). ب) نقاط قرمز رنگ تعداد افراد فوت شده در اثر کرونا و خط سبز رنگ تخمین مدل از افراد حذف شده در بازه پنجم.

اگر پارامتر نرخ شیوع را مانند دوره های قبل نسبت a به b در نظر بگیریم این پارامتر برای این دوره برابر ۷۰۰ می شود. این تعارض به دلیل



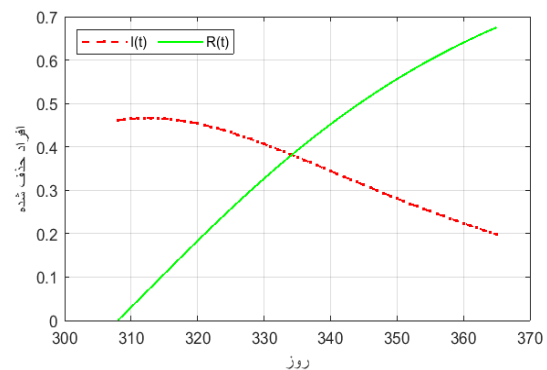
شکل ۹. مقایسه تعداد افراد مبتلا به ازای پارامتر ابتلا و حذف افراد تا پایان سال ۹۹.

۶- نتیجه گیری

نظریه‌های مدل‌سازی ریاضی ابزار مؤثری برای مطالعه الگوی شیوع بیماری‌های همه‌گیر در طول زمان هستند. این مدل‌ها، پیش‌بینی‌های مفیدی در زمینه تأثیر دخالت عوامل مختلف در کاهش تعداد افراد آلوده به عفونت‌ها و عوامل بیماری‌زا می‌دهد [۱۴-۱۶]. در این مقاله توانایی‌های مدل کلاسیک SIR به منظور تخمین پارامترهای مؤثر در گسترش بیماری کووید-۱۹ در ایران بررسی شد. با توجه به نتایج بخش چهارم، دیده می‌شود که این مدل علی‌رغم سادگی، توانایی خوبی در تخمین پارامترها و تطبیق دادن داده‌ها به ویژه جامعه افراد مبتلا $I(t)$ دارد. برای دیگر گروه‌های مستعد و حذف‌شده نمی‌توان اظهار نظر قطعی کرد، زیرا داده‌هایی به منظور ارزیابی عملکرد این مدل برای این دو گروه در دسترس نیست. اما می‌توان دید که مدل پیشنهادی روند تغییرات این دو گروه را در جامعه به خوبی تخمین زده است. با توجه به شکل ۱ و وجود تغییرات و نقاط بیشینه محلی زیادی که در داده‌های افراد بیمار در ایران وجود دارد، زمان ورود بیماری به کشور تا یک دی‌ماه ۱۳۹۹ به پنج دوره تقسیم شده است که به ازای هر دوره پارامترهای مؤثر به دست آمده است. این پارامترها نشان از تأثیر اقداماتی مانند قرنطینه، رعایت پروتکل‌های بهداشتی در جامعه و همچنین توان سیستم درمان و سلامت کشور است. با توجه به نتایج زمانی در دوره‌هایی که دولت قرنطینه‌های سخت‌گیرانه و محدودیت‌های تردد اعمال کرده است (دوره ۵) شاهد روند نزولی شدیدی در جامعه افراد مبتلا هستیم. از آن سو با متقارن شدن فصل پاییز و شروع بیماری‌های عفونی دیگر و رعایت نشدن پروتکل‌ها و فواصل اجتماعی در سطح جامعه به دلایل اقتصادی، شاهد رشد شدید بیماران در دوره چهارم هستیم.

از دیگر نتایج مهم این تحقیق می‌توان به تأثیر بسیار زیاد نرخ حذف اشاره کرد که نسبت مستقیمی با توانایی‌های سیستم درمان و سلامت کشور در روند بهبود افراد مبتلا دارد. در صورتی که دیده می‌شود از ابتدای ورود این بیماری به کشور نه تنها قدرت کادر درمان و نظام درمانی کشور بهبود داده نشده، بلکه به دلیل فوت عده‌ی زیادی از پزشکان و

فرض کنیم به دلیل کمتر شدن قرنطینه و شروع خریدهای نوروزی و رونقی که هر ساله در پایان سال وجود دارد نرخ ابتلا a بیشتر شود احتمال به وجود آمدن موج جدید، افزایش می‌یابد. همچنین با اعلام سازمان بهداشت ایران و اکسیناسیون از بهمن‌ماه در ایران آغاز خواهد شد که این موضوع با افزایش نرخ حذف b همراه خواهد شد. از آنجا که نرخ شیوع بیماری هنوز در ایران بیشتر از یک است پس فرض به وجود آمدن حداقل یک نقطه بیشینه در نمودار افراد آلوده دارای احتمال بیشتری است. بنابراین با توجه به اینکه تغییر محسوسی حداقل تا شروع واکسیناسیون در حوزه درمان و سلامت ایران اتفاق نخواهد افتاد و به دلیل مشکلات اقتصادی ادامه دادن طولانی مدت محدودیت‌ها و قرنطینه امکان‌پذیر نیست می‌توان گفت که b تغییری نخواهد کرد و برای کنترل از گسترش بیماری باید a کاهش یابد تا نرخ شیوع R_0 کمتر از یک شود. b در دوره پنجم برابر با $0.33/0$ است با توجه به (۳) باید a حداکثر برابر b باشد تا مقدار R_0 در ایران به زیر یک برسد. در شکل ۹ مقایسه بین مقادیر متفاوتی از نرخ ابتلا a انجام شده است.



شکل ۸. تخمین مدل از افراد مبتلا و حذف‌شده با فرض ثابت ماندن پارامترهای دوره پنجم تا پایان سال ۹۹.

با توجه به شکل ۹ می‌توان متوجه تأثیر زیاد نرخ حذف در کاهش تعداد افراد آلوده تا پایان سال شد. به معنایی دیگر توانایی نظام درمانی و سلامت در بهبود افراد و در پی آن کاهش افراد آلوده‌ای که می‌توانند جامعه مستعد $S(t)$ را بیمار کنند بسیار مؤثر است. همان‌گونه که در این نمودار مشخص است حتی اگر نرخ سرایت و ابتلای بیماری a برابر با مقدار خود در ابتدای ورود به کشور و دوره اول گردد می‌توان با تقویت نظام درمان و سلامت تعداد مبتلایان را تا پایان سال جاری به مقدار بسیار اندکی رساند.

از عواملی که می‌تواند نرخ حذف افراد بیمار b را افزایش دهد شروع واکسیناسیون بخشی از کشور است. بهترین جامعه برای شروع واکسیناسیون افراد مستعد $S(t)$ می‌باشند. اما اگر تصمیماتی در این خصوص گرفته نشود و سیستم درمان کشور به همین منوال ادامه دهد و با احتمال افزایش نرخ ابتلا a شاهد موج جدیدی تا پایان سال خواهیم بود.

[13] O.Bjørnstad, BF. Finkenstädt, BT. Grenfell, "Dynamics of measles epidemics: estimating scaling of transmission rates using a time series SIR model." *Ecol Monogr* 72:169–184, 2002.

[14] G.Giordano, F.Blanchini, R.Bruno, P.Colaneri, A.Di Filippo, A.Di Matteo, M.Colaneri, "Modelling the COVID-19 epidemic and implementation of population-wide interventions in Italy." *Nature Medicine* 2020:1–6.

[15] C.Hou, J.Chen, Y. Zhou, L. Hua, J.Yuan, S.He, J. Zhang, "The effectiveness of quarantine of Wuhan city against the corona virus disease 2019 (COVID-19): A well-mixed SEIR model analysis." *Journal of medical virology*.2019.

[16] C.Anastassopoulou, L.Russo, A.Tsakris, C.Siettos, "Data-based analysis, modelling and forecasting of the COVID-19 outbreak." *PloS one*, 15(3). E0230405, 2020.

کادر درمان، خستگی و دیگر عوامل این نرخ b به مرور زمان کمتر شده است. اما امید است در اواخر سال ۱۳۹۹ با آغاز واکسیناسیون بخشی از این جامعه، پارامتر b افزایش داشته باشد تا مانند نتایج حاصل شده در شکل ۹ شاهد کنترل گسترش بیماری در جامعه و رسیدن مقدار نرخ شیوع R_0 به عددی کمتر از یک باشیم.

مراجع

[1] C.Sohrabi, Z.Alsafiz, N,O'Neill, M.Khan, A.Kerwan, A.Al-Jabir, C.Iosifidis, R.Agha, "World health organization declares global emergency: a review of the 2019 novel coronavirus (COVID-19)" *Int J Surg* 2020; 76:71–6. doi: 10.1016/j.ijsu.2020. 02.034

[2] F. He, Y.Deng, W.Li. "Coronavirus disease 2019 (COVID-19): what we know," *J Med Virol* 2020. doi: 10.1002/jmv.25766.

[3] L.Wang, Y. Wang, D.Ye, Qq.Liu, "A review of the 2019 novel coronavirus (COVID-19) based on current evidence," *Int J Antimicrob Agents* 2020:105948.doi:10.1016/j.ijantimicag.2020.105948.

[4] P.Pulla, "Covid-19: India imposes lockdown for 21 days and cases rise 2020." doi: 10.1136/bmj.m1251,2020.

[5] H.Hethcote. "The mathematics of infectious diseases," *SIAM Rev.* 42(4):599–653, 2020.

[6] W. O. Kermack and G. Anderson McKendrick, "Contributions to the mathematical theory of epidemics I. 1927," *Bull. Math. Biol.* vol. 53, pp. 33_55, Jan. 1991.

[7] N. T. J. Baily, "The Mathematical Theory of Infectious Diseases", 2nd, New York, NY, USA: Hafner, 1975.

[8] R. R. Tang, "The singularly perturbed boundary value problem of non-linear integro-differential system," *Ann. Differ. Equ*, vol. 4, pp. 407_412, Dec. 2004.

[9] M. Iannelli, M. Martcheva, and X. Z. Li, "Strain replacement in an epidemic model with superinfection and perfect vaccination," *Math. Biosci.* vol. 195, no. 1, pp. 23_46, 2005.

[10] J. Liu, Y. Tang, and Z. R. Yang, "The spread of disease with birth and death on networks," *J. Stat. Mech. Theory Exp.* vol. 2004, no. 8, 2004, Art.no. P08008.

[11] C.Dye, "Epidemiology: Modeling the SARS Epidemic," *Science*, vol. 300, no. 5627, pp. 1884_1885, 2003.

[12] X. N. Han, S. J. De Vlas, L. Q. Fang, D. Feng, W. C. Cao, and J. D. F. Habbema, "Mathematical modelling of SARS and other infectious diseases in China: A review," vol. 14, no. s1, pp. 92_100, 2009, doi: 10.1111/j.1365-3156.2009.