



## تخمین نرخ چرخش خط دید در جستجوگرهای چسبیده به بدنه با استفاده از رویتگر توسعه یافته زمان‌گسسته

مهسا جواهری پور<sup>۱</sup>، احمد رضا ولی<sup>۲\*</sup>، وحید بهنام گل<sup>۳</sup>، فیروز الهور دیزاده<sup>۴</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی برق، گرایش کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران mahsajavaheripour001437@gmail.com

<sup>۲\*</sup> دانشیار، پژوهشکده کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران ar.vali@aut.ac.ir

<sup>۳</sup> استادیار، پژوهشکده کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران vahid\_behnamgol@mut.ac.ir

<sup>۴</sup> استادیار، پژوهشکده کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران saeed.allahverdizadeh@gmail.com

پذیرش: ۱۴۰۰/۱۰/۱۷

ویرایش دوم: ۱۴۰۰/۰۹/۰۷

ویرایش اول: ۱۴۰۰/۰۷/۱۰

دریافت: ۱۴۰۰/۰۳/۱۵

**چکیده:** نرخ چرخش خط دید، متغیری است که برای محاسبه شتاب اعمالی به موشک‌ها توسط قوانین هدایت تناسی به منظور برخورد با هدف نیاز است. این متغیر معمولاً با استفاده از جستجوگرهای طوفه‌دار اندازه‌گیری می‌شود. اما اگر جستجوگر موشک از نوع چسبیده به بدنه باشد، نرخ چرخش خط دید باید از روش‌های مشتق‌گیری از زوایای خروجی جستجوگر و یا تخمین محاسبه شود. روش مشتق‌گیری بهدلیل نویزی بودن خروجی جستجوگرها مطلوب نبوده و برای رسیدن به خروجی قابل قبول به فیلترهای پایین گذر نیاز است که منجر به تاخیر در حلقه هدایت خواهد شد. در این مقاله، رویتگر توسعه یافته زمان‌گسسته برای تخمین نرخ چرخش خط دید طراحی خواهد شد. مزیت زمان‌گسسته بودن رویتگر این است که مسائل مربوط به پیاده‌سازی رویتگر بر روی پردازنده‌ها مانند انتخاب زمان نمونه برداری از مرحله طراحی درنظر گرفته شده و در شبیه‌سازی کامپیوتری بررسی می‌شود.

**کلمات کلیدی:** رویتگر توسعه یافته زمان‌گسسته، تخمین نرخ چرخش خط دید، جستجوگر چسبیده به بدنه، قانون هدایت تناسی.

### Line of Sight (LOS) rate estimation in strap down seekers using discrete-time extended state observer

Mahsa Javaheripour, Ahmad Reza Vali\*, Vahid Behnam Gol, Firouz

Allahverdi Zadeh

**Abstract:** The line of sight (LOS) rate is a parameter that is needed to calculate the acceleration applied to missiles by the proportional guidance laws in order to hit the target. This rate is usually measured using gimbaled seekers. However, if the type of missile seeker be strap down, the LOS rate must be calculated from deriving the missile's seeker output angles or estimation methodes. The derivation method is not desirable due to the noisy output of the seekers and low pass filters are needed to achieve an acceptable output, which will cause a lag in the guidance loop. In this paper, a discrete time extended state observers will be designed to estimate the LOS rate. The advantage of the time discontinuity of the observer is that issues related to the implementation of the observer on the processors, such as the choice of sampling time, considered from the design level and examined in computer simulation.

**Keywords:** Discrete-time Extended State Observer, LOS rate Estimation, Strap Down Seeker, Proportional Guidance law.

## ۱- مقدمه

چسپیده به بدنه می‌توان از رویتگر برای تخمین نرخ چرخش خط دید استفاده کرد. رویتگرهای حالت، تنها قادر به تخمین حالت‌های سیستم می‌باشند. در صورتی که سیستم دارای نامعینی باشد، با اضافه کردن نامعینی به عنوان متغیر حالت جدید به سیستم می‌توان رویتگر توسعه یافته طراحی کرد؛ به طوری که علاوه بر حالت‌های سیستم قادر است نامعینی را نیز تخمین بزند. در مراجع متعددی از رویتگرهای توسعه یافته برای تخمین متغیرهای گوناگون و نامعینی‌ها استفاده شده است. به عنوان نمونه، در [۷] برای تخمین نامعینی‌ها و اغتشاشات و در [۸] برای تخمین حالت‌های نامعلوم سیستم از رویتگر توسعه یافته استفاده شده است. در [۹] به دلیل وجود پارامترهای نامعلوم و اختلالات خارجی از رویتگر خطی توسعه یافته به مظنو تخمین متغیرها برای کشتی‌های زیرسطحی استفاده شده است. الگوریتم هدایت به کار رفته در این مرجع از نوع خط دید می‌باشد. در [۱۰] از یک رویتگر خطی توسعه یافته برای تخمین ارتعاشات فرکانس پایین در یک سکوی پایدار اینرسی استفاده شده است. مرجع [۱۱] مدل ریاضی یک سیستم تبدیل انرژی باد که سیستمی غیرخطی است را مورد بررسی و تحلیل قرار داده و برای تخمین ولتاژ و جریان شبکه از رویتگر خطی توسعه یافته استفاده کرده است.

در مسئله پیاده‌سازی رویتگرها بر روی پردازنده، رویتگرهای زمان‌گستته نسبت رویتگرهای زمان‌پیوسته دارای مزیت‌هایی می‌باشند. یکی از این مزیت‌ها این است که در طراحی رویتگرهای زمان‌گستته انتخاب زمان نمونه برداری از ابتدای مرحله طراحی در نظر گرفته می‌شود که این کار موجب ساده‌تر شدن پیاده‌سازی می‌شود. در [۱۲]، طراحی رویتگر برای سیستم‌های غیرخطی در دو رویکرد مورد بررسی قرار گرفته است. در یک رویکرد براساس مدل تقریبی فرآیند که به صورت زمان‌گستته می‌باشد انجام شده و در رویکرد دوم رویتگر ابتدا بر اساس مدل زمان‌پیوسته فرآیند طراحی شده و سپس به مظنو پیاده‌سازی، گستته شده است.

محدودیت تخمین نرخ چرخش خط دید توسط رویتگرهای معمول، عدم حذف اثر نویز است. لذا باید این رویتگرها به همراه فیلترهای پایین گذر و یا دیگر فیلترها استفاده شود. روش فیلتر کالمن نیز از روش‌هایی است که امروزه برای تخمین مورد استفاده قرار می‌گیرد. در استفاده از فیلتر کالمن لازم است برای سیستم‌های غیرخطی عملیات خطی سازی صورت بگیرد که این امر موجب افزایش خطای تخمین خواهد شد. در انواع دیگر فیلتر کالمن مانند EKF و UKF نیاز به خطی سازی نیست اما این فیلترها دارای محاسبات سنگینی بوده و هم چنین ممکن است به اطلاعاتی نیاز داشته باشند که قابل اندازه‌گیری نباشند.

مسئله مورد نظر در این مقاله، طراحی رویتگر توسعه یافته زمان‌گستته برای تخمین نرخ چرخش خط دید با استفاده از داده‌های جستجوگر چسپیده به بدنه می‌باشد. بلوک دیاگرام کلی حلقة هدایت به صورت شکل ۱ است:

برای رساندن یک موشک به یک نقطه مشخص، باید مسیر حرکت آن کنترل شود. هدایت یک وسیله به معنای تولید فرامین لازم جهت کنترل مسیر آن است. وظیفه سیستم هدایت، تعیین موقعیت و یا سرعت نهایی ای که موشک باید به آن برسد و تصمیم‌گیری در مورد اقداماتی که باید به این منظور انجام شود تا برخورد صورت بگیرد، می‌باشد. سیستم هدایت معمولاً شامل بخش‌های هدایت، ناوبری و کنترل است.

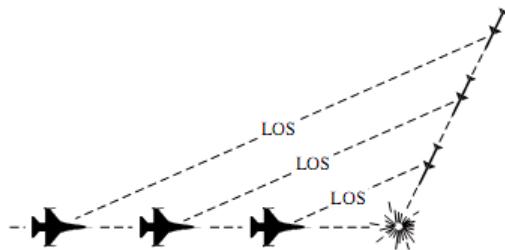
بخش هدایت، متشکل از دوزیر بخش حسگر هدایت و الگوریتم و قانون هدایت می‌باشد. امروزه برای هدایت موشک‌های هدایت شونده، الگوریتم‌ها و قوانین مختلفی وجود دارد. قوانین هدایت در فاز نهایی به دو دسته قوانین هدایت دونقطه‌ای و سه نقطه‌ای تقسیم می‌شوند. خانواده هدایت تنسی از معروف‌ترین قوانین هدایت دو نقطه‌ای می‌باشد. بدليل سادگی و کارایی بالای این قانون، هنوز هم در فاز نهایی بسیاری از موشک‌ها استفاده می‌شود. علت سادگی این قانون این است که تها از نرخ چرخش خط دید و سرعت نسبی بین موشک و هدف استفاده می‌کند و از بقیه متغیرها در قانون هدایت استفاده نمی‌شود [۱]. بنابراین در پیاده‌سازی قوانین هدایت تنسی، نرخ چرخش خط دید متغیر مهمی می‌باشد و برای محاسبه دستور شتاب باید در اختیار سیستم هدایت قرار بگیرد.

برای هدایت موشک، اغلب به دست آوردن اطلاعات صحیح در مورد هدف در طول پرواز ضروری است. یکی از روش‌های رایج برای تحقق این کار استفاده از جستجوگرها است [۲]. در جستجوگرهای چسپیده به بدن، ابزار بینایی به طور مستقیم بر روی موشک نصب می‌شود اما در جستجوگرهای قاب‌دار ابزار بینایی بر روی قاب‌ها سوار شده‌اند. بنابراین استفاده از جستجوگرهای چسپیده به بدن نسبت به جستجوگرهای قاب‌دار موجب کاهش هزینه، بالا رفتن قابلیت اطمینان و کاهش وزن موشک می‌شود [۳]. از طرفی جستجوگرهای قاب‌دار به یک سیستم کنترل هم نیاز دارند و نسبت به جستجوگرهای چسپیده به بدن از ساختار پیچیده‌تری برخوردار می‌باشند. بنابراین در مواردی استفاده از جستجوگرهای چسپیده به بدن مطلوب‌تر می‌باشد.

اما مهم‌ترین ایده‌ی این است که به جستجوگرهای چسپیده به بدن وارد می‌شود، این است که این جستجوگرها به طور مستقیم قادر به اندازه‌گیری نرخ چرخش خط دید نیستند. بنابراین در صورتی که از این جستجوگرها استفاده شود، برای پیاده‌سازی قوانین هدایت تنسی این متغیر باید محاسبه یا تخمین زده شود [۴]. در [۵] روشی برای استخراج نرخ چرخش خط دید با استفاده از اطلاعات جستجوگر چسپیده به بدن ارائه شده است. هم‌چنین در این مرجع به کاهش هزینه به دلیل استفاده از جستجوگر چسپیده به بدن اشاره شده است. در شرایطی که ممکن است اندازه‌گیری متغیرهای حالت با استفاده از ابزار موجود امکان پذیر نباشد، می‌توان از رویتگر برای تخمین حالت‌های چسپیده استفاده کرد [۶]. بنابراین در صورت استفاده از جستجوگرهای

است؛ یعنی خود خط دید مهم است و برخلاف روش‌های دونقطه‌ای، نرخ خط دید در قانون هدایت وارد نمی‌شود. واضح است که در این روش‌ها هدف باید توسط ردگیر مشاهده شود<sup>[۱۳]</sup>.

هدایت تناسبی از قوانین پرکاربرد دونقطه‌ای می‌باشد. این قانون بیان می‌کند در صورتی که خط دید نسبت به فضای اینرسی نچرخد (این امر زمانی می‌دهد که مولفه‌ی سرعت موشک و هدف در امتداد عمود بر خط دید با یکدیگر برابر باشند) و فاصله‌ی موشک و هدف در حال کم شدن باشد برخورد صورت می‌گیرد. شکل ۲ گویای این مسئله می‌باشد.



شکل ۲: نحوه عملکرد موشک در قانون هدایت ناوبری تناسبی

قانون هدایت استفاده شده در این مقاله، ناوبری تناسبی حقیقی (TPN)<sup>۴</sup> بوده که از قوانین هدایت تناسبی می‌باشد. از آنجا که در قوانین ناوبری تناسبی برای برخورد موشک با هدف، لازم است که نرخ چرخش خط دید صفر گردد، بنابراین اگر شتاب جانبی اعمال شده توسط قانون هدایت به جای عمود بر برد سرعت موشک (در قانون ناوبری تناسبی محض (PPN)<sup>۵</sup>) در راستای عمود بر خط دید اعمال شود، تاثیر بیشتری در صفر کردن نرخ چرخش خط دید خواهد داشت.

شتاب محاسبه شده توسط ناوبری تناسبی حقیقی بصورت زیر است:

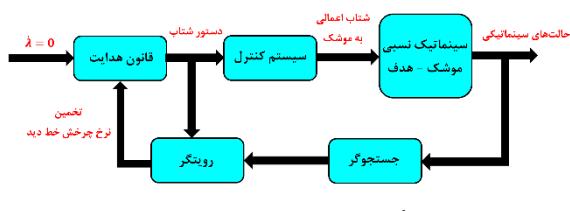
$$a_{m,\lambda} = NV_c \dot{\lambda} \quad (1)$$

با توجه به اینکه اکثر موشک‌های آشیانه‌یاب در فاز نهایی از کنترل آیرودینامیکی استفاده می‌کنند و با این نوع سیستم کنترل تنها امکان دستور شتاب جانبی در راستای عمود بر راستای طولی موشک فراهم می‌باشد، لذا در این موشک‌ها باید ناوبری تناسبی حقیقی را برای اعمال در راستای عمود بر برد سرعت موشک اصلاح نمود. برای این منظور دستور شتاب جانبی به صورت زیر خواهد بود<sup>[۱۴]</sup>:

$$a_m = \frac{NV_c \dot{\lambda}}{\cos(\gamma_m - \lambda)} \quad (2)$$

### ۳- سینماتیک نسبی موشک-هدف [۱۴]

در شکل ۳، هندسه‌ی درگیری دو بعدی در گیری موشک و هدف مشاهده می‌شود:



شکل ۱: نمودار بلوکی حلقه هدایت

در این حلقه، وظیفه سیستم هدایت تولید دستور شتاب مناسب برای تضمین برخورد با هدف است. نقش بخش کنترل نیز معادل یک عملگر برای اعمال دستورات سیستم هدایت در حلقه هدایت است. ورودی سینماتیک موشک-هدف نیز شتاب جانبی اعمالی به موشک می‌باشد. سیستم هدایت که از نوع هدایت تناسبی می‌باشد برای محاسبه دستور شتاب به نرخ چرخش خط دید نیاز دارد که این متغیر با طراحی رویتگر و با استفاده از خروجی جستجوگر چسییده به بدن که شامل زوایای بین محور طولی و خط دید (در صفحات سمت و فراز (Y, Z)) می‌باشد، تخمین زده شده و در اختیار سیستم هدایت قرار می‌گیرد.

در این مقاله، قانون هدایت تناسبی مورد نظر، معادلات حاکم بر سینماتیک موشک-هدف، معادلات مربوط به جستجوگر چسییده تشریح شده و رویتگر توسعه یافته زمان‌گستته برای تخمین نرخ چرخش خط دید طراحی می‌گردد. نتایج رویتگر مورد نظر با نوع دیگری از رویتگر خطی زمان‌گستته مقایسه می‌شود. هم‌چنین عملکرد رویتگر در حضور نویز اندازه‌گیری نیز بررسی و نتایج در بخش شبیه‌سازی ارائه می‌شود.

### ۴- قانون هدایت

در این بخش به صورت مختصر، قانون هدایت مورد استفاده در حلقه هدایت تشریح می‌شود. قوانین هدایت در فاز نهایی به دو دسته قوانین هدایت دونقطه‌ای و سه نقطه‌ای تقسیم می‌شوند. در قوانین هدایت دونقطه‌ای، دو نقطه مهم وجود دارد: جسم هدایت شونده و هدف. این قوانین بر مبنای نرخ چرخش خط دید (خط وصل بین رهگیر و هدف) هستند. این روش‌ها برای زمانی که تعقیب کننده هدف را با استفاده از جستجوگر می‌بینند یعنی فاز نهایی پرواز مناسب هستند. در قوانین هدایت سه نقطه‌ای، سه نقطه مهم عبارت اند از: جسم هدایت شونده، هدف و رهگیر. ردگیر می‌تواند در نقطه پرتاب به همراه پرتاب کننده یا جدا از آن قرار داشته باشد. خط دید در این حالت با روش‌های دونقطه‌ای تفاوت دارد و خط وصل ردگیر و هدف است. ردگیر و سیله‌ای است که به صورت دستی یا خودکار همواره تعقیب کننده و هدف را دنبال می‌کند و موقعیت نسبی تعقیب کننده را نسبت به هدف اندازه می‌گیرد. به بیانی دیگر، قانون هدایت در این روش‌ها (به جر فرمان به خارج خط دید<sup>۶</sup>) نگهداشت و سیله روی خط دید

<sup>۳</sup> Pure Proportional Navigation

<sup>۱</sup> COLOS

<sup>۲</sup> True Proportional Navigation

$$\begin{aligned}\ddot{R} &= \dot{V}_t \cos(\gamma_t - \lambda) - V_t (\dot{\gamma}_t - \dot{\lambda}) \sin(\gamma_t - \lambda) \\ &\quad - \dot{V}_m \cos(\gamma_m - \lambda) + V_m (\dot{\gamma}_m - \dot{\lambda}) \sin(\gamma_m - \lambda) \\ &= \dot{V}_t \cos(\gamma_t - \lambda) - V_t \dot{\gamma}_t \sin(\gamma_t - \lambda) + V_t \dot{\lambda} \sin(\gamma_t - \lambda) \\ &\quad - \dot{V}_m \cos(\gamma_m - \lambda) + V_m \dot{\gamma}_m \sin(\gamma_m - \lambda) - V_m \dot{\lambda} \sin(\gamma_m - \lambda)\end{aligned}\quad (8)$$

با جایگذاری روابط (۴) و (۶) و (۷) در معادله (۸)، رابطه (۹) حاصل می-

شود:

$$\begin{aligned}\ddot{R} &= \dot{V}_t \cos(\gamma_t - \lambda) - a_t \sin(\gamma_t - \lambda) \\ &\quad + \dot{\lambda} (V_t \sin(\gamma_t - \lambda) - V_m \sin(\gamma_m - \lambda)) \\ &\quad - \dot{V}_m \cos(\gamma_m - \lambda) + a_m \sin(\gamma_m - \lambda) \\ &= R \dot{\lambda}^2 + \dot{V}_t \cos(\gamma_t - \lambda) - a_t \sin(\gamma_t - \lambda) \\ &\quad - \dot{V}_m \cos(\gamma_m - \lambda) + a_m \sin(\gamma_m - \lambda)\end{aligned}\quad (9)$$

هم چنین با مشتق گیری از رابطه (۵) نیز می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}\ddot{\lambda} &= \frac{-\dot{R} \dot{\lambda} + \dot{V}_t \sin(\gamma_t - \lambda) + V_t (\dot{\gamma}_t - \dot{\lambda}) \cos(\gamma_t - \lambda)}{R} \\ &\quad + \frac{-\dot{V}_m \sin(\gamma_m - \lambda) - V_m (\dot{\gamma}_m - \dot{\lambda}) \cos(\gamma_m - \lambda)}{R} \\ &= \frac{-\dot{R} \dot{\lambda} + V_t \dot{\gamma}_t \cos(\gamma_t - \lambda) - V_t \dot{\lambda} \cos(\gamma_t - \lambda)}{R} \\ &\quad + \frac{+\dot{V}_t \sin(\gamma_t - \lambda) - V_m \dot{\gamma}_m \cos(\gamma_m - \lambda)}{R} \\ &\quad + \frac{V_m \dot{\lambda} \cos(\gamma_m - \lambda) - \dot{V}_m \sin(\gamma_m - \lambda)}{R}\end{aligned}\quad (10)$$

با جایگذاری روابط (۳) و (۶) و (۷) در معادله (۱۰)، رابطه (۱۱) حاصل

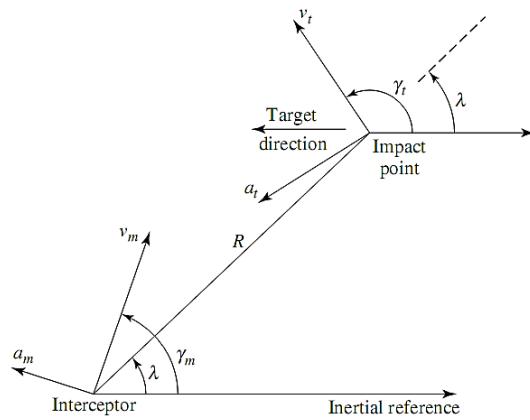
می شود:

$$\begin{aligned}\ddot{\lambda} &= \frac{-\dot{R} \dot{\lambda} + \dot{V}_t \sin(\gamma_t - \lambda) + a_t \cos(\gamma_t - \lambda)}{R} \\ &\quad + \frac{-\dot{\lambda} (V_t \cos(\gamma_t - \lambda) - V_m \cos(\gamma_m - \lambda))}{R} \\ &\quad + \frac{-\dot{V}_m \sin(\gamma_m - \lambda) - a_m \cos(\gamma_m - \lambda)}{R} \\ &= \frac{-2\dot{R} \dot{\lambda} + \dot{V}_t \sin(\gamma_t - \lambda) + a_t \cos(\gamma_t - \lambda)}{R} \\ &\quad + \frac{-\dot{V}_m \sin(\gamma_m - \lambda) - a_m \cos(\gamma_m - \lambda)}{R}\end{aligned}\quad (11)$$

حال با در نظر گرفتن متغیرهای حالت به صورت:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \\ \dot{R} \\ \lambda \\ \dot{\lambda} \\ \gamma_m \\ \gamma_t \end{bmatrix}\quad (12)$$

و همچنین استفاده از معادلات (۳)، (۵)، (۶)، (۷)، (۹)، (۱۰) و (۱۱) معادلات حرکت به صورت زیر خواهد بود:



شکل ۳: هندسهٔ دو بعدی در گیری موشک و هدف [۱۴]

در این شکل،  $R$  بیان گر برد نسبی بین موشک و هدف،  $\lambda$  زاویهٔ بین خط دید و خط مرجع،  $\gamma_m$  زاویهٔ مسیر پرواز موشک با خط مرجع،  $\gamma_t$  زاویهٔ مسیر پرواز هدف با خط مرجع،  $a_m$  بردار شتاب جانبی موشک،  $a_t$  بردار شتاب جانبی هدف،  $V_m$  بردار سرعت طولی موشک و  $V_t$  بردار سرعت طولی هدف می‌باشد.

سرعت نزدیک شدن موشک به هدف ( $V_c = -\dot{R}$ ) بیانگر اختلاف سرعت موشک با هدف در راستای خط دید می‌باشد که از تغیریق مولفه‌های سرعت آنها در راستای خط دید بصورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\dot{R} = V_t \cos(\gamma_t - \lambda) - V_m \cos(\gamma_m - \lambda)\quad (3)$$

هم چنین، سرعت نسبی جانبی بین موشک و هدف که باعث چرخیدن خط دید خواهد شد، از تغیریق مولفه‌های سرعت آنها در راستای عمود بر خط دید به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$V_\lambda = R \dot{\lambda} = V_t \sin(\gamma_t - \lambda) - V_m \sin(\gamma_m - \lambda)\quad (4)$$

بنابراین می‌توان نوشت:

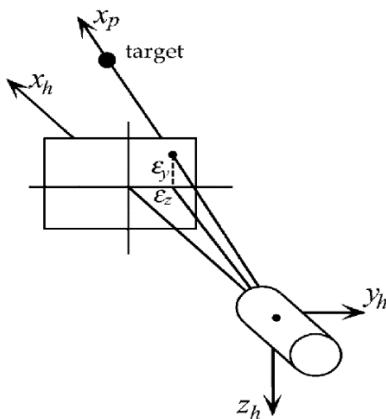
$$\dot{\lambda} = \frac{V_t \sin(\gamma_t - \lambda) - V_m \sin(\gamma_m - \lambda)}{R}\quad (5)$$

نرخ تغییرات زاویهٔ پرواز موشک و هدف مطابق زیر می‌باشد:

$$\dot{\gamma}_m = \frac{a_m}{V_m}\quad (6)$$

$$\dot{\gamma}_t = \frac{a_t}{V_t}\quad (7)$$

با مشتق گیری از رابطهٔ (۳) می‌توان نوشت:



شکل ۵: زوایای خروجی جستجوگر چسپیده به بدن در صفحات سمت و فراز [۱۵]

$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$  به ترتیب زوایای خروجی جستجوگر در صفحه فراز و سمت می‌باشد که بیانگر اختلاف زاویه میان محور طولی موشک و خط دید بین موشک و هدف می‌باشد.

همانطور که در شکل ۵ مشخص است، در این مسئله با دو دستگاه سروکار داریم:

- دستگاه مختصات جستجوگر
- دستگاه مختصات خط دید

چنانچه جستجوگر خطای نسبی نسبت به بدن نداشته باشد، می‌توان دستگاه جستجوگر را همان دستگاه چسپیده به بدن (دستگاه بدنی) در نظر گرفت.

با توجه به شکل ۵، دستگاه جستجوگر با دو دوران حول محورهای مختصات، بر دستگاه LOS منطبق می‌شود. دوران اول، به اندازه زاویه  $\epsilon_z$  حول محور  $z$  و دوران دوم به اندازه زاویه  $\epsilon_y$  حول محور  $y$ . بنابراین، اگر دستگاه جستجوگر که منطبق بر دستگاه بدنی موشک می‌باشد را با  $B$  و دستگاه LOS را با  $L$  نمایش دهیم، ماتریس تبدیل دستگاه  $B$  به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$L_{LB} = \begin{bmatrix} \cos \epsilon_y \cos \epsilon_z & \cos \epsilon_y \sin \epsilon_z & -\sin \epsilon_y \\ -\sin \epsilon_z & \cos \epsilon_z & 0 \\ \sin \epsilon_y \cos \epsilon_z & \sin \epsilon_y \sin \epsilon_z & \cos \epsilon_y \end{bmatrix} \quad (15)$$

زاویه‌ای در دستگاه LOS باشد، اختلاف این دو بردار در دستگاه LOS مطابق زیر می‌باشد [۱۵]:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 x_4^2 \\ x_4 \\ -2x_2 x_4 \\ x_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{\begin{bmatrix} 0 \\ \sin(x_5 - x_3) \\ 0 \\ -\cos(x_5 - x_3) \\ \frac{1}{x_1} \\ 0 \end{bmatrix}}{V_m} u + D \quad (13)$$

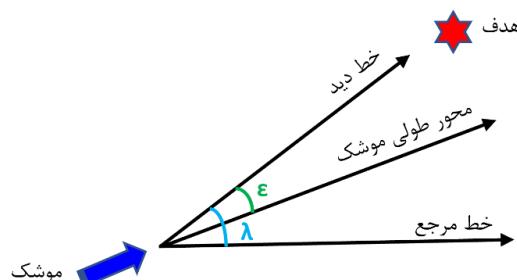
$$y = x_3$$

که  $u = a_m$  ورودی و  $\lambda = y$  خروجی سیستم می‌باشد. از آن جایی که در درگیری، اطلاع دقیقی از متغیرهای مانند سرعت و شتاب هدف وجود ندارد، بنابراین جملاتی که شامل سرعت و شتاب هدف می‌باشد را به همراه جملات دارای مشتق سرعت موشک و هدف را می‌توان به عنوان نامعینی سیستم ( $D$ ) در نظر گرفت که با توجه به روابط، مطابق زیر می‌باشد:

$$D = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{V}_t \cos(x_6 - x_3) - a_t \sin(x_6 - x_3) - \dot{V}_m \cos(x_5 - x_3) \\ 0 \\ \dot{V}_t \sin(x_6 - x_3) + a_t \cos(x_6 - x_3) - \dot{V}_m \sin(x_5 - x_3) \\ x_1 \\ 0 \\ \frac{a_t}{V_t} \end{bmatrix} \quad (14)$$

#### ۴- جستجوگر چسپیده به بدن

در جستجوگرهای چسپیده به بدن، خروجی سر جستجوگر، زاویه محور جستجوگر با خط دید هدف از رهگیر می‌باشد و این زاویه باید صفر گردد تا برخورد صورت گیرد. به این زاویه، زاویه خطای ردیابی ( $\epsilon$ ) می‌گویند که در شکل ۴ نمایش داده شده است [۱۴]:



شکل ۴: چگونگی اندازه گیری خطای ردیابی توسط جستجوگر زوایای خروجی جستجوگر چسپیده به بدن در صفحات سمت و فراز مطابق شکل ۵ است:

$$\begin{cases} x_i(k+1) = x_{i+1}(k) \\ \vdots \\ x_n(k+1) = f(x(k)) + g(x(k))u(k) \\ y(k) = x_1(k) \end{cases} \quad (22)$$

برای تخمین تابع  $f(x(k))$  با اضافه کردن متغیر حالت  $x_{n+1}(k) = f(x(k))$  به معادلات فضای حالت سیستم و با طراحی رویتگر توسعه یافته، می‌توان این تابع را تخمین زد.

**فرضیه ۱:** با ورودی کنترلی محدود  $u$ ، مقدار ثابت  $M_f$  مثبتی وجود دارد به طوری که  $x$  در رابطه (۲۲) محدود شده و رابطه زیر برقرار می‌شود [۱۶]:

$$|f(x(k))| \leq M_f \quad (23)$$

رویتگر خطی توسعه یافته زمان‌گستته برای سیستم (۲۲) به صورت زیر نوشته می‌شود [۱۶]:

$$\begin{cases} \hat{x}_i(k+1) = \hat{x}_{i+1}(k) + a_i \varepsilon^{n-i} \frac{y(k) - \hat{x}_1(k)}{\varepsilon^n} \\ \vdots \\ \hat{x}_n(k+1) = \hat{x}_{n+1}(k) + a_n \frac{y(k) - \hat{x}_1(k)}{\varepsilon^n} + g(x(k))u(k) \\ \hat{x}_{n+1}(k+1) = a_{n+1} \frac{y(k) - \hat{x}_1(k)}{\varepsilon^{n+1}} \\ \hat{y}(k) = \hat{x}_1(k) \end{cases} \quad (24)$$

که  $\hat{x} = [\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_{n+1}]^T \in R^{n+1}$ ،  $i \in \{1, \dots, n-1\}$  متغیرهای حالت تخمین زده شده و  $\varepsilon$  متغیر بهره می‌باشد که مثبت فرض شده است و با تنظیم این متغیر می‌توان عملکرد رویتگر را بهبود بخشید. هم‌چنین  $a_{n+1} \neq 0$  می‌باشد. در سیستم مورد نظر، فرض کردیم تابع  $f(\cdot)$  نامعنی می‌باشد و تنها کران بالای آن که در فرضیه ۱ از آن صحبت کردیم، مشخص می‌باشد.

خطای تخمین به صورت رابطه (۲۵) تعریف می‌شود:

$$e_i(k) = x_i(k) - \hat{x}_i(k) \quad (25)$$

که  $e = [e_1, \dots, e_{n+1}]^T$  می‌باشد. در ادامه، عملکرد رویتگر و پایداری آن بررسی می‌شود.

**قضیه:** با توجه به سیستم و رویتگر طراحی شده اگر رابطه (۲۳) برقرار باشد، برای هر مقدار اولیه  $(x(k))$  و  $\hat{x}(k)$  و  $u$  و  $\varepsilon_0 > 0$  و  $0 < \sigma < 1$  وجود دارد به طوری که [۱۶]:

$$\begin{aligned} \forall \varepsilon \in (0, \varepsilon_0), \lim_{k \rightarrow \infty} \text{Sup} |x_i(k) - \hat{x}_i(k)| &\rightarrow \infty \\ \forall \varepsilon \in [\varepsilon_0, \infty), \lim_{k \rightarrow \infty} \text{Sup} |x_i(k) - \hat{x}_i(k)| &\leq \varepsilon^{n+1-i} M_f \quad (26) \end{aligned}$$

$1 \leq i \leq n+1$

**اثبات:** به منظور بررسی خطای بین  $(x_i(k))$  و  $(\hat{x}_i(k))$  تابع  $\sigma_i$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} - L_{LB} \begin{bmatrix} p_s \\ q_s \\ r_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\varepsilon}_z \sin \varepsilon_y \\ \dot{\varepsilon}_y \\ \dot{\varepsilon}_z \cos \varepsilon_y \end{bmatrix} \quad (16)$$

با جایگذاری ماتریس  $L_{LB}$  در رابطه (۱۶)، رابطه (۱۷) حاصل می‌شود:

$$\begin{cases} \omega_x - (p_s \cos \varepsilon_y \cos \varepsilon_z + q_s \cos \varepsilon_y \sin \varepsilon_z - r_s \sin \varepsilon_y) = -\dot{\varepsilon}_z \sin \varepsilon_y \\ \omega_y - (-p_s \sin \varepsilon_z + q_s \cos \varepsilon_z) = \dot{\varepsilon}_y \\ \omega_z - (p_s \sin \varepsilon_y \cos \varepsilon_z + q_s \sin \varepsilon_y \sin \varepsilon_z + r_s \cos \varepsilon_y) = \dot{\varepsilon}_z \cos \varepsilon_y \end{cases} \quad (17)$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_y = \omega_y + p_s \sin \varepsilon_z - q_s \cos \varepsilon_z \\ \dot{\varepsilon}_z = \frac{\omega_z}{\cos \varepsilon_y} - r_s - (p_s \cos \varepsilon_z + q_s \sin \varepsilon_z) \tan \varepsilon_y \end{cases} \quad (18)$$

زواياي  $\varepsilon_y, \varepsilon_z$  به دليل وجود محدوديت در زاويه ديد جستجوگر، زواياي کوچکي هستند. بنابراین، با تقریب‌های  $\sin \varepsilon = 0$  و  $\cos \varepsilon = 1$  رابطه (۱۸) به صورت زیر بازنويسي می‌شود:

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_y = \omega_y - q_s + p_s \varepsilon_z \\ \dot{\varepsilon}_z = \omega_z - r_s - p_s \varepsilon_y \end{cases} \quad (19)$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_y = \omega_y = \dot{\varepsilon}_y + q_s - p_s \varepsilon_z \\ \dot{\lambda}_z = \omega_z = \dot{\varepsilon}_z + r_s + p_s \varepsilon_y \end{cases} \quad (20)$$

که  $\omega_y$  و  $\omega_z$  به ترتیب بیانگر نرخ چرخش خط دید در صفحه فراز و سمت در دستگاه LOS می‌باشند.

با انتگرال‌گیری از رابطه (۲۰)، زاویه خط دید در صفحه فراز و سمت به دست می‌آید [۱۵]:

$$\begin{cases} \lambda_y = \varepsilon_y + \int q_s dt - \int p_s \varepsilon_z dt \\ \lambda_z = \varepsilon_z + \int r_s dt + \int p_s \varepsilon_y dt \end{cases} \quad (21)$$

بنابراین با استفاده از دو رابطه (۲۰) و (۲۱)، زاویه خط دید و نرخ چرخش خط دید در دو صفحه فراز و سمت در دستگاه LOS به دست می‌آید.

## ۵- طراحی رویتگر

در این بخش، ابتدا ساختار رویتگر توسعه یافته زمان‌گستته بررسی شده و پایداری آن اثبات می‌گردد. سپس رویتگر پیشنهادی با هدف تخمین نرخ چرخش خط دید برای سیستم مورد نظر طراحی می‌گردد.

### ۵-۱- ساختار رویتگر توسعه یافته زمان‌گستته

سیستم غیرخطی زمان‌گستته‌ای به همراه نامعینی  $f(x(k))$  که تابعی غیرخطی از حالت‌های سیستم است، مطابق زیر در نظر گرفته می‌شود:

برای پایداری  $BIBS$  رابطه (۲۹) می‌تواند به دست آید. بنابراین،  
 $M'_f > 0$  ای وجود دارد که رابطه‌ی (۳۴) برقرار شود:

$$\|\sigma(k)\|_{\infty} \prec M'_f \quad (34)$$

هم‌چنین، با توجه به تعریف  $\sigma(k)$  از رابطه‌ی (۲۷) می‌توان نوشت:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \text{Sup} |x_i(k) - \hat{x}_i(k)| \leq \varepsilon^{n+1-i} M'_{\sigma}(\varepsilon) \quad (35)$$

حال به بررسی حالت  $\varepsilon = 0$  می‌پردازیم. اگر این رابطه برقرار شود، دینامیک خطای رویت سیستم پایدار مرزی می‌باشد. با توجه به محدودیت  $M''_{\sigma}(\varepsilon)$  ای وجود دارد به گونه‌ای که رابطه‌ی زیر برقرار شود:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \text{Sup} |x_i(k) - \hat{x}_i(k)| \leq \varepsilon^{n+1-i} M''_{\sigma}(\varepsilon) \quad (36)$$

بنابراین، با تعریف  $M_{\sigma}(\varepsilon)$  به صورت:

$$M_{\sigma}(\varepsilon) = \max \{M'_{\sigma}(\varepsilon), M''_{\sigma}(\varepsilon)\} \quad (37)$$

فرض اثبات می‌شود [۱۶].

## ۲-۵- طراحی رویتگر حلقه هدایت

برای تخمین نرخ چرخش خط دید با استفاده از زاویه خط دید به عنوان متغیر اندازه‌گیری شونده، می‌توان سیستم را با انجام تغییر متغیر به صورت زیر ساده کرد:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \vdots \\ \dot{z}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_2 \\ z_3 \\ \vdots \\ z_n \\ f(t) + gu \end{bmatrix} \quad (38)$$

که:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ \vdots \\ x_n \\ f(t) + gu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda \\ \dot{\lambda} \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} \\ f(t) = \frac{-2\dot{R}\dot{\lambda} + \dot{V}_i \sin(\gamma_t - \lambda) + a_i \cos(\gamma_t - \lambda)}{R} \\ \quad - \frac{\dot{V}_m \sin(\gamma_m - \lambda)}{R} \end{cases} \quad (39)$$

برای طراحی رویتگر، ابتدا باید از رویت‌پذیری سیستم (۳۸) اطمینان حاصل کرد. از آنجا که این سیستم سیستمی غیرخطی می‌باشد، بنابراین رویت‌پذیری آن باید از طریق رویت‌پذیری سیستم‌های غیرخطی بررسی شود.

**قضیه:** سیستم غیرخطی بدون ورودی به فرم زیر را در نظر بگیرید:

$$\sigma_i(k) = (x_i(k) - \hat{x}_i(k)) / \varepsilon^{n+1-i} \quad i \in \{1, \dots, n+1\} \quad (27)$$

با توجه به معادلات (۲۲) و (۲۴)، رابطه (۲۸) به دست می‌آید:

$$\begin{cases} \sigma_i(k+1) = -\frac{a_i}{\varepsilon} \sigma_1(k) + \frac{1}{\varepsilon} \sigma_{i+1}(k), i \in \{1, 2, \dots, n\} \\ \sigma_{n+1}(k+1) = -\frac{a_{n+1}}{\varepsilon} \sigma_1(k) + x_{n+1}(k+1) \end{cases} \quad (28)$$

رابطه (۲۸) را می‌توان به فرم زیر نوشت:

$$\sigma(k+1) = A\sigma(k) + Bx_{n+1}(k+1) \quad (29)$$

که:

$$A = \frac{1}{\varepsilon} \begin{bmatrix} -a_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_n & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -a_{n+1} & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad (30)$$

سپس، ماتریس  $\check{A}$  طوری تعریف می‌شود که رابطه  $\check{A} = \varepsilon A$  برقرار شود. معادله مشخصه ماتریس  $\check{A}$  تحت عنوان  $D_{\check{A}}(\lambda)$  به صورت زیر نوشتہ می‌شود:

$$D_{\check{A}}(\lambda) = \lambda^{n+1} + a_1 \lambda^n + \dots + a_n \lambda + a_{n+1} \quad (31)$$

با توجه به رابطه (۳۱) مقادیر ویژه ماتریس  $\check{A}$  برابر  $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n+1}\}$  می‌باشد. بنابراین، با توجه به رابطه  $\check{A} = \varepsilon A$ ، مقادیر ویژه ماتریس  $A$  نیز

$$\left\{ \frac{\lambda_1}{\varepsilon}, \frac{\lambda_2}{\varepsilon}, \dots, \frac{\lambda_{n+1}}{\varepsilon} \right\} \text{ می‌باشد.}$$

شعاع طیفی ماتریس  $A$  که با  $r(A)$  نمایش داده می‌شود، مطابق رابطه (۳۲) می‌باشد:

$$r(A) = \max \left\{ \frac{|\lambda_1|}{\varepsilon}, \frac{|\lambda_2|}{\varepsilon}, \dots, \frac{|\lambda_{n+1}|}{\varepsilon} \right\} \quad (32)$$

هم‌چنین برای ماتریس  $\check{A}$  نیز می‌توان نوشت:

$$r(\check{A}) = \max \{|\lambda_1|, |\lambda_2|, \dots, |\lambda_{n+1}|\} \quad (33)$$

سپس،  $\varepsilon_0$  را به صورت  $\varepsilon_0 = r(\check{A})$  تعریف می‌کنیم. با توجه به رابطه (۳۳)، اگر  $\varepsilon_0 < \varepsilon$  باشد، بنابراین  $1 < r(A) < \varepsilon$  خواهد شد. این بدین معنی است که تمامی مقادیر ویژه ماتریس  $A$  داخل دایره واحد قرار نخواهند گرفت و  $\sigma(k)$  و  $\sigma(\lambda)$  خواهد بود. بنابراین، برای تضمین عملکرد صحیح رویتگر توسعه یافته طراحی شده، لازم است  $\varepsilon_0 < \varepsilon$  باشد.

اگر مقادیر ویژه ماتریس  $A$  داخل دایره واحد باشند یعنی  $1 < |\lambda_i| < \varepsilon$

باشد، سیستم (۲۹) پایدار مجانبی و پایدار  $BIBS$  خواهد بود. بدلیل محدود بودن  $|x_{n+1}(k)| < M_f$  به طوری که  $|x_{n+1}(k)| < M_f$  باشد، محدودیت

<sup>1</sup> Bounded-Input-Bounded-State

$$\begin{bmatrix} \hat{z}_1(k+1) \\ \hat{z}_2(k+1) \\ \hat{z}_3(k+1) \\ \hat{y}(k) = \hat{z}_1(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{z}_1(k) + T\hat{z}_2(k) + a_1 \frac{(y(k) - \hat{z}_1(k))}{\varepsilon} \\ \hat{z}_2(k) + T(\hat{z}_3(k) + gu) + a_2 \frac{(y(k) - \hat{z}_1(k))}{\varepsilon^2} \\ \hat{z}_3(k) + a_3 \frac{(y(k) - \hat{z}_1(k))}{\varepsilon^3} \end{bmatrix} \quad (47)$$

با رویتگر طراحی شده، متغیرهای حالت سیستم شامل زاویه خط دید و نرخ چرخش خط دید ( $z_1(k)$  و  $z_2(k)$ ) و همچنین نامعین سیستم ( $z_3(k)$ ) می‌توانند تخمین زده شوند.

$$\psi_{nl} \begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (40)$$

تحقیق فضای حالت بالا در یک همسایگی  $U_0 \subset D$  شامل مبدأ به طور محلی رویت پذیر است اگر [۱۷]:

$$\text{rank} \begin{pmatrix} \nabla h \\ \vdots \\ \nabla L_f^{n-1} h \end{pmatrix} = n \quad \forall x \in U_0 \quad (41)$$

با توجه به قضیه بیان شده برای بررسی رویت پذیری سیستم (۳۹)، در صورتی این سیستم رویت پذیر است که  $\text{rank}(\{\nabla h, \nabla L_f h\}) = 2$  باشد. در این صورت با طرحی رویتگر، میتوان متغیرهای مورد نظر را تخمین زد. بنابراین:

$$\begin{cases} \nabla h = [1 \ 0] \\ \nabla L_f h = [0 \ 1] \end{cases} \quad (42)$$

در نتیجه  $\text{rank}(\{[1 \ 0], [0 \ 1]\}) = 2$  است و سیستم (۳۸) رویت پذیر می‌باشد.

حال با استفاده از ساختار رویتگر توسعه یافته زمان‌گستته‌ای که در بخش ۱-۵ معرفی شد، رویتگر با هدف تخمین نرخ چرخش خط دید با فرض صفر بودن مشتق نامعین طراحی خواهد شد. با توجه به این فرض، سیستم (۳۸) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1(t) \\ \dot{z}_2(t) \\ \dot{z}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_2(t) \\ z_3(t) + gu \\ 0 \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$y(t) = z_1(t)$$

طبق تعریف اصلی مشتق که برای سیستم‌های زمان‌پیوسته به صورت:

$$\frac{d}{dt} y = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left( \frac{y(t + \Delta t) - y(t)}{\Delta t} \right) \quad (44)$$

بیان می‌گردد، برای سیستم‌های زمان‌گستته مطابق رابطه (۴۵) نوشته می‌شود:

$$\frac{d}{dt} y \Big|_t = kT = \frac{y((k+1)T - y(kT)}{T} = \frac{y(k+1) - y(k)}{T} \quad (45)$$

که  $T$  زمان نمونه برداری می‌باشد. بنابراین، مدل زمان‌گستته سیستم (۴۳) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{bmatrix} z_1(k+1) \\ z_2(k+1) \\ z_3(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1(k) + Tz_2(k) \\ z_2(k) + T(z_3(k) + gu) \\ z_3(k) \end{bmatrix} \quad (46)$$

رویتگر پیشنهادی به ازای  $n=2$  برای سیستم (۴۶) مطابق زیر نوشت  
می‌شود:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1(t) \\ \dot{z}_2(t) \\ \dot{z}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_2(t) \\ z_3(t) + gu \\ 0 \end{bmatrix} \quad (47)$$

در این بخش با استفاده از رویتگر طراحی شده، نتایج تخمین در شبیه‌سازی‌های دوبعدی و شش درجه آزادی بررسی می‌گردد.

## ۶- نتایج شبیه‌سازی دو بعدی

در این بخش، شبیه‌سازی با استفاده از معادلات سینماتیک دوبعدی و با شرایط زیر صورت گرفته است و زاویه خط دید تنها خروجی قابل اندازه‌گیری می‌باشد. هم‌چنین، دینامیک حلقه کنترل معادل یک تابع تبدیل مرتبه اول در نظر گرفته شده است.

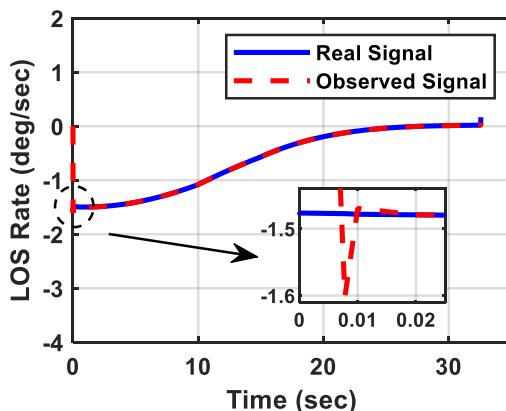
که  $T$  زمان نمونه برداری می‌باشد. بنابراین، مدل زمان‌گستته سیستم

(۴۳) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

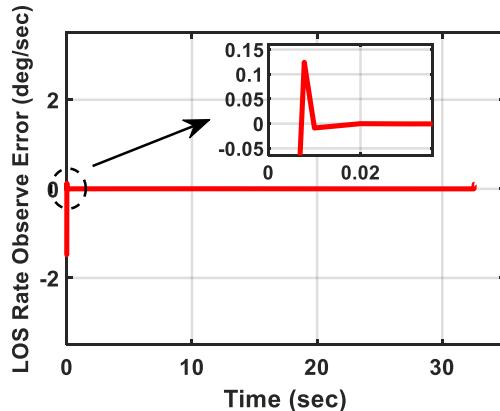
$$\begin{bmatrix} z_1(k+1) \\ z_2(k+1) \\ z_3(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1(k) + Tz_2(k) \\ z_2(k) + T(z_3(k) + gu) \\ z_3(k) \end{bmatrix} \quad (46)$$

رویتگر پیشنهادی به ازای  $n=2$  برای سیستم (۴۶) مطابق زیر نوشت

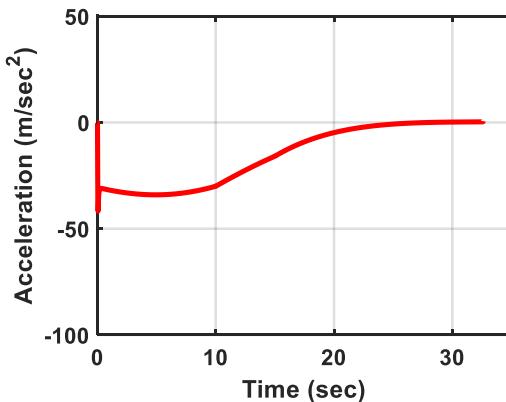
می‌شود:



شکل ۷: تغییرات نرخ چرخش خط دید



شکل ۸: خطای تخمین نرخ چرخش خط دید



شکل ۹: شتاب جانبی اعمالی به موشک

با توجه به شکل ۸ مشاهده می شود که خطای تخمین پس از گذشت ۰.۰۲ ثانیه صفر شده و رویتگر طراحی شده با دقت و سرعت بالایی مقادیر مورد نظر را تخمین زده است. در صورتی که در اندازه گیری زاویه خط دید نویز اندازه گیری وجود داشته باشد، این نویز در نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده قابل مشاهده است. در شکل ۱۰، نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده در حضور در نویز با دو قدرت متفاوت رسم گردیده است (نویز از نوع سفید و با میانگین صفر می باشد).

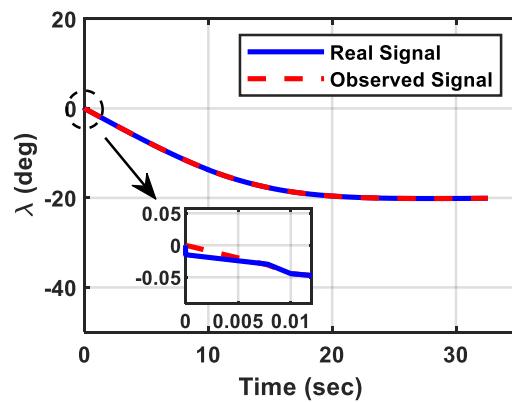
همان گونه که در اثبات پایداری رویتگر بررسی شد، با توجه به مقادیر  $a_i$ ، مقادیر  $\lambda$  باید به نحوی انتخاب شود که مقادیر ویژه ماتریس  $A$  داخل دایره واحد قرار بگیرند.

در جدول ۱، شرایط شبیه سازی و مقادیر بهره های رویتگر مشخص شده است.

جدول ۱: شرایط شبیه سازی و بهره های تنظیم شده رویتگر

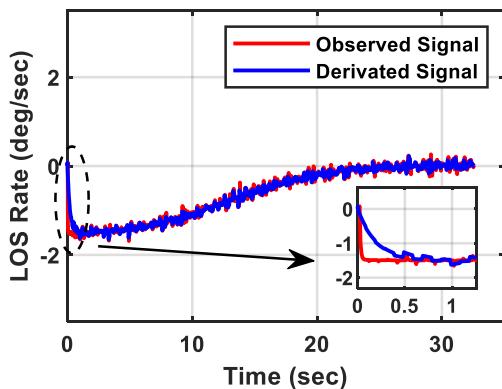
{0,0}	موقعیت اولیه موشک
{10000,0}	موقعیت اولیه هدف
۳۰۰	سرعت اولیه موشک
۴۰۰	بیشینه سرعت موشک
۴۰	سرعت هدف
۶۰	زاویه پرتاب موشک
۳۵	زاویه حرکت هدف
۰.۱۱	کران بالای نامعینی
۰.۹۶	$\varepsilon$
۲	$a_1$
۱۰۰	$a_2$
۲.۵	$a_3$
۰.۱	$T$

شکل های ۶ و ۷ نشان دهنده تغییرات زاویه خط دید و نرخ چرخش خط دید با استفاده از رویتگر طراحی شده می باشند. پس از تخمین نرخ چرخش خط دید، از آن جهت محاسبه شتاب جانبی اعمالی به موشک توسط قانون هدایت ناوبری تناصی حقیقی استفاده شده که در شکل ۹ رسم گردیده است.



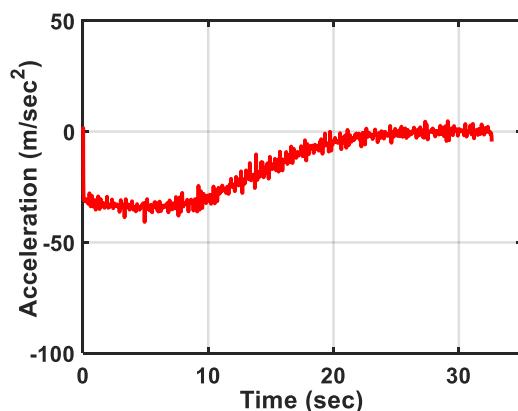
شکل ۱۰: تغییرات زاویه خط دید

و مجدداً عبور آن از فیلتر برای کاهش اثر نویز، نرخ چرخش خط دید حاصل می‌شود. کنترل بودن همگرایی سیگنال در این حالت در مقایسه با سیگنال تخمین به دلیل استفاده از فیلتر پایین گذر قبل و بعد از فرآیند مشتق‌گیری می‌باشد.



شکل ۱۳: مقایسه روش مشتق‌گیری و تخمین برای به دست آوردن نرخ چرخش خط دید

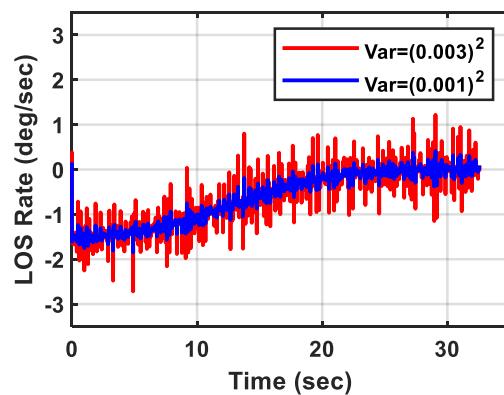
شکل ۱۴ نشان دهنده شتاب اعمالی به موشک بوده که با تخمین نرخ چرخش خط دید فیلتر شده محاسبه شده است.



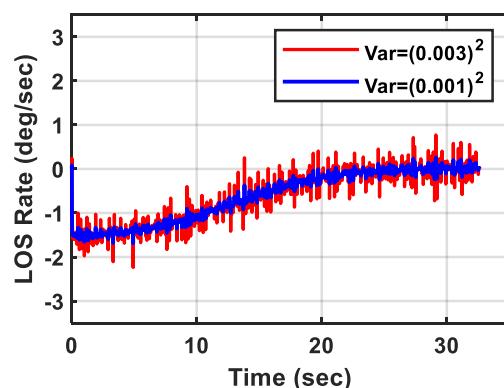
شکل ۱۴: شتاب جانبی محاسبه شده توسط نرخ چرخش خط دید آغشته به نویز ( $Var = (0.001)^2$ )

استفاده از فیلتر پایین گذر برای مقابله با اثر نویز موجب کاهش پهنای باند رویتگر خواهد شد. پهنای باند رویتگر با درنظر گرفتن فیلتر گرفتار می‌شود به صورت تقریبی برابر  $25$  هرتز بودست می‌آید که در شکل ۱۵ نشان داده شده است ( $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.04} = 25Hz$ ). اما در صورت عدم استفاده از فیلتر، این عدد به  $33$  هرتز خواهد رسید.

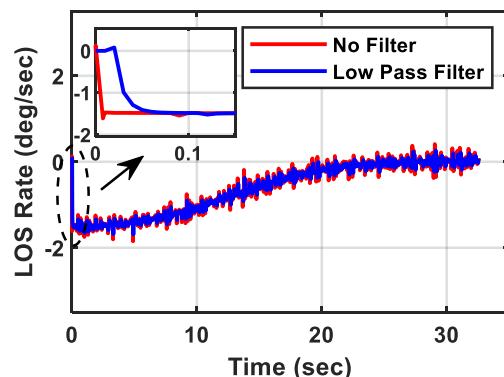
بنابراین، به طور تقریبی می‌توان گفت در صورتی که پهنای باند حلقه هدایت  $2.5$  هرتز و یا کمتر باشد، رویتگر طراحی شده قابل استفاده است.



شکل ۱۰: نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده در حضور نویز اندازه گیری جهت کاهش اثر مخرب نویز، سیگنال تخمین نرخ چرخش خط دید را می‌توان از یک فیلتر پایین گذر عبور داد. در شکل ۱۱، نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده پس از عبور از فیلتر پایین گذر نشان داده شده و در شکل ۱۲ تاثیر این فیلتر بر روی سیگنال تخمین در حضور نویز با مشاهده  $Var = (0.001)^2$  می‌شود.

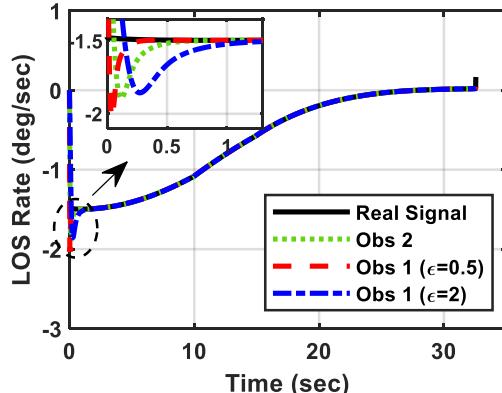


شکل ۱۱: نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده پس از عبور از فیلتر پایین گذر



شکل ۱۲: تاثیر فیلتر بر سیگنال تخمین نویزآلود در شکل ۱۳، منحنی قرمز رنگ نرخ چرخش خط دید حاصل از روش مشتق‌گیری بوده که در آن زاویه خط دید که سیگنالی نویزآلود می‌باشد از یک فیلتر پایین گذر عبور داده شده و سپس با مشتق‌گیری از آن

در حالت دیگر، در صورتی که مقدار  $\epsilon$  بزرگتر از ۱ باشد، ضریب  $y(k) - \hat{z}(k)$  عددی کوچکتر از مقدار  $L_i$  شده و همگرایی سیگنال تخمین زده شده به سیگنال حقیقی نسبت به رویتگر (۴۹) دیرتر رخ می‌دهد.



شکل ۱۶: مقایسه عملکرد دو رویتگر با تغییر پارامتر  $\epsilon$

## ۲-۶- نتایج شبیه‌سازی شش درجه آزادی

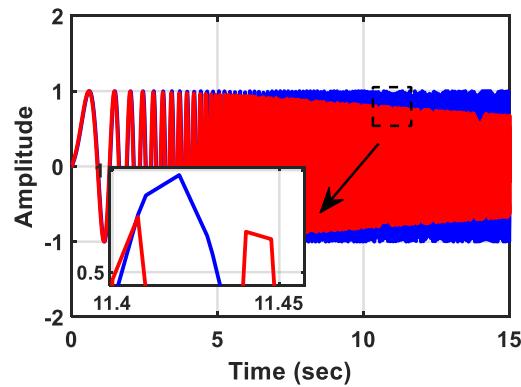
در این بخش نتایج شبیه‌سازی رویتگر در نرم افزار شش درجه آزادی ارائه شده است. به دلیل مشابه بودن عملکرد رویتگر در صفحات سمت و فراز، نتایج تخمین فقط در صفحه فراز ارائه شده است. هم‌چنین نتایج از ابتدای فاز نهایی پرواز موشک ارائه می‌شود.

جدول ۳ نشان دهنده شرایط شبیه‌سازی و مقادیر بهره‌های رویتگر می‌باشد.

جدول ۳: شرایط شبیه‌سازی و بهره‌های تنظیم شده رویتگر

{۰,۰}	موقعیت اولیه موشک
{۱۰۰۰,۰}	موقعیت اولیه هدف
.	سرعت اولیه موشک
۴۵۰ متر بر ثانیه	پیشنه سرعت موشک
.	سرعت هدف
۰.۱۲ درجه بر محدود ثانیه	کران بالای نامعینی
۱۸	$\epsilon$
۱.۹	$a_1$
۴۶	$a_2$
۴	$a_3$
۰.۰۱ ثانیه	$T$

در شکل ۱۷ منحنی تغییرات زاویه خط دید و در شکل ۱۸ تغییرات نرخ چرخش خط دید در حضور نویز در صفحه فراز رسم شده‌اند. در این بخش به منظور به دست آوردن نرخ چرخش خط دید در حالت ایده‌آل برای



شکل ۱۵: محاسبه تقریبی پهنهای باند رویتگر

## - بودرسی تاثیر $\epsilon$ در عملکرد رویتگر

نوع دیگری از رویتگر خطی زمان‌گستره به فرم رابطه (۴۹) وجود دارد که تفاوت آن با رویتگر رابطه (۴۷) نداشت پارامتر  $\epsilon$  است. برای مقایسه عملکرد این دو رویتگر در تخمین نرخ چرخش خط دید در شرایطی که مقادیر  $L_i$  و  $a_i$  برابر انتخاب شده‌اند، با تغییر مقدار  $\epsilon$  و مشاهده تغییر رفتار رویتگر، تاثیر این پارامتر در عملکرد رویتگر مشاهده می‌گردد.

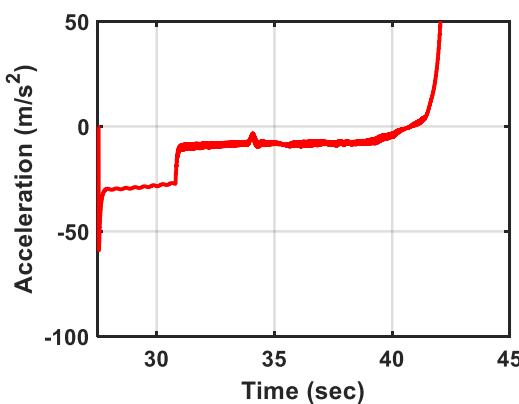
$$\begin{cases} \hat{z}_1(k+1) \\ \hat{z}_2(k+1) \\ \hat{z}_3(k+1) \end{cases} = \begin{cases} \hat{z}_1(k) + T\hat{z}_2(k) + L_1(y(k) - \hat{z}_1(k)) \\ \hat{z}_2(k) + T(\hat{z}_3(k) + gu) + L_2(y(k) - \hat{z}_1(k)) \\ \hat{z}_3(k) + L_3(y(k) - \hat{z}_1(k)) \end{cases} \quad (49)$$

$$\hat{y}(k) = \hat{z}_1(k)$$

جدول ۲: بهره‌های تنظیم شده رویتگرها

۰.۵	$L_1 = a_1$
۱۰	$L_2 = a_2$
۵۰	$L_3 = a_3$
۰.۰۱ ثانیه	$T$

با توجه به شکل ۱۶، مشاهده می‌شود در صورتی که مقدار  $\epsilon$  کوچکتر از ۱ باشد، ضریب  $y(k) - \hat{z}(k)$  عددی بزرگتر از مقدار  $L_i$  شده و در این صورت خطای تخمین در مقایسه با خطای تخمین رویتگر رابطه (۴۹) زودتر به مقدار صفر می‌رسد.



شکل ۱۶: شتاب محاسبه شده توسط قانون هدایت در صفحه فراز

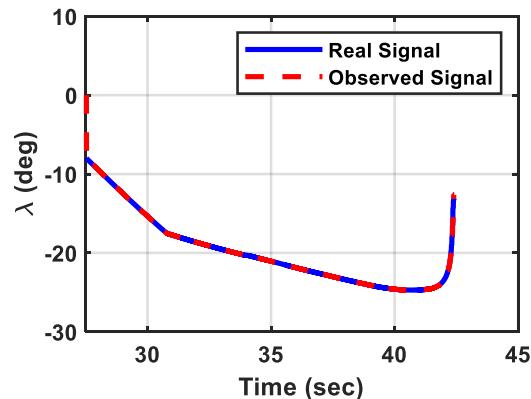
## ۷- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله، رویتگر زمان گستته توسعه یافته برای تخمین نرخ چرخش خط دید با استفاده از داده‌های جستجوگر چسبیده به بدنه طراحی شد. برای پایاده‌سازی قوانین هدایت ناوبری تنسیبی، یکی از متغیرهای مورد نیاز، نرخ چرخش خط دید است که برای اندازه‌گیری این متغیر، معمولاً به جستجوگرهای طوفه‌دار نیاز است. در صورت استفاده از جستجوگرهای چسبیده به بدنه، متغیر نرخ چرخش خط دید باید از روش‌های مشتق‌گیری یا تخمین بدست آید که بدليل نویزآلود بودن سیگنال‌های اندازه‌گیری شده توسط جستجوگرهای مشتق‌گرفتن از زاویه خط دید مطلوب نبوده و نیازمند فیلترهای پایین‌گذری می‌باشدند که منجر به تاخیر در حلقه هدایت می‌شود. بنابراین تخمین متغیر نرخ چرخش خط دید به جای مشتق‌گیری از زاویه خط دید، کارآمدتر است. در این مقاله، از اطلاعات جستجوگر چسبیده به بدنه برای تخمین نرخ چرخش خط دید استفاده گردید و پایداری رویتگر طراحی شده نیز اثبات شد. بدليل زمان گستته بودن رویتگر، پایاده‌سازی آن در پردازنده نسبت به رویتگرهای زمان پیوسته آسان‌تر می‌باشد. حال آنکه رویتگرهای زمان پیوسته پس از گستته‌سازی نیاز به تنظیم مجدد بهره ها دارند. نتایج شبیه‌سازی که در حالت دو بعدی و شش درجه آزادی انجام شدند، نشان می‌دهد که تخمین نرخ چرخش خط دید با استفاده از رویتگر پیشنهادی به خوبی انجام شده است و نسبت به روش مرسوم که شامل مشتق‌گیری و فیلتر کردن برای محاسبه نرخ چرخش خط دید می‌باشد، عملکرد بهتری دارد. محدودیت رویتگر پیشنهاد شده این است که به طور مستقل قادر به حذف نویز اندازه‌گیری نبوده و برای کاهش اثر نویز در سیگنال تخمین زده شده لازم است از فیلتر پایین‌گذر استفاده شود.

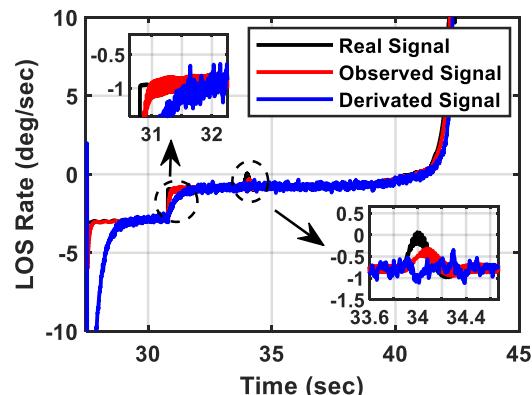
## مراجع

- [1] Moosapour, S. H. "Tree-Dimensional Air toSurface Missile Guidance based on nonlinear model", M.S, Thesis, pp: 34-37, 2012.

به دست آوردن سیگنالی مرجع جهت انجام مقایسه سیگنال تخمین زده شده با آن، از زوایای خروجی جستجوگر در حالت ایده‌آل که قادر نویز می‌باشد مشتق گرفته شده و با یا گذاری در رابطه (۲۰)، این متغیر به دست می‌آید. در منحنی قرمز رنگ که نرخ چرخش خط دید حاصل از روش مشتق‌گیری است، با یا گذاری زوایای خروجی جستجوگر در رابطه (۲۱) زاویه خط دید در صفحه فراز به دست می‌آید. سپس با عبور آن از یک فیلتر پایین‌گذر (به دليل نویزآلود بودن این سیگنال) و سپس مشتق‌گیری از آن می‌توان به نرخ چرخش خط دید دست یافت. نرخ چرخش خط دید تخمین زده نیز با استفاده از زاویه خط دید به عنوان ورودی رویتگر و عبور از فیلتر پایین‌گذر حاصل می‌شود.



شکل ۱۷: تغییرات زاویه خط دید در حضور نویز اندازه‌گیری



شکل ۱۸: تغییرات نرخ چرخش خط دید در حضور نویز اندازه‌گیری  
با توجه به نتایج، مشاهده می‌شود که رویتگر با دقت خوبی مقادیر مورد نظر را تخمین زده است و نسبت به روش مشتق‌گیری عملکرد بهتر و سرعت بالاتری دارد. همان‌طور که در بخش قبل نیز گفته شد، کند بودن همگرایی سیگنال در روش مشتق‌گیری به دليل استفاده از دو فیلتر پایین‌گذر برای به دست آوردن نرخ چرخش خط دید از سیگنال نویزآلود می‌باشد.

شکل ۱۹ نشان دهنده شتاب محاسبه شده با استفاده از نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده در صفحه فراز می‌باشد.

- [۱۴] بهنام گل، وحید، "بهبود عملکرد سیستم هدایت با ارائه الگوریتم های نوینی در کنترل مدل غزشی"، رساله دکتری، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، اسفند ۱۳۹۴.
- [۱۵] Bertil, E. "Tracking Filters and Models for Seeker Applications." *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 37, No. 3, pp: 965-977, 2001.
- [۱۶] Huang, Yuan, et al. "Performance assessment of discrete-time extended state observers: Theoretical and experimental results." *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, pp: 2256-2268, 2017.
- [۱۷] H. J. MARQUEZ, "Nonlinear Control Systems", John Wiley & Sons, Inc. 2003.
- [۲] Özkan, Bülent, and Altuğ Uçar. "Comparison of the strapdown and gimbaled seekers utilized in aerial applications." *Infrared Technology and Applications XXXVIII*. Vol. 8353. International Society for Optics and Photonics, 2012.
- [۳] Liu, YongShan, Li Song, and JingLong Li. "Extraction and Filter Algorithm of Guidance Information for Full-strapdown Seeker on Rotation Missile." *MATEC Web of Conferences*. Vol. 214. EDP Sciences, 2018.
- [۴] Hong, Ju-Hyeon, et al. "Study on Parasite Effect with Strapdown Seeker in Consideration of Time Delay." *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, pp: 1383-1392, 2019.
- [۵] Xu, Zheng, et al. "A Novel LOS Rate Estimation Method Based on Images for Strap-down Inertial Guidance." *Journal of Physics: Conference Series*. Vol. 1570. No. 1. IOP Publishing, 2020.
- [۶] خاکی صدیق، علی، "سیستم های کنترل خطی" انتشارات دانشگاه پیام نور، مهرماه ۱۳۸۱.
- [۷] Shao, Xingling, et al. "High-order ESO based output feedback dynamic surface control for quadrotors under position constraints and uncertainties." *Aerospace Science and Technology*, pp: 288-298, 2019.
- [۸] Guo, Jishu, Junmei Guo, and Zhongjun Xiao. "Robust tracking control for two classes of variable stiffness actuators based on linear extended state observer with estimation error compensation." *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2020.
- [۹] Li, Zongxuan, Ronghui Li, and Renxiang Bu. "Path following of under-actuated ships based on model predictive control with state observer." *Journal of Marine Science and Technology*, pp: 408-418, 2021.
- [۱۰] Shi, Wanfa, Kun Liu, and Wenpeng Zhao. "Active Vibration Isolation of a Maglev Inertially Stabilized Platform Based on an Improved Linear Extended State Observer." *IEEE Access*, pp: 743-751, 2020.
- [۱۱] Ma, Youjie, et al. "Analysis and control of wind power grid integration based on a permanent magnet synchronous generator using a fuzzy logic system with linear extended state observer." *Energies*, 2019.
- [۱۲] Arcak, Murat, and Dragan Nešić. "A framework for nonlinear sampled-data observer design via approximate discrete-time models and emulation." *Automatica*, Vol. 40, No. 11, pp. 1931-1938, 2004.
- [۱۳] از گلی، سجاد، عاروان، محمد رضا، "مدل سازی و شبیه سازی سامانه های متخرک" ، انتشارات یامهدی (عج)، تابستان ۱۳۸۹.