

## حل مساله می نیمم های محلی در مسیر یابی به روش میادین پتانسیل مجازی و بر اساس دیدگاه حرکت مایعات

بیژن معاونی<sup>۱</sup>، داوود قنبری گل<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup>استادیار دانشکده مهندسی راه آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران. [b\\_moaveni@iust.ac.ir](mailto:b_moaveni@iust.ac.ir)

<sup>۲</sup>دانشجوی کارشناسی ارشد برق-کنترل، دانشگاه آزاد واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران. [Davoodgol\\_34@yahoo.com](mailto:Davoodgol_34@yahoo.com)

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۸۹/۱۱/۱۳، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۰/۳/۱)

**چکیده:** یکی از مهمترین مسائل در سیستم های چند عامله متحرک هوشمند، مسایله مسیریابی و عدم برخورد آنها با موانع در طی مسیر است. به همین دلیل در این زمینه تحقیقات گسترده ای صورت گرفته و راه کارهای متنوعی نیز ارائه شده است. هر کدام از این راه کارها، مولود دیدگاه خاص ارائه دهندگان آن نسبت به تغییر نوع و تعریف مساله بوده است. که این امر موجب شده بسته به شرایط داخلی مساله، مانند نوع موانع، قابلیت های عامل هوشمند و ... این راه کارها نقاط قوت و ضعفی نسبت به یکدیگر داشته باشند. روش توابع پتانسیل یکی از روش های مطرح برای حل این مساله است. نقطه ضعف عمده این روش قرار گرفتن در مینیمم های محلی است که در سال های اخیر راه حل های مختلفی برای آن پیشنهاد گشته است. در این مقاله نیز راه حل جدیدی برای حل مساله می نیمم های محلی در مسیریابی عامل های متحرک مبتنی بر روش توابع پتانسیل مجازی و با اجتناب از برخورد با موانع ارائه می گردد. دیدگاه ارائه شده در این مقاله بر اساس تحلیل و فرموله نمودن مسیر یابی مایعات شکل گرفته و همان اندازه که جریان مایعات در مسیریابی و پشت سر گذاشتن انواع موانع توانمند هستند، راه کار پیشنهادی نیز توانمند می باشد و رسیدن به نقطه هدف و عدم برخورد با موانع را در طول مسیر تضمین می نماید. در این مقاله همچنین، الگوریتم اصلاح شده ای، به منظور استفاده بلادرنگ، از روش پیشنهادی ارائه گردیده است. شبیه سازی هایی نیز به منظور مشخص شدن قابلیت ها و توانمندی های روش های پیشنهادی در این مقاله ارائه شده اند.

**کلمات کلیدی:** عامل متحرک، مسیریابی، عدم برخورد، توابع پتانسیل، می نیمم های محلی.

## Solving the Local Minimum Problem in Path Planning Algorithm based on the Virtual Potential Field and the Principles of Liquid Movement

Bijan Moaveni, Davoud Ghanbari Gol

**Abstract:** Path planning and obstacle avoidance are important problems in intelligent mobile agent systems. In this paper, a novel path planning algorithm and a new obstacle avoidance approach to solve the local minimum problem of mobile agents are presented. This path planning algorithm is introduced based on the principles of liquid movement. In addition to, by modifying the potential function methodology for this algorithm, a new obstacle avoidance approach is presented. This new algorithm, by finding the collision free path, guarantees the global convergence to the target when the target is reachable. Also, in this paper, an online version of the algorithm is presented. Simulation results are given to show the effectiveness of the methodology.

**Keywords:** Mobile Agent, Path Planning, Obstacle Avoidance, Potential Functions.

## ۱- مقدمه

تحقیقات عمده‌ای برای حل مسأله، مسیریابی عاملهای متحرک به منظور رسیدن به نقطه هدف بدون برخورد با موانع صورت گرفته است و راه کارهای مختلفی نیز ارائه شده است. از جمله راه کارهای پر کاربرد در این زمینه، تحلیل و ارائه راه حل مسأله بر اساس میدان های پتانسیل مجازی است، که در آن یک میدان پتانسیل دافعه برای موانع و یک میدان پتانسیل جاذبه برای نقطه هدف در نظر می گیرند و سپس توسط یک الگوریتم می نیم یابی، حرکت به سوی می نیم مطلق که همان نقطه هدف است را دنبال می نمایند [1-3] [6] [16-22]. الگوریتم  $A^*$  یکی از روش های مطرح در این حوزه بوده است که به نوعی مدل گسسته ای از روش میادین پتانسیل است و در یافتن کوتاهترین مسیر کاربرد دارد [23] [26]. از جمله دیگر روشهای مهم و مطرح در حرکت به سمت هدف با اجتناب از برخورد با موانع می توان به روش ارائه شده در [4] اشاره نمود. در این روش از روش کنترل حلقه بسته مبتنی بر فیدبک خطا، که یک روش پایه ای در مهندسی کنترل می باشد، استفاده شده است که براساس آن ورودی های محرک عامل، به گونه ای اعمال می شوند که به کمترین خطای نهایی، که همان فاصله عامل از هدف است، برسند. روش دیگری که در مقالات [5] و [7] پیشنهاد شده مبتنی بر برنامه ریزی خطی و غیرخطی قیود حاصل از موانع و مکانیسم حرکتی عامل برای رسیدن به هدف در کمترین زمان یا کمترین جابجایی بوده است. روش متداول دیگر در حل مسأله مسیریابی، که بر اساس نوعی پردازش تصویری از ورودی سنسورهای تشخیص دهنده موانع است، در مقالات [8-10] و [12-13] بیان شده است. در این روش با پردازش تصاویر دریافتی از سنسورها ی نصب شده بر روی عامل، فضاها ی خالی و قابل عبور بین موانع تشخیص داده شده و بر این اساس حرکت به سمت هدف مسیر دهی می شود. در برخی تحقیقات از جمله [24-25]، از محاسبات دینامیک سیالات (CFD) که یک فرمولیسیون متداول از دینامیک سیالات می باشد و هدف اصلی آن پیش بینی دقیق جریان سیالات، انتقال حرارت و عکس العملهای شیمیایی در سیستم های پیچیده است، برای مسیریابی عامل های متحرک استفاده شده است. روشهای مختلف دیگری نیز به صورت خاص وجود دارد که صرفا برای شرایط خاصی پیشنهاد شده اند [14-15]، که یک نمونه از آنها که در [11] ارائه شده است، برای حل مساله عدم برخورد با موانع بزرگ مناسب است. لازم به ذکر است که با توجه به اهمیت زیاد مساله مسیریابی عامل های متحرک، روشها و الگوریتم های متنوعی نیز در این زمینه در داخل کشور ارائه شده

است [26-28]. ولیکن در این مقاله بیشتر به معرفی روشهای متداول و/یا مرتبط با مطالب پیشنهادی در مقاله حاضر خواهیم پرداخت که با توجه با حجم بالای تحقیقات در این موضوع منطقی به نظر می رسد. پر واضح است که هر یک از روشهای اشاره شده در بالا دارای نقاط قوت و وضعی هستند ولیکن از آنجایی که روش ارائه شده در این مقاله قرار است به نوعی اصلاح شده روش های مبتنی بر میادین پتانسیلی باشد، به نقاط ضعف این دسته از روش ها که در [1] نیز به آنها اشاره شده است، خواهیم پرداخت. مهمترین نقاط ضعف روش های مبتنی بر توابع پتانسیل عبارتند از:

- ۱- متوقف شدن عامل در می نیم های محلی.
  - ۲- ناتوانی در مسیر یابی در مواقعی که موانع در نزدیکی هدف باشند.
  - ۳- حرکت نوسانی عامل در مسیر های باریک مابین موانع.
- البته تحقیقاتی نیز جهت حل این مشکلات صورت گرفته و راه حل هایی نیز پیشنهاد شده است [1]. به طور ویژه در زمینه رفع مشکل توقف در می نیم های محلی روش میادین پتانسیل، تحقیقات فراوانی حتی در سالهای اخیر انجام گرفته است [19-22]، که یکی از نتایج اصلی تحقیقات صورت گرفته در این مقاله نیز ارائه روش نوین دیگری در این زمینه با استفاده از دیدگاه حرکت مایعات می باشد.
- در مقاله حاضر سعی بر این است تا با ارائه یک دیدگاه نو به مسأله مسیریابی و استفاده از راه کار میادین پتانسیل مجازی، الگوریتم جدیدی برای حل مسأله می نیم های محلی در مسیریابی، بدون برخورد با موانع معرفی گردد، که بر اساس آن روش نوینی نیز برای خروج از نقاط می نیم محلی ارائه خواهد شد. این دیدگاه نو، بر اساس تحلیل مکانیسم حرکت مایعات ایجاد شده است، که ناشی از تمایل مایعات برای رفتن به سطوح پایینتر به علت نیروی جاذبه می باشد. مایعات توانایی بالایی در پشت سرگذاشتن انواع موانع موجود در مسیر حرکت خود به سمت سطوح پایینتر دارند، که براساس تجربیات طبیعی در صورت مکفی بودن حجم مایع دست یافتن به می نیم مطلق قطعی است. با توجه به این توانایی مایعات، تحلیل حرکت مایعات می تواند در بدست آوردن یک الگوریتم مسیریابی توانمند بسیار مفید باشد. در ادامه ابتدا مکانیسم حرکت و مسیر یابی مایعات مورد بررسی قرار گرفته و فرموله می شود و سپس بر اساس آن الگوریتم مسیر یابی مدنظر در دو بخش ارائه می گردد. در قسمت شبیه سازی، نتایج حاصل از این الگوریتم در شرایط مختلف مورد بررسی قرار خواهد گرفت و توانمندیهای این روش مشخص می گردد.

## ۲- مدل سازی حرکت مایعات

جهت مدل سازی و تحلیل دقیق حرکت و مسیریابی مایعات، مایع را به جای یک مجموعه به هم پیوسته، به صورت یک سری قطرات یا ذرات به اندازه کافی کوچک و در کنار هم در نظر خواهیم گرفت. بر این اساس، حرکت مایعات را می توان اینگونه تحلیل نمود که ابتدا اولین قطره از مایع طبق قاعده حرکت به سمت سطوح پایتتر پیرامونی شروع به حرکت می نماید و اگر در هیچ می نیم محلی، که ممکن است توسط موانع ایجاد شده باشد، قرار نگیرد تا رسیدن به پایتترین سطح یا همان نقطه هدف به حرکت خود ادامه خواهد داد. اما اگر در مسیر حرکت به یک می نیم محلی برخورد کند، در آنجا متوقف شده و باقی می ماند. حضور این قطره در می نیم محلی خود باعث ایجاد یک اختلاف سطح در آن نقطه می شود، به همین دلیل شرایط محیط برای حرکت قطرات بعدی تغییر خواهد کرد. این تغییر محیط می تواند با تداوم به دام افتادن قطرات در آن نقطه ادامه یابد تا جایی که قطرات بعدی بتوانند طبق قاعده حرکت مشابه، از کنار این محل عبور نمایند و به حرکت خود به سمت سطوح پایتتر ادامه دهند. بعد از آنکه اولین قطره توانست خود را به پایتترین نقطه برساند، از این پس بقیه قطرات مایع طبق مسیر حرکت این قطره حرکت خواهند نمود. با کمی دقت متوجه می شویم که قطرات مایع در نقاط می نیم محلی خود نقش مانع را بازی می کنند و با حضور خود مسیر حرکت قطرات بعدی به سمت می نیم مطلق را هموارتر می نمایند.

با الگو برداری از این تحلیل می توان یک الگوریتم نو برای حل مسأله مسیریابی کلیه عاملهای متحرک ارائه نمود. قدم اول ایجاد یک محیط مجازی مناسب جهت حرکت عامل، مشابه حرکت یک مایع، به سمت هدف است که این محیط با تعریف میداین پتانسیل مجازی مناسب برای موانع و نقطه هدف بدست می آید. لذا برای داشتن یک محیط مجازی مناسب توسط میداین پتانسیل، لازم است دو شرط زیر برآورده گردند:

۱- سطح پتانسیل نقطه هدف پایتترین سطح باشد.

۲- سطح پتانسیل موانع به اندازه کافی بزرگتر از نقاط پیرامونشان باشد.

### ۲-۱- تعریف میداین پتانسیل

همانگونه که در بخش قبل اشاره شد، لازم است جهت حل مسأله توابع پتانسیل مناسبی تعریف گردند. در اینجا نمونه ساده ولی راه گشا از توابع پتانسیل که بتواند چنین میدانی را ایجاد نماید ارائه می گردد. در

معادله (۱) میداین پتانسیل دافعه برای موانع معرفی می گردند که از توابع پیشنهادی مقالات [1] و [3] الگو برداری شده اند.

$$P_O = \frac{K_O}{r_o^2} \quad (1)$$

که

$$r_o = \begin{cases} R & R \square . \\ . & R < . \end{cases} \quad (2)$$

و

$$R_O = \sqrt{(O_X - X)^2 + (O_Y - Y)^2} - O_r - A_r \quad (3)$$

در معادله (۳)،  $A_r$  شعاع عامل،  $O_r$  شعاع مانع، زوج  $(O_x, O_y)$  موقعیت مانع، زوج  $(X, Y)$  موقعیت عامل و  $K_O$  ضریب تناسبی پتانسیل مانع می باشند. لازم به ذکر است که در این تابع پتانسیل سطح مقطع موانع و عامل را با تقریب دایره فرض شده است. پر واضح است که این فرض محدود کننده نیست، چرا که به موانع کوچک با سطح مقطع غیر دایره، به سادگی می توان یک دایره محیط نمود و یا اینکه موانع بزرگ را با کنار هم قرار دادن موانع دایره ای کوچکی جایگزین کرد. لذا، با توجه به سطح مقطع عامل که دایره ای فرض شده است، حداقل فاصله ای که عامل متحرک می تواند با مانع داشته باشد به اندازه شعاع عامل است. در اینجا مشابه شکل ۱، برای خروج شعاع عامل از محاسبات آتی، این شعاع را به شعاع موانع افزوده ایم تا با این شرایط فاصله بین عامل و موانع به طور خودکار در محاسبات دخیل باشد. با این عمل، شعاع موانع به اندازه شعاع عامل بیشتر شده و شعاع عامل متحرک صفر در نظر گرفته می شود. لذا معادله (۳) را می توان به صورت (۴) بازنویسی نمود. که صفر بودن شعاع عامل به معنی نقطه ای بودن و نقطه ای عمل کردن عامل در طی حرکت در مسیر است. این امر باعث تسهیل محاسبات بدون از دست دادن قابلیت پیاده سازی عملی الگوریتم خواهد شد.

$$R_O = \sqrt{(O_X - X)^2 + (O_Y - Y)^2} - O'_r \quad (4)$$

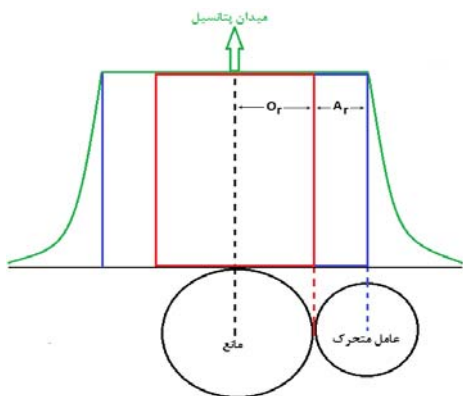
$$O'_r = O_r + A_r$$

از طرفی میداین پتانسیل هدف به صورت (۵) قابل بیان خواهد بود.

$$P_t = K_t r_t \quad (5)$$

$$r_t = \sqrt{(T_x - X)^2 + (T_y - Y)^2}$$

که در آن، زوج  $(T_x, T_y)$  موقعیت هدف، زوج  $(X, Y)$  موقعیت عامل،  $K_t$  ضریب تناسبی پتانسیل هدف و  $P_t$  میداین پتانسیل هدف در هر نقطه از محیط می باشد. با این تعاریف میدان کل حاصل از موانع و هدف ( $\bar{P}$ ) در هر نقطه از محیط، به صورت مجموع جبری مقدار تابع

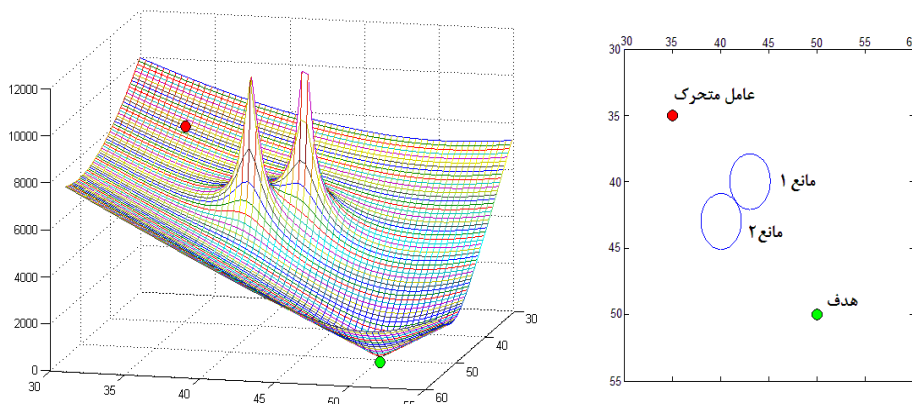


شکل ۱: میدان پتانسیل موانع (منحنی سبز رنگ) توان میدان پتانسیل را به صورت تابعی از فاصله از مانع بیان میکند.

پتانسیل حاصل از هدف و مقدار تابع پتانسیل هر مانع در معادله (۶) قابل بیان خواهد بود.

$$\bar{P} = P_r + \sum_{j=1}^N P_{o,j} \quad (6)$$

که  $N$  تعداد موانع در محیط و  $P_{o,j}$  مقدار تابع پتانسیل مانع  $j$ ام می باشد. در بخش سمت چپ شکل ۲ یک فضای سه بعدی برای دو مانع فرضی و یک هدف، که موقعیت آنها در محیط واقعی در قسمت راست همین شکل دیده می شود، تهیه شده است که می تواند دید مناسبی از شرایط محیط مجازی در اختیار قرار دهد. در این شکل به خوبی وجود شرایط دوگانه گفته شده برای میدان پتانسیل مناسب، قابل مشاهده است



شکل ۲: نمایش سه بعدی میدان پتانسیل محیط برای دو مانع و یک هدف (عامل متحرک با رنگ قرمز و هدف با رنگ سبز مشخص است).

در این روابط  $Step$ ، گام یا دامنه حرکتی عامل در هر مرحله از الگوریتم است که حداقل آن با محدودیتهای موجود در طراحی و ساخت مکانیسم سخت افزاری و نرم افزاری عامل محدود می شود و حد اکثر آن نیز باید به گونه ای باشد که باعث عبور عامل از روی موانع در فضای مجازی نگردد. لذا:

$$O'_r = (A_r + O_r) \ll Step \ll A_{nsd}$$

در رابطه (۷)، از پارامتر  $m = 0, 1, \dots, A_{nsd}$  به منظور تعیین زاویه یا جهت حرکت عامل استفاده می شود. همچنین  $A_{nsd}$  نشان دهنده تعداد زاویه های ممکن برای جهت گیری عامل است. حداقل این پارامتر نیز توسط محدودیتهای ذاتی مکانیسم حرکتی عامل محدود شده است. بدیهی است برای اینکه عامل قابلیت مسیر یابی را داشته باشد این پارامتر حداقل باید  $3 (A_{nsd} > 3)$  باشد. در شکل ۳ زوایای قابل انتخاب عامل، برای مثالی با  $A_{nsd} = 12$  مشاهده می شود.

## ۲-۲- دینامیک حرکتی عامل

پیش از بیان الگوریتم مسیر یابی و پس از ارائه معادلات مربوط به میادین پتانسیل، لازم است نحوه حرکت عامل در محیط نیز فرموله و تعریف گردد. در این مقاله سعی شده است یک دینامیک ساده برای حرکت عامل معرفی گردد که با کمترین پارامتر بتواند برای گستره زیادی از انواع عامل های متحرک استفاده شود. به این منظور موقعیت جدید عامل که با زوج  $(X_{new}, Y_{new})$  نمایش داده می شود بر اساس موقعیت قبلی عامل  $(X_{old}, Y_{old})$  دامنه حرکت و جهت حرکت به صورت (۷) قابل بیان خواهد بود.

$$Y_{new} = Y_{old} + \left( Step \cdot \cos \left( m \frac{2\pi}{A_{nsd}} \right) \right) \quad (7)$$

$$X_{new} = X_{old} + \left( Step \cdot \sin \left( m \frac{2\pi}{A_{nsd}} \right) \right)$$

$$P = \bar{P} + \sum_{i=1}^M P_{v,i} \quad (10)$$

که در آن  $M$  تعداد موانع مجازی موجود در محیط،  $P_{v,i}$  مقدار تابع پتانسیل مانع مجازی "ام" و  $\bar{P}$  تابع پتانسیل موانع واقعی و هدف است که در (۶) معرفی شد. البته لازم به ذکر است که در تعریف تابع پتانسیل موانع مجازی، لزومی ندارد که توابع پتانسیل شبیه توابع موانع واقعی تعریف شوند، بلکه می توان بسته به شرایط حاکم بر مسیریابی متفاوت بوده و فقط دارا بودن شرایط گفته شده برای توابع پتانسیل، الزامی است. برای مثال، هرگاه تراکم موانع زیاد نباشد، جهت بالا بردن سرعت مسیریابی می توان از توابع پتانسیل با ضرایب تناسبی بزرگتر برای موانع مجازی استفاده نمود و/یا اینکه برای بهبود مسیریابی در محیطی با موانع متراکم، جهت داشتن مسیرهای کوتاهتر، می توان از توابعی با ضرایب تناسب کوچکتر برای موانع مجازی سود برد.

### ۳- مسیریابی به سمت هدف

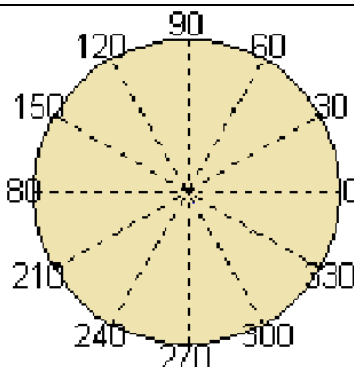
با توجه به اساس تعریف میدانی پتانسیل، حرکت عامل در هر گام می بایست بر اساس گرادیان نزولی باشد. به این معنی که عامل لازم است در جهتی گام بردارد که به سطح پتانسیل پایینتری نسبت به هر جهت انتخابی دیگر برسد. این اصول حرکتی برای یک عامل متحرک با دینامیک معرفی شده در بخش پیشین (بخش ۲-۲) که در آن تعداد زوایای قابل انتخاب ( $A_{nsd}$ ) برای تعیین جهت گام برداشتن محدود می باشد، الگوریتم ساده ای خواهد داشت. بدین صورت که، ابتدا با استفاده از معادلات (۷) و قرار دادن مقدار  $m$  از ۰ تا  $A_{nsd}$ ، مختصات کلیه نقاطی که عامل می تواند با برداشتن یک گام برسد بدست می آید. حال با محاسبه سطح پتانسیل حاصل از هدف و کلیه موانع واقعی و مجازی موجود در این نقاط و بدست آوردن می نیم این سطوح پتانسیل، جهت مناسب بر اساس گرادیان نزولی را که همان زاویه مربوط به این سطح پتانسیل می نیم است محاسبه می گردد. البته باید توجه داشت که اگر این سطح پتانسیل می نیم از سطح پتانسیل محل فعلی عامل بزرگتر باشد، آنگاه محل فعلی عامل یک می نیم محلی است.

### ۳-۱- الگوریتم مسیریابی

حال بر اساس توابع پتانسیل معرفی شده در بالا می توان الگوریتمی را برای مساله مسیریابی بدون برخورد با موانع به صورت زیر بیان نمود، که در شکل ۴ نیز فلوجارت کامل آن رسم شده است:

۱- تعریف میدان پتانسیل مناسب برای هدف (۵)، موانع واقعی (۱)

و موانع مجازی (۸).



شکل ۳: زوایای قابل انتخاب (بر حسب درجه) برای عامل متحرک با

$$A_{nsd} = 12$$

### ۳-۲- موانع مجازی

در بخش پیشین نحوه تعریف محیط مجازی و توابع پتانسیل مربوط به نقطه هدف و موانع واقعی و همچنین معادلات مربوط به دینامیک حرکتی عامل ارائه گردید. حال در محیط پتانسیلی تعریف شده، می توان بر اساس منطق حرکتی مایعات که حرکت به سمت سطوح با پتانسیل پایینتر است حرکت را آغاز نمود و هر جا که عامل با می نیم محلی برخورد نماید یک مانع مجازی با یک تابع پتانسیل معین قرار داده و حرکت را از نو آغاز نمود، تا جایی که دیگر عامل در هیچ می نیم محلی قرار نگرفته و به نقطه هدف که می نیم مطلق است برسد و در نهایت مسیری که منجر به رسیدن به نقطه هدف می شود یک مسیر مناسب برای حرکت عامل در محیط واقعی است. به این منظور لازم است تابع پتانسیل موانع مجازی نیز تعریف و به فرمولاسیون پیشین اضافه گردد. لذا، به طریق مشابه تابع پتانسیل موانع مجازی را می توان به صورت (۸) در نظر گرفت.

$$P_v = \frac{K_v}{r_v^2} \quad (8)$$

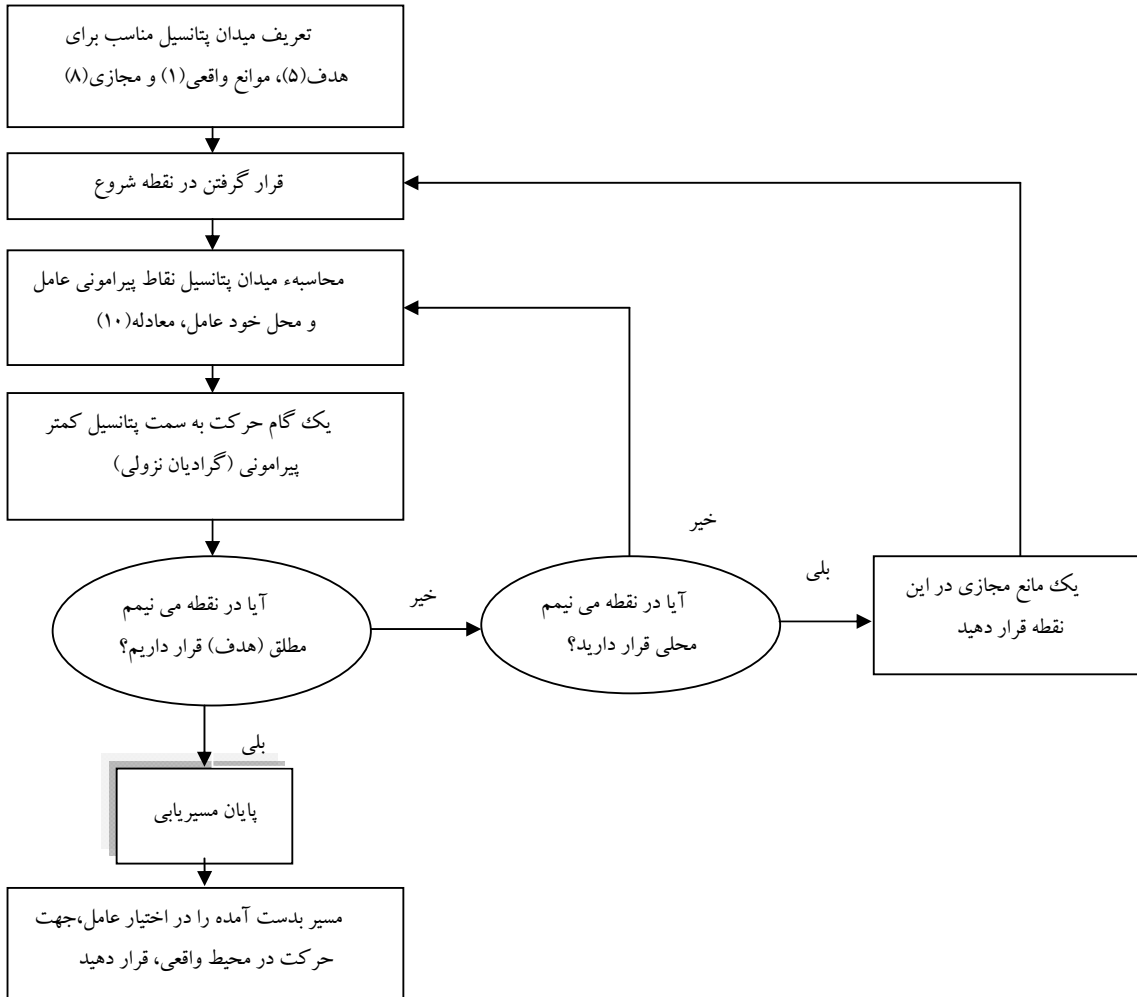
$$r_v = \begin{cases} R_v & R_v \geq . \\ . & R_v < . \end{cases}$$

$$R_v = \sqrt{(V_x - X)^2 + (V_y - Y)^2} - V_r' \quad (9)$$

$$V_r' = V_r + A_r$$

$A_r$  شعاع عامل،  $V_r$  شعاع مانع مجازی، زوج  $(V_x, V_y)$  موقعیت مانع،  $(X, Y)$  موقعیت عامل و  $K_v$  ضریب تناسبی پتانسیل مانع مجازی می باشد. در نتیجه با لحاظ نمودن موانع مجازی، میدان پتانسیل کل در هر نقطه از محیط و با استفاده از (۶) و (۸) به صورت (۱۰) در خواهد آمد.

- ۲- قرار گرفتن در نقطه شروع.  
 ۳- محاسبه میدان پتانسیل، (۱۰)، نقاط پیرامونی عامل و محل خود عامل.  
 ۴- یک گام حرکت به سمت پتانسیل کمتر پیرامونی (گرادیان نزولی).  
 ۵- اگر در می نیم محلی قرار گرفتید یک مانع مجازی در آن نقطه قرار داده و به مرحله ۲ بازگردید.  
 ۶- اگر به نقطه هدف رسیدید الگوریتم را متوقف ساخته و مسیر بدست آمده را در اختیار عامل قرار دهید. در غیر این صورت به مرحله ۳ بروید.



شکل ۴: فلوجارت الگوریتم مسیریابی

### ۲-۳- بررسی همگرایی الگوریتم

پیش از پرداختن به بررسی همگرایی الگوریتم، در اینجا به بیان ریاضی عملکرد الگوریتم خواهیم پرداخت. لذا با تعاریف ارائه شده در (۱۱)،  $Q$  نشان دهنده موقعیت عامل در محیط است و نقطه شروع حرکت  $Q(1)$  خواهد بود.

$$Q(k+1) = \begin{bmatrix} X_{new} \\ Y_{new} \end{bmatrix}$$

(۱۱)

$$Q(k) = \begin{bmatrix} X_{old} \\ Y_{old} \end{bmatrix}$$

برای شروع الگوریتم ابتدا توسط رابطه (۱۲) موقعیت های مجاور نقطه کنونی عامل متحرک محاسبه می گردد.

۱-۱- در یک نقطه می نیم محلی قرار داریم. بر اساس اینکه عملکرد اصلی الگوریتم در نقاط می نیم محلی افزایش مقدار پتانسیل آن طبق بخش دوم رابطه (۱۳) است، لذا این امر به طور قطع، باعث خروج عامل از می نیم محلی می شود، و در نتیجه  $Q_\infty$  نمی تواند یک می نیم محلی باشد.

۲-۱- هیچ مسیری برای به سمت هدف وجود ندارد. این به معنی در حصر کامل بودن عامل متحرک و/یا نقطه هدف در میان موانع است که مخالف فرض ۲ قضیه می باشد.

۳-۱- فاصله مابین موانع به گونه ایست که عامل متحرک قادر به عبور از میان آنها نیست. این حالت نیز مخالف فرض ۱ قضیه می باشد.  
۲- اگر باشد  $P(Q_\infty) \leq P(Q_d)$  که به معنی پایتیر بودن پتانسیل یک نقطه در محیط از پتانسیل نقطه هدف است و این خلاف شرط اصلی قضیه می باشد که طبق آن پتانسیل نقطه هدف می بایست کمترین مقدار را دارا باشد.

لذا با توجه به اینکه کلیه حالات ممکن خلاف فرضها و شروط اصلی قضیه می باشد، درستی قضیه و همگرایی به نقطه هدف اثبات می شود.

#### ۴- شبیه سازی

در این بخش به شبیه سازی الگوریتم ارائه شد در بخش قبل به منظور مسیریابی عامل متحرک، حل مساله می نیم های محلی و عدم برخورد با موانع خواهیم پرداخت. به منظور آماده نمودن مساله برای شبیه سازی ابتدا لازم است یک میدان پتانسیل مناسب طبق شرایط گفته شده در بخش ۲ انتخاب گردد. که در این شبیه سازی از توابع معرفی شده در بخش ۲ استفاده شده است. همچنین دینامیک حرکتی عامل نیز به صورت معادلات (۷) در نظر گرفته شده است.

#### مثال ۱:

در این قسمت نتایج شبیه سازی برای وضعیت های مختلف موانع و هدف به صورت مرحله ای نمایش داده شده و با نتایج حاصل از شبیه سازی الگوریتم پتانسیلی پیشنهادی در [۳] به عنوان یک روش پایه، مقایسه گردیده است. این نتایج در شرایط زیر و در چهار حالت مختلف صورت گرفته است.

شرایط فرضی شبیه سازی الگوریتم جدید:

$$\begin{aligned} Step &= 10, A_{nsd} = 16, K_O = 1, K_t = 35, \\ O_r &= 1.5, A_r = 0.03, K_v = 60 \end{aligned}$$

$$Q(k+1) = Q(k) + step \cdot \begin{bmatrix} \cos\left(m \frac{2\pi}{A_{nsd}}\right) \\ \sin\left(m \frac{2\pi}{A_{nsd}}\right) \end{bmatrix} \quad (12)$$

سپس توسط روابط و شرطهای قید شده در (۱۳) حرکت به سمت نقطه هدف یا  $Q_d$  را ادامه می دهیم.

$$\begin{aligned} &[\exists P(Q(k+1)) < P(Q(k))] \\ &\Rightarrow m_c = \{m \mid \min P(Q(k+1))\} \\ &\Rightarrow Q(k+1) = Q(k) + step \cdot \begin{bmatrix} \cos\left(m_c \frac{2\pi}{A_{nsd}}\right) \\ \sin\left(m_c \frac{2\pi}{A_{nsd}}\right) \end{bmatrix} \\ &\Rightarrow k = k+1 \Rightarrow \text{تکرار الگوریتم} \quad (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &[\forall P(Q(k+1)) < P(Q(k))] \& [Q(k) \neq Q_d] \\ &\Rightarrow P(Q(k)) = P(Q(k)) + P_v \\ &\Rightarrow k = 1 \Rightarrow \text{تکرار الگوریتم} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &[\forall P(Q(k+1)) < P(Q(k))] \& [Q(k) = Q_d] \\ &\Rightarrow \text{پایان الگوریتم} \end{aligned}$$

که در روابط (۱۳)،  $P(Q(k))$  بیانگر مقدار پتانسیل محیط در موقعیت  $Q(k)$  و  $P_v$  اندازه پتانسیل موانع مجازی می باشد.

**قضیه:** عامل متحرک در فضای پتانسیل مجازی که مقدار می نیم مطلق آن مربوط به نقطه هدف است، با استفاده از الگوریتم نشان داده شده در شکل (۴)، همواره به نقطه هدف دست پیدا می کند اگر:

۱- شعاع فرضی عامل متحرک  $A_r$  به اندازه کافی کوچک باشد به طوری که بتواند از فواصل مابین موانع عبور نماید.

۲- عامل متحرک و نقطه هدف به طور جداگانه در حصر کامل موانع نباشند.

۳- به تعداد کافی بتوانیم الگوریتم را تکرار نماییم.

**اثبات:** برای اثبات قضیه از برهان خلف استفاده می شود. با توجه به فرض سوم امکان تکرار الگوریتم بصورت نامحدود وجود داشته باشد ولیکن پس از بی نهایت بار هنوز عامل به نقطه هدف نرسیده باشد که این امر به صورت معادله (۱۴) قابل بازنویسی است.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} Q(k) = Q_\infty \neq Q_d \quad (14)$$

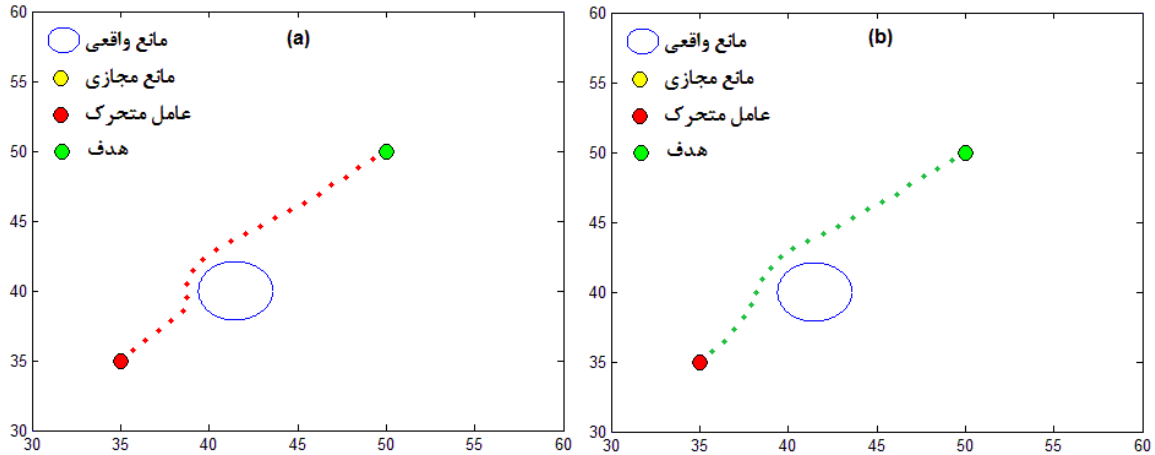
لذا، ممکن است یکی از دو مورد زیر رخ داده باشد:

۱- اگر  $P(Q_\infty) > P(Q_d)$  باشد آنگاه:

نتیجه شبیه سازی برای چنین شرایطی را نشان می دهد. همانگونه که مشخص است هردو الگوریتم توانسته اند به راحتی مسیر رسیدن به هدف را تقریباً مشابه هم طی نمایند.

شرایط فرضی برای اجرای شبیه سازی الگوریتم پیشنهادی در [۳] عبارت است از اینکه بهره های موقعیت و سرعت برابر مقدار واحد انتخاب شده است.

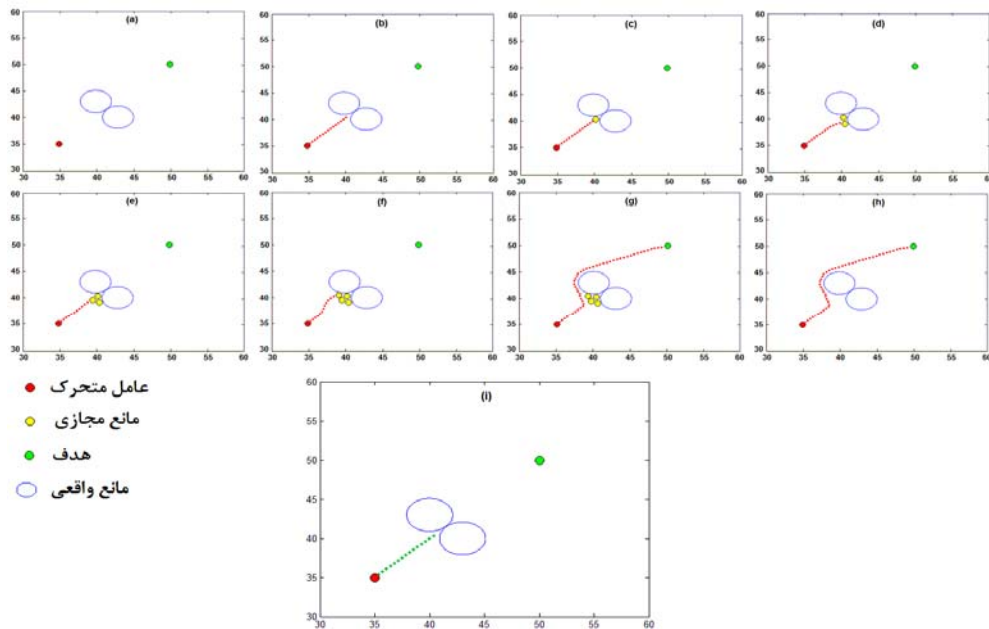
**حالت ۱:** برای شروع، عملکرد الگوریتم پیشنهادی را در شرایط عدم وجود می نیم های محلی مورد بررسی قرار می دهیم. شکل ۵



شکل ۵: مسیریابی بدون می نیم محلی. (a) الگوریتم جدید، (b) الگوریتم پیشنهادی در [3]

بعد از قرار دادن ۴ مانع مجازی (از شکل c-۶ تا f-۶) توانسته است از می نیم محلی فاصله گرفته و خود را به هدف برساند. در صورتیکه الگوریتم پیشنهادی [3]، همانطور که انتظار می رفت در می نیم محلی متوقف شده است (شکل i-۶).

**حالت ۲:** در این مرحله توانمندی الگوریتم با حضور می نیم های محلی مورد بررسی قرار می گیرد. در شکل ۶، مراحل مختلف عملکرد الگوریتم برای دو مانع که نمایش سه بعدی میدان پتانسیل آنها در شکل ۲ آمده بود، به نمایش در آمده است. در این شبیه سازی عامل

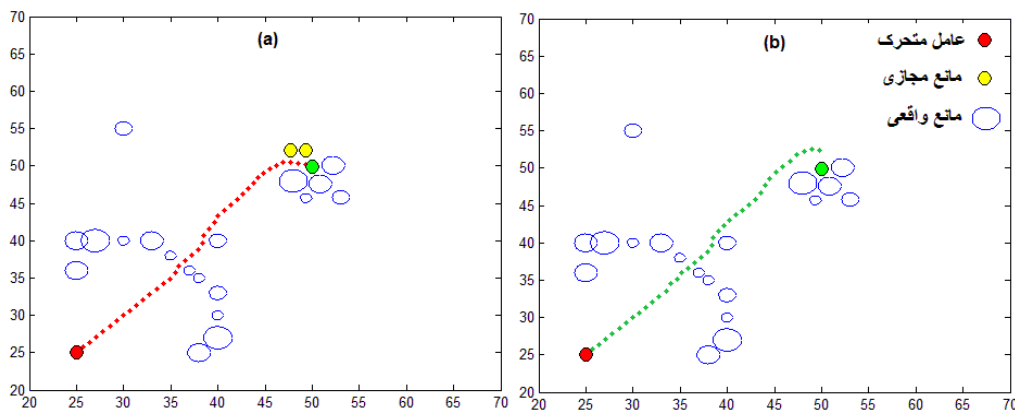


شکل ۶: مسیریابی با حضور می نیم محلی. (a-h) الگوریتم جدید، (i) الگوریتم پیشنهادی در [3]



نزدیکی زیاد باعث به وجود آمدن می نیم های محلی در نزدیکی هدف می گردد و در نهایت عامل در نزدیکی هدف بدون آنکه مانعی مقابلش باشد متوقف می گردد. با توجه به نتایج شبیه سازی این اشکال در الگوریتم جدید با قرار دادن موانع مجازی، که باعث به هم خوردن محل می نیم های محلی می گردد، رفع گردیده است.

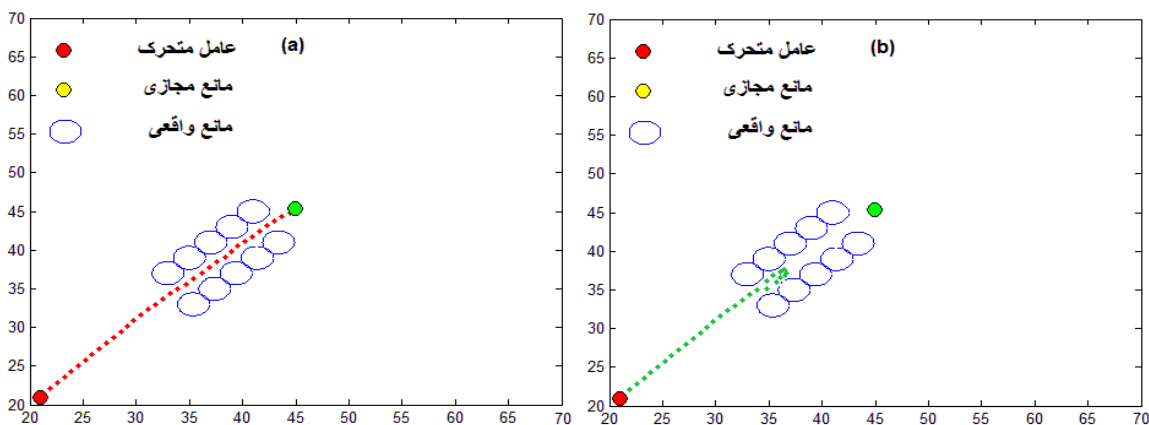
**حالت ۳:** در شکل ۷ عملکرد الگوریتم با حضور موانع مختلف در نزدیکی هدف و همچنین در مسیر حرکت عامل، مورد بررسی قرار گرفته است. که با توجه به مسیر تعیین شده، توانایی عبور عامل از ما بین موانع حتی در نقاط نزدیک به هدف، کاملا مشهود است. در اینجا نیز نتایج شبیه سازی الگوریتم پیشنهادی در [3] نشان دهنده متوقف شدن عامل به علت نزدیکی زیاد موانع به نقطه هدف می باشد که این



شکل ۷. مسیریابی با حضور موانع در نزدیکی هدف. (a) الگوریتم جدید، (b) الگوریتم پیشنهادی در [3]

از محاسبه گرادیان میدان پتانسیل دچار فرافشش شده و باعث ایجاد نوسان در حرکت عامل متحرک می شود که ممکن است مانند نتایج شبیه سازی در این قسمت، این نوسانات وارد یک حلقه بسته شده و باعث توقف حرکت عامل متحرک شود.

**حالت ۴:** توانمندی مسیریابی الگوریتم در مسیرهای باریک و با حضور هدف محصور با موانع نیز در شکل ۸ بررسی شده است. در الگوریتم جدید، عامل با عبور از مسیر باریک ما بین موانع توانسته خود را به نقطه هدف برساند (a-8) در صورتیکه در الگوریتم پیشنهادی در [3] به علت فاصله کم بین موانع و مسیر حرکت باریک، نیروی حاصل



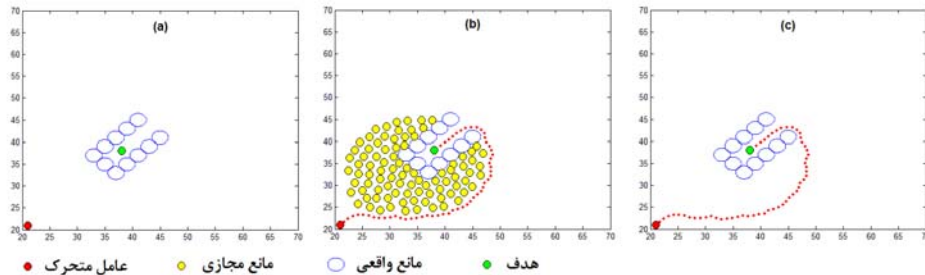
شکل ۸. مسیریابی در مسیرهای باریک با حضور هدف محصور در موانع. (a) الگوریتم جدید، (b) الگوریتم پیشنهادی در [3]

محلی (شکل ۶)، مسیر یابی در شرایط نزدیک بودن موانع به هدف (شکل ۷) و نوسانات حرکتی عامل در مسیرهای باریک (شکل ۸) مورد بررسی قرار گرفت. توجه به نتایج شبیه سازی ها نشان دهنده این واقعیت

در این شبیه سازی ها (در ۴ حالت مختلف) توانمندی روش پیشنهادی در این مقاله برای حل سه مشکل اصلی روش های مبتنی بر توابع پتانسیل اشاره شده در ابتدای مقاله یعنی، گریز از می نیم های

دادن توانمندی مسیریابی این الگوریتم در شرایط پیچیده تر، نشان دهنده شباهت زیاد عملکرد این الگوریتم با رفتار مایعات در برخورد با موانع است.

است که این روش به خوبی توانسته است راه کار مناسبی برای حل مساله مسیریابی حرکت عامل به سمت هدف بدون برخورد و همچنین حل مساله می نیم محلی به موانع ارائه دهد. در شکل ۹ نتیجه یک شبیه سازی دیگر را برای الگوریتم جدید می بینید که در عین نشان



شکل ۹: شباهت مسیریابی الگوریتم جدید با رفتار مایعات در برخورد با موانع و مسیریابی.

۵- اگر در می نیم محلی قرار گرفتید یک مانع مجازی در آن نقطه قرارداده و به مرحله ۳ برگردید.  
۶- اگر عامل به نقطه هدف رسید الگوریتم را متوقف کنید. در غیر این صورت به مرحله ۳ بروید.

سرعت محاسبات در این الگوریتم خیلی بالاتر از الگوریتم اصلی می باشد ولی با تغییر در الگوریتم اصلی، اصول مسیریابی آن، که بر مبنای حرکت مایعات بوده نیز تغییر کرده است. پس با توجه به توانایی بالای مایعات در مسیریابی، الگوریتم اصلاح شده به همان نسبت که از اصول حرکتی مایعات فاصله گرفته، از توانایی مسیریابی کمتری برخوردار شده است و در شرایطی که در می نیم های محلی محاصره شده با موانع قرار می گیرد دچار رزنانس شده و متوقف می شود و/یا بعد از طی مسیر طولانی رفت و برگشتی بین موانع، موفق به خروج از می نیم محلی می شود.

## مثال ۲:

به منظور بررسی نحوه عملکرد الگوریتم مسیریابی بلادرنگ، در این مثال و در دو بخش، نحوه مسیریابی الگوریتم اولیه و اصلاح شده مقایسه می گردند.

**حالت ۱:** در شکل ۱۱ نتایج مسیریابی الگوریتم اصلی (شکل ۱۱-ب) و الگوریتم اصلاح شده (شکل ۱۱-ا) که در شرایط کاملا یکسان بدست آمده است نشان داده می شود. الگوریتم اصلی با قرار دادن ۱۰ مانع مجازی و طی ۲۸۸ مرحله محاسباتی، عامل توانسته بدون ورود به فضای مابین موانع، از آنها عبور کرده و در ۳۵ گام حرکتی به نقطه هدف برسد. در صورتیکه در الگوریتم اصلاح شده، عامل پس از ورود به فضای مابین موانع و طی مسیر طولانی رفت و

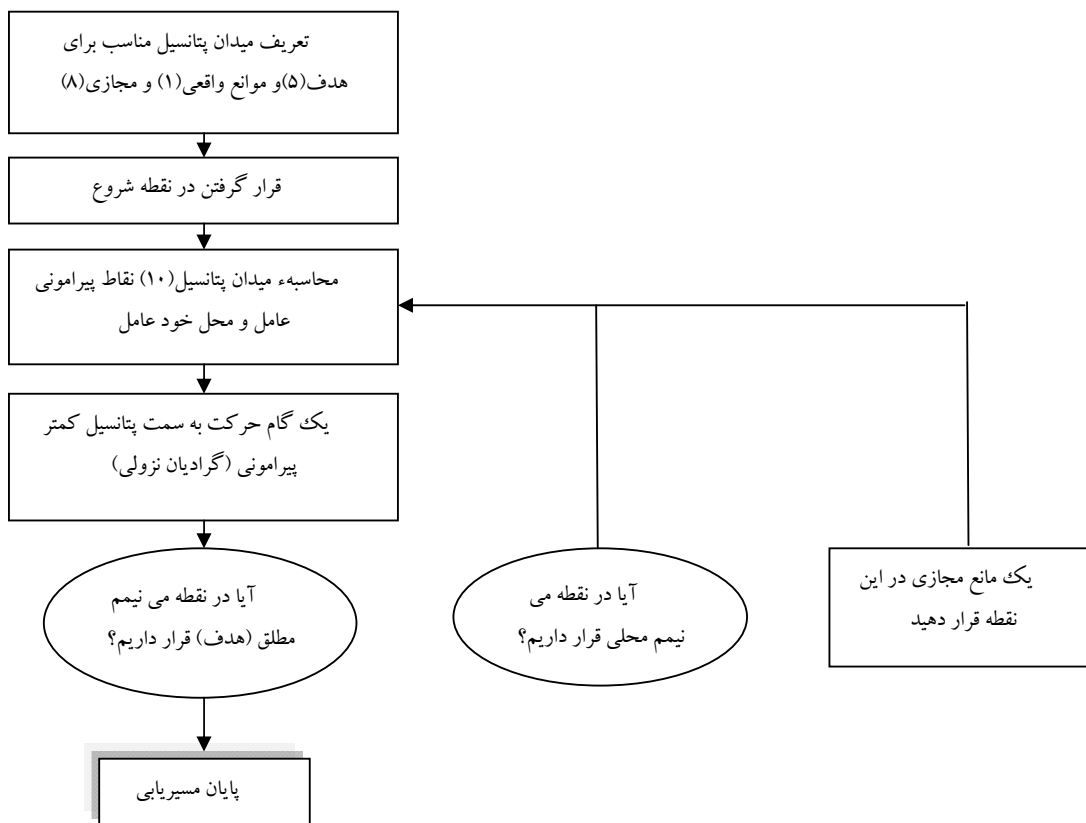
## ۵- الگوریتم اصلاح شده برای مسیریابی بلادرنگ عامل متحرک

در الگوریتم ارائه شده در بخش سوم این مقاله مشهود است که ابتدا می بایست در یک محیط مجازی مسیریابی انجام شود و سپس عامل شروع به حرکت نماید که این امر در محیط هایی با موانع متحرک می بایست برای هر گام حرکت عامل تکرار گردد که باعث افزایش زمان محاسبات شده و عملکرد حرکتی عامل را از حالت بلادرنگ خارج می نماید. به منظور کاهش زمان مسیریابی در این الگوریتم می توان از تغییر توابع پتانسیل و تغییر پارامترهای مربوط به مکانیسم حرکت عامل متحرک استفاده کرد. روش دیگر برای تسریع مسیریابی، اصلاح الگوریتم ارائه شده می باشد که در آن تلاش می شود که از تکرار برخی محاسبات جلوگیری شود. در الگوریتم اصلاحی ارائه شده سعی می شود تا بخش های تکراری موجود در الگوریتم اصلی، یعنی بازگشت به نقطه شروع بعد از برخورد با می نیم محلی، حذف گردد. بر این اساس الگوریتم اصلاحی به صورت زیر عمل خواهد کرد که فلوچارت مربوطه در شکل ۱۰ نیز ترسیم شده است:

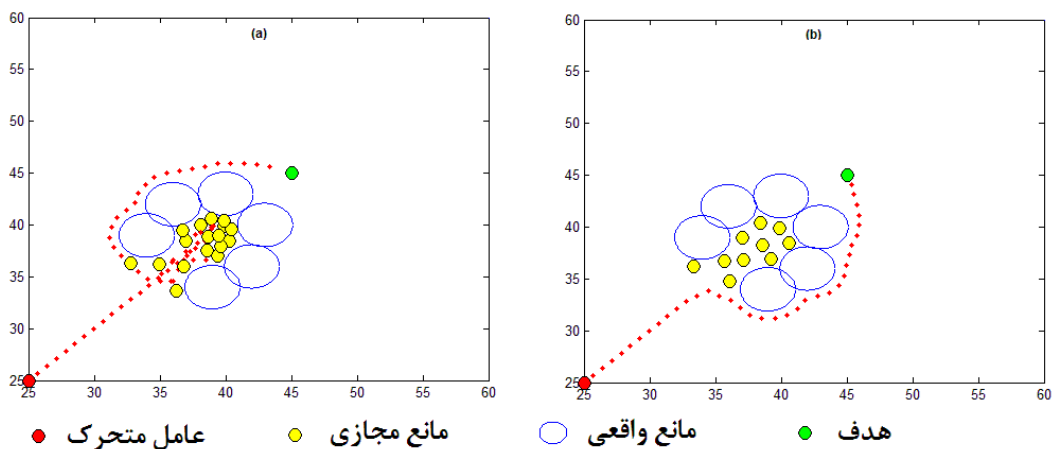
- ۱- تعریف میدان پتانسیل مناسب برای هدف (۵)، موانع واقعی (۱) و موانع مجازی (۸).
- ۲- قرار گرفتن در نقطه شروع.
- ۳- محاسبه میدان پتانسیل (۱۰)، نقاط پیرامونی عامل و محل خود عامل.
- ۴- یک گام حرکت به سمت پتانسیل کمتر پیرامونی (گردانان نزولی).

مسیری را که در عمل می بایست عامل متحرک اول طی نماید بسیار پیچیده و طولانیست و همانطور که گفته شد این پیچیدگی ممکن است در برخی شرایط باعث ناموفقیت در مسیریابی شود.

برگشتی، و همچنین قرار دادن ۱۶ مانع مجازی و انجام ۸۱ مرحله محاسباتی و گام حرکتی، موفق به مسیر یابی شده است. سرعت مسیریابی الگوریتم اصلاحی خیلی بیشتر از الگوریتم اصلی است ولیکن



شکل ۱۰: فلوجارت الگوریتم اصلاح شده.



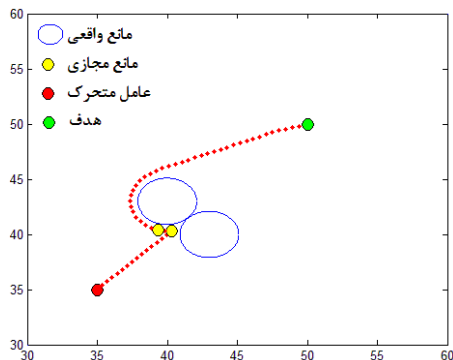
شکل ۱۱: مقایسه عملکرد الگوریتم اصلی (a) و الگوریتم اصلاح شده (b).

بودن الگوریتم اصلاح شده کاملاً محسوس است، به طوری که عامل در الگوریتم اصلی این مسیریابی در ۱۱۰ مرحله محاسباتی و با قرار دادن ۴

در شکل ۱۲، نتیجه شبیه سازی با الگوریتم جدید برای حالت دوم مثال ۱ نشان داده شده است. با مقایسه نتایج این دو شبیه سازی سریع

افزایش توانایی مسیریابی را در پی داشته باشد. لازم به ذکر است که توانمندی الگوریتم اصلاح شده می تواند با تغییر پارامترهای الگوریتم مانند تعریف توابع پتانسیل و غیره، بسته به شرایط مسأله، شکل و موقعیت موانع، ارتقاء پیدا نماید.

مانع مجازی در ۴۷ گام حرکتی و در الگوریتم اصلاح شده در ۵۳ مرحله محاسباتی و با قرار دادن فقط دو مانع مجازی در ۳۳ گام حرکتی موفق به رسیدن به هدف می شود. لذا، در الگوریتم اصلاح شده، تغییرات صورت گرفته در الگوریتم بسته به نوع مساله می تواند کاهش یا



شکل ۱۲: مسیریابی الگوریتم اصلاح شده.

- [3] Khatib, O., 1986, "Real-Time Obstacle Avoidance for Manipulators and Mobile Robots". International Journal on Robotics Research, 5, 90-98.
- [4] Secchi, H., Mut V., Carelli, R., 1994, "Impedance Control for Mobile Robots with Sensorial Feedback". National Symposium of Automatic Control – AADECA, Argentina, 19-24.
- [5] Perdereau, V., Passi, C., Drouin, M, 2002, "Real-time Control of Redundant Robotic Manipulators for Mobile Obstacle Avoidance" Robotics and Autonomous Systems, 41, 41-59.
- [6] Nguyen, B. Q., Chuang, Y. L., Tung, D., Hsieh, Ch., Jin, Zh., Shi, L., Marthaler, D., Bertozzi, A., Murray, R. M., June 2005, "Virtual Attractive-Repulsive Potentials for Cooperative Control of Second Order Dynamic Vehicles on the Caltech MVWT". Proceeding of American Control Conference, Portland, OR, USA, 8-10.
- [7] Yang, T., Liu, Zh., Chen, H., Pei, R., 2007, "Robust Tracking Control of Mobile Robot Formation with Obstacle Avoidance". Journal of Control Science and Engineering, 2007, 1-10.
- [8] LIU, Sh. C., TAN, D. L., LIU, G. J., 2007 "Formation Control of Mobile Robots with Active Obstacle Avoidance". Acta Automatica Sincia, 33, 529-535.
- [9] Ulrich, I., Borenstein, J., May 1998, "Reliable Obstacle Avoidance for Fast Mobile Robots" . Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Belgium, 16-21.
- [10] Fernández, J.L., Sanz, R., Benayas, J.A., Diéguez. A.R., 2004 "Improving collision avoidance for mobile robots in partially known environments: the

## ۶- جمع بندی

در این مقاله الگوریتم جدیدی بر اساس حرکت مایعات برای حل مسأله مسیر یابی عامل های متحرک ارائه گردید و تواناییهای آن جهت غلبه بر مشکلات متداول مسیریابی مورد بررسی قرار گرفت، که نتایج آن، گویای قدرت بالای این الگوریتم در مسیریابی می باشد. الگوریتم های ارائه شده در این مقاله لزوماً مسیر بهینه و/یا سریعترین را نسبت به سایر روشها ارائه نمی دهند ولیکن یافتن مسیر بهینه را تضمین می نماید که این امر با ارائه قضیه ای اثبات گردید. البته با تغییر پارامترهای دخیل در الگوریتم می توان بسته به شرایط و نوع مسأله به مسیرهای مناسب تری دست یافت. در این مقاله یک دیدگاه جدید در زمینه مسیریابی و خروج از می نیم های محلی برای عامل های متحرک که می تواند کاربردهای عملی و تئوری متنوعی در بر داشته باشد ارائه گردید و توانمندی های آن مورد بحث و بررسی قرار گرفت.

## ۷- مراجع

- [1] Yongjie, Y., Zhang, Y., February 2009, "Collision Avoidance Planning in Multi-robot based on Improved Artificial Potential Field and Rules". Proceedings of the 2008 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics Bangkok, Thailand, 22-25.
- [2] Kim, J. O., Pradeep, K. K., June 1992, "Real-Time Obstacle Avoidance Using Harmonic Potential Functions". IEEE Transactions on Robotics and Automation, 8, 338-349.

- agent states". *Robotics and Autonomous Systems*, 56, 1050-1060.
- [21] Zou, X.Y., Zhu, J., 2003 "Virtual local target method for avoiding local minimum in potential field based robot navigation". *Journal of Zhejiang University Science*, 4, 264-269.
- [22] Park, M. G., Lee., M. Ch., 2003, "A New Technique to Escape Local Minimum in Artificial Potential Field Based Path Planning". *KSME International Journal*, 17, 1876-1885.
- [23] Qu, Y.H., Pan, Q., Yan, J.G., Nov. 2005, "Flight Path Planning of UAV Based on Heuristically Search and Genetic Algorithms", *Proceeding of the 31<sup>st</sup> Annual Conference of IEEE Industrial Electronics Society*, 6-10.
- [24] Pac, M. R., 2007 "A Fluid Dynamics Framework for Control of Mobile Robot Networks". Master's Thesis, Middle East Technical University.
- [25] Gingras, D., Dupuis, E., Payre, G. de Lafontaine, J., May 2010, "Path planning based on fluid mechanics for mobile robots using unstructured terrain models", *Proceeding of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Anchorage, AK*, 3-7.
- [26] مریم خراشادیزاده. مسیریابی برای حرکت رباتهای متحرک با استفاده از شبکه های خود سازنده. پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی کامپیوتر، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، ۱۳۸۳.
- [27] عزیزالله سیمین فر. مسیریابی و طرح ریزی حرکت برای ربات متحرک. پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۷۷.
- [28] علیرضا خیرخواه. مسیریابی رباتهای متحرک با استفاده از الگوریتم کولونی مورچه ها. پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی کامپیوتر، دانشگاه علم و صنعت ایران، ۱۳۸۰.
- beam curvature method". *Robotics and Autonomous Systems*, 46, 205-219.
- [11] Cai, Ch., Yang, Ch., Zhu, Q., Liang, Y., Aug. 2007 "Collision Avoidance in Multi-Robot Systems". *Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics and Automation August, Harbin* 5-8.
- [12] Watanabe, Y., Calisey, A.J., Johnson, E.N., August 2007, "Vision-Based Obstacle Avoidance for UAVs", *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibition, Hilton Head, South Carolina, USA*, 20-23.
- [13] Ku, Ch.H., Tsai, W.H., 2001 "Obstacle Avoidance in Person Following for Vision-Based Autonomous Land Vehicle Guidance Using Vehicle Location Estimation and Quadratic Pattern Classifier", *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, 48, 205-215.
- [14] Aude, E. P. L., Lopes, E. P., Menezes, L. F. S., Mendes, F. S., Silveira, J. T. C., Silva, F. A. B., Serdeira, H., Martins, M. F., October 2003 "Real-Time Obstacle Avoidance performed by an Autonomous Vehicle throughout a Smooth Trajectory using an Electronic Stick" *Proceedings of the 2003 IEEE. Conference on Intelligent Robots and Systems, Las Vegas, Nevada, USA*, 27-31.
- [15] Pradalier, C., Hermosillo, J., Koike, C., Braillon, C., Bessihre, P., Laugier, C., April 2004 "An Autonomous Car-Like Robot Navigating Safely Among Pedestrians", *Proceeding of the IEEE International Conference on Robotics & Automation, New Orleans, LA, USA, April 26-May 1*.
- [16] Zhang X.B., Fang Y.Ch., Ma B.J., 2008 "A PFM-based Global Convergence Visual Servo Path Planner". *Acta Automation Sinica*, 34, 1250-1256.
- [17] Shimoda, Sh., Kuroda, Y., Iagnemma, K., April 2005, "Potential Field Navigation of High Speed Unmanned Ground Vehicles on Uneven Terrain". *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Barcelona, Spain*, 18-22.
- [18] Ge, S. S., Cui, Y. J., 2000, "New Potential Functions for Mobile Robot Path Planning". *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, 16, 615-620.
- [19] Tang, L., Dian, S., Gu, G., Zhou, K., Wang, S., Feng, X., July 2010 "A Novel Potential Field Method for Obstacle Avoidance and Path Planning of Mobile Robot". In *Proceeding of, 3rd IEEE International Conference on Computer Science and Information Technology (ICCSIT), Chengdu*, 9-11.
- [20] Mabrouk, M.H., McInnes., C.R. 2008 "Solving the potential field local minimum problem using internal