مجله کنترل
ISSN 2008-8345
جلد ۴، شماره ۱، بهار ۱۳۸۹، صفحه ۵۱-۴۳

طراحی یک رویتگر تطبیقی مقاوم و غیر شکننده با خطای فیلتر شده‌ی PI برای دسته‌ای از سامانه‌های غیرخطی تاخیردار

مهدی پورقلی[۱]، وحید جوهری مجد[۲]

[۱] دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه تربیت مدرس، pourgholi@modares.ac.ir

[۲] دانشیار، دانشکدهٔ مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه تربیت مدرس، majd@modares.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۸۸/۱۲/۲۵ ، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۸۹/۳/۱)

چکیده: در این مقاله مساله تخمین همزمان پارامتر و حالت در سامانه‌های دارای عدم قطعیت تاخیردار با حضور اغتشاش در بهره‌ی رویتگر مورد بررسی قرار گرفته است. فرض برآن است که سامانه نسبت به‌پارامترهای نامعلوم خطی و نسبت به‌متغیرهای حالت غیر خطی باشد. یک رویتگر غیرخطی تطبیقی مقاوم و غیر شکننده با خطای فیلتر شده‌ی تناسبی- انتگرالی (PI) برای تخمین همزمان بردارهای پارامتر و حالات سامانه‌ی طراحی شده و پایداری آن بر پایه روش لیاپانوف استخراج گردیده است. بهره‌ی بهینه این رویتگر به‌طوریکه بتواند اثر اغتشاش را در تخمین کمینه نماید، از میان مجموعه جوابهایی که می‌تواند شرایط پایداری رویتگر را فراهم کند به‌روش نابرابری‌های ماتریسی خطی بدست آورده می‌شود. یک مثال عددی به‌منظور نشان دادن تأثیر روش پیشنهادی ارائه و نتایج شبیه سازی آن گزارش گردیده است.

کلمات کلیدی: رویتگر غیرخطی، سامانه‌های تاخیردار، رویتگر تطبیقی، تخمین مقاوم، طراحی مقاوم، نابرابری‌های ماتریسی خطی.

A New Non-fragile H-infinity PI-Filtered-Error Adaptive Observer for a Class of Nonlinear Time-Delay Systems

Mahdi Pourgholi, Vahid Johari Majd

Abstract: In this paper, parameter and state estimation problem in time delay uncertain systems in the presence of observer gain perturbations is discussed which are linear in unknown parameters and nonlinear in states. A nonlinear non-fragile proportional-integral filtered-error adaptive observer is designed, and its stability conditions based on Lyapunov technique are derived. The optimal gain with maximum disturbance attenuation level among a solution set that satisfies the observer stability conditions is derived using linear matrix inequality approach. A numerical example is provided to demonstrate the effectiveness of the proposed method and the simulation results are provided.

Keywords: Nonlinear observer; time delay system; adaptive observer; robust estimation; H-infinity design; linear matrix inequality .

۱- مقدمه

از مهمترین مشکلات طراحی رویتگرهای کاربردی در اغلب سامانه‌های فیزیکی، دینامیک غیرخطی و عدم قطعیت مدل سامانه‌ها است که این عدم قطعیت می‌تواند ناشی از وجود برخی پارامترهای فیزیکی با مقادیر نامعلوم یا تغییر در پارامترهای سامانه بدلیل مسائلی مانند پیری، تعمیرات اساسی یا تغییر در شرایط بهره برداری و یا ناشی ازکمیتهایی با تغییرات سریع مانند اغتشاشات خارجی یا عناصر غیرخطی مدل نشده باشد [۱].

رویتگرهای تطبیقی[۱] برای غلبه بر نبود اطلاعات کافی در مورد پارامترهای سامانه در مساله تخمین حالت بکارگرفته می‌شوند. برای سامانه‌های غیرخطی با پارامترهای نامعلوم رویتگرهای تطبیقی مختلفی توسط پژوهشگران معرفی گردیده‌اند [۲-۳-۴-۵-۶]. در مرجع [۲] نویسندگان اولین تجربیات را در مورد رویتگرهای غیرخطی گزارش نمودند که در آن تخمین بردار حالت سامانه با استفاده از یک قانون

[۱] Adaptive Observers

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-30]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1389.4.1.6.4]

تطبیقی برخط[۱] برای پارامترها انجام گردید. نویسندگان در مراجع [۳-۵] تمرکز خود را بر روی سامانه‌ی غیرخطی که با یک نگاشت قابل تبدیل به‌دینامیکی که نسبت به‌حالتهای غیر قابل اندازه‌گیری سامانه، خطی و نسبت به‌ورودی و خروجی‌های قابل اندازه‌گیری غیرخطی باشد، قرار داده‌اند. رویتگر تطبیقی طراحی شده برای این سامانه‌ی جدید، همگرایی بردارهای حالت و پارامتر را در صورتیکه شرایط تحریک پایا برقرار باشد تضمین می‌کند. در مقالات فوق الذکر قسمت غیرخطی سامانه فقط وابسته به‌خروجی‌های قابل اندازه‌گیری و ورودی فرض شده، و از اغتشاشات خارجی نیز صرفنظر گردیده است.

این روش طراحی در مراجع [۷] و [۸] اندکی توسعه داده شد، به‌طوریکه بخش‌های غیرخطی نه تنها به‌حالت‌های قابل اندازه‌گیری بلکه به‌تمام بردار حالت وابسته باشد و شرایط لیپشیتز را ارضاء نمایند. در این مقالات یک الگوریتم قانونمند برای تعیین امکان پایداری مجانبی رویتگر تطبیقی ارائه گردیده است.

همانطور که در مراجع [۸-۹] اشاره شده است بروز یک اغتشاش کوچک می‌تواند منجر به‌واگرایی پارامترها به‌سمت بینهایت گردد، بنابراین برای بهبود ساختار رویتگرهای تطبیقی به‌منظور جلوگیری از واگرایی تخمین پارامترها، روشهایی توسط پژوهشگران ارائه گردید. برای مثال در مرجع [۸] و [۹] به‌منظور رسیدن به‌این هدف رویتگرهای تطبیقی مقاوم ارائه گردیده است که در این مقالات نیز فرض بر آن است که عناصر غیرخطی سامانه فقط به‌ورودی و خروجی‌های قابل اندازه‌گیری وابسته باشد.

از دیگر مشکلاتی که اصولا با طراحی رویتگرها همراه است، چگونگی انتخاب بهره‌ی بهینه برای رویتگر از میان مجموعه جوابهایی است که می‌تواند شرایط پایداری رویتگر را تامین نماید که پژوهشهای اندکی در این زمینه انجام گردیده است [۹-۱۰]. در مرجع [۱۰] یک رویتگر تطبیقی تناسبی–انتگرالی (PI) به‌منظور بهبود کارایی و مقاومت تخمین حالت ماندگار در مقابل اغتشاش ارائه شده که بهره‌ی رویتگر را از طریق حل شرایط نابرابری‌های ماتریسی خطی بدست می‌آورد. در این مقاله نیز تابع غیرخطی تابعی از متغیرهای حالت قابل اندازه‌گیری فرض شده است.

از طرفی دیگر در اغلب سامانه‌های فیزیکی با پدیده تاخیر زمانی مواجه هستیم، پژوهشهای زیادی در زمینه طراحی رویتگر برای سامانه‌های تاخیردار توسط پژوهشگران صورت پذیرفته است که از آن جمله می‌توان به‌مراجع [۱۱] و [۱۲] اشاره نمود. نویسندگان در مرجع [۱۱] یک رویتگر مقاوم و غیرشکننده[۲] برای سامانه‌ی تاخیردار خطی ارائه نموده‌اند و در مرجع [۱۲] یک کنترلگر مود لغزشی برپایه رویتگر مقاوم برای یک سامانه‌ی غیرخطی که تابع غیرخطی آن دارای شرایط بسیار محدود کننده‌ای است ارائه گردیده‌است.

بحث شکنندگی[۳] در طراحی رویتگرها به‌آشفتگی‌های کوچک در بهره‌ی رویتگر اطلاق می‌گردد که منجر به‌واگرایی تخمین می‌گردند [۱۳]. از آنجایی‌که بهره‌ی رویتگر عموما از محاسبات برون خط[۴] تعیین می‌گردد، در بسیاری از کاربردهای عملی امکان وجود تغییرات اندکی در بهره به‌هنگام پیاده‌سازی وجود دارد و بنابراین لازم است تا رویتگر نسبت به‌این تغییرات مقاومت داشته باشد. در مرجع [۱۴] نشان داده شده که حتی با اعمال آشفتگی کوچک در ضرائب بهره کنترلگر، سامانه‌ی حلقه بسته می‌تواند ناپایدار گردد. پس از آن بسیاری از محققین توجه خود را به‌این موضوع معطوف داشتند [۱۵-۱۶-۱۷]. در مرجع [۱۵] مروری بر روشهای طراحی غیر شکننده ارائه گردیده است. در [۱۶] یک راه حل مبتنی بر نابرابری‌های خطی ماتریسی برای طراحی رویتگر غیرشکننده و غیرخطی ارائه گردیده و در [۱۷] یک روش مبتنی بر نابرابری‌های ماتریسی خطی برای بدست آوردن بهره‌ی رویتگر که به‌اغتشاش تصادفی آلوده است ارائه شده است.

در این مقاله یک سامانه‌ی غیرخطی دارای عدم قطعیت و تاخیردار با بخشهای غیرخطی لیپشیتز و دارای پارامتر نامعلوم تکه‌ای ثابت[۵] و محدود را در نظر می‌گیریم. هدف ما تعیین یک رویتگر تطبیقی مقاوم با خطای فیلتر شده PI مبتنی بر نابرابری‌های ماتریسی خطی است که در مقابل تغییرات محدود بهره مقاوم باشد. رویتگر پیشنهادی تخمین را به‌مقادیر مطلوب همگرا می‌سازد و در صورتیکه شرایط تحریک پایا برقرار باشد تخمین پارامترها نیز به‌مقادیر واقعی میل خواهد نمود. بر خلاف مقالات [۸] و [۱۰]، فرم کلی تری برای سامانه‌ی غیرخطی در نظر گرفته شده به‌طوریکه، عنصر غیرخطی می‌تواند به‌ورودی و تمام متغیرهای حالت سامانه وابسته باشد و همچنین قانون تطبیقی در تخمین پارامتر طوری اصلاح شده است که هنگامیکه پارامترها از مرز تعیین شده خارج می‌گردند، مشتق تابع لیاپانوف در فضای تخمین پارامتر منفی باقی بماند. در این مقاله، روش انتخاب بهره در مرجع [۱۰] را گسترش داده‌ایم و ورودی اغتشاش و بروز آشفتگی‌های محدود در هر دو بهره تناسبی و انتگرالی در رویتگر را در نظر گرفته‌ایم. علاوه بر آن برخلاف اغلب کارهای انجام شده در زمینه رویتگرهای تطبیقی [۱-۱۰] سامانه را تاخیردار فرض کرده و برخلاف مراجع [۱۱-۱۲] دسته‌ی وسیع تری از سامانه‌های غیرخطی با پارامترهای نامعلوم را مورد مطالعه قرار داده ایم. بهره‌ی بهینه رویتگر از میان مجموعه جوابهایی که می‌تواند شرایط پایداری را فراهم آورد با بکارگیری روش H_∞ طوری بدست آورده

[۱] Online
[۲] Non-fragile
[۳] Fragility
[۴] Off-line
[۵] Piecewise constant

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-30]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1389.4.1.6.4]

شده که اثر اغتشاش در تخمین کمینه گردد و در نهایت نتایج نظری بدست آورده شده را در یک مثال عددی بررسی نموده‌ایم.

ساختار این مقاله به‌صورت زیر سازماندهی گردیده‌است: در قسمت دوم به‌تشریح مساله پرداخته می‌شود. در قسمت سوم طراحی رویتگر PI تطبیقی مقاوم و غیر شکننده ارائه شده است. مثال عددی در قسمت چهارم مقاله آورده شده و در نهایت در قسمت پنجم، نتایج حاصل از مقاله بیان گردیده است.

۲- تشریح مساله

سامانه‌ی غیرخطی تاخیر دار را به‌فرم زیر در نظر می‌گیریم:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + A_1 x(t-h) + \phi(x, x(t-h), u) \\ &\quad + bf(x, x(t-h), u)\theta + w \\ y &= Cx \\ x(t) &= \varphi(t), \quad t \in [-h \quad 0]\end{aligned} \tag{۱}$$

که در آن $x \in \Re^n$، $u \in \Re^q$ و $y \in \Re^m$ به‌ترتیب بردار حالات، ورودی، خروجی و بردار پارامترها هستند، h اندازه تاخیر که ثابت اما نامعلوم است و $b \in \Re^{n\times m}$ و $C \in \Re^{m\times n}$ ثوابت ماتریسی و $w \in \Re^n$ بردار اغتشاش ورودی و $\varphi(t)$ تابع اولیه برداری پیوسته است و $f : [\Re^n \times \Re^n \times \Re^q] \to \Re^{m\times p}$ و $\phi : [\Re^n \times \Re^n \times \Re^q] \to \Re^n$ توابع غیرخطی لیپشیتز در x به‌صورت زیر می‌باشند:

$$\begin{aligned}&\|\phi(x_1, x_1(t-h), u) - \phi(x_2, x_2(t-h), u)\| \\ &< \gamma_{11}\|x_1 - x_2\| + \gamma_{12}\|x_1(t-h) - x_2(t-h)\|\end{aligned} \tag{۲}$$

و

$$\begin{aligned}&\|f(x_1, x_1(t-h), u) - f(x_2, x_2(t-h), u)\| \\ &< \gamma_{21}\|x_1 - x_2\| + \gamma_{22}\|x_1(t-h) - x_2(t-h)\|\end{aligned} \tag{۳}$$

که در آن γ_{11} و γ_{12} و γ_{21} و γ_{22} ثوابت لیپشتز می‌باشند. بازای تمام $x_1, x_2 \in R^n$ سامانه‌ی (۱) نسبت به θ خطی و نسبت به x غیرخطی و لیپشیتز است. این دسته از سامانه‌ها دسته‌ی نسبتا وسیعی از سامانه‌های غیرخطی را پوشش می‌دهد [۷]. فرض کرده‌ایم که بردار پارامتر نامعلوم، تکه‌ای ثابت و محدود و فاصله آن نسبت به‌مقدار نامی پارامتر (θ_0) نیز محدود باشد:

$$\|\theta\| \le \gamma_3 \tag{۴}$$

$$\|\theta - \theta_0\| \le \gamma_4 \tag{۵}$$

و اغتشاش w به‌صورت زیر محدود باشد:

$$\|w(t)\|_2 \le \beta \tag{۶}$$

لم ۱ـ [۱۸]: اگر x و y بردارهای حقیقی هم اندازه باشند، آنگاه برای هر اسکالر $\varepsilon > 0$ نابرابری زیر برقرار است:

$$2x^T y \le \varepsilon x^T x + \varepsilon^{-1} y^T y \tag{۷}$$

۳- طراحی رویتگر PI تطبیقی مقاوم و غیر شکننده

یک رویتگر تطبیقی غیرخطی به‌فرم زیر را در نظر می‌گیریم [۷]:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + A\hat{x}(t-h) + \phi(\hat{x}, \hat{x}(t-h), u) \\ &\quad + bf(\hat{x}, \hat{x}(t-h), u)\hat{\theta} + [L + \Delta_1(t)](y - C\hat{x}) \\ &\quad + [K + \Delta_2(t)]z \\ \dot{z} &= -\rho z + H(y - C\hat{x})\end{aligned} \tag{۸}$$

که در آن $\hat{x}$ و $\hat{\theta}$ به‌ترتیب تخمین بردار پارامتر و بردار حالت است و L و K به‌ترتیب بهره‌های رویتگر تناسبی و انتگرالی هستند. بردار حالت اضافی $z \in \Re^m$ خطای تخمین خروجی فیلتر شده مطابق معادله دوم در (۸) می‌باشد. پارامترهای طراحی شامل ماتریس H و عدد مثبت ρ می‌باشد. $\Delta_1(t)$ و $\Delta_2(t)$ اغتشاشات جمعی روی بهره‌ی خطا با حدود معلوم $\|\Delta_1(t)\| \le r_1$ و $\|\Delta_2(t)\| \le r_2$ هستند و اغتشاش خارجی شرط $\|w\|_2 \le \beta$ را برآورده می‌سازد. معادله دینامیک خطای رویتگر به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{x}} &= (A - LC - \Delta_1 C)\tilde{x} + A_1\tilde{x}(t-h) \\ &\quad + \phi(x, x(t-h), u) - \phi(\hat{x}, \hat{x}(t-h), u) \\ &\quad + bf(x, x(t-h), u)\theta - bf(\hat{x}, \hat{x}(t-h), u)\hat{\theta} \\ &\quad - (K + \Delta_2)z + w\end{aligned} \tag{۹}$$

که در آن $\tilde{x} = x - \hat{x}$ خطای تخمین حالت است. برای کاهش اثرات اغتشاش بر روی خطای تخمین حالت، نرم $H\infty$ را از w به $\tilde{x}$ و z به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\eta = \sup_{\|w\|\neq 0} \frac{\|\tilde{x}\|_2^2 + \|z\|_2^2}{\|w\|_2^2} \tag{۱۰}$$

قضیه زیر شرایط کافی برای پایداری مقاوم رویتگرPI تطبیقی را بدست می‌دهد:

قضیه ۱: قانون تطبیقی پارامتر به‌صورت زیر:

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-30]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1389.4.1.6.4]

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma^{-1}(f(\hat{x},\hat{x}(t-h),u)^T C\tilde{x}) - \sigma\Gamma^{-1}(\hat{\theta}-\theta_0) \qquad (۱۱)$$

را در نظر بگیرید که در آن $\Gamma = \Gamma^T > 0$ ماتریس ثابت دلخواه و θ_0 مقدار معلوم و تخمین اولیه ما از مقدار پارامتر است و :

$$\sigma = \begin{cases} 0 & \text{if} \quad \left\|\hat{\theta}-\theta_0\right\| < \gamma_4 \\ \sigma_0\left(\dfrac{\left\|\hat{\theta}-\theta_0\right\|}{\gamma_4}-1\right) & \text{if } \gamma_4 \le \left\|\hat{\theta}-\theta_0\right\| \le 2\gamma_4 \\ \sigma_0 & \text{if} \quad \left\|\hat{\theta}-\theta_0\right\| > 2\gamma_4 \end{cases} \qquad (۱۲)$$

که σ_0 اسکالر ثابت و γ_4 در (۵) تعریف شده است. اگر اعداد مثبت حقیقی ε_1، ε_2، ε_3، ε_4 و ماتریسهای $P_1 = P_1^T > 0$ و $P_2 = P_2^T > 0$ و $G = G^T > 0$ و Q و F و S وجود داشته باشند به‌طوریکه:

Minimize η

subject to $P_1 b = C^T$ and $\rho > 0$ and

$$\begin{bmatrix} \Lambda_1 & A_1P_1 & F^T-Q & P_1 & P_1 & P_1 & P_1 & P_1 \\ P_1A_1^T & \Lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ F-Q^T & 0 & \varepsilon_2 r_2^2 I - 2G + I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ P_1 & 0 & 0 & -\eta I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ P_1 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_1 I & 0 & 0 & 0 \\ P_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_2 I & 0 & 0 \\ P_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_3 I & 0 \\ P_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_4 I \end{bmatrix} < 0 \qquad (۱۳)$$

که در آن:

$$\Lambda_1 = A^TP_1 + P_1A - C^TS - S^TC + (\varepsilon_3\gamma_{11}^2 + \varepsilon_4\gamma_{21}^2\gamma_3^2\|b\|^2)I + \varepsilon_1 C^T r_1^2 C + I + P_2$$

$$\Lambda_2 = \varepsilon_3\gamma_{12}^2 + \varepsilon_4\gamma_{22}^2\gamma_3^2\|b\|^2 - P_2$$

و γ_{11}، γ_{12}، γ_{21}، γ_{22} و γ_3 به‌ترتیب در (۲)، (۳) و (۴) تعریف شده‌اند، آنگاه با بهره‌های تناسبی و انتگرالی $L = P_1^{-1}S^T$ و $K = P_1^{-1}Q$ و با پارامتر $H = M^{-1}F \times \text{pinv}(C)$ که در آن $M = \rho^{-1}G$ و $\text{pinv}(\cdot)$ نشان دهنده شبه معکوس است، دینامیک خطای (۱۱) برای تمام اغتشاشات در بهره که شرایط $\|\Delta_1(t)\| \le r_1$ و $\|\Delta_2(t)\| \le r_2$ را داشته باشند، با نرم $H\infty$ کمینه می‌گردد.

اثبات: نامزد تابع لیاپانوف برای دینامیک خطا (۹) را به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$V = \tilde{x}^T P_1\tilde{x} + \int_{t-h}^{t}\tilde{x}^T(s)P_2\tilde{x}(s)ds + z^T\text{M}z + \tilde{\theta}^T\Gamma\tilde{\theta} \qquad (۱۴)$$

که در آن $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$ خطای تخمین پارامتر است. با مشتق‌گیری از معادله (۱۴) و استفاده از معادله (۹) نتیجه می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V} = {} & \tilde{x}^T\left[(A-LC)^TP_1 + P_1(A-LC)\right]\tilde{x} \\ & + 2\tilde{x}^TP_1A_1\tilde{x}(t-h) - 2\tilde{x}^T\left[C^T\Delta_1^TP_1\right]\tilde{x} \\ & - 2z^T{\Delta_2}^TP_1\tilde{x} \\ & + 2\tilde{x}^TP_1\left[\phi(x,x(t-h),u) - \phi(\hat{x},\hat{x}(t-h),u)\right] \\ & + 2\left[bf(x,x(t-h),u)\theta - bf(\hat{x},\hat{x}(t-h),u)\hat{\theta}\right]^TP_1\tilde{x} \\ & + \tilde{x}^T(F^T-Q)z + z^T(F-Q^T)\tilde{x} \\ & + \tilde{x}^TP_2\tilde{x} - \tilde{x}^T(t-h)P_2\tilde{x}(t-h) \\ & + 2\tilde{\theta}^T\Gamma\dot{\tilde{\theta}} - 2z^TGz + \tilde{x}^TP_1w + w^TP_1\tilde{x} \end{aligned} \qquad (۱۵)$$

که در آن $Q = P_1K$، $F = MHC$ و $G = \rho M$ است. با بکارگیری لم ۱ بر روی قسمتهای سوم، چهارم و پنجم به‌ترتیب با ε_1، ε_2 و ε_3 در معادله (۱۵) و جایگذاری $\hat{\theta} = \theta - \tilde{\theta}$ در قسمت ششم معادله (۱۵) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V} \le {} & \tilde{x}^T\left[(A-LC)^TP_1 + P_1(A-LC)\right]\tilde{x} \\ & + 2\tilde{x}^TP_1A_1\tilde{x}(t-h) \\ & + \tilde{x}^T\left[\varepsilon_1C^T\Delta_1^T\Delta C\tilde{x} + \varepsilon_1^{-1}P_1P_1\right]\tilde{x} \\ & + \varepsilon_2z^T\Delta_2^T\Delta_2z + \varepsilon_2^{-1}\tilde{x}^TP_1P_1\tilde{x} \\ & + \tilde{x}^T(\varepsilon_3\gamma_{11}^2 + \varepsilon_3^{-1}P_1P_1)\tilde{x} \\ & + \tilde{x}^T(t-h)\varepsilon_3\gamma_{12}^2\tilde{x}(t-h) \\ & + 2\left[bf(x,x(t-h),u)\theta - bf(\hat{x},\hat{x}(t-h),u)\theta\right]^TP_1\tilde{x} \\ & + 2\left[bf(\hat{x},\hat{x}(t-h),u)\tilde{\theta}\right]^TP_1\tilde{x} + \tilde{x}^T(F^T-Q)z \\ & + z^T(F-Q^T)\tilde{x} + 2\tilde{\theta}^T\Gamma\dot{\tilde{\theta}} \\ & - 2z^TGz + \tilde{x}^TP_1w + w^TP_1\tilde{x} \\ & + \tilde{x}^TP_2\tilde{x} - \tilde{x}^T(t-h)P_2\tilde{x}(t-h) \end{aligned} \qquad (۱۶)$$

همچنین با بکارگیری دوباره لم ۱ در قسمت هشتم نابرابری (۱۶) با ε_4 و استفاده از (۳) و (۴) نتیجه می‌شود که :

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-30]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1389.4.1.6.4]

$$\dot{V} \le \tilde{x}^T\left[\Omega_1 + (\varepsilon_1^{-1}+\varepsilon_2^{-1}+\varepsilon_3^{-1}+\varepsilon_4^{-1})P_1P_1\right]\tilde{x} + 2\tilde{x}^T P_1 A_1 \tilde{x}(t-h) + \varepsilon_2 z^T r_2^2 z + \tilde{x}^T(t-h)\Omega_2\tilde{x}(t-h) + 2\left[bf(\hat{x},\hat{x}(t-h),u)\tilde{\theta}\right]^T P_1\tilde{x} + \tilde{x}^T(F^T-Q)z + z^T(F-Q^T)\tilde{x} + 2\tilde{\theta}^T\Gamma\dot{\tilde{\theta}} - 2z^TGz + \tilde{x}^TP_1w + w^TP_1\tilde{x} + \tilde{x}^TP_2\tilde{x} - \tilde{x}^T(t-h)P_2\tilde{x}(t-h) \quad (۱۷)$$

که در آن

$$\Omega_1 = (A-LC)^TP_1 + P_1(A-LC) + \varepsilon_1C^Tr_1^2C + \varepsilon_3\gamma_{11}^2I + \varepsilon_4\gamma_{21}^2\gamma_3^2\|b\|^2I$$
$$\Omega_2 = \varepsilon_3\gamma_{12}^2 + \varepsilon_4\gamma_{22}^2\gamma_3^2\|b\|^2$$

از آنجا که پارامتر θ بصورت تکه‌ای ثابت است، پس $\dot{\theta}=0$ بطورتکه‌ای صادق است و بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که $\dot{\tilde{\theta}}=-\dot{\hat{\theta}}$. با بکارگیری این تساوی و جایگذاری (۱۱) در (۱۷) و استفاده از فرض قضیه $b^TP_1=C$ نتیجه می‌شود:

$$\dot{V} \le \tilde{x}^T\left[\Omega_1 + (\varepsilon_1^{-1}+\varepsilon_2^{-1}+\varepsilon_3^{-1}+\varepsilon_4^{-1})P_1P_1\right]\tilde{x} + 2\tilde{x}^T P_1 A_1 \tilde{x}(t-h) + \varepsilon_2 z^T r_2^2 z + \tilde{x}^T(t-h)\Omega_2\tilde{x}(t-h) + \tilde{x}^T(F^T-Q)z + z^T(F-Q^T)\tilde{x} - 2z^TGz + 2\sigma\tilde{\theta}^T(\hat{\theta}-\theta_0) + \tilde{x}^TP_1w + w^TP_1\tilde{x} + \tilde{x}^TP_2\tilde{x} - \tilde{x}^T(t-h)P_2\tilde{x}(t-h) \quad (۱۸)$$

از طرفی با استفاده از (۵) می‌توان نوشت:

$$\sigma\tilde{\theta}^T(\hat{\theta}-\theta_0) = \sigma[\theta-\hat{\theta}]^T(\hat{\theta}-\theta_0) = \sigma(\theta-\theta_0)^T(\hat{\theta}-\theta_0) - \sigma(\hat{\theta}-\theta_0)^T(\hat{\theta}-\theta_0) \le \sigma\gamma_4\left\|\hat{\theta}-\theta_0\right\| - \sigma\left\|\hat{\theta}-\theta_0\right\|^2 \le N \quad (۱۹)$$

که در آن

$$N = \sigma\left\|\hat{\theta}-\theta_0\right\|\left(\gamma_4 - \left\|\hat{\theta}-\theta_0\right\|\right) \quad (۲۰)$$

اگر شرط (۱۲) برقرار باشد، مقدار N غیر مثبت خواهد بود چراکه:

برای $\left\|\hat{\theta}-\theta_0\right\| < \gamma_4$ از آنجا که $\sigma=0$ است، نتیجه می‌شود:

$N=0$.

برای $\gamma_4 \le \left\|\hat{\theta}-\theta_0\right\| \le 2\gamma_4$ خواهیم داشت:

$$N = -\frac{\sigma_0}{\gamma_4}\left\|\hat{\theta}-\theta_0\right\|\left(\gamma_4 - \left\|\hat{\theta}-\theta_0\right\|\right)^2 \le 0.$$

و برای $\left\|\hat{\theta}-\theta_0\right\| > 2\gamma_4$ داریم:

$$N \le -\sigma_0\gamma_4\left\|\hat{\theta}-\theta_0\right\| \le 0.$$

بنابراین نابرابری زیر در حالت کلّی برقرار است:

$$2\sigma\tilde{\theta}^T(\hat{\theta}-\theta_0) \le 0 \quad (۲۱)$$

با جایگذاری نابرابری بالا در (۱۸) داریم:

$$\dot{V} \le \tilde{x}^T\left[\Omega_1 + (\varepsilon_1^{-1}+\varepsilon_2^{-1}+\varepsilon_3^{-1}+\varepsilon_4^{-1})P_1P_1\right]\tilde{x} + 2\tilde{x}^T P_1 A_1 \tilde{x}(t-h) + \varepsilon_2 z^T r_2^2 z + + \tilde{x}^T(t-h)\Omega_2\tilde{x}(t-h) + \tilde{x}^T(F^T-Q)z + z^T(F-Q^T)\tilde{x} - 2z^TGz + \tilde{x}^TP_1w + w^TP_1\tilde{x} + \tilde{x}^TP_2\tilde{x} - \tilde{x}^T(t-h)P_2\tilde{x}(t-h) \quad (۲۲)$$

حال J را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$J = \int_0^\infty (\tilde{x}^T\tilde{x} + z^Tz - \eta w^Tw)dt \quad (۲۳)$$

از معادله (۲۳) می‌توان (۲۵) را نتیجه گرفت:

$$J < \int_0^\infty (\tilde{x}^T\tilde{x} + z^Tz - \eta w^Tw + \dot{V})dt \quad (۲۴)$$

شرط کافی برای تحقق هدف که همانا $J<0$ می‌باشد آن است که:

$$\frac{dV}{dt} + \tilde{x}^T\tilde{x} + z^Tz - \eta w^Tw < 0 \quad (۲۵)$$

با تلفیق شروط (۲۲) و (۲۵) شرط کافی (۲۶) بدست می‌آید، که خود شرط (۲۷) را ایجاب می‌نماید. با بکارگیری لم مکمل شور بر روی (۲۷) می‌توان نامعادله (۲۸) را بدست آورد

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-30]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1389.4.1.6.4]

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \tilde{x}(t-h) \\ z \\ w \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Omega_1 + (\varepsilon_1^{-1}+\varepsilon_2^{-1}+\varepsilon_3^{-1}+\varepsilon_4^{-1})P_1P_1 + I + P_2 & A_1P_1 & F^T - Q & P_1 \\ P_1A_1^T & -P_2+\Omega_2 & 0 & 0 \\ F-Q^T & 0 & \varepsilon_2 r_2^2 I - 2G + I & 0 \\ P_1 & 0 & 0 & -\eta I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \tilde{x}(t-h) \\ z \\ w \end{bmatrix} < 0 \qquad (۲۶)$$

$$\begin{bmatrix} \Omega_1 + (\varepsilon_1^{-1}+\varepsilon_2^{-1}+\varepsilon_3^{-1}+\varepsilon_4^{-1})P_1P_1 + I + P_2 & A_1P_1 & F^T - Q & P_1 \\ P_1A_1^T & -P_2+\Omega_2 & 0 & 0 \\ F-Q^T & 0 & \varepsilon_2 r_2^2 I - 2G + I & 0 \\ P_1 & 0 & 0 & -\eta I \end{bmatrix} < 0 \qquad (۲۷)$$

$$\begin{bmatrix} \Omega_1 + I + P_2 & A_1P_1 & F^T - Q & P_1 & P_1 & P_1 & P_1 & P_1 \\ P_1A_1^T & -P_2+\Omega_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ F-Q^T & 0 & \varepsilon_2 r_2^2 I - 2G + I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ P_1 & 0 & 0 & -\eta I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ P_1 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_1 I & 0 & 0 & 0 \\ P_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_2 I & 0 & 0 \\ P_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_3 I & 0 \\ P_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_4 I \end{bmatrix} < 0 \qquad (۲۸)$$

با قرار دادن $\Lambda_1 = \Omega_1 + I + P_2$ و $\Lambda_2 = -P_2 + \Omega_2$، LMI نشان داده شده در (۱۳) حاصل می‌گردد.□

با انتگرال گیری از دو طرف نابرابری (۲۵) از $t=0$ تا $t=t_f$ نتیجه می‌شود:

$$V(t_f) \le V(0) - \int_0^{t_f} \tilde{x}^T(\tau)\tilde{x}(\tau)d\tau - \int_0^{t_f} z^T(\tau)z(\tau)d\tau + \int_0^{t_f} w^T(\tau)w(\tau) \qquad (۲۹)$$

از آنجا که $V(x,\theta) \ge 0$ وغیر نزولی است، بنابراین می‌توان گفت $V \in L_\infty$. در نتیجه با توجه به‌تعریف (۱۴) می‌توان نتیجه گرفت $\tilde{x} \in L_\infty$، $z \in L_\infty$ و $\tilde{\theta} \in L_\infty$. همچنین از آنجایی‌که $w \in L_2$، نابرابری (۲۹) ایجاب می‌کند که $\tilde{x} \in L_2$ و $z \in L_2$ باشد. همچنین از آنجایی‌که هر دو تابع $\phi(x,x(t-h),u)$ و $f(x,x(t-h),u)$ لیپشیتز هستند، معادله (۹) موجب می‌شود که $\dot{\tilde{x}} \in L_\infty$. با توجه به $\tilde{x} \in L_\infty$، $\tilde{x} \in L_2$ و $\dot{\tilde{x}} \in L_\infty$ و لم باربالت [۱۹] می‌توان نتیجه گرفت $\lim_{t\to\infty} \tilde{x}(t) = 0$ و همچنین نتیجه می‌شود که $\lim_{t\to\infty} \dot{\tilde{x}}(t) = 0$. علاوه براین از آنجا که $z \in L_\infty$، $z \in L_2$ و $\dot{z} \in L_\infty$ و دوباره با استفاده از لم باربالات می‌توان نتیجه گرفت $\lim_{t\to\infty} z = 0$. در نتیجه با استفاده از معادله (۹) و نتایج فوق الذکر می‌توان گفت:

$$\lim_{t\to\infty}\left(bf(x,x(t-h),u)\theta - bf(\hat{x},\hat{x}(t-h),u)\hat{\theta} + w\right) = 0 \qquad (۳۰)$$

از آنجا که $\lim_{t\to\infty} \hat{x} = x$ معادله (۳۰) را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$\lim_{t\to\infty}\left(bf(x,x(t-h),u)(\theta-\hat{\theta}) + w\right) = 0 \qquad (۳۱)$$

با استفاده از معادله (۳۱) می‌توان نتیجه گرفت:

$$\lim_{t\to\infty}\left(\int_0^t (\theta-\hat{\theta})^T f(x,x(t-h),u)^T b^T b \; f(x,x(t-h),u)(\theta-\hat{\theta})d\tau\right) = \int_0^\infty w(\tau)^T w(\tau)d\tau + C_1 \qquad (۳۲)$$

که در آن C_1 مقدار ثابتی است. معادله (۳۲) می‌تواند به‌صورت (۳۳) نوشته شود:

$$\lim_{n\to\infty}\left(\sum_{i=0}^{n}\int_{\delta_i}^{\delta_{i+1}} (\theta-\hat{\theta})^T f(x,u)^T b^T b f(x,u)(\theta-\hat{\theta})\right) = \int_0^\infty w(\tau)^T w(\tau)d\tau + C_1 \qquad (۳۳)$$

اگر شرایط تحریک پایای زیر برقرار باشد:

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-30]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1389.4.1.6.4]

$\forall t_0, \exists \xi, \delta > 0$ such that :

$$\int_{t_0}^{t_0+\delta} f^T(x(\tau), x(\tau-h), u(\tau)) b^T b f(x(\tau), x(\tau-h), u(\tau)) d\tau > \xi I \quad (۳۴)$$

با استفاده از (۶) و (۳۳) نتیجه‌می گیریم:

$$\lim_{n\to\infty}\left(\sum_{i=0}^{n}(\theta-\hat{\theta})^T \xi_i (\theta-\hat{\theta})\right) \le \beta^2 + C_1 \quad (۳۵)$$

که در آن ξ_i حد پایین در تعریف تحریک پایای (۳۴) در بازه $[\delta_i \quad \delta_{i+1}[$ می‌باشد، و لذا می‌توان نوشت:

$$\left\|\theta-\hat{\theta}\right\| \le \sqrt{\frac{\beta^2 + C_1}{\lim_{n\to\infty}\left(\sum_{i=0}^{n}\lambda_{\min}(\xi_i)\right)}} \quad (۳۶)$$

از آنجا که همواره $\xi_i > 0$ $\underset{i=1,\ldots,n}{}$ ، برای تمامی آشفتگی‌های بهره با شرایط $\|\Delta_1(t)\| \le r_1$ و $\|\Delta_2(t)\| \le r_2$ و اغتشاشات به‌صورت $\|w\|_2 \le \beta$، وقتیکه $t \to \infty$، تخمین پارامتر به‌سمت مقادیر واقعی خود همگرا می گردد ($\hat{\theta} \to \theta$).

نکته ۱: قسمت دوم در (۱۱) به‌منظور اصلاح قانون تطبیقی اضافه شده است که اگر پارامترها از مرز تعیین شده خارج گردند، مشتق تابع لیاپانوف در فضای تخمین پارامتر منفی باقی بماند [۲۰].

۴- مثال عددی

سامانه‌ی غیرخطی زیر را در نظر بگیرید:

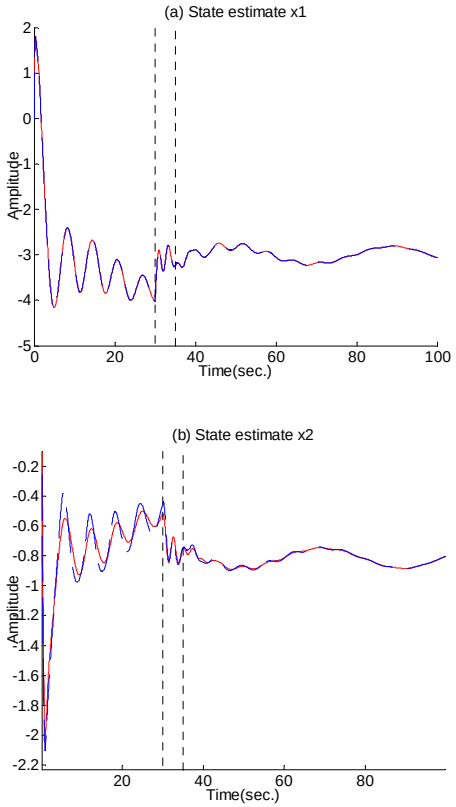
$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1\\ -0.5 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0 & 0.5\\ -0.25 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t-0.5)\\ x_2(t-0.5)\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}0\\ \sin(x_2)\sin(x_2-0.5)+4u(t)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0.3\\ 0\end{bmatrix}\theta\left[-\cos(x_2)\cos(x_2-0.5)+\sin(0.5t)\right]$$

$$y = [1 \quad 0]x$$

با یک ورودی تابع ورودی پله واحد به‌صورت $u(t)$ و $\theta = 3$ برای $0 \le t < 30$ که به‌صورت ناگهانی در زمانهای $t \ge 30$ تغییر و برابر $\theta = 7$ می‌شود. همچنین فرض می‌شود در زمان $t = 35$ بهره رویتگر نیز دچار تغییرات شده و مقدار ۲- به‌صورت اغتشاش جمعی به‌آن اضافه می گردد. پارامترهای طراحی به‌صورت زیر انتخاب شده‌اند: $\gamma_1 = 0.2$، $\gamma_2 = 0.2$، $\gamma_3 = 7$، $\gamma_4 = 5$، $\Gamma = 0.0001$، $\theta_0 = 2.5$ و $\sigma_0 = 10$. همچنین مرز نایقینی به‌صورت $\|\Delta_1(t)\| \le 2$ و $\|\Delta_1(t)\| \le 2$ درنظر گرفته شده است. با بکارگیری جعبه‌ابزار YALMIP بعنوان تجزیه کننده [۲۱] و جعبه ابزار LMI در MATLAB بعنوان حل‌کننده نامعادلات ماتریسی خطی [۲۲]، جوابها به‌صورت زیر تعیین می گردند:

$P_1 = \begin{bmatrix}3.33 & 0\\ 0 & 10.23\end{bmatrix}$، $P_2 = \begin{bmatrix}53.89 & 4.97\\ 4.97 & 15\end{bmatrix}$،
$S = [221.13 \quad -1.91]$، $\rho = 47.76$ ، $M = 3.63$،
$Q = [49.07 \quad 49.07]^T$، $\eta = 7.5$، $G = 178.46$،
$H = [49.07 \quad 49.07]$، $F = [49.07 \quad 49.07]$،
$\varepsilon_1 = 75.71$، $\varepsilon_2 = 75.71$، $\varepsilon_3 = 40.29$ و $\varepsilon_4 = 27.93$.
بنابراین بهره‌های رویتگر به‌صورت $L = [66.39 \quad -0.18]^T$ و $K = [14.72 \quad 4.66]^T$ بدست خواهد آمد.

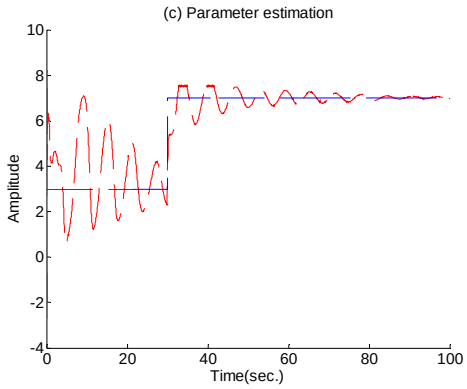
همانطور که در شکل (۱) نشان داده شده است، بهره‌های رویتگر تطبیقی مقاوم بدست آمده از روش پیشنهادی سبب شده است که تخمینگر به‌خوبی بتواند بردار حالات سامانه با حضور اغتشاشات و عدم قطعیت‌ها را تعقیب نماید.



شکل۱: بردار حالت سامانه‌ی اصلی (خط)، تخمین حالت روش پیشنهادی (خط چین)

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-30]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1389.4.1.6.4]

شکل (۲) نشان می‌دهد تخمین پارامتر در روش پیشنهادی به‌خوبی توانسته پارامتر حقیقی سامانه را دنبال کند. همانطور که انتظار می‌رفت تغییرات بهره در زمان t=35 تاثیر زیادی در مساله تخمین در روش پیشنهادی ندارد، چراکه دینامیک رویتگر (۹) در خطای خروجی ضرب می‌شود و از آنجایی‌که این خطا در روش پیشنهادی به‌سمت صفر می‌رود لذا تاثیر این اغتشاشات نیز صفر می‌گردد.



شکل۲: تخمین پارامتر با استفاده از روش پیشنهادی

۵- نتیجه گیری

در این مقاله، یک رویتگر PI تطبیقی مقاوم و غیر شکننده برای دسته‌ای از سامانه‌های تاخیردار غیرخطی که می‌تواند دارای پارامتر قابل تغییر با زمان به‌صورت تکه‌ای ثابت و اغتشاشات ورودی محدود و اغتشاشات جمعی محدود در بهره رویتگر باشد، ارائه گردید. قسمت غیرخطی در سامانه در حالت کلّی می‌تواند به‌بردارهای حالت غیر قابل اندازه‌گیری وابسته باشد. با حل نابرابری‌های ماتریسی خطی به‌کمک نرم افزارهای عددی موجود، بهره‌های رویتگر تطبیقی PI مقاوم که همگرایی تخمین بردار حالات سامانه را تضمین می‌کند بدست می‌آید، هرچند که همگرایی دقیق پارامترها به‌مقادیر واقعی خودش وابسته به ارضاء شرط تحریک پایا است. با بکارگیری حلقه بازخورد انتگرالی در این طراحی، صحت تخمین حالت ماندگار و مقاومت آن در برابر اغتشاشات، ورودی‌های نامعلوم و خطاهای مدلسازی بیشتر می‌گردد.

تقدیر و تشکر

نویسندگان مقاله تمایل دارند از جناب آقای مهندس علی اشرف مدرّس بعلّت پیشنهادات سودمند ایشان سپاسگزاری نمایند. این پژوهش با حمایت مادی و معنوی شرکت مدیریت پروژه‌های نیروگاهی ایران (مپنا) بر پایه قرارداد شماره RD-88-09 مورخ ۸۸/۶/۵ انجام گردیده است.

مراجع

[1] Garimella, P., Yao, B., 2003, “Nonlinear adaptive robust observer design for a class of nonlinear systems”, *Proc. American Control Conf.*, 4391–4396.

[2] Bastin, G., Gevers, M. R., 1988, “Stable adaptive observers for nonlinear time-varying systems”, *IEEE Trans. on Automatic Control*, 33, 650–658.

[3] Marino, R., 1990, “Adaptive observers for single output nonlinear systems”, *IEEE Trans. on Automatic Control*, 35, 1054–1058.

[4] Marino, R., Tomei, P., 1992, “Global adaptive observers for nonlinear systems via filtered transformations”, *IEEE Trans. on Automatic Control*, 37, 1239–1245.

[5] Marino, R., Tomei, P., 1995, “Adaptive observers with arbitrary exponential rate of convergence for nonlinear systems”, *IEEE Trans. Automatic Control*, 40, 1300-1304.

[6] Rajamani, R., Hedrick, J. K., 1995, “Adaptive observers for active automotive suspensions: Theory and experiment”, *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, 3, 86–93.

[7] Cho, Y. M., Rajamani R., 1997, “A systematic approach to adaptive observer synthesis for nonlinear systems”, *IEEE Transactions on Automatic Control*. , 42, 534–537.

[8] Marino, R., Santosuosso, G. L., Tomei, P., 2001, “Robust adaptive observers for nonlinear systems with bounded disturbances”, *IEEE Trans. on Automatic Control*, 46, 967–972.

[9] Jung, J., Hul, K., Fathy, H.K., Srein, J.L., 2006, “Optimal robust adaptive observer design for a class of nonlinear systems via an H-infinity approach”, *Proc. American Control Conf.*, 3637-3642.

[10] Jung, J., Hwang, J., Huh, K., 2007, “Optimal Proportional-Integral Adaptive Observer Design for a Class, of Uncertain Nonlinear Systems”, *Proc. of American Control Conf.*, 1931-1936.

[11] Liu, L., Han, Z., Li, W., 2010, “H_∞ non-fragile observer-based sliding mode control for uncertain time-delay systems”, *Int. Journal of franklin*, 347, 567-576.

[12] Chen, J.D., Yang, C.D., Lien, C.H., Horng, J.H., 2008, “New delay-dependent non-fragile H∞ observer-based control for continuous time-delay systems”, *Information Sciences*, 178, 4699–4706.

[13] Jeong, C. S., Yaz, E. E., Bahakeem, A., Yaz, Y. I., 2006, “Resilient design of observers with general criteria using LMIs”, *Proc. of American Control Conf.*, 111-116.

[14] Keel, L.H., Bhattacharyya, S.P., 1997, “Robust, fragile, or optimal?”, *IEEE – Trans. Autom. Control*, 42 , 1098–1105.

[15] Dorato, P., 1998, “non-fragile contoller design: an overview”, *Proc. of American Control Conf.*, 2829-2831.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-30]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1389.4.1.6.4]

[16] Jeong, C. S., Yaz, E. E., Yaz, Y. I., 2008, "Lyapunov-Based design of resilient observers for a class of nonlinear systems and general performance criteria", *IEEE Multi-conference on Systems and Control*, 942-947.

[17] Jeong, C. S., Yaz, E. E., Yaz, Y. I., 2007, "Stochastically resilient design of H_∞ observers for discrete-time nonlinear systems", *IEEE Conf. CDC*, 1227- 1232.

[18] Chen, F., Zhang, W., 2007, "LMI criteria for robust chaos synchronization of a class of chaotic systems", *Nonlinear Analysis*, 67, 3384-3393.

[19] Krstic, M., Kanellakopoulos, I., P. Kokotovic, "Nonlinear and Adaptive Control Design", *John Wiley and Sons*, 1995.

[20] Ioannou, P. A., Sun, J., *Robust Adaptive Control*, Prentice Hall, 1996.

[21] Lofberg, J., 2004, "YALMIP: A toolbox for modeling and optimization in MATLAB", *IEEE Int. Symp. Computer Aided Contol Syst. Design Conf.*, 284-289.

[22] Gahinet, P., Nemirovski , A., Laub , A., Chilai , M., *LMI control toolbox user's guide*, Massachusetts: The Mathworks, 1995.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-30]

[DOR: 20.1001.1.20088345.1389.4.1.6.4]