

## طراحی الگوریتم پایداری حرکت توده‌ی ربات‌ها در صورت عدم برخورد با مانع و عدم تمایل به تجمع مبتنی بر معادلات لاگرانژ

علی غفاری<sup>۱</sup>، علیرضا خدایاری<sup>۲</sup>، عباس پورمحمودی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup>استاد، گروه مهندسی مکانیک، واحد تهران جنوب، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

<sup>۲</sup>نویسنده مسئول، استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد پردیس، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

<sup>۳</sup>دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، واحد تهران جنوب، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۵/۴/۱۳، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۵/۴/۱۳)

**چکیده:** در حرکت توده‌ی ربات‌ها مهمترین مبحث ایجاد پایداری در طول حرکت می‌باشد. پایداری در حرکت توده‌ی ربات‌ها شامل مواردی همچون عدم برخورد اعضا با یکدیگر و عدم برخورد اعضا با موانع موجود در مسیر حرکت می‌باشد. در این مقاله الگوریتمی جدید در قالب یک معادله‌ی دینامیکی بر مبنای معادلات لاگرانژ برای پایداری حرکتی توده‌ی ربات‌ها ارائه می‌شود. هدف از ارائه این الگوریتم جدید ایجاد تجمع در نقطه‌ی هدف می‌باشد. الگوریتم جدید در دو حالت تعمیم داده می‌شود. حالت اول به صورتی است که اعضای توده تمایل به تجمع را در طول مسیر حرکت دارا می‌باشند و در حالت دوم حرکت به نحوی انجام می‌شود که اعضای توده تمایل به تجمع را در طول مسیر نخواهند داشت. در نهایت معادلات ارائه شده شبیه‌سازی و صحت‌گذاری می‌شود. نتایج حاصل از شبیه‌سازی، عدم برخورد اعضای توده با موانع موجود در طول مسیر حرکت و ایجاد تجمع در نقطه‌ی هدف را نشان می‌دهد. نشان داده شده است که در حالت دوم اعضای توده منطقه‌ی بیشتری را در طول مسیر خود پوشش دهند. پوشش بیشتر فضای حرکتی، سبب می‌شود تا کاربرد الگوریتم پیشنهادی در مواردی همچون شناسایی، جست‌وجو، نظارت بر محیط زیست و نقشه برداری در طول مسیر حرکت باشد.

**کلمات کلیدی:** توده، توده ربات‌ها، الگوریتم حرکت توده، تجمع توده ربات‌ها.

### Designing a stability algorithm for swarm robots in the cases of obstacle avoidance and absence of tendency to aggregate based on Lagrange equations

Ali Ghaffari, Alireza Khodayari, Abbas Pourmahmoudi

**Abstract:** Stability is one of the most important issues in swarm movement. Stability in swarm movement is composed of features such as collision avoidance between members of the swarm with each other and also obstacle avoidance along the path of movement. This paper presents a new algorithm in the form of a dynamic equation based on Lagrange equations for stable movement of the swarm robot. One of the objective of presenting this algorithm is to enable

aggregation at the target point. The new algorithm will be extended in two cases; first, when the members of the swarm have the tendency for aggregation from the beginning of the movement, and second, members of the swarm don't have the tendency for aggregation along the path. At the end, the presented algorithms will be simulated and evaluated. The simulation results show successful obstacle avoidance along the path and aggregation at the target point. The results show that in the second case—when there is no aggregation along the path—the members of the swarm cover more area along the path. Covering more area along the path empowers the application of the proposed algorithm in cases such as identification, exploration, environmental monitoring and mapping along the path.

**Keywords:** Swarm, swarm robots, swarm movement algorithm, swarm robots aggregation.

## ۱- مقدمه

شده است که وظیفه آنها فعال و غیر فعال کردن نیروها از سمت خم ساده و بسته می‌باشد. وجود موانع نیز توسط ایکانایاک به نحوی در نظر گرفته شده است که موانع به صورت خم‌های بسته، ساده و متقارن هستند و نیروهای دافع مجدداً به صورت یک انتگرال روی این خم‌ها تعریف شده اند [۱۵]. از آنجایی که نیروهای در نظر گرفته شده توسط ایکانایاک به صورت انتگرال‌های مختلط هستند و روی خم‌هایی تعریف شده‌اند، لذا ربات‌ها ابتدا باید حجم وسیعی از محاسبات را در حافظه‌ی خود انجام دهند و پس از آن برای حرکت تصمیم‌گیری کنند. در سال ۲۰۰۶ مدلی توسط کیم<sup>۵</sup> و همکاران ارائه شده، که در آن با استفاده از توابع پتانسیل، حرکتی پایدار برای توده‌ی ربات‌ها به سمت نقطه‌ی هدف ایجاد شده است [۱۶]. کیم و همکاران اعضای توده را بدون جرم در نظر گرفته‌اند. همچنین ابعاد مشخصی برای موانع موجود بر مسیر حرکت در نظر گرفته نشده است. لذا در مدل ارائه شده سعی بر این شده است که با تنظیم پارامترها و همچنین مشخص بودن مسیر حرکت، پایداری توده‌ی ربات‌ها تضمین شود. هاشیموتو<sup>۶</sup> و همکاران در سال ۲۰۰۹ مدلی را ارائه کرده‌اند که در آن عدم برخورد با مانع، توسط نیروی تعریف شده به صورت یک انتگرال روی سطح مانع، تضمین شده است. گیزی<sup>۷</sup> در سال ۲۰۰۲ مدلی را ارائه داده است که در آن توده‌ی متشکل از چندین عضو در شرایط اولیه به صورت پراکنده در فضای سه بعدی قرار دارند. الگوریتم پیشنهادی گیزی که بر اساس یک معادله دیفرانسیل مرتبه‌ی یک است، تجمع توده را در نقطه‌ی مرکز توده ایجاد می‌نماید [۱۷]. در این مدل، گیزی وجود مانع را در نظر نگرفته است. گیزی در سال ۲۰۱۳ مدل دیگری را بر اساس معادلات لاگرانژ ارائه داده است که در آن اعضای توده به سمت نقطه‌ی هدف حرکت می‌کنند. در مدل گیزی، وجود مانع به صورت یک جرم متمرکز در نظر گرفته شده است و یک تابع نمایشی باعث عدم نزدیک شدن اعضای توده به آن می‌شود [۱۸]. همچنین در مدل ارائه شده توسط گیزی اعضای توده در همان ابتدای شروع حرکت، تمایل به تجمع دارند، که این موضوع سبب می‌شود تا اعضای توده آزادی عمل در انتخاب مسیر حرکت را به صورت خودکار نداشته باشند،

توده‌ی ربات‌ها، گروهی متشکل از چندین عضو است که با یکدیگر در تعامل هستند و ایده‌ی آن برگرفته شده از رفتار اجتماعی حشرات و حیوانات است که برای هدفی مشخص طراحی می‌شود [۱-۳]. عبارت توده هوشمند<sup>۱</sup> [۴] اولین بار توسط بنی<sup>۲</sup> در سال ۱۹۸۰ معرفی گردید [۵]. بعدها برای ایجاد تعامل بین رفتارهای اجتماعی حیوانات و روابط ریاضی، شاخه‌ی در مهندسی با عنوان مهندسی توده تعریف شد. مهندسی توده توسط کزادی<sup>۳</sup> اینگونه تعریف شده است که "رفتار توده‌ی طراحی شده برای هدفی مشخص، با ضریب اطمینان بالا قابل پیش‌بینی و قابل کنترل بوده، و با کمترین شرایط اثبات می‌شود" [۶]. رفتارهای توده‌ی در دهه‌ی اخیر با استفاده از روش‌های گوناگون مدل شده است [۷]. توده‌ی ربات‌ها که برگرفته از رفتارهای توده‌ی می‌باشد در شاخه‌های متفاوتی مورد بررسی قرار گرفته است. یکی از مهمترین شاخه‌های مورد بررسی توده‌ی ربات‌ها بررسی پایداری در حرکت آنها می‌باشد [۸]. پایداری در مدل‌های ارائه شده، به این صورت تعریف می‌شود که "حرکت توده‌ی ربات‌ها زمانی پایدار است که برخوردی بین اعضا با یکدیگر و موانع موجود در مسیر حرکت وجود نداشته باشد و نهایتاً اعضاء پس از توقف ارتعاش نداشته باشند" [۹-۱۲]. همچنین همگرایی اعضای توده به هدفی مشخص نیز بخشی از تحلیل پایداری حرکت توده‌ی ربات‌ها می‌باشد که معمولاً توسط ایجاد عوامل دافع مجازی جهت عدم برخورد با یکدیگر و جاذب مجازی جهت ایجاد تجمع و حرکت به سمت نقطه‌ی هدف صورت می‌گیرد [۱۳-۱۴]. در زمینه‌ی پایداری حرکت توده‌ی ربات‌ها، در سال ۲۰۰۹، مدلی توسط ایکانایاک<sup>۴</sup> ارائه شده است. در این مدل توده‌ی ربات‌ها توسط نیروهای مجازی به سمت الگویی مشخص که به صورت یک خم ساده و بسته می‌باشد حرکت می‌کنند. نیروی مجازی معرفی شده توسط ایکانایاک به صورت یک انتگرالی است که روی خم بسته-ی، ساده و متقارن تعریف شده است. سپس ربات‌ها داخل خم ساده و بسته قرار می‌گیرند و به صورت منظم در آن پراکنده شده و نهایتاً متوقف می‌شوند. حرکت توده‌ی ربات‌ها در این مدل توسط سوئیچ‌هایی طراحی

5.Kim  
6.Hashimoto  
7.Gazi

1.Swarm Intelligence  
2.Beni  
3.Kzadi  
4.Ekanayak

توسط گیزی [17] و [18] و هاشیموتو و همکاران [8]، تمایل به تجمع از ابتدای حرکت توده وجود دارد.

در ادامه در این مقاله، در بخش (۲) به ارائه فرضیات اساسی در طراحی الگوریتم جدید پرداخته می‌شود و همچنین مختصات و معادلات کلی حرکت برای توده ربات‌ها بیان می‌شود. در بخش (۳) طراحی الگوریتم حرکتی با استفاده از معادله‌ی بدست آمده از بخش قبل به صورت هدف دار صورت می‌پذیرد به نحوی که در آن عدم برخورد با موانع موجود در مسیر حرکت و حرکت در صورت عدم تمایل به تجمع طراحی می‌شود. در بخش (۴)، الگوریتم طراحی شده شبیه‌سازی و صحت گذاری می‌شود و در نهایت در بخش (۵) نتایج حاصل از شبیه‌سازی ارائه می‌شود.

## ۲- مختصات عمومی و فرضیات کلی برای اعضای توده

در این بخش به ارائه فرضیات کلی در مورد اعضا و حرکت توده پرداخته می‌شود. همچنین مختصات و معادلات کلی حرکت که الگوریتم جدید بر مبنای آن توسعه می‌یابد برای تفسیر بهتر بیان می‌شوند. اعضای توده‌ی مورد نظر دارای فرضیاتی به صورت زیر می‌باشند.

- هر عضو به صورت جرم متمرکز در نظر گرفته شده است.
- هر عضو موقعیت سایر اعضا و موانع موجود بر مسیر حرکت را می‌داند.
- تاخیری در دریافت اطلاعات توسط اعضا وجود ندارد.
- موقعیت اعضا و موانع موجود در مسیر حرکت، توسط دستگاه مختصات عمومی<sup>۱</sup> برای هر عضو تعریف شده است.

فرض‌های در نظر گرفته شده را می‌توان در فضاهای کوچک مثلا اتاق، توسط دوربین‌هایی که موقعیت اعضا، موانع و نقطه‌ی هدف را شناسایی می‌کنند، ایجاد نمود. پس از شناسایی موارد ذکر شده، تمامی مختصات داده شده به صورت اطلاعات ورودی در الگوریتم پیشنهادی و یا مدل دینامیکی ارائه شده، قرار می‌گیرد، سپس معادله حرکت در حافظه‌ی ربات‌ها به صورت عددی حل می‌شود و نهایتاً مسیر حرکت هر عضو تعریف می‌شود، پس در این مرحله مسیر حرکت برای اعضای توده‌ی مورد نظر مشخص می‌شود. بنابراین امکان پیاده سازی چنین

چرا که تمایل به تجمع، آنها را مجبور می‌سازد تا ابتدا به دیگر اعضای توده ملحق شوند و پس از آن به سمت نقطه‌ی هدف حرکت نمایند.

در این مقاله با استفاده از روش انرژی، بر اساس معادله‌ی لاگرانژ که مبنای آن سرعت به جای نیرو می‌باشد، الگوریتم جدیدی در قالب یک معادله دینامیکی برای حرکت توده ربات‌ها طراحی شده است. در این الگوریتم معادله حرکت کل توده توصیف می‌شود، بطوریکه معادله حرکت نهایی مشابه به معادله بدست آمده از روش نیوتن می‌باشد. علت به کارگیری روش لاگرانژ به جای روش نیوتن، استفاده از توابع انرژی پتانسیل مجازی است. در مدل ارائه شده در این مقاله اعضای توده دارای جرم می‌باشند. همچنین با تغییر پارامتر دافع از سمت اعضا به یکدیگر می‌توان برای هر عضو نیز ابعاد در نظر گرفت. با استفاده از سوئیچی که برای هر مانع در نظر گرفته می‌شود به سادگی می‌توان ابعاد موانع را تغییر داد. همچنین عامل دافع جهت عدم برخورد با موانع، از مرکز مانع به هر عضو اعمال می‌شود که این عمل پیچیدگی در محاسبات را کاهش می‌دهد، چرا که به جای استفاده از انتگرال، از یک بردار استفاده می‌شود و به موازات آن سرعت محاسبات در حافظه‌ی ربات‌ها افزایش می‌یابد. در حالی که در سایر مدل‌های ارائه شده، همانطور که در مقدمه بیان شد (موارد [8] و [15])، عامل دافع از سمت موانع در صورتی که موانع دارای ابعاد باشند، به صورت انتگرال روی بردار نرمال سطح هر مانع تعریف می‌شود که به مراتب پیچیدگی در محاسبات را در حافظه‌ی ربات‌ها افزایش می‌دهد. در مدلی که موانع در آن به صورت نقطه‌یی در نظر گرفته شده است (مورد [18])، عامل دافع به صورت توابع نامی در نظر گرفته می‌شود، که این امر سبب شده تا اعضا در فواصل دورتری از موانع دفع شوند. در حالی که روش پیشنهادی در این مقاله، یعنی اعمال سوئیچ حول محدوده‌ی هر مانع، باعث می‌شود تا اعضا از فاصله‌ی نزدیکتری نسبت به موانع عبور نمایند. بنابراین اعضا محدوده‌ی بیشتری را در طول حرکت پوشش می‌دهند. موانع موجود در مسیر حرکت را می‌توان طوری در نظر گرفت که روی یکدیگر اثر همپوشانی داشته باشند، در این صورت موانع باشکلهای متفاوت را می‌توان ایجاد نمود. موارد ذکر شده برتری الگوریتم ارائه شده در این مقاله نسبت به مدل ارائه شده توسط کیم و همکاران [16]، گیزی [17] و [18]، ایکانایاک [15] و هاشیموتو و همکاران [8] می‌باشد. الگوریتم طراحی شده در قالب یک معادله دینامیکی بهینه‌سازی می‌شود. هدف از بهینه‌سازی، ایجاد پوشش مناسب فضای حرکتی می‌باشد، که به موازات آن کاربری الگوریتم پیشنهادی افزایش می‌یابد. بهینه‌سازی به نحوی صورت می‌گیرد که تمایل به تجمع در اعضا توده تنها حول نقطه‌ی هدف انجام شود. این امر سبب می‌شود تا اعضا در طول مسیر حرکت با آزادی عمل بیشتر در انتخاب مسیر، فضای بیشتری را پوشش دهند. در حالی که در مدل ارائه شده

### ۳- طراحی الگوریتم جدید حرکت توده ربات‌ها بر مبنای عدم برخورد با مانع و عدم تمایل به تجمع

در این بخش طراحی الگوریتم جدید، برای حرکت توده ربات‌ها بر مبنای عدم برخورد با موانع در سه بعد انجام می‌شود. ابتدا حرکت توده‌ی ربات‌ها در صورت تمایل به تجمع ارائه می‌شود، سپس با طراحی ترم پتانسیل اعمال شده از جانب مانع به اعضا، الگوریتم توسعه می‌یابد تا در شرایط بهینه، یعنی پوشش بیشتر فضای حرکتی توسط سوئیچی که تمایل به تجمع را فعال و غیر فعال می‌سازد، الگوریتم ارائه شود.

#### ۳-۱ حرکت توده ربات‌ها در صورت وجود تمایل به تجمع

انرژی پتانسیل  $p_i(q)$  می‌تواند دارای مولفه‌های متنوعی باشد که تاثیرات مختلفی را بر حرکت توده ایجاد نماید. از آنجایی که هدف از طراحی الگوریتم تجمع توده در نقطه‌ی هدف می‌باشد، بنابراین انرژی پتانسیل برای ایجاد تجمع در صورت عدم برخورد اعضا با یکدیگر یعنی  $p_a(q_i)$  و حرکت به سمت نقطه‌ی هدف یعنی  $p_e(q_i, C_e)$  به صورت معادله‌های (۵) و (۶) طراحی شده است [۱۸].

$$p_a(q_i) = \sum_{j=1, j \neq i}^N \left[ \frac{a}{2} \|q_i - q_j\|^2 - \frac{bc}{2} \exp\left(-\frac{\|q_i - q_j\|^2}{c}\right) \right] \quad (5)$$

$$p_e(q_i, C_e) = \frac{A_e}{2} \|q_i - C_e\|^2 \quad (6)$$

که در آن  $p_a(q_i)$  تابع پتانسیل برای ایجاد تجمع و تضمین عدم برخورد اعضا با یکدیگر می‌باشد (ترم خطی تجمع را ایجاد می‌کند و ترم نمایی عدم برخورد با یکدیگر را تضمین می‌نماید).  $p_e(q_i, C_e)$  تابع پتانسیل جاذب به سمت نقطه‌ی هدف می‌باشد که در آنها  $a$  پارامتر عامل تجمع توده،  $b, c$  پارامترهای عامل دفع از هر عضو به سایر اعضا برای تضمین عدم برخورد اعضا با یکدیگر و  $A_e$  پارامتر عامل جاذب به سمت نقطه‌ی هدف می‌باشد. این پارامترها با شرط  $a, b, c > 0, b > a$  و  $A_e > 0$  طراحی و انتخاب می‌شوند.  $C_e$  نقطه‌ی هدف است که اعضا به سمت آن حرکت خواهند کرد و  $N$  تعداد اعضای توده‌ی ربات‌ها می‌باشد. بنابراین  $p_i(q) = p_a(q_i) + p_e(q_i, C_e)$  می‌باشد که با اعمال آن در معادله (۴) و لحاظ کردن  $Q_i = -k\dot{q}_i\|\dot{q}_i\|$  به عنوان عامل میرا

الگوریتمی وجود دارد، همچنین اگر حرکت در فضاها بزرگ باشد، آنگاه می‌توان این فرضیات را توسط GPS<sup>۱</sup> و یا UAV<sup>۲</sup> ایجاد نمود.

موقعیت هر عضو توده در سه بعد در دستگاه کارترین توسط  $P_i = (x_i, y_i, z_i)^T$  مشخص می‌شود. در معادله لاگرانژ،  $q_i = P_i$  و  $\dot{q}_i = v_i$  در نظر گرفته می‌شود، که در آن  $v_i$  نشان دهنده‌ی سرعت هر عضو می‌باشد. انرژی جنبشی به صورت  $K_i(\dot{q}_i) = \frac{1}{2} m_i \dot{q}_i^T \dot{q}_i$  تعریف می‌شود که در آن  $m_i$  جرم هر عضو است. پس برای مجموع اعضای توده، انرژی جنبشی به صورت معادله‌ی (۱) بیان می‌شود.

$$K(\dot{q}) = \sum_{i=1}^N K_i(\dot{q}_i) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_i \dot{q}_i^T \dot{q}_i = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_i v_i^T v_i \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial K_i(\dot{q}_i)}{\partial \dot{q}_i} \right) = m_i \ddot{q}_i = m_i \dot{v}_i$$

توجه به این نکته ضروری است که انرژی پتانسیل در سیستم‌های بیولوژیکی دارای منابع ملموس است، اما در مهندسی توده و رباتیک، انرژی پتانسیل را می‌توان به صورت مجازی برای هر یک از اعضا و یا کل توده تعریف کرد [۱۸].

همانطور که اساس قانون دوم نیوتن نیرو می‌باشد، اساس معادله لاگرانژ انرژی است. لاگرانژین عضو  $i$  مطابق با معادله‌ی (۲) است که پس از اعمال نتیجه‌ی معادله (۱) در آن، نتیجه به صورت معادله‌ی (۳) حاصل می‌شود. که در آن  $p_i(q)$  نشان دهنده‌ی انرژی پتانسیل و  $Q_i$  مجموع عوامل ناپایستار می‌باشد [۱۸].

$$L_i(q, \dot{q}_i) = K_i(\dot{q}_i) - p_i(q) \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L_i}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L_i}{\partial q_i} = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial K_i(\dot{q}_i)}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial p_i(q)}{\partial q_i} = Q_i \quad (3)$$

با اعمال  $m_i = 1$  برای همه‌ی اعضا و همچنین  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial K_i(\dot{q}_i)}{\partial \dot{q}_i} \right)$  نتیجه‌ی معادله‌ی (۲) می‌باشد، معادله (۴) به صورت زیر حاصل می‌شود [۱۸].

$$\ddot{q}_i = Q_i - \frac{\partial p_i(q)}{\partial q_i} \quad (4)$$

معادله (۴) معادله دیفرانسیلی است که می‌توان آن را با روش‌های عددی به سادگی حل نمود. تا بدین جا معادله دینامیکی برای حرکت توده‌ی ربات‌ها از معادله‌ی لاگرانژ نتیجه شده است. حال برای ایجاد حرکت هدف دار باید ترم  $\frac{\partial p_i(q)}{\partial q_i}$  در معادله (۴) به نحوی طراحی و انتخاب شود که هدف مورد نظر را اغنا نماید. بنابراین در بخش بعد انرژی‌های پتانسیل مورد نیاز طراحی و در رابطه‌ی (۴) اعمال خواهد شد.

1.Global Positioning System  
2.Unmanned Aerial Vehicle

تخمین زده می‌شود. در این حالت حرکت پایداری برای توده‌ی ربات‌ها زمانی ایجاد می‌شود که اعضاء برخوردی با سطح کره نداشته باشند. در الگوریتم طراحی شده برای ایجاد حرکت پایداری، محدوده‌ی دیگری با نام محدوده‌ی دافع، به صورت کره با مرکز همان کره‌یی که محدوده‌ی مانع با آن تخمین زده شده است، فرض می‌شود که شعاعی بزرگتر از کره‌ی تخمینی برای مانع را دارد. هرگاه هر عضوی از توده داخل این محدوده قرار گیرد، عامل دافع از سمت مرکز کره به آن اعمال می‌شود تا در نتیجه‌ی آن عدم برخورد عضو با مانع ایجاد شود. به عبارت دیگر روی سطح کره بزرگتر سوئیچی قرار می‌گیرد تا در لحظه‌ی که هر عضو وارد محدوده‌ی دافع می‌شود، عامل دافع فعال گردد که این سازوکار روشی جدید و منحصر به فرد در ایجاد پایداری در حرکت توده‌ی ربات‌ها در رابطه با موضوع عدم برخورد با موانع موجود در مسیر حرکت می‌باشد. چرا که تا به حال، در الگوریتم‌های پیشنهادی پیشین (موارد [۸]، [۱۵] و [۱۸])، عوامل یا نیروهایی به صورت انتگرال روی سطح مانع تعریف شده و یا مانع به صورت جرم متمرکز در نظر گرفته شده است که به مراتب پیچیدگی محاسبات در آنها زیاد بوده و به موازات آن سرعت محاسبات در حافظه‌ی ربات‌ها نیز افزایش می‌یابد. در این الگوریتم‌ها عوامل دافع از سمت موانع معمولاً به صورت توابع نمایی یا مجانب‌دار طراحی شده‌اند. این امر سبب شده است تا اعضایی که در فواصل دور از موانع نیز تحت تاثیر این عوامل قرار گیرند. هر چند که این تاثیر کوچک است، اما می‌تواند تا حدودی عضو را از مسیر مستقیم، که کوتاه‌ترین مسیر ممکن برای رسیدن به سمت نقطه‌ی هدف می‌باشد، منحرف سازد. اما در الگوریتم پیشنهادی در این مقاله، عضو تنها لحظه‌ی از مسیر حرکت خود منحرف می‌شود که در محدوده‌ی دافع تعریف شده برای هر مانع قرار گیرد. همچنین در الگوریتم‌های پیشین از آنجایی که عوامل دافع به صورت توابع نمایی و مجانب‌دار می‌باشد. لذا برای هر مانع با اندازه‌های متفاوت باید پارامترهای تعیین کننده‌ی شدت عامل دافع به صورت جدا گانه تعریف شوند. در صورتی که در الگوریتم طراحی شده در این مقاله شبیه‌سازی برای موانع با اندازه‌های متفاوت با پارامترهای یکسان برای تمامی موانع انجام خواهد شد. تابع پتانسیل اعمالی از سمت مانع در الگوریتم طراحی شده به صورت معادله‌ی (۸) طراحی و انتخاب می‌شود.

$$p_{ok}(q_i, C_{ok}) = \sum_{k=1}^M \left[ \frac{A_o}{2} \|q_i - C_{ok}\|^2 \right] \quad (۸)$$

که در آن  $M$  تعداد موانع موجود در فضای حرکت،  $C_{ok}$  مرکز کره‌یی که مانع با آن تخمین زده شده و  $A_o$  پارامتر عامل دافع از جانب مرکز کره می‌باشد. گرادیان (۸) به صورت معادله‌ی (۹) حاصل می‌شود.

$$\frac{\partial p_o(q)}{\partial q_i} = \frac{\partial p_{ok}(q)}{\partial q_i} = \sum_{k=1}^M [A_o(q_i - C_{ok})] \quad (۹)$$

کننده جهت توقف اعضاء در نقطه‌ی هدف، معادله حرکت به صورت معادله (۷) حاصل می‌شود [۱۸].

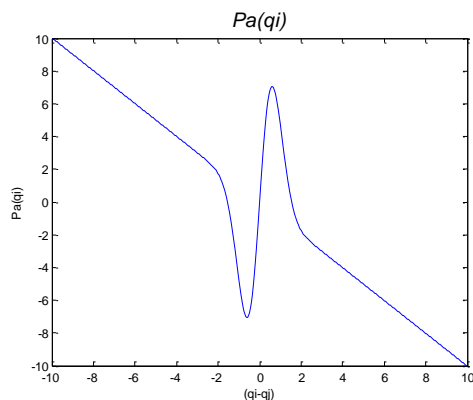
$$\ddot{q}_i = Q_i \quad (۷)$$

$$\begin{aligned} & - \left( \sum_{j=1, j \neq i}^N \left[ a \right. \right. \\ & \left. \left. - b \exp \left( - \frac{\|q_i - q_j\|^2}{c} \right) \right] \times (q_i - q_j) \right. \\ & \left. + A_e(q_i - C_e) \right) \end{aligned}$$

رفتار عامل تجمع حول مرکز یعنی رابطه‌ی

$$\sum_{j=1, j \neq i}^N \left[ a - b \exp \left( - \frac{\|q_i - q_j\|^2}{c} \right) \right] \times (q_i - q_j)$$

۱ با در نظر گرفتن  $a = 1$ ،  $c = 0.8$  و  $b = 20$  نشان داده شده است.



شکل ۱: رفتار ترم تجمع (بی بعد)

حرکت توده تحت تاثیر معادله (۷) به نحوی است که ابتدا در راستای کاهش ترم  $\sum_{j=1, j \neq i}^N \left[ a - b \exp \left( - \frac{\|q_i - q_j\|^2}{c} \right) \right] \times (q_i - q_j)$  عمل می‌نماید. که در نتیجه‌ی آن اعضاء توده حول مرکز توده تجمع را ایجاد کنند و سپس توده با تمایل به کاهش انرژی و به دنبال آن کاهش ترم  $A_e(q_i - C_e)$  به سمت نقطه‌ی هدف حرکت می‌نماید و نهایتاً تحت تاثیر عامل میرا کننده‌ی  $Q_i$  متوقف می‌شود. در بخش بعد معادله‌ی (۷) به نحوی تعمیم داده می‌شود که عدم برخورد با مانع نیز تضمین گردد.

### ۳-۲ حرکت در محیط با وجود مانع

در ادامه، حرکت توده‌ی ربات‌ها در صورت وجود مانع نیز مورد بررسی قرار می‌گیرد. بنابراین باید عدم برخورد اعضاء توده با موانع موجود در مسیر حرکت تضمین شود. لذا اعمال یک عامل دافع از سمت موانع مد نظر قرار می‌گیرد. در ابتدا، محدوده‌ی هر مانع توسط یک کره

در نهایت معادله حرکت کل توده به صورت معادله‌ی (۱۱) است، که با جایگذاری گرادینان‌های مربوط به هر ترم، نتیجه به صورت (۱۲) باز نویسی می‌شود.

$$\ddot{q}_i = Q_i - \left( \frac{\partial p_i(q)}{\partial q_i} + \frac{\partial p_e(q)}{\partial q_i} - \frac{\partial p_{ok}(q)}{\partial q_i} \right) \quad (11)$$

$$\ddot{q}_i = -k\dot{q}_i \|\dot{q}_i\| - \quad (12)$$

$$\left( \sum_{j=1, j \neq i}^N \left[ a - b \exp\left( -\frac{\|q_i - q_j\|^2}{c} \right) \right] \times (q_i - q_j) \right) + A_e(q_i - C_e) - \sum_{k=1}^M (neo_k(q_i, C_{ok})) [A_o(q_i - C_{ok})]$$

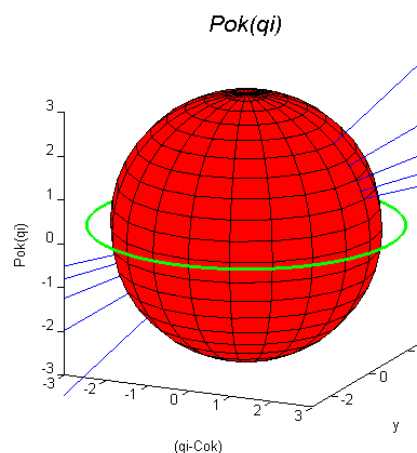
بر اساس معادله‌ی (۱۲) هرگاه عضوی در محدوده‌ی دافع یک مانع قرار گیرد، ترم عامل دافع در آن فعال می‌شود. که سبب افزایش انرژی در حرکت توده می‌شود و معادله در راستای افزایش ترم  $\sum_{k=1}^M (neo_k(q_i, C_{ok})) [A_o(q_i - C_{ok})]$  عمل می‌نماید و در نتیجه ی آن عضو از مانع دور می‌شود.

حال از آنجایی که هدف نهایی تجمع در نقطه‌ی هدف می‌باشد. لذا می‌توان الگوریتم را به نحوی تعمیم داد که توده در مسیر حرکت تمایلی به تجمع نداشته باشد و تنها حوالی نقطه‌ی هدف تجمع صورت گیرد. انتظار می‌رود که اعضاء در صورت نداشتن تمایل به تجمع در طول مسیر حرکت، آزادی عمل بیشتری را در انتخاب مسیر حرکت داشته باشند. بنابراین در بخش بعد سوئیچی طراحی می‌شود که ترم تمایل به تجمع را حوالی نقطه‌ی هدف فعال نماید.

### ۳-۳ طراحی سوئیچ فعال کننده ترم تمایل به تجمع

در الگوریتم ارائه شده مطلوب تجمع توده در نقطه‌ی هدف است. در معادله‌ی بدست آمده از قسمت قبل، ترم تمایل به تجمع در شروع حرکت فعال است، که در نتیجه‌ی آن توده ابتدا تمایل به تجمع را در شروع حرکت دارد و سپس به سمت نقطه‌ی هدف حرکت می‌نماید. این امر سبب می‌شود که اعضاء هنگامی که به یک مانع می‌رسند فقط و فقط از یک سمت آن حرکت نمایند که در نتیجه‌ی آن عضوی که تمایل به عبور از کنار مانع را دارد، ابتدا باید به توده ملحق شود و سپس از کنار مانع عبور نماید. اما حرکت به نحوی دیگر نیز قابل اجرا است و آن هم به این صورت است که توده در مسیر حرکت تمایل به تجمع را نداشته باشد که در این صورت اعضاء با آزادی عمل بیشتری حرکت خواهند کرد و فضای بیشتری را در حرکت خود پوشش خواهند داد و پس از

رفتار عامل دافع معادله‌ی (۹) از جانب مانع و تاثیر تغییر پارامتر  $A_o$  در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل ۲: تاثیر تغییر پارامتر  $A_o$  و رفتار عامل دافع (۸) (بی بعد)

در شکل ۲ دایره‌ی رسم شده حول کره، در اصل همان کره با شعاع بزرگتر است که پیش‌تر با نام محدوده‌ی دافع معرفی شده است و خط-های مورب نشان دهنده‌ی مقادیر عامل دافع از جانب مرکز کره به اعضاء می‌باشد (که با توجه به تغییر پارامتر  $A_o$  رسم شده‌اند). عامل دافع در فاصله‌ای بیشتر از دایره‌ی رسم شده حول کره‌ی تخمینی دارای مقدار می‌باشد که در نتیجه‌ی آن روی اعضاء موجود در بیرون از آن تاثیر می‌گذارد. لذا باید سوئیچی طراحی شود که در صورت وجود عضو در داخل محدوده‌ی دافع، عامل دافع را فعال نماید و لحظه‌ی که عضو از دایره خارج می‌شود، عامل دافع غیر فعال شود. در نتیجه در الگوریتم جدید، سوئیچی به صورت زیر تعریف می‌شود که در آن محدوده‌ی دافع همان دایره رسم شده حول کره در شکل ۲ می‌باشد (همان‌طور که ذکر شد، این محدوده در حقیقت یک کره با همان مرکز کره‌ی تخمینی می‌باشد. اما برای نمایش و درک بهتر به صورت دایره رسم شده است). این سوئیچ بصورت زیر طراحی و بیان می‌شود.

$$neo(q_i, C_o) = \begin{cases} 1 & \text{عضو داخل محدوده دافع باشد} \\ 0 & \text{عضو داخل محدوده دافع نباشد} \end{cases}$$

با اعمال ضریب  $neo(q_i, C_o)$  عامل دافع از مانع به صورت معادله‌ی (۱۰) نتیجه می‌شود. که در آن  $neo(q_i, C_o)$  ضریب فعال ساز عامل دافع از سمت مانع است.

$$\frac{\partial p_{ok}(q)}{\partial q_i} = \sum_{k=1}^M (neo_k(q_i, C_{ok})) [A_o(q_i - C_{ok})] \quad (10)$$

مقدار حداکثر این عبارت است). با اعمال این مقدار، عبارت (۱۵) به صورت زیر حاصل می‌شود.

$$\left( \sum_{j=1, j \neq i}^N \left[ -b \exp \left( -\frac{\sqrt{\frac{c}{2}}}{c} \right) \right] \times \left( \sqrt{\frac{c}{2}} \right) + A_e(q_i - C_e) \right) = 0$$

فاصله‌ی حداکثر  $(q_i - C_e)$  برای دورترین عضو در یک بعد  $N$

برابر می‌شود. پس:

$$\left( (N-1) \left[ -b \exp \left( -\frac{1}{2} \right) \right] \times \left( \sqrt{\frac{c}{2}} \right) + N \times A_e(q_i - C_e) \right) = 0$$

$$(q_i - C_e) = \frac{(N-1)}{N \times A_e} \left( b \left( \sqrt{\frac{c}{2}} \right) \exp \left( -\frac{1}{2} \right) \right)$$

اما چون فضای حرکت توده‌ی ربات‌ها بیشتر از یک بعد است، پس می‌توان محدوده را برای  $D$  بعد به صورت زیر محدود کرد:

$$\|e_{cei}\| \leq \frac{1}{D} \frac{(N-1)}{N \times A_e} \left( b \left( \sqrt{\frac{c}{2}} \right) \exp \left( -\frac{1}{2} \right) \right)$$

بنابراین فاصله‌ی هیچ یک از اعضا تا نقطه‌ی هدف بیشتر از سمت راست نابرابری (۱۳) نخواهد شد. در نتیجه محدوده‌ی قرارگیری اعضا در صورت عدم وجود عامل تمایل به تجمع بدست آمده است. ▲

لازم به ذکر است که محدوده‌ی فوق یک محدوده‌ی تقریبی و با ضریب اطمینان بالا است. و از آنجایی که مقدار فاصله‌ی دورترین عضو تا نقطه‌ی هدف به صورت دقیق قابل محاسبه نیست، بنابراین پارامترهای  $A_e$ ،  $b$  و  $C$  به صورت تابعی از تعداد اعضا انتخاب می‌شوند که این انتخاب نیز براساس شبیه‌سازی و آزمایش باید صورت گیرد.

در قضیه‌ی زیر همگرایی اعضا به سمت نقطه‌ی هدف مورد بررسی قرار می‌گیرد.

**قضیه ۲-** اگر توده‌ی ربات‌ها تمایل به تجمع حول یکدیگر را نداشته باشند، آنگاه اعضای توده با حرکتی پایدار به سمت نقطه‌ی هدف همگرا می‌شوند.

قرارگیری حوالی نقطه‌ی هدف، تمایل به تجمع فعال می‌شود. این سازوکار نیز در الگوریتم جدید ارائه شده در این مقاله نسبت به الگوریتم‌های پیشین، منحصر به فرد می‌باشد. پس ابتدا محدوده‌ی تجمع توده حوالی نقطه‌ی هدف در قالب قضیه ۱ تعریف و اثبات می‌شود.

**قضیه ۱-** اگر اعضای توده تمایل به تجمع به سمت یکدیگر را نداشته باشند، آنگاه همه‌ی اعضای توده در محدوده‌ی نابرابری (۱۳) قرار می‌گیرند.

$$\|e_{cei}\| \tag{۱۳}$$

$$\leq \frac{1}{D} \frac{(N-1)}{N A_e} \left( b \left( \sqrt{\frac{c}{2}} \right) \exp \left( -\frac{1}{2} \right) \right)$$

که در آن  $D$  بعد فضای حرکت توده‌ی ربات‌ها می‌باشد.

**اثبات قضیه ۱-** معادله حرکت توده تحت تاثیر عامل دافع جهت عدم برخورد اعضا با یکدیگر و عامل جاذب از سمت نقطه هدف به صورت معادله‌ی (۱۴) باز نویسی می‌شود.

$$\ddot{q}_i = -k \dot{q}_i \| \dot{q}_i \| \tag{۱۴}$$

$$\left( \sum_{j=1, j \neq i}^N \left[ -b \exp \left( -\frac{\|q_i - q_j\|^2}{c} \right) \right] \times (q_i - q_j) + A_e(q_i - C_e) \right)$$

با توجه به معادله‌ی دینامیکی فوق، محل توقف اعضا در محدوده-یی است که  $\ddot{q}_i = 0$  و  $-k \dot{q}_i \| \dot{q}_i \| = 0$  باشد. بنابراین عبارت داخل پرانتز به صورت معادله‌ی (۱۵) برابر با صفر قرار داده شود.

$$\left( \sum_{j=1, j \neq i}^N \left[ -b \exp \left( -\frac{\|q_i - q_j\|^2}{c} \right) \right] \times (q_i - q_j) + A_e(q_i - C_e) \right) = 0 \tag{۱۵}$$

عبارت  $\sum_{j=1, j \neq i}^N \left[ b \exp \left( -\frac{\|q_i - q_j\|^2}{c} \right) \right] \times (q_i - q_j)$  دارای مقدار حداکثری است که در  $\sqrt{\frac{c}{2}}$  اتفاق می‌افتد (این مقدار با مشتق‌گیری از عبارت  $(y) = \sum_{j=1, j \neq i}^N \left[ b \exp \left( -\frac{\|y\|^2}{c} \right) \right] \times (y)$ ، یعنی

$$\begin{aligned} \dot{V}_i \leq & -k\|\dot{q}_{1i}\|\|\dot{q}_{1i}\|\|e_{2i}\| + a\|e_{1i}\|\|e_{2i}\| \\ & + b \sum_{j=1, j \neq i}^N \exp\left(-\frac{\|q_i - q_j\|^2}{c}\right) \|q_i - q_j\| \\ & - q_j \|\|e_{2i}\| - A_e \|q_i - C_e\| \|e_{2i}\| \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_i \leq & - \left[ k\|\dot{q}_{1i}\|^2 - a\|e_{1i}\| \right. \\ & - b \sum_{j=1, j \neq i}^N \exp\left(-\frac{\|q_i - q_j\|^2}{c}\right) \|q_i - q_j\| \\ & \left. - q_j \|\|e_{2i}\| + A_e \|q_i - C_e\| \right] \|e_{2i}\| \end{aligned}$$

عبارت  $k\|\dot{q}_{1i}\|^2$  همیشه مثبت می‌باشد. تابع تجمع، یعنی  $-a\|e_{1i}\| - b \sum_{j=1, j \neq i}^N \exp\left(-\frac{\|q_i - q_j\|^2}{c}\right) \|q_i - q_j\|$  مقدار حداقلی به اندازه‌ی  $\delta$   $\|q_i - q_j\| = \delta$  است. این مقدار حداقل، برابر با فاصله‌ی است که با مساوی صفر قرار دادن عبارت  $p_a(q_i)$  می‌شود که حاصل آن دارای دو مقدار  $\|q_i - q_j\| = \delta$   $\{0 \text{ or } \sqrt{c \ln(b)} = \delta\}$  است و چون اعضاء روی یکدیگر قرار نمی‌گیرند تا مقدار  $\|q_i - q_j\| = 0$  حاصل شود، بنابراین مقدار حداقل برابر با  $\delta$  است. با در نظر گرفتن این موضوع، نتیجه‌ی زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i \leq & - \left[ k\|\dot{q}_{1i}\|^2 - a\delta \right. \\ & \left. - b(N-1) \exp\left(-\frac{\delta^2}{c}\right) + A_e \|q_i - C_e\| \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_i \leq & - \left[ k\|\dot{q}_{1i}\|^2 - a\delta \right. \\ & - (N-1)b \exp\left(-\frac{\sqrt{c \ln(b)}^2}{c}\right) + A_e \|q_i - C_e\| \left. \right] \|e_{2i}\| \end{aligned}$$

$$\dot{V}_i \leq - \left[ k\|\dot{q}_{1i}\|^2 - a\delta - b \left(\frac{1}{b}\right) + A_e \|q_i - C_e\| \right] \|e_{2i}\|$$

$$\dot{V}_i \leq - \left[ k\|\dot{q}_{1i}\|^2 - a\delta - \square + A_e \|q_i - C_e\| \right] \|e_{2i}\|$$

$$\dot{V}_i \leq - \left[ k\|\dot{q}_{1i}\|^2 - \square(a+1) + A_e \|q_i - C_e\| \right] \|e_{2i}\|$$

## اثبات قضیه ۲- معادله حرکت توده تحت تاثیر عامل دافع جهت

عدم برخورد اعضاء با یکدیگر و عامل جاذب از سمت نقطه هدف به صورت معادله‌ی زیر باز نویسی می‌شود.

$$\ddot{q}_i =$$

$$\begin{aligned} & -k\dot{q}_i \|\dot{q}_i\| - \left( \sum_{j=1, j \neq i}^N \left[ -b \exp\left(-\frac{\|q_i - q_j\|^2}{c}\right) \right] \times \right. \\ & \left. (q_i - q_j) + A_e(q_i - C_e) \right) \end{aligned}$$

تابع لیپانوف به صورت زیر انتخاب می‌شود.

$$V_i = \frac{a}{2} e_{1i}^T e_{1i} + \frac{1}{2} e_{2i}^T e_{2i} = \frac{a}{2} \|e_{1i}\|^2 + \frac{1}{2} \|e_{2i}\|^2$$

که در آن معادلات حالت به صورت زیر است.

$$\dot{q}_{1i} = q_{2i} = \dot{e}_{1i} = e_{2i}$$

$$\ddot{q}_{1i} = \dot{q}_{2i} = \dot{e}_{2i}$$

$$\begin{aligned} \dot{q}_{2i} = & -k\dot{q}_{1i} \|\dot{q}_{1i}\| + b \sum_{j=1, j \neq i}^N \exp\left(-\frac{\|q_{1i} - q_{1j}\|^2}{c}\right) (q_{1i} \\ & - q_{1j}) + A_e(q_i - C_e) \end{aligned}$$

با مشتق گیری از تابع لیپانوف انتخاب شده در مسیر حرکت اعضاء

توده، عبارت زیر حاصل خواهد شد.

$$\dot{V}_i = [a\dot{e}_{1i}^T e_{1i} \quad \dot{e}_{2i}^T e_{2i}]$$

$$\dot{e}_{1i}^T = e_{2i}^T$$

$$\dot{e}_{2i}^T = \dot{q}_{2i}^T$$

$$\dot{V}_i = [ae_{1i} \quad e_{2i}] \times$$

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} e_{2i}^T \\ -k\dot{q}_{1i} \|\dot{q}_{1i}\| + b \sum_{j=1, j \neq i}^N \exp\left(-\frac{\|q_i - q_j\|^2}{c}\right) (q_i - q_j)^T - \square \\ -k\dot{q}_{1i} \|\dot{q}_{1i}\| e_{2i} + ae_{1i} e_{2i}^T \\ + b \sum_{j=1, j \neq i}^N \exp\left(-\frac{\|q_i - q_j\|^2}{c}\right) (q_i - q_j)^T e_{2i} - A_e(q_i - C_e)^T e_{2i} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

از آنجایی که به ازای همی  $q_i$  و  $q_j$  ترم  $b \exp\left(-\frac{\|q_i - q_j\|^2}{c}\right) >$

0 است. پس  $\dot{V}_i$  را می‌توان به صورت زیر محدود کرد.

یکدیگر، عامل دافع جهت عدم برخورد اعضا با یکدیگر فعال می‌شود و اعضا را از هم دور می‌نماید تا برخوردی بین اعضا صورت نگیرد. همچنین عدم برخورد اعضا با موانع موجود بر مسیر حرکت نیز توسط عامل دافع از سمت موانع که با سوئیچی فعال می‌شود، تضمین شده است. نهایتاً عامل تمایل به تجمع برای اعضا، حول نقطه‌ی هدف فعال می‌شود و اعضا پس از تجمع حول نقطه‌ی هدف متوقف می‌شوند.

در قضیه ۲ پایداری حرکت در صورت عدم وجود عامل تمایل به تجمع اثبات شد، حال در ادامه پایداری معادله‌ی (۱۶) در صورت وجود عامل تمایل به تجمع اثبات می‌شود.

#### اثبات پایداری معادله‌ی (۱۶) - معادله‌ی (۱۶) در صورت وجود

عامل تمایل به تجمع و عدم وجود مانع به صورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$\ddot{q}_i = -k\dot{q}_i\|\dot{q}_i\| \quad (16)$$

$$-\left(\sum_{j=1, j \neq i}^N \left[ \{a - b \exp\left(-\frac{\|q_i - q_j\|^2}{c}\right)\} \times (q_i - q_j)\right] + A_e(q_i - C_e)\right)$$

تابع لیاپانوف به صورت زیر انتخاب می‌شود.

$$V_i = \frac{a}{2} e_{1i}^T e_{1i} + \frac{1}{2} e_{2i}^T e_{2i} = \frac{a}{2} \|e_{1i}\|^2 + \frac{1}{2} \|e_{2i}\|^2$$

معادلات حالت به فرم زیر است.

$$\dot{q}_{1i} = q_{2i} = \dot{e}_{1i} = e_{2i}$$

$$\dot{q}_{2i} = \dot{q}_{2i} = \dot{e}_{2i}$$

$$\dot{q}_{2i} = -k\dot{q}_i\|\dot{q}_i\| - aNe_{1i} + b \sum_{j=1, j \neq i}^N \exp\left(-\frac{\|q_{1i} - q_{1j}\|^2}{c}\right) (q_{1i} - q_{1j}) - A_e(q_i - C_e)$$

با مشتق‌گیری از تابع لیاپانوف انتخاب شده در مسیر حرکت اعضا،

عبارت زیر حاصل می‌شود.

$$\dot{V}_i = [a\dot{e}_{1i}^T e_{1i} \quad \dot{e}_{2i}^T e_{2i}]$$

$$\dot{e}_{1i}^T = e_{2i}^T$$

$$\dot{e}_{2i}^T = \dot{q}_{2i}^T$$

$$V_i = [ae_{1i} \quad e_{2i}]$$

$$* \left[ -k\dot{q}_i\|\dot{q}_i\| - aNe_{1i}^T + b \sum_{j=1, j \neq i}^N \exp\left(-\frac{\|q_i - q_j\|^2}{c}\right) (q_i - q_j)^T - A_e(q_i - C_e)^T \right]$$

مشتق تابع لیاپانوف در مسیر حرکت هر عضو با شرط  $\square(a+1) > \| \dot{q}_{1i} \|^2 + A_e \| q_i - C_e \|^2$  منفی معین است. پس معادله حرکت ارائه شده در جهت کاهش انرژی و به موازات آن در جهت کاهش ترم  $A_e \| q_i - C_e \|^2$  رفتار می‌نماید. در نتیجه، اعضای توده به سمت نقطه‌ی هدف همگرا می‌شوند. <sup>▲</sup>

در بخش بعد با شبیه‌سازی نشان داده می‌شود که توده تحت تاثیر معادله‌ی (۱۴) به سمت نقطه‌ی هدف حرکت می‌نماید و حوالی آن متوقف می‌شود و در نهایت برای هیچ یک از اعضا، فاصله تا نقطه‌ی هدف بیشتر از ناپرابری (۱۳) نمی‌شود. حال سوئیچی به صورت زیر طراحی می‌شود که ترم تمایل به تجمع را حول نقطه‌ی هدف فعال نماید.

$$nea(\text{for all the } q_i, C_e) = 1$$

هنگامی که همزمان برای همه‌ی اعضا

$$\|e_{cei}\| \leq \frac{1}{D} \frac{(N-1)}{N \times A_e} \left( b \left( \sqrt{\frac{c}{2}} \right) \exp\left(-\frac{1}{2}\right) \right)$$

$$nea(\text{for all the } q_i, C_e) = 0$$

هنگامی که حتی برای یک عضو

$$\|e_{cei}\| > \frac{1}{D} \frac{(N-1)}{N \times A_e} \left( b \left( \sqrt{\frac{c}{2}} \right) \exp\left(-\frac{1}{2}\right) \right)$$

سوئیچ فوق در صورتی فعال می‌شود که تمامی اعضای توده در

محدوده‌ی  $\|e_{cei}\| \leq \frac{1}{D} \frac{(N-1)}{N \times A_e} \left( b \left( \sqrt{\frac{c}{2}} \right) \exp\left(-\frac{1}{2}\right) \right)$  قرار گیرند.

در نهایت معادله حرکت توده با اعمال سوئیچ فوق به صورت معادله‌ی (۱۶) بازنویسی می‌شود.

$$\ddot{q}_i = -k\dot{q}_i\|\dot{q}_i\| \quad (16)$$

$$\left( \sum_{j=1, j \neq i}^N \left[ \{nea(\text{for all the } q_i, C_e) \times a - b \exp\left(-\frac{\|q_i - q_j\|^2}{c}\right)\} \times (q_i - q_j)\right] + A_e(q_i - C_e) - \sum_{k=1}^M (neo_k(q_i, C_{ok})) * [A_o(q_i - C_{ok})] \right)$$

در الگوریتم پیشنهادی که معادله دینامیکی (۱۶) می‌باشد، توده با معادله‌ی مذکور به نحوی عمل می‌نماید که در آن اعضا به سمت نقطه‌ی هدف حرکت می‌نمایند و در صورت نزدیک شدن بیش از حد به

$$\dot{V}_i \leq - \left[ k \|\dot{q}_{1i}\|^2 + (N-1) \left( a\delta - b \square \exp\left(-\frac{\delta^2}{c}\right) \right) + A_e \|q_i - C_e\| \right] \|e_{2i}\|$$

$$\dot{V}_i \leq - \left[ k \|\dot{q}_{1i}\|^2 + (N-1) \left( a\delta - b \square \exp\left(-\frac{\sqrt{c \ln\left(\frac{b}{a}\right)}}{c}\right) \right) + A_e \|q_i - C_e\| \right] \|e_{2i}\|$$

$$\dot{V}_i \leq - \left[ k \|\dot{q}_{1i}\|^2 + (N-1) \left( a\delta - b \square \left(\frac{a}{b}\right) \right) + A_e \|q_i - C_e\| \right] \|e_{2i}\|$$

$$\dot{V}_i \leq - [k \|\dot{q}_{1i}\|^2 + A_e \|q_i - C_e\|] \|e_{2i}\|$$

مشتق تابع لیپانوف در مسیر حرکت هر عضو منفی معین است. پس معادله حرکت ارائه شده در جهت کاهش انرژی که به دنبال آن کاهش ترم  $A_e \|q_i - C_e\|$  است، رفتار می‌نماید. در نتیجه معادله‌ی (۱۶) پایدار است.

برای درک بهتر این موضوع، شبیه‌سازی در حالت تمایل به تجمع در شروع حرکت و عدم تمایل به تجمع در شروع حرکت (در این حالت تجمع فقط حوالی نقطه‌ی هدف انجام می‌شود) در بخش بعد انجام می‌شود. همچنین برای درک بهتر، در فضای بدون مانع نیز شبیه‌سازی‌ها تکرار خواهند شد.

#### ۴- شبیه‌سازی الگوریتم طراحی شده و بررسی نتایج

در این بخش با هدف بررسی کارایی و عملکرد الگوریتم جدید طراحی شده، در دو مرحله به شبیه‌سازی و بررسی نتایج در حرکت توده‌ی ربات‌ها پرداخته می‌شود. در مرحله اول با شبیه‌سازی معادلات تجمع و حرکت توده به سمت نقطه‌ی هدف، نتایج حاصل از الگوریتم ارائه شده

$$= -k\dot{q}_{1i}\|\dot{q}_{1i}\|e_{2i} + ae_{1i}e_{2i}^T - aNe_{1i}^T e_{2i} + b \sum_{j=1, j \neq i}^N \exp\left(-\frac{\|q_i - q_j\|^2}{c}\right) (q_i - q_j)^T e_{2i} - A_e (q_i - C_e)^T e_{2i}$$

از آنجایی که ترم  $b \exp\left(-\frac{\|q_i - q_j\|^2}{c}\right) > 0$  به ازای همه‌ی  $q_i$  و  $q_j$  است. پس  $\dot{V}_i$  می‌تواند به صورت زیر محدود باشد.

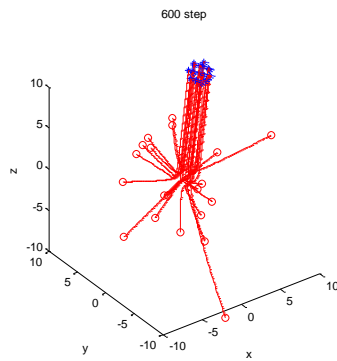
$$\dot{V}_i \leq -k\|\dot{q}_{1i}\|\|\dot{q}_{1i}\|\|e_{2i}\| - (N-1)a\|e_{1i}\|\|e_{2i}\| + b \sum_{j=1, j \neq i}^N \exp\left(-\frac{\|q_i - q_j\|^2}{c}\right) \|q_i - q_j\| \|e_{2i}\| - A_e \|q_i - C_e\| \|e_{2i}\|$$

$$\dot{V}_i \leq - \left[ k \|\dot{q}_{1i}\|^2 + (N-1)a\|e_{1i}\| - b \sum_{j=1, j \neq i}^N \exp\left(-\frac{\|q_i - q_j\|^2}{c}\right) \|q_i - q_j\| + A_e \|q_i - C_e\| \right] \|e_{2i}\|$$

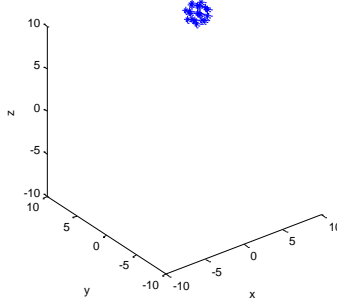
عبارت  $k\|\dot{q}_{1i}\|^2$  همیشه مثبت است. تابع تجمع نیز همیشه مثبت است، و دارای مقدار حداقلی به اندازه‌ی  $\delta$  است. این مقدار حداقل، برابر با فاصله‌ی است که با مساوی صفر قرار دادن عبارت  $p_a(q_i)$  در صورت وجود عامل تمایل به تجمع، نتیجه می‌شود که حاصل آن دارای دو مقدار  $\|q_i - q_j\| = 0$  or  $\|q_i - q_j\| = \sqrt{c \ln\left(\frac{b}{a}\right)} = \delta$  است و چون اعضاء روی یکدیگر قرار نمی‌گیرند تا مقدار

$\|q_i - q_j\| = 0$  حاصل شود، بنابراین مقدار حداقل برابر با  $\delta$  است. با در نظر گرفتن این موضوع، نتیجه‌ی زیر حاصل می‌شود:

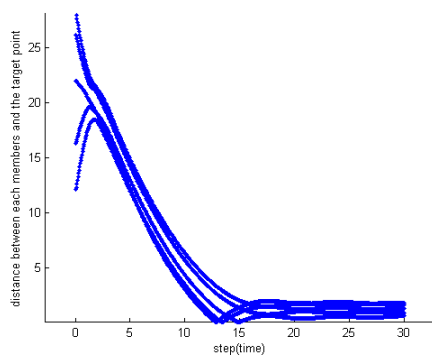
$$\dot{V}_i \leq - \left[ k \|\dot{q}_{1i}\|^2 + (N-1)a\delta - b(N-1) \square \exp\left(-\frac{\delta^2}{c}\right) + A_e \|q_i - C_e\| \right] \|e_{2i}\|$$



(ب) موقعیت اعضاء پس از ۶۰۰ مرحله



(ج) موقعیت نهایی اعضاء



(د) فاصله‌ی پنج عضو با نقطه‌ی هدف بر حسب زمانی

شکل ۳: شبیه‌سازی حرکت توده در محیط بدون مانع در صورت تمایل به تجمع

همانطور که در شکل ۳ مشاهده می‌شود، اعضای توده با تمایل به تجمع به سمت نقطه هدف حرکت می‌نمایند و تغییرات موقعیت اعضاء با پیشرفت زمان در شکل‌های (۳-الف) و (۳-ب) در مراحل مختلف نشان داده شده است. در این شکل‌ها ضربدرها موقعیت نهایی اعضاء در هر مرحله و دایره‌های کوچک تو خالی موقعیت اولیه هر عضو و خطوط متصل از دایره‌های کوچک به ضربدرها مسیر حرکت اعضاء را نمایش می‌دهد. شکل (۳-ج) نشان دهنده‌ی موقعیت نهایی اعضاء می‌باشد. همچنین در شکل (۳-د)، برای درک بهتر، پنج عضو به صورت تصادفی از تعداد بیست عضو انتخاب شده‌اند و فاصله آنها با نقطه‌ی هدف نشان داده شده است. همانطور که در شکل (۳-د) مشاهده می‌شود، اعضاء ابتدا

تحت شرایط اولیه بررسی می‌شود. سپس در مرحله دوم با شبیه‌سازی الگوریتم تعمیم یافته در حرکت توده ربات‌ها در حضور موانع، نتایج کلی الگوریتم ارائه شده بررسی می‌شود. در حالت تجربی، الگوریتم در حافظه‌ی ربات‌ها تعریف می‌شود و موقعیت‌های اولیه‌ی ربات‌ها در الگوریتم به صورت اطلاعات ورودی، وارد می‌شود، سپس الگوریتم پیشنهادی در بازه‌های زمانی مشخص در حافظه‌ی ربات‌ها به صورت عددی حل می‌شود و نهایتاً مسیر حرکت ربات‌ها مشخص خواهد شد. در این پژوهش نیز شبیه‌سازی به صورت مرحله‌ی انجام می‌شود. برای درک بهتر رفتار توده در حرکت، نتایج شبیه‌سازی پنج ربات به صورت تصادفی بر حسب زمان نیز نشان داده خواهد شد.

## ۴-۱ شبیه‌سازی تجمع و حرکت به سمت نقطه‌ی هدف

شبیه‌سازی الگوریتم پیشنهادی در فضای نرم‌افزار متلب با معادله (۷) و با انتخاب پارامترها با توجه به جدول ۱ انجام شده است. تعداد اعضاء توده ۲۰ عضو می‌باشد و همچنین موقعیت اولیه هر یک از اعضاء به صورت تصادفی انتخاب شده است. در این شبیه‌سازی سرعت اولیه برای تمامی اعضاء صفر در نظر گرفته شده است و اعضاء از حالت سکون شروع به حرکت می‌نمایند.

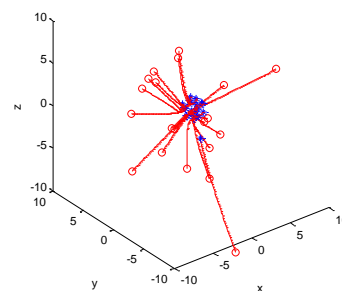
جدول ۱: مقادیر پارامترهای الگوریتم حرکتی

پارامتر	نماد	مقدار
جاذب به هدف	$A_e$	۱
عدم برخورد	$c$	۰/۰۸
عدم برخورد	$b$	۲۰
تمایل به تجمع	$a$	۱
میرایی	$k$	۵

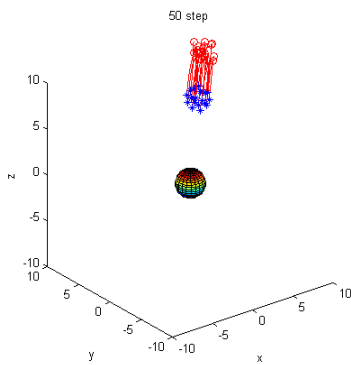
در این شبیه‌سازی، معادله با روش رانگ کوتا مرتبه ۴ با گام ۰/۰۵ حل گردیده است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی الگوریتم حرکتی در سه بعد در شکل ۳ نشان داده شده است. همچنین مختصات نقطه‌ی تجمع

$$C_e = \begin{bmatrix} 7 & 7 & 7 \end{bmatrix}$$

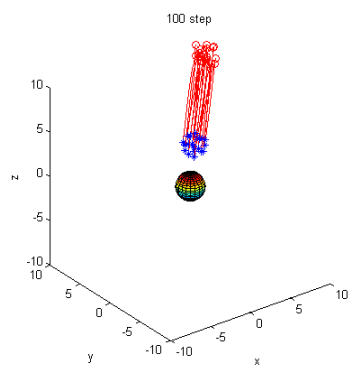
50 step



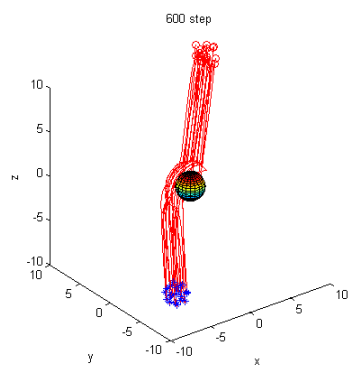
(الف) موقعیت اعضاء پس از ۵۰ مرحله



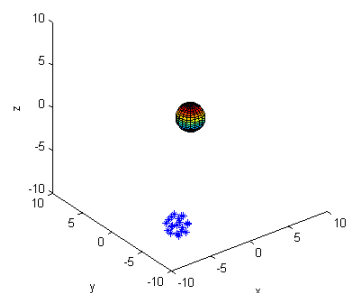
(الف) موقعیت اعضاء پس از ۵۰ مرحله



(ب) موقعیت اعضاء پس از ۱۰۰ مرحله



(ج) موقعیت اعضاء پس از ۶۰۰ مرحله



(د) موقعیت نهایی اعضاء

شکل ۴: شبیه‌سازی حرکت توده در محیط با مانع در صورت تمایل به تجمع

تمایل به کاهش فاصله با یکدیگر را دارند که علت این رفتار وجود عامل جاذب بین اعضاء می‌باشد و پس از آن تمایل به کاهش فاصله تا نقطه‌ی هدف ایجاد می‌شود. از آنجایی که حرکت توده همیشه در محیط‌های بدون مانع نمی‌باشد، در نتیجه پایداری توده در صورت وجود مانع نیز باید تضمین شود. در قسمت بعد به بررسی عملکرد الگوریتم ارائه شده پرداخته می‌شود و نتایج شبیه‌سازی حرکت توده‌ی ربات‌ها در فضایی با مانع ارائه می‌شود.

#### ۴-۱ شبیه‌سازی حرکت توده ربات‌ها در حضور مانع در صورت تمایل به تجمع

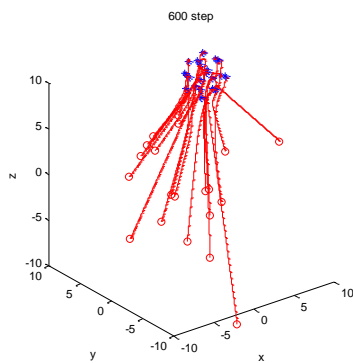
برای بررسی عملکرد الگوریتم ارائه شده، شبیه‌سازی معادله حرکت (۱۲) با توده‌ای ۲۰ عضوی انجام می‌شود که تمامی اعضاء در موقعیت‌های ابتدایی به صورت تصادفی و با سرعت اولیه صفر قرار دارند. توده مورد نظر، با تضمین عدم برخورد اعضاء با یکدیگر (توسط عامل دافع موجود بین اعضاء که سبب عدم برخورد اعضاء با یکدیگر می‌شود) و عدم ارتعاش اعضاء (توسط عامل میرا کننده) به سمت نقطه‌ی هدف یعنی  $C_e$  حرکت می‌کند و در آخر حول نقطه‌ی هدف تجمع می‌یابد. در این شبیه‌سازی، در مسیر حرکت موانعی وجود دارد که با کره تخمین زده می‌شوند و عدم برخورد با آنها نیز تضمین می‌شود. شبیه‌سازی حرکت توده در سه بعد با انتخاب پارامترها مطابق با جدول ۲ انجام می‌شود. همچنین محدوده‌ی فعال کننده‌ی عامل دافع برای موانعی با شعاع  $R_0$  برابر با کره‌ی به شعاع  $\|R_0 + 1\|$  در نظر گرفته می‌شود.

جدول ۲: مقادیر پارامترهای الگوریتم حرکتی

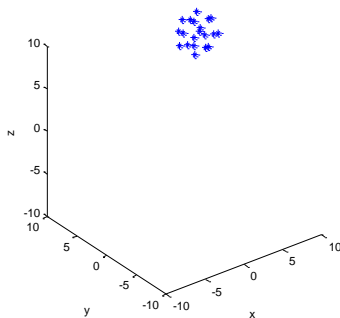
مقدار	نماد	پارامتر
۱	$A_e$	جاذب به هدف
۳۰	$A_0$	دافع از مانع
۰/۸	$c$	عدم برخورد
۲۰	$b$	عدم برخورد
۱	$a$	تمایل به تجمع
۵	$k$	میرایی

نتیجه شبیه‌سازی در شکل ۴ نشان داده شده است. همچنین مختصات

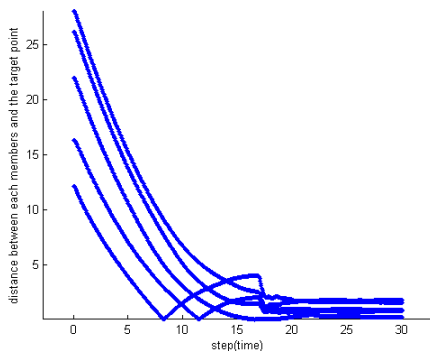
نقطه‌ی تجمع  $C_e = [-8 \quad -8 \quad -8]$  در نظر گرفته شده است.



(ب) موقعیت اعضاء پس از ۶۰۰ مرحله



(ج) موقعیت نهایی اعضاء



(د) فاصله‌ی پنج عضو با نقطه‌ی هدف بر حسب مرحله‌ی زمانی

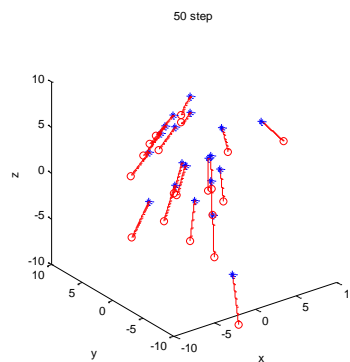
شکل ۵: شبیه‌سازی حرکت توده در صورت عدم تمایل به تجمع

همانطور که در شکل ۵ مشاهده می‌شود، اعضای توده در ابتدا با عدم تمایل به تجمع به سمت نقطه هدف حرکت می‌کنند و تغییرات موقعیت اعضاء با پیشرفت زمان در شکل‌های (۵-الف) و (۵-ب) در مراحل مختلف نشان داده شده است. در این شکل‌ها ضربدرها موقعیت نهایی اعضاء در هر مرحله و دایره‌های تو خالی موقعیت اولیه هر عضو و خطوط متصل از دایره‌های تو خالی به ضربدرها مسیر حرکت اعضاء می‌باشد. شکل (۵-ج) نشان دهنده‌ی موقعیت نهایی اعضاء است. همچنین در شکل (۵-د) برای درک بهتر، فاصله‌ی پنج عضو که به صورت تصادفی از تعداد بیست عضو انتخاب شده‌اند با نقطه‌ی هدف نشان داده شده است.

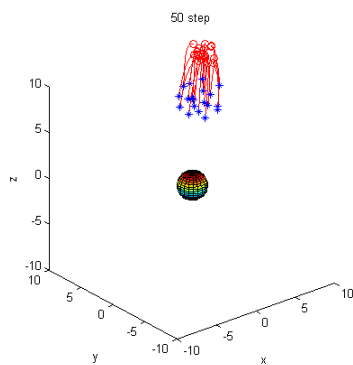
شبیه‌سازی تغییرات موقعیت اعضاء بر مبنای زمان در شکل‌های (۴-الف تا ج) در مراحل مختلف نشان داده شده است. در این شکل‌ها ضربدرها موقعیت نهایی اعضاء در هر مرحله، دایره‌های تو خالی موقعیت اولیه هر عضو، خطوط متصل از دایره‌های کوچک و تو خالی به ضربدرها مسیر حرکت اعضاء و کره، مانع موجود بر مسیر حرکت اعضاء می‌باشد. شکل (۴-د) نشان دهنده‌ی موقعیت نهایی اعضاء است. نتیجه شبیه‌سازی نشان می‌دهد که با وارد شدن عضوی به محدوده‌ی مانع، عامل دفع فعال شده و سبب افزایش انرژی توده و در نتیجه‌ی آن دفع عضو از محدوده‌ی مانع می‌شود. در نتیجه، الگوریتم ارائه شده این توانایی را دارد که حرکت پایدار را برای توده‌ی ربات‌ها تضمین نماید. از طرفی مشاهده می‌شود که توده تنها از یک سمت مانع عبور کرده است و علت آن، همانطور که انتظار می‌رفت، داشتن تمایل به تجمع توده می‌باشد. در بخش بعد شبیه‌سازی معادله‌ی (۱۶) انجام خواهد شد، تا تاثیر عدم تمایل به تجمع در حرکت توده بررسی شود.

### ۴-۳ شبیه‌سازی حرکت به سمت نقطه‌ی هدف در صورت عدم تمایل به تجمع

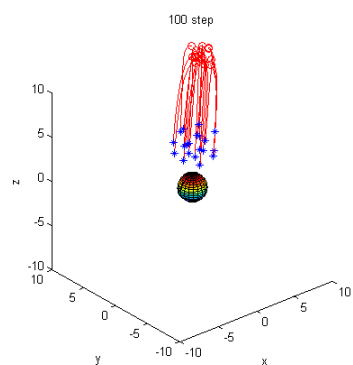
در این بخش، شبیه‌سازی به نحوی انجام می‌شود تا صحت قضیه ۱ را نشان دهد (در فضای بدون وجود مانع). عملکرد الگوریتم ارائه شده با شبیه‌سازی معادله حرکت (۱۶) بررسی می‌شود، به نحوی که توده با ۲۰ عضو که در آن اعضاء در موقعیت‌های ابتدایی به صورت تصادفی با فرض سرعت اولیه صفر برای تمامی اعضاء قرار می‌گیرند. حرکت توده در سه بعد با انتخاب پارامترها مطابق با جدول ۲ انجام می‌شود و همچنین مختصات نقطه‌ی تجمع  $C_e = [7 \ 7 \ 7]$  در نظر گرفته شده است. در این شبیه‌سازی نیز معادله با روش رانگ کوتاه مرتبه ۴ با گام ۰/۰۵ حل گردیده است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی الگوریتم حرکتی در سه بعد، در شکل ۵ نشان داده شده است.



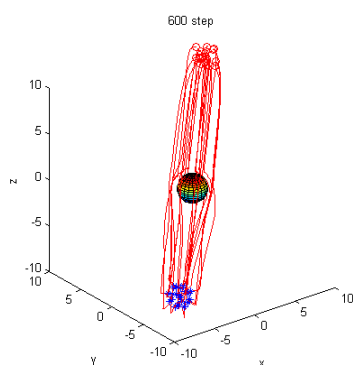
(الف) موقعیت اعضاء پس از ۵۰ مرحله



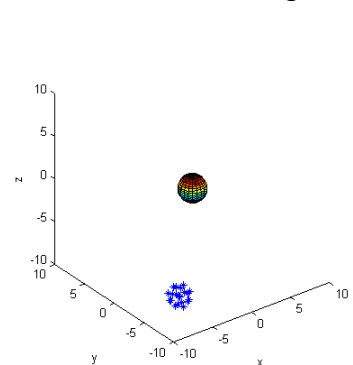
(الف) موقعیت اعضا پس از ۵۰ مرحله



(ب) موقعیت اعضا پس از ۱۰۰ مرحله



(ج) موقعیت اعضا پس از ۶۰۰ مرحله



(د) موقعیت نهایی اعضا

شکل ۶: شبیه‌سازی حرکت توده در محیط با مانع در صورت عدم تمایل به تجمع

همانطور که در شکل (۵-د) مشاهده می‌شود اعضاء تمایل به کاهش فاصله با یکدیگر را ندارند و از ابتدا تمایل به کاهش فاصله تا نقطه‌ی هدف را دارند که علت این رفتار عدم وجود عامل جاذب بین اعضاء می‌باشد. محدوده‌ی  $\|e_{cei}\|$  طبق نابرابری (۱۵) با لحاظ شدن پارامترهای انتخابی، برابر با  $۲/۴۲۹۵$  است. و مقدار  $\|e_{cei}\|$  در پایان شبیه‌سازی برای هر عضو در جدول ۳ نشان داده شده است.

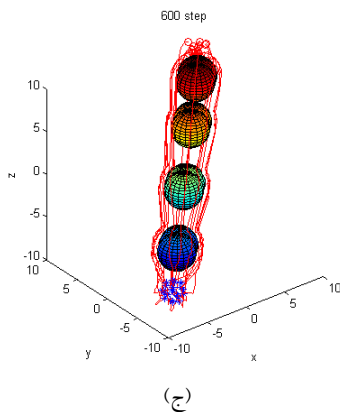
جدول ۳: فاصله‌ی هر عضو تا  $C_e$  ( $\|e_{cei}\|$ )

شماره‌ی هر عضو	فاصله‌ی $\ e_{cei}\ $	شماره‌ی هر عضو	فاصله‌ی $\ e_{cei}\ $
۱	۱/۸۶۶۹	۱۱	۲/۲۲۷۱
۲	۰/۶۸۱۲	۱۲	۱/۸۶۳۴
۳	۲/۲۴۴۱	۱۳	۱/۹۵۱۲
۴	۲/۱۸۲۰	۱۴	۱/۹۲۶۸
۵	۲/۰۵۲۰	۱۵	۱/۹۷۸۲
۶	۰/۶۸۲۶	۱۶	۲/۱۵۶۰
۷	۲/۰۴۰۹	۱۷	۲/۲۳۵۳
۸	۲/۲۸۶۵	۱۸	۲/۲۶۸۷
۹	۲/۰۷۳۹	۱۹	۲/۲۴۸۳
۱۰	۱/۸۳۰۶	۲۰	۲/۰۹۰۸

همانطور که مشاهده می‌شود، فاصله‌ی هیچ یک از اعضاء از  $C_e$  بیشتر از  $۲/۴۲۹۵$  نشده است. پس محدوده‌ی همگرایی و یا به عبارت دیگر قرار گیری اعضاء در محدوده‌ی نابرابری (۱۳) در صورت عدم تمایل به تجمع اعضاء حول یکدیگر بدست آمده است. در بخش بعد مشابه همین شبیه‌سازی اما در فضایی با وجود مانع انجام می‌شود.

#### ۴-۴ شبیه‌سازی حرکت توده ربات‌ها در حضور مانع در صورت عدم تمایل به تجمع

در این بخش شبیه‌سازی رفتار توده تحت تاثیر معادله (۱۶) به نحوی انجام می‌شود که در آن توده‌ی تشکیل شده از ۲۰ عضو تمایل به تجمع را فقط در محدوده‌ی نقطه‌ی هدف داشته باشد. در نتیجه اعضاء با آزادی عمل بیشتری از کنار مانع عبور خواهند کرد. حرکت توده در سه بعد با انتخاب پارامترها مطابق با جدول ۲ انجام می‌شود. همچنین محدوده‌ی فعال کننده‌ی عامل دافع برای موانع، کره‌یی با شعاع  $\|R_0 + 1\|$  در نظر گرفته شده است. در این شبیه‌سازی معادله با روش رانگ کوتا مرتبه ۴ با گام  $۰/۰۵$  حل گردیده است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی الگوریتم حرکتی در سه بعد در شکل ۶ نشان داده شده است. همچنین مختصات نقطه‌ی هدف برای شبیه‌سازی به صورت  $C_e = [-۸ \quad -۸ \quad -۸]$  در نظر گرفته شده است و سرعت اولیه اعضاء برابر با صفر می‌باشد.



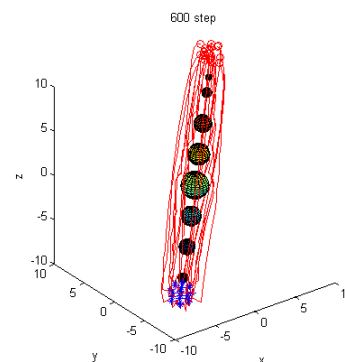
شکل ۷- نتایج حاصل از شبیه‌سازی الگوریتم ارائه شده برای موانع متفاوت

## ۵- نتیجه گیری

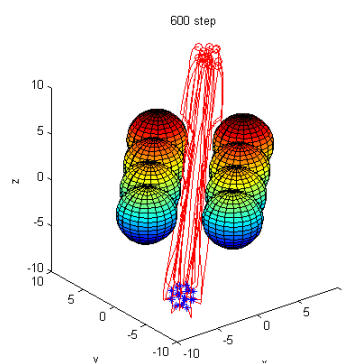
در این مقاله ابتدا الگوریتمی ارائه شد تا توسط آن توده متشکل از چندین عضو تحت تاثیر آن با داشتن تمایل به تجمع و عدم برخورد با یکدیگر به سمت نقطه‌ی هدف با انتخاب کوتاه‌ترین مسیر حرکت نمایند، که این الگوریتم در قالب معادله دینامیکی (۷) ارائه شده است. از آنجایی که حرکت توده در بیشتر مواقع، در فضاهایی با وجود مانع می‌باشد، لذا معادله با وجود نیروی دافع از سمت مانع بازنویسی شد. بدلیل تاثیر آن رو هر عضو در فواصل زیاد از مانع، سوئیچی برای فعال سازی نیروی دافع طراحی گردید و در نتیجه‌ی آن معادله دینامیکی (۱۲) حاصل شد. همچنین حرکت در دو حالت نیز بررسی شد که در ابتدا تمایل به تجمع برای توده در شروع حرکت لحاظ شد و پس از آن با طراحی سوئیچی، ترم تمایل به تجمع تنها در حوالی نقطه‌ی هدف فعال گردید. که در نهایت این امر منجر به آن شد که در حالت دوم اعضای توده آزادی عمل بیشتری در انتخاب مسیر به سمت نقطه‌ی هدف را داشته باشند، که به موازات آن عدم برخورد اعضا با یکدیگر با اطمینان بیشتری تضمین خواهد شد و همچنین فضای بیشتری در طول مسیر حرکت توسط اعضای توده پوشش داده می‌شود. تمامی موارد ذکر شده مزیت‌های الگوریتم پیشنهادی، که همان معادله دینامیکی (۱۶) است، نسبت به الگوریتم‌های پیشین (موارد [۸] و [۱۵-۱۸]) می‌باشد. در نهایت کره‌هایی که توسط آنها موانع موجود در مسیر حرکت، تخمین زده شدند را می‌توان به گونه‌ی کنار یکدیگر قرار داد تا شکل‌های متفاوت را ایجاد نمایند، که این مورد نیز نوآوری و مزیت الگوریتم پیشنهادی می‌باشد. که در شبیه‌سازی پایانی عدم برخورد اعضا با موانع با چیدمان و شکل‌های مختلف نشان داده شد. الگوریتم پیشنهادی برای مواردی از جمله نقشه برداری، جست‌وجو، شناسایی و نظارت بر محیط و پوشش یا حمله‌های توده‌ای و حفاظت یا انهدام یک هدف به صورت همزمان می‌باشد.

شبیه‌سازی تغییرات موقعیت اعضا با پیشرفت زمان در شکل‌های (۶-الف تا ج) در مراحل مختلف نشان داده شده است شکل (۶-د) نشان دهنده‌ی موقعیت نهایی اعضا است. شبیه‌سازی معادله (۱۶) نشان می‌دهد که در صورت وجود عضو در محدوده‌ی مانع ترم دافع فعال شده و سبب افزایش انرژی توده و در نتیجه‌ی آن دفع عضو از محدوده‌ی مانع می‌شود. مطابق با انتظار، اعضای توده از اطراف مانع با مسیرهای دلخواه عبور کرده‌اند. این امر سبب می‌شود که اعضای توده با آزادی عمل بیشتر مسیر خود را انتخاب نمایند که در نتیجه‌ی آن محدوده‌ی بیشتری را در طول مسیر پوشش می‌دهند و در نهایت اعضا در نقطه‌ی هدف تجمع می‌نمایند. در الگوریتم ارائه شده می‌توان موانع موجود را در کنار یکدیگر به نحوی قرار داد تا کره‌هایی که موانع با آنها تخمین زده شده‌اند روی یکدیگر اثر همپوشانی داشته باشند. در این صورت می‌توان موانع با شکل‌ها مختلف را توسط این کره‌ها تخمین زد و حرکت ایمن را برای توده ربات‌ها ایجاد نمود. نمونه‌هایی از این کاربرد در شکل ۷ نشان داده شده است.

همانطور که در شکل ۷ مشاهده می‌شود، با ایجاد اثر همپوشانی کره‌های تخمینی، موانع با شکل‌های پیچیده ایجاد شده است. برای مثال ایجاد یک راهروی تنگ و یا موانع به صورت پله‌یی، که این موضوع یکی از مزیت‌های مهم الگوریتم پیشنهادی می‌باشد.



(الف)



(ب)

- [6] K. Jin, P. Liang and G. Beni, "Stability of synchronized distributed control of discrete swarm structures". In Robotics and Automation, 1994. Proceedings., IEEE International Conference on (pp. 1033-1038). IEEE, 1994.
- [7] A. S. Barrera, A. López-López and G. R. Gómez, "Self-organization of agents for collective movement based on particle swarm optimization: A qualitative analysis". In Electrical Communications and Computers (CONIELECOMP), 21st International Conference on (pp. 71-76). IEEE, 2011.
- [8] H. Hashimoto, S. Yokota, A. Sasaki, Y. Ohyama, and H. Kobayashi, "Cooperative interaction of walking human and distributed robot maintaining stability of swarm". In Human System Interactions, HSI'09. 2nd Conference on (pp. 24-27). IEEE, 2009.
- [9] G. Beni and P. Liang, "Pattern reconfiguration in swarms-convergence of a distributed asynchronous and bounded iterative algorithm". IEEE Transactions on Robotics and Automation, 12(3), 485-490, 1996.
- [10] Liu, Yang, Kevin M. Passino, and Marios Polycarpou. "Stability analysis of one-dimensional asynchronous swarms." *Automatic Control, IEEE Transactions on* 48.10 (2003): 1848-1854.
- [11] A. Okubo, "Dynamical aspects of animal grouping: swarms, schools, flocks, and herds". *Advances in biophysics*, 22, 1-94, 1986.
- [12] S. Gueron, S. A. Levin, and D. I. Rubenstein, "The dynamics of herds: from individuals to aggregations". *Journal of Theoretical Biology*, 182(1), 85-98, 1996.
- [13] W. Pan and Y. Zheng, "Stability analysis of general swarm with Gaussian attractant/repellent profiles and interaction time delays". In Control Conference (CCC), 2013 32nd Chinese (pp. 1224-1229). IEEE, 2013.
- [14] Z. Xue and J. Zeng, "Swarm Dynamics Behavior Analysis and Coordinated Control of Limited-Range Perceived Agents". In C]/Proceeding of the Second International Symposium on Networking and Network Security (ISNNS'10), Jingtangshan, PR China (pp. 85-88), 2010.
- [15] S. W. Ekanayake, Formation of Networked Mobile Robots. Deakin University, Victoria, 2009.
- [16] D. H. Kim, H. O. Wang, G. Ye and S. Shin, "Decentralized control of autonomous swarm systems using artificial potential functions: Analytical design guidelines". In Decision and Control, 2004. CDC. 43rd IEEE Conference on (Vol. 1, pp. 159-164). IEEE, 2004.

## ۶- فهرست علائم

پارامتر عامل تمایل به تجمع	$a$
پارامتر عامل جاذب به سمت نقطه هدف	$A_e$
پارامتر عامل دافع از سمت مانع	$A_o$
پارامترهای عامل دافع جهت عدم برخورد	$b$
پارامترهای عامل دافع جهت عدم برخورد	$c$
نقطه ی هدف	$C_e$
مرکز هر مانع	$C_{ok}$
فضای حرکتی	$D$
پارامتر میرا کننده ی انرژی	$k$
انرژی جنبشی	$K_i$
تعداد موانع	$M$
جرم اعضاء	$m_i$
تعداد اعضاء توده ی ربات‌ها	$N$
سوئیچ فعال کننده ی عامل دافع از سمت مانع	$neo$
سوئیچ فعال کننده ی عامل تجمع	$nea$
شعاع کره تخمینی	$R_o$
تابع پتانسیل تجمع	$p_a(q_i)$
تابع پتانسیل جاذب از سمت هدف	$p_e(q_i, C_e)$
تابع پتانسیل دافع از سمت مانع	$p_o(q_i, C_o)$
مختصات هر عضو	$P_i$
مختصات هر عضو	$q_i$
سرعت هر عضو	$\dot{q}_i$
میرا کننده ی انرژی	$Q_i$
سرعت هر عضو	$v_i$

## ۷- مراجع

- [1] E. Şahin and A. Winfield, Special issue on swarm robotics. *Swarm Intelligence*, 2(2), 69-72, 2008.
- [2] R. Groß, M. Bonani. F. Mondada and M. Dorigo, "Autonomous self-assembly in swarm-bots". *IEEE transactions on robotics*, 22(6), 1115-1130, 2006.
- [3] H. Hamann and H. Wörn, "An analytical and spatial model of foraging in a swarm of robots". In International Workshop on Swarm Robotics (pp. 43-55). Springer Berlin Heidelberg, 2006.
- [4] E. Bonabeau, M. Dorigo and G. Theraulaz, *Swarm intelligence: from natural to artificial systems* (No. 1). Oxford university press, 1999.
- [5] G. Beni and J. Wang, "Swarm intelligence in cellular robotic systems". In *Robots and Biological Systems: Towards a New Bionics?* (pp. 703-712). Springer Berlin Heidelberg, 1993.

- 
- [17] V. Gazi and K. M. Passino, "Stability analysis of swarms". IEEE Transactions on Automatic Control, 48(4), 692-697, 2003.
- [18] V. Gazi, "On Lagrangian dynamics based modeling of swarm behavior". Physica D: Nonlinear Phenomena, 260, 159-175, 2013.