

## طراحی جبران‌ساز ریدوم در حلقه هدایت با رویکرد شکل‌دهی پاسخ فرکانسی

مهدی خسروی سامانی<sup>۱</sup>، سید محمدجواد معافی مدنی<sup>۲</sup>، مهدی نیکوسخن<sup>۳</sup>، ایمان محمدزمان<sup>۴</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری هوافضا-دینامیک پرواز و کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر، mahdi.kh65@yahoo.com

<sup>۲</sup> فارغ التحصیل کارشناسی ارشد، مجتمع برق و الکترونیک، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، javadmadany@yahoo.com

<sup>۳</sup> دانشجوی دکتری هوافضا-دینامیک پرواز و کنترل، دانشگاه صنعتی شریف، nikusokhan@ae.sharif.edu

<sup>۴</sup> استادیار، مجتمع برق و الکترونیک، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، mohammadzaman@mut.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۵/۴/۱۲، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۵/۸/۵)

**چکیده:** ریدوم منجر به انحراف امواج راداری در رهگیرهای هدایت‌شونده راداری شده و در نتیجه باعث ناپایداری حلقه هدایت به‌خصوص در ارتفاع‌های بالا می‌شود. بنابراین به یک جبران‌ساز که حلقه هدایت را پایدار کرده و در حضور خطای ریدوم منجر به کمترین خطای برخورد به هدف شود، نیاز است. از دیدگاه کنترل، ریدوم منجر به ایجاد یک پس‌خور ناخواسته شده که مشابه حلقه‌های پس‌خور مرسوم که در آن خروجی باید سیگنال کنترلی مطلوب را تعقیب کند، نمی‌باشد. در این مقاله ابتدا پاسخ حلقه‌بسته مطلوب هدایت مشخص شده و با رویکردی جدید پاسخ فرکانسی مسیر پیش‌رو به گونه‌ای شکل‌دهی می‌شود که نیازمندی‌های پایداری و عملکردی ارضا شود. شکل‌دهی پاسخ فرکانسی با استفاده از ابزار نامساوی ماتریسی خطی (LMI) انجام شده و به منظور انتخاب بهترین پاسخ فرکانسی از ابزار شکاف متریک وی (v-gap metric) استفاده شده‌است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که جبران‌ساز طراحی شده علاوه بر تأمین پایداری حلقه هدایت، خطای برخورد به هدف را هم به میزان چشمگیری کاهش می‌دهد.

**کلمات کلیدی:** خطای ریدوم، پایداری حلقه هدایت، شکل‌دهی حلقه، نامساوی ماتریسی خطی، شکاف متریک وی.

## Design of Radome Compensator in Guidance Loop Using Frequency Response Shaping

Mahdi Khosravi Samani, Mohammad Javad Moafi Madani, Mahdi Nikusokhan, Iman Mohammadzaman

**Abstract:** Radome causes refraction of the incoming radar wave in radar-guided interceptors, thus having a destabilizing effect on the guidance loop, especially at high altitudes. Therefore, a compensator is required to maintain the stability of the guidance loop and causes minimum miss distance in the presence of radome error. From the control perspective, Radome causes an unwanted feedback that is not similar to the conventional feedback loops, in which output must follow a desired control signal. In this paper, the desired closed-loop response is determined first, then a novel approach is proposed to shape the frequency response of the feedforward path so that the stability and performance requirements are satisfied. Frequency response is shaped by linear matrix inequality (LMI) tools and v-gap metric is used to select the best frequency response. Simulation results show that the designed compensator drastically decreases the miss distance, while the stability is guaranteed.

**Keywords:** Radome error, guidance loop stability, loop shaping, linear matrix inequality, v-gap metric

## فهرست علائم

$\varepsilon$ : زاویه خطای محور جستجوگر

$\lambda$ : زاویه خط دید

D: زاویه آنتن جستجوگر

r: زاویه انحراف

$\theta$ : زاویه پیچ رهگیر

$\theta_H$ : زاویه طوقه (گیمبال)

R: شیب ریدوم

$K_{SI}$ : بهره پایدارساز جستجوگر

$T_1$ : ثابت زمانی حلقه ردیابی جستجوگر

$V_M$ : سرعت رهگیر

$V_C$ : سرعت نزدیک‌شوندگی

$n_C$ : شتاب فرمان

$n_L$ : شتاب جانبی رهگیر

$n_T$ : شتاب هدف

$R_{TM}$ : فاصله نسبی رهگیر تا هدف

## ۱- مقدمه

بسیاری از رهگیرهای آشیانه‌یاب مجهز به جستجوگر راداری هستند. جستجوگر راداری، که وظیفه آن تخمین نرخ چرخش خط دید می‌باشد، در داخل پوششی به نام ریدوم قرار دارد. ریدوم، جستجوگر را در مقابل فشار هوا و دمای محیط محافظت می‌کند. اما از طرف دیگر، وجود ریدوم سبب می‌شود سیگنال دریافتی توسط جستجوگر قبل از رسیدن به آنتن منحرف و در نهایت باعث آشکارسازی همراه با خطا توسط جستجوگر شود. به عبارت دیگر پوشش ریدوم منجر به شکست پرتو بازتاب‌شده از هدف و در نتیجه جابجایی زاویه‌ای بردار هدف و ایجاد هدف ظاهری به جای هدف واقعی می‌شود.

همچنین اثر ریدوم از طریق طوقه<sup>۱</sup> جستجوگر باعث تزویج زاویه خط دید رهگیر با دینامیک بدنه می‌شود. به این معنا که زاویه خط دید اندازه‌گیری شده نه تنها به سینماتیک واقعی درگیری بلکه به زاویه طوقه جستجوگر نیز بستگی دارد. این پدیده باعث می‌شود با عبور سیگنال از پوشش ریدوم، تخمین نرخ چرخش خط دید با خطا انجام شود و موجب کاهش حاشیه پایداری و در برخی موارد، ناپایداری سیستم هدایت رهگیر می‌شود و افزایش چشمگیر خطای برخورد<sup>۲</sup> را به همراه خواهد داشت [۱]. بنابراین برای افزایش کارایی سیستم هدایت و کاهش خطای برخورد از روش‌های کالیبراسیون و جبران‌سازی اثر ریدوم استفاده می‌شود [۲].

مراجعی که به تحلیل و طراحی جبران‌ساز ریدوم پرداخته‌اند را به سه دسته کلی می‌توان تقسیم کرد. قدیمی‌ترین راهکار برای جبران‌سازی خطای ریدوم، افزایش ثابت زمانی سیستم هدایت رهگیر از طریق افزایش ثابت زمانی فیلتر نویز است. گرچه تحلیل و پیاده‌سازی این روش ساده می‌باشد، اما باعث افزایش خطای برخورد در مقابل مانور هدف می‌شود [۳] - [۵].

راهکار دوم جبران‌سازی خطای ریدوم، ذخیره کردن جداول پارامترهای جبران‌ساز در رایانه پرواز رهگیر است. در این روش، مقادیر خطای ریدوم در آزمایشگاه اندازه‌گیری می‌شود. کارایی این روش منوط به در اختیار داشتن امکانات آزمایشگاهی مناسب و ایجاد شرایط پرواز واقعی در آن است [۶] و [۸].

سومین راهکار برای کاهش اثر مخرب ریدوم شناسایی برخط و تخمین خطای ریدوم در حین پرواز می‌باشد. در [۹] حل تحلیلی خطای برخورد در روش هدایت ناوبری تناسبی با بازخورد سرعت زاویه بدنه، شتاب جانبی و نرخ آن در حضور اثر ریدوم (و تخمین شیب آن)، با استفاده از روش الحاقی استخراج شده‌است. در این مقاله تابع تبدیل از دستور شتاب به شتاب جانبی به صورت مرتبه اول و جستجوگر با یک مشتق‌گیر خالص مدل شده‌است. در مرجع [۷] تکنیکی ارائه شده‌است که شیب ریدوم را با استفاده از یک سیگنال دیتر<sup>۳</sup> غیرمخرب بر روی فرمان شتاب جانبی تخمین می‌زند. در مرجع [۳] و [۶] شیب ریدوم به صورت یک مجموعه‌ای از مقادیر گسسته مدل شده که برای هر مقدار شیب ریدوم یک فیلتر کالمن طراحی شده‌است. خروجی‌های فیلترهای کالمن با وزن‌های مشخصی با یکدیگر جمع شده و یک تخمین از شیب ریدوم به دست می‌آید. در مرجع [۱۰] اشاره شده‌است که یکی از مشکلات خطای ریدوم، مشاهده‌پذیری ضعیف و غیر قابل پیش‌بینی بودن آن است. در این مرجع ادعا شده که اگر هدف مانور نداشته باشد، می‌توان برای حل مشکلات ریدوم، از تخمین‌گر تطبیقی چند مدلی<sup>۴</sup> استفاده کرد و برای حالتی که مانور هدف وجود دارد، اطلاعات هدف از روی رادار زمینی به رهگیر ارسال می‌شود تا مشکلات مشاهده‌پذیری ضعیف سیستم حل شود. در مرجع [۱۱] برای تخمین خطای ریدوم از یک تخمین‌گر دو مرحله‌ای استفاده کرده‌است تا خطای ریدوم را از حالت‌های نامی رهگیر مستقل سازد. در مرجع [۱۲] توسط یک فیلتر ذرات تطبیقی نرخ چرخش خط دید با وجود خطای ریدوم تخمین زده شده‌است. این روش علاوه بر محاسبات سنگین نیاز به تخمین شتاب هدف نیز دارد. مرجع [۱۳] با ارائه یک الگوریتم فازی-تطبیقی و براساس فیلتر کالمن تعمیم‌یافته شیب ریدوم را تخمین می‌زند. این الگوریتم دارای دو سطح استنتاج فازی می‌باشد. در مرجع [۱۴] قانون هدایت فاز نهایی به صورت فازی و با ساختار PID طراحی شده‌است و نشان داده با در نظر گرفتن اثر ریدوم در مقایسه با قانون ناوبری تناسبی خطای برخورد کمتری حاصل می‌شود. مرجع

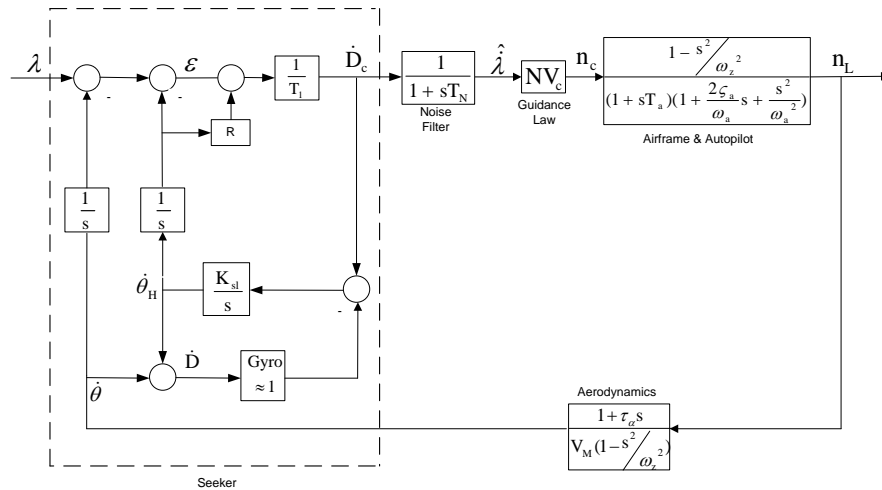
<sup>3</sup> Dither

<sup>4</sup> Multiple adaptive estimator

<sup>1</sup> Gimbal

<sup>2</sup> Miss Distance





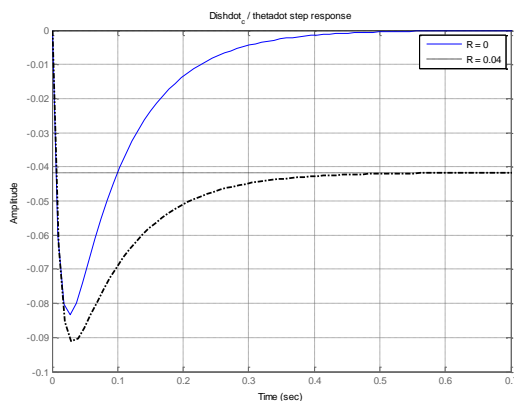
شکل ۲. دیاگرام بلوکی حلقه هدایت [۱]

$$G = \frac{1}{1+sT_N} \times NV_c \times \frac{1+\tau_a s}{V_M (1+sT_a)(1+\frac{2\zeta_a}{\omega_a} s + \frac{s^2}{\omega_a^2})} \quad (V)$$

با مقاردهی روابط فوق با استفاده از مقادیر جدول ۱، نمودار پاسخ پله آن به ازای  $R = [0, 0.04]$  در شکل ۳ و شکل ۴ آورده شده است.

جدول ۱. مشخصات سیستم

symbol	value
N	3
$\tau_a$	2 sec
$[T_1, T_N]$	$[0.1, 0.15]$ s
$[\omega_c, \omega_a]$	$[30, 20]$ rad/s
$\zeta_a$	0.7
$K_{sl}$	100



شکل ۳. پاسخ پله  $\frac{D_c}{\theta}$  به ازای شیب های ریدوم مختلف

با توجه به دیاگرام بلوکی فوق تابع تبدیل حلقه باز هدایت به صورت زیر می باشد.

$$OpenLoop = \frac{D_c}{\theta} \times \frac{1}{1+sT_N} \times NV_c \times \frac{1-s^2/\omega_z^2}{(1+sT_a)(1+\frac{2\zeta_a}{\omega_a} s + \frac{s^2}{\omega_a^2})} \times \frac{1+\tau_a s}{V_M (1-s^2/\omega_c^2)} \quad (4)$$

از آنجا که  $\dot{D}_c / \theta$  تابعی از شیب ریدوم است، تغییرات شیب ریدوم باعث تغییر حاشیه پایداری (حاشیه بهره و حاشیه فاز) خواهد شد. با رسم دیاگرام بود حلقه باز هدایت مشخص می شود که با افزایش شیب ریدوم از مقدار ایده آل (یا همان صفر)، حاشیه بهره و حاشیه فاز کاهش می یابد و از یک مقدار به بعد سیستم ناپایدار خواهد شد. در ادامه به بررسی اثر مخرب ریدوم بر عملکرد حلقه هدایت پرداخته شده است.

وظیفه اصلی جستجوگر تخمین نرخ چرخش خط دید ( $\dot{\lambda}$ ) می باشد. در این مقاله (با توجه به شکل ۲) تخمینی از نرخ چرخش خط دید در نظر گرفته شده است. ریدوم باعث ایجاد تزویج بین دینامیک جستجوگر و نرخ پیچش رهگیر می شود. از این تزویج به عنوان پس خور پارازیتی نام برده می شود [۱۹]. در واقع  $\dot{\theta}$  را می توان یک عامل اغتشاشی بر دینامیک جستجوگر تلقی کرد. با توجه به دیاگرام بلوکی کلی حلقه هدایت توابع تبدیل زیر قابل استخراج می باشد.

$$\frac{D_c}{\theta} = \frac{-(\frac{s}{K_{sl}} + R)}{\frac{T_1}{K_{sl}} s^2 + T_1 s + (1-R)} \quad (5)$$

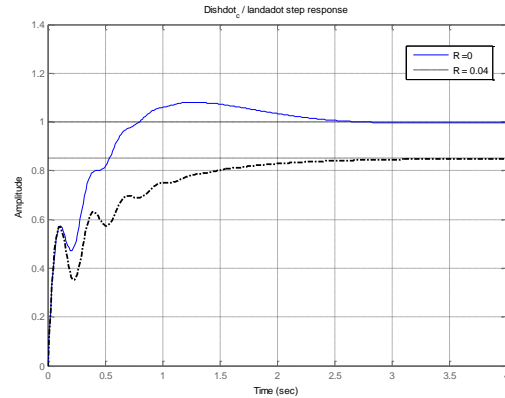
$$\frac{D_c}{\lambda} = \frac{-(\frac{s}{K_{sl}} + 1)}{(\frac{s}{K_{sl}} + 1)(T_1 s + G) + (1-R)(1-G)} \quad (6)$$

که

ثانیاً با توجه به شکل ۲ ورودی حلقه هدایت زاویه خط دید ( $\lambda$ ) و خروجی آن شتاب لحظه‌ای ( $n_L$ ) رهگیر می‌باشد بنابراین ذاتاً این حلقه یک حلقه ردیابی نمی‌باشد. در نتیجه باید معیار عملکردی به صورت تحلیلی تعریف شود که با ارضای آن رفتار حلقه هدایت بهبود و در نتیجه خطای برخورد کاهش یابد.

در این قسمت با استفاده از یک نگرش جدید جبران‌سازی طراحی می‌شود که همزمان باعث بهبود پایداری و عملکرد حلقه هدایت شود. در این روش برخلاف روش‌های مرسوم کنترل که پاسخ فرکانسی حلقه باز یا بسته سیستم شکل‌دهی می‌شود، پاسخ فرکانسی مسیر پیش‌رو شکل‌دهی خواهد شد.

اگر حلقه پایدارساز جستجوگر ایده‌آل فرض شود ( $K_{SI} = \infty$ ) دیگرام بلوکی حلقه هدایت (شکل ۲) در حضور جبران‌ساز به صورت شکل ۶ خواهد شد. چون این حلقه از نوع ردیابی نمی‌باشد بنابراین براساس روش‌های متداول شکل‌دهی حلقه‌باز یا بسته که هدف تعقیب ورودی یا حذف اغتشاش و نویز می‌باشد، نمی‌توان این مسئله را حل کرد. به‌عنوان مثال در مسائل متداول ردیابی رابطه مستقیمی بین پاسخ فرکانسی حلقه‌باز سیستم با رفتار سیستم حلقه‌بسته وجود دارد. به‌عنوان مثال می‌توان با افزایش بهره در فرکانس‌های پایین و کاهش بهره در فرکانس‌های بالای سیستم حلقه‌باز، هم به ردیابی خوبی رسید و هم اغتشاشات و نویزها را به خوبی حذف کرد. اما در این‌جا چون حلقه از نوع ردیابی متداول نمی‌باشد، هیچ رابطه مشخصی بین پاسخ فرکانسی حلقه‌باز سیستم با بهبود خطای برخورد در سیستم حلقه‌بسته وجود ندارد. به‌عنوان مثال افزایش بهره در فرکانس‌های پایین و یا کاهش بهره در فرکانس‌های بالا لزوماً به معنی عملکرد بهتر سیستم در کاهش خطای برخورد نمی‌باشد. در نتیجه هیچ معیار مشخصی برای طراحی جبران‌ساز با روش‌های متداول وجود ندارد. این مشکل از آن جهت حائز اهمیت است که در صورت نداشتن معیار مشخصی برای طراحی جبران‌ساز، از هیچ کدام از روش‌های موجود در حوزه فرکانس (روش‌های کلاسیک و یا روش‌های مدرن از قبیل روش‌های مقاوم  $H_\infty$ ) نمی‌توان برای طراحی کنترل‌کننده بهره جست. جهت حل مشکل ذکر شده در این مقاله ایده‌ای ارائه می‌شود که در ادامه توضیح داده می‌شود. فرض کنید که تابع تبدیل حلقه‌بسته ایده‌آل  $n_L / \lambda$  بر اساس تحلیل‌های هدایتی و با معیار خطای برخورد  $n_L / \lambda$  داده شده‌است. این تابع تبدیل با توجه به ثابت زمانی کل حلقه هدایت با یک تابع تبدیل مرتبه اول با ثابت زمانی مشخص تقریب زده شده‌است. در ایده ارائه شده در این مقاله ابتدا با توجه به تابع تبدیل حلقه‌بسته ایده‌آل  $n_L / \lambda$  مسیر پیش‌روی مطلوب حلقه هدایت بدست می‌آید. در گام بعد با تکنیک شکل‌دهی پاسخ فرکانسی، جبران‌سازی طراحی می‌شود که با حفظ پایداری به ازای ریدوم‌های مختلف کمترین فاصله را با مسیر پیش‌روی مطلوب داشته‌باشد. بدین صورت می‌توان در حضور عدم قطعیت ریدوم عملکرد را بهبود داد.

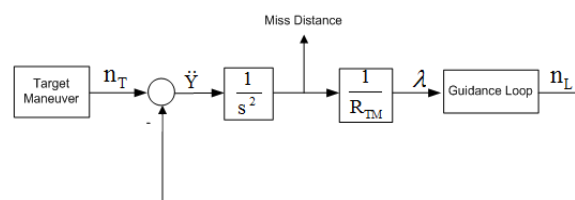


شکل ۴ پاسخ پله  $\dot{D}_e / \lambda$  به ازای شیب‌های ریدوم مختلف

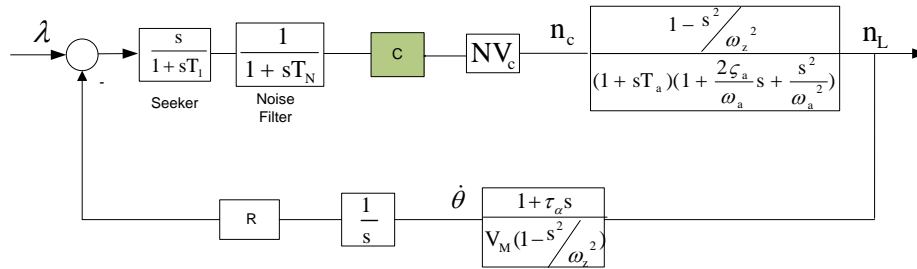
با توجه به اینکه  $\theta$  به عنوان ورودی مستقل مدل نشده‌است پس اثر پارازیتی خود را به صورت غیرمستقیم در تابع تبدیل  $\dot{D}_e / \lambda$  می‌گذارد. بنابراین رفتار مناسب پاسخ پله  $\dot{D}_e / \lambda$  قطعاً ناشی از حذف مناسب اثر پارازیتی  $\theta$  نیز می‌باشد و لازم به بررسی رفتار پاسخ پله  $\dot{D}_e / \lambda$  به صورت جداگانه نمی‌باشد و فقط به این دلیل در این قسمت آورده شده‌است که اثر حذف آن بخاطر ماهیت پارازیتی بودن آن روشن گردد. نمودارهای فوق دید کنترلی مناسبی در مورد اثر مخرب شیب ریدوم بر پایداری و عملکرد جستجوگر می‌دهد. با توجه به نمودار فوق می‌توان نتیجه گرفت که تغییر شیب ریدوم علاوه بر کاهش پایداری، خطای حالت ماندگار محسوسی در تخمین نرخ چرخش خط دید ایجاد می‌کند و رفتار پاسخ گذرا را نیز خراب می‌کند بنابراین منجر به افزایش خطای برخورد به هدف در فاز نهایی هدایت خواهد شد. از این رو استفاده از یک جبران‌ساز جهت بهبود پایداری و عملکرد حلقه هدایت لازم است.

### ۳- طراحی جبران‌ساز ریدوم

جهت طراحی جبران‌ساز همواره نیاز به تعریف یک معیار عملکرد می‌باشد که با زبان ریاضی از دیدگاه کنترل قابل فرموله کردن باشد. از آنجا که هدف نهایی جبران‌ساز کاهش خطای برخورد در حضور عدم قطعیت ریدوم می‌باشد، در مسئله مورد بررسی دو مشکل جهت تعریف معیار عملکرد وجود دارد. اولاً حلقه آشیانه‌یاب مطابق شکل ۵ به دلیل وجود پارامتر فاصله نسبی رهگیر تا هدف ( $R_{TM}$ )، یک حلقه متغیر با زمان می‌باشد لذا ارتباط برقرار کردن میان خطای برخورد به هدف و جبران‌ساز از دیدگاه کنترل به سادگی قابل انجام نمی‌باشد.



شکل ۵. دینامیک خطای برخورد در حلقه آشیانه‌یاب [۱۹]



شکل ۶. دیاگرام بلوکی حلقه هدایت با فرض  $Ksl = \infty$

فرکانسی، جبران ساز به گونه ای طراحی می شود که رفتار تابع A مشابه رفتار  $A_{ideal}$  مورد نظر شود. این ایده و الگوریتم ارائه شده در بخش بعد توضیح داده خواهد شد. اما مسئله ای برای محاسبه  $A_{ideal}$  وجود دارد که در این جا به بررسی این مسئله و نحوه حل آن پرداخته می شود.

با دقت در رابطه (۱۳) مشاهده می شود که پاسخ فرکانسی  $A_{ideal}$  تابعی از شیب ریدوم می باشد و از آن جایی که در عمل شیب ریدوم دارای عدم قطعیت می باشد، لذا اندازه پاسخ فرکانسی  $A_{ideal}$  برای شیب ریدوم های مختلف به صورت یک پوش منحنی خواهد شد. اما برای طراحی جبران ساز فقط به یک پاسخ فرکانسی نیاز است. از این رو در این مقاله برای انتخاب  $A_{ideal}$  مورد نظر (از میان دسته پوش به دست آمده ناشی از ریدوم های مختلف) از ابزار شکاف متریک وی استفاده می شود. در ادامه ابتدا این ابزار معرفی شده و سپس به ارائه ایده مورد نظر برای شکل دهی پاسخ فرکانسی پرداخته شده است.

ابزار شکاف متریک وی برای اندازه گیری فاصله بین دو سیستم حلقه بسته از روی رفتار حلقه باز آن ها مورد استفاده قرار می گیرد. شکاف وی بین دو سیستم بیان گر تفاوت در رفتار حلقه بسته آن ها است. شکاف وی همواره عددی بین صفر و یک بوده و هر چه این عدد به یک نزدیک تر باشد بیان گر تفاوت بیشتر دینامیک دو سیستم حلقه بسته می باشد. در ادامه به تعریف این ابزار پرداخته شده و سپس نحوه استفاده از این ابزار برای انتخاب  $A_{ideal}$  بیان خواهد شد.

**تعریف:** شکاف متریک وی به صورت زیر تعریف می شود [۲۰]:

$$\delta_v(P_1, P_2) = \begin{cases} \|\Psi(P_1, P_2)\|_{\infty}, & \det \theta(j\omega) \neq 0 \quad \forall \omega, \text{ wno det } \theta(s) = 0 \\ 1, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (14)$$

که در آن:

$$\Psi(P_1, P_2) =: -\tilde{N}_2 M_1 + \tilde{M}_2 N_1 \quad (15)$$

$$\theta(s) =: \tilde{N}_2 N_1 + \tilde{M}_2 M_1 \quad (16)$$

و  $\tilde{N}_2, N_1, \tilde{M}_2, M_1$  ضرایب نرمالیزه شده نسبت به هم اول پلانت های  $P_1, P_2$  بوده و  $\text{wno det } \theta(s)$  برابر تعداد چرخش تابع  $\theta(s)$  در جهت عقربه های ساعت حول مبدأ می باشد که در نمودار نایکوئیست مشخص است.

از منظر طراح هدایت تابع تبدیل حلقه بسته مطلوب هدایت به صورت زیر می باشد:

$$\frac{n_L}{\lambda} = \frac{sNV_c}{1+sT_G} \quad (8)$$

که  $T_G$  معادل ثابت زمانی مطلوب کل حلقه هدایت می باشد. با توجه به شکل ۶ اگر مسیر پیش رو و پس خور را مطابق زیر به ترتیب با A و B نشان دهیم

$$A = \text{Seeker} \times \text{Noise Filter} \times NV_c \times \frac{n_L}{n_c} \quad (9)$$

$$B = R \times \frac{1}{s} \times \frac{\dot{\theta}}{n_L} \quad (10)$$

تابع تبدیل حلقه بسته به صورت زیر خواهد شد.

$$\frac{n_L}{\lambda} = \frac{A}{1+AB} \quad (11)$$

که همانند شکل ۶ با قراردادن جبران ساز می توان مسیر پیش رو (A) را تغییر داد لذا اگر بخواهیم تابع تبدیل حلقه هدایت همانند تابع تبدیل مطلوب شود، خواهیم داشت:

$$\frac{sNV_c}{1+sT_G} = \frac{A_{ideal}}{1+A_{ideal}B} \quad (12)$$

که با انجام عملیات جبری، تابع تبدیل ایده آل مسیر پیش رو ( $A_{ideal}$ ) به صورت زیر بدست می آید.

$$A_{ideal} = \frac{sNV_c}{1+sT_G - RNV_c \times \frac{\dot{\theta}}{n_L}} \quad (13)$$

اکنون اگر بتوان به کمک یک جبران ساز، پاسخ فرکانسی مسیر پیش رو حلقه هدایت (A) را به پاسخ فرکانسی  $A_{ideal}$  شبیه کرد می توان انتظار داشت که عملکرد سیستم حلقه بسته مشابه تابع تبدیل حلقه بسته مطلوب هدایت ( $n_L / \lambda$ ) شود و در نتیجه عملکرد سیستم بهبود یابد. در این مقاله با استفاده از نامساوی ماتریسی خطی در شکل دهی پاسخ

$$\min_{G_0} \max_{G_i} \delta_v(G_0, G_i) \quad (17)$$

در این رابطه  $G_i$  ها از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \Delta G &= 0.005 \\ G_i &= \Delta G \times i \end{aligned} \quad (18)$$

برای این منظور شکاف وی بین پاسخ‌های فرکانسی  $A_{ideal}$  محاسبه می‌شود که نتایج آن در جدول زیر نشان داده شده‌است.

مزیت ابزار شکاف وی این است که می‌توان با بررسی رفتار دو سیستم حلقه‌باز، مقدار مشابهت رفتار حلقه‌بسته آن‌ها را تحلیل کرد. در مقاله حاضر نیز با استفاده از این ابزار شکاف وی بین پاسخ‌های فرکانسی  $A_{ideal}$  برای شیب ریدوم‌های مختلف را نسبت به هم به دست آورده و شیب ریدومی انتخاب می‌شود که پاسخ‌های فرکانسی  $A_{ideal}$  آن کمترین فاصله را با سایر پاسخ‌های فرکانسی  $A_{ideal}$  داشته باشد. به عبارت دیگر اگر پاسخ‌های فرکانسی  $A_{ideal}$  را در شیب ریدوم‌های مختلف با  $G_i$  نشان داده شود، از معیار زیر برای انتخاب بهترین  $G$  ( $G_0$ ) استفاده می‌شود [۲۱].

جدول ۲. شکاف وی بین پاسخ‌های فرکانسی  $A_{ideal}$  در شیب ریدوم‌های مختلف

	$G_1$	$G_2$	$G_3$	$G_4$	$G_5$	$G_6$	$G_7$	$G_8$	$G_9$
$G_1$	0	0.0142	0.0326	0.0516	0.0713	0.0918	0.1131	0.1353	0.1583
$G_2$	0.142	0	0.0184	0.0374	0.0572	0.0777	0.0991	0.1213	0.1444
$G_3$	0.0326	0.0184	0	0.0191	0.0389	0.0594	0.0809	0.1031	0.1264
$G_4$	0.0516	0.0374	0.0191	0	0.0198	0.0404	0.0619	0.0843	0.1076
$G_5$	0.0713	0.0572	0.0389	0.0198	0	0.0206	0.0421	0.0646	0.0880
$G_6$	0.0918	0.0777	0.0594	0.0404	0.0206	0	0.0215	0.0440	0.0675
$G_7$	0.1131	0.0991	0.0809	0.0619	0.0421	0.0215	0	0.0225	0.0460
$G_8$	0.1353	0.1213	0.1031	0.0843	0.0646	0.0440	0.0255	0	0.0235
$G_9$	0.1583	0.1444	0.1264	0.1076	0.0880	0.0675	0.0460	0.0235	0
$\max \delta_v$	0.1583	0.1444	0.1264	0.1076	0.0880	0.0918	0.1131	0.1353	0.1583

نامساوی ماتریسی خطی برای طراحی وزن‌های شکل‌دهی حلقه ارائه گردیده است.

برای شکل‌دهی مسیر پیش‌رو می‌بایست وزن‌های شکل‌دهی حلقه  $W_2, W_1$  به گونه‌ای انتخاب شوند که با ضرب آن‌ها در سیستم نامی  $A$  رفتار سیستم شبیه حالت ایده‌آل  $A_{ideal}$  شود. یعنی رابطه زیر برقرار شود:

$$W_2 A W_1 = A_{ideal} \quad (19)$$

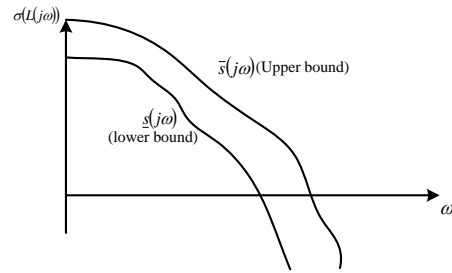
باید توجه شود که در عمل شیب ریدوم دارای عدم قطعیت می‌باشد. بنابراین اندازه پاسخ فرکانسی  $A_{ideal}$  برای شیب ریدوم‌های مختلف به صورت یک پوش منحنی خواهد شد. البته لازم به ذکر است که در اینجا چون حلقه ایده‌آل به صورت SISO می‌باشد می‌توان یکی از وزن‌ها را برابر یک فرض کرد و تنها به طراحی وزن دوم پرداخت. در اینجا برای سادگی، وزن  $W_1$  برابر یک انتخاب می‌شود. برای تبدیل مسئله فوق به یک مسئله جبری در قالب نامساوی ماتریسی خطی، فرض

همان‌طور که از جدول فوق مشاهده می‌شود بر مبنای معیار بیان‌شده در رابطه (۱۷)، بهترین سیستم برای انتخاب  $A_{ideal}$  سیستم  $G_5$  می‌باشد. اکنون می‌بایست جبران‌ساز به گونه‌ای طراحی شود که مسیر پیش‌روی واقعی ( $A$ ) بر  $A_{ideal}$  انتخاب شده منطبق گردد.

طراحی جبران‌ساز حلقه به گونه‌ای که با ضرب آن در مسیر واقعی  $A$  رفتاری شبیه حالت ایده‌آل  $A_{ideal}$  بدست آید، معمولاً کار سختی بوده و نیاز به سعی و خطای فراوان دارد. در این مقاله برای طراحی وزن‌های شکل‌دهی حلقه، ابتدا مسئله فوق با استفاده از یکسری روابط جبری تبدیل به یک مسئله نامساوی ماتریسی خطی می‌شود و سپس به سادگی وزن‌های مورد نظر طراحی می‌گردد. ایده مورد استفاده در این مقاله مشابه [۱۶] می‌باشد اما با این تفاوت که در روش ارائه‌شده در [۱۶] یک مسئله بهینه‌سازی برای طراحی کنترل‌کننده و وزن‌های شکل‌دهی حلقه ارائه شده‌است در حالی که در این مقاله یک مسئله جبری در قالب

می شود که  $A_{ideal}$  درون یک ناحیه فرکانسی مجاز مطابق شکل ۷ حرکت می کند (رابطه (۲۰)):

می شود که  $A_{ideal}$  درون یک ناحیه فرکانسی مجاز مطابق شکل ۷ حرکت می کند (رابطه (۲۰)):



شکل ۷. محدوده مجاز بالا و پایین برای پاسخ فرکانسی مسیر پیش رو ایده آل

$$|s(j\omega)| < |A_{ideal}(j\omega)| < |\bar{s}(j\omega)| \quad \forall i, \omega \quad (20)$$

هدف طراحی وزن های شکل دهی حلقه این است که با ضرب آن ها در پاسخ فرکانسی سیستم نامی  $A$ ، سیستم  $A_{ideal}$  به دست آید. پس می توان در رابطه (۲۰) به جای  $A_{ideal}$ ، رابطه  $W_2 A W_1$  را قرار داد. با جایگذاری در رابطه فوق رابطه زیر به دست می آید:

$$|s(j\omega)| < |W_2(j\omega)A(j\omega)W_1(j\omega)| < |\bar{s}(j\omega)| \quad \forall i, \omega \quad (21)$$

با مجذور نمودن طرفین تساوی رابطه زیر به دست می آید:

$$|s(j\omega)|^2 < |W_1^* A^* W_2^* W_2 A W_1| < |\bar{s}(j\omega)|^2 \quad \forall i, \omega \quad (22)$$

با استفاده از رابطه بالا، رابطه زیر به سادگی به دست می آید:

$$|s(j\omega)|^2 (W_1^* W_1^{-1}) < A^* (W_2^* W_2) A < |\bar{s}(j\omega)|^2 (W_1^* W_1^{-1}) \quad \forall \omega \quad (23)$$

از آنجایی که وزن های  $W_2, W_1$  قطری هستند توابع  $W_1^{-1} W_1^{-1}$  و  $W_2^* W_2$  نیز قطری بوده که به صورت زیر نمایش داده می شوند:

$$\begin{aligned} A_{1\omega} &= W_1^{-*} W_1^{-1} \in \Lambda_n \\ A_{2\omega} &= W_2^* W_2 \in \Lambda_m \end{aligned} \quad (24)$$

با در اختیار داشتن  $\Lambda_{2\omega}$  و  $\Lambda_{1\omega}$  می توان به سادگی توابع  $W_2, W_1$  را با منطبق کردن توابع تبدیل می نیمم فاز روی قطر اصلی  $(\Lambda_{1\omega})^{-1/2}$  و  $(\Lambda_{2\omega})^{1/2}$  بدست آورد. با جایگذاری  $\Lambda_{2\omega}$  و  $\Lambda_{1\omega}$  از رابطه (۲۴) در (۲۳) می توان نوشت:

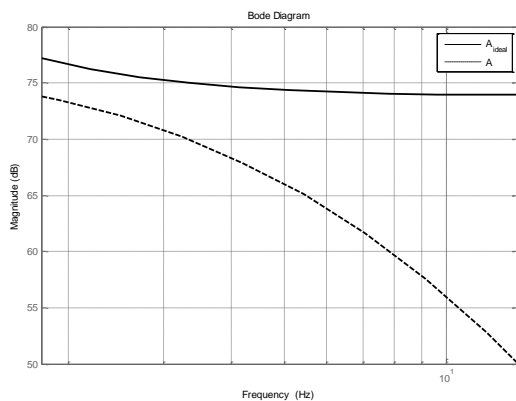
$$|s(\omega)|^2 (A_{1\omega}) < A^* (A_{2\omega}) A \quad \forall \omega \quad (25)$$

$$A^* (A_{2\omega}) A < |\bar{s}(\omega)|^2 (A_{1\omega}) \quad \forall \omega \quad (26)$$

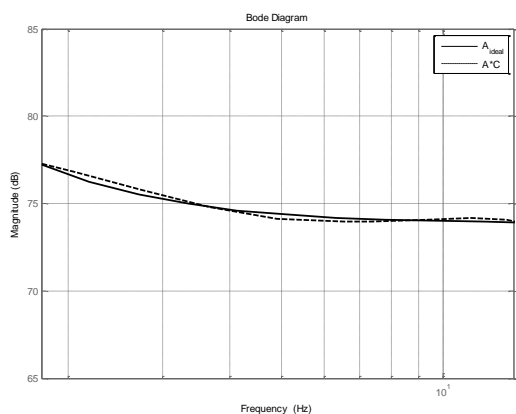
دو نامساوی بیان شده در روابط فوق در هر فرکانس  $\omega$  یک مسئله نامساوی ماتریسی خطی بوده که به سادگی توسط ابزارهای نرم افزار MATLAB قابل حل می باشد. کافی است که این نامساوی ها به ازای یک بازه فرکانسی حل شوند. ماتریس های توابع تبدیل قطری

#### ۴- نتایج طراحی جبران ساز و شبیه سازی

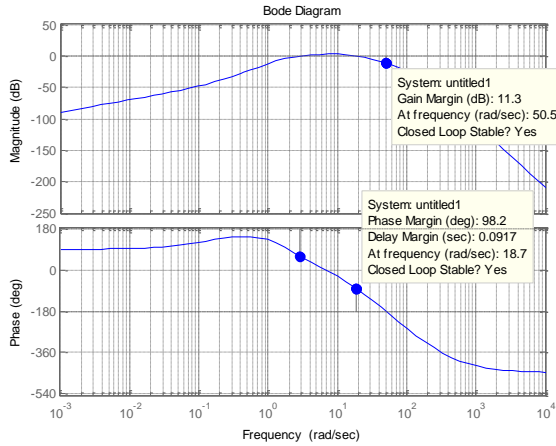
فرآیند ذکر شده در قسمت قبل برای یک رهگیر مدل در حضور خطای ریدوم پیاده گردید و با استفاده از الگوریتم ارائه شده برای طراحی وزن های شکل دهی حلقه، جبران ساز مناسب به گونه ای طراحی شد که با ضرب آن در پاسخ فرکانسی مسیر پیش رو ( $A$ )، پاسخ فرکانسی ایده آل ( $A_{ideal}$ ) به دست آید. در شکل ۸ پاسخ فرکانسی مسیر پیش رو ایده آل و مسیر پیش رو بدون جبران ساز آورده شده است که گویای اختلاف زیاد آنها می باشد. سپس در شکل ۹ پاسخ فرکانسی مسیر پیش رو ایده آل و مسیر پیش رو جبران سازی شده برای رهگیر مورد نظر ترسیم شده است. شکل ۹ گویای اینست که جبران ساز با دقت بسیار مناسبی توانسته شکل دهی پاسخ فرکانسی را انجام دهد و پاسخ مسیر پیش رو حلقه هدایت را با وجود خطای ریدوم مشابه پاسخ مسیر پیش رو ایده آل نماید. (در نتایج ترسیم شده منظور از کنترل کننده  $C$  همان  $W_2$  یا وزن شکل دهی حلقه می باشد.)



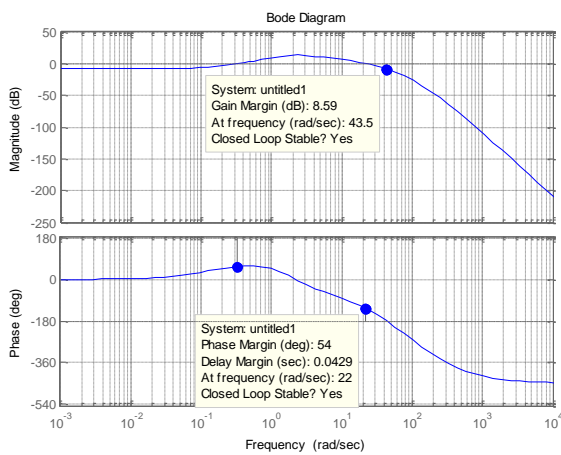
شکل ۸. دیاگرام بود مسیر پیش رو ایده آل و مسیر پیش رو بدون جبران ساز



شکل ۹. دیاگرام بود مسیر پیش رو ایده آل و مسیر پیش رو با جبران ساز



شکل ۱۲. دیاگرام بود حلقه‌باز هدایت با جبران‌ساز ( $R = 0$ )



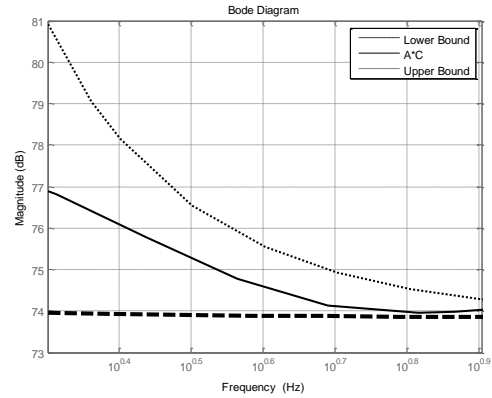
شکل ۱۳. دیاگرام بود حلقه‌باز هدایت با جبران‌ساز ( $R = 0.04$ )

همانطور که مشخص است در حضور خطای ریدوم حاشیه بهره و فاز حلقه هدایت با وجود جبران‌ساز به ترتیب برابر ۸٫۵۹ dB و ۵۴ درجه می‌شود بنابراین در بازه تغییرات شیب ریدوم جبران‌ساز پایداری حلقه هدایت را به‌خوبی تأمین می‌نماید. در ادامه نتایج شبیه‌سازی آورده شده است.

جهت بررسی عملکرد جبران‌ساز ارائه‌شده، شبیه‌سازی پرواز رهگیر و هدف در حضور عدم قطعیت ریدوم و سناریوهای برخورد متفاوت (از حیث زمان پرواز و مانور هدف) مطابق با شکل ۲ و شکل ۵ انجام شد. تمامی سناریوها صفحه‌ای می‌باشد و از قانون هدایت ناوبری تناسبی حقیقی (TPN) جهت تولید فرامین شتاب جانبی استفاده شده‌است. همچنین مانور هدف به‌صورت یک تابع پله با زمان اعمال تصادفی به‌صورت زیر مدل شده‌است:

$$n_T(t) = n_T^{\max} u(t-T) \quad (28)$$

که  $u(t-T)$  تابع پله و  $T$  به‌صورت تصادفی و با چگالی احتمال یکنواخت در بازه  $[0, t_f]$  می‌باشد که  $t_f$  زمان پرواز است. مشخصات مانور هدف در جدول ۳ آورده شده‌است.

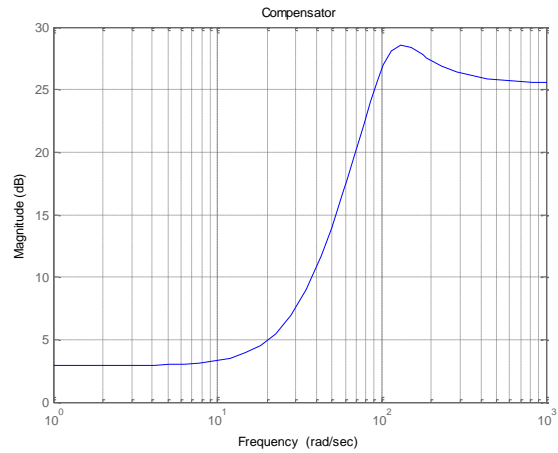


شکل ۱۰. مسیر پیشرو جبران‌سازی شده در حضور محدوده مجاز بالا و پایین

همچنین تابع تبدیل جبران‌ساز طراحی شده نیز به‌صورت زیر می‌باشد که از درجه ۲ است.

$$C = \frac{18.7537(s^2 + 51s + 935.2)}{(s^2 + 87.04s + 12570)} \quad (27)$$

و مشخصات فرکانسی آن در شکل ۱۱ نشان داده شده‌است.



شکل ۱۱. دیاگرام اندازه بود جبران‌ساز

از آنجا که در روند طراحی جبران‌ساز،  $K_{si}$  بی‌نهایت فرض شده‌است لذا بایستی پایداری برای حلقه واقعی هدایت (شکل ۲) که مقدار  $K_{si}$  محدود می‌باشد نیز بررسی شود. بدین منظور از معیار حاشیه فاز و حاشیه بهره استفاده می‌کنیم. لازم به‌ذکر است برای این رهگیر مدل بازه تغییرات شیب ریدوم  $0 \leq R \leq 0.04$  در نظر گرفته شده‌است. از این‌رو نمودارهای پاسخ فرکانسی حلقه‌باز هدایت در حضور جبران‌ساز و به‌ازای مقدار شیب ریدوم ۰ و ۰.۰۴ در شکل ۱۲ و شکل ۱۳ آورده شده‌است.

## مراجع

- [1] N.F. Palumbo, R.A. Blauwkamp, J.M. Lloyd, "Basic Principles of Homing Guidance", Johns Hopkins APL Technical Digest, vol. 29, No. 1, PP. 25-41, 2010.
- [2] C. Lin, Modern Navigation, Guidance and Control Processing, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1991.
- [3] J. Lin, Y. Chau, "Radome slope Compensation Using Multiple-Model Kalman Filters", Journal of Guidance, vol. 18, no. 3, pp. 637-640, 1994.
- [4] F.W. Nelsin, P. Zarchan, "Radome Induced Miss Distance In Aerodynamically controlled Homing Missile", AIAA, 1984.
- [5] F.W. Nelsin, P. Zarchan, "Digital homing guidance - Stability vs performance tradeoffs", Journal of Guidance, vol. 8, no. 2, pp. 255-261, 1985.
- [6] B. Abhijit, P.K.Tiwari, V. Prashant, R.N. Bhattacharjee, "In Flight Radome Error Compensation through Simulated Test data", AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, 2005.
- [7] P. Zarchan, H. Gratt, "Adaptive radome compensation using dither", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 22, No. 1, PP. 51-57, 1999.
- [8] W.R. Yueh, C. Lin, "Guidance Performance Analysis with In-flight Radome Error Calibration", Journal of Guidance, Vol. 8, No. 5, PP. 666-669, 1985.
- [9] سید حمید جلالی نائینی، "تحلیل فاصله خطای استراتژی ناوبری تناسبی با بازخورد شتاب و سرعت زاویه بدنه با استفاده از روش الحاقی"، مجله کنترل دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، جلد ۷، شماره ۱، صفحه ۵۱-۴۳، بهار ۱۳۹۲.
- [10] T.L Song, S.J. Shin, "Active Homing Performance Enhancement With Multiple Model Radome slope Estimation", AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, 2004.
- [11] P. Gurfil, N.J. Kasdin, "Improving Missile Guidance Performance By In-flight Two-Step Nonlinear Estimation of Radome Aberration", IEEE Transaction on Control Systems Technology, vol. 12, no. 4, pp. 532-541, 2004.

جدول ۳. مشخصات مانور هدف

Symbol	value
$n_T^{\max}$	100 m/s <sup>2</sup>
$t_f$	10 s

در جدول ۴ نتایج شبیه سازی آورده شده است. نتایج نشان دهنده این است که میانگین و بیشینه خطای برخورد به هدف (MD) در حضور جبران ساز، با وجود درجه پایین آن، به میزان محسوسی کاهش می یابد که گویای عملکرد بسیار خوب روش ارائه شده می باشد.

جدول ۴. نتایج شبیه سازی خطای برخورد

max MD(m)	RMS MD(m)	جبران ساز
138	93	×
102	69	✓

با توجه به رویکرد کاربردی این مقاله، با تعمیم روش ارائه شده به مدل سه بعدی و همچنین اعمال ابزار جدول بندی بهره می توان آن را در شبیه سازی کامل شش درجه آزادی نیز مورد ارزیابی قرار داد و در سیستم های هدایت واقعی پیاده سازی نمود.

## ۵- نتیجه گیری

در این مقاله ابتدا اثر مخرب ریدوم بر حلقه هدایت از دیدگاه کنترل تحلیل شد که نتیجه آن کاهش پایداری و افت عملکرد حلقه می باشد. از این رو جبران ساز خطای ریدوم با استفاده از یک ایده جدید در شکل دهی پاسخ فرکانسی مسیر پیش رو در حلقه هدایت طراحی شده است. با توجه به ایجاد حلقه پس خور پارازیتی بوسیله خطای ریدوم و عدم همجنس بودن ورودی و خروجی حلقه هدایت، طراحی جبران ساز با چالش مواجه بوده و از روش های مرسوم طراحی کنترل کننده قابل حل نمی باشد. در روش پیشنهادی، هدف مسئله شکل دهی پاسخ فرکانسی مسیر پیش رو تعریف گشته و با تبدیل آن به نامساوی ماتریسی خطی بصورت یک مساله سیستماتیک حل می شود. همچنین با توجه به وجود عدم قطعیت در شیب ریدوم، به منظور تعیین پاسخ مطلوب از ابزار شکاف متریکی وی استفاده شده است. از مزایای این روش می توان به درجه پایین جبران ساز و سادگی پیاده سازی اشاره کرد. نتایج شبیه سازی نشان می دهد که افزودن جبران ساز باعث بهبود پایداری حلقه هدایت و کاهش موثر خطای برخورد به هدف در حضور خطای ریدوم می شود.

- [16] A. Lanzon, "Weight optimization in  $H_\infty$  loop shaping", *Automatica*, Vol. 41, No. 7, PP. 1201-1208, 2005.
- [17] P. Garnell, *Guidance weapon control systems*, 2<sup>nd</sup> Edition, Pergamon Press, 1980.
- [18] F.W. Nesline, P. Zarchan, "Line of Sight Reconstruction for Faster Homing Guidance", *Journal of Guidance*, vol. 8, No. 1, PP. 3-8, 1985.
- [19] F.W. Nesline, P. Zarchan, "Missile Guidance Design Trade-Offs For High Altitude Air defense", *Journal of Guidance*, Vol. 6, No. 3, PP. 207-212, 1983.
- [20] G. Vinnicombe, *Uncertainty and feedback: h-infinity loop shaping and the v-gap metric*, Imperial College press, 1999.
- [21] سید محمد جواد معافی مدنی، ایمان محمدزمان، "طراحی خودخلبان با استفاده از روش کنترل کننده استاتیکی شکل‌دهی حلقه  $H_\infty$ "، نشریه علمی پژوهشی مهندسی هوانوردی، سال سیزدهم، شماره ۲، صفحه ۷۹-۹۴، سال ۱۳۹۰.
- [12] S.S. Han, S.K. Jang, S.J. Lee, "Radome Compensation Using Adaptive Particle Filter", 17th IFAC Symposium Automatic Control in Aerospace, Vol. 40, No.7, PP. 43-48, 2007.
- [13] X. Cao, C. Dong, Q. Wang, Y. Chen, "Radome Slope Estimation in Flight Using Fuzzy Adaptive Multiple Model for Active Homing Missile", 9<sup>th</sup> IEEE International Conference on Electronic Measurement & Instruments (ICEMI), 2009.
- [14] J.M. Lin, C.H. Lin, "Intelligent Fuzzy Terminal Guidance Law for High Altitude Air Defense by Taking Turning Rate and Radome Error Slope into Consideration", 6<sup>th</sup> IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, 2011.
- [15] S.K. Han, S. Ahn, W.S. Ra, J.B. Park, "Missile Radome Error Compensation Using Modified Interacting Multiple Model Kalman Filter", 14<sup>th</sup> International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS), 2014.