

طراحی جبران‌ساز ریدوم در حلقه هدایت با رویکرد شکل‌دهی پاسخ فرکانسی

مهدی خسروی سامانی^۱، سید محمدجواد معافی مدنی^۲، مهدی نیکوسخن^۳، ایمان محمدزمان^۴

^۱ دانشجوی دکتری هوافضا- دینامیک پرواز و کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر، mahdi.kh65@yahoo.com

^۲ فارغ التحصیل کارشناسی ارشد، مجتمع برق و الکترونیک، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، javadmadany@yahoo.com

^۳ دانشجوی دکتری هوافضا- دینامیک پرواز و کنترل، دانشگاه صنعتی شریف، nikusokhan@ae.sharif.edu

^۴ استادیار، مجتمع برق و الکترونیک، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، mohammadzaman@mut.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۵/۴/۱۲، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۵/۸/۵)

چکیده: ریدوم منجر به انحراف امواج راداری در رهگیرهای هدایت‌شونده راداری شده و در نتیجه باعث ناپایداری حلقه هدایت به‌خصوص در ارتفاع‌های بالایی می‌شود. بنابراین به یک جبران‌ساز که حلقه هدایت را پایدار کرده و در حضور خطای ریدوم منجر به کمترین خطای برخورد به هدف شود، نیاز است. از دیدگاه کنترل، ریدوم منجر به ایجاد یک پس‌خور ناخواسته شده که مشابه حلقه‌های پس‌خور مرسوم که در آن خروجی باید سیگنال کنترلی مطلوب را تعقیب کند، نمی‌باشد. در این مقاله ابتدا پاسخ حلقه‌بسته مطلوب هدایت مشخص شده و با رویکردی جدید پاسخ فرکانسی مسیر پیش‌رو به گونه‌ای شکل‌دهی می‌شود که نیازمندی‌های پایداری و عملکردی ارضا شود. شکل‌دهی پاسخ فرکانسی با استفاده از ابزار نامساوی ماتریسی خطی (LMI) انجام شده و به‌منظور انتخاب بهترین پاسخ فرکانسی از ابزار شکاف متریک وی (v-gap metric) استفاده شده‌است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که جبران‌ساز طراحی شده علاوه بر تأمین پایداری حلقه هدایت، خطای برخورد به هدف را هم به میزان چشمگیری کاهش می‌دهد.

کلمات کلیدی: خطای ریدوم، پایداری حلقه هدایت، شکل‌دهی حلقه، نامساوی ماتریسی خطی، شکاف متریک وی.

Design of Radome Compensator in Guidance Loop Using Frequency Response Shaping

Mahdi Khosravi Samani, Mohammad Javad Moafi Madani, Mahdi Nikusokhan, Iman Mohammadzaman

Abstract: Radome causes refraction of the incoming radar wave in radar-guided interceptors, thus having a destabilizing effect on the guidance loop, especially at high altitudes. Therefore, a compensator is required to maintain the stability of the guidance loop and causes minimum miss distance in the presence of radome error. From the control perspective, Radome causes an unwanted feedback that is not similar to the conventional feedback loops, in which output must follow a desired control signal. In this paper, the desired closed-loop response is determined first, then a novel approach is proposed to shape the frequency response of the feedforward path so that the stability and performance requirements are satisfied. Frequency response is shaped by linear matrix inequality (LMI) tools and v-gap metric is used to select the best frequency response. Simulation results show that the designed compensator drastically decreases the miss distance, while the stability is guaranteed.

Keywords: Radome error, guidance loop stability, loop shaping, linear matrix inequality, v-gap metric

فهرست علائم

 ε : زاویه خطای محور جستجوگر λ : زاویه خط دید

D: زاویه آنتن جستجوگر

 r : زاویه انحراف θ : زاویه پیچ رهگیر θ_H : زاویه طوقه (گیمبال)

R: شیب ریدوم

 K_{SI} : بهره پایدارساز جستجوگر T_1 : ثابت زمانی حلقه ردیابی جستجوگر V_M : سرعت رهگیر V_C : سرعت نزدیک‌شوندگی n_C : شتاب فرمان n_L : شتاب جانبی رهگیر n_T : شتاب هدف R_{TM} : فاصله نسبی رهگیر تا هدف

۱- مقدمه

بسیاری از رهگیرهای آشیانه‌یاب مجهز به جستجوگر راداری هستند. جستجوگر راداری، که وظیفه آن تخمین نرخ چرخش خط دید می‌باشد، در داخل پوششی به نام ریدوم قرار دارد. ریدوم، جستجوگر را در مقابل فشار هوا و دمای محیط محافظت می‌کند. اما از طرف دیگر، وجود ریدوم سبب می‌شود سیگنال دریافتی توسط جستجوگر قبل از رسیدن به آنتن منحرف و در نهایت باعث آشکارسازی همراه با خطا توسط جستجوگر شود. به عبارت دیگر پوشش ریدوم منجر به شکست پرتو بازتاب‌شده از هدف و در نتیجه جابجایی زاویه‌ای بردار هدف و ایجاد هدف ظاهری به جای هدف واقعی می‌شود.

همچنین اثر ریدوم از طریق طوقه^۱ جستجوگر باعث تزویج زاویه خط دید رهگیر با دینامیک بدنه می‌شود. به این معنا که زاویه خط دید اندازه‌گیری شده نه تنها به سینماتیک واقعی درگیری بلکه به زاویه طوقه جستجوگر نیز بستگی دارد. این پدیده باعث می‌شود با عبور سیگنال از پوشش ریدوم، تخمین نرخ چرخش خط دید با خطا انجام شود و موجب کاهش حاشیه پایداری و در برخی موارد، ناپایداری سیستم هدایت رهگیر می‌شود و افزایش چشمگیر خطای برخورد^۲ را به همراه خواهد داشت [۱]. بنابراین برای افزایش کارایی سیستم هدایت و کاهش خطای برخورد از روش‌های کالیبراسیون و جبران‌سازی اثر ریدوم استفاده می‌شود [۲].

مراجعی که به تحلیل و طراحی جبران‌ساز ریدوم پرداخته‌اند را به سه دسته کلی می‌توان تقسیم کرد. قدیمی‌ترین راهکار برای جبران‌سازی خطای ریدوم، افزایش ثابت زمانی سیستم هدایت رهگیر از طریق افزایش ثابت زمانی فیلتر نویز است. گرچه تحلیل و پیاده‌سازی این روش ساده می‌باشد، اما باعث افزایش خطای برخورد در مقابل مانور هدف می‌شود [۳] - [۵].

راهکار دوم جبران‌سازی خطای ریدوم، ذخیره کردن جداول پارامترهای جبران‌ساز در رایانه پرواز رهگیر است. در این روش، مقادیر خطای ریدوم در آزمایشگاه اندازه‌گیری می‌شود. کارایی این روش منوط به در اختیار داشتن امکانات آزمایشگاهی مناسب و ایجاد شرایط پرواز واقعی در آن است [۶] و [۸].

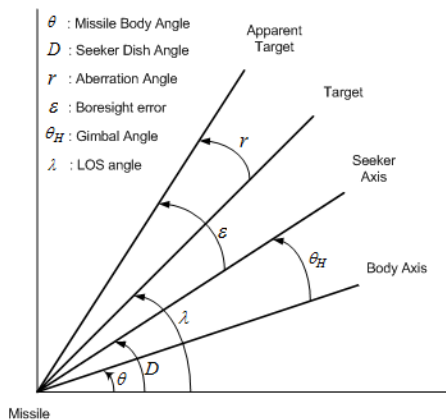
سومین راهکار برای کاهش اثر مخرب ریدوم شناسایی برخط و تخمین خطای ریدوم در حین پرواز می‌باشد. در [۹] حل تحلیلی خطای برخورد در روش هدایت ناوبری تناسبی با بازخورد سرعت زاویه بدنه، شتاب جانبی و نرخ آن در حضور اثر ریدوم (و تخمین شیب آن)، با استفاده از روش الحاقی استخراج شده‌است. در این مقاله تابع تبدیل از دستور شتاب به شتاب جانبی به صورت مرتبه اول و جستجوگر با یک مشتق‌گیر خالص مدل شده‌است. در مرجع [۷] تکنیکی ارائه شده‌است که شیب ریدوم را با استفاده از یک سیگنال دیتر^۳ غیرمخرب بر روی فرمان شتاب جانبی تخمین می‌زند. در مرجع [۳] و [۶] شیب ریدوم به صورت یک مجموعه‌ای از مقادیر گسسته مدل‌شده که برای هر مقدار شیب ریدوم یک فیلتر کالمن طراحی شده‌است. خروجی‌های فیلترهای کالمن با وزن‌های مشخصی با یکدیگر جمع شده و یک تخمین از شیب ریدوم به دست می‌آید. در مرجع [۱۰] اشاره شده‌است که یکی از مشکلات خطای ریدوم، مشاهده‌پذیری ضعیف و غیر قابل پیش‌بینی بودن آن است. در این مرجع ادعا شده که اگر هدف مانور نداشته باشد، می‌توان برای حل مشکلات ریدوم، از تخمین‌گر تطبیقی چند مدلی^۴ استفاده کرد و برای حالتی که مانور هدف وجود دارد، اطلاعات هدف از روی رادار زمینی به رهگیر ارسال می‌شود تا مشکلات مشاهده‌پذیری ضعیف سیستم حل شود. در مرجع [۱۱] برای تخمین خطای ریدوم از یک تخمین‌گر دو مرحله‌ای استفاده کرده‌است تا خطای ریدوم را از حالت‌های نامی رهگیر مستقل سازد. در مرجع [۱۲] توسط یک فیلتر ذرات تطبیقی نرخ چرخش خط دید با وجود خطای ریدوم تخمین زده شده‌است. این روش علاوه بر محاسبات سنگین نیاز به تخمین شتاب هدف نیز دارد. مرجع [۱۳] با ارائه یک الگوریتم فازی-تطبیقی و براساس فیلتر کالمن تعمیم‌یافته شیب ریدوم را تخمین می‌زند. این الگوریتم دارای دو سطح استنتاج فازی می‌باشد. در مرجع [۱۴] قانون هدایت فاز نهایی به صورت فازی و با ساختار PID طراحی شده‌است و نشان داده با در نظر گرفتن اثر ریدوم در مقایسه با قانون ناوبری تناسبی خطای برخورد کمتری حاصل می‌شود. مرجع

³ Dither⁴ Multiple adaptive estimator¹ Gimbal² Miss Distance

می شود. سپس نحوه تبدیل جبران سازی خطای ریدوم به یک مسئله کنترلی تعریف و جبران ساز مناسب به گونه ای طراحی می شود که علاوه بر افزایش پایداری حلقه هدایت در برابر عدم قطعیت ریدوم، عملکرد را نیز بطور محسوسی بهبود دهد. در نهایت از طریق شبیه سازی حلقه آشنایاب رهگیر، عملکرد جبران ساز ارزیابی می شود.

۲- بررسی اثر مخرب ریدوم بر حلقه هدایت

پوشش ریدوم منجر به شکست پرتو برگشتی از هدف و جابجایی زاویه ای بردار هدف می شود. تفاوت بین بردار هدف ظاهری (که در اثر شکست پرتوی بازگشتی می باشد) و بردار هدف واقعی را انحراف ریدوم می نامند. انحراف ریدوم پدیده ای با رفتار خطی در زاویه های کوچک و رفتار غیرخطی در زاویه های بزرگ می باشد [۱۷]. هندسه درگیری رهگیر و هدف در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱. هندسه درگیری رهگیر و هدف [۴]

طبق شکل ۱ روابط زیر برقرار است.

$$\varepsilon = \lambda - D - r \quad (1)$$

$$D = \theta + \theta_H \quad (2)$$

همچنین بر اساس مرجع [۱۹] زاویه انحراف ریدوم با زاویه طوقه جستجوگر بصورت خطی متناسب است.

$$r = R \theta_H \quad (3)$$

که R را شیب ریدوم می نامند. در واقعیت شیب ریدوم مقدار ثابتی در طول پرواز ندارد و در یک بازه مشخص تغییر می کند لذا باید آن را به عنوان یک نوع عدم قطعیت در نظر گرفت.

در حالت کلی اثر ریدوم باید از دو جنبه پایداری و عملکرد بررسی شود. از نظر پایداری، اثر ریدوم کاهش پایداری و در مواقعی ناپایداری حلقه هدایت می باشد و از دیدگاه عملکرد، ریدوم باعث افت عملکرد تخمین نرخ چرخش خط دید می شود [۱۸]. دیگرام بلوکی حلقه هدایت رهگیر که در شکل ۲ نشان داده شده است را در نظر بگیرید.

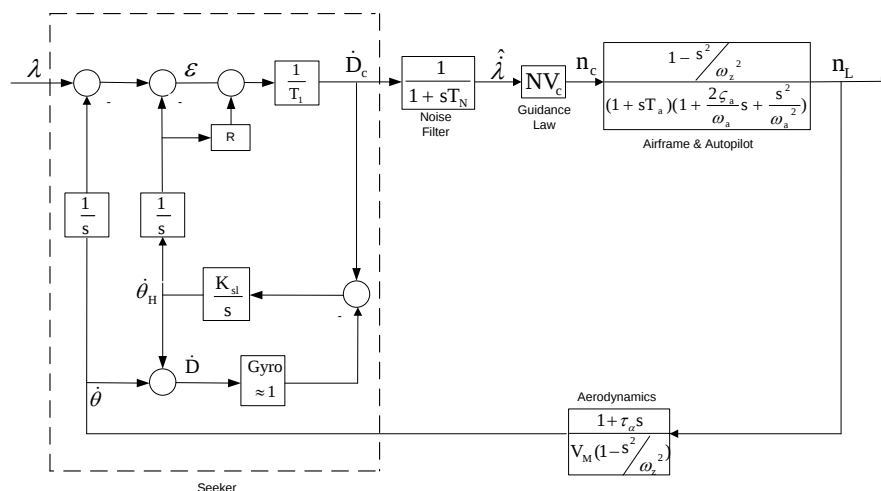
[۱۵] با اصلاح الگوریتم فیلتر کالمن چندگانه، شیب ریدوم را تخمین می زند. علی رغم تحقیقات گسترده در خصوص استفاده از تخمین گرهای جبران سازی اثر ریدوم، این روش به علت حجم محاسبات بالا، وابستگی شدید فیلتر کالمن به مدل و پیچیدگی آن دارای کاربرد عملیاتی نبوده اند. در صورتیکه بتوان مشابه رویکرد اول، با ارائه یک کنترل کننده مناسب در فضای فرکانس، پایداری و عملکرد مطلوب حلقه هدایت را در حضور عدم قطعیت ریدوم تضمین کرد، ارزش پیاده سازی و کاربردی بالایی دارد.

در این مقاله سعی می شود با کاربرد تئوری های کنترلی و استفاده از رویکردی جدید، جبران سازی اثر ریدوم در حضور عدم قطعیت انجام شود. مزیت استفاده از این روش در این است که می توان معیارهای کارایی را در قالب یک مسئله کنترلی تعریف نمود و با طراحی کنترل کننده مقاوم تمامی این معیارها را ارضا کرد. برای تبدیل این مسئله به یک مسئله کنترلی یک چالش مهم وجود دارد و آن این است که جبران سازی ریدوم شبیه مسائل رایج کنترلی نمی باشد. این امر به خاطر آن است که در این جا، حلقه پس خور از جنس پارازیتی بوده و پس خور کنترلی نمی باشد. یعنی برخلاف مسائل رایج کنترلی، هدف از طراحی جبران ساز، صفر کردن اختلاف ورودی و خروجی نمی باشد بلکه هدف جبران اثر مخرب ریدوم بر عملکرد حلقه هدایت می باشد که به تفصیل در متن بیان خواهد شد. این چالش کنترلی از آن جهت مهم است که دیگر نمی توان از معیارهای رایج کنترلی برای طراحی سیستم کنترل استفاده کرد. ابتدا برای حل این مسئله در روشی جدید برخلاف روش های مرسوم کنترل که پاسخ فرکانسی حلقه باز یا بسته سیستم شکل دهی می شود، پاسخ فرکانسی مسیر پیش رو شکل دهی خواهد شد. همچنین به منظور تعیین پاسخ مطلوب از ابزار شکاف متریکی وی استفاده شده است. سپس شکل دهی پاسخ فرکانسی که در حالت کلی، مساله پیچیده و زمان بری می باشد، تبدیل به یک مسئله نامساوی ماتریسی خطی می شود [۱۶] و نشان داده می شود با وجود اینکه شکل دهی پاسخ، نیاز به سعی و خطای فراوان و تجربه طراح دارد، با استفاده از نامساوی ماتریسی خطی به یک مسئله سیستماتیک تبدیل شده و به سادگی قابل انجام است. در نهایت با این رویکرد می توان به معیارهای مطلوب کنترلی دست یافت. از مزایای این روش می توان به درجه پایین جبران ساز و سادگی پیاده سازی اشاره کرد. از طرف دیگر می توان پاسخ سیستم حلقه بسته را به سادگی به شکل پاسخ مطلوب نزدیک کرد.

در این مقاله مدل سازی هندسه درگیری تنها در صفحه فراز انجام گرفته و از قانون هدایت ناوبری تناسبی حقیقی^۱ جهت تولید فرامین شتاب جانبی استفاده شده است. همچنین دینامیک بدنه هوایی و خلبان خودکار بوسیله یک تابع تبدیل مرسوم درجه سه بیان شده است.

سازماندهی مقاله بدین صورت است که در ابتدا اثر نامطلوب ریدوم بر پایداری و عملکرد حلقه هدایت رهگیرهای آشنایاب بررسی

¹ True Proportional Navigation



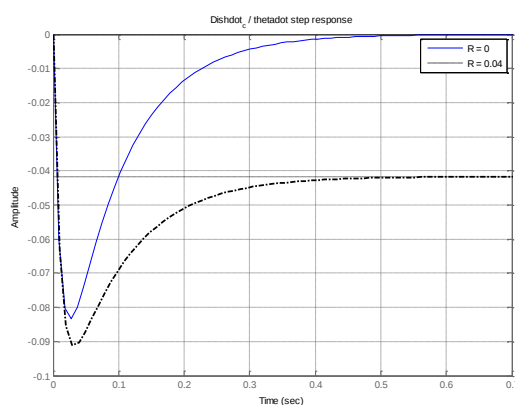
شکل ۲. دیاگرام بلوکی حلقه هدایت [۱]

$$G = \frac{1}{1+sT_N} \times NV_c \times \frac{1+\tau_\alpha s}{V_M(1+sT_a)(1+\frac{2\zeta_a}{\omega_n}s+\frac{s^2}{\omega_n^2})} \quad (v)$$

به ازای $R = [0, 0.04]$ در شکل ۳ و شکل ۴ آورده شده است.

جدول ۱. مشخصات سیستم

symbol	value
N	3
τ_a	2 sec
$[T_1, T_N]$	$[0.1, 0.15]$ s
$[\omega_z, \omega_a]$	$[30, 20]$ rad/s
ζ_a	0.7
K_{sl}	100



شکل ۳. پاسخ پله $\frac{\dot{D}_c}{\theta}$ به ازای شیب‌های ریدوم مختلف

با توجه به دیاگرام بلوکی فوق تابع تبدیل حلقه باز هدایت به صورت زیر می باشد.

$$\begin{aligned} \text{OpenLoop} &= \frac{\dot{D}_c}{\dot{\theta}} \times \frac{1}{1+sT_N} \times NV_c \\ &\times \frac{1-s^2/\omega_z^2}{(1+sT_a)(1+\frac{2\zeta_a}{\omega_z}s+\frac{s^2}{\omega_z^2})} \times \frac{1+\tau_as}{V_M(1-s^2/\omega_z^2)} \end{aligned} \quad (9)$$

از آنجا که $\dot{D}_c / \dot{\theta}$ تابعی از شیب ریدوم است، تغییرات شیب ریدوم باعث تغییر حاشیه پایداری (حاشیه بهره و حاشیه فاز) خواهد شد. با رسم دیاگرام بود حلقه باز هدایت مشخص می شود که با افزایش شیب ریدوم از مقدار ایده آل (یا همان صفر)، حاشیه بهره و حاشیه فاز کاهش می یابد و از یک مقدار به بعد سیستم ناپایدار خواهد شد. در ادامه به بررسی اثر مخرب ریدوم بر عملکرد حلقه هدایت پرداخته شده است.

وظیفه اصلی جستجوگر تخمین نرخ چرخش خط دید ($\dot{\lambda}$) می‌باشد. در این مقاله (با توجه به شکل ۲) $\dot{D}_c$ تخمینی از نرخ چرخش خط دید در نظر گرفته شده‌است. ریدوم باعث ایجاد تزویج بین دینامیک جستجوگر و نرخ پیچش رهگیر می‌شود. از این تزویج به عنوان پس‌خور پارازیتی نام برده می‌شود [۱۹]. در واقع θ را می‌توان یک عامل اغتشاشی بر دینامیک جستجوگر تلقی کرد. با توجه به دیاگرام بلوکی کلی حلقه هدایت توابع تبدیل زیر قابل استخراج می‌باشد.

$$\frac{\dot{D}_c}{\dot{\theta}} = \frac{-\left(\frac{s}{K_{sl}} + R\right)}{\frac{T_1}{K_{sl}} s^2 + T_1 s + (1-R)} \quad (\Delta)$$

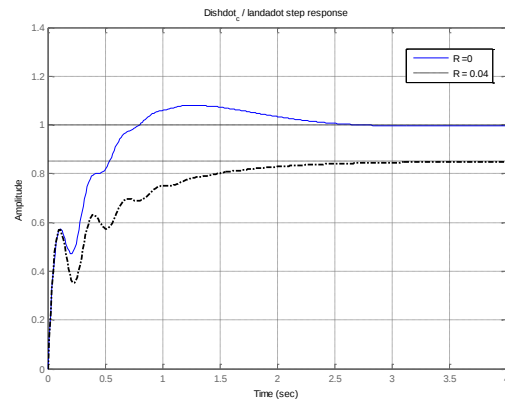
$$\frac{\dot{D}_c}{\lambda} = \frac{-(\frac{s}{K_{sl}} + 1)}{(\frac{s}{K_s} + 1)(T_1 s + G) + (1 - R)(1 - G)} \quad (6)$$

کہ

ثانیاً با توجه به شکل ۲ ورودی حلقه هدایت زاویه خط دید (λ) و خروجی آن شتاب لحظه‌ای ($\ddot{n}_L$) رهگیر می‌باشد بنابراین ذاتاً این حلقه یک حلقه ردیابی نمی‌باشد. در نتیجه باید معیار عملکردی به صورت تحلیلی تعریف شود که با ارضای آن رفتار حلقه هدایت بهبود و در نتیجه خطای برخورد کاهش یابد.

در این قسمت با استفاده از یک نگرش جدید جبران‌سازی طراحی می‌شود که همزمان باعث بهبود پایداری و عملکرد حلقه هدایت شود. در این روش برخلاف روش‌های مرسوم کنترل که پاسخ فرکانسی حلقه باز یا بسته سیستم شکل‌دهی می‌شود، پاسخ فرکانسی مسیر پیش‌رو شکل‌دهی خواهد شد.

اگر حلقه پایدارساز جستجوگر ایده‌آل فرض شود ($K_{sl} = \infty$) دیگرام بلوکی حلقه هدایت (شکل ۲) در حضور جبران‌ساز به صورت شکل ۶ خواهد شد. چون این حلقه از نوع ردیابی نمی‌باشد بنابراین براساس روش‌های متداول شکل‌دهی حلقه‌باز یا بسته که هدف تعقیب ورودی یا حذف اغتشاش و نویز می‌باشد، نمی‌توان این مسئله را حل کرد. به عنوان مثال در مسائل متداول ردیابی رابطه مستقیمی بین پاسخ فرکانسی حلقه‌باز سیستم با رفتار سیستم حلقه‌بسته وجود دارد. به عنوان مثال می‌توان با افزایش بهره در فرکانس‌های پایین و کاهش بهره در فرکانس‌های بالای سیستم حلقه‌باز، هم به ردیابی خوبی رسید و هم اغتشاشات و نویزها را به خوبی حذف کرد. اما در این‌جا چون حلقه از نوع ردیابی متداول نمی‌باشد، هیچ رابطه مشخصی بین پاسخ فرکانسی حلقه‌باز سیستم با بهبود خطای برخورد در سیستم حلقه‌بسته وجود ندارد. به عنوان مثال افزایش بهره در فرکانس‌های پایین و یا کاهش بهره در فرکانس‌های بالا لزوماً به معنی عملکرد بهتر سیستم در کاهش خطای برخورد نمی‌باشد. در نتیجه هیچ معیار مشخصی برای طراحی جبران‌ساز با روش‌های متداول وجود ندارد. این مشکل از آن جهت حائز اهمیت است که در صورت نداشتن معیار مشخصی برای طراحی جبران‌ساز، از هیچ کدام از روش‌های موجود در حوزه فرکانس (روش‌های کلاسیک و یا روش‌های مدرن از قبیل روش‌های مقاوم H_∞) نمی‌توان برای طراحی کنترل‌کننده بهره جست. جهت حل مشکل ذکر شده در این مقاله ایده‌ای ارائه می‌شود که در ادامه توضیح داده می‌شود. فرض کنید که تابع تبدیل حلقه‌بسته ایده‌آل $\ddot{n}_L / \lambda$ بر اساس تحلیل‌های هدایتی و با معیار خطای برخورد $\ddot{n}_L / \lambda$ داده شده است. این تابع تبدیل با توجه به ثابت زمانی کل حلقه هدایت با یک تابع تبدیل مرتبه اول با ثابت زمانی مشخص تقریب زده شده است. در ایده ارائه شده در این مقاله ابتدا با توجه به تابع تبدیل حلقه‌بسته ایده‌آل $\ddot{n}_L / \lambda$ مسیر پیش‌روی مطلوب حلقه هدایت بدست می‌آید. در گام بعد با تکنیک شکل‌دهی پاسخ فرکانسی، جبران‌سازی طراحی می‌شود که با حفظ پایداری به ازای ریدوم‌های مختلف کمترین فاصله را با مسیر پیش‌روی مطلوب داشته باشد. بدین صورت می‌توان در حضور عدم قطعیت ریدوم عملکرد را بهبود داد.

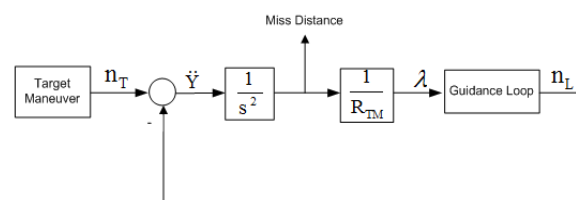


شکل ۴ پاسخ پله $\ddot{D}_c / \lambda$ به ازای شیب‌های ریدوم مختلف

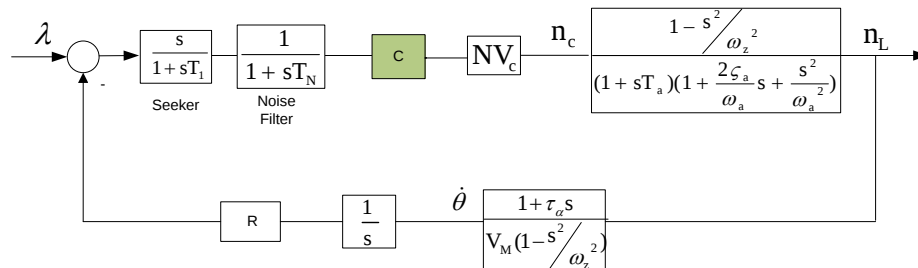
با توجه به اینکه $\dot{\theta}$ به عنوان ورودی مستقل مدل نشده است پس اثر پارازیتی خود را به صورت غیرمستقیم در تابع تبدیل $\ddot{D}_c / \lambda$ می‌گذارد. بنابراین رفتار مناسب پاسخ پله $\ddot{D}_c / \lambda$ قطعاً ناشی از حذف مناسب اثر پارازیتی $\dot{\theta}$ نیز می‌باشد و لازم به بررسی رفتار پاسخ پله $\ddot{D}_c / \lambda$ به صورت جداگانه نمی‌باشد و فقط به این دلیل در این قسمت آورده شده است که اثر حذف آن بخاطر ماهیت پارازیتی بودن آن روشن گردد. نمودارهای فوق دید کنترلی مناسبی در مورد اثر مخرب شیب ریدوم بر پایداری و عملکرد جستجوگر می‌دهد. با توجه به نمودار فوق می‌توان نتیجه گرفت که تغییر شیب ریدوم علاوه بر کاهش پایداری، خطای حالت ماندگار محسوسی در تخمین نرخ چرخش خط دید ایجاد می‌کند و رفتار پاسخ گذرا را نیز خراب می‌کند بنابراین منجر به افزایش خطای برخورد به هدف در فاز نهایی هدایت خواهد شد. از این‌رو استفاده از یک جبران‌ساز جهت بهبود پایداری و عملکرد حلقه هدایت لازم است.

۳- طراحی جبران‌ساز ریدوم

جهت طراحی جبران‌ساز همواره نیاز به تعریف یک معیار عملکرد می‌باشد که با زبان ریاضی از دیدگاه کنترل قابل فرموله کردن باشد. از آنجا که هدف نهایی جبران‌ساز کاهش خطای برخورد در حضور عدم قطعیت ریدوم می‌باشد، در مسئله مورد بررسی دو مشکل جهت تعریف معیار عملکرد وجود دارد. اولاً حلقه آشپانه‌یاب مطابق شکل ۵ به دلیل وجود پارامتر فاصله نسبی رهگیر تا هدف (R_{TM})، یک حلقه متغیر با زمان می‌باشد لذا ارتباط برقرار کردن میان خطای برخورد به هدف و جبران‌ساز از دیدگاه کنترل به سادگی قابل انجام نمی‌باشد.



شکل ۵. دینامیک خطای برخورد در حلقه آشپانه‌یاب [۱۹]



شکل ۶. دیاگرام بلوکی حلقه هدایت با فرض $Ksl = \infty$

فرکانسی، جبران ساز به گونه ای طراحی می شود که رفتار تابع A مشابه رفتار A_{ideal} مورد نظر شود. این ایده و الگوریتم ارائه شده در بخش بعد توضیح داده خواهد شد. اما مسئله ای برای محاسبه A_{ideal} وجود دارد که در این جا به بررسی این مسئله و نحوه حل آن پرداخته می شود.

با دقت در رابطه (۱۳) مشاهده می شود که پاسخ فرکانسی A_{ideal} تابعی از شیب ریدوم می باشد و از آن جایی که در عمل شیب ریدوم دارای عدم قطعیت می باشد، لذا اندازه پاسخ فرکانسی A_{ideal} برای شیب ریدوم های مختلف به صورت یک پوش منحنی خواهد شد. اما برای طراحی جبران ساز فقط به یک پاسخ فرکانسی نیاز است. از این رو در این مقاله برای انتخاب A_{ideal} مورد نظر (از میان دسته پوش به دست آمده ناشی از ریدوم های مختلف) از ابزار شکاف متریک وی استفاده می شود. در ادامه ابتدا این ابزار معرفی شده و سپس به ارائه ایده مورد نظر برای شکل دهی پاسخ فرکانسی پرداخته شده است.

ابزار شکاف متریک وی برای اندازه گیری فاصله بین دو سیستم حلقه بسته از روی رفتار حلقه باز آن ها مورد استفاده قرار می گیرد. شکاف وی بین دو سیستم بیان گر تفاوت در رفتار حلقه بسته آن ها است. شکاف وی همواره عددی بین صفر و یک بوده و هر چه این عدد به یک نزدیک تر باشد بیان گر تفاوت بیشتر دینامیک دو سیستم حلقه بسته می باشد. در ادامه به تعریف این ابزار پرداخته شده و سپس نحوه استفاده از این ابزار برای انتخاب A_{ideal} بیان خواهد شد.

تعریف: شکاف متریک وی به صورت زیر تعریف می شود [۲۰]:

$$\delta_v(P_1, P_2) = \begin{cases} \|\Psi(P_1, P_2)\|_\infty, & \det \theta(j\omega) \neq 0 \quad \forall \omega, \text{ wno } \det \theta(s) = 0 \\ 1, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (14)$$

که در آن:

$$\Psi(P_1, P_2) = -\tilde{N}_2 M_1 + \tilde{M}_2 N_1 \quad (15)$$

$$\theta(s) = \tilde{N}_2 N_1 + \tilde{M}_2 M_1 \quad (16)$$

و $\tilde{N}_2, N_1, \tilde{M}_2, M_1$ ضرایب نرمالیزه شده نسبت به هم اول پلانت های P_1, P_2 بوده و $\det \theta(s) \neq 0$ برابر تعداد چرخش تابع $\theta(s)$ در جهت عقربه های ساعت حول مبدأ می باشد که در نمودار نایکوئیست مشخص است.

از منظر طراح هدایت تابع تبدیل حلقه بسته مطلوب هدایت به صورت زیر می باشد:

$$\frac{n_L}{\lambda} = \frac{sNV_c}{1+sT_G} \quad (8)$$

که T_G معادل ثابت زمانی مطلوب کل حلقه هدایت می باشد. با توجه به شکل ۶ اگر مسیر پیش رو و پس خور را مطابق زیر به ترتیب با A و B نشان دهیم

$$A = \text{Seeker} \times \text{Noise Filter} \times NV_c \times \frac{n_L}{n_c} \quad (9)$$

$$B = R \times \frac{1}{s} \times \frac{\dot{\theta}}{n_L} \quad (10)$$

تابع تبدیل حلقه بسته به صورت زیر خواهد شد.

$$\frac{n_L}{\lambda} = \frac{A}{1+AB} \quad (11)$$

که همانند شکل ۶ با قراردادن جبران ساز می توان مسیر پیش رو (A) را تغییر داد لذا اگر بخواهیم تابع تبدیل حلقه هدایت همانند تابع تبدیل مطلوب شود، خواهیم داشت:

$$\frac{sNV_c}{1+sT_G} = \frac{A_{ideal}}{1+A_{ideal}B} \quad (12)$$

که با انجام عملیات جبری، تابع تبدیل ایده آل مسیر پیش رو (A_{ideal}) به صورت زیر بدست می آید.

$$A_{ideal} = \frac{sNV_c}{1+sT_G - RNV_c \times \frac{\dot{\theta}}{n_L}} \quad (13)$$

اکنون اگر بتوان به کمک یک جبران ساز، پاسخ فرکانسی مسیر پیش رو حلقه هدایت (A) را به پاسخ فرکانسی A_{ideal} شبیه کرد می توان انتظار داشت که عملکرد سیستم حلقه بسته مشابه تابع تبدیل حلقه بسته مطلوب هدایت (n_L/λ) شود و در نتیجه عملکرد سیستم بهبود یابد. در این مقاله با استفاده از نامساوی ماتریسی خطی در شکل دهی پاسخ

$$\min_{G_0} \max_{G_i} \delta_v(G_0, G_i) \quad (17)$$

در این رابطه G_i ها از رابطه زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} \Delta G &= 0.005 \\ G_i &= \Delta G \times i \end{aligned} \quad (18)$$

برای این منظور شکاف وی بین پاسخ های فرکانسی A_{ideal} محاسبه می شود که نتایج آن در جدول زیر نشان داده شده است.

مزیت ابزار شکاف وی این است که می توان با بررسی رفتار دو سیستم حلقه باز، مقدار مشابهت رفتار حلقه بسته آن ها را تحلیل کرد. در مقاله حاضر نیز با استفاده از این ابزار شکاف وی بین پاسخ های فرکانسی A_{ideal} برای شیب ریدوم های مختلف را نسبت به هم به دست آورده و شیب ریدومی انتخاب می شود که پاسخ های فرکانسی A_{ideal} آن کمترین فاصله را با سایر پاسخ های فرکانسی A_{ideal} داشته باشد. به عبارت دیگر اگر پاسخ های فرکانسی A_{ideal} را در شیب ریدوم های مختلف با G_i نشان داده شود، از معیار زیر برای انتخاب بهترین G (G_0) استفاده می شود [۲۱].

جدول ۲. شکاف وی بین پاسخ های فرکانسی A_{ideal} در شیب ریدوم های مختلف

	G_1	G_2	G_3	G_4	G_5	G_6	G_7	G_8	G_9
G_1	0	0.0142	0.0326	0.0516	0.0713	0.0918	0.1131	0.1353	0.1583
G_2	0.142	0	0.0184	0.0374	0.0572	0.0777	0.0991	0.1213	0.1444
G_3	0.0326	0.0184	0	0.0191	0.0389	0.0594	0.0809	0.1031	0.1264
G_4	0.0516	0.0374	0.0191	0	0.0198	0.0404	0.0619	0.0843	0.1076
G_5	0.0713	0.0572	0.0389	0.0198	0	0.0206	0.0421	0.0646	0.0880
G_6	0.0918	0.0777	0.0594	0.0404	0.0206	0	0.0215	0.0440	0.0675
G_7	0.1131	0.0991	0.0809	0.0619	0.0421	0.0215	0	0.0225	0.0460
G_8	0.1353	0.1213	0.1031	0.0843	0.0646	0.0440	0.0255	0	0.0235
G_9	0.1583	0.1444	0.1264	0.1076	0.0880	0.0675	0.0460	0.0235	0
$\max \delta_v$	0.1583	0.1444	0.1264	0.1076	0.0880	0.0918	0.1131	0.1353	0.1583

نامساوی ماتریسی خطی برای طراحی وزن های شکل دهی حلقه ارائه گردیده است.

برای شکل دهی مسیر پیش رو می بایست وزن های شکل دهی حلقه W_2, W_1 به گونه ای انتخاب شوند که با ضرب آن ها در سیستم نامی A رفتار سیستم شبیه حالت ایده آل A_{ideal} شود. یعنی رابطه زیر برقرار شود:

$$W_2 A W_1 = A_{ideal} \quad (19)$$

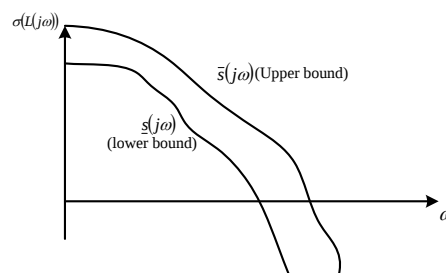
باید توجه شود که در عمل شیب ریدوم دارای عدم قطعیت می باشد. بنابراین اندازه پاسخ فرکانسی A_{ideal} برای شیب ریدوم های مختلف به صورت یک پوش منحنی خواهد شد. البته لازم به ذکر است که در اینجا چون حلقه ایده آل به صورت SISO می باشد می توان یکی از وزن ها را برابر یک فرض کرد و تنها به طراحی وزن دوم پرداخت. در اینجا برای سادگی، وزن W_1 برابر یک انتخاب می شود. برای تبدیل مسئله فوق به یک مسئله جبری در قالب نامساوی ماتریسی خطی، فرض

همان طور که از جدول فوق مشاهده می شود بر مبنای معیار بیان شده در رابطه (۱۷)، بهترین سیستم برای انتخاب A_{ideal} سیستم G_5 می باشد. اکنون می بایست جبران ساز به گونه ای طراحی شود که مسیر پیش روی واقعی (A) بر A_{ideal} انتخاب شده منطبق گردد.

طراحی جبران ساز حلقه به گونه ای که با ضرب آن در مسیر واقعی A رفتاری شبیه حالت ایده آل A_{ideal} بدست آید، معمولاً کار سختی بوده و نیاز به سعی و خطای فراوان دارد. در این مقاله برای طراحی وزن های شکل دهی حلقه، ابتدا مسئله فوق با استفاده از یکسری روابط جبری تبدیل به یک مسئله نامساوی ماتریسی خطی می شود و سپس به سادگی وزن های مورد نظر طراحی می گردد. ایده مورد استفاده در این مقاله مشابه [۱۶] می باشد اما با این تفاوت که در روش ارائه شده در [۱۶] یک مسئله بهینه سازی برای طراحی کنترل کننده و وزن های شکل دهی حلقه ارائه شده است در حالی که در این مقاله یک مسئله جبری در قالب

می شود که A_{ideal} درون یک ناحیه فرکانسی مجاز مطابق شکل ۷ حرکت می کند (رابطه (۲۰)):

فرکانسی مجاز مطابق شکل ۷



شکل ۷. محدوده مجاز بالا و پایین برای پاسخ فرکانسی مسیر پیش رو ایده آل

$$|s(j\omega)| < |A_{ideal}(j\omega)| < |\bar{s}(j\omega)| \quad \forall i, \omega \quad (20)$$

هدف طراحی وزن های شکل دهی حلقه این است که با ضرب آن ها در پاسخ فرکانسی سیستم نامی A ، سیستم A_{ideal} به دست آید. پس می توان در رابطه (۲۰) به جای A_{ideal} ، رابطه $W_2 A W_1$ را قرار داد. با جایگذاری در رابطه فوق رابطه زیر به دست می آید:

$$|s(j\omega)| < |W_2(j\omega) A(j\omega) W_1(j\omega)| < |\bar{s}(j\omega)| \quad \forall i, \omega \quad (21)$$

با مجذور نمودن طرفین تساوی رابطه زیر به دست می آید:

$$|s(j\omega)|^2 < |W_1^* A^* W_2^* W_2 A W_1| < |\bar{s}(j\omega)|^2 \quad \forall i, \omega \quad (22)$$

با استفاده از رابطه بالا، رابطه زیر به سادگی به دست می آید:

$$|s(j\omega)|^2 (W_1^{-1})^2 < A^* (W_2^* W_2) A < |\bar{s}(j\omega)|^2 (W_1^{-1})^2 \quad \forall \omega \quad (23)$$

از آنجایی که وزن های W_2, W_1 قطری هستند توابع $W_1^{-1} W_1^{-1}$ و $W_2^* W_2$ نیز قطری بوده که به صورت زیر نمایش داده می شوند:

$$\begin{aligned} A_{1\omega} &= W_1^{-*} W_1^{-1} \in \Lambda_n \\ A_{2\omega} &= W_2^* W_2 \in \Lambda_m \end{aligned} \quad (24)$$

با در اختیار داشتن $\Lambda_{1\omega}$ و $\Lambda_{2\omega}$ می توان به سادگی توابع W_2, W_1 را با منطبق کردن توابع تبدیل می نیمم فاز روی قطر اصلی $(\Lambda_{1\omega})^{-1/2}$ و $(\Lambda_{2\omega})^{1/2}$ بدست آورد. با جایگذاری $\Lambda_{1\omega}$ و $\Lambda_{2\omega}$ از رابطه (۲۴) در (۲۳) می توان نوشت:

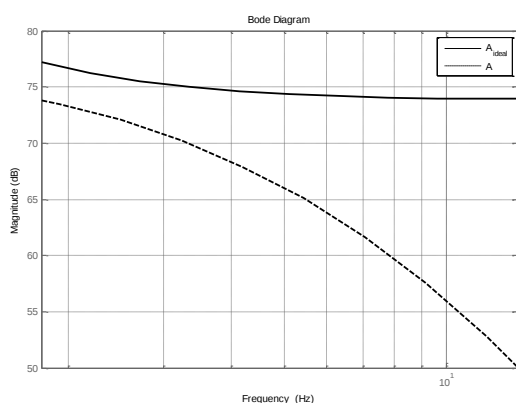
$$|s(\omega)|^2 (A_{1\omega}) < A^* (A_{2\omega}) A \quad \forall \omega \quad (25)$$

$$A^* (A_{2\omega}) A < |\bar{s}(\omega)|^2 (A_{1\omega}) \quad \forall \omega \quad (26)$$

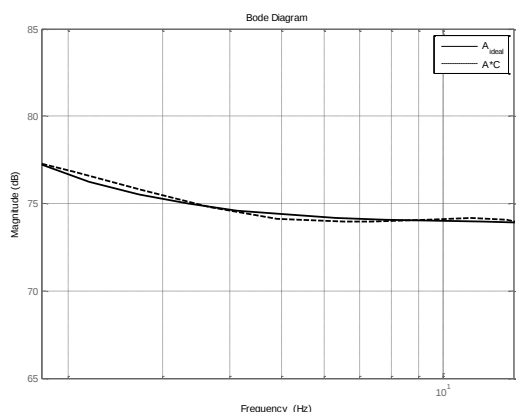
دو نامساوی بیان شده در روابط فوق در هر فرکانس ω یک مسئله نامساوی ماتریسی خطی بوده که به سادگی توسط ابزارهای نرم افزار MATLAB قابل حل می باشد. کافی است که این نامساوی ها به ازای یک بازه فرکانسی حل شوند. ماتریس های توابع تبدیل قطری

۴- نتایج طراحی جبران ساز و شبیه سازی

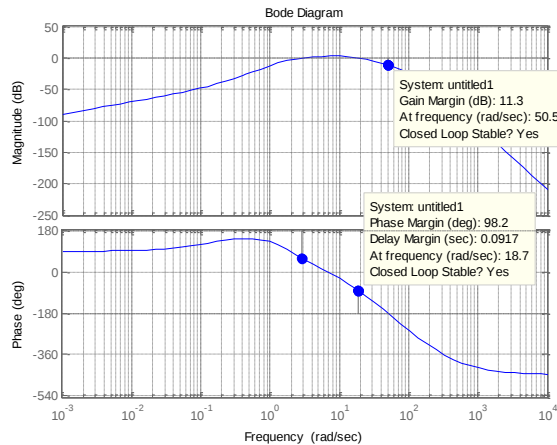
فرآیند ذکر شده در قسمت قبل برای یک رهگیر مدل در حضور خطای ریدوم پیاده گردید و با استفاده از الگوریتم ارائه شده برای طراحی وزن های شکل دهی حلقه، جبران ساز مناسب به گونه ای طراحی شد که با ضرب آن در پاسخ فرکانسی مسیر پیش رو A ، پاسخ فرکانسی ایده آل A_{ideal} به دست آید. در شکل ۸ پاسخ فرکانسی مسیر پیش روی ایده آل و مسیر پیش روی بدون جبران ساز آورده شده است که گویای اختلاف زیاد آنها می باشد. سپس در شکل ۹ پاسخ فرکانسی مسیر پیش روی ایده آل و مسیر پیش روی جبران سازی شده برای رهگیر مورد نظر ترسیم شده است. شکل ۹ گویای اینست که جبران ساز با دقت بسیار مناسبی توانسته شکل دهی پاسخ فرکانسی را انجام دهد و پاسخ مسیر پیش روی حلقه هدایت را با وجود خطای ریدوم مشابه پاسخ مسیر پیش روی ایده آل نماید. (در نتایج ترسیم شده منظور از کنترل کننده C همان W_2 یا وزن شکل دهی حلقه می باشد.)



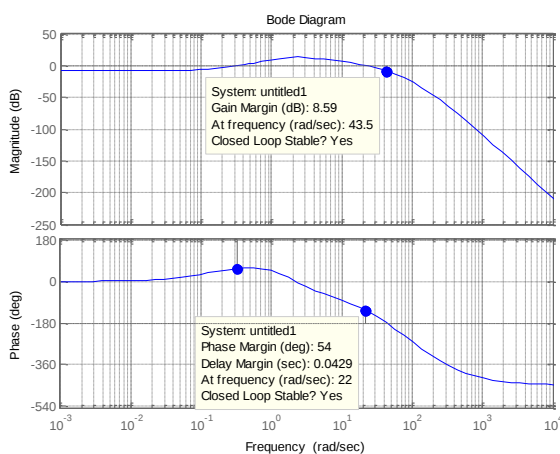
شکل ۸. دیاگرام بود مسیر پیش رو ایده آل و مسیر پیش رو بدون جبران ساز



شکل ۹. دیاگرام بود مسیر پیش رو ایده آل و مسیر پیش رو با جبران ساز



شکل ۱۲. دیاگرام بود حلقه باز هدایت با جبران ساز ($R = 0$)



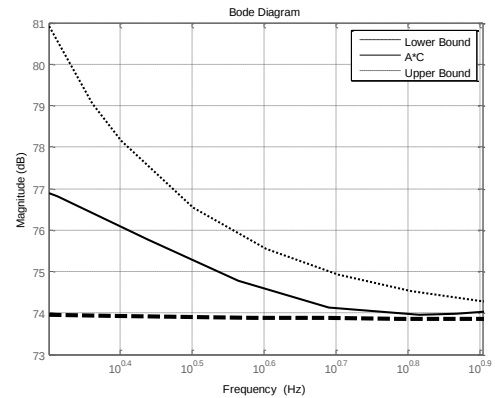
شکل ۱۳. دیاگرام بود حلقه باز هدایت با جبران ساز ($R = 0.04$)

همانطور که مشخص است در حضور خطای ریدوم حاشیه بهره و فاز حلقه هدایت با وجود جبران ساز به ترتیب برابر ۵۴ و ۸٫۵۹ dB درجه می شود بنابراین در بازه تغییرات شیب ریدوم جبران ساز پایداری حلقه هدایت را به خوبی تأمین می نماید. در ادامه نتایج شبیه سازی آورده شده است.

جهت بررسی عملکرد جبران ساز ارائه شده، شبیه سازی پرواز رهگیر و هدف در حضور عدم قطعیت ریدوم و سناریوهای برخورد متفاوت (از حیث زمان پرواز و مانور هدف) مطابق با شکل ۲ و شکل ۵ انجام شد. تمامی سناریوها صفحه ای می باشد و از قانون هدایت ناوبری تناسبی حقیقی (TPN) جهت تولید فرامین شتاب جانبی استفاده شده است. همچنین مانور هدف به صورت یک تابع پله با زمان اعمال تصادفی به صورت زیر مدل شده است:

$$n_T(t) = n_T^{\max} u(t - T) \quad (28)$$

که $u(t - T)$ تابع پله و T به صورت تصادفی و با چگالی احتمال یکنواخت در بازه $[0, t_f]$ می باشد که t_f زمان پرواز است. مشخصات مانور هدف در جدول ۳ آورده شده است.

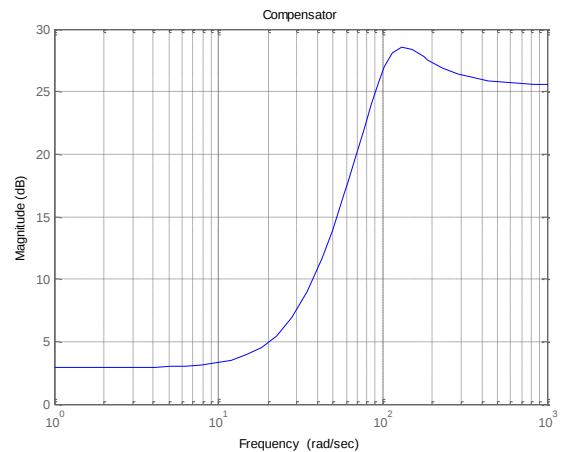


شکل ۱۰. مسیر پیشرو جبران سازی شده در حضور محدوده مجاز بالا و پایین

همچنین تابع تبدیل جبران ساز طراحی شده نیز به صورت زیر می باشد که از درجه ۲ است.

$$C = \frac{18.7537(s^2 + 51s + 935.2)}{(s^2 + 87.04s + 12570)} \quad (29)$$

و مشخصات فرکانسی آن در شکل ۱۱ نشان داده شده است.



شکل ۱۱. دیاگرام اندازه بود جبران ساز

از آنجا که در روند طراحی جبران ساز، K_{sl} بی نهایت فرض شده است لذا بایستی پایداری برای حلقه واقعی هدایت (شکل ۲) که مقدار K_{sl} محدود می باشد نیز بررسی شود. بدین منظور از معیار حاشیه فاز و حاشیه بهره استفاده می کنیم. لازم به ذکر است برای این رهگیر مدل بازه تغییرات شیب ریدوم $0 \leq R \leq 0.04$ در نظر گرفته شده است. از این رو نمودارهای پاسخ فرکانسی حلقه باز هدایت در حضور جبران ساز و به ازای مقدار شیب ریدوم ۰ و ۰.۰۴ در شکل ۱۲ و شکل ۱۳ آورده شده است.

مراجع

- [1] N.F. Palumbo, R.A. Blauwkamp, J.M. Lloyd, "Basic Principles of Homing Guidance", Johns Hopkins APL Technical Digest, vol. 29, No. 1, PP. 25-41, 2010.
- [2] C. Lin, Modern Navigation, Guidance and Control Processing, Prenitise Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1991.
- [3] J. Lin, Y. Chau, "Radome slope Compensation Using Multiple-Model Kalman Filters", Journal of Guidance, vol. 18, no. 3, pp. 637-640, 1994.
- [4] F.W. Nelsin, P. Zarchan, "Radome Induced Miss Distance In Aerodynamically controlled Homing Missile", AIAA, 1984.
- [5] F.W. Nelsin, P. Zarchan, "Digital homing guidance - Stability vs performance tradeoffs", Journal of Guidance, vol. 8, no. 2, pp. 255-261, 1985.
- [6] B. Abhijit, P.K.Tiwari, V. Prashant, R.N. Bhattacharjee, "In Flight Radome Error Compensation through Simulated Test data", AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, 2005.
- [7] P. Zarchan, H. Gratt, "Adaptive radome compensation using dither", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 22, No. 1, PP. 51-57, 1999.
- [8] W.R. Yueh, C. Lin, "Guidance Performance Analysis with In-flight Radome Error Calibration", Journal of Guidance, Vol. 8, No. 5, PP. 666-669, 1985.
- [9] سید حمید جلالی نائینی، "تحلیل فاصله خطای استراتژی ناوبری تناسبی با بازخورد شتاب و سرعت زاویه بدنه با استفاده از روش الحاقی"، مجله کنترل دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، جلد ۷، شماره ۱، صفحه ۵۱-۴۳، بهار ۱۳۹۲.
- [10] T.L Song, S.J. Shin, "Active Homing Performance Enhancement With Multiple Model Radome slope Estimation", AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, 2004.
- [11] P. Gurfil, N.J. Kasdin, "Improving Missile Guidance Performance By In-flight Two-Step Nonlinear Estimation of Radome Aberration", IEEE Transaction on Control Systems Technology, vol. 12, no. 4, pp. 532-541, 2004.

جدول ۳. مشخصات مانور هدف

Symbol	value
$n_T^{\max}$	100 m/s ²
t_f	10 s

در جدول ۴ نتایج شبیه سازی آورده شده است. نتایج نشان دهنده این است که میانگین و بیشینه خطای برخورد به هدف (MD) در حضور جبران ساز، با وجود درجه پایین آن، به میزان محسوسی کاهش می یابد که گویای عملکرد بسیار خوب روش ارایه شده می باشد.

جدول ۴. نتایج شبیه سازی خطای برخورد

جبران ساز	RMS MD(m)	max MD(m)
×	93	138
✓	69	102

با توجه به رویکرد کاربردی این مقاله، با تعمیم روش ارایه شده به مدل سه بعدی و همچنین اعمال ابزار جدول بندی بهره می توان آن را در شبیه سازی کامل شش درجه آزادی نیز مورد ارزیابی قرار داد و در سیستم های هدایت واقعی پیاده سازی نمود.

۵- نتیجه گیری

در این مقاله ابتدا اثر مخرب ریدوم بر حلقه هدایت از دیدگاه کنترل تحلیل شد که نتیجه آن کاهش پایداری و افت عملکرد حلقه می باشد. از این رو جبران ساز خطای ریدوم با استفاده از یک ایده جدید در شکل دهی پاسخ فرکانسی مسیر پیش رو در حلقه هدایت طراحی شده است. با توجه به ایجاد حلقه پس خور پارازیتی بوسیله خطای ریدوم و عدم همجنس بودن ورودی و خروجی حلقه هدایت، طراحی جبران ساز با چالش مواجه بوده و از روش های مرسوم طراحی کنترل کننده قابل حل نمی باشد. در روش پیشنهادی، هدف مسئله شکل دهی پاسخ فرکانسی مسیر پیش رو تعریف گشته و با تبدیل آن به نامساوی ماتریسی خطی بصورت یک مساله سیستماتیک حل می شود. همچنین با توجه به وجود عدم قطعیت در شیب ریدوم، به منظور تعیین پاسخ مطلوب از ابزار شکاف متریك وی استفاده شده است. از مزایای این روش می توان به درجه پایین جبران ساز و سادگی پیاده سازی اشاره کرد. نتایج شبیه سازی نشان می دهد که افزودن جبران ساز باعث بهبود پایداری حلقه هدایت و کاهش موثر خطای برخورد به هدف در حضور خطای ریدوم می شود.

- [16] A. Lanzon, "Weight optimization in H_{∞} loop shaping", *Automatica*, Vol. 41, No. 7, PP. 1201-1208, 2005.
- [17] P. Garnell, *Guidance weapon control systems*, 2nd Edition, Pergamon Press, 1980.
- [18] F.W. Nesline, P. Zarchan, "Line of Sight Reconstruction for Faster Homing Guidance", *Journal of Guidance*, vol. 8, No. 1, PP. 3-8, 1985.
- [19] F.W. Nesline, P. Zarchan, "Missile Guidance Design Trade-Offs For High Altitude Air defense", *Journal of Guidance*, Vol. 6, No. 3, PP. 207-212, 1983.
- [20] G. Vinnicombe, *Uncertainty and feedback: h-infinity loop shaping and the v-gap metric*, Imperial College press, 1999.
- [21] سید محمد جواد معافی مدنی، ایمان محمدزمان، "طراحی خودخلبان با استفاده از روش کنترل کننده استاتیکی شکل دهی حلقه H_{∞} "، نشریه علمی پژوهشی مهندسی هوانوردی، سال سیزدهم، شماره ۲، صفحه ۷۹-۹۴، سال ۱۳۹۰.
- [12] S.S. Han, S.K. Jang, S.J. Lee, "Radome Compensation Using Adaptive Particle Filter", 17th IFAC Symposium Automatic Control in Aerospace, Vol. 40, No.7, PP. 43-48, 2007.
- [13] X. Cao, C. Dong, Q. Wang, Y. Chen, "Radome Slope Estimation in Flight Using Fuzzy Adaptive Multiple Model for Active Homing Missile", 9th IEEE International Conference on Electronic Measurement & Instruments (ICEMI), 2009.
- [14] J.M. Lin, C.H. Lin, "Intelligent Fuzzy Terminal Guidance Law for High Altitude Air Defense by Taking Turning Rate and Radome Error Slope into Consideration", 6th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, 2011.
- [15] S.K. Han, S. Ahn, W.S. Ra, J.B. Park, "Missile Radome Error Compensation Using Modified Interacting Multiple Model Kalman Filter", 14th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS), 2014.