مجله کنترل
ISSN 2008-8345
جلد ۱۰، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۵، صفحه ۵۳-۴۵

کنترل آشوب در سیستم انتقال چرخ‌دنده با استفاده از روش کنترل مودلغزشی ترمینال تطبیقی جدید با عامل غیرخطی در ورودی کنترلی

هادی دلاوری [۱]، میلاد محدث زاده [۲]

[۱] استادیار، دانشکدهٔ مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی همدان، delavari@hut.ac.ir
[۲] فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد، دانشکدهٔ مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی همدان، m.mohadeszadeh@stu.hut.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۵/۸/۱۴، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۵/۱۱/۱۷)

چکیده: آشوب پدیده ای است غیرقابل پیش‌بینی، که در سیستم‌های دینامیکی غیرخطی مورد توجه قرار می گیرد. در این مقاله، کنترل این پدیده در یک سیستم انتقال چرخ‌دنده به‌عنوان یک سیستم دینامیک غیرخطی مورد بررسی قرار می گیرد. ابتدا ویژگی‌های دینامیک غیرخطی سیستم انتقال چرخ‌دنده بررسی می‌شود. سپس، صحت وجود آشوب در این دینامیک غیرخطی با استفاده از نمودار صفحه_فاز مورد بررسی قرار می گیرد. طراحی کنترل کننده مودلغزشی ترمینال شامل دو مرحله می‌باشد: اول، طراحی یک سطح لغزش مناسب و دوم، طراحی یک کنترل‌کننده که مسیرهای حالت‌های سیستم به‌سمت حالت لغزشی حرکت کنند. در قضیه‌ی اول این مقاله، پایداری سطح لغزش پیشنهادی بررسی می شود و سپس کنترل آشوب و پایدارسازی حالت‌های سیستم انتقال چرخ‌دنده، براساس قضیه‌ی پایداری لیاپانوف انجام می گردد. همچنین پایداری سیستم حلقه بسته با استفاده از سطح لغزش و کنترل‌کننده مودلغزشی ترمینال تطبیقی پیشنهاد شده مورد بررسی قرار می گیرد. در روش پیشنهادی تأثیر پارامترهای نامشخص کنترل‌کننده، نامعینی سیستم، اغتشاش خارجی و عامل غیرخطی در ورودی کنترلی به‌طور کامل درنظر گرفته شده‌اند. برای تخمین پارامترهای نامشخص کنترل‌کننده قوانین تطبیقی مناسبی پیشنهاد شده است. نتایج شبیه‌سازی ها، کارآمدی و مقاوم بودن کنترل‌کننده پیشنهادشده را نشان می‌دهد.

کلمات کلیدی: سیستم انتقال چرخ‌دنده، دینامیک غیرخطی، کنترل آشوب، کنترل مودلغزشی، عامل غیرخطی در ورودی کنترلی

Chaos Control in a Gear Transmission System via a Novel Adaptive Terminal Sliding Mode Control Approach with Nonlinearity in the Control Input

Hadi Delavari, Milad Mohadeszadeh

Abstract: Chaos is an unpredictable phenomenon that is considered in the nonlinear dynamical systems. In this paper, the chaos control in the nonlinear dynamic gear transmission system is considered. At first, the complex dynamics characters of gear transmission system are studied. Then, the existence of chaos in this nonlinear dynamic system is studied by phase portrait. The design process of sliding-mode control is divided into two steps: The first step is designing a sliding surface so that the plant restricted to the sliding surface has a desired system response, and the second step is constructing a switched feedback gains necessary to drive the plant's state trajectory to the sliding surface. The stability of the proposed sliding surface is studied by the first theorem in this paper. Chaos control and stabilization of the gear transmission system states is studied based on the Lyapunov stability theorem. Also the stability of the closed loop system is investigated. The effects of the unknown controller parameters, system uncertainty, external disturbance and nonlinearity in the control input are fully taken into account. Appropriate adaptation laws are obtained to undertake the unknown parameters of the controller. Finally, simulation results demonstrate the feasibility and robustness of the proposed controller.

Keywords: gear transmission system, nonlinear dynamic, chaos control, sliding mode control, nonlinearity in the control input

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-08]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1395.10.4.3.9]

۱- مقدمه

سیستم‌های آشوبی، سیستم‌های غیرخطی پیچیده‌ای هستند که دارای ویژگی‌های منحصربه‌فردی از جمله، حساسیت زیاد به شرایط اولیه و تغییرات پارامترهای سیستم بوده و دارای جاذب‌های ناشناس می‌باشند. پس از کارهای اولیه اوت، گربوگی و یورک در سال ۱۹۹۰[۱]، کنترل سیستم‌های آشوبی و سیستم‌های دینامیکی در سال‌های اخیر مورد توجه قرار گرفته است[۵-۲]. با معرفی سیستم‌های آشوبی در علوم مهندسی و فیزیک، حذف آشوب در سیستم‌های آشوبی، توجه بسیاری از محققین را به خود جلب کرده است. به همین منظور، روش‌های کنترلی مختلفی برای حذف آشوب و یا کنترل سیستم‌های دینامیکی توسعه پیدا کرده‌اند. از جمله این روش‌ها، کنترل تطبیقی [۶]، کنترل مودلغزشی [۷]، کنترل فعال [۸]، کنترل پسخور[۱] [۹] و کنترل فازی [۱۰] می‌باشند.

در سال‌های اخیر، کنترل سیستم‌های مکانیکی که رفتار آشوبناک در آن‌ها وجود دارد، در بسیاری از مقالات مورد توجه قرار گرفته است. از جمله این سیستم‌ها، روبات دو درجه آزادی [۶]، ماشین دورانی [۱۱]، سیستم سروونیوماتیک [۱۲]، سیستم تعلیق خودرو [۱۳]، سیستم تعلیق میدان مغناطیسی [۱۴] و سیستم‌های خودگردان [۱۵] می‌باشند. اخیراً برای حذف آشوب در برخی از سیستم‌های مکانیکی، روش‌های کنترلی متنوعی طراحی شده است. یکی از این سیستم‌ها، سیستم انتقال چرخ‌دنده می‌باشد. سیستم انتقال چرخ‌دنده، در صنایع مختلف از جمله در ماشین‌آلات صنعتی، هوافضا، روباتیک و سیستم‌های قدرت کاربردهای وسیعی دارد. ارتعاشات موجود در این سیستم‌ها به طور مستقیم بر عملکرد سیستم تأثیرگذار هستند. درباره این موضوع، تحقیقات زیادی از سوی متخصصین صورت گرفته است[۲۰-۱۶] . نتایج به‌دست آمده بیانگر رفتار آشوبناک در بازه‌های خاص از ارتعاش می‌باشد. این نوع از ارتعاشات، شدید و غیرقابل پیش‌بینی بوده و باعث صدمه و نیز ایجاد صدای مزاحم در چرخ‌دنده می‌گردد. از این رو بررسی و تحلیل ارتعاشات سیستم‌های چرخ‌دنده‌ای و تأثیر عوامل مختلف بر آن، کمک زیادی در یافتن راه‌هایی برای کاهش یا از بین بردن صداهای مزاحم ناشی از آن و درنتیجه بالا بردن کیفیت چرخ‌دنده‌ها خواهد کرد. سیستم چرخ‌دنده تحت تأثیر عواملی غیرخطی و متغیر با زمان، لقی، خطاهای انتقال چرخ‌دنده، اصطکاک بین سطوح دندانه‌ها و بسیاری از عوامل دیگر، یک سیستم ارتعاشی غیرخطی است که می‌تواند بسیاری از پدیده‌های غیرخطی را به نمایش گذارد. با پیشرفت دینامیک غیرخطی، مشخصه‌های غیرخطی سیستم از قبیل پاسخ‌های غیرپریودیک، دوشاخگی[۲] و آشوب مورد توجه بیشتری قرارگرفت. در [۲۱] دوشاخگی و آشوب و بزرگترین نمایی لیاپانوف سیستم چرخ دنده با اصطکاک لغزشی مورد بررسی و مطالعه قرار گرفته و پارامترهای بحرانی آنها شناسایی می شود. نتایج شبیه سازی ها نشان می دهد که اصطکاک نقش بسزایی در رفتار دینامیکی سیستم چرخ دنده دارد. در[۲۲] مدل دینامیکی غیرخطی متغیربازمان سیستم چرخ دنده بدست آمده است، که در آن لقی[۳]، سختی متغیربازمان، تحریک خارجی و خطای انتقال استاتیکی در نظر گرفته شده است. مسیرهای دینامیکی، نگاشت پوانکاره[۴]، دیاگرامهای دوشاخگی و بزرگترین نمایی لیاپانوف برای سیستم چرخ دنده در [۲۳] با استفاده از تحلیل های عددی مورد تحقیق و بررسی قرار گرفته است. در [۲۴] یک تحلیل سیستماتیک برای رفتار دینامیکی سیستم چرخ دنده با یک درجه آزادی با تعلیق غیرخطی و بدون تعلیق غیرخطی انجام شده است. شبیه سازی های عددی رفتار آشوبی این سیستم را آشکار می سازد. در [۲۵] تحلیل ملنیکف برای توسعه یک مدل کاربردی برای سیستم چرخ دنده و همچنین کنترل و حذف رفتار آشوبی ارائه شده، همچنین برای حذف آشوب از روش کنترلی غیر پسخور[۵] استفاده شده است. در [۲۶] یک سیستم کنترلی برای حذف رفتار آشوبی در سیستم دینامیک چرخ دنده ارائه شده است. با استفاده از روش ملنیکف یک روش تحلیلی با اعمال تحریک کنترل خارجی برای حذف آشوب پیشنهاد شده است. برای کنترل سیستم انتقال چرخ‌دنده، روش کنترل پسخور به‌منظور پایدارسازی حالت‌های سیستم، در [۲۷] به‌انجام رسیده است که در آن، معادلات حالت دینامیکی سیستم، براساس قانون نیوتن به‌دست آمده‌اند. روش کنترلی دیگری، براساس آنالیز ملنیکف[۶] و اعمال یک نیروی تحریک بر چرخ‌دنده در [۲۸] انجام شده است. در [۲۹] یک مدل هشت درجه آزادی برای سیستم غیرخطی چرخ دنده که شامل لقی، خطای انتقال، جاذبه و گشتاوری ورودی/خروجی است، ارائه شده، همچنین دینامیک غیرخطی سیستم چرخ دنده با تحریک داخلی یا تحریک خارجی مورد بررسی قرار گرفته است.

کنترل مود لغزشی ترمینال تطبیقی در مقابل نامعینی در سیستم های غیرخطی عملکرد خوبی از خود نشان داده است[۳۳-۳۰] . لذا در این مقاله برای حذف آشوب، از ایده این روش استفاده می شود که در مقابل عوامل غیرخطی، نامعینی سیستم و اغتشاش خارجی مقاوم می‌باشد.

کنترل‌کننده مودلغزشی طراحی‌شده در این مقاله، دارای یک کنترل‌کننده معادل و یک کنترل‌کننده سوئیچینگ[۷] می‌باشد. در کاربردهای عملی کنترل‌کننده سوئیچینگ تحت تأثیر عوامل غیرخطی قرار می‌گیرد که در این مقاله این مورد در نظر گرفته شده است.

برخی از ویژگی‌های این مقاله شامل موارد زیر می‌باشد:

- در بسیاری از کاربردهای عملی وجود عامل غیرخطی در ورودی گریز ناپذیر است، اما تاکنون در مقالاتی که در آنها کنترل آشوب در دینامیک سیستم انتقال

[1] Feedback
[2] Bifurcation
[3] Backlash
[4] Poincaré maps
[5] Non-feedback control
[6] Melnikov analysis
[7] Switching

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-08]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1395.10.4.3.9]

چرخ‌دنده بررسی شده است، این موضوع را در نظر نگرفته‌اند.

- کنترل‌کننده پیشنهادی در این مقاله دارای مقاومت بالا در مقابل نامعینی، اغتشاش و عامل غیرخطی در ورودی می‌باشد.
- پارامترهای کنترل‌کننده براساس قضیه‌ی پایداری لیاپانوف و به‌صورت تطبیقی درنظر گرفته شده‌اند.
- کنترل‌کننده طراحی‌شده در این مقاله، برای کنترل آشوب در دسته بسیاری از سیستم‌های مکانیکی قابل استفاده است.

ساختار این مقاله به این شرح است؛ در بخش ۲، یک مدل ریاضی از سیستم غیرخطی چرخ‌دنده و رفتار آشوبناک سیستم ارائه می‌شود. در بخش ۳، ساختار دینامیکی سیستم با اعمال نامعینی و اغتشاش مورد بررسی قرار می‌گیرد. کنترل‌کننده ترمینال تطبیقی پیشنهادی در بخش ۴ طراحی می‌شود. در بخش ۵، پایداری سیستم توسط دو قضیه، مورد بررسی قرار می‌گیرد. شبیه‌سازی و ارزیابی کنترل‌کننده طراحی‌شده در بخش ۶ انجام می‌شود و در پایان، نتیجه‌گیری نهایی در بخش ۷ ارائه می‌گردد.

۲- توصیف دینامیک سیستم انتقال چرخ‌دنده

در این قسمت، ابتدا مدل دینامیکی سیستم موردنظر بررسی می‌شود، که مدل این سیستم ارتعاشی در شکل ۱ نمایش داده شده است. یک سیستم چرخ‌دنده‌ای عموماً توسط دو دیسک که بیانگر اینرسی دو چرخ‌دنده می‌باشند مدل می‌شود. یک سیستم میراکننده و فنر نیز درگیری دو چرخ‌دنده را توصیف مینماید. در این مدل، چرخ‌دنده‌های a و b با شعاع‌های r_a و r_b نشان داده می‌شوند. I_a و I_b بیانگر ممان اینرسی دو چرخ‌دنده، k_m و c_m نیز سختی درگیری و ضریب میرایی معادل جفت چرخ‌دنده درگیر هستند. گشتاورهای احتمالی بر چرخ‌دندها، T_a و T_b می‌باشند. تابع پس‌زنی f_h نیز برای بیان لقی و همچنین جابجایی $e(t)$ به منظور ارائه‌ی خطای انتقال استاتیکی سیستم، تعریف می‌شوند. با در نظر گرفتن پارامترهای نشان داده شده در شکل ۱ و موارد فوق، و تعریف پارامترهای زیر [۲۸]:

$$m=\frac{I_a I_b}{I_b r_a^2+I_a r_b^2},\ \hat{F}_m=m\left(\frac{T_a r_a}{I_a}+\frac{T_b r_b}{I_b}\right),$$
$$\hat{F}_e(t)=-m\left(\frac{d^2e}{dt^2}\right),\ \tilde{F}_e=\frac{e}{b},\ \tilde{F}_m=\frac{\hat{F}_m}{bk_m},$$
$$\omega_n=\sqrt{\frac{k_m}{m}},\ \tau=\omega_n t,\ \Omega_e=\frac{\omega_e}{\omega_n},\ \tilde{\mu}=\frac{c}{2m\omega_n}$$

معادله حرکت سیستم را می توان به‌صورت (۱) بیان کرد [۲۸]:

$$\frac{d^2x}{d\tau^2}+2\tilde{\mu}\frac{dx}{d\tau}+f_h(x)=\tilde{F}_m+\tilde{F}_e\Omega_e{}^2\cos(\Omega_e\tau+\varphi_e) \quad (۱)$$

خطای انتقال استاتیکی، تابعی از فرکانس درگیری و به‌صورت $e(t)=e(t+2\pi/\omega_e)=e\cos(\omega_e t+\varphi_e)$ در معادله سیستم وارد می‌شود. با تعریف پارامترهای $\tilde{F}_e=\varepsilon f_e$، $\tilde{F}_m=\varepsilon f_m$، $\tilde{\mu}=\varepsilon\mu$ و $0<\varepsilon\le 1$، در نتیجه، رابطه‌ی (۱) در فضای حالت به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{cases}\dot{x}_1=x_2\\ \dot{x}_2=-2\varepsilon\mu x_2+(0.1667x_1-0.1667x_1{}^3)\\ \quad\quad+\varepsilon\left(f_m+f_e\Omega_e{}^2\cos(\Omega_e\tau+\varphi_e)\right)\end{cases} \quad (۲)$$

در صورتی‌که پارامتر کنترلی $\tilde{F}_e$ در بازه $[0,\ 0.4]$ در نظر گرفته شود، با انتخاب $\tilde{F}_e>0.26$، رفتار آشوبناک در سیستم دینامیکی قابل مشاهده بوده و حالت گذرا حذف خواهد شد. جهت مشاهده نمودار صفحه_فاز و رفتار آشوبی سیستم، پارامترهای معادله حالت (۲)، $f_e=30$ و $\Omega_e=0.5$، $\mu=9$، $f_m=1$، $\varepsilon=0.01$ درنظر گرفته می شود. رفتار آشوبی سیستم با شرایط اولیه $x_1(0)=-2$ و $x_2(0)=1$، در شکل‌های ۲ و ۳ نشان داده شده است.

۳- پایدارسازی دینامیک غیرخطی

معادلات حالت دینامیک سیستم انتقال چرخ‌دنده به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{cases}\dot{x}_1=x_2\\ \dot{x}_2=-2\varepsilon\mu x_2+(0.1667x_1-0.1667x_1{}^3)\\ \quad\quad+\varepsilon\left(f_m+f_e\Omega_e{}^2\cos(\Omega_e\tau+\varphi_e)\right)\\ \quad\quad+\Delta f(x,t)+d(t)+u(t)\end{cases} \quad (۳)$$

در رابطه (۳)، $x=[x_1,x_2]^T$، بردار حالت سیستم است. $\Delta f(x,t)$ نامعینی مدل، $d(t)$ اغتشاش خارجی و $u(t)$ ورودی کنترلی است که در مرحله بعد طراحی می‌شود. در مسئله پایدارسازی $e=x$ تعریف می شود. در نتیجه دینامیک خطا به‌صورت زیر حاصل می گردد.

$$\begin{cases}\dot{e}_1=e_2\\ \dot{e}_2=-2\varepsilon\mu e_2+(0.1667e_1-0.1667e_1{}^3)\\ \quad\quad+\varepsilon\left(f_m+f_e\Omega_e{}^2\cos(\Omega_e\tau+\varphi_e)\right)\\ \quad\quad+\Delta f(e,t)+d(t)+u(t)\end{cases} \quad (۴)$$

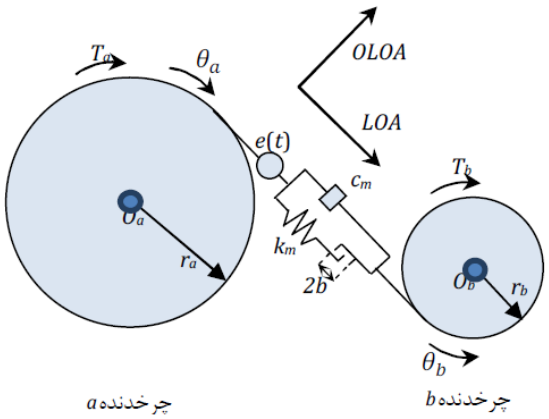
هدف پیدا کردن کنترل‌کننده‌ای است که حالت‌های سیستم (۴) به‌صورت مجانبی به‌سمت نقطه تعادل مبدأ همگرا شوند.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-08]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1395.10.4.3.9]

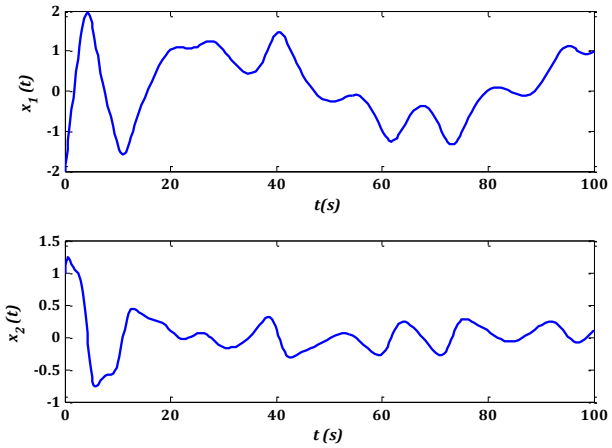
فرض ۱: در رابطه (۴)، محدوده‌های نامعینی و اغتشاش ، بصورت زیر فرض می‌شوند:

$$|\Delta f(e,t)| < \psi \quad \text{and} \quad |d(t)| < \Theta$$

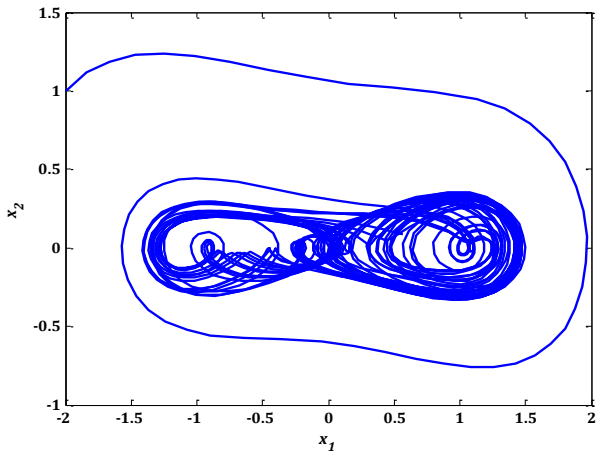
در عبارت فوق، ψ و Θ اعداد مثبت می‌باشند.



شکل ۱ : مدل دینامیکی سیستم انتقال چرخ‌دنده **[۲۸]**



شکل ۲ : مسیرهای حالت سیستم انتقال چرخ‌دنده



شکل ۳ : نمودار صفحه- فاز سیستم انتقال چرخ‌دنده

۴- طراحی کنترل کننده

در این قسمت، ابتدا سطح لغزش ترمینال معرفی شده و پایداری آن بررسی می‌شود. سپس یک کنترل‌کننده مودلغزشی ترمینال به‌منظور همگرا کردن حالت‌های سیستم به سمت نقطه تعادل صفر طراحی می‌شود. سطح لغزشی ترمینال موردنظر به‌صورت زیر می‌باشد [۳۱]:

$$\sigma(t) = ce_1 + |e_2|^{\beta}\mathrm{sgn}(e_2) \qquad (۵)$$

در رابطه‌ی (۵)، $c > 0$ و $1 < \beta < 2$ می‌باشد. همچنین $\mathrm{sgn}(.)$ تابع sign فرض شده است. برای آنکه حالت‌های سیستم به‌سمت سطح لغزش $\sigma(t) = 0$ در زمان محدود میل کنند، بایستی تغییرات سطح لغزش در این زمان صفر باشد، به‌عبارت‌دیگر $\dot{\sigma}(t) = 0$ برقرار باشد. در مرحله‌ی بعد بایستی کنترل‌کننده‌ای طراحی شود که مسیرهای حالت سیستم به‌سمت مودلغزشی یا $\dot{\sigma}(t) = 0$ میل کنند و روی آن قرار گیرند. کنترل‌کننده طراحی‌شده به صورت زیر می‌باشد:

$$u(t) = u_{eq}(t) + u_{sw}(t) = \left(-\left(\hat{c}/\beta\right)\dot{e}_1{}^{2-\beta} + (2\varepsilon\mu\dot{e}_1) + (0.1667e_1 - 0.1667e_1{}^3) - \varepsilon\left(f_m + f_e\Omega_e{}^2\cos(\Omega_e\tau + \varphi_e)\right) - \left(\hat{\psi} + \hat{\Theta}\right)\mathrm{sgn}\left(\sigma(t)\right)\right) + \left(-\left(\hat{\lambda}|\sigma(t)| + \hat{\gamma}\right)\mathrm{sgn}\left(\sigma(t)\right)\right) \qquad (۶)$$

در رابطه (۶)، λ و γ پارامترهای سیگنال کنترل سوئیچینگ بوده و همواره مثبت هستند، همچنین $\hat{c}$، $\hat{\lambda}$، $\hat{\gamma}$، $\hat{\psi}$ و $\widehat{\Theta}$، تخمین‌های c، λ، γ، ψ و Θ می باشند. همچنین فرض می‌شود:

$$\chi(t) = \left(\hat{\lambda}|\sigma(t)| + \hat{\gamma}\right)$$

۵- تحلیل پایداری

قضیه ۱: سطح لغزش مرتبه‌دوم در رابطه (۵)، رسیدن حالت‌های سیستم به سمت حالت لغزشی $\sigma(t) = 0$ را در زمان محدود t_r تضمین می‌کند.

$$t_r = \frac{|x_1(0)|^{\left(1-\frac{1}{\beta}\right)}}{c^{\left(\frac{1}{\beta}\right)}\left(1-\frac{1}{\beta}\right)} \qquad (۷)$$

اثبات: درصورتی‌که سیستم در حالت مودلغزشی قرار گیرد و $e_2 \geq 0$، آنگاه، سطح لغزش رابطه (۵)، به‌صورت زیر قابل بیان است:

$$ce_1 + \dot{e}_1{}^{\beta} = 0 \qquad (۸)$$

با استفاده از رابطه‌ی (۸)، درصورتی‌که $\dot{e}_1(0) \leq 0$، در نتیجه $e_1(0) \leq 0$؛ در این‌صورت رابطه‌های زیر برقرار خواهند بود:

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-08]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1395.10.4.3.9]

$$\dot{e}_1 = c^{\left(\frac{1}{\beta}\right)}(-e_1)^{\left(\frac{1}{\beta}\right)}$$
$$\frac{-d(-e_1)}{(-e_1)^{\frac{1}{\beta}}} = c^{\left(\frac{1}{\beta}\right)}dt$$
$$-\int_{-e_1(0)}^{0} \frac{d(-e_1)}{(-e_1)^{\frac{1}{\beta}}} = \int_0^{t_r} c^{\left(\frac{1}{\beta}\right)}\,dt$$
$$t_r = \frac{(-e_1)^{\left(1-\frac{1}{\beta}\right)}}{c^{\left(\frac{1}{\beta}\right)}\left(1-\frac{1}{\beta}\right)}\Bigg|_{-e_1(0)}^{0} = \frac{|e_1(0)|^{\left(1-\frac{1}{\beta}\right)}}{c^{\left(\frac{1}{\beta}\right)}\left(1-\frac{1}{\beta}\right)} = \frac{|x_1(0)|^{\left(1-\frac{1}{\beta}\right)}}{c^{\left(\frac{1}{\beta}\right)}\left(1-\frac{1}{\beta}\right)} \quad (۹)$$

درصورتی‌که سیستم در حالت مودلغزشی قرار گیرد و $e_2 \le 0$ است، در نتیجه، سطح لغزش (۵)، به‌صورت زیر قابل بیان است:

$$ce_1 - (-\dot{e}_1)^{\beta} = 0 \quad (۱۰)$$

با استفاده از رابطه‌ی (۱۰)، درصورتی‌که $\dot{e}_1(0) \le 0$، در نتیجه $e_1(0) \ge 0$؛ در این‌صورت رابطه‌های زیر برقرار خواهند بود:

$$-\dot{e}_1 = c^{\left(\frac{1}{\beta}\right)}(e_1)^{\left(\frac{1}{\beta}\right)}$$
$$\frac{-d(e_1)}{(e_1)^{\left(\frac{1}{\beta}\right)}} = c^{\left(\frac{1}{\beta}\right)}dt$$
$$-\int_{e_1(0)}^{0} \frac{d(e_1)}{(e_1)^{\left(\frac{1}{\beta}\right)}} = \int_0^{t_r} c^{\left(\frac{1}{\beta}\right)}\,dt$$
$$t_r = \frac{-(e_1)^{\left(1-\frac{1}{\beta}\right)}}{c^{\left(\frac{1}{\beta}\right)}\left(1-\frac{1}{\beta}\right)}\Bigg|_{e_1(0)}^{0} = \frac{|e_1(0)|^{\left(1-\frac{1}{\beta}\right)}}{c^{\left(\frac{1}{\beta}\right)}\left(1-\frac{1}{\beta}\right)} = \frac{|x_1(0)|^{\left(1-\frac{1}{\beta}\right)}}{c^{\left(\frac{1}{\beta}\right)}\left(1-\frac{1}{\beta}\right)} \quad (۱۱)$$

از رابطه‌های (۹) و (۱۱) می‌توان نتیجه گرفت که حالت‌های سیستم در زمان محدود t_r به سمت سطح لغزش $\sigma(t) = 0$ میل می‌کنند.

به‌منظور توصیف عامل غیرخطی در ورودی کنترلی برای سیستم‌های فیزیکی، این عامل غیرخطی $\varphi\left(u_{sw}(t)\right)$ تابعی از ورودی کنترل‌کننده سوئیچینگ می‌باشد و یک تابع پیوسته با شرایط $u_{sw}(t) \to \varphi\left(u_{sw}(t)\right), \varphi(0) = 0$ و محدود به شعاع قطاعی $[\xi_L, \xi_U]$ می‌باشد که در نامعادله‌ی زیر صدق می‌کند.

$$\xi_L u_{sw}(t)^2 \le u_{sw}(t)\,\varphi\left(u_{sw}(t)\right) \le \xi_U u_{sw}(t)^2,\ 0 < \xi_L < \xi_U, \quad (۱۲)$$

در رابطه‌ی (۱۲)، ξ_L و ξ_U ثابت‌های مثبت می‌باشند. ورودی کنترلی قبل از اعمال به سیستم از این عامل غیر خطی بایستی عبور کند که کنترل سیستم را مشکل تر می سازد و در صورتی که کنترل کننده مقاوم نباشد، این عامل غیر خطی می تواند باعث ناپایداری سیستم بشود. از سوی دیگر در مبحث تئوری اثبات پایداری وجود این عامل غیر خطی اثبات پایداری سیستم حلقه بسته را پیچیده تر می سازد. شکل ۴ تابع غیرخطی را در محدوده‌ی شعاع قطاعی $[0.2, 0.6]$ نشان می‌دهد. در ادامه، پایداری سیستم حلقه بسته با استفاده از کنترل‌کننده (۶) در حضور عامل غیرخطی بررسی می‌شود.

قضیه ۲: برای سیستم غیرخطی (۱) با سطح لغزش ترمینال (۵)، کنترل‌کننده (۶) و قوانین تطبیق (۱۳)، شرایط سطح لغزش $\dot{\sigma}(t) = 0$ برآورده می‌شود.

$$\begin{cases} \dot{\hat{c}} = \alpha_1 |e_2|\left|\sigma(t)\right|, \hat{c}(0) = c_0, \alpha_1 > 0 \\ \dot{\hat{\lambda}} = \alpha_2\, \beta \xi_L |e_2|^{\beta-1}\sigma(t)^2, \hat{\lambda}(0) = \lambda_0, \alpha_2 > 0 \\ \dot{\hat{\gamma}} = \alpha_3 \beta \xi_L |e_2|^{\beta-1}\left|\sigma(t)\right|, \hat{\gamma}(0) = \gamma_0, \alpha_3 > 0 \\ \dot{\hat{\psi}} = \alpha_4 \beta |e_2|^{\beta-1}|\sigma(t)|, \hat{\psi}(0) = \psi_0, \alpha_4 > 0 \\ \dot{\hat{\Theta}} = \alpha_5 \beta |e_2|^{\beta-1}\left|\sigma(t)\right|, \hat{\Theta}(0) = \Theta_0, \alpha_5 > 0 \end{cases} \quad (۱۳)$$

اثبات: یک تابع لیاپانوف مثبت، به‌صورت زیر درنظر گرفته می‌شود:

$$V(t) = {}^1\!/_2\left(\sigma(t)^2 + {\alpha_1}^{-1}\tilde{c}^2 + {\alpha_2}^{-1}\tilde{\lambda}^2 + {\alpha_3}^{-1}\tilde{\gamma}^2 + {\alpha_4}^{-1}\tilde{\psi}^2 + {\alpha_5}^{-1}\tilde{\Theta}^2\right) \quad (۱۴)$$

در رابطه‌ی (۱۴)، $\tilde{c} = (c - \hat{c})$، $\tilde{\lambda} = \left(\lambda - \hat{\lambda}\right)$، $\tilde{\gamma} = (\gamma - \hat{\gamma})$، $\tilde{\psi} = \left(\psi - \hat{\psi}\right)$ و $\tilde{\Theta} = \left(\Theta - \hat{\Theta}\right)$. همچنین $\alpha_i, (i = 1,2,\dots,5)$ نرخ‌های یادگیری می‌باشند.

با گرفتن مشتق زمانی از رابطه‌ی (۱۴) و با استفاده از فرض ۱، رابطه‌ی (۱۵) نتیجه می‌شود:

$$\dot{V}(t) = \sigma(t)\dot{\sigma}(t) - {\alpha_1}^{-1}\tilde{c}\dot{\hat{c}} - {\alpha_2}^{-1}\tilde{\lambda}\dot{\hat{\lambda}} - {\alpha_3}^{-1}\tilde{\gamma}\dot{\hat{\gamma}} - {\alpha_4}^{-1}\tilde{\psi}\dot{\hat{\psi}} - {\alpha_5}^{-1}\tilde{\Theta}\dot{\hat{\Theta}} = \sigma(t)\left(c\dot{e}_1 + \beta|\dot{e}_1|^{\beta-1}\ddot{e}_1\right) - {\alpha_1}^{-1}\tilde{c}\dot{\hat{c}} - {\alpha_2}^{-1}\tilde{\lambda}\dot{\hat{\lambda}} - {\alpha_3}^{-1}\tilde{\gamma}\dot{\hat{\gamma}} - {\alpha_4}^{-1}\tilde{\psi}\dot{\hat{\psi}} - {\alpha_5}^{-1}\tilde{\Theta}\dot{\hat{\Theta}} \le \sigma(t)\Big(ce_2 + \beta|e_2|^{\beta-1}\big(-2\varepsilon\mu e_2 + (0.1667e_1 - 0.1667{e_1}^3) + \Omega + |\Delta f(e,t)| + |d(t)| + u(t)\big)\Big) - {\alpha_1}^{-1}\tilde{c}\dot{\hat{c}} - {\alpha_2}^{-1}\tilde{\lambda}\dot{\hat{\lambda}} - {\alpha_3}^{-1}\tilde{\gamma}\dot{\hat{\gamma}} - {\alpha_4}^{-1}\tilde{\psi}\dot{\hat{\psi}} - {\alpha_5}^{-1}\tilde{\Theta}\dot{\hat{\Theta}} \quad (۱۵)$$

که در رابطه (۱۵) داریم

$$\Omega = \varepsilon\left(f_m + f_e{\Omega_e}^2\cos(\Omega_e\tau + \varphi_e)\right)$$

با جایگذاری کنترل‌کننده معادل $\left(u_{eq}\right)$ از رابطه‌ی (۶) در رابطه‌ی (۱۵)، نامعادله‌ی (۱۶) به‌صورت زیر حاصل خواهد شد:

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-08]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1395.10.4.3.9]

$$\dot{V}(t) \leq |e_2||\sigma(t)| + \beta|\sigma(t)||e_2|^{\beta-1}(|\Delta f(e,t)| + |d(t)|) - \beta|\sigma(t)||e_2|^{\beta-1}\left(\hat{\psi}+\hat{\Theta}\right) - \beta|e_2|^{\beta-1}\sigma(t)\,\varphi\left(u_{sw}(t)\right) - {\alpha_1}^{-1}\tilde{c}\dot{\hat{c}} - {\alpha_2}^{-1}\tilde{\lambda}\dot{\hat{\lambda}} - {\alpha_3}^{-1}\tilde{\gamma}\dot{\hat{\gamma}} - {\alpha_4}^{-1}\tilde{\psi}\dot{\hat{\psi}} - {\alpha_5}^{-1}\tilde{\Theta} \quad (۱۶)$$

از رابطه‌ی (۱۲) به نتایج زیر می‌رسیم:

$$u_{sw}(t)\varphi\left(u_{sw}(t)\right) = \chi(t)sgn\left(\sigma(t)\right)\varphi\left(u_{sw}(t)\right) \geq \xi_L\chi(t)^2\left(sgn\left(\sigma(t)\right)\right)^2$$

به‌طوری‌که $\chi(t) = \left(\hat{\lambda}|\sigma(t)| + \hat{\gamma}\right) \geq 0$.

از $\sigma(t)^2 \geq 0$ داریم:

$$\chi(t)\sigma(t)|\sigma(t)|\varphi\left(u_{sw}(t)\right) \geq \xi_L\chi(t)^2|\sigma(t)|^2 \Rightarrow -\sigma(t)\varphi\left(u_{sw}(t)\right) \leq -\xi_L\chi(t)|\sigma(t)| \quad (۱۷)$$

با جایگذاری رابطه‌ی (۱۷) و سپس قوانین تطبیق (۱۳) در نامعادله‌ی (۱۶)، به نامعادله‌ی زیر می‌رسیم:

$$\dot{V}(t) \leq -\beta|e_2|^{\beta-1}\xi_L\left(\lambda|\sigma(t)| + \gamma\right)|\sigma(t)| \quad (۱۸)$$

با توجه به این‌که ثابت‌های ξ_L، λ و γ همواره مثبت می‌باشند؛ در نتیجه، سمت راست نامعادله‌ی (۱۸) همواره منفی است، بنابراین حالت‌های سیستم خطای (۴) به‌طور مجانبی، به‌سمت سطح لغزش $\sigma(t) = 0$ میل خواهند کرد.

۶- شبیه سازی و تحلیل مباحث تئوری

در این قسمت، به منظور بررسی صحت مباحث تئوری و مؤثر بودن کنترل‌کننده پیشنهادی، شبیه‌سازی عددی صورت گرفته است. جهت حذف وزوز[1] در کنترل‌کننده، از تابع اشباع[2] به‌جای تابع sign استفاده شده است.برای بررسی مقاوم بودن کنترل‌کننده، نامعینی مدل و همچنین اغتشاش خارجی به‌ترتیب به‌صورت:

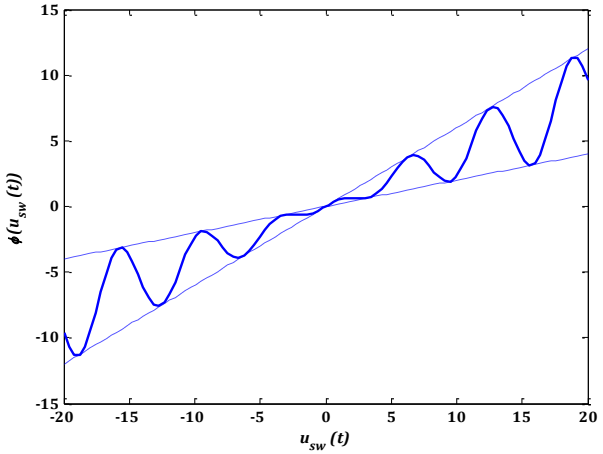
$$\Delta f(e,t) = 0.3\sin(e_1(t))\cos(e_2(t))$$

و $d(t) = 0.2\sin(t)$ در نظر گرفته شده‌اند. پارامترهای کنترل‌کننده به‌ترتیب:

$$f_e = 30\ ،\Omega_e = 0.5\ ،\mu = 9\ ،f_m = 1\ ،\varepsilon = 0.01$$

و $\beta = (\frac{13}{9})$ می‌باشند. همچنین نرخ‌های یادگیری $\alpha_1 = 5$ ، $\alpha_2 = 5$، $\alpha_3 = 5$، $\alpha_4 = 5$ و $\alpha_5 = 10$ انتخاب شده‌اند. مقدار پارامتر سطح لغزش $c = 20$ و شرایط اولیه پارامترهای کنترل‌کننده $c_0 = 0.6$ ،$\lambda_0 = 0.5$ ،$\gamma_0 = 0.5$ و $\psi_0 = 0.5$ و $\Theta_0 = 0.8$ درنظر گرفته شده است. لازم به ذکر است که تغییر در شرایط اولیه پارامترهای کنترل‌کننده نقطه شروع نمودار ها را در شکل ۸ تغییرخواهد داد، همچنین تغییر نرخ یادگیری باعث تغییر نمودار ها در شکل ۸ خواهد شد، اما در عملکرد سیستم در کنترل آشوب تاثیر محسوسی نمی گذارد. شبیه‌سازی با استفاده از نرم‌افزار MATLAB بوده، و از روش رانگ‌کوتای[3] مرتبه‌ی ۴ با شرایط اولیه‌ی $(e_1, e_2) = (0.5,1)$ با گام زمانی 0.001 استفاده شده است

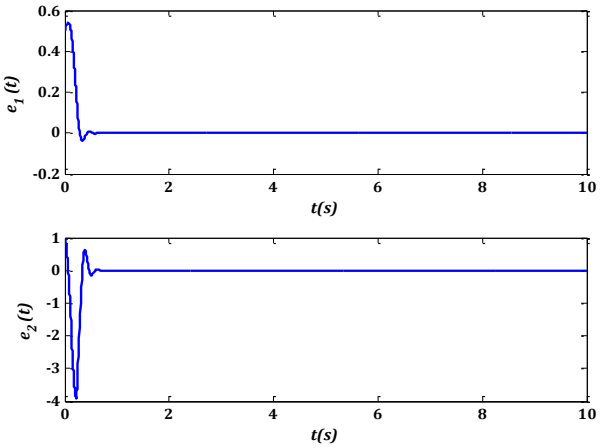
پاسخ زمانی حالت‌های پایدارشده سیستم در شکل ۵، پاسخ زمانی سطح لغزش و ورودی کنترلی، به‌ترتیب در شکل‌های ۶ و ۷ و پاسخ زمانی پارامترهای کنترل‌کننده در شکل ۸ نشان داده شده است. در شکل۵ مشاهده می شود که پاسخ زمانی حالت‌های سیستم بعد از مدت زمان کوتاهی به سمت صفر همگرا می شوند و با توجه به مقاوم بودن کنترل کننده، اثر نامعینی و اغتشاش در آنها بسیار ناچیز می باشد. از روی شکل‌های ۶ و ۷ مشخص است که پاسخ زمانی سطح لغزش بعد از زمان کوتاهی به صفر همگرا می شود و همچنین سیگنال کنترل نسبتا هموار بوده و دامنه مناسبی دارد. در شکل ۸ می توان مشاهده نمود که پارامترهای کنترل کننده بر اساس قوانین تطبیق هر لحظه بروز می شوند و زمانی که خطا به سمت صفر میل می کند پاسخ زمانی پارامترهای کنترل‌کننده در شکل ۸ نیز به سمت مقادیر ثابت میل میکند.



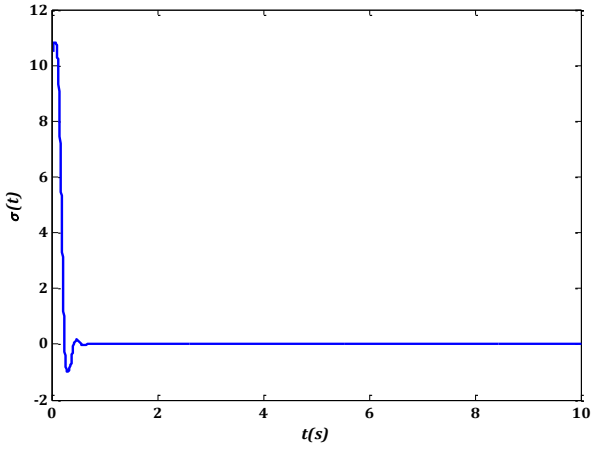
شکل ۴ : تابع ورودی غیرخطی $\varphi(u_{sw}(t))$

[1] Chattering
[2] Saturation
[3] Runge-Kutta

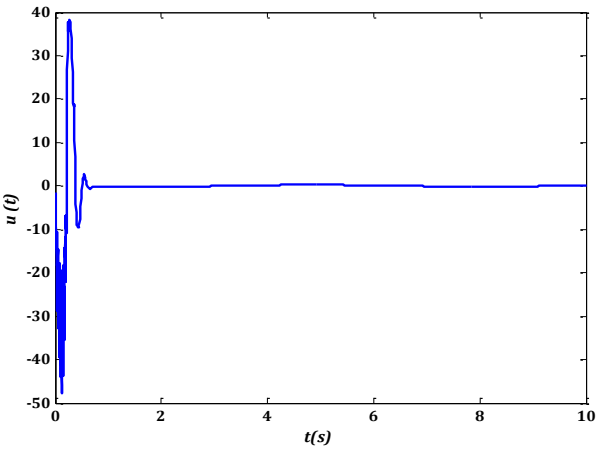
[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-08]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1395.10.4.3.9]



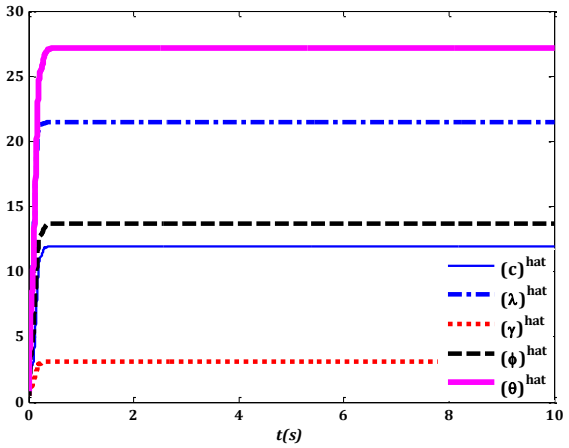
شکل ۵ : پاسخ زمانی حالت‌های پایدارشده‌ی سیستم



شکل ۶ : پاسخ زمانی سطح لغزش



شکل ۷ : پاسخ زمانی ورودی کنترلی



شکل ۸ : پاسخ زمانی پارامترهای کنترل‌کننده

برای بررسی و مقایسه بین نتایج این مقاله با سایر پژوهش های مرتبط با موضوع، مرجع [۷] انتخاب گردید، زیرا کنترل کننده پیشنهادی در آن، از خانواده کنترل کننده های مد لغزشی بوده و همچنین در ورودی کنترلی آن از عامل غیرخطی مشابه به عامل غیرخطی بکار گرفته شده در این مقاله استفاده شده است. برای مقایسه بهتر، تابع هزینه ای بصورت زیر تعریف گردید:

$$IAE = \int (|e_1(t) - e_{1\,ud}(t)| + |e_2(t) - e_{2\,ud}(t)|)dt \qquad (۱۹)$$

که در آن $e_1(t)$ و $e_2(t)$ خطا ها بدون اعمال نامعینی و اغتشاش هستند، و $e_{1\,ud}(t)$ و $e_{2\,ud}(t)$ خطاها با اعمال نامعینی و اغتشاش در سیستم هستند. نتایج در جدول زیر تنظیم شده است:

جدول ۱- عملکرد کنترل کننده ها

کنترل کننده	IAE
کنترل کننده پیشنهادی در این مقاله	6.249
کنترل کننده پیشنهادی در [۷]	8.138

نتایج مندرج در جدول ۱ نشان می دهد که روش پیشنهادی در این مقاله از مقاومت بالاتری برخوردار است.

۷- نتیجه گیری

در این مقاله،کنترل آشوب در پاسخ ارتعاشی سیستم انتقال چرخ‌دنده، مورد بررسی قرار گرفت. در ابتدا یک سطح‌لغزشی ترمینال معرفی شد و با استفاده از آن، یک کنترل‌کننده مود لغزشی ترمینال تطبیقی جدید که در مقابل نامعینی مدل، اغتشاش خارجی و عامل غیرخطی در ورودی مقاوم می‌باشد، طراحی گردید. مطابق با نتایج

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-08]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1395.10.4.3.9]

به‌دست آمده مشخص شد که حالت‌های سیستم با استفاده از کنترل‌کننده پیشنهادی، پایدار شده و پس از گذشت زمان محدود به‌سمت نقطه تعادل صفر همگرا می‌شوند. سیگنال کنترلی طراحی‌شده فاقد وزوز بوده و مقدار آن در حد قابل قبولی می‌باشد، از این رو استفاده از این کنترل‌کننده به‌عنوان یک روش مناسب جهت کنترل آشوب در سیستم انتقال چرخ‌دنده پیشنهاد می گردد.

مراجع

[1] E. Ott, C. Grebogi, J. A. Yorke, "Using chaos to direct trajectories to targets," Physical Review Letters, vol. 65, pp. 3215-3218, 1990.

[2] N. S. Pai, H. T. Yau, C. L. Kuo, "Fuzzy logic combining controller design for chaos control of a rod-type plasma torch system," Expert Systems with Applications, vol. 37, pp. 8278-8283, 2010.

[3] C. L. Kuo, C. C. Wang, N. S. Pai, "Design of variable structure controller for two different hyperchaotic systems containing nonlinear inputs," Journal of Applied Sciences, vol. 9, pp. 2635-2639, 2009.

[4] M. R. Faieghi, H. Delavari, D. Baleanu, "A note on stability of sliding mode dynamics in suppression of fractional-order chaotic systems," Computers and Mathematics with Applications, vol. 66, pp. 832-837, 2013.

[5] H. T. Yau, J. J. Yan, "Adaptive sliding mode control of a high-precision ball-screw-driven stage," Nonlinear Analysis: Real World Applications, vol. 10, pp. 1480-1489, 2009.

[6] M. R. Faieghi, H. Delavari, D. Baleanu, "A novel adaptive controller for two-degree of freedom polar robot with unknown perturbations," Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, vol. 17, pp. 1021-1030, 2012.

[7] J. Li, W. Li , Q. Li, "Sliding mode control for uncertain chaotic systems with input nonlinearity," Commun Nonlinear Sci Numer Simulat, vol. 17, pp. 341–348, 2012.

[8] Y. M. Lei, W. Xu, J. W. Shen, T. Fang, "Global synchronization of two parametrically excited systems using active control," Chaos, Solitons and Fractals, vol. 28, pp. 428-436, 2006.

[9] J. P. Cai, X. F. Wu, S. H. Chen, "Synchronization criteria for non-autonomous chaotic systems via sinusoidal state error feedback control," Physica Scripta, vol. 75, pp. 379–387, 2007.

[10] A. Keymasi Khalaji, S. A. A. Moosavian, "Design and implementation of a fuzzy sliding mode control law for a wheeled robot towing a trailer," Modares Mechanical Engineering, vol. 14, pp. 81-88, 2014. (In Persian)

[11] Z. M. Ge, H. S. Yang, H. H. Chen, H. K. Chen, "Regular and chaotic dynamics of a rotational machine with a centrifugal governor," International Journal of Engineering Science, vol. 37, pp. 921-943, 1999.

[12] S. Ramezani, S. M. Rezaei, M. Zareinejad, K. Baghestan, "Control of pneumatic servo system based on simultaneous pressure observing on both sides of the cylinder by high-gain observer," Modares Mechanical Engineering, vol. 15, pp. 1-10, 2015. (In Persian)

[13] H. Pan, W. Sun, "Finite-time stabilization for vehicle active suspension systems with hard constraints," IEEE transactions on intelligent transportation systems, pp. 1-10, 2015.

[14] A. Shiri, "Robust Sliding Mode Control of Electromagnetic Suspension System with Parameter Uncertainty," Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology, vol. 4, pp. 1677-1683, 2012.

[15] S. Bhat, D. Bernstein, "Finite-time stability of continuous autonomous systems," SIAM Journal on Control and Optimization, vol. 38, pp. 751-766, 2000.

[16] M. Byrtus, V. Zeman, "On modeling and vibration of gear drives influenced by nonlinear couplings," Mechanism and Machine Theory, vol. 46, 375-397, 2011.

[17] C. W. Chang-Jian, "Strong nonlinearity analysis for gear-bearing system under nonlinear suspension-bifurcation and chaos," Nonlinear Analysis: Real World Applications, vol. 11, pp. 1760-1774, 2010.

[18] C. W. Chang-Jian, H. C. Hsu, "Chaotic responses on gear pair system equipped with journal bearings under turbulent flow," Applied Mathematical Modelling, vol. 36, pp. 2600-2613, 2012.

[19] S. L. T. De Souza, I. L. Caldas, R. L. Viana, J. M. Balthazar, "Sudden changes in chaotic attractors and transient basins in a model for rattling in gearboxes," Chaos, Solitons and Fractals, vol. 21, pp. 763-772, 2004.

[20] J. Wang, R. Li, X. Peng, "Survey of nonlinear vibration of gear transmission systems," ASME Journal, vol. 56, pp. 309-329, 2003.

[21] J. Wang, J. Zheng, A. Yang, "An Analytical Study of Bifurcation and Chaos in a Spur Gear Pair with Sliding Friction," Procedia Engineering, vol. 31, pp. 563 – 570, 2012.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-08]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1395.10.4.3.9]

[22] A. Farshidianfar, A. Saghafi, **"**Global bifurcation and chaos analysis in nonlinear vibration of spur gear systems," Nonlinear Dyn, vol. 75, pp. 783–806, 2014.

[23] C.-W. Chang-Jian, "Strong nonlinearity analysis for gear-bearing system under nonlinear Suspension bifurcation and chaos," Nonlinear Analysis: Real World Applications, vol. 11, pp. 1760–1774, 2010.

[24] C.-W. Chang-Jian, S.-M.g Chang, "Bifurcation and chaos analysis of spur gear pair with and without nonlinear suspension," Nonlinear Analysis: Real World Applications, vol. 12, pp. 979–989, 2011.

[25] A. Farshidianfar, A. Saghafi, "Identification and control of chaos in nonlinear gear dynamic systems using Melnikov analysis," Physics Letters A, vol. 378, pp. 3457–3463, 2014.

[26] A. Saghafi, A. Farshidianfar, "An analytical study of controlling chaotic dynamics in a spur gear system," Mechanism and Machine Theory, vol. 96, pp. 179–191, 2016.

[27] W. Jingyue, G. Lixin, W. Haotian, "Analysis of Bifurcation and Nonlinear Control for Chaos in Gear Transmission System," Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology, vol. 6, pp. 1818-1824, 2013.

[28] A. Saghafi, A. Farshidianfar, "Bifurcation and chaos control in a gear transmission system," Modares Mechanical Engineering, vol. 14, pp. 61-68, 2015. (In Persian)

[29] Zh. Shihua, S. Guiqiu, R. Zhaohui, and W. Bangchun, "Nonlinear Dynamic Analysis of Coupled Gear-Rotor-Bearing System with the Effect of Internal and External Excitations," Chinese journal of mechanical engineering, vol. 124, pp. 1-12, 2015.

[30] S. Dadras, H. R. Momeni, "Fractional terminal sliding mode control design for a class of dynamical systems with uncertainty," Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, vol. 17, pp. 367-377, 2012.

[31] L. Yang, J. Y. Yang, "Robust finite-time convergence of chaotic systems via adaptive terminal sliding mode scheme," Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, vol. 16, pp. 2405-2413, 2011.

[32] M. Chen, Q. X. Wu, R. X. Cui, "Terminal sliding mode tracking control for a class of SISO uncertain nonlinear systems," ISA Transactions, vol. 52, pp. 198-206, 2013.

[33] H. Wang, Z. Han, Q. Xie, W. Zhang, "Finite-time chaos control via nonsingular terminal sliding mode control," ISA Transactions, vol. 14, pp. 2728–2733, 2009.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-08]

[DOR: 20.1001.1.20088345.1395.10.4.3.9]