مجله کنترل
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
جلد ۱۱، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۶، صفحه ۸-۱

ارائه روشی جدید برای کاهش مجموعه مدل‌های محلی در روش مدل‌های چندگانه مبتنی بر آستانه پایداری بیشینه و Gap Metric

مهدی احمدی[۱]، محمد حائری[۲]

[۱] دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی شریف، mahdiahmadi@ee.sharif.edu

[۲] استاد، دانشکدهٔ مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی شریف، haeri@sharif.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۶/۲/۲۷، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۶/۴/۵)

چکیده: در این مقاله، کنترل سیستم‌های خطی نامتغیر با زمان دارای عدم قطعیت گسترده با استفاده از روش مدل‌های چندگانه مورد توجه واقع شده و روشی جدید، موثر و سرراست برای یافتن مجموعه مدل‌های محلی پیشنهاد می‌شود. در تعیین مدل‌های محلی، از ابزار gap metric برای اندازه‌گیری فاصله میان مدل‌ها و از آستانه پایداری برای شبکه‌بندی و تعیین حداکثر فاصله مجاز میان مدل‌ها استفاده شده است. روش پیشنهادی، اصلاح آستانه پایداری بیشینه مدل‌های محلی را تضمین می‌دهد که بر کاهش تعداد مدل‌های محلی و در نتیجه کاهش حجم محاسبات تاثیر مستقیم می‌گذارد. برای ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی، کنترل سیستم معیار جرم-فنر-دمپر مورد مطالعه قرار گرفته و نشان داده می‌شود که با استفاده از الگوریتم ارائه شده در این پژوهش، تنها یک مدل محلی کافی است. این در حالی است که در روش‌های موجود پنج مدل محلی برای کنترل این سیستم بکار رفته است.

کلمات کلیدی: آستانه پایداری بیشینه، gap metric، سیستم‌های خطی دارای عدم قطعیت گسترده، سیستم‌های غیرخطی، فیدبک حالت.

A New Method to Reduce the Multi-Model Set Based on Maximum Stability Margin and Gap Metric

Mahdi Ahmadi, Mohammad Haeri

Abstract: In this paper the multiple model control of linear time invariant systems with wide uncertainty is studied and a new straightforward and systematic method is proposed to select the local models. The gap metric is used to measure the distance between local models and the maximum stability margin is employed to grid the uncertainty space and measure the permissible distance between local models. The proposed method guarantees the improvement of the maximum stability margin which has direct influence on the reduction of the number of local models and computational complexity loads. To evaluate performance of the proposed method, control of a mass-spring-dashpot system is considered and it is shown that based on our algorithm only a single local model is adequate to control this system while the existing methods in the literature require five local models.

Keywords: maximum stability margin, gap metric, linear time invariant systems with a wide uncertainty, nonlinear systems, state feedback.

۱- مقدمه

سیستم‌های موجود در دنیای واقعی دارای رفتار غیرخطی، عدم قطعیت گسترده، شرایط کاری مختلف و فعالیت در یک ناحیه کاری گسترده هستند. بررسی درست رفتار و یا طراحی کنترل‌کننده موثر برای این سیستم‌ها براساس یک مدل خطی و یا غیرخطی، عموماً مشکل‌زا و در مواردی امکان‌پذیر نخواهد بود. در همین راستا، روش مدل‌های چندگانه روشی بسیار کارآمد بوده و مورد توجه بسیاری از محققین در زمینه‌های مختلف مانند مدل‌سازی و شناسایی [۱-۴]، کنترل سیستم‌های غیرخطی [۵-۱۰]، کنترل سیستم‌های با عدم قطعیت گسترده [۱۱-۱۴] و تشخیص و تحمل‌پذیری عیب [۱۵-۱۹] می‌باشد. مهم‌ترین ویژگی روش مدل‌های چندگانه، تبدیل مسائل پیچیده به مجموعه‌ای از مسائل ساده و استنتاج حل مساله اصلی از روی حل مسائل ساده است [۱]. بدین‌ترتیب به راحتی می‌توان از روش‌های شناخته شده برای سیستم‌های خطی مانند PID، MPC، LQR، کنترل مقاوم و دیگر استراتژی‌های موجود برای سیستم‌های

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-04]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1396.11.2.3.2]

پیچیده مذکور استفاده کرد [۲۰-۲۲].

طراحی کنترل‌کننده مبتنی بر روش مدل‌های چندگانه شامل دو مرحله است. ابتدا سیستم اصلی به مجموعه‌ای از مدل‌های محلی تقسیم شده و سپس کنترل‌کننده جامع از ترکیب کنترل‌کننده‌های محلی (طراحی شده برای تک تک مدل‌های محلی) ساخته می‌شود. بدین‌ترتیب تعیین تعداد مدل‌های محلی، مکان و درجه اعتبار آن‌ها سوال‌های کلیدی این روش هستند که تاکنون به شکل جامع پاسخ داده نشده‌اند [۱، ۲۳ و ۲۴]. از آن‌جایی‌که افزونگی مدل‌ها بر روی حجم و پیچیدگی محاسبات تاثیر مستقیم دارد، فراهم آوردن مجموعه مدل‌های محلی با تعداد مناسب از مسائل مهم در این زمینه است. باید توجه داشت که استفاده از تعداد زیاد مدل‌های محلی می‌تواند به اندازه تعداد کم آن‌ها تاثیر مخرب داشته باشد [۲۵]. در سال‌های اخیر، ابزار gap metric به عنوان وسیله‌ای برای سنجش فاصله میان مدل‌های محلی مورد توجه محققین قرار گرفته است.

در [۲۳]، از gap metric برای تحلیل ارتباط بین مدل‌های محلی و طراحی کنترل‌کننده H_∞ برای سیستم‌های غیرخطی استفاده شده است. در ادامه، محققین روشی را برای انتخاب مدل‌های محلی به صورت همزمان با طراحی کنترل‌کننده به روش بازشکل‌دهی حلقه ارائه داده‌اند [۲۴]. این روش، پایداری و عملکرد مقاوم حلقه‌بسته را تضمین می‌دهد اما به دانش اولیه در تشکیل مجموعه مدل‌های محلی نیاز دارد. در [۲۶]، مدل‌های محلی با استفاده از یک فاصله از پیش منظور شده بین مدل‌ها تعیین می‌شوند که انتخاب آستانه تاثیر بسزایی در تعداد و محل مدل‌ها دارد. همچنین این روش در [۲۷] به سیستم‌های چند ورودی-چند خروجی توسعه یافته است. از آن‌جایی‌که انتخاب آستانه بر اساس تجربه و دانش اولیه صورت می‌گیرد، روش ارائه شده، قائده‌مند نیست. برای رفع این ایراد، محققین در [۷ و ۲۸] از آستانه پایداری و آستانه پایداری بیشینه برای تعیین مدل‌های محلی استفاده کرده‌اند که منجر به انتخاب خودکار مدل‌های محلی می‌گردد. این مراجع تنها کنترل‌کننده مقاوم H_∞ را مورد استفاده قرار داده‌اند در حالیکه دیگر استراتژی‌های کنترلی می‌توانند منجر به سادگی کنترل‌کننده نهایی گردند. همچنین تنها سیستم‌های غیرخطی مورد بررسی قرار گرفته‌اند. در کنار این مراجع، ابزار gap metric برای سیستم‌های دارای عدم قطعیت گسترده نیز مورد توجه واقع شده است [۲۹]. در این مرجع، دو روش برای تعیین مدل‌های محلی پیشنهاد شده است که وابستگی به آستانه از پیش تعیین شده برای تشکیل مجموعه مدل‌های محلی، و افزونگی مدل‌های محلی از جمله ایرادات روش پیشنهادی در این مرجع است.

در پژوهش حاضر، انتخاب و کاهش مجموعه مدل‌های محلی در سیستم‌های خطی دارای عدم قطعیت گسترده مورد توجه قرار می‌گیرد. ابتدا برای کاهش تعداد مدل‌های محلی، یک فیدبک حالت طراحی می‌شود تا مقادیر آستانه پایداری بیشینه اصلاح گردند. در این حالت، طراحی کنترل‌کننده‌های محلی با آستانه پایداری بزرگتر میسر می‌گردد که بر روی تعداد مدل‌های محلی تاثیر مستقیم می‌گذارد. در ادامه، برای انتخاب مجموعه مدل‌های محلی برای سیستم اصلاح شده یک الگوریتم قائده‌مند براساس آستانه پایداری ارائه می‌شود. همچنین کنترل‌کننده‌های محلی با ساختار PI و متناظر با مدل‌های محلی طراحی می‌شوند. بدین‌ترتیب، پایداری و عملکرد سیستم‌های خطی با عدم قطعیت گسترده تضمین می‌شود.

در ادامه، ابتدا پیش‌زمینه‌ای از ابزار gap metric و روش مدل‌های چندگانه در بخش ۲ ارائه می‌شود. سپس در بخش ۳ روش معرفی شده در این مقاله برای انتخاب مجموعه مدل‌های محلی مورد بحث قرار می‌گیرد. بخش ۴ نتایج شبیه‌سازی روش پیشنهاد شده را بیان می‌کند. در پایان، نتیجه‌گیری در بخش ۵ ارائه می‌گردد.

۲- پیش‌زمینه

۲-۱- معرفی مختصر gap metric

مفهوم gap metric توسط Zames و El-Sakkary به عنوان ابزاری برای مطالعه عدم‌قطعیت در سیستم‌های فیدبک معرفی شد. در مراجع [۳۰ و ۳۱] نشان داده شده است که برای اندازه‌گیری فاصله بین دو سیستم، روش gap metric نسبت به دیگر روش‌های مبتنی بر نُرم بهتر است. این فاصله در فضای مدل‌های خطی تعریف می‌شود. فرض کنید $P(s)$ ماتریس تابع تبدیل گویا و دارای نمایش کسری-ماتریسی نرمالیزه شده به فرم

$$P = NM^{-1},\ \text{with}\ \tilde{M}M + \tilde{N}N = I \qquad (۱)$$

است که در آن $(\tilde{\cdot})$ بیانگر عملگر مزدوج مختلط است یعنی $\tilde{M}(s) = M^T(-s)$. گراف P یک زیرفضای بسته از فضای H_2 است که به‌صورت

$$\mathcal{G}(P) = \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} H_2 \qquad (۲)$$

تعریف می‌شود و شامل تمام زوج‌های (u, y) است به‌گونه‌ای‌که $y = Pu$. فاصله بین دو سیستم خطی P_1 و P_2 با بعد محدود و تعداد یکسان ورودی و خروجی به صورت

$$\delta(P_1, P_2) = \left\| \Pi_{\mathcal{G}(P_1)} - \Pi_{\mathcal{G}(P_2)} \right\| \qquad (۳)$$

تعریف می‌شود که در آن $\Pi_{\mathcal{G}(P)}$ تصویر متعامد بر روی $\mathcal{G}(P)$ است. در [۳۱] نشان داده شده است که می‌توان رابطه (۳) را با استفاده از رابطه

$$\delta(P_1, P_2) = \max\{\vec{\delta}(P_1, P_2), \vec{\delta}(P_2, P_1)\} \qquad (۴)$$

محاسبه کرد که در آن $P_1 = N_1 M_1^{-1}$ و $P_2 = N_2 M_2^{-1}$ است و $\vec{\delta}(P_1, P_2)$ فاصله جهت‌دار بوده و به صورت

$$\vec{\delta}(P_1, P_2) = \inf_{Q \in H_\infty} \left\| \begin{bmatrix} M_1 \\ N_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} M_2 \\ N_2 \end{bmatrix} Q \right\|_\infty \qquad (۵)$$

تعیین می‌گردد. بدین‌ترتیب رابطه (۴) را می‌توان به صورت

$$\delta(P_1, P_2) = \max\left\{ \inf_{Q \in H_\infty} \left\| \begin{bmatrix} M_1 \\ N_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} M_2 \\ N_2 \end{bmatrix} Q \right\|_\infty, \inf_{Q \in H_\infty} \left\| \begin{bmatrix} M_2 \\ N_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} M_1 \\ N_1 \end{bmatrix} Q \right\|_\infty \right\}$$

بازنویسی کرد. بنابراین محاسبه فاصله بین دو سیستم به محاسبه دو نُرم H_∞ تبدیل شده است. فاصله اندازه‌گیری شده $\delta(P_1, P_2)$ دارای چهار ویژگی کلیدی به شرح زیر است [۳۱].

۱. $0 \le \delta(P_1, P_2) \le 1$. همچنین، اگر $\delta(P_1, P_2) < 1$، آنگاه

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-04]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1396.11.2.3.2]

$\vec{\delta}(P_1,P_2)=\vec{\delta}(P_2,P_1)$.

۲. مقادیر $\delta(P_1,P_2)$ نزدیک به صفر بیان‌گر نزدیکی دو سیستم و مقادیر نزدیک به یک بیان‌گر دوری آن‌ها در حالت حلقه‌بسته می‌باشد.

۳. یک فاصله کوچک بین دو سیستم نشان می‌دهد کنترل‌کننده‌ای وجود دارد که می‌تواند هر دو را پایدار کند و همچنین فاصله بین دو سیستم در حالت حلقه‌بسته در مفهوم H_∞ کوچک است.

۴. gap metric فاصله میان سیستم‌ها را در مفهوم حلقه‌بسته محاسبه می‌کند. بدین‌ترتیب می‌تواند برای سیستم‌های انتگرالی و ناپایدار مورد استفاده قرار گیرد.

نشان داده شده است که ناحیه عدم‌قطعیت در مفهوم gap metric معادل با ناحیه عدم‌قطعیت در نمایش کسری-ماتریسی نرمالیزه شده است. قضیه ۱ این موضوع را بیان می‌کند.

قضیه ۱ [۳۱]: اگر $P(s)$ ماتریس تابع تبدیل گویا بوده و دارای نمایش کسری-ماتریسی نرمالیزه شده به فرم $P=NM^{-1}$ باشد، آنگاه برای همه $0\le\varepsilon<1$، خواهیم داشت

$$\{P_1:\vec{\delta}(P_1,P)<\varepsilon\}=\left\{P_1:P_1=(N+\Delta_N)(M+\Delta_M)^{-1},\Delta_N,\Delta_M\in \mathrm{H}_\infty,\left\|\begin{bmatrix}\Delta_N\\ \Delta_M\end{bmatrix}\right\|_\infty<\varepsilon\right\}. \quad (۶)$$

اثبات: در [۳۱] داده شده است.

بنابراین مشاهده می‌شود که مقدار gap metric مستقیماً با میزان عدم‌قطعیت در نمایش کسری-ماتریسی در ارتباط است. برای حالات دیگر عدم‌قطعیت، می‌توان از ایده ساختار مدل‌های چندگانه استفاده کرد که از ترکیب مدل‌های خطی استفاده می‌کند چنانکه از این روش برای سیستم‌های غیرخطی در [۷، ۲۴، ۲۸، ۳۲ و ۳۳] استفاده شده است.

۲-۲- ارتباط gap metric و پایداری

اگر P ماتریس تابع تبدیل گویا و K یک کنترل‌کننده پایدارساز برای آن باشد. آستانه پایداری و آستانه پایداری بیشینه سیستم خطی P به صورت

$$b_{P,K}=\left\|\begin{bmatrix}I\\K\end{bmatrix}(I+PK)^{-1}[I\quad P]\right\|_\infty^{-1} \quad (۷)$$

$$b_{opt}(P)=\left\{\inf_{K\ \text{stablizing}}\left\|\begin{bmatrix}I\\K\end{bmatrix}(I+PK)^{-1}[I\quad P]\right\|_\infty\right\}^{-1}=\sqrt{1-\|[\tilde{N}\quad\tilde{M}]\|_{\mathrm{H}}^2}<1 \quad (۸)$$

تعریف می‌شوند که در آن $\tilde{N}$ و $\tilde{M}$ مقسوم‌علیه‌های اول چپ نمایش کسری-ماتریس P هستند یعنی $P=\tilde{M}^{-1}\tilde{N}$. همچنین $\|\cdot\|_{\mathrm{H}}$ بیانگر نرم هنکل است. روابط (۷) و (۸) بیانگر این موضوع هستند که آستانه پایداری به کنترل‌کننده طراحی شده و خود سیستم ارتباط دارد در حالی‌که آستانه پایداری بیشینه تنها به خود سیستم بستگی دارد. این ویژگی b_{opt} مورد توجه محققین واقع شده و از آن برای شبکه‌بندی فضای تعادل استفاده کرده‌اند.

قضیه ۲ [۳۱]: فرض کنید سیستم فیدبک با زوج (P,K) پایدار باشد و $P_\Sigma=\{P_\Delta|\delta(P,P_\Delta)<r_1\}$ و $K_\Sigma=\{K|\delta(K,K_\Delta)<r_2\}$ تعریف شوند آنگاه سیستم فیدبک با زوج (P_Δ,K_Δ) برای تمامی $P_\Delta\in P_\Sigma$ و $K_\Delta\in K_\Sigma$ نیز پایدار است اگر و تنها اگر

$$\sin^{-1}b_{P,K}\ge\sin^{-1}r_1+\sin^{-1}r_2 \quad (۹)$$

اثبات: در [۳۱] آمده است.

حال با در نظر گرفتن $r_2=0$ و $r_1=r$ نتیجه زیر حاصل می‌شود.

نتیجه ۱ [۳۱]. فرض کنید سیستم فیدبک با زوج (P,K) پایدار باشد و $P_\Sigma=\{P_\Delta|\delta(P,P_\Delta)<r_1\}$ تعریف شود آنگاه سیستم فیدبک با زوج (P_Δ,K) برای تمامی $P_\Delta\in P_\Sigma$ نیز پایدار است اگر و تنها اگر

$$b_{P,K}\ge r>\delta(P,P_\Delta). \quad (۱۰)$$

مشابه با آستانه پایداری، برای آستانه پایداری بیشینه نیز می‌توان نتیجه زیر را بدست آورد.

نتیجه ۲ [۲۸]. اگر P و P_Δ ماتریس‌های تابع تبدیل گویا با نمایش کسری-ماتریسی به فرم $P=NM^{-1}$ و $P_\Delta=N_\Delta M_\Delta^{-1}$ باشند. کنترل‌کننده پایدارساز K برای P و P_Δ وجود دارد اگر و تنها اگر

$$\delta_P=\delta(P,P_\Delta)\le b_{opt}(P). \quad (۱۱)$$

۲-۳- روش مدل‌های چندگانه

سیستم‌های خطی دارای عدم‌قطعیت گسترده به فرم کلی

$$\begin{cases}\dot{x}=A(\theta_p)x+B(\theta_p)u\\ y=C(\theta_p)x+D(\theta_p)u\end{cases} \quad (۱۲)$$

را در نظر بگیرید که در آن $x\in X\subseteq\mathbb{R}^n$ بردار حالت، $u\in U\subseteq\mathbb{R}^m$ و $y\in Y\subseteq\mathbb{R}^p$ بترتیب بردار ورودی‌ها و بردار خروجی‌ها می‌باشند. θ_p بردار پارامترهای نامعلوم در سیستم بوده و فرض می‌شود که متعلق به یک فضای فشرده با محدوده‌های معلوم می‌باشد یعنی $\theta_p\in\mathcal{S}_\theta=\{\theta_p:\underline{\theta}_p\le\theta_p\le\overline{\theta}_p\}$. اکنون برای یک نقطه θ_{pi} در فضای $\mathcal{S}_\theta$، مدل محلی M_i به‌صورت

$$\begin{cases}\dot{x}=A_ix+B_iu\\ y=C_ix+D_iu\end{cases} \quad (۱۳)$$

بازنویسی می‌شود که در آن $A_i=A(\theta_{pi})$، $B_i=B(\theta_{pi})$، $C_i=C(\theta_{pi})$ و $D_i=D(\theta_{pi})$ می‌باشند. هر کدام از مدل‌های محلی M_i تنها در بخشی از فضای $\mathcal{S}_\theta$ معتبر بوده و نمی‌توانند به‌تنهایی رفتار سیستم (۱۲) را در تمامی $\mathcal{S}_\theta$ توصیف کنند. بدین‌ترتیب اگر مدل‌های محلی به‌گونه‌ای انتخاب شوند که $\mathcal{S}_\theta\subset\cup\mathcal{S}_{\theta i}$، آنگاه می‌توان رفتار جامع سیستم (۱۲) را به‌صورت ترکیب مناسبی از رفتار مدل‌های محلی بدست آورد. در ترکیب بدست آمده، ضرایب وزنی بیان‌کننده میزان نزدیکی دو رفتار توصیف شده توسط سیستم اصلی و مدل محلی متناظر خواهند بود. حال اگر فرض شود که تعداد مدل‌های محلی برابر N_s می‌باشد، مدل کلی می‌تواند از ترکیب محدب مدل‌های محلی، به‌صورت

$$\begin{cases}\dot{x}=\sum_{i=1}^{N_s}\omega_i(t)(A_ix+B_iu)\\ y=\sum_{i=1}^{N_s}\omega_i(t)(C_ix+D_iu)\end{cases} \quad (۱۴)$$

ساخته شود که در آن $\omega_i(t)$ تابع وزنی وابسته به زمان و متناظر با مدل محلی iام می‌باشد. برای ایجاد ترکیب محدب، لازم است که تابع وزنی $\omega_i(t)$ دارای شرایط زیر باشد [۵].

$$\sum_{i=1}^{N_s}\omega_i(t)=1,\ \text{where}\ 0\le\omega_i(t)\le1. \quad (۱۵)$$

در حالت کلی، روش مدل‌های چندگانه دارای سه چالش اصلی تعداد N_s، محل مدل‌های محلی (A_i,B_i) و میزان اعتبار ω_i هر کدام از آن‌ها در

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-04]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1396.11.2.3.2]

هر لحظه می‌باشد. در این مقاله، بررسی دو چالش ابتدایی مدنظر می‌باشند.

۳- انتخاب مدل‌های محلی

در این مقاله می‌خواهیم از نتیجه‌های ۱ و ۲ برای تعیین مدل‌های محلی در روش مدل‌های چندگانه کمک بگیریم. در [۲۹] از ایده gap metric برای تعیین مدل‌های محلی در سیستم‌های خطی دارای عدم‌قطعیت گسترده استفاده شده است. در این مرجع، دو روش برای تعیین مدل‌های محلی بکار رفته است که در روش اول با استفاده از یک آستانه از پیش‌تعیین شده برای فاصله بین مدل‌های محلی، فضای تغییرات پارامترها شبکه‌بندی می‌شود. بدین‌ترتیب، مدل‌های محلی یافته شده در این روش کاملاً به آستانه موردنظر مرتبط هستند. در روش دوم، مدلی به عنوان مدل نامی P^* انتخاب می‌شود که دارای بیشترین یا کمترین آستانه پایداری بیشینه است. سپس با استفاده از نتیجه ۲، مدل‌های محلی دیگر در اطراف مدل نامی بگونه‌ای یافت می‌شوند که رابطه (۱۱) برقرار باشد ($\delta(P^*,P) \le b_{opt}(P^*)$). بدین‌ترتیب در پایان، فضای پارامتری به چندین بازه افراز می‌شود که در هر بازه یک مدل محلی نماینده سیستم اصلی (۱۲) است. بنابراین، انتخاب مدل محلی نامی در این روش، در تعداد و مکان مدل‌های محلی بسیار موثر است. در پژوهش پیشِ رو، روشی موثر برای انتخاب مجموعه مدل‌های محلی براساس آستانه پایداری و gap metric بیان می‌گردد. همچنین برای کاهش تعداد مدل‌های محلی، ایده اصلاح آستانه پایداری بیشینه مطرح می‌شود که تاثیر به سزایی در تعداد مدل‌های محلی دارد.

۳-۱- اصلاح آستانه پایداری بیشینه

با دقت در رابطه (۸)، ملاحظه می‌گردد که آستانه پایداری بیشینه b_{opt} یک صفت ذاتی برای سیستم است و به مقسوم علیه چپ تابع تبدیل در نمایش کسری-ماتریسی P وابسته است. حال اگر با استفاده از روشی مناسب، سیستم مورد مطالعه بگونه‌ای تغییر یابد که مقدار b_{opt} آن بزرگ شود، طراحی کنترل‌کننده با آستانه پایداری بزرگتر امکان‌پذیر می‌شود. بنابراین با استفاده از نتیجه ۱ می‌توان دریافت که تعداد مدل‌های محلی بیشتری را می‌توان در یک دسته قرار داد. بدین‌ترتیب افزایش گام شبکه‌بندی برای کاهش تعداد مدل‌های محلی ایده این پژوهش است. برای این منظور، می‌توان از روش‌های شکل‌دهی حلقه و یا فیدبک حالت کمک گرفت. در این مقاله، متغیر کنترل به صورت $u = -Lx + \bar{u}$ در نظر گرفته می‌شود که در آن L بهره فیدبک حالت بوده و وظیفه اصلاح آستانه پایداری بیشینه را دارد. همچنین از $\bar{u}$ برای کنترل سیستم اصلاح شده بکار می‌رود که می‌توان از دیگر استراتژی‌های کنترل مانند PID، IMC و ... استفاده کرد.

برای اصلاح آستانه پایداری بیشینه، روش بدترین حالت به کار برده شده و مدل محلی متناظر با کمترین b_{opt} برای طراحی فیدبک حالت مورد استفاده واقع می‌شود. الگوریتم ۱ روش اصلاح را به تفصیل ارائه می‌دهد. با استفاده از الگوریتم ۱ می‌توان به بیان روش تعیین مدل‌های محلی نامی پرداخت. در این روش، مدل نامی دارای بیشترین فاصله از مدل‌های مجموعه بوده و برای تضمین پایداری از نتیجه ۱ استفاده می‌شود. روش انتخاب مجموعه مدل‌های محلی در الگوریتم ۲ ارائه شده است.

تذکر ۱. با استفاده از این الگوریتم، مجموعه مدل‌های محلی $\overline{\mathcal{M}}$ به N_s زیرمجموعه دسته‌بندی می‌شود که برای هر زیرمجموعه، یک کنترل‌کننده $(\bar{u})$ براساس مدل نامی متناظر $\bar{P}^*$ طراحی می‌شود. بدین‌ترتیب برای سیستم اصلی به تعداد N_s کنترل‌کننده محلی طراحی می‌شود.

تذکر ۲. مقادیر gap metric تحت تاثیر اعمال فیدبک قرار می‌گیرند اما همواره مقادیری بین صفر و یک دارند. بدین‌ترتیب بدلیل استفاده از مقادیر اصلاح شده $\bar{b}_{opt}$ در الگوریتم ارائه شده، تعداد مدل‌های محلی کاهش می‌یابند. همچنین مجموعه مدل‌های محلی یافت شده تضمین پایداری می‌دهند.

تذکر ۳. الگوریتم ذکر شده برای انتخاب مدل‌های نامی، مشابه با [۲۹]، تنها برای حالتی است که یکی از پارامترهای سیستم دارای عدم‌قطعیت بوده و یا اینکه تنها یکی از آن‌ها تاثیرگذار است. در حالتی که تعداد پارامترهای عدم‌قطعیت تاثیرگذار بیش از یک باشد شیوه جست و جو متفاوت خواهد بود و موضوع کارهای آتی این تیم تحقیقاتی می‌باشد.

تذکر ۴. برای طراحی فیدبک حالت L می‌توان از روش‌های جایابی قطب و یا LQR استفاده کرد. برای طراحی $\bar{u}$ از تمامی استراتژی‌های کنترل از قبیل PID، IMC، مقاوم، پیش‌بین و ... می‌توان استفاده کرد که در این پژوهش کنترل‌کننده PI مدنظر است.

الگوریتم ۱: اصلاح آستانه پایداری بیشینه

گام ۱. فضای تغییرات پارامترها δ_θ را شبکه‌بندی کنید و مدل‌های محلی را در نقاط مورد نظر بیابید.

گام ۲. مقدار b_{opt} را برای مدل‌های محلی با استفاده از رابطه (۸) بیابید.

گام ۳. مدل محلی با کمترین b_{opt} را به عنوان کاندید انتخاب کرده و فیدبک حالت L را برای آن طراحی کنید.

گام ۴. متغیر کنترل را به صورت $u = -Lx + \bar{u}$ در نظر بگیرید و گام‌های ۱ و ۲ را مجدداً برای سیستم اصلاح شده انجام دهید. در صورت عدم تغییر در مقادیر b_{opt} به گام ۳ برگردید و فیدبک حالت را مجددا طراحی کنید.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-04]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1396.11.2.3.2]

الگوریتم ۲: انتخاب مجموعه مدل‌های محلی

گام ۱. فضای تغییرات پارامترها $\mathcal{S}_\theta$ را به N نقطه شبکه‌بندی کنید و مدل‌های محلی را در نقاط مورد نظر یافته و مجموعه $\mathcal{M} = \{P_i\,, i = 1, \dots, N\}$ را تشکیل دهید.

گام ۲. ماتریس‌های $\Delta = [\Delta_{i,j}] = \left[\delta(P_i, P_j)\right]_{N\times N}$ و $B_{opt} = \left[b_{opt_i}\right]_{N\times 1}$ را تشکیل دهید.

گام ۳. با استفاده از الگوریتم اصلاح، فیدبک حالت L را طراحی و معادله سیستم را به صورت $\dot{x} = A(\theta_p)x + B(\theta_p)(-Lx + \bar{u})$ بنویسید.

گام ۴. با شبکه‌بندی مجدد فضای تغییرات پارامترها $\mathcal{S}_\theta$ به N نقطه، مجموعه مدل‌های محلی جدید $\bar{\mathcal{M}} = \{\bar{P}_i\,, i = 1, \dots, N\}$ را تشکیل دهید.

گام ۵. ماتریس‌های $\bar{\Delta} = [\bar{\Delta}_{i,j}] = \left[\delta(\bar{P}_i, \bar{P}_j)\right]_{N\times N}$ و $\bar{B}_{opt} = \left[\bar{b}_{opt_i}\right]_{N\times 1}$ را تشکیل دهید.

گام ۶. قرار دهید $i = 1$.

گام ۷. قرار دهید $\varepsilon = 0.8$.

گام ۸. قرار دهید $j = i + 1$.

گام ۹. بهترین مدل محلی جدید را از i تا j با استفاده از تعریف

$$\bar{P}^* \triangleq \left\{\bar{P}_k | \min_{i\le k\le j}\left(\max_{i\le m\le j}\left(\delta(\bar{P}_m, \bar{P}_k)\right)\right)\right\}$$

بیابید.

گام ۱۰. برای $\bar{P}^*$ بیشترین فاصله موجود را با استفاده از تعریف

$$\delta^* = \max_{i\le m\le j}\left(\delta(\bar{P}^*, \bar{P}_m)\right)$$

بیابید.

گام ۱۱. اگر $\delta^* < \varepsilon$، آنگاه قرار دهید $j = j + 1$ و به گام ۹ بروید و در غیر این صورت به گام ۱۲ بروید.

گام ۱۲. قرار دهید $j = j - 1$ و با استفاده از گام ۹ و ۱۰، $\bar{P}^*$ و δ^* را محاسبه کنید. سپس برای $\bar{P}^*$ کنترل‌کننده محلی K را طراحی کنید. اگر $b_{\bar{P}^*,K} \ge \delta^*$، قرار دهید $i = j - 1$ و به گام ۷ بروید. در غیر این صورت ε را کاهش داده و به گام ۸ بروید و این روند را آنقدر تکرار کنید تا تمامی مدل‌های محلی دسته‌بندی گردند

۳-۲- طراحی کنترل‌کننده چندگانه

با فرض اینکه سیستم (۱۲) به N_s مدل محلی افراز شده و N_s کنترل‌کننده محلی طراحی شده است، کنترل‌کننده جامع به‌صورت

$$u(t) = -Lx(t) + \sum_{i=1}^{N_s}\omega_i(t)\bar{u}_i(t) \qquad (۱۶)$$

بدست می‌آید که در آن $\bar{u}_i(t)$ کنترل‌کننده طراحی شده براساس مدل محلی iام است و $\omega_i(t)$ تابع وزنی متناظر با مدل محلی iام در لحظه t است. بدین‌ترتیب، کنترل‌کننده جامع ترکیبی وزن‌دار از کنترل‌کننده‌های محلی است. برای تعیین وزن‌ها از رابطه

$$\omega_i(t) = \frac{\rho_i(t)}{\sum_{i=1}^{N_s}\rho_i(t)} \qquad (۱۷)$$

استفاده می‌شود که در آن $\rho_i(t)$ بیانگر درجه اعتبار مدل محلی iام بوده و از رابطه

$$\rho_i(t) = e^{-\left(x(t)-x_{m_i}(t)\right)^{-1}\Sigma\left(x(t)-x_{m_i}(t)\right)} \qquad (۱۸)$$

قابل محاسبه است. در این رابطه Σ ماتریس کواریانس خطا بوده و از تجربیات قبلی بدست می‌آید و $x_{m_i}(t)$ بردار حالت متناظر با مدل محلی iام است. براساس رابطه (۱۸)، در کنترل جامع (۱۶) در هر لحظه کنترل‌کننده محلی iام بیشترین تاثیر را دارد اگر خطای بین بردار حالت مدل محلی iام و بردار حالت سیستم واقعی کمترین باشد. از آنجایی که $\rho_i(t) \ge 0$ برای تمامی زمان‌ها صادق است، رابطه (۱۷) شرایط ارائه شده برای ترکیب محدب در رابطه (۱۵) را برآورده می‌سازد. شکل ۱ روش ارائه شده در این پژوهش را به‌صورت خلاصه نمایش می‌دهد.

۴- نتایج شبیه‌سازی

سیستم مورد مطالعه در این پژوهش، سیستم تک ورودی-تک خروجی MSD[1] است که در شکل ۲ نشان داده شده است [۲۹]. در این جا فرض شده است که جرم m_1 دارای عدم‌قطعیت بوده و مابقی المان‌ها مشخص هستند. معادلات فضای حالت این سیستم عبارت هستند از

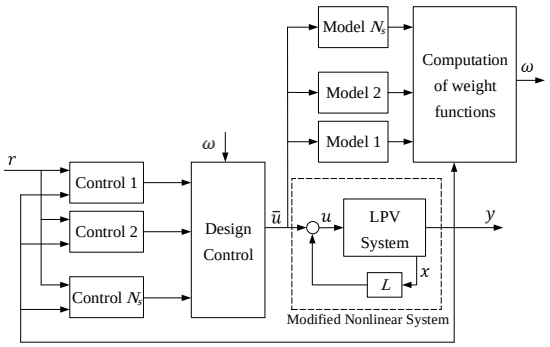
$$\begin{cases}\dot{x} = A(\theta)x + B(\theta)u\\ y = Cx\end{cases} \qquad (۱۹)$$

که در آن، بردار حالت‌ها به صورت

$$x^{\mathrm{T}}(t) = [x_1(t) \quad x_2(t) \quad \dot{x}_1(t) \quad \dot{x}_2(t)]^{\mathrm{T}} \qquad (۲۰)$$

است و ماتریس‌های سیستم به صورت زیر بدست می‌آیند.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ -\frac{k_1}{m_1} & \frac{k_1}{m_1} & -\frac{b_1}{m_1} & \frac{b_1}{m_1}\\ \frac{k_1}{m_2} & -\frac{(k_1+k_2)}{m_2} & \frac{b_1}{m_2} & -\frac{(b_1+b_2)}{m_1}\end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix}0\\0\\\frac{1}{m_1}\\0\end{bmatrix},$$
$$C = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0]$$



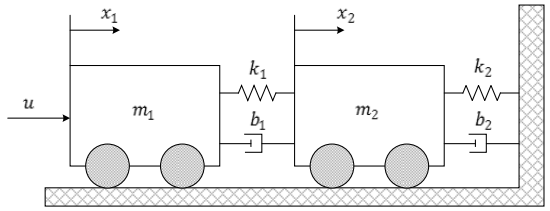
شکل ۱: نمایش روش ارائه شده در این پژوهش.

فرض می‌شود به جز m_1 بقیه پارامترهای سیستم دارای مقادیر ثابت زیر هستند.

$$b_1 = b_2 = 0.1,\ k_1 = 1,\ k_2 = 0.15,\ m_2 = 1 \qquad (۲۱)$$

همچنین ناحیه تغییرات پارامتر $\mathcal{S}_\theta$ برای سیستم MSD عبارت است از

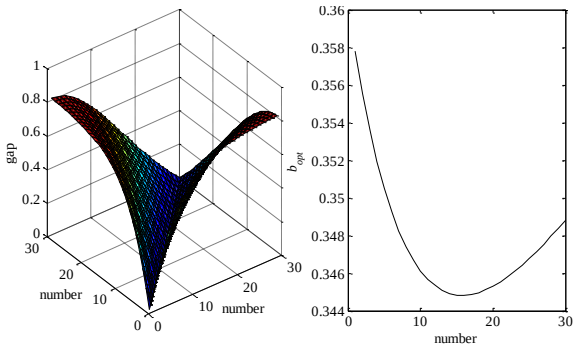
$$\mathcal{S}_\theta = \{m_1 : 0.5 \le m_1 \le 1.5\}. \qquad (۲۲)$$



شکل ۲: سیستم جرم-فنر-دمپر.

[1] Mass-Spring-Dashpot

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-04]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1396.11.2.3.2]



شکل ۳: فاصله میان مدل‌های محلی (چپ) و منحنی b_{opt} برای سیستم (۱۹) (راست).

با شبکه‌بندی ناحیه تغییرات پارامتر S_θ به ۳۰ نقطه، منحنی آستانه پایداری بیشینه b_{opt} و فاصله میان مدل‌های محلی در شکل ۳ نشان داده شده است. با دقت در این شکل مشاهده می‌شود که فاصله میان مدل‌های محلی به 0.81 می‌رسد که بیان‌گر دوری مدل‌های محلی از یکدیگر است. از طرفی مقادیر کم آستانه پایداری بیشینه منجر به افزایش تعداد مدل‌های محلی می‌گردند. با استفاده از روش دوم ارائه شده در [۲۹] و با انتخاب بزرگترین مقادیر b_{opt} به عنوان آستانه، ۵ مدل محلی پیشنهاد می‌شود که مدل‌های محلی در مقادیر $m_1 = \{0.5,0.64,0.81,1.05,1.4\}$ بدست می‌آیند. همچنین اگر کوچکترین مقدار b_{opt} به عنوان آستانه انتخاب شوند، ۴ مدل محلی پیشنهاد می‌شود که مدل‌های محلی به ازای مقادیر $m_1 = \{0.56,0.74,0.98,1.3\}$ بدست می‌آیند.

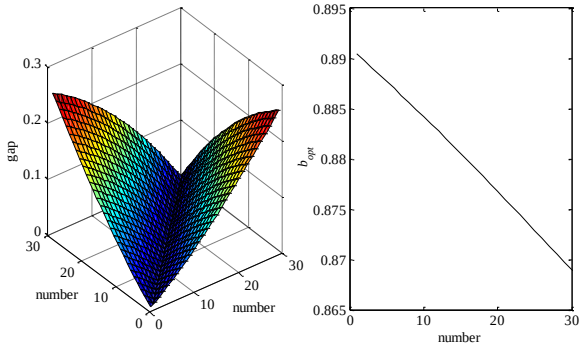
برای اجرای الگوریتم ارائه شده در این پژوهش، مدل محلی بدست آمده به ازای کوچکترین b_{opt} مورد توجه قرار می‌گیرد و با استفاده از روش LQR فیدبک حالت طراحی می‌شود. کوچکترین مقدار b_{opt} به ازای $m_1 = 0.98$ اتفاق می‌افتد. ماتریس‌های سیستم در این نقطه عبارت هستند از

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1.02 & 1.02 & -0.102 & 0.102 \\ 1 & -1.15 & 0.1 & -0.2 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1.02 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

با در نظر گرفتن ماتریس‌های $Q = \text{diag}\{[1\ 1\ 1\ 1]\}$ و $R = 1$ بهره فیدبک حالت به صورت $K = [1.21\ \ -0.02\ \ 1.81\ \ 0.91]$ بدست می‌آید. منحنی‌های اصلاح شده $\bar{b}_{opt}$ و فاصله میان مدل‌های محلی جدید در شکل ۴ نشان داده شده است.

با دقت در شکل ۴ مشاهده می‌شود که مقادیر آستانه پایداری بیشینه برای سیستم اصلاح شده $\dot{x} = A(\theta_p)x + B(\theta_p)(-Kx + \bar{u})$ دارای مقادیری در محدوده $\bar{b}_{opt} \in [0.87\ \ 0.89]$ هستند که نسبت به حالت قبل $b_{opt} \in [0.34\ \ 0.36]$ افزایش تقریباً سه برابری داشته است. با اجرای الگوریتم انتخاب مجموعه مدل‌های محلی برای سیستم اصلاح شده، مدل نامی به ازای تنها $m_1 = 1.09$ بدست می‌آید که در این نقطه ماتریس‌های سیستم عبارت هستند از

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.92 & 0.92 & -0.09 & 0.09 \\ 1 & -1.15 & 0.1 & -0.2 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.92 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

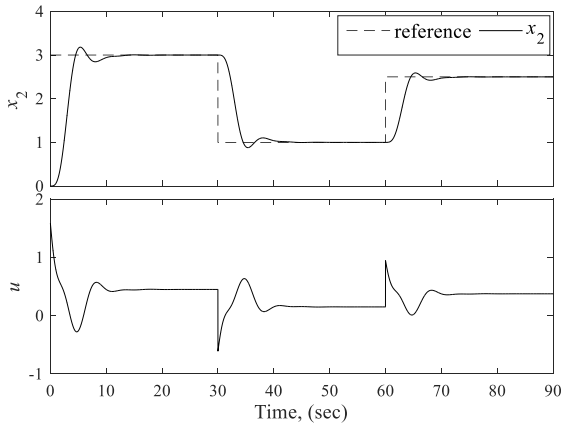


شکل ۴: فاصله میان مدل‌های محلی اصلاح شده (چپ) و منحنی $\bar{b}_{opt}$ برای سیستم (۱۹) (راست).

برای ردیابی ورودی مرجع، کنترل‌کننده با ساختار ساده PI ($K(s) = k_p + \frac{k_i}{s}$) مورد استفاده قرار می‌گیرد. کنترل‌کننده محلی بر اساس مدل محلی بدست آمده در $m_1 = 1.09$ برای سیستم اصلاح شده تنظیم می‌شود. برای تنظیم ضرایب کنترل‌کننده از روش بهینه‌سازی و تابع هزینه زیر استفاده شده است.

$$\text{ITAE} = \int_0^\infty t|e(t)|dt \qquad (۲۳)$$

پس از انجام بهینه‌سازی، ضرایب کنترل‌کننده به صورت $k_p = 0.53$ و $k_i = 0.52$ بدست می‌آیند. شکل ۵ نتایج شبیه‌سازی را برای ردیابی ورودی مرجع نشان می‌دهد. با دقت در شکل ۵ مشاهده می‌شود که سیستم (۱۹) در حالت نامی ($m_1 = 1.09$) توانسته است ورودی مرجع را با حداکثر بالازدگی 5% و با زمان نشست 10.7 ثانیه ردیابی کند. همچنین ورودی کنترل نیز روان و قابل دسترس است.

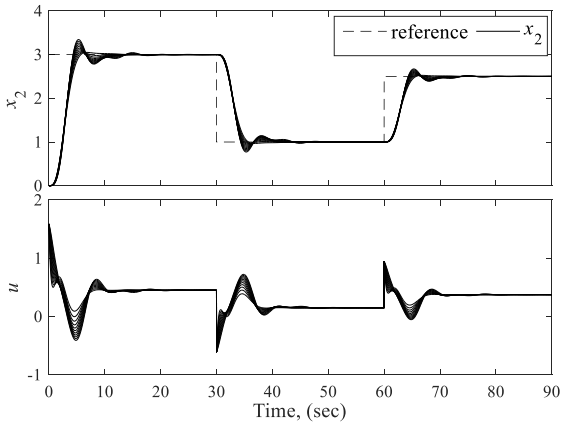


شکل ۵: ردیابی ورودی مرجع در حالت نامی ($m_1 = 1.09$).

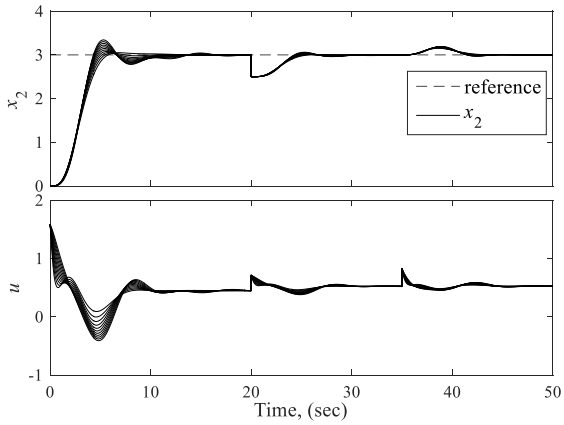
حال برای بررسی عملکرد کنترل‌کننده طراحی شده، آن را به سیستم (۱۹) در مقادیر مختلف m_1 اعمال می‌کنیم و ردیابی ورودی مرجع را در این حالت‌ها مورد بررسی توجه قرار می‌دهیم. نتیجه این شبیه‌سازی در شکل ۶ نشان داده شده است. با دقت در شکل ۶ مشاهده می‌شود که سیستم MSD توانسته است ورودی مرجع را در بدترین حالت با حداکثر بالازدگی 10% و زمان نشست 13 ثانیه دنبال کند. همچنین در تمامی حالت‌ها سیگنال ورودی کنترل بسیار روان و قابل دسترس است. نتیجه اعمال اغتشاش‌های ورودی و خروجی در شکل ۷ نشان داده شده است.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-04]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1396.11.2.3.2]

اغتشاش خروجی با دامنه $0.5-$ در ثانیه بیستم و اغتشاش ورودی با دامنه 0.3 در ثانیه ۳۵ام به سیستم اعمال شده‌اند.



شکل ۶: ردیابی ورودی مرجع برای مقادیر مختلف m_1 $(0.5 \le m_1 \le 1.5)$.



شکل ۷: دفع اثر اغتشاش ورودی و خروجی برای مقادیر مختلف m_1 $(0.5 \le m_1 \le 1.5)$.

برای بررسی بهتر موضوع، نتیجه اعمال اغتشاش برای مقادیر مختلف m_1 بررسی شده است. مشاهده می‌شود که کنترل‌کننده طراحی شده توانسته است در مدت زمان مناسبی و با بالازدگی کوچکی اثر اغتشاش را به خوبی دفع کند. همچنین ورودی کنترلی اعمال شده به سیستم مناسب بوده و روان می‌باشد. بدین‌ترتیب کنترل‌کننده طراحی شده با استفاده از الگوریتم ارائه شده در این پژوهش در کنار تضمین پایداری سیستم حلقه‌بسته، عملکرد مناسبی را ارائه داده است. از سوی دیگر، تنها یک مدل محلی برای طراحی کنترل‌کننده نیاز است که تاثیر بسزایی در کاهش حجم محاسبات دارد. نکته دیگری که لازم است توجه شود سادگی کنترل‌کننده طراحی شده است. بدین‌ترتیب کنترل‌کننده LQR+PI ارائه شده در این پژوهش عملکرد مناسبی را ارائه داده است.

۵- نتیجه‌گیری

روش مدل‌های چندگانه روشی مناسب برای مقابله با عدم‌قطعیت و غیرخطی بودن سیستم است. این روش بدلیل استفاده از روش‌های کنترل مبتنی بر سیستم‌های خطی، به ابزاری مناسب در میان محققین بدل شده است. مهم‌ترین نکته در این روش انتخاب مناسب مدل‌های محلی و ترکیب درست آن‌ها است. در این پژوهش، انتخاب مجموعه مدل‌های محلی برای سیستم‌های خطی دارای عدم‌قطعیت مدنظر واقع شده است. در همین راستا، روشی با عملکرد بهتر برای انتخاب مدل‌های محلی مبتنی بر پایداری ارائه شده است. همچنین برای کاهش تعداد مدل‌های محلی ایده اصلاح آستانه پایداری بیشینه معرفی شده است. برای این منظور، پیشنهاد شده است که از روش طراحی فیدبک حالت استفاده گردد. در سیستم اصلاح شده، آستانه پایداری مدل‌های محلی به عنوان معیار دسته‌بندی مورد استفاده واقع شده است. نمونه شبیه‌سازی شده به خوبی نشان می‌دهد که روش اصلاحی تاثیر بسزایی در تعداد مدل‌های محلی و متناظراً حجم محاسبات دارد. برای ردیابی ورودی مرجع، کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی طراحی شده است که البته می‌توان از دیگر استراتژی ها نیز استفاده نمود. مجموعه کنترل‌کننده طراحی شده، پایداری سیستم اصلی و کاهش تعداد مدل‌های محلی را تضمین می‌دهد.

مراجع

[1] R. Murray-Smith and T. Johansen, Multiple-Model Approaches to Nonlinear Modelling and Control, Taylor & Francis, 1997.

[2] M. Rewienski and J. White, "A trajectory piecewise-linear approach to model order reduction and fast simulation of nonlinear circuits and micromachined devices," IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, vol. 22, no. 2, pp. 155-170, 2003.

[3] M. Rewienski and J. White, "Model order reduction for nonlinear dynamical systems based on trajectory piecewise-linear approximations," Linear Algebra and its Applications, vol. 415, pp. 426-454, 2006.

[4] L. Chen and F. Liu, "Recursive parameter identification for fermentation processes with the multiple model technique," Applied Mathematical Modelling, vol. 36, pp. 2275-2285, 2012.

[5] G. Angelis, System Analysis, Modelling and Control with Polytopic Linear Models, PHD Thesis, Eindhoven University of Technology, Eindhoven, 2001.

[6] W. Chen, J. Sun, C. Chen, and J. Chen, "Adaptive control of a class of nonlinear systems using multiple models with smooth controller," International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2013.

[7] J. Du and T.A. Johansen, "Integrated multimodel control of nonlinear systems based on gap metric and stability margin," Industrial & Engineering Chemistry Research, vol. 53, no. 24, pp. 10206-10215, 2014.

[8] J. Du, C. Song, and P. Li, "Multilinear model control of Hammerstein-like systems based on an included angle dividing method and the MLD-MPC strategy," Industrial & Engineering Chemistry Research, vol. 48, no. 8, pp. 3934-

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-04]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1396.11.2.3.2]

reduced dimension by the Loop Shaping Design Procedure and decomposition based on Laguerre functions," Transactions of the Institute of Measurement and Control, pp. 1-25, 2015.

[22] A.A. Haj Salah, T. Garna J. Ragot, and H. Messaoud, "Transition and control of nonlinear systems by combining the loop shaping design procedure and the gap metric theory," Transactions of the Institute of Measurement and Control, pp. 1-17, 2015.

[23] O. Galán, J.A. Romagnoli, A. Palazoğlu, and Y. Arkun, "Gap metric concept and implications for multilinear model-based controller design," Industrial & Engineering Chemistry Research, vol. 42 ,pp. 2189-2197, 2003.

[24] W. Tan, H.J. Marquez, T. Chen, and J. Liu, "Multimodel analysis and controller design for nonlinear processes," Computers & Chemical Engineering, vol. 28, pp. 2667-2675, 2004.

[25] X.R. Li, "Multiple-model estimation with variable structure: some theoretical considerations," in Proceedings of the 33rd IEEE Conference on Decision and Control, vol.2, pp. 1199-1204, 1994.

[26] J. Du, C. Song, and P. Li, "Application of gap metric to model bank determination in multilinear model approach," Journal of Process Control, vol. 19, no. 2, pp. 231-240, 2009.

[27] J. Du, C. Song, Y. Yao, and P. Li, "Multilinear model decomposition of mimo nonlinear systems and its implication for multilinear model-based control," Journal of Process Control, vol. 23, no. 3, pp. 271-281, 2013.

[28] J. Du, C. Song, and P. Li, "Multimodel control of nonlinear systems: An integrated design procedure based on gap metric and H_∞ loop shaping," Industrial & Engineering Chemistry Research, vol. 51, no. 9, pp. 3722-3731, 2012.

[29] H. Mahdianfar, S. Ozgoli, and H.R. Momeni, "Robust multiple model adaptive control: Modified using ν-gap metric," International Journal of Robust and Nonlinear Control, vol. 21, pp. 2027-2063, 2011.

[30] A. El-Sakkary, "The gap metric: Robustness of stabilization of feedback systems," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 30, pp. 240-247, 1985.

[31] K. Zhou and J.C. Doyle, Essentials of Robust Control, Prentice Hall, 1998.

[32] J. Du and T.A. Johansen, "Integrated multilinear model predictive control of nonlinear systems based on gap metric," Industrial & Engineering Chemistry Research, vol. 54, pp. 6002-6011, 2015.

[33] X. Tao, D. Li, Y. Wang, N. Li, and S. Li, "Gap metric based multiple model predictive control with polyhedral stability region," Industrial & Engineering Chemistry Research, 2015.

3943, 2009.

[9] A.A. Jalali and H. Golmohammad, "An optimal multiple-model strategy to design a controller for nonlinear processes: A boiler-turbine unit," Computers & Chemical Engineering, vol. 46, pp. 48-58, 2012.

[10] L. Özkan and M.V. Kothare, "Stability analysis of a multi-model predictive control algorithm with application to control of chemical reactors," Journal of Process Control, vol. 16, no. 2, pp. 81-90, 2006.

[11] K.S. Narendra and A.M. Annaswamy, Stable Adaptive Systems, Dover Publications, 2012.

[12] K.S. Narendra and Z. Han, "The changing face of adaptive control: The use of multiple models," Annual Reviews in Control, vol. 35, no. 1, pp. 1-12, 2011.

[13] K.S. Narendra and H. Zhuo, "Location of models in multiple-model based adaptive control for improved performance," in American Control Conference (ACC), pp. 117-122, 2010.

[14] K.S. Narendra and H. Zhuo, "Discrete-time adaptive control using multiple models," in American Control Conference (ACC), pp. 2921-2926, 2011.

[15] Y.Y. Guo and B. Jiang, "Multiple model-based adaptive reconfiguration control for actuator fault," Acta Automatica Sinica, vol. 35, pp. 1452-1458, 2009.

[16] R. Hallouzi, Multiple-Model Based Diagnosis for Adaptive Fault-Tolerant Control, PHD Thesis, Mechanical Maritime and Materials Engineering, Delft University of Technology, Netherlands, 2008.

[17] N. Meskin, E. Naderi, and K. Khorasani, "A multiple model-based approach for fault diagnosis of jet engines," IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 21, pp. 254-262, 2013.

[18] M. Rodrigues, M. Sahnoun, D. Theilliol, and J.C. Ponsart, "Sensor fault detection and isolation filter for polytopic LPV systems: A winding machine application," Journal of Process Control, vol. 23, no. 6, pp. 805-816, 2013.

[19] S.M. Kargar, K. Salahshoor, and M.J. Yazdanpanah, "Integrated nonlinear model predictive fault tolerant control and multiple model based fault detection and diagnosis," Chemical Engineering Research and Design, vol. 92, no. 2, pp. 340-349, 2014.

[20] C. Song, B. Wu, J. Zhao, and P. Li, "An integrated state space partition and optimal control method of multi-model for nonlinear systems based on hybrid systems," Journal of Process Control, vol. 25, pp. 59-69, 2015.

[21] A.A. Haj Salah, T. Garna J. Ragot, and H. Messaoud, "Synthesis of a robust controller with

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-04]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1396.11.2.3.2]