مجله کنترل
ISSN 2008-8345
جلد ۱۰، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۵، صفحه ۷۲-۵۵

تطبیق کوواریانس‌های نویز فیلتر کالمن توسعه یافته در ردیابی هدف از روی سمت به روش بازگشتی غیرمستقیم

مقداد محمدی[۱]، حسین قلی زاده نرم[۲]

[۱] فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی شاهرود، meghdad.mohammadi@yahoo.com

[۲] دانشیار، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی شاهرود، gholizade@shahroodut.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۵/۳/۱، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۵/۶/۲)

چکیده: این مقاله یک روش بازگشتی برای تعیین ماتریس‌های کوواریانس نویز سیستم و اندازه‌گیری در فیلتر کالمن توسعه یافته در کاربرد ردیابی هدف از روی سمت ارائه می‌دهد. یکی از ملزومات فیلترهای کالمن اطلاع داشتن از ماتریس‌های کوواریانس نویز سیستم و اندازه‌گیری است. درصورت انتخاب نامناسب آنها عملکرد فیلتر تحت تأثیر قرار می‌گیرد و حتی امکان واگرایی آن هم وجود دارد. در این مقاله ساختاری بازگشتی برای تطبیق کوواریانس‌ها ارائه می‌شود که برخلاف روش‌های مرسوم به جای تطبیق مستقیم ماتریس‌های کوواریانس، پارامترهای ساختار براساس قاعده‌ی تطبیق شدیدترین فرود اصلاح می‌شود. این کار قابلیت اعتماد روش تطبیقی را افزایش می‌دهد و شرط نامنفی بودن برخی از عناصر ماتریس‌های کوواریانس را برطرف می‌نماید. برای ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی سناریوی ردیابی هدف از روی سمت در نظر گرفته می‌شود. برای مقایسه روش پیشنهادی از سه روش مرسوم تطبیق کوواریانس استفاده می‌شود که نتایج شبیه سازی قابلیت اعتماد بیشتر و کارایی برتر روش پیشنهادی را نشان می‌دهد.

کلمات کلیدی: تخمین حالت، فیلتر کالمن توسعه یافته، تطبیق کوواریانس، ردیابی از روی سمت.

Adaptation of the Noise Covariance in Extended Kalman Filter Applied on Bearing Only Target Tracking Using Indirect Recursive Method

Meghdad Mohammadi, HosseinGholizade-Narm

Abstract: This paper proposes a recursive method to determine the process and measurement noise covariance matrix in the extended Kalman filter in application of bearing-only target tracking. One of the requirements of Kalman filters is knowledge of process and measurement noise covariance matrices. If the inappropriate choice of covariance, the filter performance is affected and even there is the possibility of divergence. In this paper, a recursive structure to adapting noise covariance is presented that unlike the conventional methods, instead of direct adapting covariance matrices, based on steepest descent adapting rule structure parameters are adapted. This increases the reliability of the adaptive method and non-negative condition of some of covariance matrix elements to be resolved. To evaluate the performance of proposed method, the bearing-only target tracking scenario is considered. To compare the proposed approach, three adaptive covariance common methods is used that simulation results show that the reliability and efficiency of the proposed method.

Keywords: State Estimation, Extended Kalman Filter, Covariance Adaptation, Bearing only Tracking.

۱- مقدمه

تخمین حالت در سیستم‌های دینامیکی غیرخطی یکی از مهم‌ترین زمینه‌های تحقیقاتی در دهه‌های اخیر است. فیلتر کالمن توسعه یافته (EKF) یک فیلتر کلاسیک است که با خطی‌سازی سیستم غیرخطی و تقریب مرتبه اول بسط تیلور آن، براساس الگوریتم فیلتر بهینه کالمن، حالت سیستم را تخمین می‌زند. در روش‌های فیلتر کالمن نویز سیستم و نویز اندازه‌گیری، با توزیع نرمال و میانگین صفر فرض می‌شود. برای کارکرد مناسب این فیلترها علاوه بر دانستن گشتاور[1] اول نویزها به گشتاور دوم یا کوواریانس[2] آنها نیاز است. به علت ماهیت نویز در حالت کلی روشی برای تعیین گشتاور دوم نویزها وجود ندارد که در اغلب موارد با در نظر گرفتن کرانی برای این گشتاور، مقدار آن را حدس می‌زنند [۱]. انتخاب نامناسب کوواریانس نویزها باعث عملکرد نامناسب و حتی موجب واگرایی در فیلتر بهینه کالمن می‌شود [۲]. این موضوع در فیلترهای زیر بهینه‌ی EKF که برای سیستم‌های غیرخطی به کار می‌رود به علت تقریب در ذات مسئله، موجب دوچندان شدن مشکل می‌شود. در دهه‌های اخیر برای غلبه بر نامعین بودن این کوواریانس‌ها دو دسته عمده فیلتر ارائه شده است: یکی فیلترهای مقاوم[3] و دیگری فیلترهای تطبیقی[4] است. اگرچه فیلترهای مقاوم دارای مزیت‌های زیادی از جمله مقاوم بودن، مستقل از مشخصات نویزی و سادگی جهت تنظیم پارامترها می‌باشد، اما دقت پایین این نوع فیلترها یک ضعف اساسی محسوب می‌شود. اما در فیلترهای تطبیقی هم‌زمان با تخمین حالت، پارامترهای نامعین به گونه‌ای اصلاح می‌شوند تا خطای تخمین حالت کاهش یابد [۳، ۴].

الگوریتم‌های تطبیقی برای اصلاح کوواریانس‌های نویز به چهار دسته عمده روش‌های بیزین[5]، روش‌های بیشترین همانندی[6]، روش‌های امتحان همبستگی[7] و روش‌های تطبیق کوواریانس[8] تقسیم می‌شود [۲]. در مرجع [۵] برای تطبیق هم‌زمان کوواریانس‌های نویز سیستم و اندازه‌گیری، از روش بازگشتی Sage-Husa که براساس معیار بیشترین همانندی است، استفاده کرده است. تطبیق کوواریانس نویز سیستم از روش Sage-Husa صورت می‌گیرد و اگر خطای کالیبره‌سازی در حس‌گر رخ دهد اصلاح کوواریانس نویز اندازه‌گیری انجام می‌گیرد. این روش تطبیق حساسیت زیادی به ضریب تطبیق دارد. در برخی مراجع از روش‌های بهینه‌سازی خارج از خط برای یافتن ضریب تطبیق استفاده شده است. یکی دیگر از روش‌های شناسایی کوواریانس نویز اندازه‌گیری بهره بردن از روش‌های بهینه‌سازی است. به این گونه که به‌صورت خارج از خط و براساس روش‌های بهینه‌سازی این کوواریانس پیدا می‌شود و مطابق با آن فیلتر وظیفه‌ی خود را انجام می‌دهد [۶]. این نوع روش‌ها برای شناسایی کوواریانس نویز سیستم ناتوان هستند. مرجع [۷] براساس قاعده تطبیق MIT کوواریانس نویز سیستم را تطبیق می‌دهد که یکی از بزرگ‌ترین ضعف‌های آن حجم بالای محاسبات است. در این روش تضمینی بر مثبت بودن داریه‌های قطری کوواریانس‌ها وجود ندارد و این موضوع منجر به خطا در عملکرد فیلترهای کالمن می‌شود. در مرجع [۸] برای تطبیق کوواریانس‌های نویز از منطق فازی استفاده کرده است. شیوه‌ی تعیین گروه‌های فازی و تعداد قوانین و حجم محاسبات از چالش‌های این روش است. در این مرجع تضمینی بر مثبت بودن برخی از درایه‌های ضروری کوواریانس‌ها وجود ندارد. در مرجع [۹] دو روش براساس روش بیشترین همانندی برای شناسایی این کوواریانس‌ها ارائه‌شده است. در روش اول تابع همانندی براساس دنباله‌ی ابداع[9] ساخته می‌شود سپس با استفاده از روش‌های بهینه‌سازی براساس گرادیان، تابع موردنظر بهینه می‌شود. در روش دوم یک تابع توأم همانندی براساس حالت سیستم و اندازه‌گیری ارائه می‌شود و با استفاده از الگوریتم ماکزیمم‌سازی میانگین، کوواریانس را تخمین می‌زند. در مرجع [۱۰] به‌منظور شناسایی کوواریانس‌های نویز سیستم و اندازه‌گیری ابتدا روش حداقل مربعات خودهمبستگی متغیر بازمان خطی[10] را معرفی می‌کند، سپس با خودهمبستگی بین داده‌ها در بازه‌های زمانی متفاوت کوواریانس نویز سیستم غیرخطی را تخمین می‌زند. مرجع [۱۱] با معلوم فرض کردن نویز اندازه‌گیری روشی را برای سیستم‌های خطی نامتغیر با زمان ارائه کرده است که به خوبی کوواریانس نویز سیستم تخمین زده می‌شود. در این مرجع روشی بازگشتی برای محاسبه‌ی کوواریانس یک بردار تصادفی از روی اندازه‌گیری‌های تصادفی ارائه می‌دهد و با استفاده از این روش کوواریانس نویز سیستم خطی را تخمین می‌زند. در صورتی که بتوان یک سیستم غیرخطی را با تقریب مرتبه اول تیلور خطی‌سازی کرد، شرط معکوس‌پذیری از سمت چپ ماتریس اندازه‌گیری بزرگ‌ترین ضعف این روش است چرا که در بیشتر مواقع این شرط برقرار نیست. مرجع [۱۲] ماتریس نویز سیستم را معلوم فرض کرده است و تخمین توأم حالت و کوواریانس نویز اندازه‌گیری متغیر بازمان را انجام می‌دهد. این مرجع به علت حجم بالای محاسباتی روشی برای تخمین کوواریانس نویز سیستم ارائه نکرده است. مرجع [۱۳] تطبیق هم‌زمان کوواریانس‌های نویز سیستم و اندازه‌گیری را با استفاده از قواعد فازی پیاده‌سازی کرده است. ورودی سیستم فازی کوواریانس دنباله ابداع و میانگین این دنباله است. شیوه و منطق انتخاب بهینه پارامترهای توابع تعلق و متغیر بودن آن برای کاربردهای متفاوت یکی ضعف‌های این روش است.

در این مقاله برای غلبه بر نامعینی ماتریس‌های کوواریانس نویز سیستم (Q) و کوواریانس نویز اندازه‌گیری (R) ساختاری جدید ارائه می‌شود. وقتی که ماتریس‌های کوواریانس R و Q دقیق نباشد، بر روی رفتار فیلتر و نحوه‌ی تخمین حالت‌ها تاثیر می‌گذارد که این تاثیر را می-

[1] Moment
[2] Covariance
[3] Robust
[4] Adaptive
[5] Bayesian
[6] Maximum Likelihood
[7] Correlation Test
[8] Covariance Matching
[9] Innovation Sequence
[10] Linear Time Varying Autocovariance Least Squares

توان در کوواریانس دنباله ابداع پیدا کرد. بنابراین با بررسی کوواریانس دنباله ابداع می‌توان راهکاری برای تشخیص کوواریانس‌های نویز اشتباه و همچنین الگوریتمی برای تنظیم آن ارائه داد. در این مقاله ابتدا یک تابع هزینه از کوواریانس دنباله ابداع ساخته می‌شود، سپس روشی برای تطبیق ماتریس‌های R و Q ارائه می‌شود به طوری که در جهت کاهش این تابع هزینه باشد. در ساختار پیشنهادی به جای آنکه مستقیماً ماتریس‌های R و Q تطبیق داده شود ابتدا برای هر کدام از عناصر این ماتریس‌ها یک ساختار بازگشتی درنظرگرفته می‌شود، سپس با تطبیق پارامترهای این ساختار ماتریس‌های کوواریانس R و Q تنظیم می‌شوند. این ساختار به گونه‌ای ارائه می‌شود که علاوه بر تطبیق ماتریس‌های R و Q، برای جلوگیری از خطا در عملکرد فیلتر، عناصر قطری این ماتریس‌ها بصورت نامنفی محاسبه می‌شوند. روش پیشنهادی برای تمام فیلترهای گوسی قابل پیاده‌سازی است که در اینجا برای فیلتر کالمن توسعه یافته به کار گرفته می‌شود. در انتها برای ارزیابی عملکرد روش تطبیقی پیشنهادی ابتدا با معرفی ردیابی از روی سمت، این روش با سه روش مرسوم در تطبیق ماتریس کوواریانس‌های نویز مورد مقایسه قرار می‌گیرد.

در این مقاله ابتدا مروری مختصر بر فیلتر کالمن توسعه یافته می‌شود. در ادامه تعریف تابع هزینه، انتخاب ساختار پیشنهادی و چگونگی استخراج معادلات تطبیق پارامترها بررسی می‌شود. بعد از آن معادلات حرکت و اندازه‌گیری از روی سمت بیان می‌شود. در آخر هم شبیه سازی و نتیجه‌گیری در بخش‌های مجزا خواهد آمد.

۲- فیلتر کالمن توسعه یافته

در حالت کلی یک سیستم دینامیکی با معادلات اندازه‌گیری با نویز جمع شونده بصورت روابط بازگشتی زیر معرفی می‌شود [۱۴].

$$\begin{aligned} X_k &= f_{k-1}(X_{k-1}) + u_{k-1} + w_{k-1} \\ Z_k &= h_k(X_k) + v_k \end{aligned} \qquad (۱)$$

که X_k بردار حالت سیستم با بعد n، u_k ورودی سیستم و Z_k خروجی سیستم با بعد m در گام زمانی k است. $f_k(\cdot)$ و $h_k(\cdot)$ به ترتیب توابع غیرخطی سیستم و اندازه‌گیری در گام زمانی k است. w_k و v_k بردار نویز سیستم و نویز اندازه‌گیری که به ترتیب هم بعد با بعد بردار حالت سیستم و بعد بردار اندازه‌گیری می‌باشند. در اینجا فرض می‌شود که نویزها دارای توزیع گوسی، مستقل از هم و مستقل از شرایط اولیه‌ی بردار حالت می‌باشد. کوواریانس مربوط به بردار نویز سیستم بصورت $Q_k = E\{w_k w_k'\}$ و کوواریانس مربوط به بردار نویز اندازه‌گیری بصورت $R_k = E\{v_k v_k'\}$ می‌باشد. برای تخمین حالت X_k از روی مشاهدات Z_k در معادلات (۱) با استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته بطور کلی دو مرحله‌ی پیش‌بینی و به روز رسانی بیان می‌شود. درصورتی که معادلات غیرخطی با استفاده از تقریب مرتبه اول بسط تیلور تقریب زده شود، می‌توان گام‌های پیش‌بینی و به روز رسانی را طبق روابط بازگشتی فیلتر بهینه کالمن بصورت زیر مطرح کرد [۱، ۱۴]:

- پیش بینی:

$$F_k = \left.\frac{\partial f_{k-1}}{\partial x}\right|_{x=\hat{X}_{k-1}} \qquad (۲)$$

$$\hat{X}_{k|k-1} = F_k \hat{X}_{k-1} + u_{k-1} \qquad (۳)$$

$$P_{k|k-1} = F_k P_{k-1} F_k' + Q_{k-1} \qquad (۴)$$

که $\hat{X}_{k|k-1}$ و $P_{k|k-1}$ به ترتیب تخمین بردار حالت و کوواریانس خطای تخمین قبل از اندازه‌گیری است.

- به روزرسانی:

$$H_k = \left.\frac{\partial h_k}{\partial x}\right|_{x=\hat{X}_{k|k-1}} \qquad (۵)$$

$$S_{k|k-1} = H_k P_{k|k-1} H_k' + R_k \qquad (۶)$$

$$K_k = P_{k|k-1} H_k (S_{k|k-1})^{-1} \qquad (۷)$$

$$\hat{Z}_{k|k-1} = h_k(\hat{X}_{k|k-1}) \qquad (۸)$$

$$\hat{X}_k = \hat{X}_{k|k-1} + K_k (Z_k - \hat{Z}_{k|k-1}) \qquad (۹)$$

$$P_{k-1} = (I - K_k H_k) P_{k|k-1} \qquad (۱۰)$$

که $\hat{X}_k$ و P_{k-1} به ترتیب تخمین بردار حالت و کوواریانس خطای تخمین آن بعد از اندازه‌گیری، K_k بهره فیلتر و $\hat{Z}_{k|k-1}$ و $S_{k|k-1}$ به ترتیب تخمین اندازه‌گیری و کوواریانس خطای تخمین آن است.

۳- تطبیق کوواریانس های نویز

در فیلترهای کالمن باید از ماتریس کوواریانس نویز سیستم (Q) و ماتریس کوواریانس نویز اندازه‌گیری (R) اطلاع داشت. ماتریس R عکس میزان دقت اندازه‌گیری را نشان می‌دهد. افزایش این ماتریس به این معنی است که اعتماد به داده‌های اندازه‌گیری کم است و تأثیر داده‌های اندازه‌گیری بر به روزکردن حالت‌ها کمتر می‌شود. ماتریس Q عکس میزان دقت مدل سیستم را نشان می‌دهد. افزایش این ماتریس به این معنی است که اعتماد به مدل سیستم کم است و تأثیر داده‌های اندازه‌گیری بر به روزکردن حالت‌ها بیشتر می‌شود. در صورتی که کوواریانس‌های R و Q صحیح باشد، در فیلتر بهینه کالمن، بهره‌ی K طبق رابطه‌ی (۷) بصورت بهینه محاسبه می‌شود. هرچه R و Q از مقدار حقیقی خودش فاصله داشته باشد، بهره‌ی K نامناسب‌تر است که این مسئله فرایند تخمین حالت در رابطه‌ی (۹) را با مشکل مواجه می‌کند. همین رفتار برای فیلتر زیر بهینه EK متصور است. برای مقابله با این مشکل روش‌های متفاوتی ارائه شده است که یک دسته عمده آن روش‌های تطبیقی است. در این روش‌ها هم‌زمان با تخمین حالت، کوواریانس‌های R و Q به

صورت روابط بازگشتی با منطق خاصی اصلاح می‌شوند تا خطای تخمین حالت کاهش یابد. یکی از روش‌های معروف تطبیقی روش‌های مبتنی بر دنباله ابداع است. در این روش‌ها از مقایسه‌ی دو کوواریانس واقعی و تخمینی مربوط به دنباله ابداع، راهکاری برای اصلاح کوواریانس‌های R و Q پیشنهاد می‌کنند.

۳-۱- روش‌های تطبیق کوواریانس مبتنی بر دنباله ابداع

به منظور ارائه راهکاری برای غلبه بر نامعینی کوواریانس‌های نویز، ابتدا دنباله ابداع بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$r_k^z \overset{\Delta}{=} Z_k - \hat{Z}_{k|k-1} \qquad (۱۱)$$

اگر عملکرد فیلتر بهینه باشد این دنباله یک نویز گوسی است که کوواریانس این دنباله از متوسط‌گیری روی تعداد خاصی (M) از این دنباله طبق رابطه‌ی زیر تقریب زده می‌شود [۲]:

$$C_k^r = \frac{1}{M}\sum_{i=k-M+1}^{k} r_i^z r_i^{z'} \qquad (۱۲)$$

در فیلترهای کالمن توسعه یافته فرض می‌شود که این دنباله دارای میانگین صفر و کوواریانس آن مشابه رابطه (۱۲) محاسبه می‌شود. رابطه‌ی (۱۲) به عنوان تقریب کوواریانس دنباله ابداع شناخته می‌شود. از طرف دیگر رابطه (۶) و (۱۱) بیانگر این حقیقت است که:

$$E\{r_i^z r_i^{z'}\} = S_{k|k-1} \qquad (۱۳)$$

به این معنی که رابطه (۱۳) تخمین کوواریانس دنباله ابداع است. رابطه (۱۲) کوواریانس واقعی و رابطه (۱۳) کوواریانس نظری دنباله ابداع نامیده می‌شود و می‌توان نوشت $S_{k|k-1} \approx C_k^r$. در صورت انتخاب نامناسب کوواریانس Q یا R این دو کوواریانس ابداع متفاوت از هم می‌باشند. در روش‌های مبتنی بر دنباله ابداع هدف این است که با تنظیم Q و R این اختلاف به حداقل برسد [۱۵]. بنابراین با انتخاب تابع هزینه‌ای از مربع تفاضل کوواریانس‌ها، روشی پیشنهاد می‌شود تا این تابع هزینه را کمینه کند. تابع هزینه مدنظر بصورت زیر بیان می‌شود:

$$J_k = \frac{1}{2} tr\left\{(S_{k|k-1} - C_k^r)^2\right\} \qquad (۱۴)$$

$tr\{\cdot\}$ به معنی جمع عناصر روی قطر اصلی ماتریس است. از آن جایی که $S_{k|k-1} - C_k^r$ متقارن است درنتیجه می‌توان گفت که $tr\{(S_{k|k-1} - C_k^r)^2\}$ جمع مربعات تمام عناصر $S_{k|k-1} - C_k^r$ است. در صورتی تابع هزینه صفر می‌شود که این دو کوواریانس برابر باشند.

۳-۲- روش پیشنهادی برای تطبیق R و Q

وقتی کوواریانس‌های نویز سیستم و اندازه‌گیری با مقدار حقیقی خود متفاوت باشد، بین کوواریانس دنباله ابداع تخمینی و کوواریانس واقعی آن اختلاف ایجاد می‌شود. بنابراین در صورتی که در عملکرد فیلتر کالمن عدم تطابقی بین این دو کوواریانس دنباله ابداع ایجاد شد، می‌توان نتیجه گرفت که یکی یا هر دو کوواریانس سیستم و اندازه‌گیری با کوواریانس حقیقی خودش متفاوت است. در مراجع [۸] و [۱۳] دو ساختار فازی برای اصلاح R و Q ارائه شده است که منطق کلی برای تطبیق R و Q بصورت $R_k = R_{k-1} + \Delta_k$ و $Q_k = Q_{k-1} + \Omega_k$ است. در این دو تساوی Δ_k و Ω_k خروجی یک سیستم فازی است که براساس ورودی و توابع تعلق اختصاص یافته ساخته می‌شود و از آن برای اصلاح R و Q استفاده می‌شود. شیوه‌ی انتخاب بهینه توابع تعلق، مراکز و تعداد قوانین از چالش‌های این روش است. برای انتخاب این مراکز معمولا بصورت خارج از خط با اجراهای متفاوت و با سعی و خطا این پارامترها انتخاب می‌شود. در اینجا ساختاری مشابه این دو ساختار پیشنهاد می‌شود با این تفاوت که شیوه‌ی انتخاب Δ_k و Ω_k براساس قاعده تطبیق شدیدترین فرود[1] انجام می‌گیرد و محدودیت‌های کمتری نسبت به روش فازی دارد. در این ساختار علاوه بر ضریب جمع شونده از یک ضریب بزرگنمایی برای اصلاح بهتر ارائه می‌شود.

اگر فرض شود $w_k = [w_{1,k}, w_{2,k}, ..., w_{n,k}]$ باشد که هرکدام از عناصر w_k ممکن است یک نویز مستقل یا وابسته باشد، آنگاه کوواریانس این بردار همان طور که گفته شد بصورت $Q_k = E\{w_k w_k'\}$ و یک ماتریس مربعی با بعد n است. تمام عناصر قطری این ماتریس واریانس‌های نویزهای $w_{i,k}$ است و دارای مقدار مثبت می‌باشد. همین موضوع برای ماتریس کوواریانس R نیز برقرار است. در روش فازی هیچ تضمینی بر نامنفی بودن عناصر قطری ماتریس کوواریانس‌ها وجود ندارد. در صورتی که هرکدام از این درایه‌ها منفی باشد ممکن است عملکرد فیلترهای غیرخطی با مشکل مواجهه می‌شود. در اینجا برای تضمین نامنفی بودن درایه‌های کوواریانس‌ها از قدر مطلق استفاده می‌شود. بنابراین ساختار پیشنهادی بصورت زیر مطرح می‌شود:

$$q_k = \left|\lambda_{q,k} q_{k-1} + \mu_{q,k}\right| \qquad (۱۵)$$

$$r_{k+1} = \left|\lambda_{r,k+1} r_k + \mu_{r,k+1}\right| \qquad (۱۶)$$

اگر $r_k^{l,o}$ و $q_k^{b,d}$ به ترتیب نشان‌گر عناصر $[l,o]$ و $[b,d]$ از ماتریس‌های R_k و Q_k باشد، برای اختصار در نوشتار $q_{k-1} = q_{k-1}^{b,d}$ و $r_k = r_k^{l,o}$ در نظر گرفته می‌شود. هدف مسئله این است به گونه‌ای ضرایب $\lambda_{q,k}$ ، $\mu_{q,k}$ ، $\lambda_{r,k+1}$ و $\mu_{r,k+1}$ اصلاح شوند که تابع هزینه (۱۴) کاهش یابد. برای این کار از قاعده‌ی تطبیق شدیدترین فرود استفاده می‌شود. براساس این قاعده شیوه‌ی تطبیق پارامترها بصورت زیر است:

$$\lambda_{r,k+1} = \lambda_{r,k} - \eta_k^R \frac{\partial J_k}{\partial \lambda_{r,k}} = \lambda_{r,k} - \eta_k^R \frac{\partial J_k}{\partial r_k}\frac{\partial r_k}{\partial \lambda_{r,k}} \qquad (۱۷)$$

[1] Steepest Decent

$$\mu_{r,k+1} = \mu_{r,k} - \eta_k^R \frac{\partial J_k}{\partial \mu_{r,k}} = \mu_{r,k} - \eta_k^R \frac{\partial J_k}{\partial r_k}\frac{\partial r_k}{\partial \mu_{r,k}} \quad (۱۸)$$

$$\lambda_{q,k} = \lambda_{q,k-1} - \eta_k^Q \frac{\partial J_k}{\partial \lambda_{q,k-1}} = \lambda_{q,k-1} - \eta_k^Q \frac{\partial J_k}{\partial q_{k-1}}\frac{\partial q_{k-1}}{\partial \lambda_{q,k-1}} \quad (۱۹)$$

$$\mu_{q,k} = \mu_{q,k-1} - \eta_k^Q \frac{\partial J_k}{\partial \mu_{q,k-1}} = \mu_{q,k-1} - \eta_k^Q \frac{\partial J_k}{\partial q_{k-1}}\frac{\partial q_{k-1}}{\partial \mu_{q,k-1}} \quad (۲۰)$$

η_k^R و η_k^Q پارامترهای آموزش نامیده می‌شود و بصورت تجربی انتخاب می‌شود. برای روابط بالا تساوی‌های زیر برقرار است:

$$\frac{\partial r_k}{\partial \lambda_{r,k}} = r_{k-1}\,\mathrm{sgn}(\lambda_{r,k} r_{k-1} + \mu_{r,k}) \quad (۲۱)$$

$$\frac{\partial r_k}{\partial \mu_{r,k}} = \mathrm{sgn}(\lambda_{r,k} r_{k-1} + \mu_{r,k}) \quad (۲۲)$$

$$\frac{\partial q_{k-1}}{\partial \lambda_{q,k-1}} = q_{k-2}\,\mathrm{sgn}(\lambda_{q,k-1} q_{k-2} + \mu_{q,k-1}) \quad (۲۳)$$

$$\frac{\partial q_{k-1}}{\partial \mu_{q,k-1}} = \mathrm{sgn}(\lambda_{q,k-1} q_{k-2} + \mu_{q,k-1}) \quad (۲۴)$$

که $\mathrm{sgn}(\cdot)$ تابع علامت است. برای محاسبه‌ی $\frac{\partial J_k}{\partial r_k}$ و $\frac{\partial J_k}{\partial q_{k-1}}$ از روابط بازگشتی فیلتر کالمن استفاده می‌شود و بصورت زیر مطرح می‌شود:

$$\frac{\partial J_k}{\partial r_k} = \frac{1}{2} tr\left(\frac{\partial (S_{k|k-1} - C_k^r)^2}{\partial r_k}\right) = tr\left(\left(\frac{\partial S_{k|k-1}}{\partial r_k} - \frac{\partial C_k^r}{\partial r_k}\right)(S_{k|k-1} - C_k^r)\right) \quad (۲۵)$$

با توجه به روابط (۶)، (۸) ، (۱۱) و (۱۲) نتایج زیر برقرار است:

$$\frac{\partial C_k^r}{\partial r_k} = 0 \quad (۲۶)$$

$$\frac{\partial S_{k|k-1}}{\partial r_k} = \frac{\partial R_k}{\partial r_k} \quad (۲۷)$$

که $\frac{\partial R_k}{\partial r_k}$ یک ماتریس مربعی با ابعاد m است و به جز درایه $[l,o]$ که یک است تمام درایه‌های آن صفر است.

مشابه قبل برای Q_{k-1}، $\frac{\partial J_k}{\partial q_{k-1}}$ بصورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\partial J_k}{\partial q_{k-1}} = \frac{1}{2} tr\left(\frac{\partial (S_k^r - C_k^r)^2}{\partial q_{k-1}}\right) = tr\left(\left(\frac{\partial S_k^r}{\partial q_{k-1}} - \frac{\partial C_k^r}{\partial q_{k-1}}\right)(S_k^r - C_k^r)\right) \quad (۲۸)$$

$$\frac{\partial C_k^r}{\partial q_{k-1}} = 0 \quad (۲۹)$$

$$\frac{\partial S_k^r}{\partial q_{k-1}} = H_k \frac{\partial Q_{k-1}}{\partial q_{k-1}} H_k' \quad (۳۰)$$

که $\frac{\partial Q_{k-1}}{\partial q_{k-1}}$ یک ماتریس مربعی با ابعاد n است و به جز درایه $[b,d]$ که یک است تمام درایه‌های آن صفر است. در نتیجه روابط نهایی برای تطبیق ضرایب بصورت زیر مطرح می‌شود:

$$\lambda_{r,k+1} = \lambda_{r,k} - \eta_k^R . r_{k-1} . \mathrm{sgn}(\lambda_{r,k} r_{k-1} + \mu_{r,k}) . tr\left(\left(\frac{\partial R_k}{\partial r_k}\right)(S_k^r - C_k^r)\right) \quad (۳۱)$$

$$\mu_{r,k+1} = \mu_{r,k} - \eta_k^R . \mathrm{sgn}(\lambda_{r,k} r_{k-1} + \mu_{r,k}) . tr\left(\left(\frac{\partial R_k}{\partial r_k}\right)(S_k^r - C_k^r)\right) \quad (۳۲)$$

$$\lambda_{q,k} = \lambda_{q,k-1} - \eta_k^Q . q_{k-2} . \mathrm{sgn}(\lambda_{q,k-1} q_{k-2} + \mu_{q,k-1}) . tr\left(H_k \frac{\partial Q_{k-1}}{\partial q_{k-1}} H'(S_k^r - C_k^r)\right) \quad (۳۳)$$

$$\mu_{q,k} = \mu_{q,k-1} - \eta_k^Q . \mathrm{sgn}(\lambda_{q,k-1} q_{k-2} + \mu_{q,k-1}) . tr\left(H_k \frac{\partial Q_{k-1}}{\partial q_{k-1}} H'(S_k^r - C_k^r)\right) \quad (۳۴)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود برای تطبیق دادن R و Q ابتدا پارامترهای ساختار (۱۵) و (۱۶) مطابق روابط (۳۱) تا (۳۴) بصورت بازگشتی اصلاح می‌شود و بعد از آن کوواریانس‌های R و Q براساس این ضرایب تطبیق داده می‌شود. از آن جایی که تطبیق R و Q بصورت غیرمستقیم و به وسیله‌ی تطبیق بازگشتی ضرایب ساختاری صورت می‌گیرد، این روش به روش تطبیق بازگشتی غیرمستقیم نام گذاری می‌شود.

۳-۳- الگوریتم تطبیق R و Q

منطق تطبیق ماتریس‌های R و Q در سه حالت متفاوت دسته بندی می‌شود. اول اینکه از ماتریس R اطلاع کامل وجود دارد و هدف تنظیم ماتریس Q است، یا اینکه ماتریس Q معلوم است و باید ماتریس R تصحیح گردد و در آخر اینکه هر دو ماتریس R و Q نامعلوم هستند و باید تطبیق داده شوند. شیوه عملکرد فیلتر تطبیقی در دو حالت اول به این صورت است که ماتریس کوواریانس معلوم، ثابت درنظر گرفته می‌شود و در هر گام زمانی مطابق روابط (۱۵) یا (۱۶) عناصر ماتریس نامعلوم تطبیق داده می‌شود. درحالی که هر دو ماتریس کوواریانس نامعلوم باشد، یک راه این است که در هرگام زمانی عناصر ماتریس‌های R و Q بصورت همزمان مطابق روابط (۱۵) و (۱۶) تطبیق داده شوند. این نوع

تطبیق در روش‌های تطبیقی براساس دنباله ابداع، منجر به عملکرد نامناسب فیلتر می‌شود و عملاً روش‌های تطبیقی همزمان R و Q عملکرد پایداری برای فیلتر ایجاد نمی‌کند [۵] و [۱۶].

برای تطبیق در حضور نامعینی R و Q راهی که در نظر گرفته می‌شود این است که موضوع نامعینی توأم ماتریس‌های R و Q را به بحث تشخیص خطا[1] تعمیم می‌دهند. به این معنی که عملکرد کلی فیلتر تطبیقی را به حالت عادی و غیرعادی دسته بندی کنند [۱۷]. در حالت عادی تطبیقی روی ماتریس Q صورت نمی‌گیرد و فقط ماتریس R اصلاح می‌شود و در حالت غیرعادی تطبیق برعکس حالت قبل صورت می‌گیرد. پس دو حالت زیر در نظر گرفته می‌شود:

- حالت ۱: کارکرد فیلتر در حالت عادی است.
- حالت ۲: در کارکرد فیلتر خطایی تشخیص داده شد.

وقوع خطا با استفاده از تابع آماری زیر قابل تشخیص است [۱۸]:

$$\beta_k = r_k^{z'}.(S_{k|k+1} + R_k).r_k^z \qquad (۳۵)$$

این تابع آماری دارای توزیع احتمالاتی χ^2 با درجه آزادی τ است. مقدار τ برابر بعد بردار دنباله ابداع (r_k^z) است. اگر مقدار سطح اهمیت (α) انتخاب شود با توجه به رابطه‌ی زیر:

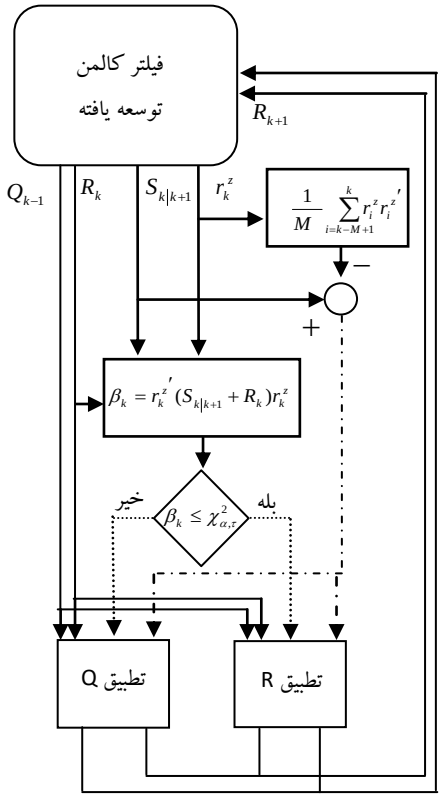
$$P\{\chi^2 > \chi^2_{\alpha,\tau}\} = \alpha; \quad 0 < \alpha < 1 \qquad (۳۶)$$

مقدار آستانه ($\chi^2_{\alpha,\tau}$) نیز تعیین می‌شود. پس وقتی مقدار آماری β_k از مقدار آستانه بزرگتر باشد حالت ۲ رخ خواهد داد، در غیر اینصورت حالت ۱ برقرار است مطابق زیر:

- حالت ۱: $\beta_k \le \chi^2_{\alpha,\tau}$
- حالت ۲: $\beta_k > \chi^2_{\alpha,\tau}$

مقدار آستانه از سطح اهمیتی که به الگوریتم تطبیقی اختصاص داده می‌شود بدست می‌آید. پس در حالت عادی فیلتر با الگوریتم تطبیقی R عمل می‌کند، ولی درصورتی که مقدار آماری تابع β_k از آستانه بیشتر شود در این حالت عملکرد فیلتر براساس مقدار R گام زمانی قبل و با تطبیق Q انجام می‌گیرد. شیوه‌ی تطبیق توأم R و Q در شکل (۱) ترسیم شده است. در این شکل وقتی شرط $\beta_k \le \chi^2_{\alpha,\tau}$ برقرار باشد، فرایند تطبیق فقط روی ماتریس R انجام می‌گیرد و در طی این فرایند ماتریس Q ثابت درنظر گرفته می‌شود. درصورتی که این شرط برقرار نباشد فرایند تطبیق برعکس حالت قبل بر روی ماتریس Q انجام می‌گیرد و ماتریس R ثابت می‌باشد.

مسئله‌ی مهمی که در تمام الگوریتم‌های تطبیقی باید دقت شود انتخاب شرایط اولیه مناسب برای عناصر R و Q است. در صورت



شکل ۱: شمای کلی تطبیق توأم ماتریس‌های R و Q

انتخاب نامناسب آنها عملکرد فیلتر چه با روش تطبیقی و چه بدون آن به ناپایداری می‌رسد. پیشنهادی تجربی ما این است که برای شرایط اولیه R بهتر است عناصر آن بزرگتر از حدس اولیه و Q اولیه کوچکتر از حدس اولیه انتخاب شود. چرا با این انتخاب‌ها، بهره K در فیلتر کالمن بزرگ نیست و این کار روند به روزسانی حالت‌ها را در شرایط نامعینی R و Q با کندی انجام می‌دهد.

۴- ردیابی هدف از روی سمت

ردیابی اهداف یکی از ابزارهای مهم در سیستم‌های نظارت، مراقبت و هدایت است که به عنوان نمونه در سیستم‌های رادار و سونار کاربرد دارد. ردیابی بسته به نوع مشاهده‌گر به دو نوع فعال و غیرفعال تقسیم‌بندی می‌شود که از مهم‌ترین وظایف مشاهده‌گرهای غیرفعال کشف سیگنال‌های منتشر شده از هدف و به دنبال آن کشف فاصله و جهت حرکت هدف است. یک روش مرسوم و استاندارد در اندازه‌گیری‌های غیرفعال تشخیص جهت موج دریافتی است که نشانگر زاویه یا جهت بین مشاهده‌گر و هدف می‌باشد. ردیابی براساس چنین اندازه‌گیری به ردیابی از روی سمت[2] (BOT) معروف است [۱۹]. برای ردیابی از روی سمت باید از مدل حرکت هدف و مدل اندازه‌گیری اطلاع داشت. مدل حرکتی هدف در مختصات دو بعدی با سرعت ثابت بصورت مدل شتاب نویز سفید مستقیم مطرح می‌شود [۱]:

[1] Fault Detection

[2] Bearing Only Tracking

$$X_k^t = FX_{k-1}^t + Gw_{k-1} \qquad (۳۷)$$

$$F = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad , \quad G = \begin{bmatrix} T^2/2 & 0 \\ T & 0 \\ 0 & T^2/2 \\ 0 & T \end{bmatrix} \qquad (۳۸)$$

که $X_k^t = [x_k^t \quad \dot{x}_k^t \quad y_k^t \quad \dot{y}_k^t]$ بردار فضای حالت هدف می‌باشد. زوج (x_k^t, y_k^t) مربوط به موقعیت هدف در گام زمانی k ام، $(\dot{x}_k^t, \dot{y}_k^t)$ نشانگر سرعت هدف در مختصات دو بعدی و T زمان نمونه برداری است. معادله اندازه‌گیری از روی سمت بصورت زیر است:

$$Z_k = \arctan \frac{y_k^t - y_k^o}{x_k^t - x_k^o} + v_k \qquad (۳۹)$$

(x_k^o, y_k^o) موقعیت مشاهده‌گر و Z_k نشانگر زاویه‌ی بین هدف و مشاهده‌گر در مختصات دوبعدی است که به نویز آغشته شده است. در روابط (۳۷) و (۳۹) $w_k = [w_{x,k} \quad w_{y,k}]$ و v_k به ترتیب نویز سیستم و نویز اندازه‌گیری می‌باشد که فرض می‌شود دارای توزیع گوسی، مستقل از هم و مستقل از شرایط اولیه می‌باشد. زوج $(w_{x,k}, w_{y,k})$ شتاب نویزی اعمال شده به حرکت هدف سرعت ثابت است. واریانس مربوط به هر نویز بصورت $\sigma_x^2 = E\{w_{x,k} w'_{x,k}\}$ ، $\sigma_y^2 = E\{w_{y,k} w'_{y,k}\}$ تعریف می‌شود و فرض می‌شود که این واریانس‌ها مقداری ثابت هستند. کوواریانس مربوط به نویز سیستم توأم با بهره G بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$Q = E\{Gw_k w_k^T G^T\} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4}T^4\sigma_x^2 & \frac{1}{2}T^2\sigma_x^2 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}T^2\sigma_x^2 & T^2\sigma_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4}T^4\sigma_y^2 & \frac{1}{2}T^2\sigma_y^2 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}T^2\sigma_y^2 & T^2\sigma_y^2 \end{bmatrix} \qquad (۴۰)$$

کوواریانس نویز اندازه‌گیری بصورت $E\{v_k v'_k\} \overset{\Delta}{=} R$ تعریف می‌شود. در مسئله ردیابی از روی سمت پارامترهای σ_x^2 ، σ_y^2 و ماتریس R نامعلوم هستند که معمولا براساس دانش قبلی از مسئله، محدوده‌ای برای آن تعیین می‌شود و با همان حدس مسئله ردیابی هدف انجام می‌گیرد [۱]. تطبیق R بصورت رابطه‌ی (۱۶) بیان می‌شود و ضرایب آن طبق روابط (۳۱) و (۳۲) در هر گام زمانی به روز می‌شوند. از طرف دیگر کوواریانس Q مشابه ماتریس (۴۰) است. برای تطبیق Q اگر بتوان درایه (1,1) و (3,3) آن را تطبیق داد ماتریس Q قابل تطبیق است. بنابراین ماتریس Q بصورت زیر انتخاب می‌شود و با تطبیق $q_k^{1,1}$ و $q_k^{3,3}$ مشابه رابطه‌ی (۴۱) ماتریس Q نیز اصلاح می‌شود.

$$Q_k = \begin{bmatrix} q_k^{1,1} & \frac{2}{T^2}q_k^{1,1} & 0 & 0 \\ \frac{2}{T^2}q_k^{1,1} & \frac{4}{T^2}q_k^{1,1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_k^{3,3} & \frac{2}{T^2}q_k^{3,3} \\ 0 & 0 & \frac{2}{T^2}q_k^{3,3} & \frac{4}{T^2}q_k^{3,3} \end{bmatrix} \qquad (۴۱)$$

همان طور که از روابط (۴۰) و (۴۱) مشاهده می‌شود باید عناصر R و Q نامنفی باشد که در ساختار پیشنهادی برای این موضوع از تمهید قدرمطلق استفاده شده است. در معادلات مربوط به فیلتر EKF به محاسبه‌ی $\frac{\partial h_k(x)}{\partial x}$ نیاز است. پس با توجه به معادله اندازه‌گیری(۳۹) H_k بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{\partial h_k(x)}{\partial x} = H_k = [\frac{\partial h_k}{\partial x^t} \quad \frac{\partial h_k}{\partial \dot{x}^t} \quad \frac{\partial h_k}{\partial y^t} \quad \frac{\partial h_k}{\partial \dot{y}^t}] =$$

$$[-\frac{\hat{y}_{k|k-1}^t - y_k^o}{X_{s,k}} \quad 0 \quad \frac{\hat{x}_{k|k-1}^t - x_k^o}{X_{s,k}} \quad 0] \qquad (۴۲)$$

$$X_{s,k} = (\hat{x}_{k|k-1}^t - x_k^o)^2 + (\hat{y}_{k|k-1}^t - y_k^o)^2 \qquad (۴۳)$$

۵- شبیه سازی

برای شبیه‌سازی ردیابی یک هدف با استفاده از اندازه‌گیری‌های از روی سمت از دو سناریو استفاده می‌شود. سناریوی پیشنهادی مرجع [۲۰] به عنوان سناریوی اول و سناریوی دوم با استفاده از مرجع [۲۱] انتخاب می‌شود.

به منظور مقایسه عملکرد روش تطبیقی پیشنهادی در هر دو سناریو روش‌های تطبیقی براساس قاعده‌ی فازی، MIT و روش تطبیقی بیشترین احتمال پسین (MAP) نیز به کار برده می‌شود. برای ارزیابی عملکرد روش‌های تطبیقی از روش تحلیل آماری جذر میانگین مربعات خطا[1] (RMSE) استفاده می‌شود.

$$J_1_X(i) = \sqrt{\frac{1}{N_T}\sum_{k=1}^{N_T}(X_k(i) - \hat{X}_k(i))^2} \qquad (۴۴)$$

که در رابطه فوق $X_k(i)$ حالت i ام از بردار حالت واقعی X در گام زمانی kام و $\hat{X}_k(i)$ حالت تخمینی i ام از بردار حالت تخمینی $\hat{X}$ در گام زمانی kام و N_T مدت زمان شبیه‌سازی است. از آن جایی که شرایط اولیه بصورت تصادفی است برای مقایسه بهتر روش‌ها N_{RUN} بار تمام روش‌ها، با یک شرایط اولیه‌ی تصادفی خاص، اجرا می‌شود. در هر بار اجرا از تمام روش‌ها RMSE گیری می‌شود و در آخر از تمام RMSEها میانگین گیری صورت می‌گیرد. مشابه رابطه‌ی زیر:

$$J_2_X(i) = \frac{1}{N_{RUN}}\sum_{j=1}^{N_{RUN}} J_1^{(j)}_X(i) \qquad (۴۵)$$

[1] Root Mean Squared Error

که منظور از $J_1^{(j)}_X(i)$ همان رابطه‌ی (۴۴) است که در j امین بار اجرای تصادفی می‌باشد. همچنین برای بررسی رفتار همگرایی تخمین در کل زمان شبیه‌سازی ، از جذر میانگین مربعات خطا در گام زمانی k ام با N_{RUN} بار اجرای مستقل استفاده می‌شود. مشابه رابطه‌ی زیر:

$$J_3_X_k(i)=\sqrt{\frac{1}{N_{RUN}}\sum_{j=1}^{N_{RUN}}(X_k^j(i)-\hat{X}_k^j(i))^2} \qquad (۴۶)$$

که $X_k^j(i)$ حالت iام از بردار حالت واقعی X در اجرای j ام و در گام زمانی k است. $\hat{X}_k^j(i)$ حالت تخمینی iام از بردار حالت تخمینی $\hat{X}$ در اجرای j ام و در گام زمانی k است.

برای ارزیابی روش پیشنهادی و مقایسه عملکرد آن با روش‌های دیگر همان طور که گفته شد از دو سناریو استفاده می‌شود که در هر سناریو سه وضعیت متفاوت درنظر گرفته می‌شود. در وضعیت اول فرض می‌شود که ماتریس کوواریانس Q معلوم است و هدف این است که ماتریس کوواریانس R تطبیق داده شود. در وضعیت دوم فرض می‌شود ماتریس R معلوم است و هدف تطبیق Q است و در وضعیت نهایی هر دو ماتریس R و Q نامعلوم هستند و باید تطبیق داده شوند.

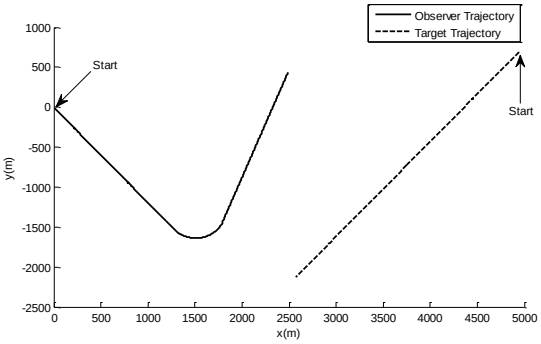
دقت شود که در هر وضعیت از سه آزمایش استفاده می‌شود.

- در آزمایش اول ابتدا یک شرایط اولیه برای ماتریس‌های قابل تنظیم فرض می‌شود و براساس آن شرایط اولیه خاص، الگوریتم-های تطبیقی ۵۰۰ بار اجرا می‌شوند و میانگین RMSE ها طبق رابطه (۴۵) در یک جدول نشان داده می‌شود.
- آزمایش دوم مشابه آزمایش اول است فقط به جای استفاده کردن از یک شرایط اولیه خاص، شرایط اولیه بصورت تصادفی انتخاب می‌شوند. به علت نامناسب بودن برخی از شرایط اولیه عملکرد برخی از فیلترهای تطبیقی به واگرایی منجر می‌شود یا خطای در عملکردش ایجاد می‌شود. تعداد واگرایی‌ها و خطاها مجدد در یک جدول دیگر نشان داده می‌شود.
- آزمایش سوم نتیجه‌ی رابطه‌ی (۴۶) است که بصورت نمودار نشان داده می‌شود. اطلاعات مورد نیاز برای این آزمایش از آزمایش دوم بدست می‌آید.
-

پس برای هر سناریو سه وضعیت درنظر گرفته می‌شود که در هر وضعیت سه آزمایش صورت می‌گیرد و نتایج آن بصورت جدول و نمودار نشان داده می‌شود. در جدول و شکل‌های زیر رفتار فیلتر با R دقیق با (True R)، ساختار تطبیقی بازگشتی غیرمستقیم با (IR) و یا با عنوان روش پیشنهادی (Proposed Method)، تطبیق با قاعده‌ی MIT با (MIT)، ساختار تطبیق با استفاده از منطق فازی با (Fuzzy)، تطبیق براساس بیشترین احتمال پسین با (MAP) و عملکرد این فیلتر با مقدار نادقیق R با (False R) نمایش داده می‌شود.

۵-۱- سناریوی اول

سناریوی اول ردیابی یک هدف با سرعت ثابت با یک مشاهده‌گر است که برای تضمین مشاهده‌پذیری باید مرتبه‌ی حرکتی مشاهده‌گر از هدف بیشتر باشد. بنابراین برای برقراری مشاهده‌پذیری در این سناریو، مشاهده‌گر دارای دو بخش متفاوت سرعت ثابت است که با یک حرکت مانوردار، سرعت از بخش اول به بخش دوم انتقال می‌یابد. در آغاز فرایند ردیابی مشاهده‌گر موقعیت خود را به عنوان مبدا مختصاتی فرض می‌کند و تمام موقعیت‌های بعدی هدف و مشاهده‌گر نسبت به آن مبدا محاسبه می‌شود. سناریوی اول بصورت زیر است:



شکل ۲: سناریوی اول ردیابی هدف از روی سمت [۲۰]

زمان اجرای فرایند ردیابی ۳۰ دقیقه درنظر گرفته شده است و زمان مانور مشاهده‌گر از دقیقه ۱۳ الی ۱۷ انجام می‌گیرد و شرایط اولیه برای فیلتر کالمن توسعه یافته در این سناریو مشابه مرجع [۱۴] و [۲۰] انتخاب می‌شود. در مسئله‌ی BOT پیش رو، اندازه‌گیری فقط با یک مشاهده‌گر صورت می‌گیرد که به دنبال آن یک نویز گوسی جمع شونده با اندازه-گیری با واریانس σ_v^2 فرض می‌شود و مقدار واقعی این واریانس به‌صورت $R=\sigma_v^2=0.0262^2 rad^2$ است [۲۰]. همچنین کوواریانس حقیقی Q با پارامترهای $\sigma_x^2=\sigma_y^2=10^{-5}$ فرض می‌شود.

۵-۱-۱- تطبیق R با فرض معلوم بودن Q

- آزمایش اول:

مقدار اولیه R بصورت R=1 درنظر گرفته می‌شود. نتایج این آزمایش در جدول زیر نشان داده شده است. برای مسئله پیش رو از زمان ۷۸۰ ثانیه به بعد RMSE گیری انجام می‌گیرد. علت آن هم این است که تا قبل از آن زمان به علت مشاهده‌ناپذیری عملا فیلتر رفتار مناسبی ندارد و بعد از این زمان مشاهده‌پذیری برقرار است.

جدول ۱: MRMSE با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R

معیار مقایسه	True R	False R	IR	MIT	Fuzzy	MAP
$J_2 _ x$	۶۰۲	۲۴۵۲	۶۵۷	۶۵۳	۶۶۰	۸۲۰
$J_2 _ v_x$	۰٫۶۱	۱٫۴۶	۰٫۶۲	۰٫۶۲	۰٫۴۹	۰٫۸
$J_2 _ y$	۲۳۷	۱۰۵۸	۲۵۹	۲۵۷	۲۷۸	۳۳۱
$J_2 _ v_y$	۰٫۲۸	۱٫۰۹	۰٫۳	۰٫۲۹	۰٫۳۴	۰٫۴۵

در این آزمایش همان طور که از جدول بالا مشاهده می‌شود میانگین RMSE روش پیشنهادی (IR) نزدیک به میانگین RMSE روش MIT است که این موضوع به شباهت ماهیتی روش‌های تطبیقی IR و MIT بر می‌گردد. حجم محاسباتی روش IR نسبت به روش فازی به نسبت کمتر است. در روش تطبیق فازی می‌توان با اصلاح گروه‌های فازی امکان جواب‌های بهتر نسبت به دیگر روش‌های تطبیق وجود دارد. روش MAP اگرچه کمترین حجم محاسباتی را دارد، اما همان طور که مشاهده می‌شود نتایج این روش نسبت به دیگر روش‌ها ضعیفتر است. در انتخاب پارامترهای تمام روش‌های تطبیقی سعی شده است بهترین پارامتر برای تطبیق کوواریانس انتخاب شود.

- آزمایش دوم:

در این آزمایش ماتریس R بصورت تصادفی در بازه‌ی $[10^{-6} \quad 1]$ انتخاب می‌شود که مقدار R واقعی نیز در این بازه قرار دارد. تمامی روش‌های تطبیقی ۵۰۰ بار اجرا می‌شوند که در برخی از روش‌ها به علت شرایط اولیه نامناسب عملکرد فیلتر با مشکل مواجه می‌شود. در نتیجه علاوه بر جدول میانگین RMSEها از جدول رفتار روش‌های تطبیقی نیز استفاده می‌شود. در این جدول تعداد عملکرد صحیح روش‌ها، تعداد حالات واگرایی و تعداد حالت‌های رخداد خطا آورده شده است. علاوه بر این برای مقایسه بهتر بین روش‌ها، تعداد حالت‌های که R منفی می‌شود نیز بیان شده است. دقت شود که برای آنکه بتوان بین میانگین RMSEها به خوبی قضاوت نمود، نتایج حالت‌های واگرایی و رخداد خطا در میانگین RMSE محاسبه نمی‌شود. نتایج این آزمایش در جدول‌های زیر نشان داده شده است.

جدول ۲: MRMSE با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R با شرایط اولیه تصادفی

معیار مقایسه	True R	False R	IR	MIT	Fuzzy	MAP
$J_2 _ x$	۶۰۴	۱۲۹۱	۶۷۴	۷۵۰	۹۱۵	۷۰۲
$J_2 _ v_x$	۰٫۵۹	۰٫۸۷	۰٫۶	۰٫۶۷	۰٫۷۴	۰٫۶۶
$J_2 _ y$	۲۳۸	۵۲۴	۲۶۵	۲۹۰	۳۷۱	۲۷۸
$J_2 _ v_y$	۰٫۲۷	۰٫۵۳	۰٫۲۹	۰٫۳	۰٫۴	۰٫۳۲

جدول ۳: رفتار روش‌های تطبیقی در اصلاح R

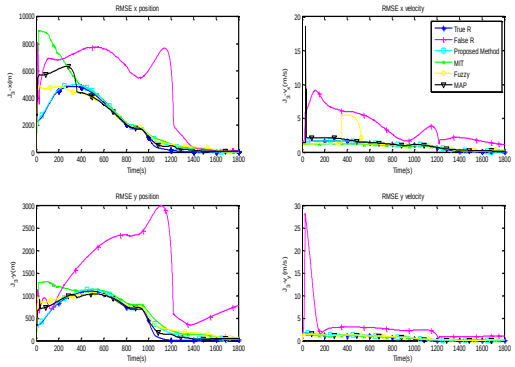
	IR	MIT	Fuzzy	MAP
تعداد عملکرد صحیح	۴۹۹	۲۶۴	۲۹۶	۳۸۷
تعداد حالت ناپایداری	۱	۲۳۶	۱۱۰	۱۱۳
تعداد رخداد خطا	۰	۰	۹۴	۰
تعداد منفی شدن R	۰	۳۱۵	۶۵	۲۷

در سه روش تطبیقی MIT، Fuzzy و MAP تعداد قابل توجهی از ۵۰۰ اجرا به ناپایداری منجر شده است. این در حالی است که روش IR فقط یک بار شرط همگرایی را نقض کرده است. همان طور که مشاهده می‌شود روش Fuzzy علاوه بر داشتن تعداد قابل توجهی ناپایداری، حالت‌های دارد که عملکرد روش با خطا مواجهه شده است. همچنین روش‌های MIT ، Fuzzy و MAP چند بار شرط نامنفی بودن واریانس‌ها را ارضا نکرده است که این مشکل منجر به بروز خطا در عملکرد فیلترهای غیرخطی می‌شود. جدول (۲) میانگین RMSE ها را نشان می‌دهد که همانطور مشاهده می‌شود که عملکرد روش IR از دیگر روش‌ها بهتر است.

دقت شود که در روش‌های تطبیقی برای تطبیق R بهتر است که R اولیه بزرگتر از حدس اولیه ما از R انتخاب شود در این صورت احتمال ناپایداری فیلترها کاهش پیدا می‌کند.

- آزمایش سوم:

نتایج آزمایش سوم در شکل زیر نشان داده شده است. در این شکل باید توجه داشت که موارد ناپایداری فیلترها درنتیجه‌ی نهایی لحاظ نشده است.



شکل ۳: ریشه مربعات خطا در تطبیق R در گستره‌ی زمان

همان طور که مشاهده می‌شود تا قبل از زمان ۷۸۰ در هیچکدام از فیلترها خطا کاهش پیدا نکرده است ولی بعد از آن خطا کاهش می‌یابد و به اصطلاح ردیابی صورت می‌گیرد. علت این موضوع هم به مشاهده ناپذیر بودن مسئله‌ی ردیابی تا قبل از زمان ۷۸۰ است و بعد از آن با مانور مشاهده‌گر، مشاهده‌پذیری برقرار می‌گردد.

۵-۲-۲- تطبیق Q با فرض معلوم بودن R

در این اینجا برخلاف بخش قبل، فرض می‌شود که از R اطلاع کامل وجود دارد و هدف این است ردیابی درصورتی انجام گیرد که از ماتریس کوواریانس Q اطلاعی وجود ندارد. مشابه بخش قبل در اینجا سه آزمایش انجام می‌گیرد.

- آزمایش اول:

ماتریس کوواریانس Q با پارامترهای $\sigma_x^2=\sigma_y^2=10^{-10}$ به عنوان ماتریس اولیه درنظر گرفته می‌شود. مسئله‌ی ردیابی هدف ۵۰۰ بار با نامعینی Q انجام می‌گیرد و میانگین RMSE روش‌های تطبیقی محاسبه می‌شود. نتایج این آزمایش در جدول زیر است:

جدول ۴: MRMSE با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q

معیار مقایسه	True R	False R	IR	MIT	Fuzzy	MAP
J_2_x	۶۰۵	۶۴۰	۶۰۷	۶۳۲	۶۰۳	۶۴۳
$J_2_v_x$	۰٫۶۲	۰٫۶۴	۰٫۶۲	۰٫۶۳	۰٫۶۱	۰٫۶۴
J_2_y	۲۳۹	۲۵۱	۲۴۰	۲۴۲	۲۳۸	۲۴۰
$J_2_v_y$	۰٫۲۸	۰٫۲۹	۰٫۲۸	۰٫۲۹	۰٫۲۸	۰٫۲۹

همان طوری که در ابتدای معرفی سناریوی اول مطرح شد، پارامترهای واقعی ماتریس Q بصورت $\sigma_x^2=\sigma_y^2=10^{-5}$ انتخاب شده است. در این آزمایش فرض شده است که حدس اولیه از این پارامترها بصورت $\sigma_x^2=\sigma_y^2=10^{-10}$ است. با توجه به جدول (۴) میانگین RMSE فیلتر کالمن توسعه یافته با ماتریس Q اشتباه اختلاف زیادی با شرایط واقعی ندارد. این موضوع به این معنی است درصورتی که ماتریس Q در واقعیت مقدار کوچکی باشد با حدس کوچکتر از آن در روند فیلترینگ خطای زیادی ایجاد نمی‌شود. با توجه به جدول (۴) مشاهده می‌شود که روش‌های MAP و MIT در کاهش معیار MRMSE نسبت به دو روش دیگر عملکرد مناسبی نداشته است و عملکرد دو روش تطبیق فازی و روش بازگشتی غیرمستقیم (IR) در جهت کاهش خطای تخمین حالت مناسب‌تر است.

- آزمایش دوم:

در این آزمایش به جای استفاده کردن از یک شرط اولیه برای Q، σ_x^2 و σ_y^2 بصورت تصادفی در بازه‌ی $[10^{-8},10^{-3}]$ انتخاب می‌شود که مقادیر واقعی این پارامترها نیز در این بازه قرار دارند. نتیجه‌ی این آزمایش در جدول‌های زیر است:

جدول ۵: MRMSE با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q با شرایط اولیه تصادفی

معیار مقایسه	True R	False R	IR	MIT	Fuzzy	MAP
J_2_x	۶۱۷	۷۴۴	۷۱۷	۵۴۰	۵۹۶	۵۴۰
$J_2_v_x$	۰٫۶۲	۰٫۶۱	۰٫۷۸	۰٫۵۹	۰٫۶۲	۰٫۶
J_2_y	۲۴۲	۳۰۵	۲۸۱	۲۱۵	۲۳۴	۲۱۶
$J_2_v_y$	۰٫۲۸	۰٫۴	۰٫۳	۰٫۲۶	۰٫۲۶	۰٫۲۶

جدول ۶: رفتار روش‌های تطبیقی در اصلاح Q

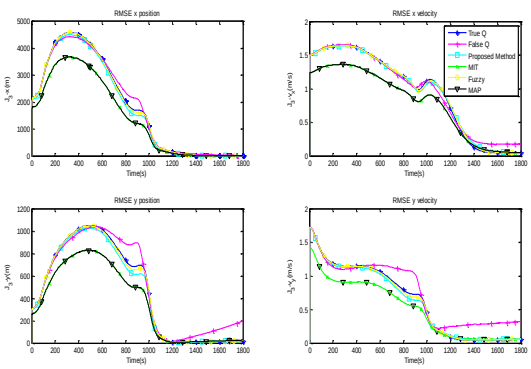
	IR	MIT	Fuzzy	MAP
تعداد عملکرد صحیح	۴۸۷	۳۴۷	۴۹۸	۳۴۷
تعداد حالت ناپایداری	۹	۱۵۱	۲	۱۵۱
تعداد رخداد خطا	۰	۰	۰	۰
تعداد منفی شدن Q	۰	۰	۰	۰

در آزمایش قبل گفته شد که در صورتی که ماتریس Q نسبتا کوچک باشد، انتخاب ماتریس‌های کوچکتر از آن در عملکرد فیلتر کالمن اختلاف زیاد ایجاد نمی‌کند. اما در صورتی که این انتخاب بزرگتر از ماتریس واقعی باشد، علاوه بر اینکه اختلاف میانگین RMSE ها زیاد می‌شود حتی ممکن است عملکرد فیلتر به ناپایداری منجر شود.

همان طور که از جدول (۶) مشاهده می‌شود با مقادیر اولیه تصادفی برای Q عملکرد روش‌ها تحت تأثیر قرار می‌گیرد. دو روش MAP و MIT تعداد قابل ملاحظه‌ی ناپایداری دارند. با درنظر نگرفتن نتایج ناپایداری‌ها در محاسبه‌ی میانگین RMSE انتظار می‌رود که نتایج آن در جدول (۵) کمتر از نتایج فیلتر EK با شرایط درست باشد که این مسئله در این جدول مشاهده می‌شود. دو روش Fuzzy و IR از ۵۰۰ بار اجرا تعداد محدودی ناپایداری دارند که این موضوع در روش IR بیشتر است. دلیل این موضوع هم انتخاب شرایط اولیه بزرگتر از Q واقعی است.

- آزمایش سوم:

برای ۵۰۰ اجرای تصادفی ریشه‌ی مربعات خطا در تمام لحظات برای EKF در شکل زیر نشان داده شده است.



شکل ۴: ریشه مربعات خطا در تطبیق Q در گستره‌ی زمان

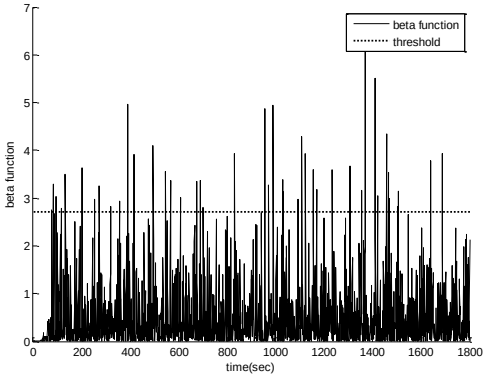
همانطور که مشاهده می‌شود به علتی که Q واقعی نسبتا کوچک است، رفتار فیلتر با شرایط اولیه اختلاف زیادی با شرایط واقعی ندارد. وجود اختلاف جزیی در این شکل ناشی از شرایط اولیه بزرگتر از Q واقعی استنتاج می‌باشد.

۵-۲-۳- تطبیق توأم R و Q

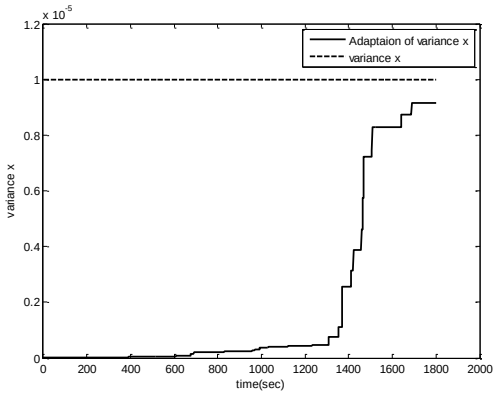
در بیشتر اوقات اطلاعی از ماتریس کوواریانس نویز سیستم و اندازه-گیری وجود ندارد. در اینصورت باید هر دو ماتریس بصورت توام تطبیق داده شوند. در اینجا مطالبق مطالب بخش (۳-۳) روند اجرای الگوریتم-های تطبیقی به دو حالت عادی و غیرعادی تقسیم بندی می‌شوند. حالت عادی مشابه وضعیت تطبیق R با فرض معلوم بودن Q است، یعنی در این حالت فقط تطبیق روی ماتریس کوواریانس نویز اندازه‌گیری انجام می-گیرد. در صورتی که شرط تشخیص خطا برقرار شد، روند تطبیق مشابه وضعیت تطبیق Q با فرض معلوم بودن R می‌شود و در این حالت مسئله به تطبیق ماتریس کوواریانس نویزسیستم تبدیل می‌شود.

برای تشخیص خطا، مقدار آستانه ($\chi^2_{\alpha,\tau}$) برابر ۲٫۷۰۶ در نظر گرفته می‌شود. این مقدار از توزیع آماری χ^2 وقتی که درجه آزادی یک و سطح اطمینان ۹۰٪ است، بدست می‌آید. برای بررسی و مشاهده رفتار β_k و نحوه‌ی تطبیق کوواریانس‌های R و Q، فیلتر کالمن توسعه یافته با روش تطبیق پیشنهادی (روش تطبیق بازگشتی غیرمستقیم) یک بار اجرا می‌شود. نمودار مقادیر آماری β_k بصورت شکل (۵) است. در این شکل مقدار آستانه و β_k نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می‌شود، در بعضی از اوقات مقدار β_k از مقدار آستانه عبور می‌کند و در این مواقع فرایند تطبیق از حالت ۱ به حالت ۲ انتقال پیدا می‌کند. در حالت ۲ الگوریتم به تطبیق ماتریس Q می‌پردازد. شکل (۶) شیوه‌ی تطبیق یکی از پارامترهای ماتریس کوواریانس Q (σ_x^2) را نشان می‌دهد. همان طور که مشاهده می‌شود شیوه‌ی همگرایی این پارامتر بصورت پلکانی است که علت آن به وجود دو حالت مختلف در عملکرد فیلتر است. با توجه به شکل (۵) فقط در یک لحظه شرط تشخیص خطا برقرار می‌شود و تطبیق Q فقط در یک گام زمانی صورت می‌گیرد که علت تطبیق پلکانی Q ناشی از این موضوع است. همچنین در شکل (۷) نحوه‌ی همگرایی R به مقدار واقعی را نشان می‌دهد. در این شکل برای نمایش بهتر بروی بخشی از این همگرایی بزرگنمایی شده است. با توجه به این شکل R به خوبی به مقدار واقعی خود همگرا شده است.

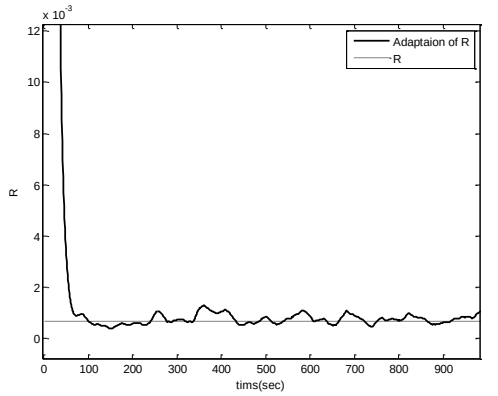
البته باید دقت شود که در الگوریتم‌های تطبیقی از جمله روش‌های فازی و MAP لزوما پارامترها یا ماتریس‌های کوواریانس به مقدار واقعی خود همگرا نمی‌شوند بلکه این ماتریس‌ها به گونه‌ای اصلاح می‌شوند که خطای ناشی از نامعلومی این ماتریس‌ها به حداقل ممکن برسد.



شکل ۵: رفتار تابع β_k در الگوریتم تطبیقی بازگشتی غیرمستقیم



شکل ۶: نحوه‌ی تطبیق σ_x^2 در الگوریتم IR با تطبیق توأم R و Q



شکل ۷: نحوه‌ی تطبیق R در الگوریتم IR با تطبیق توأم R و Q

برای بررسی عملکرد روش‌های تطبیقی سه آزمایش سابق روی این وضعیت اجرا می‌شود.

- آزمایش اول:

در این وضعیت هم R و هم Q نامعلوم فرض می‌شود که R=1 و ماتریس کوواریانس Q با پارامترهای $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = 10^{-10}$ به عنوان ماتریس اولیه درنظر گرفته می‌شود. علاوه بر نتیجه‌ی میانگین RMSE ها از جدول تعداد حالت ناپایداری الگوریتم ها هم استفاده می‌شود. نتایج این آزمایش در جدول‌های زیر آمده است:

جدول ۷: MRMSE با تطبیق توأم R و Q

معیار مقایسه	True R	False R	IR	MIT	Fuzzy	MAP
J_2_x	۶۳۲	۲۳۰۶	۸۱۵	۴۹۹	۱۰۹۲	۶۹۷
$J_2_v_x$	۰٫۶۱	۱٫۴	۰٫۶۴	۰٫۶۱	۰٫۸۴	۰٫۷۳
J_2_y	۲۴۸	۱۰۱۰	۳۲۷	۱۹۵	۴۲۶	۲۸۰
$J_2_v_y$	۰٫۲۹	۱٫۱	۰٫۴	۰٫۲۳	۰٫۵۲	۰٫۳۹

جدول ۸: رفتار روش‌های تطبیقی در اصلاح توام R و Q

	IR	MIT	Fuzzy	MAP
تعداد عملکرد صحیح	۴۹۹	۴۲۸	۱۸۴	۳۹۸
تعداد حالت ناپایداری	۱	۷۱	۳۱۱	۱۰۲
تعداد رخداد خطا	۰	۱	۵	۰
تعداد منفی شدن R یا Q	۰	۰	۸	۱

با توجه به دو جدول بالا مشاهده می‌شود که به جز روش IR در دیگر روش‌ها تعداد قابل توجهی از اجراها به ناپایداری منجر شده است. میانگین RMSE از اجراهای همگرا، در روش فازی زیاد است. این در حالی است که این معیار در اجراهای پایدار، در دو روش MAP و MIT مقادیر کمتری به خود اختصاص داده است. اگرچه MRMSE روش IR به نسبت دیگر روش‌ها زیاد است اما اگر به تعداد کم ناپایداری این روش نگاه شود، عملکرد این روش در مقایسه با روش‌های دیگر بهتر برآورد می‌شود. البته مجدد باید قید شود که از اعمال نتایج ناپایدار در محاسبه MRMSE خودداری می‌شود. بنابراین MRMSE پایین روش‌های MAP و MIT کاملا طبیعی است.

- آزمایش دوم:

در این آزمایش به جای استفاده کردن از یک مقدار خاص برای شرایط اولیه، ماتریس R بصورت تصادفی در بازه‌ی $[10^{-6}\quad 1]$ و برای Q، σ_x^2 و σ_y^2 بصورت تصادفی در بازه‌ی $[10^{-8},10^{-3}]$ انتخاب می‌شود که نتایج این آزمایش در جدول‌های زیر است:

جدول ۹: MRMSE با تطبیق توأم R و Q با شرایط اولیه تصادفی

معیار مقایسه	True R	False R	IR	MIT	Fuzzy	MAP
J_2_x	۵۸۹	۱۳۶۸	۶۶۰	۷۴۸	۶۰۷	۶۶۵
$J_2_v_x$	۰٫۶	۱	۰٫۶۱	۰٫۷۲	۰٫۵۳	۰٫۶۷
J_2_y	۲۳۱	۵۹۱	۲۶۳	۳۰۰	۲۵۶	۲۶۷
$J_2_v_y$	۰٫۳	۰٫۷	۰٫۳	۰٫۳۶	۰٫۲۷	۰٫۳۳

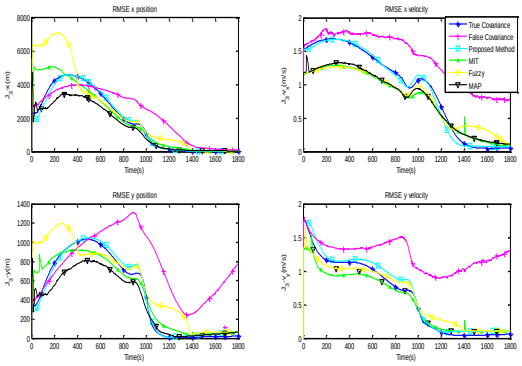
جدول ۱۰: رفتار روش‌های تطبیقی در اصلاح توام R و Q با شرایط اولیه تصادفی

	IR	MIT	Fuzzy	MAP
تعداد عملکرد صحیح	۴۹۵	۲۷۸	۳۷۲	۳۰۰
تعداد حالت ناپایداری	۵	۲۲۲	۱۲۸	۲۰۰
تعداد رخداد خطا	۰	۰	۸۶	۰
تعداد منفی شدن R یا Q	۰	۲۱۹	۲۵۴	۱۰۷

در این آزمایش مجدد مشاهده می‌شود که به جز روش IR مابقی روش‌ها در تعداد قابل توجهی به ناپایداری رسیده اند. علاوه بر این در جدول (۱۰) مشاهده می‌شود که در روند تطبیق در این سه روش تعداد قابل توجهی به منفی شدن واریانس‌ها منجر می‌شود.

- آزمایش سوم:

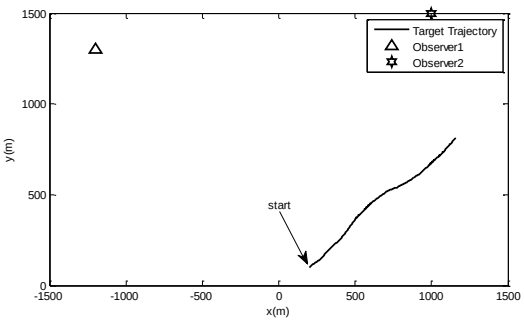
برای ۵۰۰ اجرای تصادفی ریشه‌ی مربعات خطا در تمام لحظات برای EKF در شکل زیر نشان داده شده است.



شکل۸: ریشه مربعات خطا در تطبیق توأم R و Q در گستره‌ی زمان

۵-۲- سناریوی دوم

سناریو دوم ردیابی هدف با استفاده از دو مشاهده‌گر ایستا در مختصات $(-1200,1300)$ و $(1\ 0\ 0{,}105\ 0)$ انجام می‌گیرد. مدل حرکت هدف طبق رابطه‌ی (۳۷) با زمان نمونه برداری یک ثانیه و زمان اجرای ردیابی ۳۰۰ ثانیه درنظرگرفته می‌شود. دومین سناریوی ردیابی بصورت شکل زیر است:



شکل ۹: سناریوی دوم ردیابی هدف از روی سمت

در مسئله‌ی BOT پیش رو، اندازه‌گیری با دو مشاهده‌گر صورت می‌گیرد که هرکدام از مشاهده‌گرها دارای یک نویز گوسی جمع شونده با واریانس σ_v^2 فرض می‌شود. ماتریس کوواریانس اندازه‌گیری بصورت زیر درنظر گرفته می‌شود [۲۱]:

$$R=\begin{bmatrix}\sigma_v^2 & 0\\ 0 & \sigma_v^2\end{bmatrix}=5\times10^{-7}I_2 \qquad (۴۷)$$

موقعیت اولیه هدف در مختصات (200,100) و با مدل حرکتی (۳۷) است. نویز سیستم در رابطه‌ی (۳۷) بصورت یک نویز گوسی با واریانس‌های $\sigma_x^2=\sigma_y^2=2.5\times10^{-2}$ می‌باشد و همچنین شرایط اولیه حالت‌ها مطابق مرجع [۲۱] درنظرگرفته می‌شود. در این سناریو مشابه سناریوی اول سه وضعیت متفاوت اعمال می‌شود که دراینجا برای هر وضعیت فقط دو آزمایش دوم و سوم انجام می‌گیرد.

۵-۲-۱- تطبیق R با فرض معلوم بودن Q

- آزمایش دوم:

عناصر قطری ماتریس R بصورت تصادفی در بازه‌ی $[10^{-6}\quad 1]$ انتخاب می‌شود. نتایج این آزمایش در جدول‌های زیر نشان داده شده است.

جدول ۱۱: MRMSE با فرض معلوم بودن Q و تطبیق R با شرایط اولیه تصادفی در سناریوی دوم

معیار مقایسه	True R	False R	IR	MIT	Fuzzy	MAP
J_2_x	۰٫۷۱	۳۹	۵٫۹	۱۷٫۳	۳۸٫۸	۲۲٫۹
$J_2_v_x$	۰٫۳۷	۱٫۴	۰٫۸۲	۱٫۳	۱٫۵	۱٫۲
J_2_y	۰٫۹۴	۴۸	۱٫۸	۲۵٫۴	۵۱	۳۰٫۷
$J_2_v_y$	۰٫۴۲	۱٫۴	۰٫۹	۱٫۲۶	۱٫۵	۱٫۳

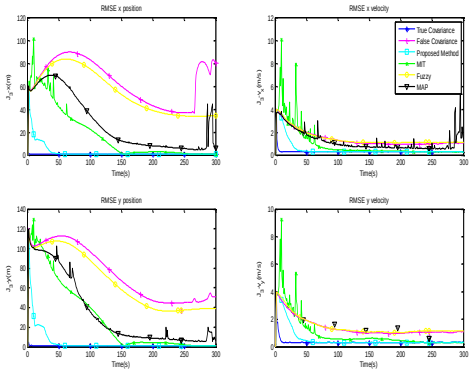
جدول ۱۲: رفتار روش‌های تطبیقی در تطبیق R در سناریوی دوم

	IR	MIT	Fuzzy	MAP
تعداد عملکرد صحیح	۵۰۰	۴۵۲	۴۹۶	۴۲۵
تعداد حالت ناپایداری	۰	۴۸	۲	۷۵
تعداد رخداد خطا	۰	۰	۲	۰
تعداد منفی شدن R	۰	۲۰۱	۰	۰

در این آزمایش تعداد محدودی از ۵۰۰ بار اجرای تصادفی روش تطبیق فازی عملکردی ناصحیح داشته است. اما اگر به جدول MRMSE دقت شود مشاهده می‌شود که روش فازی فاقد عملکرد خوبی است. این در صورتی است که روش‌های MIT و MAP تعداد قابل ملاحظه‌ای ناپایداری دارند ولی در عوض MRMSE اجراهای صحیح نسبت به روش فازی کمتر است. همان طور که از جدول‌های فوق مشاهده می‌شود روش IR در ۵۰۰ بار اجرا عملکردی صحیح داشته است و در مقایسه با سه روش دیگر MRMSE به نسبت کمتری دارد.

- آزمایش سوم:

نتایج آزمایش سوم در شکل زیر نشان داده شده است.



شکل ۱۰: ریشه مربعات خطا در تطبیق R در گستره‌ی زمان در سناریوی دوم

با توجه به شکل (۱۰) می‌توان راجع به داده‌های جدول (۱۱) بهتر اظهار نظر کرد. همان طور که مشاهده می‌شود روش FUZZY در طول فرایند ردیابی و در ۵۰۰ بار اجرا نتوانسته است خطای هر چهار متغیر حالت را کاهش دهد. در روش MIT تقریبا از زمان ۱۵۰ ثانیه به بعد به خوبی خطای هر چهار متغیر حالت کاهش پیدا کرده است. علت اصلی MRMSE بالای این روش در جدول (۱۱) ناشی از مقدار بالای خطا در زمان‌های کمتر از ۱۵۰ ثانیه است. چنین شرایطی برای روش MAP نیز قابل ارائه است. اما در روش پیشنهادی در زمان کمتر از ۵۰ ثانیه عمل همگرایی هر چهار حالت صورت می‌گیرد که نسبت به سه روش دیگر عملکرد مناسب‌تری دارد.

۵-۲-۲- تطبیق Q با فرض معلوم بودن R

- آزمایش دوم:

در این آزمایش مشابه وضعیت دوم سناریوی اول، پارامترهای لازم برای ماتریس Q (σ_x^2 و σ_y^2)، بصورت تصادفی در بازه‌ی $[10^{-8},10^{-3}]$ انتخاب می‌شود که نتیجه‌ی این آزمایش در جدول‌های زیر است:

جدول ۱۳: MRMSE با فرض معلوم بودن R و تطبیق Q با شرایط اولیه تصادفی در سناریوی دوم

معیار مقایسه	True R	False R	IR	MIT	Fuzzy	MAP
J_2_x	۰,۷۱	۳۹	۰,۷	۹,۶	۷,۵	۱,۱
$J_2_v_x$	۰,۳۷	۱,۴	۰,۳۸	۱۵,۲	۰,۶	۱,۱
J_2_y	۰,۹۳	۴۸	۰,۹۳	۱۶,۶	۷,۵	۱,۴
$J_2_v_y$	۰,۴۱	۱,۴	۰,۴۲	۱۶,۲	۰,۷	۱,۲

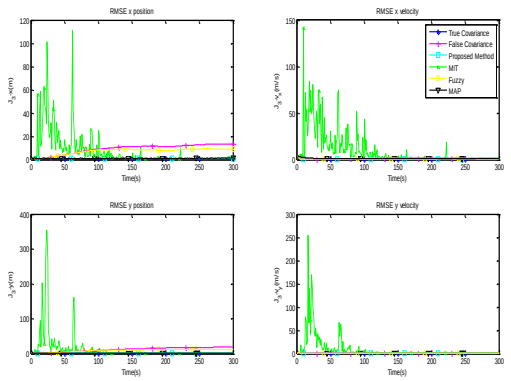
جدول ۱۴: رفتار روش‌های تطبیقی در تطبیق Q در سناریوی دوم

	IR	MIT	Fuzzy	MAP
تعداد عملکرد صحیح	۵۰۰	۴۵۱	۵۰۰	۵۰۰
تعداد حالت ناپایداری	۰	۴۹	۰	۰
تعداد رخداد خطا	۰	۰	۰	۰
تعداد منفی شدن R	۰	۵۰۰	۰	۰

در این آزمایش باید دقت شود که مقادیر اولیه که برای σ_x^2 و σ_y^2 بصورت تصادفی انتخاب می‌شود کوچکتر از مقادیر واقعی آن است. این موضوع باعث می‌شود که عملکرد تمام روش‌های تطبیقی پایدارتر باشد که چنین مسئله‌ی در جدول (۱۴) به خوبی قابل مشاهده است. از تمام روش‌های تطبیقی فقط روش MIT تعدادی ناپایداری دارد و مابقی روش‌های تطبیقی در ۵۰۰ بار اجرا عملکردی صحیح داشته اند. همانطور که از جدول (۱۳) مشاهده می‌شود روش پیشنهادی MRMSE بسیار پایین‌تری نسبت به دیگر روش‌ها دارد.

- آزمایش سوم:

نتایج آزمایش سوم در شکل زیر نشان داده شده است.



شکل ۱۱: ریشه مربعات خطا در تطبیق Q در گستره‌ی زمان در سناریوی دوم

مشابه وضعیت قبل علت عمده بالا بودن MRMSE برخی از روش‌ها ناشی از مراحل آغازین الگوریتم تطبیقی است که این موضوع در روش MIT به وضوح قابل مشاهده است. این در حالی است که روش IR به خوبی در زمان‌های آغازین فرایند ردیابی خطا را کاهش می‌دهد.

۵-۲-۳- تطبیق توأم R و Q

- آزمایش دوم:

در این آزمایش شرایط اولیه برای R و Q مشابه دو وضعیت قبل انتخاب می‌شود. نتایج ۵۰۰ بار اجرا بصورت زیر قابل بیان است.

جدول ۱۵: MRMSE با تطبیق توأم R و Q در سناریوی دوم

معیار مقایسه	True R	False R	IR	MIT	Fuzzy	MAP
J_2_x	۰,۷۱	۷,۳	۱,۳۷	۲۲	۷,۳	۱۱,۹۲
$J_2_v_x$	۰,۳۸	۰,۶۷	۰,۴۱	۰,۸۲	۱,۱۴	۱,۱
J_2_y	۰,۹۴	۸,۸	۲,۲۶	۲۶	۸۳	۲۵
$J_2_v_y$	۰,۴۲	۰,۷۲	۰,۴۹	۰,۸۵	۱,۲	۱,۲

جدول ۱۶: رفتار روش‌های تطبیقی در اصلاح توام R و Q در سناریوی دوم

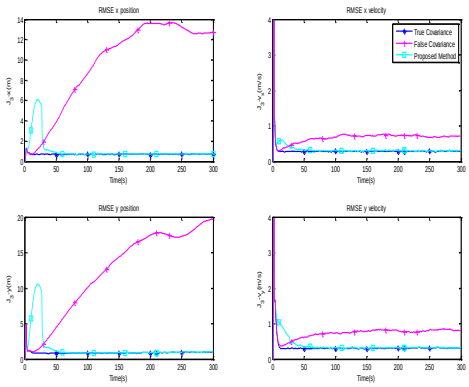
	IR	MIT	Fuzzy	MAP
تعداد عملکرد صحیح	۵۰۰	۴۲۱	۳۲۳	۴۳۲
تعداد حالت ناپایداری	۰	۷۹	۱۲۳	۶۸
تعداد رخداد خطا	۰	۰	۵۴	۰
تعداد منفی شدن R	۰	۱۴۶	۵۰۰	۵۰۰

در این آزمایش همان طور که مشاهده می‌شود هم تعداد زیادی از ۵۰۰ بار اجرای تصادفی روش‌های Fuzzy، MIT و MAP به واگرایی منجر شده است و هم MRMSE بالایی به خود اختصاص داده اند. درصورتی که در روش IR هم تمام ۵۰۰ بار اجرا پایدار بوده و هم MRMSE پایینی دارد. علتی که تمام اجراهای روش پیشنهادی پایدار شده است اینست که شرایط اولیه برای R و Q مناسب انتخاب شده اند. به این معنی که برای R شرایط اولیه بزرگتر از مقدار واقعی و برای پارامترهای Q کوچکتر از مقدار واقعی انتخاب شده است.

- آزمایش سوم:

در این آزمایش برای مشاهده نحوه‌ی و سرعت همگرایی خطای مربوط به روش IR فقط نتایج مربوط به آن آورده شده است. هرچند نتایج روش‌های دیگر رفتاری مشابه شکل (۱۱) دارند. نتایج آزمایش سوم در شکل (۱۲) نشان داده شده است.

همان طور که مشاهده می‌شود رفتار فیلتر کالمن توسعه یافته با R و Q اشتباه، مناسب نیست و حتی به سمت ناپایداری میل می‌کند. در حالی که این فیلتر با روش پیشنهادی در مقابله با این شرایط اولیه به خوبی و در زمان کمتر از ۵۰ ثانیه فرایند تخمین حالت را انجام دهد.



شکل ۱۲: ریشه مربعات خطا با تطبیق توأم R و Q در گستره‌ی زمان در سناریوی دوم

۵-۳- تحلیل نتایج شبیه سازی

براساس شبیه‌سازی دو سناریوی BOT و روابط بازگشتی روش پیشنهادی، از چند جهت می‌توان فیلتر کالمن توسعه یافته تطبیقی به روش بازگشتی غیرمستقیم را بررسی کرد. این بررسی می‌تواند شامل میزان دقت در همگرایی متغیرهای حالت، قابلیت اعتماد و پایداری، مزیت محاسبه نامنفی R و Q، میزان حجم محاسباتی، تاثیر روش تطبیقی بر تطبیق R و Q و منطق انتخاب ضرایب باشد. در ادامه این موارد مورد بررسی قرار می‌گیرد.

- میزان دقت در همگرایی متغیرهای حالت

برای ارائه‌ی استانداردی که نشان دهد آیا متغیرهای حالت همگرا می‌شود یا نه و اینکه سرعت کاهش خطا به چه صورت است دو معیار از مرجع [۲۰] انتخاب شد. یکی از این معیارها میانگین جذر متوسط مربعات خطا بود. در این معیار ابتدا خطای خروجی فیلتر با مقدار واقعی در هر گام زمانی محاسبه می‌شد و در آخر از تمام این خطاها میانگین‌گیری می‌شود. باید دقت داشت که فیلترهای کالمن براساس یکسری دانش اولیه از مسئله کار می‌کند. این دانش اولیه شامل متغیرهای حالت اولیه، ماتریس کوواریانس خطای اولیه، ماتریس کوواریانس نویز سیستم (Q) و ماتریس کوواریانس نویز اندازه‌گیری (R) می‌باشد. همان طور که گفته شد شیوه‌ی انتخاب متغیرهای حالت اولیه و ماتریس کوواریانس خطای اولیه براساس مرجع [۱۴] بصورت تصادفی انتخاب می‌شود. از طرفی انتخاب R و Q هم بصورت تصادفی بود. برای آنکه شرایط تصادفی موجود به خوبی در فیلتر کالمن پوشش داده شود به جای یک بار اجرای آن، ۵۰۰ بار با شرایط اولیه تصادفی و نویز سیستم و اندازه‌گیری تصادفی فیلتر کار می‌کند و در آخر برای هر فیلتر RMSE محاسبه می‌شود. درنتیجه با میانگین‌گیری از تمام RMSE ها به داده‌ی رسیده می‌شد که به عنوان معیار مقایسه لحاظ می‌شد. اگر تمام جدول‌های این معیار برای روش پیشنهادی مشاهده گردد در تمام وضعیت‌ها و آزمایش‌ها میانگین RMSE این روش نزدیک به شرایط صحیح R و Q است. از این موضوع این انتظار می‌رود که روش پیشنهادی به خوبی ماتریس‌های کوواریانس نویز را تطبیق داده است که MRMSE آن نزدیک به MRMSE فیلتر با شرایط صحیح است.

علاوه بر این برای اینکه بتوان نحوه‌ی همگرایی متغیرهای حالت مشاهده شود و آیا سرعت این همگرایی بالا یا پایین است از معیار نموداری رابطه‌ی (۴۵) استفاده شد. در این معیار به جای اینکه در هر بار اجرا از داده‌ها RMSEگیری شود، در یک زمان خاص از داده‌های تمام اجراها RMSEگیری می‌شود. نتیجه‌ی این نوع محاسبه، معیاری برای نحوه‌ی همگرایی خطا می‌شود. اگر تمام شکل‌های این معیار در تمام وضعیت‌ها و آزمایش‌ها مشاهده گردد به خوبی می‌توان این نتیجه را گرفت که روش پیشنهادی در همگرایی خطا نسبت به روش‌های دیگر عملکردی بسیار خوب و مناسب‌تر داشته است.

پس می‌توان گفت که روش تطبیق بازگشتی غیرمستقیم هم از لحاظ میزان دقت همگرایی و هم از لحاظ سرعت همگرایی نسبت به دیگر روش‌ها بهتر و مناسب‌تر است.

- قابلیت اعتماد و پایداری

موضوع پایداری و قابلیت اعتماد یکی از مسائل مهم در فرایند فیلترینگ می‌باشد. موضوعی که وجود دارد این است فیلتر کالمن توسعه یافته یک فیلتر زیر بهینه است و اثبات پایداری برای آن وجود ندارد. بنابراین برای بررسی اثبات پایداری به تحلیل آماری بسنده می‌شود. به این معنی که باید معیاری وجود داشته باشد که مشخص کند در چند درصد موارد یک روش عملکردی در چارچوب‌های وضع شده قرار دارد.

برای بررسی این موضوع در روش پیشنهادی بصورت آماری نشان داده شده است که این روش تقریبا در صد در صد موارد عملکردی پایدار به خود اختصاص می‌دهد. این درحالی است که موضوع پایداری در دیگر روش‌های تطبیقی محل اشکال است.

ماتریس‌های کوواریانس نویز سیستم و اندازه‌گیری در پایداری یک فیلتر نقشی اساسی دارند. برای درک بهتر تاثیر R بر عملکرد EKF رابطه‌ی (۶) و (۷) از این فیلتر در نظر گرفته می‌شود:

$$S_{k|k-1} = H_k P_{k|k-1} H_k' + R_k \qquad (۴۸)$$

$$K_k = P_{k|k-1} H_k (S_{k|k-1})^{-1} \qquad (۴۹)$$

درصورتی که R بزرگتر از مقدار واقعی خودش باشد با توجه به رابطه‌ی (۴۸) $S_{k|k-1}$ بزرگتر از مقدار حقیقی خودش می‌شود. این مسئله در رابطه‌ی (۴۹) باعث می‌شود که بهره‌ی EKF (K_k) کاهش پیدا کند و کوچکتر از مقدار اصلی خودش باشد. کاهش K_k به این معنی است که تاثیر داده‌های اندازه‌گیری بر تخمین حالت کمتر باشد و در اینصورت عملکرد به روزرسانی متغیرهای حالت با کندی مواجهه می‌شود. برعکس این موضوع، اگر R کوچکتر از مقدار واقعی خودش باشد با توجه به روابط بالا K_k افزایش پیدا می‌کند. این افزایش به این معنی است که به داده‌های اندازه‌گیری بیش از حد خود اعتماد می‌شود. درصورتی که

کوواریانس نویز اندازه‌گیری (R) نسبتا زیاد باشد و حدس اولیه‌ی ما از این ماتریس کوچکتر از آن باشد، اثر دهی به داده‌های غلط زیاد می‌شود و این امر پایداری فیلتر کالمن را تحت تاثیر قرار می‌دهد. این موضوع به وضوح در آزمایش دوم وضعیت اول سناریوی اول قابل مشاهده است. علت عمده‌ی ناپایداری برخی از روش‌ها در آن آزمایش شرایط اولیه کوچکتر از مقدار واقعی برای R بود.

همین موضوع برای ماتریس Q قابل بررسی است. این ماتریس میزان عدم قطعیت مدل سیستم را نشان می‌دهد. افزایش این ماتریس به این معنی است که اعتماد به مدل سیستم کم است، به همین دلیل اعتماد به داده‌های اندازه‌گیری بیشتر می‌شود، در نتیجه تأثیر داده‌های اندازه‌گیری بر به‌روز کردن حالت‌ها بیشتر می‌شود. پس وقتی Q بزرگتر از مقدار واقعی خود باشد، به علتی که تاثیر داده‌های اندازه‌گیری بر تخمین حالت بیش از اندازه‌ی خود می‌شود، این امر پایداری فیلتر را با مشکل مواجهه می‌کند. این موضوع به وضوح در نتایج آزمایش دوم وضعیت دوم سناریوی اول قابل مشاهده است. در آنجا روش IR ۹ بار حالت ناپایداری به خود گرفته بود که علت آن انتخاب شرایط اولیه بزرگتر از مقدار واقعی است.

موضوعی که در الگوریتم‌های تطبیق بسیار حائز اهمیت است این است که فرایند تطبیق باید به گونه‌ای عمل کند که ماتریس R کوچکتر از مقدار حقیقی خود و ماتریس Q بزرگتر از مقدار حقیقی خودش نشود. این موضوع ایجاب می‌کند که پارامترها و عناصر روش‌های تطبیقی به گونه‌ای باید تنظیم گردد تا این شروط نقض نشود.

- مزیت محاسبه کردن R و Q بصورت نامنفی

همان طوری که قبلا گفته شد، یکی از ویژگی‌های ماتریس‌های R و Q نامنفی بودن عناصر قطری آنها است. درصورتی که در روش‌های تطبیقی دیگر این شرط رعایت نشده است و همانطور که از جدول‌ها مشاهده می‌شود به تکرار برخی از این عناصر منفی شده است. اگرچه شاید موضوع منفی بودن عناصر قطری در فیلتر کالمن توسعه یافته تاثیر کمی داشته باشد ولی این موضوع در فیلترهای گوسی که براساس تقریب انتگرالی کار می‌کنند از جمله فیلتر کالمن بی بو (UKF) اثر بیشتر خواهد گذاشت که اهمیت این موضوع در این نوع از فیلترها بیشتر می‌باشد.

- میزان حجم محاسباتی

یکی از معیارهای که کارایی یک روش را نشان می‌دهد، میزان حجم محاسباتی آن است. همان طور که از روابط (۱۵)، (۱۶) و (۳۱) تا (۳۴) مشاهده می‌شود برای تطبیق هر عنصر از داریه‌های ماتریس‌های R و Q دو رابطه‌ی تطبیق ضرایب و یک رابطه‌ی بازگشتی برای محاسبه‌ی آن درایه وجود دارد. این حجم محاسباتی در مقایسه با روش MAP بیشتر است. همچنین در روش MIT برای تطبیق هر عنصر از داریه‌های R و Q فقط یک رابطه‌ی تطبیق وجود دارد که این موضوع نشان از حجم محاسباتی کمتر نسبت به روش IR دارد. در روش فازی برای تطبیق هر درایه از ماتریس‌های R و Q یکسری توابع تعلق درنظر گرفته می‌شود که بسته به نوع این توابع و تعداد قوانین فازی حجم محاسباتی آن متغیر است. ولی موضوعی که در این مقاله بررسی شد، برای رسیدن به دقت مطلوب در روش فازی به حجم محاسباتی بیشتری نسبت به روش IR نیاز بود.

- تاثیر روش تطبیقی بر تطبیق R و Q

یکی از موضاعاتی که حائز اهمیت است، میزان تاثیر ماتریس‌های R و Q بر تابع هزینه است. به این معنی در صورتی این ماتریس‌ها اشتباه انتخاب شوند، میزان تاثیر آن بر تابع هزینه رابطه (۱۴) به چه میزان است.

با توجه به رابطه‌ی (۶) در فیلتر کالمن توسعه یافته کوواریانس ابداع تخمینی به‌طور مستقیم و خطی به R_k وابسته است. افزایش و کاهش R_k منجر به افزایش و کاهش $S_{k|k-1}$ می‌شود. در حالی که رابطه‌ی بین Q_{k-1} و $S_{k|k-1}$ به‌صورت زیر است:

$$S_{k|k-1} = H_k F_k P_{k-1} F_k' H_k' + H_k Q_{k-1} H_k' + R_k \quad (۵۰)$$

همان طور که مشاهده می‌شود $S_{k|k-1}$ از طریق مجذور H_k با Q_{k-1} رابطه دارد و در صورتی که H_k به‌طور نسبی بزرگ باشد، Q_{k-1} با اثر بیشتری روی $S_{k|k-1}$ تأثیر دارد و اگر H_k کوچک باشد، این تأثیر کاهش پیدا می‌کند. در بحث ردیابی از روی سمت خصوصا در سناریوی اول، وقتی فاصله‌ی بین مشاهده‌گر و هدف زیاد باشد عناصر H_k به نسبت کوچک است. این موضوع باعث می‌شود که در فرایند ردیابی تاثیر ماتریس Q روی تابع هزینه کمتر شود.

نکته دیگری که باید به آن دقت شود، در سناریوی اول، از آن جایی که دو درایه دوم و چهارم از H_k صفر است، از حاصل عبارت $H_k Q_{k-1} H'$ درایه‌های ستون و سطر دوم و چهارم از ماتریس Q بر روی $S_{k|k-1}$ بی تاثیر است. این موضوع به این معنی است اشتباه انتخاب کردن این داریه‌ها هیچ تاثیری بر تابع هزینه ندارد و اصطلاحا اشتباه انتخاب کردن داریه‌های ستون و سطر دوم و چهارم از Q، در تابع هزینه غیرقابل مشاهده است. البته برای حل این موضوع در این مقاله ساختار رابطه‌ی (۴۱) ارائه شد. در این ساختار با تطبیق عناصر قطری اول و سوم می‌توان تمام ماتریس Q را تطبیق داد.

- منطق انتخاب ضرایب

در روش تطبیقی پیشنهادی پارامترهایی که در آغاز فرایند تطبیق باید معلوم باشد شامل $\lambda_{r,1}$، $\mu_{r,1}$، $\lambda_{q,0}$، $\mu_{q,0}$، η_k^R و η_k^Q است. همان طور که گفته شد در آغاز فرایند ردیابی باید شرایط به گونه‌ای باشد که R کوچکتر از مقدار حقیقی خود و Q بزرگتر از مقدار واقعی خودش نشود. همین موضوع در انتخاب شرایط اولیه این پارامترها باید درنظر گرفته شود. به عنوان مثال $\lambda_{r,1}$ و $\mu_{r,1}$ نباید زیاد کوچک انتخاب شوند یا $\lambda_{q,0}$ و $\mu_{q,0}$ زیاد بزرگ انتخاب نشود. از طرف دیگر η_k^R و η_k^Q براساس تاثیری که R و Q برروی تابع هزینه دارند، باید انتخاب شوند. همان طوری که گفته شد R بصورت خطی به $S_{k|k-1}$

وابسته است بنابراین η_k^R در حدود ۰٫۱ انتخاب می‌شود. ولی از آنجایی که وابستگی $S_{k|k-1}$ به Q با H_k است، η_k^Q با توجه به این موضوع بزرگتر یا کوچکتر از این مقدار انتخاب می‌شود. با توجه به شبیه‌سازی-های انجام گرفته اولا شیوه‌ی تنظیم این ضرایب به مراتب ساده‌تر از دیگر روش‌ها است و دوما حساسیت به ضرایب در این روش نسبت به دیگر روش‌ها کمتر است.

۶- نتیجه‌گیری و پیشنهادها

یکی از پارامترهای لازم برای عملکرد صحیح فیلترهای از نوع کالمن اطلاع داشتن از ماتریس‌های کوواریانس نویز سیستم و اندازه-گیری است که در این مقاله روشی برای مقابله با آن پیشنهاد شد. در روش پیشنهادی ساختاری قدرمطلقی بصورت بازگشتی برای تنظیم و اصلاح عناصر این ماتریس‌ها ارائه شد. در این روش به جای تطبیق مستقیم این ماتریس‌ها، ضرایب مربوط به ساختار بازگشتی تطبیق داده می‌شد. منطق تطبیق این ضرایب براساس روش تطبیق شدیدترین فرود در جهت کاهش یک تابع هزینه بود که این تابع هزینه براساس کوواریانس دنباله‌ی ابداع ساخته می‌شد. برای ارزیابی روش پیشنهادی، فرایند ردیابی غیرفعال هدف با عنوان ردیابی از روی سمت معرفی گردید و دو سناریوی متفاوت حرکتی به استناد دو مرجع مطرح شد. برای هر دو سناریوی ردیابی، سه وضعیت متفاوت درنظر گرفته شد که در هر وضعیت چند آزمایش انجام‌گرفت. به استناد نتایج تمام آزمایش‌ها می-توان نتیجه گرفت که فیلتر کالمن توسعه یافته با روش تطبیق پیشنهادی، در میزان دقت و سرعت تخمین حالت‌ها نسبت به دیگر روش‌های تطبیقی عملکردی بهتری به خود اختصاص می‌دهد.

روش پیشنهادی که به روش تطبیق بازگشتی غیرمستقیم نیز نام گذاری شد از چند جهت حائز اهمیت است. اول اینکه این روش جز روش‌های تطبیقی با حجم محاسباتی کم دسته بندی می‌شود و نسبت به روش مرسوم فازی از لحاظ محاسباتی کم حجم تر است. موضوع دیگری که مهم است، این روش تضمین کننده نامنفی بودن عناصر قطری ماتریس‌های کوواریانس نویز است. در حالی که در روش‌های دیگر چنین تمهیدی برای این موضوع در نظر گرفته نشده است. یکی از روش‌های مرسوم که برای تطبیق این ماتریس‌ها استفاده می‌شود، روش فازی می‌باشد. این روش علی رغم داشتن دقت مناسب در برخی از اوقات با چالش انتخاب و تنظیم بهینه گروه‌های فازی مواجهه است. این در حالی است که در روش پیشنهادی تعداد پارامترهای تنظیمی کمتر است و همچنین تنظیم این پارامترها ساده‌تر می‌باشد. حساسیت این روش نسبت به ضرایب تنظیم نسبت به دیگر روش‌ها به نسبت کمتر است.

موضوعی که در روش‌های تطبیقی باید دقت شود قابلیت اعتماد به روش تطبیقی است. به این معنی که آیا روش تطبیقی عملکرد پایداری برای فیلتر کالمن ایجاد می‌کند یا نه. این موضوع در شبیه‌سازی‌ها با اجراهای متفاوت تصادفی بصورت آماری مورد بحث قرار گرفت و نتیجه‌ای که می‌توان از روش پیشنهادی برداشت کرد این است که با انتخاب شرایط اولیه مناسب برای پارامترهای مورد تطبیق، عملکردی پایداری به فیلتر کالمن اختصاص می‌دهد. این موضوع با روش‌های دیگری تطبیق مورد مقایسه قرار گرفت که نتیجه‌ی این مقایسه از برتری روش بازگشتی غیرمستقیم حکایت دارد.

در این مقاله تمرکز عمده بر الگوریتم‌های تطبیقی که در فیلترهای کالمن کاربرد دارد، بود. هدف از این مقاله معرفی و فرموله‌سازی روش تطبیق بازگشتی غیرمستقیم بود و بحثی برروی انواع فیلترهای کالمن وجود نداشت. در این مقاله فقط فیلتر کالمن توسعه یافته مورد بحث قرار گرفت. در حالی که فیلتر کالمن توسعه یافته از آنجایی که براساس خطی سازی معادلات غیرخطی کار می‌کند به یک فیلتر زیر بهینه معروف است و در فرایندهای کاربرد دارد که اصطلاحا درجه‌ی غیرخطی بودن معادلات آن زیاد نباشد. در غیر اینصورت این نوع فیلترها کارایی کمی دارند و فاقد نتایج مطلوبی هستند. برای مقابله با این موضوع در کارهای آینده با استفاده از فیلترهای غیرخطی گوسی از جمله فیلتر کالمن بی بو (UKF) و فیلتر کالمن مکعبی (CKF) که تقریب بهتری از سیستم‌های غیرخطی دارند، استفاده خواهد شد. موضوع دیگری که حائز اهمیت است در صورتی که فرایند ردیابی در اهداف چندمدلی باشد، برای حرکت هدف چندین مدل حرکتی متصور است که برای هر هدف یک ماتریس کوواریانس نویز سیستم (Q) مجزا اختصاص داده شده است. در صورتی که این ماتریس‌ها نامعلوم باشند روند تطبیق آن به چه صورت خواهد بود که در کارهای آینده مورد بررسی قرار می‌گیرد.

مراجع

[1] Y. Bar-Shalom, X. R. Li, and T. Kirubarajan, *Estimation with Applications to Tracking and Navigation: Theory Algorithms and Software*. Wiley, 2004.

[2] R. K. Mehra, “Approaches to adaptive filtering,” *Automatic Control, IEEE Transactions on.*, vol. 17, no. 5. pp. 693–698, 1972.

[3] Z. Wang, B. Shen, and X. Liu, “filtering with randomly occurring sensor saturations and missing measurements,” *Automatica.*, vol. 48, no. 3, pp. 556–562, 2012.

[4] F. Yu, Q. Sun, C. Lv, Y. Ben, and Y. Fu, “A SLAM Algorithm Based on Adaptive Cubature Kalman Filter,” *Math. Probl. Eng.*, vol. 2014, 2014.

[5] H. E. Soken, C. Hacizade, and S. Sakai, “Simultaneous Adaptation of the Process and Measurement Noise Covariances for the UKF Applied to Nanosatellite Attitude Estimation,” in *World Congress.*, vol. 19, no. 1, pp. 5921–5926, 2014.

[13] X. Wang, Z. You, and K. Zhao, "Inertial/celestial-based fuzzy adaptive unscented Kalman filter with Covariance Intersection algorithm for satellite attitude determination," *Aerosp. Sci. Technol.*, vol. 48, pp. 214–222, Jan. 2016.

[14] B. Ristic, S. Arulampalam, and N. Gordon, *Beyond the Kalman Filter: Particle Filters for Tracking Applications*. Artech House, 2004.

[15] A. H. Mohamed, K. P. Schwarz, "Adaptive Kalman Filtering for INS/GPS," Journal of Geodesy, Vol.73, 193-203, 1999.

[16] Almagbile, A., J. Wang and W. Ding, "Evaluating the performances of adaptive Kalman filter methods in GPS/INS integration," *Journal of Global Positioning Systems*, **9**(1), 33-40, 2010.

[17] C. Hajiyev, H. E. Soken, "Robust adaptive unscented Kalman filter for attitude estimation of pico satellites," *Int. J. Adapt. Control Signal Process.*, Vol.28, pp. 107-120, Feb. 2013.

[18] C. Hajiyev, F. Caliskan, *Fault Diagnosis and Reconfiguration in Flight Control Systems*. Kluwer Academic Publishers: Boston, 2003.

[19] S. C. Nardone and M. L. Graham."A closed-form solution to bearings-only target motion analysis," *Oceanic Engineering, IEEE Journal of*, vol. 22, no. 1. pp. 168–178. 1997.

[20] P. H. Leong, S. Arulampalam, T. A. Lamahewa, and T. D. Abhayapala. "A Gaussian-Sum Based Cubature Kalman Filter for Bearings-Only Tracking," *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, vol. 49, no. 2. pp. 1161–1176. 2013.

[21] D. H. Dini, C. Jahanchahi, and D. P. Mandic, "Kalman filtering for widely linear complex and quaternion valued bearings only tracking," *Signal Processing, IET*, vol. 6, no. 5. pp. 435–445, 2012.

[6] Y. Huo, Z. Cai, W. Gong, and Q. Liu, "A new adaptive Kalman filter by combining evolutionary algorithm and fuzzy inference system," *Evolutionary Computation (CEC), 2014 IEEE Congress on*. pp. 2893–2900, 2014.

[7] Z. Jiang, Q. Song, Y. He, and J. Han, "A novel adaptive unscented Kalman filter for nonlinear estimation," *Decision and Control, 2007 46th IEEE Conference on*. pp. 4293–4298, 2007.

[8] P. J. Escamilla-Ambrosio and N. Mort, "Development of a fuzzy logic-based adaptive Kalman filter," *Control Conference (ECC), 2001 European*. pp. 1768–1773, 2001.

[9] V. A. Bavdekar, A. P. Deshpande, and S. C. Patwardhan, "Identification of process and measurement noise covariance for state and parameter estimation using extended Kalman filter," *J. Process Control*, vol. 21, no. 4, pp. 585–601, Apr. 2011.

[10] F. V Lima, M. R. Rajamani, T. A. Soderstrom, and J. B. Rawlings, "Covariance and State Estimation of Weakly Observable Systems: Application to Polymerization Processes," *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, vol. 21, no. 4. pp. 1249–1257, 2013.

[11] B. Feng, M. Fu, H. Ma, Y. Xia, and B. Wang, "Kalman Filter With Recursive Covariance Estimation & Sequentially Estimating Process Noise Covariance," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 61, no. 11. pp. 6253–6263, 2014.

[12] S. Sarkka and J. Hartikainen, "Non-linear noise adaptive Kalman filtering via variational Bayes," *Machine Learning for Signal Processing (MLSP), 2013 IEEE International Workshop on*. pp. 1–6, 2013.