مجله کنترل
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
جلد ۱۳، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۸، صفحه ۳۲-۲۳

طراحی کنترل کننده مقاوم مبتنی بر رویتگر مد لغزشی در حضور نایقینی ها و اشباع محرک

طاهره بینازاده [۱]، مجید بهمنی [۲]

[۱] دانشیار، دانشکدهٔ مهندسی برق و الکترونیک، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی شیراز ، binazadeh@sutech.ac.ir

[۲] فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد ، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی شیراز، m.bahmani@sutech.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۶/۰۵/۱۲ ویرایش اول: ۱۳۹۶/۱۲/۱۲ ویرایش دوم: ۱۳۹۶/۰۳/۳۱ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۴/۱۶

چکیده: در این مقاله طراحی کنترل‌کننده مقاوم فیدبک خروجی با در نظر گرفتن اشباع محرک مورد بررسی قرار گرفته است. برای این منظور از رویتگر مقاوم مدلغزشی بهره بزرگ جهت تخمین متغیرهای حالت استفاده شده است. همچنین از تلفیق قوانین کنترلی فیدبک غیرخطی مرکب (CNF) و مد لغزشی انتگرالی (ISM) جهت ردیابی مقاوم خروجی استفاده شده است. این کنترل کننده از دو بخش تشکیل شده است که بخش CNF به منظور بهبود پاسخ گذرا و بخش ISM به منظور حذف تاثیر نایقینی‌های ناشی از عدم قطعیت‌های پارامتری و اغتشاشات خارجی لحاظ گردیده است. دو مسئله مهم در این مقاله در نظر گرفتن اشباع محرک و طراحی قانون کنترلی مبتنی بر رویتگر می‌باشد. همچنین قضیه‌ای ارائه گردیده و اثبات شده است که چنانچه اشباع محرک واقع گردد، سیستم حلقه بسته همچنان پایدار می‌ماند و خروجی به صورت مجانبی ورودی مرجع پله‌ای را دنبال خواهد کرد. در پایان به منظور نشان دادن کارایی رویکرد کنترلی مطرح شده، روش مذکور به سیستم کنترل یاو هلیکوپتر اعمال شده است و نتایج شبیه سازی نیز ارائه گردیده است که مؤید دستاوردهای تئوری مقاله می باشد.

کلمات کلیدی: رویتگر مدلغزشی، اشباع محرک، کنترل مقاوم، مد لغزشی انتگرالی، فیدبک غیرخطی مرکب.

Robust Controller Design Based on Sliding Mode Observer in The Presence of Uncertainties and Actuator Saturation

Tahereh Binazadeh, Majid Bahmani

Abstract: This paper studies the design of a robust output feedback controller subject to actuator saturation. For this purpose, a robust high-gain sliding mode observer is used to estimate the state variables. Moreover, the combination of Composite Nonlinear Feedback (CNF) and Integral Sliding Mode (ISM) controllers are used for robust output tracking. This controller consists of two parts, the CNF part which is taken into account to modify the transient responses and the ISM part which is implemented to reject the disturbances. The two important issues in this paper are: considering the actuator saturation and designing the robust observer-based control law. Moreover, a theorem is given and proved that guarantees even if the actuator saturation takes place, the closed-loop system is stable and the output asymptotically tracks the step reference input. Finally, in order to show the performance of the proposed controller, it is applied to the yaw control of a helicopter and the simulation results verify the theoretical results.

Keywords: Sliding mode observer, actuator saturation, robust controller, integral sliding mode, composite nonlinear feedback.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-07]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1398.13.2.4.7]
[DOI: 10.29252/joc.13.2.23]

۱- مقدمه

مسئله مهمی که در سیستم‌های عملی همواره وجود دارد محدودیت روی دامنه ورودی محرک‌ها می‌باشد. در طراحی قانون کنترلی چنانچه این قید در حین طراحی در نظر گرفته نشود پس از قرار گرفتن بلوک اشباع در خروجی کنترل‌کننده، در بسیاری از موارد پاسخ سیستم مطلوب نخواهد بود و حتی ممکن است سیستم حلقه بسته ناپایدار شود. رویکردهای متنوعی در مقالات برای این منظور ارائه گردیده است که بعضاً برای سیستم‌های نامی و بدون در نظر گرفتن عدم قطعیت مدل می‌باشد [۱- ۶]. همچنین پژوهش‌هایی در زمینه طراحی کنترل‌کننده مقاوم با در نظر گرفتن اشباع محرک صورت پذیرفته است که در آن ساختار کنترل کننده طراحی شده به صورت فیدبک حالت می‌باشد [۷- ۹]. در بسیاری از مواقع همه‌ی متغیرهای حالت در دسترس نیست و این امر ضرورت تخمین متغیرهای حالت با طراحی یک رویتگر مناسب را آشکار می سازد.

برای سیستم‌هایی که در معرض اغتشاشات خارجی و همچنین عدم قطعیت در مدل سیستم هستند، تخمین متغیرهای حالت باید با استفاده از رویتگرهای مقاوم انجام شود. از جمله رویتگرهایی که دارای عملکرد مطلوبی در سیستم های دارای ترم های نایقینی های ناشی از عدم قطعیت های مدل و اغتشاشات خارجی هستند، رویتگر های بهره بزرگ می باشند [۱۰]. در مراجع [۱۱, ۱۲] این رویتگرها برای کلاس هایی از سیستم‌های غیرخطی تعمیم داده شد. همچنین مرجع [۱۳] با بکارگیری بخش‌های غیر خطی سیستم در روند طراحی رویتگر، موجب بهبود عملکرد رویتگر شده است. در مراجع [۱۴-۱۷] این رویتگر در سیستم های کنترلی مختلف مورد استفاده قرار گرفته و کنترل کننده های مبتنی بر رویتگر طراحی گردیده است. ترکیب رویتگر بهره بزرگ و تکنیک مدلغزش موجب بهبود در تخمین متغیرهای حالت سیستم می‌شود [۱۸].

در زمینه طراحی فیدبک خروجی مبتنی بر رویتگر با در نظر گرفتن اشباع محرک و ترم های نایقینی های موجود در مدل سیستم، پژوهش‌هایی انجام شده است. مرجع [۱۹] به پایداری مقاوم وضعیت یک سفینه فضایی با قید اشباع ورودی و بر پایه رویتگر پرداخته است. مرجع [۲۰] دسته ای از سیستم های چند عاملی را با قید اشباع محرک در نظر گرفته است و به پایدار سازی مقاوم آن بر اساس کنترل کننده مبتنی بر رویتگر پرداخته است. بحث پایدارسازی مقاوم مبتنی بر رویتگر با قید اشباع محرک در مرجع [۲۱] برای دسته ای از سیستم های سینگولار و در مرجع [۲۲] برای کلاسی از سیستم های ابعاد وسیع، مورد مطالعه قرار گرفته است.

یکی از روش های کنترلی که به حل مساله ردیابی خروجی در حضور قید اشباع محرک می پردازد روش فیدبک غیرخطی مرکب (CNF) است. این روش کنترلی تاکنون برای سیستم های دینامیکی مختلفی اعم از گسسته، پیوسته، خطی، غیرخطی و ... مورد مطالعه واقع شده است [۲۳-۲۹]. بر اساس بررسی های انجام شده توسط نویسندگان مقاله حاضر، در زمینه تلفیق رویتگر مد لغزشی بهره بزرگ توام با قانون کنترلی CNF و مقاوم سازی آن تاکنون مطالعه ای انجام نشده است. این در حالی است که رویتگر مذکور دارای عملکرد مناسبی جهت تخمین متغیرهای حالت در حضور نایقینی ها است و طراحی قانون کنترلی که از مقاوم سازی CNF با تلفیق آن با روش مدلغزشی انتگرالی و بر پایه متغیرهای حالت تخمین زده شده توسط رویتگر حاصل می شود، عملکرد مناسبی را در حضور اشباع محرک به دنبال خواهد داشت.

این مقاله به پایدارسازی مقاوم مبتنی بر طراحی رویتگر مد لغزشی بهره بزرگ در حضور ترم های نایقینی و اشباع محرک می پردازد. موضوع مورد بحث از پیچیدگی‌های قابل توجهی برخوردار است. در این مقاله ابتدا تئوری‌های طراحی رویتگر مقاوم مدلغزشی بهره بزرگ ارائه خواهد شد و سپس با استفاده از رویتگر و قانون فیدبک خروجی مقاوم (که از تلفیق روش CNF مبتنی بر متغیرهای حالت تخمین زده شده با روش مدلغزشی انتگرالی استخراج گردیده)، قانون کنترلی مقاوم مبتنی بر رویتگر با در نظر گرفتن اشباع محرک طراحی خواهد شد. اثبات پایداری سیستم حلقه بسته با لحاظ نمودن دینامیک رویتگر و به ازای سه حالت مختلف تابع غیرخطی اشباع، به طور کامل بررسی شده است. در آخر به منظور نشان دادن عملکرد کنترل کننده پیشنهادی، این کنترل کننده به سیستم کنترل یاو هلیکوپتر اعمال شده است و نتایج شبیه سازی نیز ارائه گردیده است.

در ادامه این مقاله به موارد زیر پرداخته می شود: در بخش دوم به معرفی سیستم و بیان هدف طراحی پرداخته شده است. اصول طراحی رویتگر مقاوم نیزدر بخش سوم مقاله آمده است. بخش چهارم مقاله شامل دستاوردها و نوآوری های این مقاله است و در آن به طراحی کنترل کننده مقاوم مبتنی بر رویتگر در حضور اشباع محرک و نایقینی های مدل سیستم پرداخته شده است. همچنین در این بخش قضیه ای ارائه و اثبات شده است که عملکرد مطلوب کنترل کننده پیشنهادی را تضمین می‌نماید. نتایج شبیه سازی ها در بخش پنجم آورده شده است. همچنین نتیجه گیری در بخش ششم مقاله ذکر شده است.

۲- معرفی سیستم و بیان مسئله

سیستم (۱) را در نظر بگیرید.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bsat\left(u(t), u_{\max}\right) + Bd(x,t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (۱)$$

که در آن $x \in D \subseteq R^n$ متغیر حالت سیستم، $u \in R$ ورودی کنترلی و $y \in R$ خروجی سیستم می‌باشند. همچنین ماتریس A و بردارهای B و C ثابت و دارای ابعاد مناسب می‌باشند. تابع غیرخطی اشباع نیز به صورت زیر تعریف می گردد:

$$sat\left(u(t), u_{\max}\right) = sign(u(t)) \min\left\{u_{\max}, |u|\right\}$$
$$= \begin{cases} u_{\max} & \text{for} \quad u(t) > u_{\max} \\ u(t) & \text{for} \quad |u(t)| \le u_{\max} \\ -u_{\max} & \text{for} \quad u(t) < -u_{\max} \end{cases} \quad (۲)$$

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-07]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1398.13.2.4.7]
[DOI: 10.29252/joc.13.2.23]

که $u_{\max} > 0$ حد اشباع محرک است. تابع نامعلوم $d(x,t)$ ناشی از اغتشاشات خارجی و عدم قطعیت‌های سیستم می‌باشد که دارای نرم محدود است و در رابطه زیر صدق می کند:

$$\|d(x,t)\| \le p_0(x) \qquad (۳)$$

که $p_0(x)$ معلوم و مثبت است و برای هر $x \in D$ آنگاه $p_0(x) < u_{\max}$ است.

هدف طراحی قانون کنترلی با عملکرد مقاوم و مبتنی بر رویتگری مقاوم است به نحوی که خروجی سیستم حلقه بسته، ورودی مرجع پله با دامنه ثابت r را در حضور اشباع محرک و تابع نامعلوم $d(x,t)$ دنبال کند (به عبارت دیگر $\lim_{t\to\infty} y(t) = r$ گردد). برای این منظور در بخش بعد ابتدا به طراحی رویتگر مقاوم پرداخته می شود. سپس قانون کنترلی مقاوم، مبتنی بر متغیرهای حالت تخمین زده شده طراحی و عملکرد آن به ازای سه حالت مختلف تابع غیرخطی اشباع که در رابطه (۲) نشان داده شده، بررسی می گردد.

۳- طراحی رویتگر مقاوم

در این بخش روند طراحی رویتگر بهره بزرگ مدلغزشی ارائه می گردد. سیستم (۴) را در نظر بگیرید.

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + \alpha(x) + \gamma(x)u + p(x)d(x,t) \\ y = Cx \end{cases} \qquad (۴)$$

در این سیستم $x = [x_1, x_2, ..., x_n]^T \in R^n$ بردار متغیرهای حالت، $\alpha(x)$، $\gamma(x)$ و $p(x)$ توابع برداری غیرخطی، $u \in R$ ورودی کنترلی و $y \in R$ خروجی سیستم می‌باشند. همچنین تابع نامعلوم $d(x,t)$ ناشی از اغتشاشات و عدم قطعیت‌های مدل نشده در سیستم می‌باشد که در شرط (۲) صدق می کند. ماتریس A دارای ساختار نشان داده شده در رابطه زیر می‌باشد و زوج (A,C) رویت پذیر است.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I_{(n-1)\times(n-1)} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (۵)$$

در ادامه فرضیاتی که برای سیستم (۴) در نظر گرفته شده است، ارائه خواهد شد [۱۰].

فرض ۱) توابع برداری غیر خطی $\alpha(x)$، $\gamma(x)$ و $p(x)$ به صورت روابط زیر می‌باشند.

$$\alpha(x) = [\alpha_1(x_1) \quad \alpha_2(x_1,x_2) \quad . \quad . \quad . \quad \alpha_n(x_1,x_2,...,x_n)]^T \qquad (۶)$$

$$\gamma(x) = [\gamma_1(x_1) \quad \gamma_2(x_1,x_2) \quad . \quad . \quad . \quad \gamma_n(x_1,x_2,...,x_n)]^T \qquad (۷)$$

$$p(x) = [1 \quad p_2(x_1,x_2) \quad . \quad . \quad . \quad p_n(x_1,x_2,...,x_n)]^T \qquad (۸)$$

که توابع $\alpha_i(x_1,...,x_i)$ ، $\gamma_i(x_1,...,x_i)$ و $p_i(x_1,...,x_i)$ $(i = 1,2,...,n)$ نسبت به متغیرحالت x لیپشیتز می‌باشند.

تبصره ۱: ساختار (۸) با نرمالیزه کردن $p(x)$ نسبت به $p_1(x)$ قابل دست‌یابی می‌باشد. همچنین اگر $p_1(x) = 0$ باشد، اغتشاشات از طریق خروجی اندازه گیری شده قابل رویت نیست بنابراین تخمین حاصل، نتیجه خوبی به همراه نخواهد داشت.

تبصره ۲: ساختار (۴) معرف سیستم‌هایی است که به طور مستقل رویت‌پذیر می‌باشند. همچنین شرایط ارائه شده در فرض (۱) شرط کافی می‌باشند و اگر سیستمی به طور مستقل رویت‌پذیر باشد لزومی ندارد که حتما شرایط فرض (۱) را برآورده کنند.

ساختار معادلات (۴) دسته وسیعی از سیستم های فیزیکی را شامل می شود. بازو روبات، موتورها و بعضی از فرآیندهای شیمیایی از جمله سیستم‌هایی هستند که معادله حالت آن‌ها مشابه (۴) می‌باشد یا می‌توان معادله حالت آن‌ها را به این فرم تبدیل کرد [۳۰].

برای سیستم (۴) رویتگری مطابق رابطه زیر طراحی می‌گردد [۱۰].

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \alpha(\hat{x}) + \gamma(\hat{x})u + L(y - C\hat{x}) + p(\hat{x})u_r(t) \qquad (۹)$$

در این رویتگر متغیر حالت $\hat{x}(t) \in R^n$ تخمینی از متغیر حالت $x(t)$ می‌باشد و با توجه به روش بهره بالا، بردار L مطابق رابطه زیر طراحی می‌شود.

$$L = S_\theta^{-1} C^T \qquad (۱۰)$$

که ماتریس S_θ مثبت معین و متقارن می‌باشد و از حل معادله جبری زیر تعیین می گردد:

$$\theta S_\theta + A^T S_\theta + S_\theta A - C^T C = 0 \qquad (۱۱)$$

پارامتر θ در عبارت فوق ثابتی مثبت می‌باشد. ورودی $u_r(t)$ بر اساس تکنیک مد لغزشی طبق رابطه زیر انتخاب می‌گردد تا عملکرد مقاوم رویتگر (۹) را تضمین نماید:

$$u_r(t) = -\rho_0 sign(y - C\hat{x}) \qquad (۱۲)$$

چنانچه بردار خطای رویتگر ($e(t)$) مطابق رابطه زیر تعریف شود:

$$\begin{aligned} e(t) &= [e_1(t) \quad e_2(t) \quad . \quad . \quad . \quad e_n(t)]^T \\ &= \hat{x}(t) - x(t) \end{aligned} \qquad (۱۳)$$

آنگاه معادلات دینامیکی بردار خطای رویتگر بر اساس معادلات (۴)و (۹) به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{e} = (A - S_\theta^{-1} C^T C)e + \alpha(\hat{x}) - \alpha(x) + \gamma(\hat{x})u \\ - \gamma(x)u + p(\hat{x})u_r - p(x)d(x,t) \end{aligned} \qquad (۱۴)$$

به منظور تحلیل خطای رویتگر، ماتریس Δ_θ به صورت رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\Delta_\theta = diag\left(1, \frac{1}{\theta}, ..., \frac{1}{\theta^{n-1}}\right) \qquad (۱۵)$$

که به‌ازای آن روابط زیر برقرار است:

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-07]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1398.13.2.4.7]
[DOI: 10.29252/joc.13.2.23]

$$S_\theta = \frac{1}{\theta}\Delta_\theta^{-1} S_1 \Delta_\theta$$
$$\Delta_\theta A \Delta_\theta^{-1} = \theta A \qquad (۱۶)$$
$$C\Delta_\theta = C\Delta_\theta^{-1} = C$$

همچنین ماتریس S_1 پاسخ معادله (۱۱) به‌ازای $\theta = 1$ می‌باشد.

لم ۱ [۱۰]: سیستم (۴) را در نظر بگیرید چنانچه فرض (۱) برقرار باشد، آنگاه $\theta_0 > 0$ وجود خواهد داشت بطوریکه به‌ازای هر $\theta > \theta_0$، و هر $\rho_0 > p_0(x)$، خطای رویتگر به صورت مجانبی به صفر همگرا می شود.

در ادامه به منظور طراحی رویتگر برای سیستم (۱)، ابتدا با اعمال تبدیل مناسب ساختار سیستم به فرم مطلوب (۴) تبدیل شود. ساختار سیستم (۱) بگونه‌ای می‌باشد که می‌توان با تغییر متغیر در سیستم از رویتگر ذکر شده استفاده کرد. چنانچه بردار $z(t)$ به صورت زیر تعریف شود:

$$z(t) = Tx(t) = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} x(t) \qquad (۱۷)$$

که ماتریس مربعی $T \in R^{n\times n}$ غیرمنفرد است. در این صورت با تغییر متغیر $z = Tx$ معادله سیستم (۱) به فرم زیر تبدیل می‌شود:

$$\begin{cases} \dot{z} = \bar{A}z + \alpha(z) + \bar{B}sat(u, u_{\max}) + \bar{B}d(x,t) \\ y = \bar{C}z \end{cases} \qquad (۱۸)$$

که در آن،

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & I_{(n-1)\times(n-1)} \\ 0 & 0 \end{bmatrix};\ \alpha(z) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ CA^n z \end{bmatrix} \qquad (۱۹)$$
$$\bar{B} = TB;\ \bar{C} = CT^{-1}$$

بنابراین سیستم (۱۸) ساختار مطلوب برای طراحی رویتگر مقاوم را دارد و ساختار رویتگر مقاوم برای آن به صورت زیر است:

$$\dot{\hat{z}} = \bar{A}\hat{z} + \alpha(\hat{z}) + \bar{B}sat(u, u_{\max}) + L(y - \bar{C}\hat{z}) + \bar{B}u_r(t) \qquad (۲۰)$$

همچنین متغیر حالت رویتگر $(\hat{x}(t))$ که تخمین از متغیر حالت سیستم $(x(t))$ می‌باشد، از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$\hat{x}(t) = T^{-1}\hat{z}(t)$$

بنابراین معادله رویتگر برای سیستم (۱) بر حسب متغیر حالت $\hat{X}$ به صورت زیر نوشته می شود:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \alpha(\hat{x}) + Bsat(u, u_{\max}) + T^{-1}L(y - C\hat{x}) + Bu_r(t) \qquad (۲۱)$$

در ادامه با استفاده از مقادیر تخمین زده شده یک کنترل کننده مقاوم در حضور اشباع محرک طراحی خواهد شد که به ازای آن تاثیر عوامل نایقینی بر سیستم به شدت کاهش می‌یابد.

٤- طراحی کنترل‌کننده مقاوم مبتنی بر رویتگر با در نظر گرفتن اشباع محرک

در این بخش به منظور کاهش اثر ترم نامعلوم $d(x,t)$ از تلفیق قانون کنترلی CNF با کنترل کننده مدلغزشی انتگرالی ISM استفاده خواهد شد. قانون کنترلی حاصل از این تلفیق که کنترل کننده ISM-CNF نامیده می شود، در مرجع [۲۳] ارائه شده است. اما این قانون کنترلی تاکنون صرفاً بر اساس فیدبک حالت طراحی و استفاده گردیده است. در این مقاله برای اولین بار از این قانون با استفاده از متغیرهای حالت تخمین زده شده و بر پایه رویتگر مدلغزشی مقاوم استفاده می‌شود. برای این منظور قضیه ای در این بخش ارائه و اثبات گردیده است که عملکرد مطلوب قانون کنترلی پیشنهادی مبتنی بر رویتگر را در حضور اشباع محرک، تضمین می‌نماید.

چنانچه مقادیر مطلوب متغیرهای حالت $z(t)$ در حالت ماندگار z_e تعریف شود (در این صورت $\lim_{t\to\infty} y(t) = \bar{C}z_e = r$ که r دامنه ورودی مرجع ثابت است که باید توسط خروجی دنبال شود) با تغییر متغیر $\tilde{z} = z - z_e$ رابطه زیر حاصل خواهد شد و هدف طراحی قانون کنترلی برای سیستم زیر است به نحوی که $\lim_{t\to\infty} \tilde{z}(t) = 0$.

$$\dot{\tilde{z}} = \bar{A}\tilde{z} + \alpha(\tilde{z} + z_e) + \bar{A}z_e + \bar{B}sat(u, u_{\max}) + \bar{B}d(x,t) \qquad (۲۲)$$

با توجه به رابطه (۱۹):

$$\begin{aligned} \alpha(\tilde{z} + z_e) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & CA^n(\tilde{z} + z_e) \end{bmatrix}^T \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & CA^n\tilde{z} + CA^n z_e \end{bmatrix}^T \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & CA^n\tilde{z} \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & CA^n z_e \end{bmatrix}^T \\ &= \alpha(\tilde{z}) + \alpha(z_e) \end{aligned} \qquad (۲۳)$$

همچنین می‌توان A_z را به نحوی تعریف کرد که به ازای آن رابطه زیر همواره برقرار باشد.

$$A_z\tilde{z} = \bar{A}\tilde{z} + \alpha(\tilde{z})$$
$$A_z z_e = \bar{A}z_e + \alpha(z_e) \qquad (۲۴)$$

بنابراین معادله (۲۲) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\dot{\tilde{z}} = A_z(\tilde{z} + z_e) + \bar{B}sat(u, u_{\max}) + \bar{B}d(x,t) \qquad (۲۵)$$

قانون کنترلی ISM-CNF مبتنی بر رویتگر مطابق رابطه زیر ارائه می گردد:

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-07]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1398.13.2.4.7]
[DOI: 10.29252/joc.13.2.23]

$$u_{ISM-CNF} = u_{CNF} + u_{ISM} = \underbrace{u_L + u_N}_{u_{CNF}} + u_{ISM} \quad (۲۶)$$

همانطور که مشاهده می‌شود قانون فوق شامل سه بخش است: بخش خطی (u_L)، بخش غیرخطی (u_N) و بخش مقاوم ساز بر اساس روش کنترلی مدلغزشی انتگرالی (u_{ISM}). در ادامه هریک از این بخش ها معرفی می‌گردد.

ساختار بخش خطی u_L مبتنی بر رویتگر به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} u_L &= F(\hat{z} - z_e) + Hr \\ &= F(\hat{z} - z + z - z_e) + Hr \\ &= F(\tilde{z} + \bar{e}) + Hr \end{aligned} \quad (۲۷)$$

در عبارت فوق

$$\bar{e}(t) = \hat{z}(t) - z(t) = T(\hat{x}(t) - x(t)) = Te(t)$$

می‌باشد و بردار F به نحوی طراحی می گردد که ماتریس $\bar{A} + \bar{B}F$ هرویتز باشد. همچنین تابع اسکالر H در رابطه زیر صدق می‌کند:

$$A_z z_e + \bar{B}Hr = 0 \quad (۲۸)$$

بخش غیرخطی u_N دارای ساختار زیر است:

$$\begin{aligned} u_N &= \rho(r,y)\bar{B}P(\hat{z} - z_e) \\ &= \rho(r,y)\bar{B}P(\hat{z} - z + z - z_e) \\ &= \rho(r,y)\bar{B}P(\tilde{z} + \bar{e}) \end{aligned} \quad (۲۹)$$

در معادله‌ی فوق، P یک ماتریس مثبت معین و متقارن است که از حل معادله لیاپانوف زیر بدست می‌آید.

$$(\bar{A} + \bar{B}F)^T P + P(\bar{A} + \bar{B}F) = -W \quad (۳۰)$$

ماتریس W یک ماتریس دلخواه مثبت معین و متقارن می‌باشد. همچنین تابع غیر خطی $\rho(r, y)$ یک تابع منفی معین و لیپشیتز می‌باشد که باید با ساختاری مناسب، توسط طراح انتخاب می‌گردد. بخش مقاوم ساز قانون کنترلی نیز به صورت زیر است:

$$u_{ISM} = -L\,sign(\bar{B}^T \bar{B} S), \quad p_0(x) < L < u_{\max} \quad (۳۱)$$

که $u_{\max}$ و $p_0(x)$ در بخش ۲ معرفی شده اند. سطح لغزش طبق عبارت زیر تعریف می‌شود:

$$S = \bar{B}^T \left\{ \tilde{z}_v(t) - \tilde{z}_v(0) - \int_0^t (\dot{\tilde{z}}_{v-NOM}(t)) d\tau \right\} \quad (۳۲)$$

در عبارت فوق، $\tilde{z}_v(t)$ اختلاف بین مقدار تخمین زده شده $\hat{z}$ و مقدار مطلوب z_e می‌باشد. همچنین $\tilde{z}_{v-NOM}$ مقدار نامی این اختلاف را در غیاب نایقینی ها را نشان می‌دهد.

تبصره ۳: در کنترل کننده ارائه شده در رابطه (۲۶)، جزء u_N در تنظیم خروجی به مقدار مطلوب در در حالت دائم تاثیرگذار نیست و به منظور بهبود پاسخ گذرا مورد استفاده واقع می‌شود. لذا عمل تنظیم خروجی ناشی از بخش های دیگر کنترل کننده (۳۱) یعنی $\bar{u} = u_L + u_{ISM}$ می باشد که طبق تئوری ارائه شده در مرجع [۲۳] به نحوی طراحی می‌گردد که در ناحیه ای مشخص از شرایط اولیه ($x_0 \in X_{F\delta}$) وارد ناحیه اشباع نشود.

در این صورت با اعمال کنترل کننده (۲۶) $u = u_{ISM-CNF}$ به سیستم (۲۵) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{z}} &= A_z(\tilde{z} + z_e) \\ &+ \bar{B}\left(sat(u_{ISM-CNF}, u_{\max}) + \underbrace{F(\tilde{z} + \bar{e}) + Hr}_{u_L} - u_L \right) \\ &+ \bar{B}d(x,t) \\ &= \left(A_z + \bar{B}F\right)\tilde{z} + \left(A_z z_e + \bar{B}Hr\right) + \bar{B}F\bar{e} + \\ &\bar{B}\left(sat(u_{ISM-CNF}, u_{\max}) - u_L\right) + \bar{B}d(x,t) \end{aligned} \quad (۳۳)$$

لذا با توجه به رابطه (۲۸) و همچنین با در نظر گرفتن معادلات دینامیکی خطای $\bar{e} = \hat{z} - z$ که از معادلات (۱۸) و (۲۰) حاصل می‌شود، معادلات زیر بدست می‌آیند:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{z}} = \left(A_z + \bar{B}F\right)\tilde{z} + \bar{B}F\bar{e} + \\ \quad \bar{B}\left(sat(u_{ISM-CNF}, u_{\max}) - u_L\right) + \bar{B}d(x,t) \\ \dot{\bar{e}} = (\bar{A} - L\bar{C})\bar{e} + \alpha(\bar{e}) + \bar{B}(u_r(t) - d(x,t)) \end{cases} \quad (۳۴)$$

به منظور اثبات پایداری مجانبی سیستم فوق قضیه زیر ارائه می‌گردد.

قضیه: چنانچه کنترل کننده مقاوم و مبتنی بر رویتگر (۲۶) به سیستم (۳۴) اعمال شود، در این صورت سیستم حلقه بسته در حضور نایقینی های سیستم و اشباع محرک پایدار مجانبی می‌باشد. پایداری مجانبی سیستم حلقه بسته (۳۴) منجر به تنظیم خروجی به مقدار مطلوب r می‌گردد(به عبارت دیگر $\lim_{t\to\infty} \tilde{z}(t) = 0 \;\Rightarrow\; \lim_{t\to\infty} y(t) = \bar{C}z_e = r$).

اثبات: تابع لیاپانوف زیر را در نظر بگیرید. با انتخاب این ساختار ، پایداری کل سیستم حلقه بسته که شامل معادلات سیستم، معادلات رویتگر و قانون کنترلی می باشد، مورد تحلیل پایداری قرار می گیرد.

$$V = \tilde{z}^T P \tilde{z} + \xi^T S_1 \xi, \qquad \xi = \Delta_\theta \bar{e} \quad (۳۵)$$

با در نظر گرفتن روابط(۳۴)، (۱۰) و (۱۶) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= \Delta_\theta \dot{\bar{e}} \\ &= \Delta_\theta(\bar{A} - L\bar{C})\Delta_\theta^{-1}\xi + \Delta_\theta\alpha(\bar{e}) \\ &+ \Delta_\theta\bar{B}(u_r(t) - d(x,t)) \\ &= \Delta_\theta(\bar{A} - S_\theta^{-1}\bar{C}^T\bar{C})\Delta_\theta^{-1}\xi + \Delta_\theta\alpha(\bar{e}) \\ &+ \Delta_\theta\bar{B}(u_r(t) - d(x,t)) \\ &= \theta(\bar{A} - S_1^{-1}\bar{C}^T\bar{C})\xi + \Delta_\theta\alpha(\bar{e}) \\ &+ \Delta_\theta\bar{B}(u_r(t) - d(x,t)) \end{aligned} \quad (۳۶)$$

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-07]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1398.13.2.4.7]
[DOI: 10.29252/joc.13.2.23]

در این صورت مشتق تابع لیاپانوف به صورت زیر می‌باشد.

$$\dot{V} = 2\tilde{z}^T P\dot{\tilde{z}} + 2\xi^T S_1\dot{\xi} \qquad (۳۷)$$

از طرفی با در نظر گرفتن رابطه (۳۶) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} 2\xi^T S_1\dot{\xi} &= 2\xi^T S_1\theta(\bar{A} - S_1^{-1}\bar{C}^T\bar{C})\xi + \\ &\quad 2\xi^T S_1\Delta_\theta\alpha(\bar{e}) + 2\xi^T S_1\Delta_\theta\bar{B}(u_r(t) - d(x,t)) \\ &= 2\theta\xi^T S_1\bar{A}\xi - 2\theta\xi^T\bar{C}^T\bar{C}\xi + \\ &\quad 2\xi^T S_1\Delta_\theta\alpha(\bar{e}) + 2\xi^T S_1\Delta_\theta\bar{B}(u_r(t) - d(x,t)) \end{aligned} \qquad (۳۸)$$

با بازنویسی رابطه (۱۱) به ازای ماتریس $\bar{A}$ و $\bar{C}$ داریم

$$\theta S_\theta + \bar{A}^T S_\theta + S_\theta\bar{A} - \bar{C}^T\bar{C} = 0$$

با در نظر گرفتن این نکته که ماتریس متقارن S_1 پاسخ معادله فوق به‌ازای $\theta = 1$ می‌باشد، آنگاه:

$$2\theta\xi^T S_1\bar{A}\xi = \theta\xi^T(\bar{C}^T\bar{C} - S_1)\xi \qquad (۳۹)$$

بنابراین

$$\begin{aligned} 2\xi^T S_1\dot{\xi} &= -\theta\xi^T S_1\xi - \theta\xi^T\bar{C}^T\bar{C}\xi + 2\xi^T S_1\Delta_\theta\alpha(\bar{e}) \\ &\quad + 2\xi^T S_1\Delta_\theta\bar{B}(u_r(t) - d(x,t)) \end{aligned} \qquad (۴۰)$$

با توجه به معادلات (۳۴) و (۴۰)، مشتق تابع لیاپانوف مطابق زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \tilde{z}^T(A_z + \bar{B}F)^T P\tilde{z} + \tilde{z}^T P(A_z + \bar{B}F)\tilde{z} + 2\tilde{z}^T P\bar{B}g(t) \\ &\quad + 2\tilde{z}^T P\bar{B}F\bar{e} - \theta\xi^T(S_1 + \bar{C}^T\bar{C})\xi \\ &\quad + 2\xi^T S_1\Delta_\theta\alpha(\bar{e}) + 2\xi^T S_1\Delta_\theta\bar{B}(u_r(t) - d(x,t)) \end{aligned} \qquad (۴۱)$$

که در آن

$$\begin{aligned} g(t) &= \omega(t) + d(x,t) \\ \omega(t) &= sat(u_L(t) + u_N(t) + u_{ISM}(t)) - u_L(t) \end{aligned} \qquad (۴۲)$$

عبارت (۴۱) را به صورت زیر می‌توان بازنویسی نمود:

$$\dot{V} = \begin{bmatrix}\tilde{z}\\ \bar{e}\end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -W & P\bar{B}F \\ (P\bar{B}F)^T & -\eta\theta\Delta_\theta(S_1 + \bar{C}^T\bar{C})\Delta_\theta \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\tilde{z}\\ \bar{e}\end{bmatrix}$$

$$\underbrace{-(1-\eta)\theta\xi^T(S_1 + \bar{C}^T\bar{C})\xi + 2\xi^T S_1\Delta_\theta\alpha(\bar{e}) + 2\xi^T S_1\Delta_\theta\bar{B}(u_r(t) - d(x,t))}_{R_1(t)}$$

$$+ 2\tilde{z}^T P\bar{B}g; \qquad \eta \in (0,1)$$

با انتخاب مناسب پارامتر مثبت $\theta = \theta_1$، تابع $R_1(t)$ منفی می‌شود.

لذا

$$\dot{V} \le \begin{bmatrix}\tilde{z}\\ \bar{e}\end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -W & P\bar{B}F \\ (P\bar{B}F)^T & -\eta\theta\Delta_\theta(S_1 + \bar{C}^T\bar{C})\Delta_\theta \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\tilde{z}\\ \bar{e}\end{bmatrix} + 2\tilde{z}^T PBg \qquad (۴۳)$$

در ادامه وضعیت $\dot{V}$ به‌ازای حالت‌های مختلف بررسی خواهد شد.

حالت اول: اگر دامنه سیگنال کنترلی $u = u_{ISM-CNF}$ کوچکتر مساوی از مقدار مجاز $u_{\max}$ باشد. به عبارت دیگر:

$$|u_L + u_N + u_{ISM}| = \left|[F \quad F]\begin{bmatrix}\tilde{z}\\ e\end{bmatrix} + Hr + \rho\begin{bmatrix}B^T P & B^T P\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\tilde{z}\\ e\end{bmatrix} + u_{ISM}(t)\right| \le u_{\max} \qquad (۴۴)$$

بنابراین با توجه به تعریف $\omega(t)$ در عبارت (۴۲)، در این حالت عبارت زیر حاصل می گردد:

$$\begin{aligned} \omega(t) &= u_N(t) + u_{ISM}(t) \\ &= \rho\begin{bmatrix}\bar{B}^T P & \bar{B}^T P\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\tilde{z}\\ \bar{e}\end{bmatrix} + u_{ISM}(t) \end{aligned} \qquad (۴۵)$$

در تحلیل پایداری سیستم حلقه بسته، می‌توان به جای u_{ISM}، مقدار معادل آن را به صورت رابطه زیر جایگزین کرد [۳۱-۳۳]:

$$(u_{ISM})_{eq} = u_{eq} = -d(x,t) \qquad (۴۶)$$

بنابراین $g(t) = u_N(t)$، در نتیجه:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\le \begin{bmatrix}\tilde{z}\\ \bar{e}\end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -W & P\bar{B}F \\ (P\bar{B}F)^T & -\eta\theta\Delta_\theta(S_1 + \bar{C}^T\bar{C})\Delta_\theta \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\tilde{z}\\ \bar{e}\end{bmatrix} \\ &\quad + 2\rho\tilde{z}^T PBB^T P\tilde{z} + 2\rho\tilde{z}^T PBB^T P\bar{e} \\ &\le \begin{bmatrix}\tilde{z}\\ \bar{e}\end{bmatrix}^T \underbrace{\begin{bmatrix} -W & P\bar{B}(F + \rho\bar{B}^T P) \\ (F + \rho\bar{B}^T P)^T\bar{B}^T P & -\eta\theta\Delta_\theta(S_1 + \bar{C}^T\bar{C})\Delta_\theta \end{bmatrix}}_{\Omega_1}\begin{bmatrix}\tilde{z}\\ \bar{e}\end{bmatrix} \\ &\quad + 2\rho\tilde{z}^T PBB^T P\tilde{z} \end{aligned} \qquad (۴۷)$$

از آنجاییکه تابع ρ غیر مثبت است لذا $2\rho\tilde{z}^T PBB^T P\tilde{z} \le 0$ است و برای منفی شدن تابع لیاپانوف کافی است ماتریس Ω_1 منفی معین باشد. در این حالت بر اساس لم مکمل شور [۳۴]، از آنجاییکه ماتریس $(-W)$ منفی معین است، لذا کافی است رابطه زیر برقرار گردد:

$$\eta\theta\Delta_\theta(S_1 + \bar{C}^T\bar{C})\Delta_\theta > (F + \rho B^T P)^T B^T P W^{-1} PB(F + \rho B^T P) \qquad (۴۸)$$

با انتخاب مناسب پارامتر $\theta = \theta_2$ و تابع منفی معین $\rho = \rho(r,y)$ و ثابت مثبت ρ_1^*، آنگاه به ازای هر $|\rho(r,y)| \le \rho_1^*$، رابطه فوق برقرار می باشد.

حالت دوم: اگر دامنه سیگنال کنترلی $u = u_{ISM-CNF}$ مثبت باشد و اندازه آن از مقدار مجاز $u_{\max}$ نیز بیشتر شود. آنگاه داریم:

$$[F \quad F]\begin{bmatrix}\tilde{z}\\ \bar{e}\end{bmatrix} + Hr + \rho\begin{bmatrix}B^T P & B^T P\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\tilde{z}\\ \bar{e}\end{bmatrix} + u_{ISM} \ge u_{\max} \qquad (۴۹)$$

با توجه به تبصره ۳ داریم:

$$|u_L + u_{ISM}| = \left|[F \quad F]\begin{bmatrix}\tilde{z}\\ \bar{e}\end{bmatrix} + Hr + u_{ISM}\right| \le u_{\max} \qquad (۵۰)$$

بنابراین

$$g = u_{\max} - u_L + d(x,t) \qquad (۵۱)$$

با توجه به روابط (۴۶) و (۴۷)، $g > 0$ بوده و برای این حالت رابطه زیر برقرار می‌باشد.

$$u_N > g > 0 \qquad (۵۲)$$

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-07]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1398.13.2.4.7]
[DOI: 10.29252/joc.13.2.23]

با ضرب کردن $q(t)\in(0,1)$ در u_N می‌توان نامعادله‌ی فوق را به معادله زیر تبدیل کرد.

$$g = q(t)\rho B^T P\tilde{z} + q(t)\rho B^T P\bar{e} \qquad (۵۳)$$

در این صورت با استدلالی مشابه قبل، برای حالت دوم معادله $\dot{V}$ در نامساوی زیر صدق می‌کند:

$$\dot{V} \le \begin{bmatrix}\tilde{z}\\ \bar{e}\end{bmatrix}^T \underbrace{\begin{bmatrix} -W & P\bar{B}\left(F+q\rho B^T P\right) \\ \left(F+q\rho\bar{B}^T P\right)\bar{B}^T P & -\eta\theta\Delta_\theta(S_1+\bar{C}^T\bar{C})\Delta_\theta \end{bmatrix}}_{\Omega_2} \begin{bmatrix}\tilde{z}\\ \bar{e}\end{bmatrix} + 2q\rho\tilde{z}^T PBB^T P\tilde{z} \le \begin{bmatrix}\tilde{z}\\ \bar{e}\end{bmatrix}^T \Omega_2 \begin{bmatrix}\tilde{z}\\ \bar{e}\end{bmatrix} \qquad (۵۴)$$

برای منفی معین شدن ماتریس Ω_2 باید طبق لم مکمل شور شرط زیر برقرار باشد.

$$\eta\theta\Delta_\theta(S_1+\bar{C}^T\bar{C})\Delta_\theta \ge \left(F+q\rho\bar{B}^T P\right)^T \bar{B}^T P W^{-1} P\bar{B}\left(F+q\rho\bar{B}^T P\right) \qquad (۵۵)$$

مطابق حالت قبل یک پارامتر مثبت $\theta=\theta_3$ و مقدار مثبت ρ_2^* وجود خواهد داشت که به‌ازای هر $|\rho(r,y)|\le\rho_2^*$، رابطه بالا برقرار می‌شود.

حالت سوم: اگر دامنه سیگنال کنترلی $u=u_{ISM-CNF}$ منفی باشد و از مقدار مجاز $-u_{\max}$ نیز منفی تر شود. آنگاه رابطه زیر صادق است:

$$\begin{bmatrix}F & F\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\tilde{z}\\ e\end{bmatrix} + Hr + \rho\begin{bmatrix}B^T P & B^T P\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\tilde{z}\\ e\end{bmatrix} + u_{ISM} < -u_{\max} \qquad (۵۶)$$

این حالت نیز مشابه حالت سوم مقادیر مثبت $\theta=\theta_4$ و $\rho_3^*>0$ وجود خواهد داشت که به‌ازای هر $|\rho(r,y)|\le\rho_3^*$، مشتق تابع لیاپانوف کوچکتر مساوی یک تابع منفی معین می شود.

در نهایت با انتخاب مناسب پارامتر θ به نحوی که $\theta>\max(\theta_0,\theta_1,\theta_2,\theta_3,\theta_4)$ بوده و همچنین انتخاب مناسب تابع $\rho(r,y)$ به نحوی که $|\rho(r,y)|\le\rho^*$ باشد که $\rho^*=\min\{\rho_1^*,\rho_2^*,\rho_3^*\}$ است، آنگاه حد بالای $\dot{V}$ در هر سه حالت مورد بررسی یک تابع منفی معین خواهد بود که منجر به تضمین پایداری معادلات دینامیکی سیستم حلقه بسته به ازای هر سه حالت تابع غیر خطی اشباع می گردد. در نتیجه:

$$\lim_{t\to\infty}(\hat{z}(t)-z_e)=0 \;\Rightarrow\; \lim_{t\to\infty} z(t)=z_e \qquad (۵۷)$$

لذا همگرایی خروجی به مقدار مطلوب تضمین می‌شود.■

در ادامه به منظور نشان دادن عملکرد رویکرد ارائه شده، کنترل‌کننده پیشنهادی، به سیستم کنترل یاو هلیکوپتر اعمال شده و نتایج شبیه‌سازی ارائه می‌گردد.

۵- مثال کاربردی و شبیه‌سازی

در این بخش رویکرد پیشنهادی در مقاله بر روی یک سیستم عملی اعمال می گردد تا عملکرد مطلوب آن در شبیه سازی نیز نشان داده شود. همچنین مقایسه ای بین عملکرد روش پیشنهادی با یک روش مطرح دیگر صورت پذیرفته است.

معادلات زیر مربوط به کنترل کانال یاو در هلیکوپتر می‌باشد [۳۵].

$$\dot{x}(t)=\underbrace{\begin{bmatrix}-2.6571 & 21.9350 & 3.8290 & 6.0497\\ -31.0290 & -3.5154 & 17.0990 & -3.0897\\ 6.1059 & -6.9623 & -9.7553 & -96.3750\\ 17.1690 & 25.7330 & 37.1760 & -33.0820\end{bmatrix}}_{A}x(t) + \underbrace{\begin{bmatrix}0.6258\\ 6.2175\\ -29.199\\ -14.6430\end{bmatrix}}_{B}\left(sat(u,u_{\max})+d(x,t)\right) \qquad (۵۸)$$
$$y(t)=\underbrace{\begin{bmatrix}15.3190 & -10.3210 & 0.7307 & -4.7274\end{bmatrix}}_{C}x(t)$$

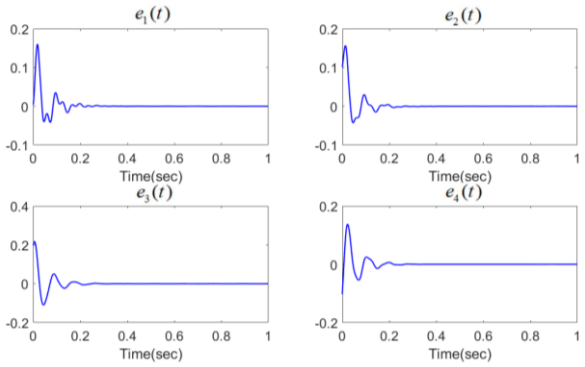
حداکثر مقدار مقدار مجاز سیگنال کنترلی ($u_{\max}=0.4$) فرض شده است. هدف طراحی کنترل کننده فیدبک خروجی می‌باشد به نحوی که خروجی $y(t)$ ورودی مرجع $r=1.2$ را ردیابی کند. ترم نایقینی ($d(x,t)=0.1\sin(Cx(t))+0.1\sin(10t)$) در نظر گرفته شده است. برای این منظور ابتدا رویتگر مقاوم جهت تخمین متغیرهای حالت طراحی خواهد شد سپس با استفاده از کنترل کننده‌ی مقاوم تاثیر $d(x,t)$ بر خروجی سیستم حذف خواهد شد.

به منظور طراحی رویتگر بهره بزرگ مدلغزشی، $\theta=10$ در نظر گرفته شده است. پس از انجام محاسبات ذکر شده در مقاله، بهره رویتگر و همچنین بهره غیر خطی قانون کنترلی به صورت رابطه زیر حاصل می شود.

$$L=\begin{bmatrix}4112\\ 64220\\ 47637\\ -29794\end{bmatrix},\ \rho(r,h)=-5\left|e^{-5|h-r|}-e^{-5|r|}\right| \qquad (۵۹)$$

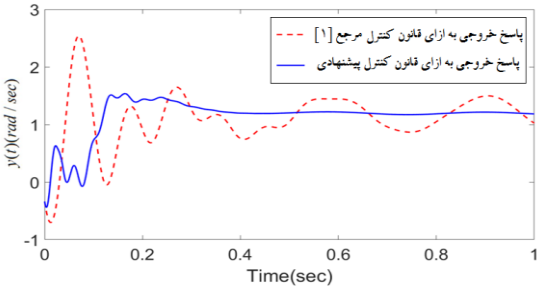
همچنین ماتریس $W=I$ انتخاب شده است و $u_{ISM}=-0.2sat(\bar{B}^T\bar{B}S)$ لحاظ گردیده است. به منظور جلوگیری از رخداد پدیده چترینگ، از تابع اشباع به جای تابع علامت در شبیه سازی ها استفاده شده است. اشکال (۱) تا (۳) نتایج شبیه سازی را نشان می دهند. شکل (۱) مربوط به سیگنال‌های خطای بین مقدار تخمین زده شده و مقدار واقعی می‌باشد. همانگونه که مشخص است تمامی مولفه های بردار خطای رویتگر به صفر میل کرده است بنابراین خروجی رویتگر که تخمینی از متغیرهای حالت سیستم می‌باشد، به سمت مقدار واقعی متغیرهای حالت همگرا شده است. لذا عملکرد مقاوم و مطلوب رویتگر طراحی شده در طی شبیه سازی نیز نشان داده شده است.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-07]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1398.13.2.4.7]
[DOI: 10.29252/joc.13.2.23]



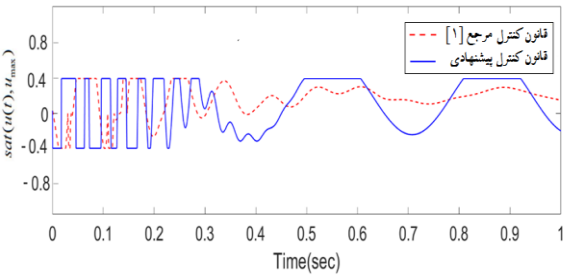
شکل ۱: پاسخ زمانی مولفه های بردار خطای رویتگر

شکل (۲) پاسخ خروجی سیستم حلقه بسته به ازای قوانین کنترل پیشنهادی در مرجع [۱] و قانون کنترل پیشنهادی در مقاله حاضر را نشان می دهد. همانگونه که از پاسخ خروجی سیستم نیز مشخص است، به ازای قانون کنترلی مبتنی بر رویتگر پیشنهادی در رابطه (۲۶)، تاثیر ترم نایقینی $d(x,t)$ بر خروجی به شدت کاهش یافته است، در حالیکه قانون کنترلی مرجع [۱] در حضور $d(x,t)$ عملکرد مطلوبی نداشته است و ردیابی سیگنال مرجع را نشان نمی‌دهد. همچنین همانطور که در شکل (۲) مشاهده می‌شود، علاوه بر پاسخ حالت دائم، پاسخ گذرای خروجی سیستم حلقه بسته توسط قانون کنترل پیشنهادی نیز دارای مشخصه های مطلوبی بوده و میزان فراجهش نیز در مقایسه با روش کنترلی ارائه شده در مرجع [۱] کاهش یافته است.



شکل ۲: پاسخ زمانی خروجی سیستم $y(t)$

شکل (۳) سیگنال کنترلی اشباع شده را در روش کنترلی پیشنهادی و روش کنترلی مرجع [۱] نشان می‌دهد.



شکل ۳: پاسخ زمانی سیگنال های کنترلی اشباع شده

همانطور که مشاهده می شود در هر دو مورد سیگنال کنترلی به اشباع رفته است. بنابراین مشخص می‌شود که کنترل کننده پیشنهادی، علیرغم رخداد اشباع محرک در مواجهه با نایقینی های سیستم نیز از عملکرد مطلوبی برخوردار است.

۸- نتیجه گیری

در این مقاله به موضوع طراحی کنترل کننده مقاوم مبتنی بر رویتگر مدلغزشی در حضور اشباع محرک و نایقینی های سیستم پرداخته شد. برای این منظور ابتدا اصول طراحی رویتگر مد لغزشی مقاوم بهره بزرگ ذکر گردید و سپس قانون کنترلی مقاوم بر اساس متغیرهای حالت تخمین زده به گونه ای طراحی گردید که مساله ردیابی مقاوم خروجی را در حضور اشباع محرک تضمین نماید. برای این منظور قضیه ای ارائه گردید و در روند اثبات نشان داده شد که حتی در صورت وقوع اشباع در محرک، کنترل کننده مقاوم ارائه شده عملکرد مطلوبی را داراست. در انتها سیستم عملی کنترل یاو هلیکوپتر در نظر گرفته شد و رویکرد پیشنهادی بر روی آن اعمال گردید. نتایج شبیه سازی ها حاکی از عملکرد مقبول روش کنترلی پیشنهادی است.

مراجع

[1] B.M. Chen, T.H. Lee, K. Peng, V. Venkataramanan, “Composite nonlinear feedback control for linear systems with input saturation: theory and an application,” *IEEE Transactions Automatic Control*, vol. 48, no. 3, pp. 427–439, 2003.

[2] E. Jafari, and T. Binazadeh, “Modified composite nonlinear feedback control for output tracking of nonstep signals in singular systems with actuator saturation, ” *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, https://doi.org/10.1002/rnc.4290, 2018.

[3] D. Lin and W. Lan, “Output feedback composite nonlinear feedback control for singular systems with input saturation” *Journal of the Franklin Institute* vol. 352, no. 1, pp. 384-398, 2015.

[4] R. Wang, C. Hu, F. Yan and M. Chadli, “Composite nonlinear feedback control for path following of four-wheel independently actuated autonomous ground vehicles, ” *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 17, no. 7, pp. 2063-2074, 2016.

[5] X. Lin, D. Lin, and W. Lan, “Semi-global output regulation for discrete-time singular linear systems with input saturation via composite nonlinear feedback control” *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, vol. 39, no. 3, pp. 352-360, 2017.

[6] Q. Xu, C. Zhang, C. Wen, and P. Wang, “A novel composite nonlinear controller for stabilization of constant power load in DC microgrid,” *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2017.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-07]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1398.13.2.4.7]
[DOI: 10.29252/joc.13.2.23]

uncertainty," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 64, no. 10, pp. 7994-8002, 2017.

[20] X. Wang, H. Su, M. Z. Chen, and X. Wang, "Observer-based robust coordinated control of multiagent systems with input saturation," *IEEE transactions on neural networks and learning systems*, 2017.

[21] Y. Ma, X. Jia, and Q. Zhang, "Robust observer-based finite-time H∞ control for discrete-time singular Markovian jumping system with time delay and actuator saturation," *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, vol. 28, pp. 1-22, 2018.

[22] H. F. Ghavidel, "Robust control of large-scale nonlinear systems by a hybrid adaptive fuzzy observer design with input saturation," *Soft Computing*, pp. 1-15, 2018.

[23] C. Hu, R. Wang, and F. Yan "Integral sliding mode-based composite nonlinear feedback control for path following of four-wheel independently actuated autonomous vehicles," *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, vol. 2, no. 2, pp. 221-230, 2016.

[24] C. Hu. R. Wang, and F. Yan, "Integral sliding mode-based composite nonlinear feedback control for path following of four-wheel independently actuated autonomous vehicles," *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, vol. 2, no. 2, pp. 221-230, 2016.

[25] Z. Hou, and I. Fantoni, "Interactive leader-follower consensus of multiple quadrotors based on composite nonlinear feedback control," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2017.

[26] E. Jafari, and T. Binazadeh, "Modified composite nonlinear feedback for nonstep output tracking of multi-input multi-output linear discrete-time singular systems with actuator saturation" IEEE, 5th International Conference on Control, Instrumentation, and Automation, pp. 114-119, 2017.

[27] H. Ebrahimi, and A. H. Mazinan, "Adaptive composite nonlinear feedback-based sliding mode control for a class of nonlinear systems," *Electronics Letters*, 2018.

[28] T. Lu, and W. Lan, "Composite nonlinear feedback control for strict-feedback nonlinear systems with input saturation," *International Journal of Control*, 1-8, 2018.

[29] H. Min, S. Xu, Q. Ma, B. Zhang, and Z. Zhang, "Composite-observer-based output-feedback control for nonlinear time-delay systems with input saturation and its application," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 65, no. 7, pp. 5856-5863, 2018.

[30] J. Lei and H.K. Khalil, "High-gain observers in the presence of sensor nonlinearities," *IEEE, American Control Conference* (*ACC*), pp. 3282-3287, 2017.

[31] M.T. Hamayun, C. Edwards, and H. Alwi, "Design and analysis of an integral sliding mode fault tolerant control scheme," *Fault Tolerant*

[7] T. Binazadeh, and M. Bahmani, "Design of robust controller for a class of uncertain discrete-time systems subject to actuator saturation", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 62, no. 3, pp. 1505-1510, 2017.

[8] S. Mohammadpour and T. Binazadeh, "Observer-based synchronization of uncertain chaotic systems subject to input saturation", *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, vol. 40, no. 8, pp.2525-2535, 2018.

[9] T. Binazadeh, and M. Bahmani, "Robust time-varying output tracking control in the presence of actuator saturation," *Transactions of the Institute of Measurement and Control* , vol. 40, no. 1, pp. 61-70, 2018.

[10] H.K. Khalil, and L. Pral, "High-gain observers in nonlinear feedback control," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 24, no. 6, pp. 993-1015, 2014.

[11] V. Andrieu, , C. Prieur, S. Tarbouriech, and L. Zaccarian, "A hybrid scheme for reducing peaking in high-gain observers for a class of nonlinear systems," *Automatica*, vol. 72, pp.138-146, 2016.

[12] H.K. Khalil, and S. Priess, "Analysis of the use of low-pass filters with high-gain observers," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 49, no. 18, pp. 488-492, 2016.

[13] H.K. Khalil, "High-gain observers in feedback control: application to permanent magnet synchronous motors," *IEEE Control Systems*, vol. 37, no. 3, pp. 25-41, 2017.

[14] D.P. Nam, P.T. Thanh, T.X. Tinh, T.T. Dat, and V.M. Van, "High-gain observer based output feedback controller for a two-motor drive system: a separation principle approach," *International Conference on Advanced Engineering Theory and Applications*, pp. 840-849, 2017.

[15] A.A. Alfehaid, E.G. Strangas, and H.K. Khalil, "Speed control of permanent magnet synchronous motor using extended high-gain observer," *IEEE American Control Conference* (*ACC*) pp. 2205-2210, 2016.

[16] D. Won, W. Kim, and M. Tomizuka, "High-gain observer based integral sliding mode control for position tracking of electro-hydraulic servo systems," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2017.

[17] D.P. Nam, P.T. Thanh, and T.X. Tinh, "Output feedback controller using high-gain observer in multi-motor drive systems," *IEEE, International Conference on System Science and Engineering*, pp. 428-431, 2017.

[18] P. Mercorelli, "A two-stage sliding-mode high-gain observer to reduce uncertainties and disturbances effects for sensorless control in automotive applications," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 62, no. 9, pp. 5929-5940, 2015.

[19] L. Sun and Z. Zheng, "Disturbance-observer-based robust backstepping attitude stabilization of spacecraft under input saturation and measurement

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-07]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1398.13.2.4.7]
[DOI: 10.29252/joc.13.2.23]

Control Schemes Using Integral Sliding Modes, pp. 39-61, 2016.

[32] S. Vaidyanathan, and A. Rhif, "A novel four-leaf chaotic system, its control and synchronisation via integral sliding mode control," *International Journal of Modelling, Identification and Control*, vol. 28, no. 1, pp.28-39, 2017.

[33] B. Mu, K. Zhang, and Y. Shi, "Integral sliding mode flight controller design for a quadrotor and the application in a heterogeneous multi-agent system," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 64, no.12, pp.9389-9398, 2017

[34] E. Fridman, *Introduction to time-delay systems: Analysis and control*. Springer, 2014.

[35] G. Cai, B. M. Chen, K. Peng, M. Dong, and T. H. Lee, "Modeling and control of the yaw channel of a UAV helicopter," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 55, pp. 3426-3434, 2008.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-07]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1398.13.2.4.7]
[DOI: 10.29252/joc.13.2.23]