

## مقیاس بندی، مدل سازی و کنترل ترافیک یک شبکه ریلی بین شهری واقعی

### با استفاده از جبر بیشینه جمع و کنترل کننده پیش بین

بیژن معاوی<sup>۱</sup>، مهرشاد شفاعتی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشیار دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی، b.moaveni@kntu.ac.ir

<sup>۲</sup> دانش آموزنده دانشکده مهندسی راه آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران

پذیرش: ۱۳۹۷/۰۹/۰۲

ویرایش: ۱۳۹۷/۰۸/۰۴

دریافت: ۱۳۹۶/۰۹/۳۰

**چکیده:** بازیابی تأخیر زمانی می تواند کارایی شبکه ریلی را بالا برده و جذابیت استفاده از حمل و نقل ریلی را در مقابل سایر صورت های حمل و نقل افزایش دهد. این مقاله به ارائه یک مدل دینامیکی جدیدی از سیستم راه آهن بین شهری می پردازد. مدل ارائه شده، یک سیستم گسسته پیشامد است که بر اساس انحراف از مدت زمان سفر و انحراف از زمان توقف قطارها تعریف می گردد. با توجه به وجود ایستگاه های فرعی متعدد در طول مسیر و امکان حل مسئله کنترل در زمان قابل قبول، از مقیاس بندی شبکه ریلی واقعی جمهوری اسلامی ایران به یک شبکه کوچک تر بدون از دست دادن صحت و کلیت مسئله استفاده شده است. از جبر بیشینه جمع به منظور مدل سازی دینامیک ترافیک در طول مسیر و از کنترل کننده پیش بین به منظور کنترل ترافیک استفاده شده است. هدف از طراحی سیستم کنترل، کاهش تأخیر زمانی حرکت قطارها در طول مسیر و از بین بردن آن با استفاده از کاهش زمان سفر قطارها در فاصله مابین ایستگاه ها و تغییر در بازه زمانی ملاقات یا عدم ملاقات قطارهای برنامه ریزی شده در ایستگاه های رابط است. در بخش پایانی مقاله، نتایج شبیه سازی به منظور نمایش صحت عملکرد مدل پیشنهادی و همچنین عملکرد موفق سیستم کنترل پیش بین ارائه شده است. یادآور می گردد که در این مطالعه، مدل سازی و شبیه سازی بر اساس اطلاعات واقعی ترافیک در خطوط اصلی راه آهن جمهوری اسلامی ایران انجام پذیرفته است.

**کلمات کلیدی:** مدل سازی دینامیکی ترافیک ریلی، جبر بیشینه جمع، کنترل پیش بین، بازیابی تأخیر زمانی.

## Scaling, Modeling and Traffic Control of a Real Railway Network using Max-plus Algebra and Model Predictive Control

Bijan Moaveni, Mehrshad Shafaati

**Abstract:** Delay time recovery can increase the efficiency of the railway network and increase the attractiveness of railway transport against other transportation systems. This article presents a new dynamical model of railway system. The proposed model is a discrete event systems that is defined based on the deviation of travel time and deviation of stop time of trains. Due to the existence of multiple substations along the path and the possibility of solving the control problem at an acceptable time, the realization of the real railway network of the Islamic Republic of Iran into a smaller network has been used without losing the integrity of the issue. The Max-Plus is used to model the dynamics of traffic along the route and Model Predictive Control is used to control the traffic. The goals of the control system are reduction of time delay along the route and eliminate it by reducing the train travel time between stations and change in meeting or not meeting time scheduled trains in the interface stations. In the final section of the paper, simulation results are presented to show the validity of the proposed model as well as the successful performance of the MPC system. It should be noted that in this study, modeling and simulations have been done based on actual traffic information in the main lines of the Islamic Republic of Iran Railways.

**Keywords:** Dynamic Modeling of Railway Traffic, Max-Plus Algebra, Model Predictive Control, Time Delay Recovery.

## ۱- مقدمه

حمل و نقل ریلی به دلایل مختلف از جمله سازگاری با محیط زیست، کاهش مصرف سوخت‌های فسیلی، سرعت قابل قبول در انتقال بار و مسافر و... از اهمیت بیشتری در مقابل سایر صورت‌های حمل و نقل برخوردار است. کاهش سرفاصله زمانی<sup>۱</sup>، افزایش ظرفیت حمل بار و مسافر در شبکه ریلی، پیروی هر چه بیشتر از جداول زمانی<sup>۲</sup> و بهبود ایمنی را می‌توان به‌عنوان اهداف کنترل اتوماتیک ترافیک<sup>۳</sup> ریلی نام برد. خطوط راه‌آهن همواره در معرض اغتشاشات ناخواسته از جمله زمان توقف<sup>۴</sup> بیش‌ازحد در ایستگاه‌ها، مشکلات فنی و... قرار می‌گیرند که عملکرد حرکتی قطارها را در سیستم ترافیک ریلی از جدول زمان‌بندی اولیه طراحی شده دور نموده و موجب کاهش محبوبیت حمل و نقل ریلی از دیدگاه مسافران و همچنین تحمیل هزینه‌های مختلف به سیستم ریلی می‌گردد. در خطوط راه‌آهن سراسری که مسافران از قبل بلیت تهیه کرده‌اند و زمان حرکت آن‌ها مشخص است، هنگام به وجود آمدن تأخیر قطارها نمی‌توانند از ایستگاه‌هایی که بلیت آن‌ها به‌عنوان مبدأ یا مقصد فروخته شده است بدون توقف عبور نمایند و می‌بایست در تمامی ایستگاه‌های برنامه‌ریزی شده توقف داشته باشند. بنابراین در خطوط راه‌آهن سراسری هنگام بروز تأخیر برای بازایی آن از اقداماتی نظیر عدم ملاقات قطارهای برنامه‌ریزی شده در ایستگاه رابط و یا کاهش زمان سفر قطار در طول مسیر از طریق افزایش سرعت در طول مسیر حرکت بهره می‌برند. درحالی که در خطوط مترو، اگر تأخیر از حد مشخصی بیشتر باشد و حجم مسافران منتظر بر روی سکو در تعدادی از ایستگاه‌ها بیش‌ازحد مجاز باشد آنگاه قطارها می‌توانند برای بازایی تأخیر از تعدادی ایستگاه‌ها بدون توقف عبور نمایند تا بتوانند هرچه سریع‌تر به ایستگاه‌های شلوغ اعزام شده و مسافران مجتمع بر روی سکو را منتقل نمایند که این عملیات سبب عدم مطابقت با جدول زمان‌بندی شده و نارضایتی مسافران را به همراه دارد. می‌توان متذکر شد که معمولاً مدت زمان تأخیر در خطوط مترو در حد چندین ثانیه هست اما در خطوط راه‌آهن سراسری مدت زمان تأخیر در حد چند دقیقه و بیشتر است. باید متذکر شد که یکی از اهداف مهم در سیستم‌های حمل و نقل ریلی در بخش انتقال مسافران، افزایش آسایش مسافران و جلب رضایت آن‌ها هست [۱]. به‌طور کلی استراتژی‌های متعددی برای مدل‌سازی و کنترل ترافیک وجود دارد که می‌توان تنظیم ترافیک<sup>۵</sup>، جبر بیشینه جمع<sup>۶</sup>، پتری نت<sup>۷</sup> و اتوماتای سلولی<sup>۸</sup> را به‌عنوان مهم‌ترین روش‌های آن نام برد [۲] و [۳]. در دهه‌های اخیر تحقیقات زیادی در زمینه‌ی بازایی جدول زمان‌بندی

انجام شده است که از مقالات مربوط به این حوزه می‌توان به چند نمونه مهم زیر اشاره کرد:

در [۲] یک مدل ترافیکی از حرکت متناوب قطارها در یک شبکه ریلی و کنترل کننده پیش‌بین برای مدیریت ترافیکی آنلاین جدول زمان‌بندی معرفی می‌شود. هدف اصلی کنترل کننده بازایی تأخیرها به یک روش بهینه با تغییر زمان اعزام قطارها، عدم ملاقات قطارها و در یک مورد خاص اگر خطوط چندگانه بین ایستگاه‌ها وجود داشته باشد، با توزیع قطارها در خطوط دیگر با استفاده از مدل بیشینه جمع خطی هست. در [۳] یک مدل گسسته پیشامد برای خطوط مترو ارائه شده است که شامل زمان اعزام حرکت قطارها، مدت زمان توقف در هر ایستگاه و بیان تأثیر حجم مسافران موجود در ایستگاه بر روی زمان توقف هست. این تحقیق که از اولین تحقیقات در بحث مدل‌سازی و کنترل زمان اعزام است با اشاره به ناپایداری ذاتی در سیستم‌های ترافیک ریلی به مدل‌سازی دینامیک زمان اعزام، ارائه کنترل بلادرنگ به‌منظور تنظیم ترافیک و بازایی تأخیر زمانی پرداخته است. در این مقاله از تنظیم کننده مربعی خطی<sup>۹</sup> به‌منظور تنظیم ترافیک و بازایی تأخیر استفاده شده است. در [۴] از مدل‌سازی مبتنی بر جبر بیشینه جمع و از کنترل کننده پیش‌بین مبتنی بر مدل<sup>۱۰</sup>، به‌منظور بازایی تأخیر یک سیستم ریلی استفاده شده است که در آن جهت حداقل کردن یک تابع هدف می‌توان از حضور هم‌زمان تعدادی از قطارها در ایستگاه‌های دارای چند سکو صرف‌نظر نمود. در [۵] با استفاده از سیستم بیشینه جمع هدف بازایی تأخیر در حضور هم‌زمانی حرکت قطارها کاملاً برآورده گردید. این الگوریتم در زمان اتفاق افتادن یک تداخل، با استفاده از یک تابع هزینه، جستجوی اولیه‌ای انجام می‌دهد تا مشخص گردد کدام قطارها اولویت بیشتری جهت حرکت دارند. در [۶] و [۷] باهدف بازایی تأخیر با تغییر زمان اعزام حرکت قطارها، به مدل‌سازی سیستم ترافیکی می‌پردازد. به این منظور مدلی گسسته پیشامد با روش سویچینگ بیشینه جمع ارائه می‌کند و با به‌کارگیری کنترل کننده‌ی پیش‌بین مبتنی بر مدل به بازایی تأخیر می‌پردازد. در [۸] و [۹] یک الگوریتم برای محاسبه تأخیرهای انباشته شده در جدول زمانی یک شبکه ریلی معرفی می‌شود. سیستم ریلی با سیستم‌های خطی بیشینه جمع برای انباشتگی تأخیرها مدل‌سازی می‌شود. انواع مختلف تأخیرها و رفتار آن‌ها مورد بحث قرار می‌گیرد، که شامل تأخیرهای اولیه و ثانویه، تأخیرهای ساختاری، تأخیرهای تناوبی و تأخیرهای انفجاری هست. در [۱۰] هدف اصلی بازایی تأخیرها به بهترین روش با عدم ملاقات قطارها، تغییر آرایش قطارها و یا افزایش سرعت قطارها هست. کنترل بهینه برای بازایی تأخیر در شبکه ریلی معرفی می‌شود و نشان داده می‌شود که مسئله با جبر بیشینه جمع و یا الگوریتم ژنتیک حل می‌شود.

<sup>6</sup> Max - Plus

<sup>7</sup> Petri Net

<sup>8</sup> Cellular Automata

<sup>9</sup> Linear Quadratic Regulator (LQR)

<sup>10</sup> Model Predictive Control (MPC)

<sup>1</sup> Time Headway

<sup>2</sup> Timetable

<sup>3</sup> Automatic Traffic Control

<sup>4</sup> Dwell Time

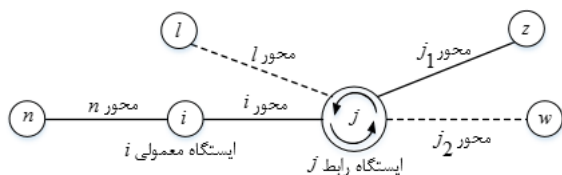
<sup>5</sup> Traffic Regulation

موجود در مقاله از جدول زمان بندی مربوط به فصل پاییز سال ۱۳۹۵ از شرکت راه آهن جمهوری اسلامی ایران استخراج شده است.

مطالب این مقاله بدین صورت تنظیم شده است که در بخش دوم علائم و اصطلاحات مورد نیاز جهت درک بهتر مفاهیم ارائه شده در مقاله، معرفی می گردد. در بخش سوم مقاله، به مدل سازی دینامیک زمان اعزام قطارها در خطوط راه آهن سراسری می پردازد. در بخش چهارم به طراحی کنترل کننده پیش بین مبتنی بر مدل برای سیستم ترافیکی و تابع هزینه ای به منظور بهینه سازی و بازیابی تأخیر خواهیم پرداخت. بخش پنجم به مقیاس بندی خطوط ریلی در راه آهن سراسری خواهد پرداخت. در بخش آخر، نتایج شبیه سازی به منظور نمایش عملکرد سیستم ترافیکی در چهار استراتژی بدون حضور کنترل کننده، تأثیر کنترل کننده با روش کاهش زمان سفر، تأثیر کنترل کننده با روش تغییر در بازه زمانی ملاقات یا عدم ملاقات قطارهای برنامه ریزی شده در ایستگاه رابط و تأثیر کنترل کننده با استفاده از ترکیب هر دو روش کاهش زمان سفر و تغییر در بازه زمانی ملاقات یا عدم ملاقات قطارهای برنامه ریزی شده در ایستگاه رابط ارائه می شود.

## ۲- معرفی علائم و اصطلاحات

در این بخش به منظور توصیف مدل سازی خطوط راه آهن به ارائه تعاریفی پرداخته می شود. سیستم ترافیکی به صورت یک خط باز ۱۱ در نظر گرفته می شود که تعدادی قطار در آن در حال حرکت هستند به طوری که قطارها از یک مبدأ وارد مسیری که ابتدا و انتهای آن باز است می شوند. لازم به ذکر است که شبکه ریلی مورد مطالعه در این تحقیق، ساختار کلی به صورت شکل ۱ دارد.



شکل ۱: نمونه ای از شبکه ریلی که امکان جابجایی مسافر در ایستگاه رابط  $j$  را نشان می دهد.

**محور ۱:** خط مابین دو ایستگاه متوالی محور نامیده می شود که در شکل ۱ محورها معرفی شده است.

**مسیر ۱۳:** به مجموعه ای از محورهای متوالی مسیر می گویند که هر مسیر دارای مبدأ و مقصد منحصر به فرد است. در شکل ۱ مسیرهای متفاوتی وجود دارد که از بین آن ها می توان به  $n-i-j$  و  $l-j-w$  اشاره کرد.

**ایستگاه اصلی ۱۴:** ایستگاه های پرجمعیت مسافری یا باری که شامل تعداد زیادی از مناطق مسکونی یا مکان های صنعتی است که به دو نوع ایستگاه

از جمله پژوهش های که در داخل کشور در ارتباط با مسئله کنترل ترافیک ریلی انجام شده است می توان به موارد زیر اشاره کرد:

در [۱۱] مدل گسسته-پیشامدی با در نظر گرفتن تأثیر تعداد مسافران موجود در هر سکو تعداد مسافران موجود در هر قطار برای مدل نمودن زمان بندی حرکت قطارها ارائه و نقش مسافران در زمان های اعزام سیستم ترافیک ریلی به طور کامل در نظر گرفته شده است. تابع هزینه ای بر اساس سه نوع نارضایتی مسافران از سرویس دهی سیستم حمل و نقل مترو، پیشنهاد داده شده است. با استفاده از کنترل کننده ی پیش بین، یک قانون کنترلی به دست آمده و تحلیل پایداری سیستم حلقه بسته نیز مورد بررسی قرار گرفته است. در [۱۲] مدل ارائه شده برای توصیف دینامیک ترافیک خطوط مترو، یک نمایش گسسته پیشامد غیرخطی است که بر اساس انحراف از زمان اعزام قطارها در یک مسیر رفت و برگشتی بیان گردیده و برخلاف مدل های پیشین پدیده انتقال ضربه ای تأخیر نیز باهدف نمایش واقعی از نحوه عملکرد حرکت قطارها در آن لحاظ گشته است. برای بازیابی تأخیر از کنترل کننده پیش بین غیرخطی استفاده شده و تابع هزینه ای نیز بر مبنای کاهش تأخیر زمان اعزام قطارها و همچنین افزایش رضایت مسافران لحاظ گشته است. همچنین باهدف ایجاد امکان پیاده سازی واقعی، نقش قیود واقعی بر روی سیگنال کنترلی و سرفاصله زمانی اعزام قطارها در فرایند طراحی کنترل کننده لحاظ گشته است.

در این مقاله، مسئله مدل سازی دینامیک ترافیک در مورد سه مسیر قزوین - مشهد، ساری - گرمسار و کاشان - تهران از خطوط راه آهن جمهوری اسلامی ایران مدنظر قرار گرفته است که در هر یک از مسیرهای فوق یک قطار سیر می کند. قابل توجه است که تاکنون مدل های ارائه شده در مراجع مرتبط با حوزه کنترل ترافیک ریلی با استفاده از استراتژی بیشینه جمع، مدل های ساده ای از حرکت قطارها را مدنظر قرار داده اند و مدل واقعی از مسیر حرکت مدنظر نبوده است که در این مقاله از یک شبکه واقعی ریلی استفاده شده است. در روند مدل سازی ترافیک در مسیرهای ذکر شده ایستگاه های اصلی و فرعی متعددی وجود دارد که مسئله مدل سازی و سپس محاسبات کنترل را با مشکل جدی مواجه می نماید. لذا در مسئله مدل سازی، مقیاس بندی مسیر واقعی به منظور ساده تر شدن مسئله مدل سازی و محاسبه سیگنال کنترلی، ضمن جلوگیری از غیر واقعی شدن مدل یک مسئله مهم است. از جبر بیشینه جمع به منظور مدل سازی دینامیک ترافیک در طول مسیر و از کنترل کننده پیش بین به منظور کنترل ترافیک استفاده شده است. این کنترل کننده با تولید سیگنال کنترلی جهت تغییر در بازه زمانی ملاقات یا عدم ملاقات قطارهای برنامه ریزی شده در ایستگاه های رابط و کاهش زمان سفر بین دو ایستگاه متوالی به بازیابی تأخیر می پردازد. همچنین باهدف ایجاد امکان پیاده سازی واقعی، نقش قیود و محدودیت های واقعی بر روی سیگنال کنترلی در فرایند طراحی کنترل کننده لحاظ شده است. لازم به ذکر است که تمامی اطلاعات زمانی

<sup>13</sup> Route

<sup>14</sup> Main Station

<sup>11</sup> Open line

<sup>12</sup> Track

است که روی محور  $j$  قرار دارد و منظور از ایستگاه  $j$  ایستگاه مبدأ محور  $j$  هست.

جدول ۱: معرفی علائم

علائم	تعاریف
$d_j$	زمان اعزام واقعی قطار $j$ از ایستگاه $j$
$D_j$	زمان اعزام نامی قطار $j$ از ایستگاه $j$
$t_{l,j}$	زمان تعیین کننده ملاقات یا عدم ملاقات قطارهای $l$ و $j$ در ایستگاه رابط $j$
$C_{l,j}$	حداکثر هزینه مربوط به عدم ملاقات قطارهای $l$ و $j$ در ایستگاه رابط $j$
$M_{l,j}$	تابع هزینه ملاقات یا عدم ملاقات قطارهای $l$ و $j$ در ایستگاه رابط $j$
$U_{l,j}$	متغیر کنترلی تعیین ملاقات یا عدم ملاقات قطارهای $l$ و $j$ در ایستگاه رابط $j$
$C_i$	هزینه مربوط به کاهش زمان سفر قطار $i$
$T_i$	تابع هزینه کاهش زمان سفر قطار $i$
$V_i$	متغیر کنترلی تغییر زمان سفر در محور $i$
$C^i$	هزینه مربوط به انحراف از زمان اعزام قطار $i$
$F^i$	تابع هزینه انحراف از زمان اعزام قطار $i$
$R_i$	زمان سفر نامی محور $i$ ام
$r_i^{\min}$	حداقل زمان سفر محور $i$ ام
$S_i^j$	زمان توقف نامی قطار $i$ در ایستگاه $j$
$M_l^j$	زمان جابجایی نامی مسافران قطارهای $l$ و $j$ در ایستگاه رابط $j$
$V_k^s$	متغیر کنترلی تغییر زمان سفر در محور فرعی $k$ (بین دو ایستگاه فرعی متوالی)
$R_k^s$	زمان سفر نامی محور فرعی $k$ ام
$S_k^s$	زمان توقف نامی در ایستگاه فرعی $k$
$R$	نسبت بین زمان سفر نامی دو ایستگاه فرعی متوالی به دو ایستگاه اصلی متوالی
$A_{R,i}$	اغتشاش وارده به زمان سفر نامی محور $i$ ام
$A_{S,j}$	اغتشاش وارده به زمان توقف نامی ایستگاه $j$ ام
$N$	تعداد محورهای موجود در شبکه

رابط و معمولی دسته بندی می شود. در شکل ۱ بنا به تعریف بالا هر کدام از ایستگاه ها می توانند اصلی یا فرعی باشند ولی قطعاً ایستگاه رابط  $j$  یک ایستگاه اصلی است.

**ایستگاه فرعی**<sup>۱۵</sup>: ایستگاه هایی که دارای جمعیت کم و تعداد مکان های صنعتی خیلی کم هست و فقط شامل ایستگاه های معمولی می باشند.

**ایستگاه معمولی**<sup>۱۶</sup>: این ایستگاه ها می توانند جزء هر دودسته ایستگاه های اصلی و فرعی باشند و ایستگاهی است که فقط مابین دو ایستگاه قرار دارد و در آن هیچ گونه عملیات تعویض قطار توسط مسافران انجام نمی شود و این ایستگاه فقط می تواند مبدأ یا مقصد برای مسافران باشد. در شکل ۱ ایستگاه های  $n, i, z, w, l$  ایستگاه های معمولی می باشند زیرا هیچ گونه عملیات تعویض قطار در این ایستگاه ها رخ نمی دهد و مسافران در این ایستگاه ها فقط می توانند از قطار پیاده شده یا بر آن سوار شوند.

**ایستگاه رابط**<sup>۱۷</sup>: از جمله ایستگاه های اصلی بوده و ایستگاهی است بین دو یا چند ایستگاه که محل تقاطع دو یا چند محور از مسیرهای مختلف هست و به منظور برقراری ارتباط بین دو یا چند ایستگاه ایجاد می گردد که در شکل ۱ ایستگاه  $j$  یک ایستگاه رابط است. ایستگاه رابط علاوه بر اینکه می تواند مبدأ یا مقصد برای مسافران باشد، در آن امکان تعویض قطار توسط مسافران نیز وجود دارد. لذا مسافرانی که سوار یک قطار از یک مسیر خاص می باشند در این ایستگاه می توانند از قطار خود پیاده شده و سوار قطار دیگری که مختص مسیر دیگری هست، شوند. در شکل ۱ مسافرانی که در داخل قطار مسیر  $z - j - n - i$  می باشند، در ایستگاه رابط  $j$  می توانند از قطار خود پیاده شده و منتظر ورود قطار مسیر  $w - j - l$  به ایستگاه رابط  $j$  مانده و سپس بر آن قطار سوار شوند.

**ملاقات هم زمان قطارها**<sup>۱۸</sup>: هرگاه دو قطار از دو مسیر متفاوت به طور هم زمان به یک ایستگاه رابط برسند ملاقات هم زمان گوئیم که در این حالت هر دو قطار باید زمان کافی برای مسافرانی که قصد تعویض قطار خود را دارند توقف نمایند. به عنوان مثال در شکل ۱ هنگامی که قطارهای مسیر  $z - j - n - i$  و  $w - j - l$  به ایستگاه رابط  $j$  می رسند، ملاقات هم زمان نامیده می شود.

**تذکره**: همان طور که می دانید هر ایستگاه می تواند اعم از معمولی یا رابط دارای چندین محور خروجی یا ورودی باشد، به عنوان مثال در شکل ۱ ایستگاه  $j$  دارای محورهای خروجی  $j_1, j_2$  و محورهای ورودی  $l, i$  هست.

متغیرها و علائم بکار گرفته شده در این تحقیق در جدول ۱ معرفی شده است. لازم به ذکر است که در این مقاله تمامی پارامترهایی که در اندیس بالای آن ها از پارامتر  $s$  به صورت  $(*)^s$  استفاده شده است مربوط به ایستگاه ها/محورهای فرعی می باشند و همچنین منظور از قطار  $j$  قطاری

<sup>17</sup> Connection Station

<sup>18</sup> Train Crossing

<sup>15</sup> Sub Station

<sup>16</sup> Normal Station

### ۳- مدل سازی دینامیک زمان اعزام قطارها

در حالت کلی برای تعیین مقادیر  $i, j$  و  $l$  که در شکل ۱ نمایش داده شد به صورت زیر عمل می کنیم:

۱. مجموعه تمامی قطارهای ممکن در یک شبکه ریلی برابر

تعداد محورها بوده و لذا با تعریف مجموعه  $J: [1, N]$  می توان شماره قطارها را در این مجموعه مشخص کرد. به عنوان مثال، اندیس  $j$  که مختص قطار جلویی یک مسیر نمونه است، در داخل بازه مذکور به صورت  $j \in J$  قرار می گیرد.

۲. مشابه ۱، برای مجموعه قطارهای ممکن که پس از قطار اول

در یک مسیر حرکت می کنند، مجموعه  $\hat{I}: [1, N-1]$  تعریف شود. به عنوان مثال، اندیس  $\hat{i}$  که مختص قطاری است که در یک مسیر نمونه (در جهت حرکت قطار  $j$  و پشت سر آن) پشت سر قطار اول حرکت می کند، در مجموعه مذکور به صورت  $\hat{i} \in \hat{I}$  قرار می گیرد.

۳. اگر مجموعه  $\hat{L}$  شامل تمامی محورهای ختم شونده به

ایستگاه های رابط موجود در شبکه باشد، به طوری که محورهای مجموعه  $\hat{L}$  با محورهای شروع شونده از ایستگاه های رابط تشکیل مسیر ندهد آنگاه  $l \in \hat{L}$  هست.

لازم به ذکر است که در فرایند مدل سازی اصول و قواعدی بر روی زمان اعزام واقعی وجود دارد که با در نظر گرفتن این قواعد می توان معادله زمان اعزام واقعی را به دست آورد. با توجه به شکل ۱ این قواعد و اصول موجود بر روی زمان اعزام واقعی عبارت اند از:

۱- قطار در هر محور نباید قبل از زمان اعزام نامی اعزام شود:

$$d_j \geq D_j \tag{1}$$

۲- اگر قطار  $j$  که قصد اعزام از ایستگاه  $j$  را دارد همان قطار  $i$  باشد که قبلاً از ایستگاه  $i$  به سمت ایستگاه  $j$  اعزام شده و رسیده است، آنگاه قطعاً رابطه (۲) برقرار است:

$$d_j \geq d_i + R_i + S_i^j + A_{S,j} + A_{R,i} \tag{2}$$

۳- اگر محور  $l$  و محور  $j$  در ایستگاه رابط  $j$  باهم تقاطع داشته باشند آنگاه اگر قطار  $j$  منتظر رسیدن قطار  $l$  به ایستگاه رابط  $j$  بماند و پس از اینکه تعدادی از مسافران یا تمامی مسافران هر دو قطار، قطار خود را تعویض کردند اعزام شود رابطه (۳) می بایست برقرار باشد.

$$d_j \geq d_l + R_l + M_l^j + A_{R,l} \tag{3}$$

و اگر قطار  $j$  منتظر رسیدن قطار  $l$  به ایستگاه رابط  $j$  نماند و اعزام شود رابطه (۴) لازم است برقرار باشد.

$$d_j < d_l + R_l + M_l^j + A_{R,l} \tag{4}$$

۴- حال با معرفی سیگنال کنترلی  $U_{l,j}$  می توان روابط (۳) و (۴) را ترکیب کرده و به رابطه (۵) تبدیل کرد:

$$d_j \geq d_l + R_l + M_l^j + A_{R,l} + U_{l,j} \tag{5}$$

حال می توان رابطه (۶) را برای حداقل مقدار زمان اعزامی ( $d_j$ ) که تمامی روابط (۱)، (۲) و (۵) را برآورده می کند و به عبارتی تجمیع اثر تمامی شرایط (۱)، (۲) و (۵) است را ارائه کرد.

$$d_j = \max \left\{ \begin{array}{l} D_j, \max_{i \in \hat{I}} \left\{ d_i + R_i + S_i^j + A_{S,j} + A_{R,i} \right\}, \\ \max_{l \in \hat{L}} \left\{ d_l + R_l + M_l^j + A_{R,l} + U_{l,j} \right\} \end{array} \right\} \tag{6}$$

علاوه بر سیگنال کنترلی  $U_{l,j}$  برای بازیابی تأخیرها می توان از سیگنال کنترلی  $V_i$  جهت کاهش زمان سفر مابین ایستگاه ها استفاده کرد که در هر دو نوع ایستگاه معمولی و رابط کاربرد دارد. از آنجا که در راه آهن سراسری هر مسافر فقط می تواند سوار قطاری که شماره آن روی بلیت ذکر شده است شود، پس دیگر دلیلی بر افزایش زمان سفر (همانند مترو) وجود ندارد، لذا باید همواره  $V_i \leq 0$  باشد. در نهایت رابطه (۶) به صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$d_j = \max \left\{ \begin{array}{l} D_j, \max_{i \in \hat{I}} \left\{ D_i + R_i + S_i^j + A_{S,j} + A_{R,i} + V_i \right\}, \\ \max_{l \in \hat{L}} \left\{ D_l + R_l + M_l^j + A_{R,l} + V_l + U_{l,j} \right\} \end{array} \right\} \tag{7}$$

با توجه به رابطه (۷) زمان اعزام واقعی قطار  $j$  برابر با مقدار حداکثر سه عبارت زیر هست:

- زمان اعزام نامی قطار  $j$
- اگر ایستگاه  $j$  یک ایستگاه معمولی باشد آنگاه زمانی قطار  $j$  اعزام می شود که قطار  $i$  که همان قطار  $j$  در ایستگاه قبلی است به ایستگاه معمولی  $j$  رسیده باشد.
- اگر ایستگاه  $j$  یک ایستگاه رابط باشد آنگاه قطار  $j$  می تواند زمانی اعزام شود که قطار  $l$  که با قطار  $j$  در ایستگاه رابط  $j$  تقاطع دارد به ایستگاه  $j$  رسیده باشد و یا اینکه قطار  $l$  به ایستگاه  $j$  نرسیده باشد که در این حالت شرکت راه آهن شامل پرداخت جریمه می شود که باید به مسافران قطار  $l$  پرداخت گردد [۱۳].

### ۴- طراحی کنترل کننده پیش بین مبتنی بر مدل

کنترل کننده پیش بین مبتنی بر مدل بر اساس مدل صریحی از سیستم، رفتار آینده فرایند را پیش بینی و کنترل می کند. این دسته از کنترل کننده ها با حداقل کردن انحراف متغیرهای کنترل شونده از مقدار مطلوبشان از

با توجه به رابطه (۱۳) سه حالت زیر ممکن است اتفاق بیفتد:

• اگر  $0 \leq t_{l,j}$  باشد آنگاه مقدار زمان کافی برای تمامی مسافران قطارهای  $l$  و  $j$  وجود دارد تا قطار خود را تعویض نمایند. در این حالت مقدار هزینه  $M_{l,j}$  صفر هست.

• اگر  $0 < t_{l,j} < M_l^j$  باشد آنگاه مقدار زمان کمی برای مسافران قطارهای  $l$  و  $j$  وجود دارد تا قطار خود را تعویض نمایند و مسافران باید سریع تر قطارهای خود را تعویض نمایند. در این حالت مقدار  $M_{l,j}$  برابر با درصدی از بیشترین مقدار خود  $(C_{l,j})$  هست.

• اگر  $t_{l,j} \geq M_l^j$  باشد آنگاه قطار  $j$  ایستگاه رابط  $j$  را قبل از اینکه قطار  $l$  به ایستگاه رابط  $j$  برسد ترک می کند. در این حالت مقدار  $M_{l,j}$  بیشترین مقدار خود  $(C_{l,j})$  را داراست.

### ۳. بخش سوم تابع هزینه $(J_3)$ :

بخش سوم تابع هزینه، باهدف حداقل کردن تغییرات زمان سفر به صورت (۱۴) ارائه شده است:

$$J_3 = \gamma \cdot \sum_{i \in \hat{I}} T_i \quad (14)$$

که:

$$T_i = C_i (V_i)^2 \quad (15)$$

در (۱۵) نشانگر تغییر زمان سفر مختص تمامی محورهای مابین ایستگاهها اعم از ایستگاههای رابط و معمولی هست.

در روابط (۹)، (۱۱) و (۱۴)، پارامترهای  $\alpha$ ،  $\beta$  و  $\gamma$  ضرایب وزنی به ترتیب برای تعیین اهمیت هر یک از توابع هزینه  $F^i$ ،  $M_{l,j}$  و  $T_i$  می باشند. لازم به ذکر است پارامتر  $\beta$  بدون واحد بوده، پارامتر  $\alpha$  دارای واحد  $(\frac{1}{\text{واحد زمان}})$  و پارامتر  $\gamma$  دارای واحد  $(\frac{1}{\text{واحد زمان}^2})$  می باشند. در نهایت باید گفت مقادیر بهینه متغیرهای  $V_i$  و  $U_{l,j}$  مقادیری هستند که در رابطه (۸) مقدار  $J$  را حداقل نمایند.

### ۴-۱-۱-۴ قیود عملیاتی حاکم بر مسئله

علاوه بر مدل سازی و تعریف تابع هزینه مناسب، از جمله نکات دیگری که در تعریف و طراحی صحیح سیستم کنترل و عملیاتی شدن آن نقش مهمی دارد قیود و محدودیت هایی است که می بایست بر روی متغیرهای سیستم کنترل تعریف شود. در این بخش دو قید حاکم بر متغیر کنترل زمان سفر و قید حاکم بر تلاش کنترلی ملاقات یا عدم ملاقات قطارها در ایستگاه رابط معرفی می شوند:

طریق حداقل سازی تابع هزینه که بر مبنای مربعات خطاهای پیش بینی سیستم نوشته می شود به قانون کنترلی بهینه دست پیدا می کند. با توجه به وجود قیود حاکم بر مسئله، یافتن حل بهینه جامع برای تابع هزینه به صورت تحلیلی و به سادگی ممکن نبوده و در این موارد از حل های عددی استفاده می شود [۱۳].

### ۴-۱-۱-۴ تابع هزینه و قیود حاکم بر مسئله

همان گونه که پیش تر اشاره شد هدف مدنظر در کنترل ترافیک ریلی، بازیابی تأخیر در یک سیستم ترافیکی ریلی است. برای این هدف به تابع هزینه ای در جهت دست یافتن به اهداف سیستم ترافیکی نیاز خواهیم داشت که حداقل کردن آن بتواند موجب دست یافتن به قانون کنترل بهینه و اهداف مدنظر ذکر شده در بخش مقدمه گردد.

تابع هزینه پیشنهادی به صورت رابطه (۸) مشتمل بر سه بخش  $J_1$ ،  $J_2$  و  $J_3$  است.

$$J = J_1 + J_2 + J_3 \quad (8)$$

#### ۱. بخش اول تابع هزینه $(J_1)$ :

هدف این بخش از تابع هزینه، تضمین پیروی سیستم ترافیک ریلی (زمان اعزام قطارها) از جدول زمان بندی است. لذا  $J_1$  به صورت زیر تعریف می گردد:

$$J_1 = \alpha \cdot \sum_{i \in \hat{I}} F^i \quad (9)$$

که:

$$F^i = C^i (d_i - D_i) \quad (10)$$

واضح است که با توجه به رابطه (۱۰)،  $F^i$  همواره نامنفی هست.

#### ۲. بخش دوم تابع هزینه $(J_2)$ :

هدف بخش دوم تابع هزینه مربوط به ملاقات یا عدم ملاقات قطارهای  $j$  و  $l$  است. به این منظور  $J_2$  تعریف می شود:

$$J_2 = \beta \cdot \sum_{j \in \hat{J}} \sum_{l \in \hat{L}} M_{l,j} \quad (11)$$

که:

$$M_{l,j} = \begin{cases} 0 & t_{l,j} \leq 0 \\ \left( \frac{C_{l,j}}{M_l^j} \right) * t_{l,j} & 0 < t_{l,j} < M_l^j \\ C_{l,j} & t_{l,j} \geq M_l^j \end{cases} \quad (12)$$

در رابطه (۱۲) و به منظور ایجاد شرایط مختلف ملاقات دو قطار، متغیر  $t_{l,j}$  را می توان با توجه به رابطه (۷) برای تعیین ملاقات یا عدم ملاقات قطارهای  $l$  و  $j$  به صورت (۱۳) تعریف نمود:

$$t_{l,j} = D_l + R_l + M_l^j + A_{R,l} + V_l - d_j \quad (13)$$

• قید حاکم بر تلاش کنترلی کاهش زمان سفر

همان گونه که توضیح داده شد سیگنال کنترلی اعمالی به منظور پایداری سازی سیستم نباید تناقض با مسائل مربوط به بهره برداری داشته باشد. به عبارت دیگر، کاهش زمان سفر در نتیجه افزایش سرعت قطار هست و از آنجایی که سرعت در طول خط دارای محدودیت است، لذا محدودیت بر روی سیگنال کنترلی که موجب تغییر زمان سفر می گردد می بایست در طراحی کنترل کننده لحاظ گردد. از آنجا که در خطوط راه آهن سراسری و کنترل ترافیک با استفاده از روش جبر بیشینه جمع سیگنال کنترلی همواره نامثبت بوده و هدف آن صرفاً افزایش سرعت هست تا زمان سفر را کاهش دهد، در نتیجه حد بالای سیگنال کنترل صفر می باشد. حد پایین سیگنال کنترل نیز متناظر اختلاف بین زمان سفر نامی و حداقل زمان سفر هست. واضح است که اگر سیگنال کنترلی حداقل مقدار خود را بگیرد، زمان سفر حداقل گشته و با حداکثر سرعت باید مسیر طی شود:

$$r_i^{\min} - R_i \leq V_i \leq 0 \quad (16)$$

• قید حاکم بر تلاش کنترلی ملاقات یا عدم ملاقات قطارها در ایستگاه رابط

همان گونه که توضیح داده شد سیگنال کنترلی اعمالی به منظور پایداری سازی سیستم نباید تناقض با مسائل مربوط به بهره برداری داشته باشد. از آنجایی که بهره برداری و ظرفیت در طول خط دارای محدودیت است، لذا محدودیت بر روی سیگنال کنترلی که تعیین کننده ملاقات یا عدم ملاقات قطارها در ایستگاه رابط هست می بایست در طراحی کنترل کننده لحاظ گردد. در خطوط راه آهن سراسری و کنترل ترافیک با استفاده از روش جبر بیشینه جمع هدف سیگنال کنترلی افزایش ظرفیت خط به همراه جابجایی مسافران در ایستگاه رابط هست. حد بالای  $U_{l,j}$  به گونه ای باید باشد تا بهینه سازی رعایت شود و نیز از جدول زمان بندی پیروی شود و حد پایین  $U_{l,j}$  نیز به گونه ای در نظر گرفته می شود که مقدار آن بینهایت نشود. حال اگر در رابطه (۷) مقدار عبارت ها را برای سهولت نمایش به صورت زیر بازنویسی کنیم:

$$G1 = \max_{i \in \hat{L}} \left\{ D_i + R_i + S_i^j + A_{S,j} + A_{R,i} + V_i \right\} \quad (17)$$

$$G2 = D_l + R_l + M_l^j + A_{R,l} + V_l \quad (18)$$

آنگاه می توان رابطه (۷) را به صورت زیر خلاصه نمود:

$$d_j = \max \left\{ D_j, G1, \max_{l \in \hat{L}} \left\{ G2 + U_{l,j} \right\} \right\} \quad (19)$$

حال می توان محدوده  $U_{l,j}$  را به صورت رابطه (۲۰) نمایش داد:

$$\min \left( D_j, G1 \right) - G2 \leq U_{l,j} \leq \max \left( D_j, G1 \right) - G2 \quad (20)$$

۴-۲- الگوریتم کنترل پیش بین مبتنی بر مدل

در این قسمت الگوریتمی از اعمال بهینه سازی را مشاهده می کنیم:

مرحله اول: مقدار  $j = 1$  قرار داده شود.

مرحله دوم: تعریف محدودیت لازم برای  $V_i$  و  $U_{l,j}$  با توجه به رابطه (۱۶) و (۲۰).

مرحله سوم: اگر مقدار  $2 \leq j$  بود آنگاه مقدار  $i = j - 1$  خواهد بود. مرحله چهارم: اگر  $j$  محوری باشد که از ایستگاه رابط  $j$  شروع می شود آنگاه  $l$  آن عضوی از مجموعه  $\hat{L}$  هست که به ایستگاه رابط  $j$  ختم می شود.

مرحله پنجم: با قرار دادن پارامترهای مشخص زمان سفر نامی، زمان توقف نامی، زمان جابجایی نامی و همچنین مقادیر اغتشاش زمان سفر و اغتشاش زمان توقف در رابطه (۷) مقدار  $d_j$  بر حسب  $U_{l,j}$  و  $V_i$  محاسبه می شود.

مرحله ششم:  $d_j$  به دست آمده از مرحله چهارم را در رابطه (۱۰) قرار داده

و مقدار  $F^i$  بر حسب  $U_{l,j}$  و  $V_i$  محاسبه می شود.

مرحله هفتم: حال با داشتن مقادیر پارامترهای رابطه (۷) مقدار  $t_{l,j}$  مطابق رابطه (۱۳) به دست می آید.

مرحله هشتم: با قرار دادن  $t_{l,j}$  در رابطه (۱۲) و پارامترهای مشخص  $M_l^j$  و  $C_{l,j}$  مقدار  $M_{l,j}$  بر حسب  $U_{l,j}$  محاسبه می شود.

مرحله نهم: با قرار دادن  $C_i$  در رابطه (۱۵) مقدار  $T_i$  بر حسب  $V_i$  محاسبه می شود.

مرحله دهم: با قرار دادن  $F^i$ ،  $M_{l,j}$  و  $T_i$  تعیین ضرایب وزنی با توجه به اهداف طراح در رابطه (۸)، تابع هزینه به صورت تابعی صریح از  $U_{l,j}$  و  $V_i$  بیان می شود.

مرحله یازدهم: استفاده از روش حل عددی بر مبنای الگوریتم SQP به منظور محاسبه  $U_{l,j}$  و  $V_i$  با حداقل نمودن تابع هزینه.

مرحله دوازدهم: با قرار دادن  $U_{l,j}$  و  $V_i$  در رابطه (۷) مقدار  $d_j$  بر حسب زمان به دست می آید.

مرحله سیزدهم: به مقدار  $j$  یک واحد اضافه گشته و به مرحله سوم بازگردید، این فرایند به تعداد محورها تکرار می شود.

۵- مقیاس بندی شبکه ریلی

همان گونه که پیش تر گفته شد با توجه به وجود ایستگاه های فرعی متعدد در شبکه ریلی برای ساده نمودن فرایند مدل سازی و امکان حل مسئله کنترل در زمان قابل قبول، در این قسمت یک شبکه ریلی واقعی به شبکه کوچک تر مقیاس بندی می شود. با این عمل تعداد معادلات و زمان انجام محاسبات کنترل را کاهش داده، ضمن اینکه از دقت مدل و صحت نتایج کنترل نیز کاسته نمی شود. از آنجا که برای مسئله مدل سازی ترافیک و کنترل آن پارامترهای زمانی همچون زمان اعزام، زمان توقف و زمان سفر

$$R = \frac{R_k^S}{R_i} \quad (23)$$

همان طور که گفته شد پس از محاسبه مقدار  $V_i$  با داشتن مقدار  $R$

می توان مقدار  $V_k^S$  را مطابق رابطه (24) محاسبه کرد:

$$V_k^S = R \cdot V_i \quad (24)$$

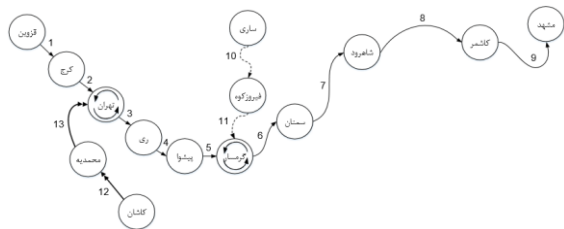
با توجه به شکل ۷ مقدار  $V_1$  (سیگنال کنترلی کاهش زمان سفر در کل مسیر قزوین تا کرج) برابر با ۱۰- دقیقه هست. بنابراین مقدار زمان سفر جبران شده مابین هر دو ایستگاه فرعی متوالی با استفاده از رابطه (24) در جدول ۲ نمایش داده شده است.

جدول ۲: جدول زمانی مسیر قزوین - کرج

شماره محور	ایستگاه مبدأ	ایستگاه مقصد	$R_k^S$ (دقیقه)	$S_i^j$ (دقیقه)	مسافت (کیلومتر)	$R$ (درصد)	$V_k^S$ (دقیقه)	$D_j$ (دقیقه: ساعت)
۱	قزوین (اصلی)	کهن دز (فرعی)	۱۲	۰	۱۷,۷	۱۶,۹	-۱۰۱	۰۱:۳۰
۲	کهن دز (فرعی)	زباران (فرعی)	۱۱	۰	۱۸	۱۵,۴۹	-۹۳	۰۱:۴۲
۳	زباران (فرعی)	آبیک (فرعی)	۱۱	۷	۱۷,۱	۱۵,۴۹	-۹۳	۰۲:۰۰
۴	آبیک (فرعی)	مشگرد (فرعی)	۱۱	۲	۱۶,۴	۱۵,۴۹	-۹۳	۰۲:۱۳
۵	مشگرد (فرعی)	کردان (فرعی)	۱۱	۲	۱۸	۱۵,۴۹	-۹۳	۰۲:۲۶
۶	کردان (فرعی)	کرج (اصلی)	۱۵	۲	۱۷	۲۱,۱۲۲	-۱۲۷	۰۲:۳۹

## ۶- نتایج شبیه سازی

همان گونه که پیش تر اشاره شد، ساختار ترافیکی مورد نظر در این تحقیق مربوط به بخشی از راه آهن جمهوری اسلامی ایران به صورت نشان داده شده در شکل ۳ هست. از آنجا که هدف این مقاله جبران تأخیر در شبکه ریلی راه آهن جمهوری اسلامی ایران با در نظر گرفتن نقش ایستگاه رابط و همراه با مسئله مقیاس بندی شبکه های واقعی هست، لذا اطلاعات زمانی واقعی از شرکت راه آهن استخراج و مسیرهایی از شبکه راه آهن که شامل ایستگاه های رابط می باشند، انتخاب شده است. از آنجا که در دوره تناوب یک روزه فقط در یک بازه زمانی خاص از روز قطارهای شبکه در ایستگاه های رابط ملاقات هم زمان دارند، لذا در هر یک از مسیرهای شبکه شکل ۳ فقط یک قطار سیر می کند. همان گونه که در شکل ۳ مشاهده می کنید، سه مسیر وجود دارد که قطار اول مسیر قزوین - مشهد، قطار دوم مسیر ساری - گرمسار و قطار سوم مسیر کاشان - تهران را طی می کنند. مسیرهای مذکور در شبکه ریلی واقعی مجموعاً شامل ۹۰ ایستگاه و ۸۸ محور می باشند. با توجه به توضیحات گفته شده در بخش ۵ مدل مقیاس بندی شده مجموعاً شامل ۱۴ ایستگاه و ۱۳ محور می شود.



شکل ۳: قسمتی از نقشه واقعی راه آهن جمهوری اسلامی ایران در مسیر قزوین - کرج، شامل تمامی ایستگاه های اصلی و فرعی

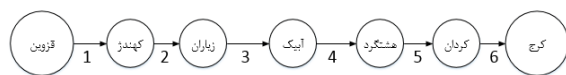
از/در ایستگاه ها از اهمیت زیادی برخوردار است، لذا تعدادی از ایستگاه های فرعی حذف گشته و اطلاعات زمانی ایستگاه های فرعی به ایستگاه های اصلی انتقال می یابد. در روش مقیاس بندی، زمان توقف ایستگاه فرعی را حذف نموده و مقدار آن به زمان توقف ایستگاه اصلی بعد از آن منتقل می شود. در حالت کلی می توان نشان داد که مطابق رابطه (21) اگر محور اصلی  $i$  که مابین دو ایستگاه اصلی متوالی است و مابین این دو ایستگاه اصلی،  $a$  ایستگاه فرعی وجود داشته باشد، را به زیرمحورهای فرعی  $k = 1, 2, 3, \dots, a+1$  تقسیم کنیم، آنگاه می توان با محاسبه مجموع زمان های سفر نامی زیرمحورهای فرعی مقدار زمان سفر نامی بین دو ایستگاه اصلی متوالی را به دست آورد.

$$R_i = \sum_{k=1}^{a+1} R_k^S \quad (21)$$

رابطه (22) نیز نشان می دهد اگر محور اصلی  $i$  که مابین دو ایستگاه اصلی متوالی است و مابین این دو ایستگاه اصلی، تعداد  $a$  ایستگاه فرعی وجود داشته باشد، را به زیرمحورهای فرعی  $k = 1, 2, 3, \dots, a+1$  تقسیم کنیم، آنگاه می توان با محاسبه مجموع زمان های توقف نامی قطار در ایستگاه های فرعی  $k = 1, 2, \dots, a$  مقدار زمان توقف نامی در ایستگاه اصلی را به دست آورد:

$$S_i^j = \sum_{k=1}^a S_k^S \quad (22)$$

به منظور درک بهتری از توضیحات ارائه شده در بالا، شکل ۲ در مسیر ریلی قزوین - مشهد را در نظر بگیرید. مابین دو ایستگاه قزوین تا کرج ۵ ایستگاه فرعی وجود دارد و ۲ ایستگاه قزوین و کرج اصلی می باشند. با توجه به رابطه (21) و جدول ۲ زمان سفر نامی بین ایستگاه قزوین و کرج برابر ۷۱ دقیقه هست و با توجه به رابطه (22) و جدول ۲ زمان توقف نامی در ایستگاه کرج برابر با ۱۳ دقیقه هست.



شکل ۲: قسمتی از نقشه واقعی راه آهن جمهوری اسلامی ایران در مسیر قزوین - کرج، شامل تمامی ایستگاه های اصلی و فرعی

تا اینجا یک مسئله واقعی به یک مسئله با مقیاس کوچک تر شبیه سازی شد. حال برای آنکه بتوان مسئله شبیه سازی شده را به مسئله واقعی اولیه تبدیل کرد نیاز به محاسبات دیگری است که بتوان نتایج مسئله مقیاس بندی شده را به مقادیر قابل استفاده در شبکه ریلی واقعی تبدیل نمود. بدین منظور ابتدا نسبت بین زمان سفر نامی دو ایستگاه فرعی متوالی و زمان سفر نامی دو ایستگاه اصلی متوالی را به دست آورده و پس از محاسبه  $V_i$  مربوط به دو ایستگاه اصلی متوالی، مقدار  $V_k^S$  مربوط به دو ایستگاه فرعی متوالی به دست می آید.

در رابطه (23) نسبت بین زمان سفر نامی دو ایستگاه فرعی متوالی و زمان سفر نامی دو ایستگاه اصلی متوالی به دست می آید:

**تذکره:** لازم به ذکر است که منظور از حالت بدون کنترل حالتی است که اگر تأخیری برای یک قطار به وجود آید این تأخیر به کل شبکه انتقال می یابد و از بین نمی رود. همچنین در مورد ایستگاه رابط نیز می توان گفت اگر قطار  $l$  دچار تأخیر شود آنگاه قطار  $j$  منتظر رسیدن قطار  $l$  و سوار شدن مسافران قطار  $l$  بر قطار  $j$  می ماند.

**تذکره:** لازم به ذکر است که پارامتر اقی پیش بینی در شبیه سازی حاضر برابر با ۴ در نظر گرفته شده است که با توجه به تعداد ایستگاه های اصلی شکل ۳، انتخاب شده است و به گونه ای در نظر گرفته شده است که قابلیت محاسبه آن با توجه به تعداد ایستگاه های بعدی در شبیه سازی وجود داشته باشد.

اغتشاش های استراتژی های ذکر شده به صورت جدول ۴ تنظیم شده است:

جدول ۴: اغتشاش های وارد در شبیه سازی

توصیف	مقدار (دقیقه)	اغتشاش وارده به زمان سفر
اغتشاش وارده به زمان سفر قطار اول بین ایستگاه قزوین و کرج	۱۰	$A_{R,1}$
اغتشاش وارده به زمان سفر قطار دوم بین ایستگاه ساری و فیروزکوه	۵	$A_{R,10}$
اغتشاش وارده به زمان سفر قطار سوم بین ایستگاه کاشان و محمدیه	۲۰	$A_{R,13}$

پارامترهای کاربردی شبیه سازی در جدول ۵ تنظیم شده است. لازم به ذکر است که در جدول ۵ مقادیری که برای  $C^i$  در نظر گرفته شده است با توجه به مقدار مسافت باقیمانده تا مقصد هر مسیر انتخاب شده است، بدین صورت که هر قدر مسافت باقیمانده تا مقصد بیشتر باشد مقدار  $C^i$  بیشتر است. در مورد  $C_j$  نیز باید گفت از آنجا که در هنگام حرکت در فراز به منظور افزایش سرعت باید مقدار سوخت بیشتری مصرف شود، لذا در طول مسیر به ازای حرکت بر مسیر از مبدأ به سمت مقصد اگر قطار رو به فراز باشد مقدار  $C^i$  افزایش و اگر قطار رو به شیب باشد مقدار  $C^i$  کاهش می یابد.

جدول ۵: پارامترهای بکار گرفته شده در شبیه سازی

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
$\alpha$	$10 \cdot (\frac{1}{\text{واحد زمان}})$	$C_4$	۷	$C_{12}$	۱۶	$C^7$	۵۰
$\beta$	۱۵	$C_5$	۹	$C_{13}$	۸	$C^8$	۳۱
$\gamma$	$5 \cdot (\frac{1}{\text{واحد زمان}})^2$	$C_6$	۱۵	$C^1$	۲۰۰	$C^9$	۱۰
$C_{11,6}$	۷۵	$C_7$	۱۴	$C^2$	۱۵۰	$C^{10}$	۸۰
$C_{13,3}$	۱۰۰	$C_8$	۵	$C^3$	۹۰	$C^{11}$	۶۰
$C_1$	۱۱	$C_9$	۹	$C^4$	۹۰	$C^{12}$	۴۰
$C_2$	۷	$C_{10}$	۲۰	$C^5$	۸۰	$C^{13}$	۱۵
$C_3$	۷	$C_{11}$	۱	$C^6$	۶۰		

در این قسمت قیود لازم برای سیگنال های کنترلی که در رابطه (۱۶) و (۲۰) بیان شد به صورت جداول ۶ و ۷ مشاهده می شود:

همان گونه که در شکل ۳ دیده می شود، ایستگاه های تهران و گرمسار ایستگاه های رابط می باشند که ملاقات قطارها در آن ها می تواند رخ دهد و مابقی ایستگاه ها به صورت ایستگاه معمولی در نظر گرفته شده اند. با توجه به شکل ۳ مسیر قزوین به مشهد شامل محورهای ۱ تا ۹ هست که با (→) به هم متصل شده اند، مسیر ساری - گرمسار شامل محورهای ۱۰ تا ۱۱ هست که با (→) به هم متصل شده اند و مسیر کاشان - تهران شامل محورهای ۱۲ تا ۱۳ هست که با (→) به هم متصل شده اند. لازم به ذکر است که در شبیه سازی شکل ۳ مقادیر  $\hat{J}$  و  $\hat{I} : [1, 12]$  و  $\hat{L} : \{11, 13\}$  می باشند.

اطلاعات زمانی شبکه ترافیکی مورد نظر شکل ۳ که شامل حداقل زمان سفر، زمان سفر نامی، زمان توقف نامی و زمان اعزام نامی هست در جدول ۳ نمایش داده شده است. به منظور درک بهتر از ساختار ترافیکی مدنظر در این تحقیق، اگر مسافری از ایستگاه ساری به سمت ایستگاه مشهد قصد سفر داشته باشد باید قطار ساری - گرمسار را سوار شده و در ایستگاه رابط گرمسار خط خود را عوض کرده و سوار قطار قزوین - مشهد شود. در مورد ایستگاه رابط تهران نیز می توان چنین گفت که اگر مسافری بخواهد از ایستگاه کاشان به ایستگاه مشهد برود باید قطار کاشان - تهران را سوار شده و در ایستگاه رابط تهران خط خود را عوض کرده و سوار قطار قزوین - مشهد شود. در بیشتر مواقع ایستگاه رابط یک امکان انتخاب مضاعف به مسافران می دهد که مسافران می توانند با توجه به علاقه خود از بین چندین مسیر یک مسیر را انتخاب نمایند. در ادامه نتایج شبیه سازی و عملکرد سیستم در چهار سناریوی مختلف مطرح می شود:

- حلقه باز (بدون کنترل)
- کنترل با استفاده از تغییر در بازه زمانی ملاقات یا عدم ملاقات قطارهای برنامه ریزی شده در ایستگاه رابط
- کنترل با استفاده از کاهش زمان سفر
- کنترل با استفاده از ترکیب کاهش زمان سفر همراه با تغییر در بازه زمانی ملاقات یا عدم ملاقات قطارهای برنامه ریزی شده در ایستگاه رابط

جدول ۳: پارامترهای زمانی شبکه ریلی نشان داده شده در شکل ۳ (ایستگاه های تهران و گرمسار ایستگاه رابط هستند).

شماره محور	ایستگاه مبدأ	ایستگاه مقصد	$R_j^i$ (دقیقه)	$t_j^{\min}$ (دقیقه)	$S_j^i$ (دقیقه)	$M_j^i$ (دقیقه)	$D_j$ (ساعت)
۱	قزوین	کرج	۷۱	۴۰	۰	۰	۰۱:۳۰
۲	کرج	تهران	۵۱	۳۱	۱۳	۰	۰۲:۵۴
۳	تهران	ری	۱۳	۸	۳۰	۱۵	۰۴:۱۵
۴	ری	پیشوا	۳۰	۲۰	۷	۰	۰۴:۳۵
۵	پیشوا	گرمسار	۳۱	۱۹	۵	۰	۰۵:۱۰
۶	گرمسار	سمنان	۶۲	۳۵	۲۵	۱۰	۰۶:۰۶
۷	سمنان	شاهرود	۲۶۶	۱۸۰	۲۰	۰	۰۷:۲۸
۸	شاهرود	کاشمر	۶۶	۳۳	۱۲	۰	۱۲:۰۶
۹	کاشمر	مشهد	۱۳	۱۳	۵	۰	۱۳:۱۷
۱۰	ساری	فیروزکوه	۱۶۷	۱۲۰	۰	۰	۰۰:۳۱
۱۱	فیروزکوه	گرمسار	۱۲۴	۶۰	۳۵	۰	۰۰:۳۳
۱۲	کاشان	محمدیه	۵۹	۳۵	۰	۰	۰۰:۳۸
۱۳	محمدیه	تهران	۱۱۳	۷۰	۲۰	۰	۰۲:۰۷

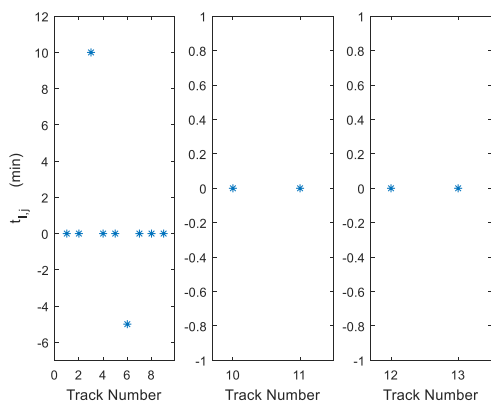
جدول ۶: قیود لازم برای سیگنال کنترلی  $V_i$  (واحد: دقیقه)

$-31 \leq V_1 \leq 0$
$-20 \leq V_2 \leq 0$
$-5 \leq V_3 \leq 0$
$-10 \leq V_4 \leq 0$
$-12 \leq V_5 \leq 0$
$-27 \leq V_6 \leq 0$
$-86 \leq V_7 \leq 0$
$-33 \leq V_8 \leq 0$
$-47 \leq V_{10} \leq 0$
$-63 \leq V_{11} \leq 0$
$-24 \leq V_{12} \leq 0$
$-43 \leq V_{13} \leq 0$

جدول ۷: قیود لازم برای سیگنال کنترلی  $U_{l,j}$

$-20 \leq U_{13,3} \leq -10$
$-5 \leq U_{11,6} \leq 5$

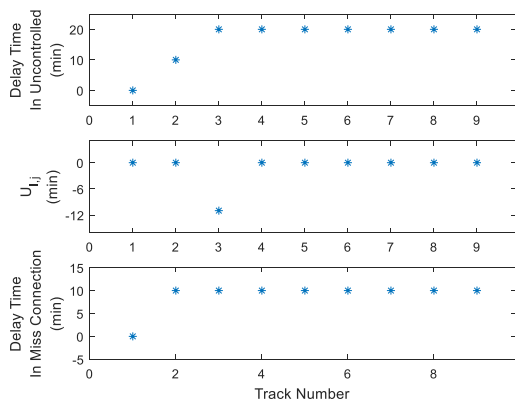
کمی برای مسافران قطارهای ۳ و ۱۳ وجود دارد تا قطار خود را تعویض نمایند و مسافران باید سریع تر قطارهای خود را تعویض نمایند که مقدار  $M_{13,3}$  برابر با درصدی از بیشترین مقدار خود ( $C_{13,3}$ ) هست.



شکل ۵: زمان تعیین کننده ملاقات یا عدم ملاقات قطارها در ایستگاه رابط

• مسیر اول (قزوین - مشهد)

در این قسمت ابتدا نمودارهای مربوط به قطار اول (مسیر قزوین - مشهد) نمایش داده می شود. در شکل ۶ تأخیر زمانی در حالت بدون کنترل، متغیر کنترلی  $U_{l,j}$  و تأخیر زمانی در حالت کنترل با روش تغییر در بازه زمانی ملاقات یا عدم ملاقات قطارها نمایش داده شده است:

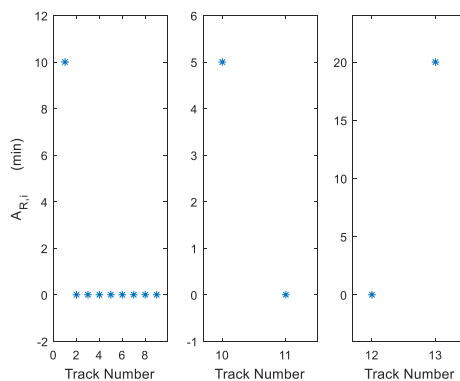


شکل ۶: نمایش متغیر کنترلی  $U_{l,j}$ ، تأخیر زمانی در حالت های بدون

کنترل و کنترل با روش ملاقات یا عدم ملاقات قطارها

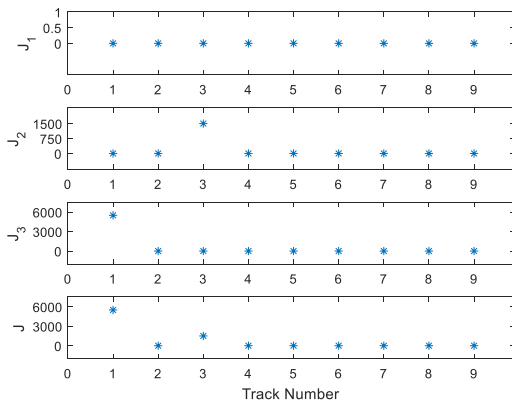
همان طور که در شکل ۶ مشاهده می کنید اغتشاش وارده به زمان سفر در محور اول به میزان ۱۰ دقیقه در تأخیر زمانی حالت بدون کنترل اعمال شده است. همچنین تأخیر زمانی در حالت بدون کنترل در محور سوم نیز به صورت صعودی هست که مقدار آن به دلیل اغتشاش وارده به زمان سفر قطار ۱۳ به میزان ۲۰ دقیقه هست. همچنین مقدار  $U_{13,3} = -10.2$  هست که با اعمال آن تأخیر در حالت کنترل با روش تغییر در بازه زمانی ملاقات یا عدم ملاقات قطارها به میزان تقریباً ۱۰ دقیقه می رسد. حال در شکل ۷

در این قسمت به ترتیب به نمایش نمودارهای مربوطه می پردازیم و ابتدا در شکل ۴ اغتشاش های وارده بر زمان سفر هر سه مسیر را نمایش می دهیم:



شکل ۴: نمایش اغتشاش های وارده بر زمان سفر هر سه قطار

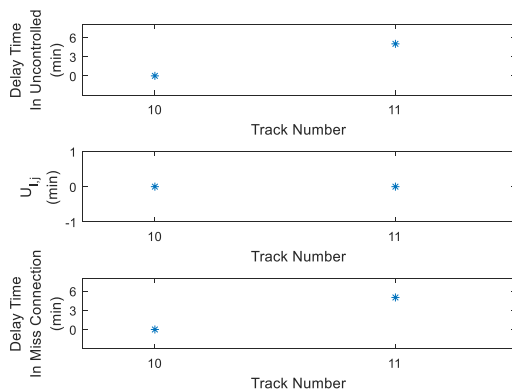
در شکل ۵ نیز مقدار زمان تعیین کننده ملاقات یا عدم ملاقات قطارهای ۳ و ۱۳ در ایستگاه ۳، قطارهای ۱۱ و ۶ در ایستگاه ۶ را نمایش می دهد. با توجه به روابط (۱۲) و (۱۳) از آنجا که مقدار  $t_{11,6} = -5$  منفی هست، لذا قطار ۶ منتظر قطار ۱۱ می ماند و تمامی مسافران هر دو قطار زمان کافی برای تعویض قطارهای خود دارند. اما از آنجا که  $t_{13,3} = 10$  مثبت هست و از زمان توقف نامی ( $M_{13}^3 = 15$ ) کمتر است، لذا قطار ۳ منتظر قطار ۱۳ می ماند و شامل پرداخت جریمه می شود. در این حالت مقدار زمان



شکل ۸: توابع هزینه برای قطار مسیر قزوین - مشهد در حالت کنترل ترکیبی

• **قطار مسیر دوم (ساری - گرمسار)**

در این قسمت ابتدا نمودارهای مربوط به قطار دوم (مسیر ساری - گرمسار) نمایش داده می شود. در شکل ۹ تأخیر زمانی در حالت بدون کنترل، متغیر کنترلی  $U_{i,j}$  و تأخیر زمانی در حالت کنترل با تغییر در بازه زمانی روش ملاقات یا عدم ملاقات قطارها نمایش داده شده است:

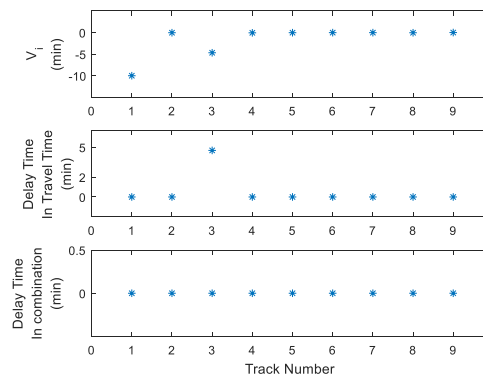


شکل ۹: نمایش متغیر کنترلی  $U_{i,j}$ ، تأخیر زمانی در حالت های بدون کنترل و

کنترل با روش ملاقات یا عدم ملاقات قطارها

همان طور که در شکل ۹ مشاهده می کنید اغتشاش وارده به زمان سفر در محور ۱۰ به میزان ۵ دقیقه در تأخیر زمانی حالت بدون کنترل اعمال شده است، در نتیجه تأخیر زمانی در حالت کنترل با روش تغییر در بازه زمانی ملاقات یا عدم ملاقات قطارها با حالت بدون کنترل برابر است. حال در شکل ۱۰ متغیر کنترلی  $V_i$ ، تأخیر زمانی در حالت کنترل با روش کاهش زمان سفر و تأخیر زمانی در حالت کنترل ترکیبی نمایش داده شده است:

متغیر کنترلی  $V_i$ ، تأخیر زمانی در حالت کنترل با روش کاهش زمان سفر و تأخیر زمانی در حالت کنترل ترکیبی نمایش داده شده است:

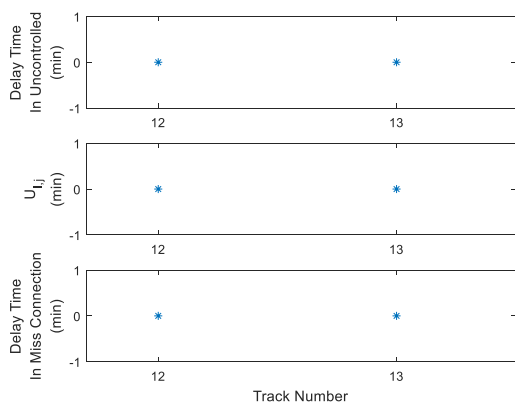


شکل ۱۰: نمایش متغیر کنترلی  $V_i$ ، تأخیر زمانی در حالت کنترل با روش کاهش زمان سفر و کنترل ترکیبی

همان طور که در شکل ۱۰ مشاهده می کنید مقدار  $V_1 = -10$  هست که با اعمال آن تأخیر در حالت کنترل با روش کاهش زمان سفر در محور اول صفر و مقدار تأخیر در محور سوم نیز با اعمال  $V_{13} = -15$  و  $V_3 = -5$  به میزان تقریباً ۵ دقیقه می رسد. در مورد کنترل ترکیبی نیز به دلیل آنکه ترکیب دو متغیر کنترلی  $V_i$  و  $U_{i,j}$  هست، بنابراین تأخیر در محور اول با اعمال  $V_1 = -10$  برابر صفر هست و تأخیر در محور سوم نیز با جمع  $V_{13} = -15$  و  $U_{13,3} = -10.2$  برابر صفر می شود. حال در شکل ۸ هر سه بخش تابع هزینه نهایی برای حالت کنترل ترکیبی که  $J_1$ ،  $J_2$  و  $J_3$  می باشد به همراه تابع هزینه نهایی  $J$  برای مسیر اول نمایش داده شده است. به عنوان مثال در مورد  $J_2$ ، مسافران قطار ۱۳ که قصد سوار شدن بر قطار ۳ را دارند، کاهش انحراف از زمان اعزام (قطار ۱۳ به قطار ۳ در ایستگاه ۳ تهران) می رسد ولی مسافران زمان کافی برای تعویض قطار ندارند و در نتیجه ممکن است تعدادی از مسافران نتوانند قطار خود را تعویض کنند) سبب تولید بیشترین مقدار هزینه به مقدار ۱۵۰۰ می شود (همان طور که در شکل ۶ مشاهده نمودید سیگنال کنترلی  $U_{i,j}$  در محور ۳ دارای بیشترین مقدار هست). همچنین همان طور که مشاهده می کنید کاهش زمان سفر موجب افزایش هزینه می شود و با توجه به شکل ۸ مشاهده می شود که در تمامی محورهایی که سیگنال کنترلی  $V_i$  مقدار دارد تابع هزینه مربوطه دارای مقدار هست. با توجه به شکل ۸ بیشترین مقدار  $J_3$  مربوط به محور ۱ هست که دارای مقدار ۵۵۰۰ هست (همان طور که در شکل ۷ مشاهده نمودید سیگنال کنترلی  $V_i$  در محور ۱ دارای بیشترین مقدار هست). در نهایت با مجموع این سه بخش و ضرایب وزنی تعیین شده مقدار تابع هزینه نهایی  $J$  نیز مطابق رابطه (۸) به صورت شکل ۸ نمایش داده می شود و همان طور که مشاهده می کنید بیشترین مقدار  $J$  به محور ۱ تعلق دارد که دارای مقدار ۵۵۰۰ هست.

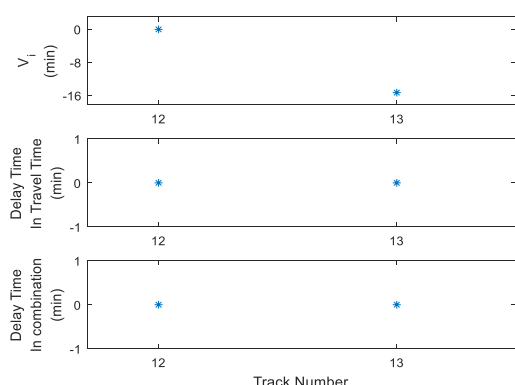
• قطار مسیر سوم (کاشان - تهران)

در این قسمت ابتدا نمودارهای مربوط به قطار سوم (مسیر کاشان - تهران) نمایش داده می شود. در شکل ۱۲ تأخیر زمانی در حالت بدون کنترل، متغیر کنترلی  $U_{1,j}$  و تأخیر زمانی در حالت کنترل با تغییر در بازه زمانی روش ملاقات یا عدم ملاقات قطارها نمایش داده شده است:



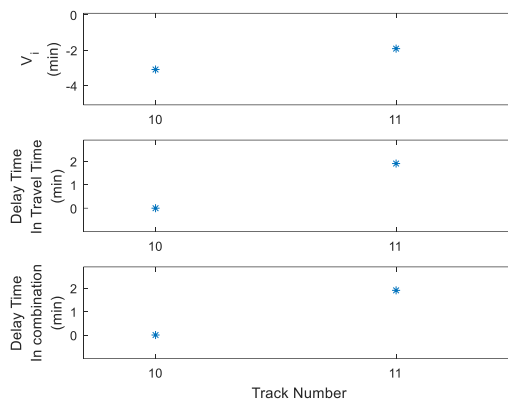
شکل ۱۲: نمایش متغیر کنترلی  $U_{1,j}$ ، تأخیر زمانی در حالت های بدون کنترل و کنترل با روش ملاقات یا عدم ملاقات قطارها

همان طور که در شکل ۱۲ مشاهده می کنید و نیز با توجه به شکل ۴ از آنجا که اغتشاش وارده به زمان سفر قطار ۱۳، تأثیری در قطار مسیر سوم ندارد و این اغتشاش سبب دیر رسیدن مسافران قطار ۱۳ به ایستگاه تهران می شود، لذا در حالت بدون کنترل و با کنترل به روش تغییر در بازه زمانی ملاقات یا عدم ملاقات قطارها هیچ تأخیر زمانی وجود ندارد. حال در شکل ۱۳ متغیر کنترلی  $V_i$ ، تأخیر زمانی در حالت کنترل با روش کاهش زمان سفر و تأخیر زمانی در حالت کنترل ترکیبی نمایش داده شده است:



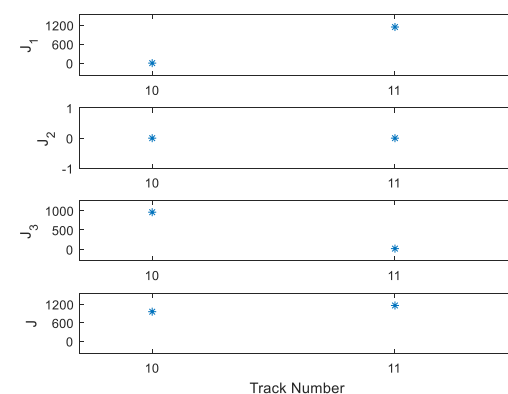
شکل ۱۳: نمایش متغیر کنترلی  $V_i$ ، تأخیر زمانی در حالت کنترل با روش کاهش زمان سفر و کنترل ترکیبی

همان طور که در شکل ۱۳ مشاهده می کنید مقدار  $V_{13} = -15.31$  هست که با اعمال آن به محور سوم قطار مسیر اول تأخیر در حالت کنترل با روش کاهش زمان سفر به میزان تقریباً ۵ دقیقه می رسد، پس همان طور که گفته شد برای قطار مسیر سوم تأخیر زمانی وجود ندارد. حال در شکل ۱۴ هر



شکل ۱۰: نمایش متغیر کنترلی  $V_i$ ، تأخیر زمانی در حالت کنترل با روش کاهش زمان سفر و کنترل ترکیبی

همان طور که در شکل ۱۰ مشاهده می کنید مقدار  $V_1 = -3.09$  هست که با اعمال آن تأخیر در حالت کنترل با روش کاهش زمان سفر در محور یازده به میزان تقریباً ۲ دقیقه می رسد و تأخیر در حالت کنترل ترکیبی با کنترل به روش کاهش زمان سفر برابر است. حال در شکل ۱۱ هر سه بخش تابع هزینه نهایی برای حالت کنترل ترکیبی که  $J_1$ ،  $J_2$  و  $J_3$  می باشند به همراه تابع هزینه نهایی  $J$  برای مسیر دوم نمایش داده شده است. به عنوان مثال بیشترین مقدار  $J_3$  مربوط به محور ۱۰ هست که دارای مقدار ۹۵۸ هست (همان طور که در شکل ۱۰ مشاهده نمودید سیگنال کنترلی  $V_i$  در محور ۱۰ دارای بیشترین مقدار هست). انحراف از زمان اعزام نیز دارای هزینه هست که به عوامل مختلفی (تعداد مسافران، نارضایتی آن ها و...) بستگی دارد و همان طور که مشاهده می کنید بیشترین مقدار  $J_1$  به محور ۱۱ تعلق دارد که دارای مقدار ۱۱۴۲ هست (همان طور که در شکل ۱۰ مشاهده نمودید بیشترین مقدار تأخیر در حالت کنترل ترکیبی مربوط به محور ۱۱ هست). در نهایت با مجموع این سه بخش و ضرایب وزنی تعیین شده مقدار تابع هزینه نهایی  $J$  نیز مطابق رابطه (۸) به صورت شکل ۱۱ نمایش داده می شود و همان طور که مشاهده می کنید بیشترین مقدار  $J$  به محور ۱۱ تعلق دارد که دارای مقدار ۱۱۶۰ هست.



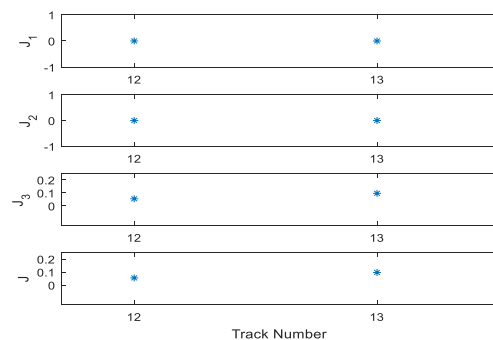
شکل ۱۱: توابع هزینه برای قطار مسیر ساری - گرمسار در حالت کنترل ترکیبی

از آنجا که سیگنال کنترل ترکیبی مجموع سیگنال  $V_i$  و  $U_{l,j}$  هست و با توجه به اینکه سیگنال کنترلی  $U_{l,j}$  فقط در ایستگاه های رابط ۳ و ۶ (تهران و گرمسار) مقدار دارد، لذا در مابقی ایستگاه ها مقدار سیگنال کنترل ترکیبی تقریباً با مقدار سیگنال کنترلی  $V_i$  برابر است (همان طور که در شکل ۱۵ مشاهده می کنید تمامی دایره ها در تمامی محورها به جز محور ۳ بر روی مربع ها منطبق می باشند). با توجه به شکل ۱۵ مقدار انحراف از زمان اعزام برای قطار مسیر ۲ در حالت بدون کنترل و کنترل با روش تغییر در بازه زمانی ملاقات یا عدم ملاقات قطارهای برنامه ریزی شده در ایستگاه رابط برابر است و این بدان معنی است که قطار ۶ منتظر رسیدن قطار ۱۱ به ایستگاه تهران مانده است و به همین دلیل مقدار انحراف از زمان اعزام قطار ۶ ثابت است که در این حالت مقدار  $U_{11,6} = 0$  هست. با توجه به اغتشاشی که به زمان سفر قطار ۱۳ داده شده است، با استفاده از متغیر کنترلی  $U_{13,3} = -10.99$  قطار ۳ منتظر رسیدن قطار ۱۳ مانده است ولی مسافران زمان کمی برای تعویض قطار خود دارند و ممکن است عده ای از آن ها نتوانند قطار خود را تعویض کنند، به همین دلیل مقدار انحراف از زمان اعزام قطار ۳ (علامت +) کاهش یافته است و مقدار تأخیر زمانی برای هر چهار استراتژی در مسیر سوم صفر است. لازم به ذکر است از آنجا که تعداد متغیرهای کنترلی کم است و همچنین تعداد ایستگاه ها کم هست و به صورت خط باز حرکت انجام می شود تأخیرها به مقدار کمی جبران شده است.

## ۷- نتیجه گیری

در این مقاله یک مدل گسسته پیشامد خطی برای انحراف از مدت زمان سفر و مدت زمان توقف قطارها در خطوط راه آهن ایران ارائه گردید. نکته مهم در این مدل سازی نسبت به مدل های ارائه شده در تحقیقات پیشین، مقیاس بندی شبکه ریلی و لحاظ نمودن قیود عملیاتی هست. مدل دینامیکی دو متغیر، تغییر در بازه زمانی ملاقات یا عدم ملاقات قطارها در ایستگاه رابط و تغییر زمان سفر را شامل می شود و از آن ها به منظور جبران تأخیر استفاده می کند. به منظور مدل سازی از روش بیشینه جمع و از کنترل کننده پیش بین مبتنی بر مدل به منظور کنترل استفاده شده است. هدف طراحی این کنترل کننده تنظیم ترافیک از طریق بازایی تأخیرهای بزرگ و همچنین به موقع حرکت کردن قطارها مطابق با جدول زمان بندی به منظور کسب رضایت مسافران بوده است و در طراحی کنترل کننده، قیود واقعی بر روی سیگنال کنترل در نظر گرفته شده است. جدول زمان بندی استفاده شده در مقاله منطبق با برنامه زمانی فصل پاییز سال ۱۳۹۵ شرکت راه آهن جمهوری اسلامی ایران هست. عملکرد کنترل در چهار حالت بدون کنترل، تغییر در بازه زمانی ملاقات یا عدم ملاقات قطارها در ایستگاه های رابط، کاهش زمان سفر قطار بین ایستگاه ها و ترکیب روش تغییر در بازه زمانی ملاقات یا عدم ملاقات قطارها در ایستگاه های رابط همراه با روش کاهش

سه بخش تابع هزینه نهایی برای حالت کنترل ترکیبی که  $J_1$ ،  $J_2$  و  $J_3$  می باشد به همراه تابع هزینه نهایی  $J$  برای مسیر سوم نمایش داده شده است. به عنوان مثال بیشترین مقدار  $J_3$  مربوط به محور ۱۳ هست که دارای مقدار ۰.۰۹۶۸ هست (همان طور که در شکل ۱۳ مشاهده نمودید سیگنال کنترلی  $V_i$  در محور ۱۳ دارای بیشترین مقدار هست). در نهایت با مجموع این سه بخش و ضرایب وزنی تعیین شده مقدار تابع هزینه نهایی  $J$  نیز مطابق رابطه (۸) به صورت شکل ۱۴ نمایش داده می شود و همان طور که مشاهده می کنید بیشترین مقدار  $J$  به محور ۱۳ تعلق دارد که دارای مقدار ۰.۰۹۶۸ هست.

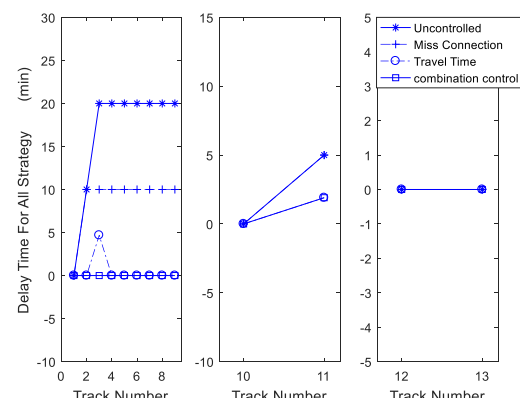


شکل ۱۴: توابع هزینه برای قطار مسیر کاشان - تهران در حالت کنترل ترکیبی مقادیر حداکثر تأخیرها و مجموع آن ها برای هر چهار استراتژی و نیز برای هر سه مسیر در جدول ۸ نمایش داده شده است:

جدول ۸: قیود لازم برای سیگنال کنترلی  $U_{l,j}$

روش	حداکثر تأخیرها (ثابت)	مجموع تأخیرها (ثابت)
بدون کنترل	۱۲۰۰	۹۳۰۰
کنترل با روش تغییر در بازه زمانی ملاقات یا عدم ملاقات قطارهای برنامه ریزی شده در ایستگاه رابط	۶۰۰	۵۱۰۰
کنترل با روش کاهش زمان سفر	۲۸۱	۳۹۵
کنترل ترکیبی	۱۱۴	۱۱۴

در پایان به منظور مقایسه تأخیرهای زمانی برای هر سه مسیر و نیز هر چهار استراتژی در شکل ۱۵ نمایش داده شده است:



شکل ۱۵: نمایش تأخیرهای زمانی هر چهار استراتژی برای شبکه ریلی مورد نظر

"Connection and speed control in railway systems - a model predictive control approach," proceedings of the Sixth International Workshop on Discrete Event Systems, pp. 49–54, 2002.

[5] T. van Den Boom and B. De Schutter, "Modeling and control of railway networks," Proceedings of the American Control Conference, vol. 6, pp. 5728–5733, 2004.

[6] B. de Schutter and T. van den Boom, "Model predictive control for max-plus-linear discrete event systems," Control Engineering Practice, vol. 14, no. 10, pp. 1199–1211, 2006.

[7] B. De Schutter and T. Van den Boom, "Max-plus algebra and max-plus linear discrete event systems: An introduction," Proceedings of the 9th International Workshop on Discrete Event Systems, vol. 19, pp. 36–42, 2008.

[8] R. M. P. Goverde, "A delay propagation algorithm for large-scale railway traffic networks," Transportation Research Part C, vol. 18, no. 3, pp. 269–287, 2010.

[9] R. M. P. Goverde, "Railway timetable stability analysis using max-plus system theory," Transportation Research Part B, vol. 41, no. 2, pp. 179–201, 2007.

[10] T. J. J. Van Den Boom and B. De Schutter, "Dynamic railway network management using switching max-plus-linear models," Proceedings of the 11th IFAC symposium on Control in Transportation Systems, vol. 11, no. 1, pp. 343–348, 2006.

[۱۱] ب.معاونی - م. کریمی "بازیابی به هنگام جدول زمان بندی یک شبکه مترو با استفاده از کنترل کننده پیش بین و در حضور قیود واقعی" مجله حمل و نقل, 1394, vol. 7, no. 1, p. 141–166.

[۱۲] ب.معاونی - س.نجفی "مدل سازی و تنظیم بلادرنگ ترافیک خطوط مترو با استفاده از کنترل کننده پیش بین غیرخطی" مجله کنترل . vol. 9, no. 2, p. 14–25, 1394,

[13] T. J. J. Van Den Boom, N. Weiss, W. Leune, R. M. P. Goverde, and B. De Schutter, "A permutation-based algorithm to optimally reschedule trains in a railway traffic network," preprints of the 18th IFAC world conference, vol. 18, pp. 9537–9542, 2011.

زمان سفر قطار بین ایستگاهها برای جلوگیری از انباشته شدن تأخیرهای بزرگ با در نظر گرفتن تابع هزینه انجام شد. با توجه به این که در خطوط راه آهن سراسری بلیت مسافران از قبل خریداری شده است، هنگام به وجود آمدن تأخیر نمی توانیم از یک ایستگاه بدون توقف عبور نماییم و باید در تمامی ایستگاهها توقف داشته باشیم. بنابراین در خطوط راه آهن سراسری برای بازیابی تأخیر اقداماتی از جمله تغییر در بازه زمانی ملاقات یا عدم ملاقات قطارها در ایستگاههای رابط و کاهش زمان سفر قطار با افزایش سرعت حرکت صورت می گیرد. باید متذکر شد که روش مقیاس بندی برای خطوط ریلی واقعی به دلیل امکان حل مسئله کنترل در زمان قابل قبول و کاهش مدت زمان محاسبات سیگنال کنترل، بدون از دست دادن صحت و کلیت مسئله مناسب هست و همچنین نسبت به مقالات پیشین برتری مدل پیشنهادی بر اساس مدل سازی سیستم های واقعی مشخص شد. در پایان نیز نقش موفق کنترل کننده پیش بین در تنظیم ترافیک خطوط راه آهن سراسری و همچنین موفقیت سیستم خطی بیشینه جمع در مدل سازی نمایش داده شد.

## مراجع

[1] W. S. Lin and J. W. Sheu, "Optimization of train regulation and energy usage of metro lines using an adaptive-optimal-control algorithm," IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, vol. 8, no. 4, pp. 855–864, 2011.

[2] B. Kersbergen, J. Rudan, T. van den Boom, and B. De Schutter, "Towards railway traffic management using switching Max-plus-linear systems Structure analysis and rescheduling," Discrete Event Dynamic Systems, 2014.

[3] V. Van Breusegem, G. Campion, and G. Bastin, "Traffic Modeling and State Feedback Control for Metro Lines," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 36, no. 7, pp. 770–784, 1991.

[4] B. De Schutter and T. J. J. van den Boom,