



## پیادهسازی الگوریتم تخمین زاویه و سرعت زاویهای غلت پرتابههای با سرعت بالا با استفاده از تلفیق خروجی شتابسنجها

على اصغرى '، سعيد نصراللهي '، نعمت الله قهرماني "

<sup>۱</sup> فارغالتحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، ali\_asghari@aut.ac.ir ۲ دانش آموخته دکتری، دانشکدهٔ مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر ، Nasrollahi@mut.ac.ir ۲ دانشیار، دانشکدهٔ مهندسی برق ، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر ، ghahremani@mut.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۷/۰۱/۲۱ ویرایش: ۱۳۹۷/۰۴/۱۶ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۵/۲۷

چکیده: در این مقاله، پیادهسازی الگوریتم تخمین زاویه و سرعت زاویهای غلت پرتابههای با سرعت بالا با استفاده از تلفیق خروجی شتاب سنجهای ممز ارائه می شود. دلیل استفاده از شتاب سنجها، خطای زیاد ژیرو سکوپ های ممز در سرعت های بالا و دقت پایین مگنومترها به دلیل وجود میدانهای مغناطیسی غیر از زمین و اثرات آهن نرم و سخت است. بعد از تشریح الگوریتم ارائه شده، نحوه پیاده سازی تشریح می شود. در پیاده سازی از یک موتور الکتریکی برای شبیه سازی حرکت غلت پرتابه استفاده می شود. از دو شتاب سنج ممز نیز برای اندازه گیری سرعت و شتاب زاویه ای استفاده شده است. دو سناریوی سرعت ثابت و متغیر در دو حالت همزمان و ناهمزمان بررسی شده است. برای تخمین سرعت زاویه ای استفاده شده است. دو سناریوی سرعت ثابت و متغیر در دو حالت همزمان و ناهمزمان بررسی شده نتایج به دست آمده از این دو تخمینگر برای سرعت زاویه ای خانه و فیلتر کالمن تعمیم یافته تطبیقی استفاده شده است. در انتها تنایج به دست آمده از این دو تخمینگر برای سرعت زاویه ای خان و زاویه غلت با هم مقایسه شده است که نتایج، نشان دهنده عملکرد بهتر تخیینگر تطبیقی است.

كلمات كليدى: كانال غلت، فيلتر كالمن، فيلتر تطبيقى، حسكر شتاب سنج ممز ، تلفيق اطلاعات.

### Implementation of Roll Angle and Angular Velocity Estimation Algorithm for a High-Speed Projectile Using Accelerometers Output Data

#### Ali Asghari, Saeid Nasrollahi, Nematollah Ghahremani

**Abstract:** In this paper, implementation of roll angle and angular velocity estimation algorithm for a high-speed projectile using the fusion of the accelerometers output data is proposed. The reason for the use of accelerometers instead of gyros and magnetometer is the high error of the MEMS gyroscope for high speed and the low accuracy of the magnetometer due to the presence of Non-Earth magnetic fields and the effects of hard and soft iron. After expression of the proposed algorithm, the implementation process is explained. In this process, an electric motor is used to simulate the projectile roll and two accelerometers are used to measure angular velocity and acceleration. Two constant and variable velocity scenarios have been investigated in both online and offline modes. Both extended Kalman Filter and adaptive extended Kalman filter estimators have been used to estimate the rolling angular velocity. Finally, the comparison of these two methods for the rolling angular velocity and roll angle, indicates a better performance for the adaptive estimator.

Keywords: Roll chanell, Kalman filter, Adaptive filter, MEMS-based accelerometer sensor, Data fusion.

#### ۱- مقدمه

نوعی از پرتابهها هنگام پرواز حول محور طولی خود چرخش دارند؛ سرعت این چرخش حول محور طولی بسیار بیشتر از دو محور دیگر است. چرخش پرتابه با سرعت زیاد حول محور طولی خود مزایای بسیاری دارد که کاهش تاثیر منفی ناشی از عدم تقارن جرمی هندسی و سادهسازی سیستم کنترل از جمله این مزایا است[۱]. اما از سوی دیگر این چرخش مشکلاتی به همراه دارد، از جمله اندازه گیری سرعت زاویهای این چرخش که همان سرعت زاویهای غلت است، با دقت بسیار بالا باید انجام شود. افزایش دقت در عمل به راحتی امکان پذیر نیست و با مشکلات زیادی همراه است که هزینههای زیادی نیز دارد. یکی از سیستمهای اندازه گیری موقعیت و وضعیت پرتابه، سیستمهای ناوبری اینرسی (INS) مبتنی بر ممز هستند. این سیستمها از شتابسنج، ژیروسکوپ و مگنومترها برای اندازه گیری شتاب و سرعت زاویهای استفاده می کنند. با این حال، برای سرعتهای بالا ژیروسکوپهای ممز ۲ دارای خطای زیادی هستند. مگنومترها نیز به دلیل وجود میدانهای مغناطیسی غیر از زمین و همچنین اثرات آهن نرم و سخت دقت پایینی دارند.

سیستمهایی که فقط از شتابسنجها برای اندازه گیری اینرسی و ناوبری استفاده میکنند، به نامهای مختلفی معروف هستند که معروفترین آنها، سیستمهای ناوبری اینرسی بدون ژیروسکوپ (GFINS) نام دارد. برای توصیف کامل حرکت پرتابه، کمینه ۶ شتابسنج مورد نیاز است[۲]. پیکربندی مکعب گونه ۶ شتابسنجه که شتابسنجها در مرکز ۶ وجه یک مکعب به صورت متقارن قرار میگیرند، در شکل (۱) قابل مشاهده است[۳]. مرجع [۴]، یک پیکربندی میگیرند، در شکل (۱) قابل مشاهده است[۳]. مرجع [۴]، یک پیکربندی میقارن و نامتقارن پیشنهاد میکند. سرعت زاویهای در پیکربندیهای متقارن و نامتقارن ۶ شتابسنجه، تنها به وسیله انتگرالگیری به دست میآید که باعث انباشته شدن خطاها میشود و دقت اندازه گیری را کاهش میدهد. از اینرو برای افزایش دقت به تعداد بیشتری شتابسنج احتیاج است.

برای کمک به افزایش دقت مکعب ۶ شتابسنجه یک شتابسنج سه محوره در مرکز مکعب فرضی اضافه می شود[۵]. عملا این طرح یک پیکربندی ۹ شتابسنجه است و این امکان را فراهم می نماید تا سرعت زاویه ای بدون انتگرال گیری و با استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته تخمین زده شود. اما، مشاهده ای که از سرعتهای زاویه ای هر سه محور وجود دارد، تنها به صورت حاصل ضرب سرعتهای زاویه ای دو محور مختلف است. نتیجتا، اگر یکی از محورها دارای سرعت زاویه ای صفر باشد، این رویکرد کاربرد نخواهد داشت و باید از تعداد بیشتری شتابسنج برای برطرف کردن این مشکل استفاده برد. پیکربندی ۱۰ شتابسنجه، این



شکل ۱: نحوه قرار گیری شتابسنجها در مکعب مربع فرضی[۳]

در مراحل اولیه، واحدهای اندازه گیری اینرسی ۱۲ شتاب سنجه به طور کلی بر اساس یک طرح مکعب گونه و با جایگیری های متنوع شتاب سنجها توسعه پیدا کردند[۷]، [۸] و [۹]. مرجع [۱۰] با پیاده سازی فیلتر کالمن بی ریشه بر روی طرح ۱۲ شتاب سنجه یک تخمین مقاوم در برابر اغتشاشات ارائه می کند. مرجع [۱۱] با استفاده از فیلتر کالمن محدود شده<sup>۴</sup> برای طرح ۱۲ شتاب سنجه، تخمین سرعت زاویه ای را نسبت به فیلتر کالمن غیر محدود شده بهبود بخشیده است. مرجع [۱۲] به مقایسه ۴ پیکربندی مختلف ۱۲ شتاب سنجه پرداخته است و برای هریک تحلیل خطای خروجی حسگر و همچنین تحلیل خطا برای شتاب خطی، شتاب زاویه ای و سرعت زاویه ای هر سه محور ارائه داده است و برای تخمین هر یک از ۹ حالت، پیکربندی مناسب تر را تعیین نموده است.

مرجع [۱۳] یک طرح استوانهای ۱۶ شتاب سنجه ارائه داده است که شامل ۸ شتاب سنج دومحوره می شود که در سطح خارجی یک استوانه فرضی قرار گرفته اند. خطای ناشی از اتصالات و نصب حسگرها در جایگیری استوانه ای نسبت به پیکربندی مکعب گونه کمتر است و همچنین در مقایسه با طرح های ۱۲ شتاب سنجه، برای این طرح خطای کمتری در این مرجع گزارش شده است. پیکربندی های ۱۲ و ۱۶ شتاب سنجه دقت محاسبه سرعت زاویه ای را به طور مؤثری افزایش می دهد. با این وجود استفاده از تعداد حسگرهای بیشتر اشکالاتی نیز دارد؛ افزایش هزینه ها و مشکلات نصب از آن جمله است.

در حالت کلی سرعت زاویهای فراز و سمت مقادیر پایینی دارند به طوری که با دقت قابل قبولی قابل اندازه گیری به وسیله ژیروسکوپها هستند. در واقع با استفاده از ژیروسکوپها برای کمک به واحدهای اندازه گیری اینرسی بدون ژیروسکوپ میتوان به نتایج بسیار خوبی

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Inertial Navigation System

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Micro-Electro-Mechanical Systems

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Gyro-Free Inertial Navigation System

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Constrained Kalman Filter

مجله کنترل، جلد ۱۳، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۸

Journal of Control, Vol. 13, No. 2, Summer 2019

دست یافت و دقت تضمین خواهد شد، همچنین مقدار محاسبات کاهش پیدا خواهد کرد. مرجع [۱۴] یک پیکربندی شامل ۴ شتابسنج و دو ژیروسکوپ را پیشنهاد داده است. در این حالت با اینکه تعداد کمتری حسگر استفاده شده است ولی علامت سرعت زاویهای مشخص نیست. مرجع [۱۵] پیکربندی های ۴، ۵ و ۷ شتاب سنجه به همراه دو ژیروسکوپ را پیشنهاد داده است که برای حالتهای ۴ و ۵ شتاب سنجه علامت سرعت زاویهای غلت همچنان قابل تعیین نیست. مرجع [۱۴] با استفاده از ۵ شتابسنج و دو ژیروسکوپ روشی ارائه داده است که قادر به اندازه گیری سرعت زاویه ای غلت با علامت است. فعالیت های انجام شده در این زمینه تاکنون بیشتر جنبه تحقیقاتی و شبیهسازی داشتهاند و مقالات کمتری به پیادهسازی عملی روی آوردهاند. مرجع [۹] به پیادهسازی پیکربندی ۱۲ شتابسنجه پرداخته است که سرعت مرجع برای چرخش غلت، ۳۰۰ درجه بر ثانیه و به صورت متناوب سینوسی است که خطای زاویهی به دست آمده در طی ۱۵ ثانیه بیشتر از ۲۰ درجه است. مرجع [۱۷] پیکربندی ۶ شتاب سنجه را پیاده سازی کرده است. آزمایش انجام گرفته در طی ۴ ثانیه است و سرعت از صفر شروع و تا ۸۰۰ درجه بر ثانیه افزایش مییابد که خطای زیادی برای سرعت زاویهای و زاویه به دست آمده است. مرجع [۱۸] با استفاده از دو شتابسنج و استفاده از یک موتور الکتریکی، سرعت زاویهای را تخمین زده است. سرعتی که در این مقاله مورد آزمایش قرار گرفته است ۳۰ درجه بر ثانیه که به صورت سینوسی و در طی ۴ ثانیه است و خطای سرعت زاویهای ۵ درجه بر ثانیه است. خطای زاویه ای در این مرجع ارائه نشده است.

در این مقاله با استفاده از روش های تخمین، زاویه و سرعت زاویهای کانال غلت با استفاده از دو شتابسنج ارزان قیمت، تخمین زده می شود. از دو تخمينگر فيلتر كالمن تعميم يافته و فيلتر كالمن تعميم يافته تطبيقي برای تخمین سرعت زاویهای استفاده شده است. سرعت کانال غلت در این آزمایش بیشتر از ۲۰۰۰ درجه بر ثانیه و مدت زمان آزمایش نیز ۳۰ ثانیه برای سناریوی سرعت ثابت و ۶۰ ثانیه برای سناریوی سرعت متغیر در نظر گرفته شده است که سرعت و مدت زمان آزمایش بیشتر از کارهای انجام گرفته تا به حال است. برای شبیهسازی حرکت غلت پرتابه در این مقاله از یک موتور الکتریکی استفاده شده است. در حالتهای ناهمزمان نتایج ۱۰ نمونه آزمایش و در حالتهای همزمان نتایج ۵ نمونه آزمایش آورده شده است تا بتوان در مورد تکرارپذیری نتایج نیز بحث کرد. برای هر آزمایش نتایج با ۴ معیار بیشنیه خطای زاویهای، بیشنیه خطای سرعت زاویهای، RMSE خطای زاویهای و RMSE خطای سرعت زاویهای و در سه حالت خروجی حسگر مشاهده، تخمینگر فیلتر کالمن تعميم يافته و تخمينگر فيلتر كالمن تعميم يافته تطبيقي ارائه ميشود. نتايج این سه خروجی برای آزمایشهای متعدد با هم مقایسه میشود که نهایتا نشان دهنده عملكرد بهتر فيلتر كالمن تعميم يافته تطبيقي است.

مقاله به صورت زیر سازماندهی شده است: در بخش ۲ نحوه اندازهگیری سرعت زاویهای با استفاده از شتابسنجها، نحوه ادغام

# ۲- اندازه گیری و تخمین سرعت زاویه ای با استفاده از شتاب سنج ها

در این قسمت ابتدا الگوریتم اندازه گیری سرعت زاویهای با استفاده از شتابسنجها بیان میشود. سپس به بیان و تشریح تلفیق دادهها به وسیله فیلترهای کالمن تعمیم یافته و تعمیم یافته تطبیقی پرداخته خواهد شد.

## ۲-۱- الگوریتم اندازه گیری سرعت زاویه ای با ۱-۳ استفاده از شتاب سنجها

الگوریتم ارائه شده در [۱۶] از ۵ شتابسنج به همراه دو جایرو استفاده کرده است. محورهای مختصات مورد نظر بر روی پرتابه به صورت شکل (۲) است:



شکل۲ : نحوه قرار گیری دستگاه مختصات بر بدنه

در واقعیت، سرعت زاویه ای فراز ( حول محور Y ) و سمت (حول محور Z ) مقادیر پایینی دارند و از طریق ژیروسکوپ با دقت مناسبی اندازه گیری می شوند ولی سرعت زاویه ای غلت (حول محور X ) مقادیر بالایی دارد و با استفاده از شتاب سنجها و از طریق تخمینگر فیلتر کالمن تعمیم یافته و تطبیقی محاسبه خواهد شد. رابطه کلی خروجی یک شتاب سنج با سرعت و شتاب زاویه ای مبدأ مختصات جسم به صورت رابطه (۱) است.

$$F = \left( \begin{bmatrix} r_{y}\omega_{x}\omega_{y} + r_{z}\omega_{x}\omega_{z} - r_{x}\omega_{z}^{2} - r_{x}\omega_{y}^{2} \\ r_{z}\omega_{z}\omega_{y} + r_{x}\omega_{x}\omega_{y} - r_{y}\omega_{z}^{2} - r_{y}\omega_{x}^{2} \\ r_{y}\omega_{y}\omega_{z} + r_{x}\omega_{x}\omega_{z} - r_{z}\omega_{y}^{2} - r_{z}\omega_{x}^{2} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} + \left[ \begin{array}{c} A_{x} \\ A_{y} \\ A_{z} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} + \left[ \begin{array}{c} r_{z}\dot{\omega}_{y} - r_{y}\dot{\omega}_{z} \\ r_{x}\dot{\omega}_{z} - r_{z}\dot{\omega}_{x} \\ r_{y}\dot{\omega}_{x} - r_{x}\dot{\omega}_{y} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \right] \left[ \begin{array}{c} \cos(\theta_{x}) \\ \cos(\theta_{y}) \\ \cos(\theta_{z}) \end{bmatrix} \right]$$
(1)  
cos( $\theta_{z}$ )  
cos( $\theta_{z}$ )

فاصله  $r_x$  و زاویه  $heta_x$  ، با محور y دارای فاصله  $r_y$  و زاویه  $heta_y$  و

همچنین با محور z دارای فاصله  $r_z$  و زاویه  $\theta_z$  است. بردار y ، x محور x دارای فاصله رم  $r_z$  و زاویه y ، x ، x محم در جهتهای x ، x , y ,  $A_z = \int_{-\infty}^{T} [A_x \ A_y \ A_z]^{\rm T}$  و z است که برای اندازه گیری هر کدام به یک شتاب سنج نیاز است.  $(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$  ستاب  $(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$  شتاب راویهای جسم است.

در رابطه (۱)، ۹ مجهول وجود دارد که ۳ مجهول مربوط به شتاب خطی در مرکز جسم است که توسط یک شتاب سنج سه محوره که در مرکز جسم قرار می گیرد، اندازه گیری می شود. از ۶ مجهول دیگر، ۴ عدد مربوط به شتاب و سرعت زاویه ای حول محورهای y, z است که سرعت زاویه ای این دو محور از طریق ژیرو سکوپ اندازه گیری می شود ولی باید شتاب زاویه ای حول این دو محور به گونه ای از معادلات حذف شود. برای اندازه گیری شتاب و سرعت زاویه ای حول محور x باید از دو شتاب سنج دیگر استفاده شود که در مجموع نیاز به دو ژیرو سکوپ و  $F_3$  و  $F_1, F_2$  و  $r_1, g_2$  شتاب سنج مرکزی  $F_1, F_2$  و  $g_1, g_2$ برای اندازه گیری شتاب خطی در مرکز جسم و ۲ ژیرو سکوپ  $g_1, g_2$  (۳) برای اندازه گیری سرعت زاویه ای حول محور های y, z ، در شکل (۳)



شکل۳: نحوه قرارگیری شتابسنجها و ژیروسکوپها در مرکز

دو شتاب سنج باقی مانده باید در مکانی قرار بگیرند که به شتاب و سرعت زاویهای حول محور x وابسته باشد و همچنین رابطهای با شتاب زاویهای حول محورهای y, z نداشته باشد. برای تحقق این امر و با توجه به رابطه (۱) باید شرایط رابطه (۲) بر آورد شود:

 $r_x = 0, \theta_x = 90^{\circ} \tag{(Y)}$ 

به عبارتی باید این دو شتابسنج در صفحه ۲۵۷ قرار بگیرد که یکی از جایگیریهای به دست آمده به صورت شکل (۴) است.

در شکل (۴)،  $F_4$  حسگر شتاب سنج تعبیه شده برای اندازه گیری مجذور سرعت زاویه ای غلت که دارای فاصله  $f_1$  از مرکز و  $F_5$  حسگر شتاب سنج برای اندازه گیری شتاب زاویه ای که دارای فاصله  $d_2$  از مرکز است. خروجی شتاب سنج های  $F_4$ ,  $F_4$  و  $F_5$  با استفاده از رابطه (۱) و همچنین زوایای قرار گیری مشخص در شکل (۴) در رابطه (۳) نشان داده شده است:



شکل۴ : نحوه قرارگیری شتابسنجهای چهارم و پنجم

$$\begin{split} F_1 &= A_x, F_2 = A_y, F_3 = A_z, \\ F_4 &= A_z - d_1 g_1^{\ 2} - d_1 \omega_x^{\ 2}, \end{split} \tag{(4)} \\ F_5 &= A_z + d_2 g_1 g_2 + d_2 \dot{\omega}_x \\ clubel{eq:generalized} clubel{eq:generalized} \end{split}$$

$$\dot{\omega}_{x} = \frac{F_{5} - F_{3}}{d_{2}} - g_{1}g_{2} \tag{(f)}$$

$$\omega_x^2 = \frac{F_3 - F_4}{d_1} - g_1^2 \tag{(d)}$$

فرم گسسته روابط (۴ و ۵) در روابط (۶ و ۷) نشان داده شده است:

$$x_{k} = x_{k-1} + Tu_{k-1} + \frac{T}{d_{2}}(\Delta F_{3} - \Delta F_{5})$$
(9)

$$y_k = h(x_k) + \frac{\Delta F_3 - \Delta F_4}{d_1} \tag{V}$$

T ثابت زمانی نمونهبرداری، ΔF<sub>i</sub> واریانس نویز حسگرها هستند و دیگر پارامترها در روابط (۸-۱۰) تعریف شدهاند:

$$x_k = \omega_x(k) \tag{(A)}$$

$$u_{k-1} = \frac{F_5 - F_3}{d_2} - g_1 g_2 \tag{9}$$

$$h(x_k) = x_k^2 = \frac{F_3 - F_4}{d_1} - g_1^2 \tag{(1.)}$$

در رابطه (۸)، سرعت زاویهای غلت به عنوان حالت سیستم تعریف میشود. در رابطه (۹) ورودی معادله سیستم و در رابطه (۱۰) نحوه ارتباط خروجی حسگرها و تابع مشاهده نشان داده شده است.

#### ۲-۲- تلفيق خروجي شتابسنجها

در یک سیستم صنعتی ممکن است تعداد زیادی حسگر که در سطوح مختلف عملیاتی قرار دارند و دارای مشخصات دقت و قابلیت اطمینان مختلف باشند، وجود داشته باشد. برای ترکیب و تلفیق این

حسگرهای متنوع، فیلتر کالمن (KF)<sup>۱</sup> یکی از مهم ترین راه حل های پیشنهاد شده برای سیستمهای خطی است. در سیستمهای غیرخطی، فیلتر کالمن تعمیم یافته (EKF)<sup>۲</sup> استفاده می شود که از سری اول تیلور برای انتقال سیستم غیرخطی به سیستم خطی استفاده می کند و فیلتر کالمن را به صورت گسترده در سیستم غیرخطی مورد استفاده قرار می دهد. همگرایی الگوریتم تخمین در فیلتر کالمن، ارتباط نز دیک با کیفیت آماری نویز واگرایی فیلتر کالمن شود همچنین فیلتر کالمن به راحتی توسط خطاهای محاسبه نشده مانند بایاس عیب ناشناخته، دینامیک مدل نشده و یا یک مسئله می توان از روش های تطبیقی استفاده نمود. در این بخش ابتدا معادلات فیلتر کالمن تعمیم یافته و در ادامه معادلات فیلتر کالمن تعمیم یافته تطبیقی (AEKF)<sup>۳</sup> تشریح خواهد شد. یک فر آیند غیرخطی کنترل شده زمان گسسته توسط رابطه (۱۱) بیان می شود[۱۹]:

$$\begin{cases} x_k = f_{k-1}(x_{k-1}, u_{k-1}) + w_{k-1} \\ y_k = h_k(x_k) + v_k \end{cases}$$
(11)

در رابطه (۱۱)،  $W_{k-1}$  نویز سیستم و  $v_k$  نویز حسگر مشاهده است که به صورت نویز سفید و از هم مستقل هستند و مقادیر واریانس آنها به صورت  $W_k = (0, Q_k), v_k = (0, R_k)$  است. مرحله پیشبین فیلتر کالمن به صورت رابطه (۱۲) است:

$$\begin{cases} \hat{x}_{k}^{-} = f_{k}(\hat{x}_{k-1}^{+}, u_{k-1}, 0) \\ P_{k}^{-} = J_{k-1}P_{k-1}^{+}J_{k-1}^{T} + L_{k-1}Q(k)L_{k-1}^{T} \end{cases}$$
(17)

ج در (۱۲) کوواریانس نویز پیش بین نام دارد و مرحله بعدی،  $P_k^-$  مرحله نحمی نام دارد که روابط آن در (۱۳) آورده شده است:

$$\begin{cases} K_{k} = P_{k}^{-} H_{k}^{T} [H_{k} P_{k}^{-} H_{k}^{T} + V_{k} R_{k} V_{k}^{T}]^{-1} \\ \hat{x}_{k}^{+} = \hat{x}_{k}^{-} + K_{k} [y_{k} - h_{k} (\hat{x}_{k}^{-}, 0)] \\ P_{k}^{+} = [I - K_{k} H_{k}] P_{k}^{-} \end{cases}$$
(17)

در رابطه (۱۳)  $K_k$  بهره کالمن،  $\hat{x}_k^+$  تخمین حالت و  $K_k$  (۱۳) در رابطه (۱۳)  $K_k$  بوراریانس نویز تخمین در زمان k نام دارند. پارامترهای  $P_k^+$  کوواریانس نویز تخمین در زمان k نام دارند. پارامترهای V، H، Lرابطه (۱۴) تعریف شدهاند:

$$\begin{cases} J_{k-1} = \frac{\partial f_{k-1}}{\partial x} \big|_{\vec{x}_{k-1}^+}, L_{k-1} = \frac{\partial f_{k-1}}{\partial w} \big|_{\vec{x}_{k-1}^+} \\ H_k = \frac{\partial h_k}{\partial x} \big|_{\vec{x}_k^-}, V_k = \frac{\partial h_{k-1}}{\partial v} \big|_{\vec{x}_k^-} \end{cases}$$
(14)  
therefore the theorem of the term of t

حالیکه در عمل مقادیر R,Q در بیشتر موارد در ابتدا تخمین زده می شوند

<sup>1</sup> Kalman Filter

<sup>2</sup> Extended Kalman Filter

<sup>3</sup> Adaptive Extended Kalman Filter

و یا به طور کلی ناشناس هستند. در فیلتر کالمن تطبیقی، C<sub>k</sub> کوواریانس خطای تخمین نامیده می شود که به صورت رابطه (۱۵) تعریف می شود:

٧١

$$C_k = E[\eta_k \eta_k^T] = H_k P_k^- H_k^T + V_k R_k V_k^T$$
(10)

در رابطه (۱۵)  $(\eta_k = y_k - h_k(\hat{x}_k^-, 0)$  است. کوواریانس خطای تخمین اثرات هر خطای محاسبه نشده را نشان می دهد، زیرا عوامل ایجاد خطا به طور مستقیم در محاسبات کوواریانس خطای تخمین تأثیر می گذارند[۲۰]. به عنوان یک نتیجه، تغییر کوواریانس خطای تخمین را می توان برای فیلتر تطبیقی استفاده کرد[۲۰]. تغییر کوواریانس خطای تخمین را می توان به صورت رابطه (۱۶) تقریب زد:

$$\overline{C}_{k} = \frac{1}{M-1} \sum_{i=k-M+1}^{k} \eta_{i} \eta_{i}^{T}$$
(19)

در رابطه (۱۶)، M اندازه پنجره نام دارد. رابطه بین  $\overline{C}_k, C_k$  به صورت  $\overline{C}_k = \alpha_k C_k$  است و مقدار اسکالر  $\alpha_k$  از رابطه (۱۷) به دست می آید:

$$\alpha_k = \max\{1, \frac{1}{m} tr(\overline{C}_k C_k^{-1})\}$$
(1V)

m در رابطه (۱۷) اندازه بردار مشاهده است. زمانی که  $C_k$  به دلیل خطاهای محاسبه نشده افزایش می یابد، به وسیله  $\overline{C}_k$ ، کوواریانس خطای تخمین درست تقریب زده میشود. روابط (۱۸–۲۲) را به طور خلاصه برای هر دو حالت خطای معادلات دینامیکی و مشاهده می توان نوشت:

$$\hat{x}_{k}^{-} = f_{k}(\hat{x}_{k-1}^{+}, u_{k-1}, 0)$$

$$\overline{D}_{-}^{-} = \hat{x} \left[ I_{k} - \overline{D}_{+}^{+} I_{-}^{T} + I_{-} - O(h) I_{-}^{T} \right]$$
(1A)

$$P_{k}^{-} = \lambda_{k} [J_{k-1} P_{k-1}^{+} J_{k-1}^{1} + L_{k-1} Q(k) L_{k-1}^{1}]$$
(14)

$$\bar{K}_{k} = \frac{\lambda_{k}}{\alpha_{k}} \bar{P}_{k}^{-} H_{k}^{T} [H_{k} \bar{P}_{k}^{-} H_{k}^{T} + V_{k} R_{k} V_{k}^{T}]^{-1}$$

$$(\Upsilon \cdot)$$

$$\overline{P}_{k}^{+} = (1 - \overline{K}_{k}H_{k})\overline{P}_{k}^{-} \tag{(Y1)}$$

$$\hat{x}_{k}^{+} = \hat{x}_{k}^{-} + \bar{K}_{k} [y_{k} - h_{k} (\hat{x}_{k}^{-}, 0)]$$
(YY)

 $\lambda_k$  در رابطه (۱۹) ضریب فراموشی نامیده می شود و  $1 \leq \lambda_k$ است که در حالت عدم شناخت دقیق معادلات مشاهده مقدار ضریب فراموشی برابر یک ( $1 = \lambda_k$ ) در نظر گرفته می شود زیرا در این حالت فرض بر درست بودن معادلات سیستم است و در حالت عدم شناخت دقیق معادلات سیستم، ضریب فراموشی به صورت تقریبی از رابطه (۲۳) به دست می آید:

$$\lambda_k \approx \frac{tr(\alpha_k H_k P_k^- H_k^+ + (\alpha_k - 1)V_k R_k V_k^T)}{tr(H_k P_k^- H_k^T)}$$
(YY)

پارامترهای فیلتر کالمن تعمیم یافته و تطبیقی برای معادلات به دست

آمده سرعت زاویهای غلت، در روابط (۲۴ و ۲۵) مشخص است[۱۶]:

$$\begin{cases} J_k = 1, L_k = 1 \\ H_k = 2\hat{x}_k^-, V_k = 1 \end{cases}$$
 (YF)

Journal of Control, Vol. 13 No. 2, Summer 2019

(20)

$$Q_{k} = \frac{1}{d_{2}^{2}}(D_{3} + D_{5})$$
$$R_{k} = \frac{1}{d_{1}^{2}}(D_{3} + D_{4})$$

از آنجا که  $g_1, g_2$  ( خروجی ژیروسکوپها) دارای مقادیر کوچکی هستند و مقدار نویز آنها نیز در مقابل مقادیر نویز شتاب سنجهای  $F_4$ ،  $F_5$  و  $F_4$ ، ناچیز است، پس می توان در روابط (۲۵) از تأثیر نویز ژیروسکوپها صرف نظر کرد و  $D_i$  نیز واریانس نویز شتاب سنج *i* ام است.

#### ۳- پیادہسازی سختافزاری

در پیادهسازی عملی ساختار معرفی شده، با توجه به اینکه در این پژوهش فقط از یک موتور استفاده شده است، سرعت زاویهای سمت و فراز وجود نخواهد داشت، به این معنی که نیازی به  $g_1, g_2$  نیست و همچنین به دلیل اینکه موتور بدون حرکت و در مکانی ثابت شده است پس شتاب خطی در مرکز چرخش وجود ندارد، به این معنی که نیازی به حسگرهای  $F_1, F_2, F_3$  نیست و معادلات (۴ و ۵) به صورت رابطه (۲۶) ساده خواهد شد:

$$\begin{split} \dot{\omega}_{x} &= \frac{F_{5} + \Delta F_{5}}{d_{2}} \\ \omega_{x}^{2} &= \frac{-F_{4} + \Delta F_{4}}{d_{1}} \end{split} \tag{Y9}$$

در رابطه (۲۶)  $\Delta F_5$  نویز و خطای حسگر  $F_5$  است و همچنین  $\Delta F_5$  نویز و خطای حسگر  $\Delta F_5$  است. با توجه به رابطه (۲۶) پارامترهای  $\Delta F_4$  نویز و خطای حسگر  $F_4$  است. با توجه به رابطه (۲۶) پارامترهای فیلتر کالمن به صورت  $\frac{F_5}{d_2} = \frac{F_5}{d_1}$  ،  $u_{k-1} = \frac{F_5}{d_2} = (x_k)^2$  و  $h(x_k) = x_k^2 = \frac{-F_4}{d_1}$  ،  $u_{k-1} = \frac{F_5}{d_2}$  ,  $R_k = \frac{D_4}{d_1^2}$   $Q_k = \frac{D_5}{d_2^2}$ ,  $R_k = \frac{D_4}{d_1^2}$ در (۲۶) فقط به دو حسگر نیاز است که یکی متناسب با مجذور سرعت زاویهای و دیگری متناسب با شتاب زاویهای است. حسگری که متناسب با شتاب است در راستای عمود بر شعاع است و حسگری که متناسب با مجذور سرعت زاویهای است در راستای شعاع قرار می گیرد.

#### ۳-۱- معرفی سختافزار استفاده شده

برای پیادهسازی الگوریتم ارائه شده به صورت عملی، از سختافزارهای زیر استفاده شده است:

۱- از شتابسنج ADXL345 استفاده شده است. این حسگر سه محوره دارای محدوده ۱۶g است و خروجی آن به صورت دیجیتال است. خروجی حسگر با استفاده از حلقههای لغزنده<sup>۱</sup> به پردازنده منتقل میشود. حلقههای لغزنده یک وسیله الکترومکانیکی است که امکان انتقال سیگنالهای برق و انرژی را از یک ساختار ایستا به چرخشی و

<sup>1</sup> Slip Ring

بالعکس فراهم میکند. حلقههای لغزنده میتواند در هر سیستم الکترومکانیکی مورد استفاده قرار گیرد که در هنگام انتقال قدرت یا سیگنال نیاز به چرخش دارد. استفاده از حسگر آنالوگ به علت اعمال نویز از طریق حلقههای لغزنده توصیه نمیشود. همچنین این حسگر توانایی به هنگام کردن داده را تا سرعت ۱/۶ مگاهرتز دارد. پروتکل ارتباطی این حسگر نیز به صورت SPI است.

۲- موتوری که برای شبیهسازی حرکت غلت در پیادهسازی انتخاب شده است دارای حلقههای لغزنده و انکودر است که موتور به کار گرفته شده به همراه اتصالات و حسگرها در شکل (۵) نشان داده شده است.





شکل۵: موتور استفاده شده برای شبیهسازی حرکت غلت پرتابه

۳- از پردازنده Arduinomega 2560 استفاده شده است. برد ۳- از پردازنده Arduinomega 2560 دارای سرعت پردازش تا ۱۶ مگاهرتز است که برای حل معادلات تخمین مناسب است. همچنین به راحتی میتوان از طریق ارتباط SPI خروجی حسگر را قرائت کرد.

### ۲-۳- بررسی فاصله قرار گیری شتابسنجها از مرکز دوران

طبق رابطه (۲۶) خروجی حسگرهای  $F_4, F_5$  با فاصله قرارگیری آنها از مرکز چرخش نسبت مستقیم دارد. به عبارتی هرچه فاصله این دو حسگر از مرکز چرخش بیشتر باشد خروجی حسگر بزرگ تر خواهد بود. اگر خروجی حسگر از محدوده اندازه گیری حسگر که برابر ۱۶g است بزرگ تر نشود، طبق کاتالوگ این حسگر مقدار واریانس نویز و خطا ( ΔF<sub>5</sub>, ΔF<sub>4</sub> ) نیز تغییر نخواهد کرد. با ثابت ماندن سرعت زاویهای و شتاب زاویهای با افزایش فاصله حسگرها از مرکز چرخش، مقدار نویز و

Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2025-07-05

خطای سرعت زاویهای و شتاب زاویهای (  $\Delta \dot{\omega}_x, \Delta \omega_x^2$  ) اندازه گیری شده طبق رابطه (۲۷) کاهش پیدا می کند:

(77)

$$\begin{cases} \dot{\omega}_x = \frac{F_5}{d_2} + \frac{\Delta F_5}{d_2} \Longrightarrow \Delta \dot{\omega}_x = \frac{\Delta F_5}{d_2} \Longrightarrow d_2 \uparrow \Longrightarrow \Delta \dot{\omega}_x \downarrow \\ \omega_x^2 = \frac{-F_4}{d_1} + \frac{\Delta F_4}{d_1} \Longrightarrow \Delta \omega_x^2 = \frac{\Delta F_4}{d_1} \Longrightarrow d_1 \uparrow \Longrightarrow \Delta \omega_x^2 \downarrow \end{cases}$$

با توجه به سرعت موتور که در محدوده ۲۰۰۰ درجه بر ثانیه است، اگر حسگر  $F_4$  در فاصله ۱۳ سانتی متری قرار بگیرد خروجی حسگر  $F_4$  در ماصله ۱۳ سانتی متری قرار بگیرد خروجی حسگر فاصله ۱۰ سانتی متری قرار می گیرد. اگر فرض شود که سرعت زاویه ای موتور در عرض ۲.۰ ثانیه از صفر تا ۲۰۰۰ درجه بر ثانیه برسد و خروجی حسگر  $F_5$  بیشترین مقدارش که عدد ۱۶g است، را نشان دهد آنگاه حسگر  $F_5$  حداکثر در فاصله ۰.۹ متری می تواند قرار بگیرد که با توجه به محدودیت فضا این حسگر در فاصله ۵.۰ متری قرار داده شد.

#### ۳-۳- مراحل پیادہسازی

در پیادهسازی عملی از دو حسگر ADXL345 استفاده میشود که یک حسگر در راستای شعاع(حسگر  $F_4$ ) در فاصله ۱۰ سانتیمتری از مرکز قرار میگیرد و حسگر دیگر در راستای عمود بر شعاع(حسگر  $F_5$ ) و در فاصله ۵۰ سانتیمتری از مرکز قرار میگیرد.

مراحل کلی پیادهسازی در حالت ناهمزمان به این صورت است که با چرخش موتور اطلاعات حسگرها توسط حلقههای لغزنده و با استفاده از پروتکل ارتباطی SPI به پردازنده منتقل می شود و اطلاعات حسگرها پس از پردازش لازم توسط پردازنده با استفاده از کابل USB به رایانه منتقل می شود. در رایانه با استفاده از نرمافزار Realterm دادهها ذخیره میشوند و سپس فیلترهای کالمن بیان شده بر روی دادهها در نرمافزار متلب اجرا می شود. در حالت همزمان فیلترهای کالمن و تخمین سرعت زاویهای نیز توسط پردازنده انجام می گیرد و خروجی پردازنده، خطای سرعت زاویهای مشاهده، خطای سرعت زاویهای تخمین فیلتر کالمن و خطای سرعت زاویهای تخمین فیلتر کالمن تطبیقی است که از طریق نرمافزار Realterm این اطلاعات ذخیره می شود و توسط نرمافزار متلب تحليل خطا صورت مى گيرد. الگوريتم كلى ذخيرهسازى اطلاعات حسگرها در شکل (۶) و در ۴ قسمت قابل مشاهده است. در قسمت ۱ نحوه جای گیری حسگرها بر روی موتور، در قسمت ۲ خروجی حلقههای لغزنده ، در قسمت ۳ يردازنده و در قسمت ۴ ضبط اطلاعات توسط رايانه نشان داده شده است:





شکل۶: مراحل ذخیرهسازی اطلاعات در لپتاپ

## ٤- نتایج پیادهسازی الگوریتم ارائه شده در آزمایشگاه

پیادهسازی در دو سناریوی سرعت ثابت و متغیر و در دو حالت همزمان و ناهمزمان انجام گرفته است که در هر سناریو از دو فیلتر کالمن تعمیم یافته و تعمیم یافته تطبیقی استفاده شده است که نتایج آن در ادامه بیان و با هم مقایسه میشود.همچنین مقادیر پارامترها و شرایط آزمایشگاهی در جدول (۱) قابل مشاهده است(نحوه تعیین مقادیر برخی از پارامترها در ادامه توضیح داده میشود):

#### ٤-۱- سناریوی سرعت ثابت

در این سناریو، سرعت موتور ثابت است و برابر ۲۰۲۰ درجه بر ثانیه تنظیم میشود که دارای نوسان چند درجه بر ثانیهای نیز خواهد بود. کل زمان نمونهبرداری برابر ۳۰ ثانیه و ثابت زمانی نمونهبرداری نیز ۴ میلی ثانیه

٧٣

است. مقدار اولیه تخمین برابر با مقدار اولیه اندازه گیری قرار داده می شود. مقدار *M* در فیلتر کالمن تعمیم یافته تطبیقی برابر ۵ در نظر گرفته می شود و هم چنین با توجه به ثابت بودن سرعت فرض بر این است که معادلات مشاهده به صورت دقیق قابل دسترسی نیست. در ادامه نحوه تعیین پارامترهای R,Q تشریح خواهد شد.

جدول(۱): مفادير عددي پارامترها		
پارامتر	توضيحات	مقدار و واحد
$d_1$	فاصله شتاب سنج $F_4$ از مرکز	10 <i>cm</i>
$d_2$	فاصله شتاب سنج $F_5$ از مرکز	50 <i>cm</i>
t	مدت زمان آزمایش	
	سناريوي سرعت ثابت	30 <i>s</i>
	سناريوي سرعت متغير	60 <i>s</i>
Т	ثابت زماني نمونه بردراي	4 <i>ms</i>
$\omega_x$	محدوده سرعت	
	- 15 - 1.	2000 -
	سناريوي سرعت تابت	2050 deg/ s
	سناریوی سرعت متغیر	1500 -
		2100 deg/ s
R	مقدار واريانس نويز مشاهده	
	سناريوي سرعت ثابت	$80(1/s^2)^2$
	سناريوي سرعت متغير	$40(1/s^2)^2$
Q	مقدار واريانس نويز سيستم	
	سناريوي سرعت ثابت	$0.5(1/s^2)^2$
	سناريوي سرعت متغير	$12(1/s^2)^2$

#### ۲-۱-۱- تعیین پارامترهای R,Q در سناریوی سرعت ثابت

نحوه تعیین پارامترهای R.Q در رابطه (۲۵) بیان شده است و در این قسمت هدف تعیین بیشینه واریانس نویز حسگرها است. اگر مقادیر ماتریسهای کوواریانس R.Q کمی از مقدار واقعی آنها بزرگ تر در نظر گرفته شوند تخمین میتواند عملکرد مناسبی داشته باشد [۲۱ و ۲۲]. به همین دلیل مقادیر بیشینه برای واریانس نویز حسگرها در نظر گرفته میشوند. با توجه به ۱۰ آزمایش انجام شده، مقادیر R,Q تعیین میشوند. برای تعیین واریانس نویز حسگر  $F_4$  با استفاده از رابطه (۲۶)، رابطه (۲۸) به دست میآید:

$$\begin{split} D_4 &= \mathrm{var}(d_1.\omega^2 + F_4) \quad (\mathbf{YA}) \\ \text{ cr} & \text{$$

که بیشینه مقدار واریانس نویز حسگر  $F_4$  کمتر از  $(m/s^2)^2$  ۱۰ است که برای اطمینان این مقدار برابر  $(m/s^2)^2 \wedge h(m/s^2)$  در نظر گرفته می شود و همچنین مقدار R نیز با توجه به رابطه (۲۵) برابر مقدار رابطه (۲۹) است:



برای تعیین واریانس نویز حسگر  $F_5$  با استفاده از رابطه (۲۶) رابطه (۳۰) به دست می آید:

$$D_5 = \operatorname{var}(\frac{d_2}{T}\dot{\omega} + F_5) \tag{(7.)}$$

در رابطه (۳۰)،  $d_2$  برابر ۰/۵ متر است. با استفاده از ۱۰ نمونه داده ۴۰ ثانیهای (که هر نمونه داده ۶۰ ثانیهای شامل ۱۵۰۰۰ داده است)، نتیجه برای  $D_5$  در شکل (۸) مشخص است.



از شکل (۸) می توان نتیجه گرفت که بیشینه مقدار واریانس نویز حسگر F<sub>5</sub> کمتر از <sup>2</sup>(m/s<sup>2</sup>) ۰/۱۸ است که برای اطمینان، این مقدار برابر <sup>2</sup>(m/s<sup>2</sup>) ۰/۱۲ در نظر گرفته می شود و همچنین مقدار Q نیز با توجه به رابطه (۲۵) برابر مقدار رابطه (۳۱) خواهد شد:

$$Q = \frac{D_5}{d_2^2} \xrightarrow{d_2 = 0.5} Q = \frac{0.12(m/s^2)^2}{0.25(m)^2}$$
$$\approx 0.5(1/s^2)^2 \qquad (m)$$

۲-۱-٤ نتایج پیادهسازی سناریوی سرعت ثابت، حالت ناهمزمان

نتیجه تخمین سرعت زاویهای برای یک آزمایش ۳۰ ثانیهای به صورت شکل(۹) است. همانگونه که در این شکل مشخص است عملکرد فیلتر AEKF بهتر از EKF است.



با توجه به اینکه نویز حسگرها زیاد است، از این رو تکرارپذیری نتایج، امری مهم است. به همین دلیل در این مقاله ۱۰ نمونه آزمایش ۳۰ ثانیهای انجام شده است. برای مقایسه بین روشها ۴ معیار بیشینه اندازه خطای زاویه، RMSE خطای زاویه، بیشینه اندازه خطای سرعت زاویهای و RMSE خطای سرعت زاویهای مورد بحث قرار گرفته است که نتایج مقایسه بین ۱۰ آزمایش در ۴ نمودار ( ۱۰، ۱۱، ۱۲ و ۱۳) نشان داده شده است.

در شکل (۱۰ و ۱۱) تحلیل خطای زاویه ای آورده شده است. در شکل (۱۰) بیشینه اندازه خطای زاویه و در شکل (۱۱)، RMSE خطای زاویه برای دو روش AEKF، EKF و همچنین مشاهده ارائه شده است. با توجه به نتایج، در بعضی آزمایش ها مشاهده نتیجه بهتری دارد و برای بعضی دیگر تخمین AEKF و AEKF نتیجه بهتری می دهد. بزرگ ترین بیشنیه خطای زاویه ای برای AEKF برابر ۳ درجه است که نسبت به دو روش دیگر بهتر است و بیشینه AEKF خطای زاویه ای مشاهده، از ۲۴ روش دیگر بهتر است و بیشینه عطای زاویه ای مشاهده، از ۱۰۴ ترمایش انجام گرفته ۷ آزمایش بیشنیه خطای زاویه ای بهتر و ۸ آزمایش RMSE خطای زاویه ای بهتری نسبت به دو روش دیگر نتیجه می شود. در آزویه ای بهتر نتیجه می شود. پس به طور کلی از ۱۰ آزمایش ممکن، زاویه ای بهتری نتیجه می شود. پس به طور کلی از ۱۰ آزمایش ممکن، مشاهده دارند. پس تخمین بهتر از مشاهده عمل کرده است و تخمینگر مشاهده دارند. پس تخمین بهتر از مشاهده عمل کرده است و تخمینگر مشاهده دارند. پس تخمین بهتر از مشاهده عمل کرده است و تخمینگر



DOI: 10.29252/joc.13.2.67

در نمودارهای(۱۲ و ۱۳) نتایج خطای سرعت زاویهای در سناریوی سرعت ثابت حالت ناهمزمان آورده شده است. در شکل (۱۲) بیشینه اندازه خطای سرعت زاویهای و در شکل (۱۳)، RMSE خطای سرعت زاویهای نشان داده شده است. در هر دو حالت بیشنیه خطای سرعت AEKF خطای سرعت زاویهای، در تمامی ۱۰ آزمایش EKF نتیجه نتایج بسیار بهتری نسبت به دو روش دیگر دارد و همچنین KF نتیجه بهتری نسبت به مشاهده دارد. بزرگترین بیشنیه اندازه خطای سرعت زاویهای برای AEKF مرابر ۲۰/۹۲ درجه بر ثانیه است که نسبت به دو روش دیگر بهتر است و همچنین بیشترین EMSE خطای سرعت زاویهای روش دیگر بهتر است و همچنین بیشترین RMSE خطای سرعت زاویهای برای AEKF برابر ۱/۲۵ درجه بر ثانیه است که نسبت به دو روش دیگر

#### ۲-۱-٤ نتایج پیادەسازی سناریوی سرعت ثابت، حالت همزمان

در این بخش نتایج به دست آمده از پیادهسازی الگوریتم تخمین سرعت زاویهای غلت در سرعت ثابت و در حالت همزمان ارائه می شود. در حالت همزمان همان طور که گفته شد فیلترهای کالمن و تخمین سرعت زاویهای توسط پردازنده انجام می گیرد. نتایج برای ۵ نمونه داده ۳۰ ثانیهای ارائه می شود. در اشکال (۱۴ و ۱۵) نتایج خطای زاویهای آورده شده است.



Number of sample شکل RMSE : ۱۵ خطای زاویه سناریوی سرعت ثابت برای ۱۰ نمونه داده، حالت همزمان

با توجه به نمودار (۱۴ و ۱۵)، برای خطای زاویه همانند حالت ناهمزمان، در بعضی آزمایش ها مشاهده نتیجه بهتری دارد و برای بعضی دیگر تخمین نتیجه بهتری دارد. بزرگ ترین بیشنیه خطای زاویه ای برای AEKF برابر ۲/۲۵ درجه است که نسبت به دو روش دیگر بهتر است و بیشنیه RMSE خطای زاویه ای مشاهده، ۱/۶۵ درجه است که نسبت به دو روش دیگر بهتر است. در AEKF، از ۵ آزمایش انجام گرفته ۳ آزمایش خطای زاویه ای بهتر و ۳ آزمایش RMSE خطای زاویه ای بهتری نسبت به دو روش دیگر نتیجه میشود و در ۲ آزمایش مشاهده نسبت به دو روش AEKF بهتری دارد. به طور کلی می توان گفت که تخمین AEKF بهتر از مشاهده عمل کرده است.

نتایج خطای سرعت زاویه ای سناریوی سرعت ثابت در حالت همزمان در دو شکل (۱۶ و ۱۷) نشان داده شده است. با توجه به دو نمودار (۱۶ و ۱۷)، برای بیشنیه خطای سرعت زاویه ای در ۴ آزمایش EKF و در یک آزمایش AEKF نتایج بهتری نسبت به دو روش دیگر دارند و همچنین اختلاف بین نتایج AEKF و EKF اندک است. EKF خطای سرعت زاویه ای تخمین AEKF در تمامی ۵ آزمایش نتایج بسیار بهتری نسبت به دو روش دیگر دارد و همچنین EKF نتیجه بسیار بهتری نسبت به مشاهده دارد.



#### ٤-۲- سناریوی سرعت متغیر:

در این بخش از سرعت مرجع مطابق شکل (۱۸) استفاده شده است.همچنین در این شکل نتیجه تخمین سرعت زاویهای برای یکی از آزمایش ها نشان داده شده است.

در شکل (۱۸) همان طور که مشخص است نتیجه تخمین AEKF بهتر از تخمین EKF است. کل زمان نمونه برداری در این سناریو برابر ۶۰ ثانیه است که ۳۰ ثانیه از سناریوی سرعت ثابت بیشتر است که دلیل آن تغییر سرعت به اندازه کافی و تا ۵۰۰ درجه بر ثانیه و با شتاب پایین است که نیاز به زمان بیشتری دارد. ثابت زمانی نمونه برداری نیز ۴ میلی ثانیه است. مقدار اولیه تخمین برابر با مقدار اولیه اندازه گیری قرار داده می شود. در سناریوی سرعت متغیر مقدار M در فیلتر کالمن تعمیم یافته تطبیقی برابر ۱۰ در نظر گرفته می شود و همچنین با توجه به متغیر بودن سرعت فرض بر این است که معادلات سیستم به صورت دقیق قابل دسترسی نیست.



## ۲-٤-۱ تعیین مقدار پارامترهای R,Q در سرعت متغیر

تعیین مقدار پارامترهای R,Q در سرعت متغیر همانند قسمت ۴–۱–۱ است و فقط نتایج آن بیان می شود به این صورت که مقدار  $D_4$  برابر با R است و فقط نتایج  $(m/s^2)^2$  برابر با  $^2(m/s^2)^2$  به دست آمد که برای مقدار  $^2(s^2)^2$  مقدار  $(1/s^2)^2$  مقدار  $(1/s^2)^2$ 

#### ٤-۲-۲- نتایج پیادهسازی سناریوی سرعت متغیر، حالت ناهمزمان

همانند پیادهسازی سناریوی سرعت ثابت حالت ناهمزمان، برای ۱۰ نمونه آزمایش نتایج ارائه شده است. نتایج خطای زاویهای سناریوی سرعت متغیر در دو نمودار (۱۹ و ۲۰) آورده شده است.

با توجه به نمودارهای (۱۹ و ۲۰) برای بعضی آزمایش ها مشاهده نتیجه بهتری دارد و برای بعضی دیگر تخمین EKF و AEKF نتیجه بهتری دارد. بزرگ ترین بیشنیه خطای زاویه ای AEKF برابر ۳/۷۴ درجه است که نسبت به دو روش دیگر که ۴/۳۹ و ۳/۸۸ درجه هستند، بهتر است و بزرگ ترین RMSE خطای زاویه ای AEKF، درجه است که نسبت به دو روش دیگر که ۲/۳۱ درجه برای EKF و ۲/۸۵ درجه است که مشاهده،

بهتر است. در AEKF، از ۱۰ آزمایش، ۷ آزمایش بیشنیه خطای زاویهای بهتر و ۶ آزمایش RMSE خطای زاویه ای بهتر نتیجه می شود. در EKF تنها ۱ نمونه خطای زاویه ای بهتر و ۱ نمونه RMSE خطای زاویه ای بهتر نتیجه می شود. پس به طور کلی از ۱۰ آزمایش انجام گرفته تخمینگرهای EKF و AEKF در ۸ آزمایش نتیجه بهتری در ماکزیمم خطای زاویه ای و RMSE خطای زاویه ای نسبت به حسگر مشاهده دارند پس تخمین بهتر از مشاهده عمل کرده است.



شکل ۲۰ : RMSE خطای زاویه برای ۱۰ نمونه داده در سناریوی سرعت متغیر، حالت ناهمزمان

نتایج خطای سرعت زاویهای در سناریوی سرعت متغیر در دو نمودار (۲۱ و ۲۲) نشان داده شده است.





با توجه به نمودارهای (۲۱ و ۲۲) برای بیشنیه خطای سرعت زاویهای، EKF در ۷ آزمایش و AEKF در ۳ آزمایش بهترین نتیجه را دارند. به عبارتی تخمین در تمامی آزمایش ها بهتر از مشاهده عمل کرده است و همچنین اختلاف بین EKF و AEKF بسیار اندک و در حد صدم درجه است. برای RMSE خطای سرعت زاویه ی، AEKF نتیجه بسیار بهتری در تمام آزمایش ها نسبت به دو روش دیگر دارد و همچنین EKF نتیجه بسیار بهتری نسبت به مشاهده دارد.

#### ٤-۲-۳- نتایج پیادهسازی سناریوی سرعت متغیر، حالت همزمان

نتایج آنالیز خطای زاویهای حالت همزمان سناریوی سرعت متغیر در نمودارهای (۲۳ و ۲۴) آورده شده است. با توجه به نتایج، برای بعضی آزمایش ها EKF نتیجه بهتری دارد و برای بعضی دیگر AEKF نتیجه بهتری میدهد. بزرگترین بیشینه خطای زاویهای AEKF برابر ۲/۶۵ درجه است که نسبت به دو روش دیگر که ۴/۷۶ درجه و ۳/۱۵ درجه است، بهتر است و بزرگترین RMSE خطای زاویهای AEKF، ۱/۸۶ درجه است که نسبت به دو روش دیگر که ۲/۴۰ درجه برای EKF و ۲/۲۲ درجه برای مشاهده است، بهتر است. در AEKF، از ۵ آزمایش، ۲ آزمایش بیشنیه خطای زاویهای بهتر و ۳ آزمایش RMSE خطای زاویهای بهتر نتیجه می شود. در EKF، ۳ نمونه بیشنیه خطای زاویه ای بهتر و ۲ نمونه RMSE خطای زاویهای بهتر نتیجه می شود. پس از ۵ آزمایش انجام گرفته تخمینگرهای EKF و AEKF در تمامی آزمایش ها نتیجه بهتری در بیشنیه خطای زاویهای و RMSE خطای زاویهای نسبت به حسگر مشاهده دارند پس تخمین بهتر از مشاهده عمل کرده است. انتخاب بین تخمینگر EKF و AEKF بستگی به عملکرد آنها در تخمین سرعت زاویهای خواهد داشت.



شکل ۲۳ : بیشنیه خطای زاویه برای ۵ نمونه داده در سناریوی سرعت





در نمودارهای (۲۵ و ۲۶) نتایج خطای سرعت زاویهای سناریوی سرعت متغیر حالت همزمان ارائه شده است. با توجه به نمودارهای (۲۵ و AEKF برای بیشینه خطای سرعت زاویهای، EKF در ۲ آزمایش و AEKF در ۳ آزمایش بهترین نتیجه را دارند. به عبارتی تخمین در تمامی EKF نمایش ها بهتر از مشاهده عمل کرده است و همچنین اختلاف بین AEKF و AEKF بسیار اندک است. برای RMSE خطای سرعت زاویهای، AEKF نتیجه بهتری در ۴ آزمایش نسبت به دو روش دیگر دارد و همچنین AEKF در ۲ آزمایش نتیجه بهتری دارد. پس میتوان گفت که تخمینگر AEKF در تخمین سرعت زاویهای عملکرد بهتری دارد و میتواند انتخاب بهتری نسبت به EKF باشد.



- [3] Chen, Jeng-Heng, Sou-Chen Lee, and Daniel B. DeBra. "Gyroscope free strapdown inertial measurement unit by six linear accelerometers." *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 17.2 ,pp. 286-290 ,1994.
- [4] Ghasemzadeh, Vahid, and Mohammad M. Arefi. "Design, modeling, and simulation of an INS system using an asymmetric structure of six accelerometers and its error analysis in the ECEF frame." Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering 231.13, pp. 2345-2361 ,2017.
- [5] Park, Sungsu, Chin-Woo Tan, and Joohyuk Park. "A scheme for improving the performance of a gyroscope-free inertial measurement unit." *Sensors and Actuators A: Physical* 121.2, pp. 410-420, 2005.

[7] وحید قاسم زاده، جعفر حیرانی نوبری، "آنالیز خطای یک سیستم ناوبری اینرسی مبتنی بر شتاب سنج و بدون استفاده از ژیروسکوپ" مجله کنترل، جلد ۵، شماره ۳، پاییز ۱۳۹۰.

- [7] Buhmann, A., et al. "A GPS aided full linear accelerometer-based gyroscope-free navigation system." *Position, Location, And Navigation Symposium, 2006 IEEE/ION.* IEEE, 2006.
- [8] Schopp, P., et al. "Sensor fusion algorithm and calibration for a gyroscope-free IMU." *Procedia Chemistry* 1.1, pp. 1323-1326, 2009.
- [9] Parsa, Kourosh, Ty A. Lasky, and Bahram Ravani. "Design and implementation of a mechatronic, allaccelerometer inertial measurement unit." *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* 12.6, pp. 640-650, 2007.
- [10] Liu, Chaojun, et al. "An effective unscented Kalman filter for state estimation of a gyro-free inertial measurement unit." *Position, Location and Navigation Symposium-PLANS 2014, 2014 IEEE/ION.* IEEE, 2014.
- [11] Edwan, Ezzaldeen, Stefan Knedlik, and Otmar Loffeld. "Constrained angular motion estimation in a gyro-free IMU." *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 47.1, pp. 596-610, 2011.
- [12] Liu, Chaojun, et al. "Design and analysis of gyrofree inertial measurement units with different configurations." *Sensors and Actuators A: Physical* 214, pp. 175-186, 2014.
- [13] Zou, Tian, et al. "A 6-DOF acceleration sensor with cylindrical configuration." *Sensors and Actuators A: Physical* 251, pp. 167-178, 2016.
- [14] WANG, Lei, et al. "The simulation and experiment research of inertial navigation system used for shell in high dynamic environment." *Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance* 2,2009.



شکل RMSE : ۲۶ خطای سرعت زاویهای برای ۵ نمونه داده در سناریوی سرعت متغیر، حالت همزمان

٥- نتيجه گيري

در این مقاله نتایج پیادهسازی الگوریتم تخمین سرعت زاویه ای غلت و زاویه غلت با استفاده از تلفیق خروجی شتاب سنجها ارائه شد. پیاده سازی برای دو سناریوی سرعت ثابت و متغیر در دو حالت همزمان و ناهم زمان انجام شد. دو تخمینگر فیلتر کالمن تعمیم یافته و فیلتر کالمن تعمیم یافته تطبیقی برای تخمین سرعت زاویه ای غلت به کار گرفته شد. برای بررسی تکرارپذیری نتایج، برای حالت ناهم زمان ۱۰ نمونه آزمایش و برای حالت هم زمان ۵ نمونه آزمایش مورد بررسی قرار گرفت.

به طور کلی برای تخمین سرعت زاویه ای با توجه به نتایج به دست آمده، فیلتر کالمن تعمیم یافته تطبیقی بسیار بهتر از فیلتر کالمن تعمیمیافته و همچنین مشاهده در هر دو سناریوی سرعت ثابت و متغیر عمل کرده است. همچنین، برای خطای زاویه ای که با استفاده از انتگرالگیری از خطای سرعت زاویه ای به دست می آید نیز عملکرد فیلتر کالمن تعمیم یافته تطبیقی بهتر از دو حالت مشاهده و EKF است ولی این موضوع برای تمامی نمونه داده ها صدق نمی کند و دلیل آن این است که در هنگام انتگرالگیری خطاهای مثبت و منفی جمع می شوند. به عبارتی با خطای کمتر در سرعت زاویه ای، شاید خطای زاویه ای بیشتری وجود داشته باشد. بیشنیه خطای زاویه ای در سازیوی سرعت ثابت در حالت ناهمزمان و در سناریوی سرعت می می در جه باقی می ماند باقی می ماند که می توان نتیجه گرفت فیلتر AEKF مملکرد بهتری دارد.

#### مراجع

- Xing-cheng, L. I., and Z. H. A. N. G. Shuang-biao. "Stability study of spiral motion based on calculated flight data." Transactions of Beijing Institute of Technology 12,006, 2012.
- [2] Algrain, Marcelo C. "Accelerometer-based platform stabilization." *Acquisition, Tracking, and Pointing V.* Vol. 1482. International Society for Optics and Photonics, 1991.

- [15] Mu, S. Z., et al. "Research on inertial measurement unit of high rotation vehicle." J. Ballistics 8, pp. 88-88, 2006.
- [16] Wu, Qingya, et al. "A novel high precision inertial measurement scheme and its optimization method for high-speed rotating ammunition." Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering 228.13, pp. 2553-2566, 2014.
- [17] Akeila, Ehad, Zoran Salcic, and Akshya Swain. "Implementation, calibration and testing of GFINS models based on six-accelerometer cube." TENCON 2008-2008 IEEE Region 10 Conference. IEEE, 2008.
- [18] Lim, Geunwon, et al. "Estimation of angular velocity and acceleration by using 2 linear acceleration sensors." *IFAC Proceedings Volumes* 39.16, pp. 549-553, 2006.
- [19] Zhao, J. B., Marcos Netto, and Lamine Mili. "A robust iterated extended Kalman filter for power system dynamic state estimation." *IEEE Trans. Power Syst* 32.4, pp. 3205-3216, 2017.
- [20] Fathabadi, Vahid, et al. "Comparison of adaptive kalman filter methods in state estimation of a nonlinear system using asynchronous measurements." *Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science*. Vol. 2. 2009.
- [21] La Scala, Barbara F., and Robert R. Bitmead. "Design of an extended Kalman filter frequency tracker." *IEEE Transactions on Signal Processing* 44.3, pp. 739-742, 1996.
- [22] Dhaouadi, Rached, Ned Mohan, and Lars Norum. "Design and implementation of an extended Kalman filter for the state estimation of a permanent magnet synchronous motor." *IEEE Transactions on Power Electronics* 6.3, pp. 491-497, 1991.