مجله کنترل
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
جلد ۱۳، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۸، صفحه ۸۰-۶۷

پیاده‌سازی الگوریتم تخمین زاویه و سرعت زاویه‌ای غلت پرتابه‌های با سرعت بالا با استفاده از تلفیق خروجی شتاب‌سنج‌ها

علی اصغری [۱]، سعید نصراللهی [۲]، نعمت الله قهرمانی [۳]

[۱] فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، ali_asghari@aut.ac.ir

[۲] دانش آموخته دکتری، دانشکدهٔ مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر ، Nasrollahi@mut.ac.ir

[۳] دانشیار، دانشکدهٔ مهندسی برق ،گروه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر ، ghahremani@mut.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۷/۰۱/۲۱ ویرایش: ۱۳۹۷/۰۴/۱۶ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۵/۲۷

چکیده: در این مقاله، پیاده‌سازی الگوریتم تخمین زاویه و سرعت زاویه‌ای غلت پرتابه‌های با سرعت بالا با استفاده از تلفیق خروجی شتاب‌سنج‌های ممز ارائه می‌شود. دلیل استفاده از شتاب‌سنج‌ها، خطای زیاد ژیروسکوپ‌های ممز در سرعت‌های بالا و دقت پایین مگنومترها به دلیل وجود میدانهای مغناطیسی غیر از زمین و اثرات آهن نرم و سخت است. بعد از تشریح الگوریتم ارائه شده، نحوه پیاده‌سازی تشریح می‌شود. در پیاده‌سازی از یک موتور الکتریکی برای شبیه‌سازی حرکت غلت پرتابه استفاده می‌شود. از دو شتاب‌سنج ممز نیز برای اندازه‌گیری سرعت و شتاب زاویه‌ای استفاده شده است. دو سناریوی سرعت ثابت و متغیر در دو حالت هم‌زمان و ناهم‌زمان بررسی شده است. برای تخمین سرعت زاویه‌ای غلت از دو تخمینگر فیلتر کالمن تعمیم یافته و فیلتر کالمن تعمیم یافته تطبیقی استفاده شده است. در انتها نتایج به دست آمده از این دو تخمینگر برای سرعت زاویه‌ای غلت و زاویه غلت با هم مقایسه شده است که نتایج، نشان دهنده عملکرد بهتر تخمینگر تطبیقی است.

کلمات کلیدی: کانال غلت، فیلتر کالمن، فیلتر تطبیقی، حسگر شتاب‌سنج ممز ، تلفیق اطلاعات.

Implementation of Roll Angle and Angular Velocity Estimation Algorithm for a High-Speed Projectile Using Accelerometers Output Data

Ali Asghari, Saeid Nasrollahi, Nematollah Ghahremani

Abstract: In this paper, implementation of roll angle and angular velocity estimation algorithm for a high-speed projectile using the fusion of the accelerometers output data is proposed. The reason for the use of accelerometers instead of gyros and magnetometer is the high error of the MEMS gyroscope for high speed and the low accuracy of the magnetometer due to the presence of Non-Earth magnetic fields and the effects of hard and soft iron. After expression of the proposed algorithm, the implementation process is explained. In this process, an electric motor is used to simulate the projectile roll and two accelerometers are used to measure angular velocity and acceleration. Two constant and variable velocity scenarios have been investigated in both online and offline modes. Both extended Kalman Filter and adaptive extended Kalman filter estimators have been used to estimate the rolling angular velocity. Finally, the comparison of these two methods for the rolling angular velocity and roll angle, indicates a better performance for the adaptive estimator.

Keywords: Roll chanell, Kalman filter, Adaptive filter, MEMS-based accelerometer sensor, Data fusion.

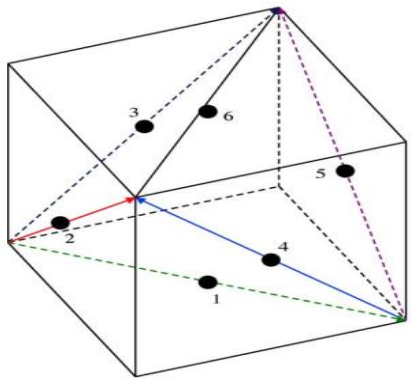
[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-07]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1398.13.2.6.9]
[DOI: 10.29252/joc.13.2.67]

۱- مقدمه

نوعی از پرتابه‌ها هنگام پرواز حول محور طولی خود چرخش دارند؛ سرعت این چرخش حول محور طولی بسیار بیشتر از دو محور دیگر است. چرخش پرتابه با سرعت زیاد حول محور طولی خود مزایای بسیاری دارد که کاهش تاثیر منفی ناشی از عدم تقارن جرمی هندسی و ساده‌سازی سیستم کنترل از جمله این مزایا است[۱]. اما از سوی دیگر این چرخش مشکلاتی به همراه دارد، از جمله اندازه‌گیری سرعت زاویه‌ای این چرخش که همان سرعت زاویه‌ای غلت است، با دقت بسیار بالا باید انجام شود. افزایش دقت در عمل به راحتی امکان پذیر نیست و با مشکلات زیادی همراه است که هزینه‌های زیادی نیز دارد. یکی از سیستم‌های اندازه‌گیری موقعیت و وضعیت پرتابه، سیستم‌های ناوبری اینرسی (INS)[1] مبتنی بر ممز هستند. این سیستم‌ها از شتاب‌سنج، ژیروسکوپ و مگنومترها برای اندازه‌گیری شتاب و سرعت زاویه‌ای استفاده می‌کنند. با این حال، برای سرعت‌های بالا ژیروسکوپ‌های ممز[2] دارای خطای زیادی هستند. مگنومترها نیز به دلیل وجود میدانهای مغناطیسی غیر از زمین و همچنین اثرات آهن نرم و سخت دقت پایینی دارند.

سیستم‌هایی که فقط از شتاب‌سنج‌ها برای اندازه‌گیری اینرسی و ناوبری استفاده می‌کنند، به نام‌های مختلفی معروف هستند که معروف‌ترین آنها، سیستم‌های ناوبری اینرسی بدون ژیروسکوپ (GFINS)[3] نام دارد. برای توصیف کامل حرکت پرتابه، کمینه ۶ شتاب‌سنج مورد نیاز است[۲]. پیکربندی مکعب‌گونه ۶ شتاب‌سنجه که شتاب‌سنج‌ها در مرکز ۶ وجه یک مکعب به صورت متقارن قرار می‌گیرند، در شکل (۱) قابل مشاهده است[۳]. مرجع [۴]، یک پیکربندی ۶ شتاب‌سنجه نامتقارن پیشنهاد می‌کند. سرعت زاویه‌ای در پیکربندی‌های متقارن و نامتقارن ۶ شتاب‌سنجه، تنها به وسیله انتگرال‌گیری به دست می‌آید که باعث انباشته شدن خطاها می‌شود و دقت اندازه‌گیری را کاهش می‌دهد. از این‌رو برای افزایش دقت به تعداد بیشتری شتاب‌سنج احتیاج است.

برای کمک به افزایش دقت مکعب ۶ شتاب‌سنجه یک شتاب‌سنج سه محوره در مرکز مکعب فرضی اضافه می‌شود[۵]. عملا این طرح یک پیکربندی ۹ شتاب‌سنجه است و این امکان را فراهم می‌نماید تا سرعت زاویه‌ای بدون انتگرال‌گیری و با استفاده از فیلتر کالمن توسعه‌یافته تخمین زده شود. اما، مشاهده‌ای که از سرعت‌های زاویه‌ای هر سه محور وجود دارد، تنها به صورت حاصل ضرب سرعت‌های زاویه‌ای دو محور مختلف است. نتیجتا، اگر یکی از محورها دارای سرعت زاویه‌ای صفر باشد، این رویکرد کاربرد نخواهد داشت و باید از تعداد بیشتری شتاب‌سنج برای برطرف کردن این مشکل استفاده برد. پیکربندی ۱۰ شتاب‌سنجه، این مشکل را برای سرعت زاویه‌ای دو محور حل می‌نماید ولی مشاهده‌ای که از سرعت زاویه‌ای محور سوم به دست می‌آید به صورت حاصل ضرب در سرعت زاویه‌ای یک محور دیگر است[۶]. در ادامه، پیکربندی‌های ۱۲ شتاب‌سنجه برای رفع این مشکل برای سرعت زاویه‌ای هر سه محور پیشنهاد شده است.



شکل ۱: نحوه قرارگیری شتاب‌سنج‌ها در مکعب مربع فرضی[۳]

در مراحل اولیه، واحدهای اندازه‌گیری اینرسی ۱۲ شتاب‌سنجه به طور کلی بر اساس یک طرح مکعب‌گونه و با جایگیری‌های متنوع شتاب‌سنج‌ها توسعه پیدا کردند[۷]، [۸] و [۹]. مرجع [۱۰] با پیاده‌سازی فیلتر کالمن بی‌ریشه بر روی طرح ۱۲ شتاب‌سنجه یک تخمین مقاوم در برابر اغتشاشات ارائه می‌کند. مرجع [۱۱] با استفاده از فیلتر کالمن محدودشده[4] برای طرح ۱۲ شتاب‌سنجه، تخمین سرعت زاویه‌ای را نسبت به فیلتر کالمن غیر محدودشده بهبود بخشیده است. مرجع [۱۲] به مقایسه ۴ پیکربندی مختلف ۱۲ شتاب‌سنجه پرداخته است و برای هریک تحلیل خطای خروجی حسگر و همچنین تحلیل خطا برای شتاب خطی، شتاب زاویه‌ای و سرعت زاویه‌ای هر سه محور ارائه داده است و برای تخمین هر یک از ۹ حالت، پیکربندی مناسب‌تر را تعیین نموده است.

مرجع [۱۳] یک طرح استوانه‌ای ۱۶ شتاب‌سنجه ارائه داده است که شامل ۸ شتاب‌سنج دومحوره می‌شود که در سطح خارجی یک استوانه فرضی قرار گرفته‌اند. خطای ناشی از اتصالات و نصب حسگرها در جایگیری استوانه‌ای نسبت به پیکربندی مکعب‌گونه کمتر است و همچنین در مقایسه با طرح‌های ۱۲ شتاب‌سنجه، برای این طرح خطای کمتری در این مرجع گزارش شده است. پیکربندی‌های ۱۲ و ۱۶ شتاب‌سنجه دقت محاسبه سرعت زاویه‌ای را به طور مؤثری افزایش می‌دهد. با این وجود استفاده از تعداد حسگرهای بیشتر اشکالاتی نیز دارد؛ افزایش هزینه‌ها و مشکلات نصب از آن جمله است.

در حالت کلی سرعت زاویه‌ای فراز و سمت مقادیر پایینی دارند به طوری که با دقت قابل قبولی قابل اندازه‌گیری به وسیله ژیروسکوپ‌ها هستند. در واقع با استفاده از ژیروسکوپ‌ها برای کمک به واحدهای اندازه‌گیری اینرسی بدون ژیروسکوپ می‌توان به نتایج بسیار خوبی

[1] Inertial Navigation System
[2] Micro-Electro-Mechanical Systems
[3] Gyro-Free Inertial Navigation System
[4] Constrained Kalman Filter

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-07]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1398.13.2.6.9]
[DOI: 10.29252/joc.13.2.67]

دست‌یافت و دقت تضمین خواهد شد، همچنین مقدار محاسبات کاهش پیدا خواهد کرد. مرجع [۱۴] یک پیکربندی شامل ۴ شتاب‌سنج و دو ژیروسکوپ را پیشنهاد داده است. در این حالت با اینکه تعداد کمتری حسگر استفاده شده است ولی علامت سرعت زاویه‌ای مشخص نیست. مرجع [۱۵] پیکربندی‌های ۴، ۵ و ۷ شتاب‌سنجه به همراه دو ژیروسکوپ را پیشنهاد داده است که برای حالت‌های ۴ و ۵ شتاب‌سنجه علامت سرعت زاویه‌ای غلت همچنان قابل تعیین نیست. مرجع [۱۶] با استفاده از ۵ شتاب‌سنج و دو ژیروسکوپ روشی ارائه داده است که قادر به اندازه‌گیری سرعت زاویه‌ای غلت با علامت است. فعالیت‌های انجام شده در این زمینه تاکنون بیشتر جنبه تحقیقاتی و شبیه‌سازی داشته‌اند و مقالات کمتری به پیاده‌سازی عملی روی آورده‌اند. مرجع [۹] به پیاده‌سازی پیکربندی ۱۲ شتاب‌سنجه پرداخته است که سرعت مرجع برای چرخش غلت، ۳۰۰ درجه بر ثانیه و به صورت متناوب سینوسی است که خطای زاویه‌ی به دست آمده در طی ۱۵ ثانیه بیشتر از ۲۰ درجه است. مرجع [۱۷] پیکربندی ۶ شتاب‌سنجه را پیاده‌سازی کرده است. آزمایش انجام گرفته در طی ۴ ثانیه است و سرعت از صفر شروع و تا ۸۰۰ درجه بر ثانیه افزایش می‌یابد که خطای زیادی برای سرعت زاویه‌ای و زاویه به دست آمده است. مرجع [۱۸] با استفاده از دو شتاب‌سنج و استفاده از یک موتور الکتریکی، سرعت زاویه‌ای را تخمین زده است. سرعتی که در این مقاله مورد آزمایش قرار گرفته است ۳۰ درجه بر ثانیه که به صورت سینوسی و در طی ۴ ثانیه است و خطای سرعت زاویه‌ای ۵ درجه بر ثانیه است. خطای زاویه‌ای در این مرجع ارائه نشده است.

در این مقاله با استفاده از روش‌های تخمین، زاویه و سرعت زاویه‌ای کانال غلت با استفاده از دو شتاب‌سنج ارزان قیمت، تخمین زده می‌شود. از دو تخمینگر فیلتر کالمن تعمیم یافته و فیلتر کالمن تعمیم یافته تطبیقی برای تخمین سرعت زاویه‌ای استفاده شده است. سرعت کانال غلت در این آزمایش بیشتر از ۲۰۰۰ درجه بر ثانیه و مدت زمان آزمایش نیز ۳۰ ثانیه برای سناریوی سرعت ثابت و ۶۰ ثانیه برای سناریوی سرعت متغیر در نظر گرفته شده است که سرعت و مدت زمان آزمایش بیشتر از کارهای انجام گرفته تا به حال است. برای شبیه‌سازی حرکت غلت پرتابه در این مقاله از یک موتور الکتریکی استفاده شده است. در حالت‌های ناهم‌زمان نتایج ۱۰ نمونه آزمایش و در حالت‌های هم‌زمان نتایج ۵ نمونه آزمایش آورده شده است تا بتوان در مورد تکرارپذیری نتایج نیز بحث کرد. برای هر آزمایش نتایج با ۴ معیار بیشنیه خطای زاویه‌ای، بیشنیه خطای سرعت زاویه‌ای، RMSE خطای زاویه‌ای و RMSE خطای سرعت زاویه‌ای و در سه حالت خروجی حسگر مشاهده، تخمینگر فیلتر کالمن تعمیم یافته و تخمینگر فیلتر کالمن تعمیم یافته تطبیقی ارائه می‌شود. نتایج این سه خروجی برای آزمایش‌های متعدد با هم مقایسه می‌شود که نهایتا نشان دهنده عملکرد بهتر فیلتر کالمن تعمیم یافته تطبیقی است.

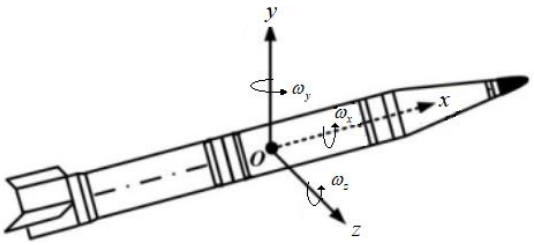
مقاله به صورت زیر سازماندهی شده است: در بخش ۲ نحوه اندازه‌گیری سرعت زاویه‌ای با استفاده از شتاب‌سنج‌ها، نحوه ادغام داده‌ها، فیلترکالمن تعمیم‌یافته و تطبیقی تشریح شده است. در بخش ۳، نحوه پیاده‌سازی سخت افزاری الگوریتم و قطعات استفاده‌شده تشریح می‌شود. در بخش ۴، نتایج پیاده‌سازی در دو بخش سرعت ثابت و متغیر و در دو حالت هم‌زمان و ناهم‌زمان ارائه شده است. نهایتاً در بخش ۵ جمع‌بندی و نتایج تحقیق توضیح داده شده است.

۲- اندازه‌گیری و تخمین سرعت زاویه‌ای با استفاده از شتاب‌سنج‌ها

در این قسمت ابتدا الگوریتم اندازه‌گیری سرعت زاویه‌ای با استفاده از شتاب‌سنج‌ها بیان می‌شود. سپس به بیان و تشریح تلفیق داده‌ها به وسیله فیلترهای کالمن تعمیم‌یافته و تعمیم‌یافته تطبیقی پرداخته خواهد شد.

۲-۱- الگوریتم اندازه‌گیری سرعت زاویه‌ای با استفاده از شتاب‌سنج‌ها

الگوریتم ارائه شده در [۱۶] از ۵ شتاب‌سنج به همراه دو جایرو استفاده کرده است. محورهای مختصات مورد نظر بر روی پرتابه به صورت شکل (۲) است:



شکل۲ : نحوه قرارگیری دستگاه مختصات بر بدنه

در واقعیت، سرعت زاویه‌ای فراز (حول محور y) و سمت (حول محور z) مقادیر پایینی دارند و از طریق ژیروسکوپ با دقت مناسبی اندازه‌گیری می‌شوند ولی سرعت زاویه‌ای غلت (حول محور x) مقادیر بالایی دارد و با استفاده از شتاب‌سنج‌ها و از طریق تخمینگر فیلتر کالمن تعمیم‌یافته و تطبیقی محاسبه خواهد شد. رابطه کلی خروجی یک شتاب‌سنج با سرعت و شتاب زاویه‌ای مبدأ مختصات جسم به صورت رابطه (۱) است.

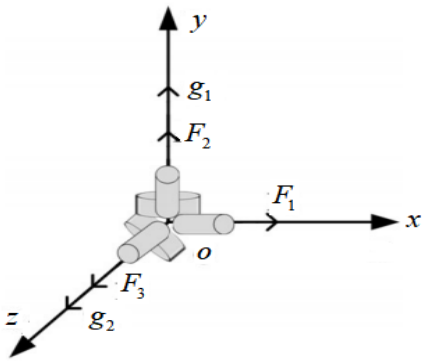
$$F=\left(\begin{bmatrix} r_y\omega_x\omega_y+r_z\omega_x\omega_z-r_x\omega_y{}^2-r_x\omega_y{}^2 \\ r_z\omega_z\omega_y+r_x\omega_x\omega_y-r_y\omega_z{}^2-r_y\omega_x{}^2 \\ r_y\omega_y\omega_z+r_x\omega_x\omega_z-r_z\omega_y{}^2-r_z\omega_x{}^2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}+\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}+\begin{bmatrix} r_z\dot{\omega}_y-r_y\dot{\omega}_z \\ r_x\dot{\omega}_z-r_z\dot{\omega}_x \\ r_y\dot{\omega}_x-r_x\dot{\omega}_y \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\right)\begin{bmatrix} \cos(\theta_x) \\ \cos(\theta_y) \\ \cos(\theta_z) \end{bmatrix} \quad (۱)$$

در رابطه (۱) ، F خروجی شتاب‌سنجی است که با محور x دارای فاصله r_x و زاویه θ_x ، با محور y دارای فاصله r_y و زاویه θ_y و

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-07]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1398.13.2.6.9]
[DOI: 10.29252/joc.13.2.67]

همچنین با محور z دارای فاصله r_z و زاویه θ_z است. بردار $\begin{bmatrix} A_x & A_y & A_z \end{bmatrix}^T$ شتاب خطی در مرکز جسم در جهت‌های x، y و z است که برای اندازه‌گیری هر کدام به یک شتاب‌سنج نیاز است. $(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ سرعت‌های زاویه‌ای جسم و $(\dot{\omega}_x, \dot{\omega}_y, \dot{\omega}_z)$ شتاب زاویه‌ای جسم است.

در رابطه (۱)، ۹ مجهول وجود دارد که ۳ مجهول مربوط به شتاب خطی در مرکز جسم است که توسط یک شتاب‌سنج سه محوره که در مرکز جسم قرار می‌گیرد، اندازه‌گیری می‌شود. از ۶ مجهول دیگر، ۴ عدد مربوط به شتاب و سرعت زاویه‌ای حول محورهای y, z است که سرعت زاویه‌ای این دو محور از طریق ژیروسکوپ اندازه‌گیری می‌شود ولی باید شتاب زاویه‌ای حول این دو محور به‌گونه‌ای از معادلات حذف شود. برای اندازه‌گیری شتاب و سرعت زاویه‌ای حول محور x باید از دو شتاب‌سنج دیگر استفاده شود که در مجموع نیاز به دو ژیروسکوپ و ۵ شتاب‌سنج است. نحوه قرارگیری ۳ شتاب‌سنج مرکزی F_1, F_2 و F_3 برای اندازه‌گیری شتاب خطی در مرکز جسم و ۲ ژیروسکوپ g_1, g_2 برای اندازه‌گیری سرعت زاویه‌ای حول محورهای y, z، در شکل (۳) مشخص است.



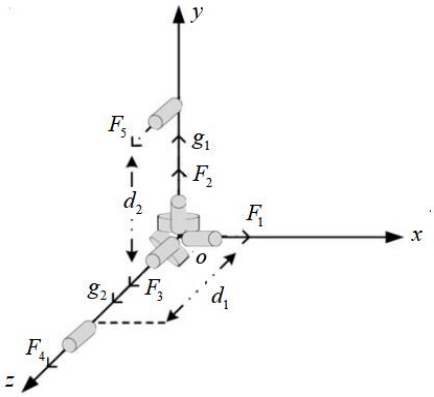
شکل۳: نحوه قرارگیری شتاب‌سنج‌ها و ژیروسکوپ‌ها در مرکز

دو شتاب‌سنج باقی مانده باید در مکانی قرار بگیرند که به شتاب و سرعت زاویه‌ای حول محور x وابسته باشد و همچنین رابطه‌ای با شتاب زاویه‌ای حول محورهای y, z نداشته باشد. برای تحقق این امر و با توجه به رابطه (۱) باید شرایط رابطه (۲) برآورد شود:

$$r_x = 0, \theta_x = 90^\circ \qquad (۲)$$

به عبارتی باید این دو شتاب‌سنج در صفحه zoy قرار بگیرد که یکی از جایگیری‌های به دست آمده به صورت شکل (۴) است.

در شکل (۴)، F_4 حسگر شتاب‌سنج تعبیه شده برای اندازه‌گیری مجذور سرعت زاویه‌ای غلت که دارای فاصله d_1 از مرکز و F_5 حسگر شتاب‌سنج برای اندازه‌گیری شتاب زاویه‌ای که دارای فاصله d_2 از مرکز است. خروجی شتاب‌سنج‌های F_1, F_2, F_3, F_4 و F_5 با استفاده از رابطه (۱) و همچنین زوایای قرارگیری مشخص در شکل (۴) در رابطه (۳) نشان داده شده است:



شکل۴: نحوه قرارگیری شتاب‌سنج‌های چهارم و پنجم

$$\begin{aligned} &F_1 = A_x, F_2 = A_y, F_3 = A_z, \\ &F_4 = A_z - d_1 g_1^{\,2} - d_1 \omega_x^{\,2}, \\ &F_5 = A_z + d_2 g_1 g_2 + d_2 \dot{\omega}_x \end{aligned} \qquad (۳)$$

رابطه بین شتاب و سرعت زاویه‌ای حول محور x با خروجی شتاب‌سنج‌ها در روابط (۴ و ۵) نشان داده شده است:

$$\dot{\omega}_x = \frac{F_5 - F_3}{d_2} - g_1 g_2 \qquad (۴)$$

$$\omega_x^2 = \frac{F_3 - F_4}{d_1} - g_1^2 \qquad (۵)$$

فرم گسسته روابط (۴ و ۵) در روابط (۶ و ۷) نشان داده شده است:

$$x_k = x_{k-1} + T u_{k-1} + \frac{T}{d_2}(\Delta F_3 - \Delta F_5) \qquad (۶)$$

$$y_k = h(x_k) + \frac{\Delta F_3 - \Delta F_4}{d_1} \qquad (۷)$$

T ثابت زمانی نمونه‌برداری، ΔF_i واریانس نویز حسگرها هستند و دیگر پارامترها در روابط (۸-۱۰) تعریف شده‌اند:

$$x_k = \omega_x(k) \qquad (۸)$$

$$u_{k-1} = \frac{F_5 - F_3}{d_2} - g_1 g_2 \qquad (۹)$$

$$h(x_k) = x_k^{\,2} = \frac{F_3 - F_4}{d_1} - g_1^2 \qquad (۱۰)$$

در رابطه (۸)، سرعت زاویه‌ای غلت به عنوان حالت سیستم تعریف می‌شود. در رابطه (۹) ورودی معادله سیستم و در رابطه (۱۰) نحوه ارتباط خروجی حسگرها و تابع مشاهده نشان داده شده است.

۲-۲- تلفیق خروجی شتاب‌سنج‌ها

در یک سیستم صنعتی ممکن است تعداد زیادی حسگر که در سطوح مختلف عملیاتی قرار دارند و دارای مشخصات دقت و قابلیت اطمینان مختلف باشند، وجود داشته باشد. برای ترکیب و تلفیق این

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-07]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1398.13.2.6.9]
[DOI: 10.29252/joc.13.2.67]

حسگرهای متنوع، فیلتر کالمن (KF)[1] یکی از مهم‌ترین راه حل‌های پیشنهاد شده برای سیستم‌های خطی است. در سیستم‌های غیرخطی، فیلتر کالمن تعمیم یافته (EKF)[2] استفاده می‌شود که از سری اول تیلور برای انتقال سیستم غیرخطی به سیستم خطی استفاده می‌کند و فیلتر کالمن را به صورت گسترده در سیستم غیرخطی مورد استفاده قرار می‌دهد. همگرایی الگوریتم تخمین در فیلتر کالمن، ارتباط نزدیک با کیفیت آماری نویز دارد و عدم شناخت درست آن در بعضی حالات حتی ممکن است باعث واگرایی فیلتر کالمن شود همچنین فیلتر کالمن به راحتی توسط خطاهای محاسبه نشده مانند بایاس عیب ناشناخته، دینامیک مدل نشده و یا یک وضعیت ابتدایی ناشناس تحت تأثیر قرار می‌گیرد[۲۰]. برای حل این مسئله می‌توان از روش‌های تطبیقی استفاده نمود. در این بخش ابتدا معادلات فیلتر کالمن تعمیم یافته و در ادامه معادلات فیلتر کالمن تعمیم یافته تطبیقی (AEKF)[3] تشریح خواهد شد. یک فرآیند غیرخطی کنترل شده زمان گسسته توسط رابطه (۱۱) بیان می‌شود[۱۹]:

$$\begin{cases} x_k = f_{k-1}(x_{k-1}, u_{k-1}) + w_{k-1} \\ y_k = h_k(x_k) + v_k \end{cases} \quad (۱۱)$$

در رابطه (۱۱)، w_{k-1} نویز سیستم و v_k نویز حسگر مشاهده است که به صورت نویز سفید و از هم مستقل هستند و مقادیر واریانس آن‌ها به صورت $w_k = (0, Q_k), v_k = (0, R_k)$ است. مرحله پیشبین فیلتر کالمن به صورت رابطه (۱۲) است:

$$\begin{cases} \hat{x}_k^- = f_k(\hat{x}_{k-1}^+, u_{k-1}, 0) \\ P_k^- = J_{k-1} P_{k-1}^+ J_{k-1}^T + L_{k-1} Q(k) L_{k-1}^T \end{cases} \quad (۱۲)$$

P_k^- در (۱۲) کوواریانس نویز پیش‌بین نام دارد و مرحله بعدی، مرحله تخمین نام دارد که روابط آن در (۱۳) آورده شده است:

$$\begin{cases} K_k = P_k^- H_k^T [H_k P_k^- H_k^T + V_k R_k V_k^T]^{-1} \\ \hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k [y_k - h_k(\hat{x}_k^-, 0)] \\ P_k^+ = [I - K_k H_k] P_k^- \end{cases} \quad (۱۳)$$

در رابطه (۱۳) K_k بهره کالمن، $\hat{x}_k^+$ تخمین حالت و P_k^+ کوواریانس نویز تخمین در زمان k نام دارند. پارامترهای L، H، V و J با استفاده از خطی‌سازی به دست می‌آیند که در رابطه (۱۴) تعریف شده‌اند:

$$\begin{cases} J_{k-1} = \dfrac{\partial f_{k-1}}{\partial x}\Big|_{\hat{x}_{k-1}^+}, L_{k-1} = \dfrac{\partial f_{k-1}}{\partial w}\Big|_{\hat{x}_{k-1}^+} \\ H_k = \dfrac{\partial h_k}{\partial x}\Big|_{\hat{x}_k^-}, V_k = \dfrac{\partial h_{k-1}}{\partial v}\Big|_{\hat{x}_k^-} \end{cases} \quad (۱۴)$$

در EKF فرض بر این است که مقادیر R,Q مشخص است در حالیکه در عمل مقادیر R,Q در بیشتر موارد در ابتدا تخمین زده می‌شوند و یا به طور کلی ناشناس هستند. در فیلتر کالمن تطبیقی، C_k کوواریانس خطای تخمین نامیده می‌شود که به صورت رابطه (۱۵) تعریف می‌شود:

$$C_k = E[\eta_k \eta_k^T] = H_k P_k^- H_k^T + V_k R_k V_k^T \quad (۱۵)$$

در رابطه (۱۵) $\eta_k = y_k - h_k(\hat{x}_k^-, 0)$ است. کوواریانس خطای تخمین اثرات هر خطای محاسبه نشده را نشان می‌دهد، زیرا عوامل ایجاد خطا به طور مستقیم در محاسبات کوواریانس خطای تخمین تأثیر می‌گذارند[۲۰]. به عنوان یک نتیجه، تغییر کوواریانس خطای تخمین را می‌توان برای فیلتر تطبیقی استفاده کرد[۲۰]. تغییر کوواریانس خطای تخمین را می‌توان به صورت رابطه (۱۶) تقریب زد:

$$\bar{C}_k = \frac{1}{M-1} \sum_{i=k-M+1}^{k} \eta_i \eta_i^T \quad (۱۶)$$

در رابطه (۱۶)، M اندازه پنجره نام دارد. رابطه بین $C_k, \bar{C}_k$ به صورت $\bar{C}_k = \alpha_k C_k$ است و مقدار اسکالر α_k از رابطه (۱۷) به دست می‌آید:

$$\alpha_k = \max\{1, \frac{1}{m} tr(\bar{C}_k C_k^{-1})\} \quad (۱۷)$$

m در رابطه (۱۷) اندازه بردار مشاهده است. زمانی که C_k به دلیل خطاهای محاسبه نشده افزایش می‌یابد، به وسیله $\bar{C}_k$، کوواریانس خطای تخمین درست تقریب زده می‌شود. روابط (۱۸-۲۲) را به طور خلاصه برای هر دو حالت خطای معادلات دینامیکی و مشاهده می‌توان نوشت:

$$\hat{x}_k^- = f_k(\hat{x}_{k-1}^+, u_{k-1}, 0) \quad (۱۸)$$

$$\bar{P}_k^- = \lambda_k [J_{k-1} \bar{P}_{k-1}^+ J_{k-1}^T + L_{k-1} Q(k) L_{k-1}^T] \quad (۱۹)$$

$$\bar{K}_k = \frac{\lambda_k}{\alpha_k} \bar{P}_k^- H_k^T [H_k \bar{P}_k^- H_k^T + V_k R_k V_k^T]^{-1} \quad (۲۰)$$

$$\bar{P}_k^+ = (1 - \bar{K}_k H_k) \bar{P}_k^- \quad (۲۱)$$

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + \bar{K}_k [y_k - h_k(\hat{x}_k^-, 0)] \quad (۲۲)$$

λ_k در رابطه (۱۹) ضریب فراموشی نامیده می‌شود و $\lambda_k \geq 1$ است که در حالت عدم شناخت دقیق معادلات مشاهده مقدار ضریب فراموشی برابر یک ($\lambda_k = 1$) در نظر گرفته می‌شود زیرا در این حالت فرض بر درست بودن معادلات سیستم است و در حالت عدم شناخت دقیق معادلات سیستم، ضریب فراموشی به صورت تقریبی از رابطه (۲۳) به دست می‌آید:

$$\lambda_k \approx \frac{tr(\alpha_k H_k P_k^- H_k^T + (\alpha_k - 1) V_k R_k V_k^T)}{tr(H_k P_k^- H_k^T)} \quad (۲۳)$$

پارامترهای فیلتر کالمن تعمیم یافته و تطبیقی برای معادلات به دست آمده سرعت زاویه‌ای غلت، در روابط (۲۴ و ۲۵) مشخص است[۱۶]:

$$\begin{cases} J_k = 1, L_k = 1 \\ H_k = 2\hat{x}_k^-, V_k = 1 \end{cases} \quad (۲۴)$$

[1] Kalman Filter
[2] Extended Kalman Filter
[3] Adaptive Extended Kalman Filter

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-07]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1398.13.2.6.9]
[DOI: 10.29252/joc.13.2.67]

$$\begin{cases} Q_k = \dfrac{1}{d_2^{\,2}}(D_3 + D_5) \\ R_k = \dfrac{1}{d_1^{\,2}}(D_3 + D_4) \end{cases} \quad (۲۵)$$

از آنجا که g_1, g_2 (خروجی ژیروسکوپ‌ها) دارای مقادیر کوچکی هستند و مقدار نویز آن‌ها نیز در مقابل مقادیر نویز شتاب‌سنج‌های F_3، F_4 و F_5 ناچیز است، پس می‌توان در روابط (۲۵) از تأثیر نویز ژیروسکوپ‌ها صرف نظر کرد و D_i نیز واریانس نویز شتاب‌سنج iام است.

۳- پیاده‌سازی سخت‌افزاری

در پیاده‌سازی عملی ساختار معرفی شده، با توجه به اینکه در این پژوهش فقط از یک موتور استفاده شده است، سرعت زاویه‌ای سمت و فراز وجود نخواهد داشت، به این معنی که نیازی به g_1, g_2 نیست و همچنین به دلیل اینکه موتور بدون حرکت و در مکانی ثابت شده است پس شتاب خطی در مرکز چرخش وجود ندارد، به این معنی که نیازی به حسگرهای F_1, F_2, F_3 نیست و معادلات (۴ و ۵) به صورت رابطه (۲۶) ساده خواهد شد:

$$\begin{cases} \dot{\omega}_x = \dfrac{F_5 + \Delta F_5}{d_2} \\ \omega_x^2 = \dfrac{-F_4 + \Delta F_4}{d_1} \end{cases} \quad (۲۶)$$

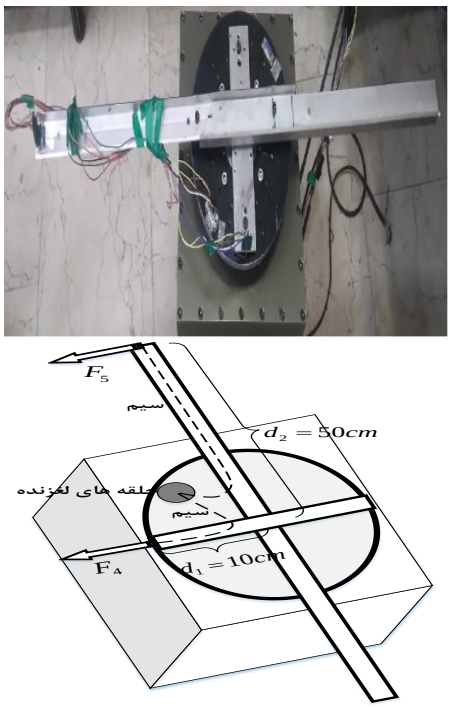
در رابطه (۲۶) ΔF_5 نویز و خطای حسگر F_5 است و همچنین ΔF_4 نویز و خطای حسگر F_4 است. با توجه به رابطه (۲۶) پارامترهای فیلترکالمن به صورت $u_{k-1} = \dfrac{F_5}{d_2}$ ، $h(x_k) = x_k^{\,2} = \dfrac{-F_4}{d_1}$ و $Q_k = \dfrac{D_5}{d_2^{\,2}}, R_k = \dfrac{D_4}{d_1^{\,2}}$ تغییر می‌نماید. با توجه به روابط آورده شده در (۲۶) فقط به دو حسگر نیاز است که یکی متناسب با مجذور سرعت زاویه‌ای و دیگری متناسب با شتاب زاویه‌ای است. حسگری که متناسب با شتاب است در راستای عمود بر شعاع است و حسگری که متناسب با مجذور سرعت زاویه‌ای است در راستای شعاع قرار می‌گیرد.

۳-۱- معرفی سخت‌افزار استفاده شده

برای پیاده‌سازی الگوریتم ارائه شده به صورت عملی، از سخت‌افزارهای زیر استفاده شده است:

۱- از شتاب‌سنج ADXL345 استفاده شده است. این حسگر سه محوره دارای محدوده ۱۶g است و خروجی آن به صورت دیجیتال است. خروجی حسگر با استفاده از حلقه‌های لغزنده[1] به پردازنده منتقل می‌شود. حلقه‌های لغزنده یک وسیله الکترومکانیکی است که امکان انتقال سیگنال‌های برق و انرژی را از یک ساختار ایستا به چرخشی و بالعکس فراهم می‌کند. حلقه‌های لغزنده می‌تواند در هر سیستم الکترومکانیکی مورد استفاده قرار گیرد که در هنگام انتقال قدرت یا سیگنال نیاز به چرخش دارد. استفاده از حسگر آنالوگ به علت اعمال نویز از طریق حلقه‌های لغزنده توصیه نمی‌شود. همچنین این حسگر توانایی به هنگام کردن داده را تا سرعت ۱/۶ مگاهرتز دارد. پروتکل ارتباطی این حسگر نیز به صورت SPI است.

۲- موتوری که برای شبیه‌سازی حرکت غلت در پیاده‌سازی انتخاب شده است دارای حلقه‌های لغزنده و انکودر است که موتور به کار گرفته شده به همراه اتصالات و حسگرها در شکل (۵) نشان داده شده است.



شکل۵ : موتور استفاده شده برای شبیه‌سازی حرکت غلت پرتابه

۳- از پردازنده Arduinomega 2560 استفاده شده است. برد Arduinomega 2560 دارای سرعت پردازش تا ۱۶ مگاهرتز است که برای حل معادلات تخمین مناسب است. همچنین به راحتی می‌توان از طریق ارتباط SPI خروجی حسگر را قرائت کرد.

۳-۲- بررسی فاصله قرارگیری شتاب‌سنج‌ها از مرکز دوران

طبق رابطه (۲۶) خروجی حسگرهای F_4, F_5 با فاصله قرارگیری آن‌ها از مرکز چرخش نسبت مستقیم دارد. به عبارتی هرچه فاصله این دو حسگر از مرکز چرخش بیشتر باشد خروجی حسگر بزرگ‌تر خواهد بود. اگر خروجی حسگر از محدوده اندازه‌گیری حسگر که برابر ۱۶g است بزرگ‌تر نشود، طبق کاتالوگ این حسگر مقدار واریانس نویز و خطا ($\Delta F_5, \Delta F_4$) نیز تغییر نخواهد کرد. با ثابت ماندن سرعت زاویه‌ای و شتاب زاویه‌ای با افزایش فاصله حسگرها از مرکز چرخش، مقدار نویز و

[1] Slip Ring

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-07]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1398.13.2.6.9]
[DOI: 10.29252/joc.13.2.67]

خطای سرعت زاویه‌ای و شتاب زاویه‌ای ($\Delta\dot{\omega}_x, \Delta\omega_x^2$) اندازه‌گیری شده طبق رابطه (۲۷) کاهش پیدا می‌کند:

(۲۷)

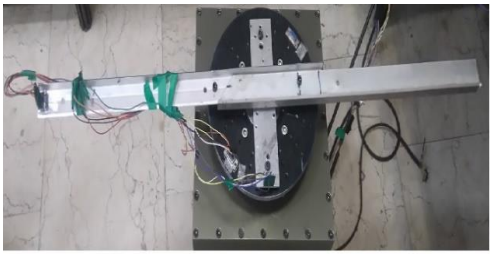
$$\begin{cases} \dot{\omega}_x = \dfrac{F_5}{d_2} + \dfrac{\Delta F_5}{d_2} \Rightarrow \Delta\dot{\omega}_x = \dfrac{\Delta F_5}{d_2} \Rightarrow d_2 \uparrow \Rightarrow \Delta\dot{\omega}_x \downarrow \\ \omega_x^2 = \dfrac{-F_4}{d_1} + \dfrac{\Delta F_4}{d_1} \Rightarrow \Delta\omega_x^2 = \dfrac{\Delta F_4}{d_1} \Rightarrow d_1 \uparrow \Rightarrow \Delta\omega_x^2 \downarrow \end{cases}$$

با توجه به سرعت موتور که در محدوده ۲۰۰۰ درجه بر ثانیه است، اگر حسگر F_4 در فاصله ۱۳ سانتی‌متری قرار بگیرد خروجی حسگر F_4 عدد 16g خواهد بود که با توجه به نوسانات موتور حسگر F_4 در فاصله ۱۰ سانتی‌متری قرار می‌گیرد. اگر فرض شود که سرعت زاویه‌ای موتور در عرض ۰.۲ ثانیه از صفر تا ۲۰۰۰ درجه بر ثانیه برسد و خروجی حسگر F_5 بیشترین مقدارش که عدد 16g است، را نشان دهد آنگاه حسگر F_5 حداکثر در فاصله ۰.۹ متری می‌تواند قرار بگیرد که با توجه به محدودیت فضا این حسگر در فاصله ۰.۵ متری قرار داده شد.

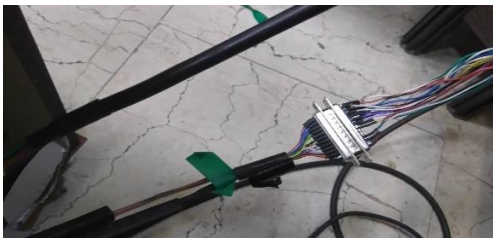
۳-۳- مراحل پیاده‌سازی

در پیاده‌سازی عملی از دو حسگر ADXL345 استفاده می‌شود که یک حسگر در راستای شعاع(حسگر F_4) در فاصله ۱۰ سانتی‌متری از مرکز قرار می‌گیرد و حسگر دیگر در راستای عمود بر شعاع(حسگر F_5) و در فاصله ۵۰ سانتی‌متری از مرکز قرار می‌گیرد.

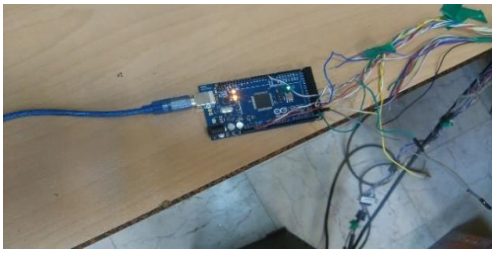
مراحل کلی پیاده‌سازی در حالت ناهم‌زمان به این صورت است که با چرخش موتور اطلاعات حسگرها توسط حلقه‌های لغزنده و با استفاده از پروتکل ارتباطی SPI به پردازنده منتقل می‌شود و اطلاعات حسگرها پس از پردازش لازم توسط پردازنده با استفاده از کابل USB به رایانه منتقل می‌شود. در رایانه با استفاده از نرم‌افزار Realterm داده‌ها ذخیره می‌شوند و سپس فیلترهای کالمن بیان شده بر روی داده‌ها در نرم‌افزار متلب اجرا می‌شود. در حالت هم‌زمان فیلترهای کالمن و تخمین سرعت زاویه‌ای نیز توسط پردازنده انجام می‌گیرد و خروجی پردازنده، خطای سرعت زاویه‌ای مشاهده، خطای سرعت زاویه‌ای تخمین فیلتر کالمن و خطای سرعت زاویه‌ای تخمین فیلتر کالمن تطبیقی است که از طریق نرم‌افزار Realterm این اطلاعات ذخیره می‌شود و توسط نرم‌افزار متلب تحلیل خطا صورت می‌گیرد. الگوریتم کلی ذخیره‌سازی اطلاعات حسگرها در شکل (۶) و در ۴ قسمت قابل مشاهده است. در قسمت ۱ نحوه جای‌گیری حسگرها بر روی موتور، در قسمت ۲ خروجی حلقه‌های لغزنده ، در قسمت ۳ پردازنده و در قسمت ۴ ضبط اطلاعات توسط رایانه نشان داده شده است:



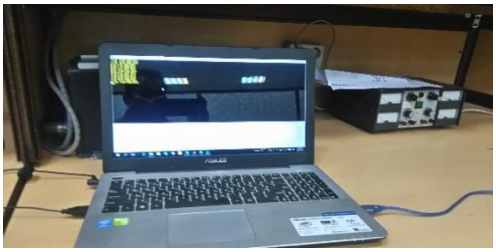
۱



۲



۳



۴

شکل۶ : مراحل ذخیره‌سازی اطلاعات در لپ‌تاپ

٤- نتایج پیاده‌سازی الگوریتم ارائه شده در آزمایشگاه

پیاده‌سازی در دو سناریوی سرعت ثابت و متغیر و در دو حالت هم‌زمان و ناهم‌زمان انجام گرفته است که در هر سناریو از دو فیلتر کالمن تعمیم یافته و تعمیم یافته تطبیقی استفاده شده است که نتایج آن در ادامه بیان و با هم مقایسه می‌شود.همچنین مقادیر پارامترها و شرایط آزمایشگاهی در جدول (۱) قابل مشاهده است(نحوه تعیین مقادیر برخی از پارامترها در ادامه توضیح داده می‌شود):

٤-۱- سناریوی سرعت ثابت

در این سناریو، سرعت موتور ثابت است و برابر ۲۰۲۰ درجه بر ثانیه تنظیم می‌شود که دارای نوسان چند درجه بر ثانیه‌ای نیز خواهد بود. کل زمان نمونه‌برداری برابر ۳۰ ثانیه و ثابت زمانی نمونه‌برداری نیز ۴ میلی‌ثانیه

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-07]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1398.13.2.6.9]
[DOI: 10.29252/joc.13.2.67]

است. مقدار اولیه تخمین برابر با مقدار اولیه اندازه‌گیری قرار داده می‌شود. مقدار M در فیلتر کالمن تعمیم یافته تطبیقی برابر ۵ در نظر گرفته می‌شود و هم‌چنین با توجه به ثابت بودن سرعت فرض بر این است که معادلات مشاهده به صورت دقیق قابل دسترسی نیست. در ادامه نحوه تعیین پارامترهای R,Q تشریح خواهد شد.

جدول(۱): مقادیر عددی پارامترها

پارامتر	توضیحات	مقدار و واحد
d_1	فاصله شتاب سنج F_4 از مرکز	$10cm$
d_2	فاصله شتاب سنج F_5 از مرکز	$50cm$
t	مدت زمان آزمایش	
	سناریوی سرعت ثابت	$30s$
	سناریوی سرعت متغیر	$60s$
T	ثابت زمانی نمونه بردرای	$4ms$
ω_x	محدوده سرعت	
	سناریوی سرعت ثابت	$2000-2050\,\mathrm{deg}/s$
	سناریوی سرعت متغیر	$1500-2100\,\mathrm{deg}/s$
R	مقدار واریانس نویز مشاهده	
	سناریوی سرعت ثابت	$80(1/s^2)^2$
	سناریوی سرعت متغیر	$40(1/s^2)^2$
Q	مقدار واریانس نویز سیستم	
	سناریوی سرعت ثابت	$0.5(1/s^2)^2$
	سناریوی سرعت متغیر	$12(1/s^2)^2$

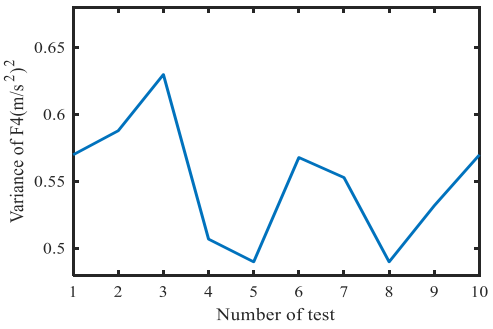
٤-۱-۱- تعیین پارامترهای R,Q در سناریوی سرعت ثابت

نحوه تعیین پارامترهای R,Q در رابطه (۲۵) بیان شده است و در این قسمت هدف تعیین بیشینه واریانس نویز حسگرها است. اگر مقادیر ماتریس‌های کوواریانس R,Q کمی از مقدار واقعی آن‌ها بزرگ‌تر در نظر گرفته شوند تخمین می‌تواند عملکرد مناسبی داشته باشد [۲۱ و ۲۲]. به همین دلیل مقادیر بیشینه برای واریانس نویز حسگرها در نظر گرفته می‌شوند. با توجه به ۱۰ آزمایش انجام شده، مقادیر R,Q تعیین می‌شوند. برای تعیین واریانس نویز حسگر F_4 با استفاده از رابطه (۲۶)، رابطه (۲۸) به دست می‌آید:

$$D_4 = \mathrm{var}(d_1.\omega^2 + F_4) \qquad (۲۸)$$

در رابطه (۲۸)، d_1 فاصله شتابسنج F_4 از مرکز چرخش است که برابر ۰/۱ متر است. با استفاده از ۱۰ نمونه داده ۳۰ ثانیه‌ای که هر نمونه داده ۳۰ ثانیه‌ای شامل ۷۵۰۰ داده است، نتیجه برای D_4 در شکل (۷) نشان داده شده است. در نمودار (۷) هر نقطه نشان دهنده وارایانس ۷۵۰۰ داده‌ی هر آزمایش ۳۰ ثانیه‌ای است. از شکل (۷) می‌توان نتیجه گرفت که بیشینه مقدار واریانس نویز حسگر F_4 کمتر از $0.7\,(m/s^2)^2$ است که برای اطمینان این مقدار برابر $0.8\,(m/s^2)^2$ در نظر گرفته می‌شود و همچنین مقدار R نیز با توجه به رابطه (۲۵) برابر مقدار رابطه (۲۹) است:

$$R = \frac{D_4}{d_1^2} \xrightarrow{d_1=0.1} R = \frac{0.8(m/s^2)^2}{0.01(m)^2} = 80(1/s^2)^2 \qquad (۲۹)$$

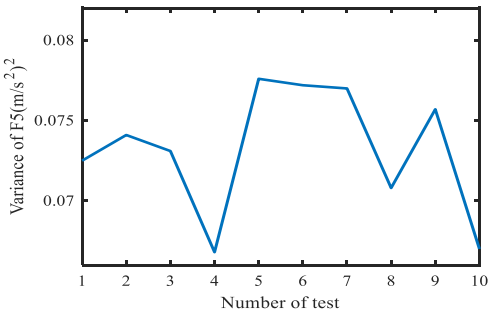


شکل ۷: واریانس حسگر F_4 برای سرعت ثابت

برای تعیین واریانس نویز حسگر F_5 با استفاده از رابطه (۲۶) رابطه (۳۰) به دست می‌آید:

$$D_5 = \mathrm{var}(\frac{d_2}{T}\dot{\omega} + F_5) \qquad (۳۰)$$

در رابطه (۳۰)، d_2 برابر ۰/۵ متر است. با استفاده از ۱۰ نمونه داده ۶۰ ثانیه‌ای (که هر نمونه داده ۶۰ ثانیه‌ای شامل ۱۵۰۰۰ داده است)، نتیجه برای D_5 در شکل (۸) مشخص است.



شکل ۸: واریانس حسگر F_5 برای سرعت ثابت

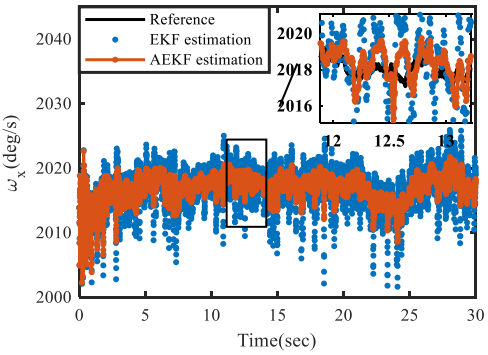
از شکل (۸) می‌توان نتیجه گرفت که بیشینه مقدار واریانس نویز حسگر F_5 کمتر از $0.08\,(m/s^2)^2$ است که برای اطمینان، این مقدار برابر $0.12\,(m/s^2)^2$ در نظر گرفته می‌شود و همچنین مقدار Q نیز با توجه به رابطه (۲۵) برابر مقدار رابطه (۳۱) خواهد شد:

$$Q = \frac{D_5}{d_2^2} \xrightarrow{d_2=0.5} Q = \frac{0.12(m/s^2)^2}{0.25(m)^2} \approx 0.5(1/s^2)^2 \qquad (۳۱)$$

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-07]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1398.13.2.6.9]
[DOI: 10.29252/joc.13.2.67]

٤-١-٢- نتایج پیاده‌سازی سناریوی سرعت ثابت، حالت ناهم‌زمان

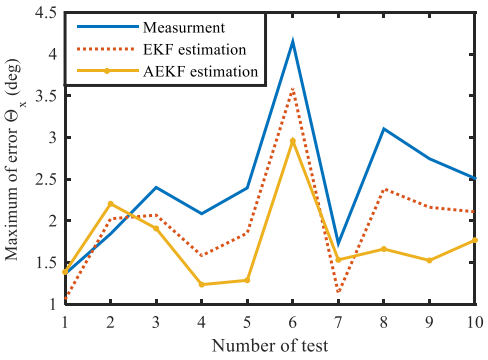
نتیجه تخمین سرعت زاویه‌ای برای یک آزمایش ۳۰ ثانیه‌ای به صورت شکل(۹) است. همان‌گونه که در این شکل مشخص است عملکرد فیلتر AEKF بهتر از EKF است.



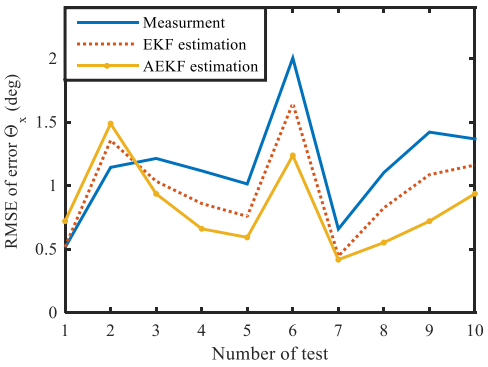
شکل ۹ : نمودار سرعت زاویه‌ای مرجع و تخمین زده شده در سناریوی سرعت ثابت

با توجه به اینکه نویز حسگرها زیاد است، از این رو تکرارپذیری نتایج، امری مهم است. به همین دلیل در این مقاله ۱۰ نمونه آزمایش ۳۰ ثانیه‌ای انجام شده است. برای مقایسه بین روش‌ها ۴ معیار بیشینه اندازه خطای زاویه، RMSE خطای زاویه، بیشینه اندازه خطای سرعت زاویه‌ای و RMSE خطای سرعت زاویه‌ای مورد بحث قرار گرفته است که نتایج مقایسه بین ۱۰ آزمایش در ۴ نمودار (۱۰، ۱۱، ۱۲ و ۱۳) نشان داده شده است.

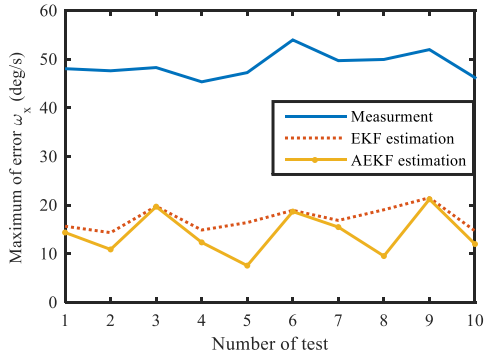
در شکل (۱۰ و ۱۱) تحلیل خطای زاویه‌ای آورده شده است. در شکل (۱۰) بیشینه اندازه خطای زاویه و در شکل (۱۱)، RMSE خطای زاویه برای دو روش EKF، AEKF و همچنین مشاهده ارائه شده است. با توجه به نتایج، در بعضی آزمایش‌ها مشاهده نتیجه بهتری دارد و برای بعضی دیگر تخمین EKF و AEKF نتیجه بهتری می‌دهد. بزرگ‌ترین بیشینه خطای زاویه‌ای برای AEKF برابر ۳ درجه است که نسبت به دو روش دیگر بهتر است و بیشینه RMSE خطای زاویه‌ای مشاهده، ۱/۴۲ درجه است که نسبت به دو روش دیگر بهتر است. در AEKF، از ۱۰ آزمایش انجام گرفته ۷ آزمایش بیشینه خطای زاویه‌ای بهتر و ۸ آزمایش RMSE خطای زاویه‌ای بهتری نسبت به دو روش دیگر نتیجه می‌شود. در EKF، ۲ آزمایش خطای زاویه‌ای بهتر و ۱ آزمایش RMSE خطای زاویه‌ای بهتر نتیجه می‌شود. پس به طور کلی از ۱۰ آزمایش ممکن، تخمینگرهای EKF و AEKF در ۹ آزمایش نتیجه بهتری نسبت به مشاهده دارند. پس تخمین بهتر از مشاهده عمل کرده است و تخمینگر تطبیقی نیز نتیجه بهتری نسبت به EKF دارد.



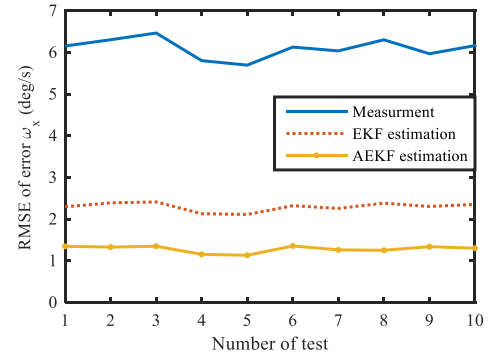
شکل ۱۰ : بیشینه خطای زاویه سناریوی سرعت ثابت برای ۱۰ نمونه داده، حالت ناهم‌زمان



شکل ۱۱ : RMSE خطای زاویه سناریوی سرعت ثابت برای ۱۰ نمونه داده، حالت ناهم‌زمان



شکل ۱۲ : بیشینه خطای سرعت زاویه‌ای برای ۱۰ نمونه داده در سناریوی سرعت ثابت، حالت ناهم‌زمان



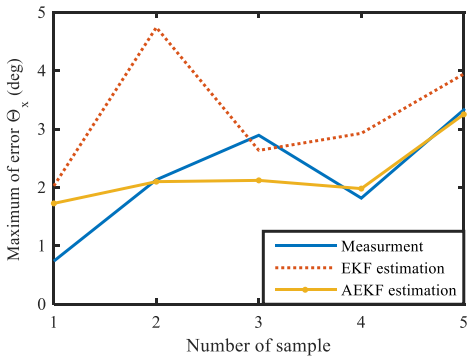
شکل ۱۳ : RMSE خطای سرعت زاویه‌ای برای ۱۰ نمونه داده در سناریوی سرعت ثابت، حالت ناهم‌زمان

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-07]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1398.13.2.6.9]
[DOI: 10.29252/joc.13.2.67]

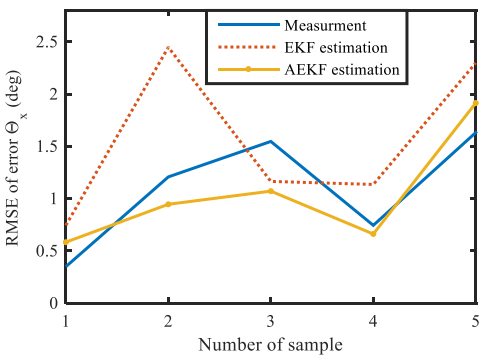
در نمودارهای(۱۲ و ۱۳) نتایج خطای سرعت زاویه‌ای در سناریوی سرعت ثابت حالت ناهم‌زمان آورده شده است. در شکل (۱۲) بیشینه اندازه خطای سرعت زاویه‌ای و در شکل (۱۳)، RMSE خطای سرعت زاویه‌ای نشان داده شده است. در هر دو حالت بیشینه خطای سرعت زاویه‌ای و RMSE خطای سرعت زاویه‌ای، در تمامی ۱۰ آزمایش AEKF نتایج بسیار بهتری نسبت به دو روش دیگر دارد و همچنین EKF نتیجه بهتری نسبت به مشاهده دارد. بزرگ‌ترین بیشینه اندازه خطای سرعت زاویه‌ای برای AEKF برابر ۲۰/۹۲ درجه بر ثانیه است که نسبت به دو روش دیگر بهتر است و همچنین بیشترین RMSE خطای سرعت زاویه‌ای برای AEKF برابر ۱/۲۵ درجه بر ثانیه است که نسبت به دو روش دیگر بهتر است.

٤-۱-۲- نتایج پیاده‌سازی سناریوی سرعت ثابت، حالت هم‌زمان

در این بخش نتایج به دست آمده از پیاده‌سازی الگوریتم تخمین سرعت زاویه‌ای غلت در سرعت ثابت و در حالت هم‌زمان ارائه می‌شود. در حالت هم‌زمان همان طور که گفته شد فیلترهای کالمن و تخمین سرعت زاویه‌ای توسط پردازنده انجام می‌گیرد. نتایج برای ۵ نمونه داده ۳۰ ثانیه‌ای ارائه می‌شود. در اشکال (۱۴ و ۱۵) نتایج خطای زاویه‌ای آورده شده است.



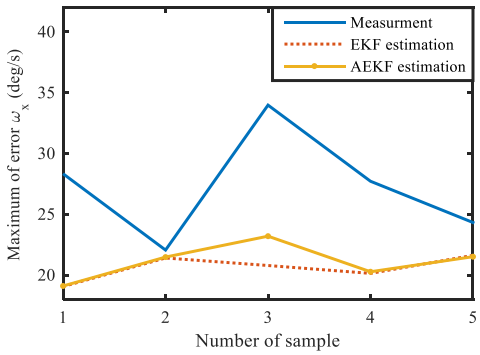
شکل ۱۴ : بیشینه خطای زاویه سناریوی سرعت ثابت برای ۱۰ نمونه داده، حالت هم‌زمان



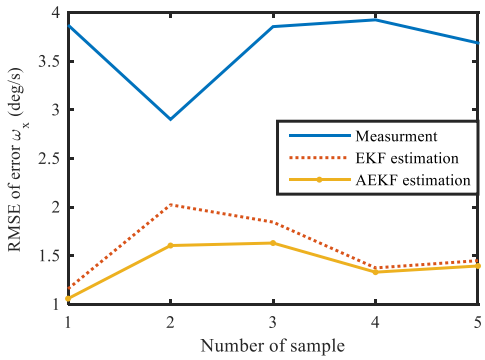
شکل ۱۵ : RMSE خطای زاویه سناریوی سرعت ثابت برای ۱۰ نمونه داده، حالت هم‌زمان

با توجه به نمودار (۱۴ و ۱۵)، برای خطای زاویه همانند حالت ناهم‌زمان، در بعضی آزمایش‌ها مشاهده نتیجه بهتری دارد و برای بعضی دیگر تخمین نتیجه بهتری دارد. بزرگ‌ترین بیشینه خطای زاویه‌ای برای AEKF برابر ۳/۲۵ درجه است که نسبت به دو روش دیگر بهتر است و بیشینه RMSE خطای زاویه‌ای مشاهده، ۱/۶۵ درجه است که نسبت به دو روش دیگر بهتر است. در AEKF، از ۵ آزمایش انجام گرفته ۳ آزمایش خطای زاویه‌ای بهتر و ۳ آزمایش RMSE خطای زاویه‌ای بهتری نسبت به دو روش دیگر نتیجه می‌شود و در ۲ آزمایش مشاهده نسبت به دو روش دیگر نتیجه بهتری دارد. به طور کلی می‌توان گفت که تخمین AEKF بهتر از مشاهده عمل کرده است.

نتایج خطای سرعت زاویه‌ای سناریوی سرعت ثابت در حالت هم‌زمان در دو شکل (۱۶ و ۱۷) نشان داده شده است. با توجه به دو نمودار (۱۶ و ۱۷)، برای بیشینه خطای سرعت زاویه‌ای در ۴ آزمایش EKF و در یک آزمایش AEKF نتایج بهتری نسبت به دو روش دیگر دارند و همچنین اختلاف بین نتایج AEKF و EKF اندک است. RMSE خطای سرعت زاویه‌ای تخمین AEKF در تمامی ۵ آزمایش نتایج بسیار بهتری نسبت به دو روش دیگر دارد و همچنین EKF نتیجه بسیار بهتری نسبت به مشاهده دارد.



شکل ۱۶ : بیشینه خطای سرعت زاویه‌ای برای ۱۰ نمونه داده در سناریوی سرعت ثابت، حالت هم‌زمان



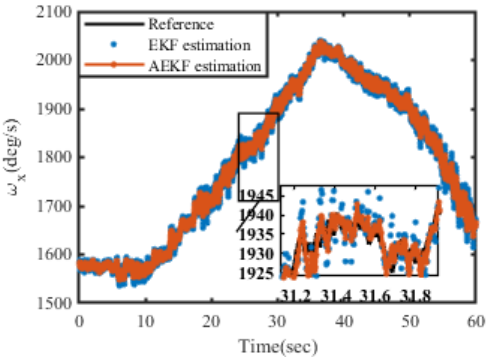
شکل ۱۷ : RMSE خطای سرعت زاویه‌ای برای ۱۰ نمونه داده در سناریوی سرعت ثابت، حالت هم‌زمان

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-07]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1398.13.2.6.9]
[DOI: 10.29252/joc.13.2.67]

٤-٢- سناریوی سرعت متغیر:

در این بخش از سرعت مرجع مطابق شکل (۱۸) استفاده شده است.همچنین در این شکل نتیجه تخمین سرعت زاویه‌ای برای یکی از آزمایش‌ها نشان داده شده است.

در شکل (۱۸) همان‌طور که مشخص است نتیجه تخمین AEKF بهتر از تخمین EKF است. کل زمان نمونه‌برداری در این سناریو برابر ۶۰ ثانیه است که ۳۰ ثانیه از سناریوی سرعت ثابت بیشتر است که دلیل آن تغییر سرعت به اندازه کافی و تا ۵۰۰ درجه بر ثانیه و با شتاب پایین است که نیاز به زمان بیشتری دارد. ثابت زمانی نمونه‌برداری نیز ۴ میلی‌ثانیه است. مقدار اولیه تخمین برابر با مقدار اولیه اندازه‌گیری قرار داده می‌شود. در سناریوی سرعت متغیر مقدار M در فیلتر کالمن تعمیم یافته تطبیقی برابر ۱۰ در نظر گرفته می‌شود و همچنین با توجه به متغیر بودن سرعت فرض بر این است که معادلات سیستم به صورت دقیق قابل دسترسی نیست.



شکل ۱۸ : نمودار سرعت زاویه‌ای مرجع و تخمین زده شده در سناریوی سرعت متغیر

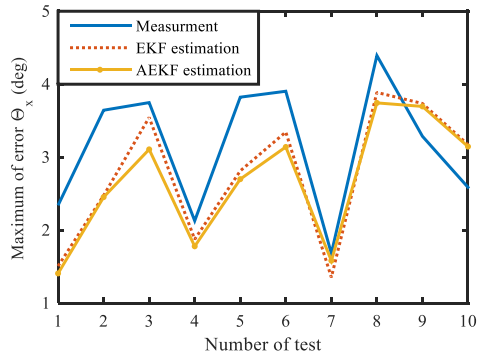
٤-٢-١- تعیین مقدار پارامترهای R,Q در سرعت متغیر

تعیین مقدار پارامترهای R,Q در سرعت متغیر همانند قسمت ۴-۱-۱ است و فقط نتایج آن بیان می‌شود به این صورت که مقدار D_4 برابر با $(m/s^2)^2$ ۰/۴ و D_5 برابر با $(m/s^2)^2$ ۳ به دست آمد که برای R مقدار $(1/s^2)^2$ ۴۰ و برای Q مقدار $(1/s^2)^2$ ۱۲ نتیجه می‌شود.

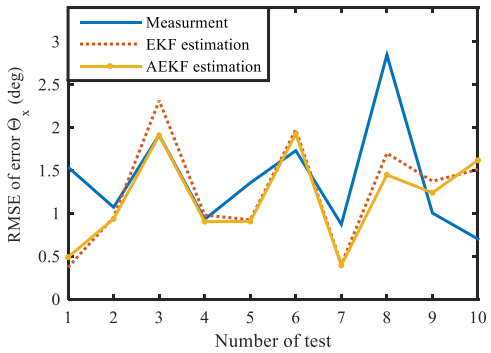
٤-٢-٢- نتایج پیاده‌سازی سناریوی سرعت متغیر، حالت ناهم‌زمان

همانند پیاده‌سازی سناریوی سرعت ثابت حالت ناهم‌زمان، برای ۱۰ نمونه آزمایش نتایج ارائه شده است. نتایج خطای زاویه‌ای سناریوی سرعت متغیر در دو نمودار (۱۹ و ۲۰) آورده شده است.

با توجه به نمودارهای (۱۹ و ۲۰) برای بعضی آزمایش‌ها مشاهده نتیجه بهتری دارد و برای بعضی دیگر تخمین EKF و AEKF نتیجه بهتری دارد. بزرگ‌ترین بیشنیه خطای زاویه‌ای AEKF برابر ۳/۷۴ درجه است که نسبت به دو روش دیگر که ۴/۳۹ و ۳/۸۸ درجه هستند، بهتر است و بزرگ‌ترین RMSE خطای زاویه‌ای AEKF، ۱/۹۳ درجه است که نسبت به دو روش دیگر که ۲/۳۱ درجه برای EKF و ۲/۸۵ درجه برای مشاهده، بهتر است. در AEKF، از ۱۰ آزمایش، ۷ آزمایش بیشنیه خطای زاویه‌ای بهتر و ۶ آزمایش RMSE خطای زاویه‌ای بهتر نتیجه می‌شود. در EKF، تنها ۱ نمونه خطای زاویه‌ای بهتر و ۱ نمونه RMSE خطای زاویه‌ای بهتر نتیجه می‌شود. پس به طور کلی از ۱۰ آزمایش انجام گرفته تخمینگرهای EKF و AEKF در ۸ آزمایش نتیجه بهتری در ماکزیمم خطای زاویه‌ای و RMSE خطای زاویه‌ای نسبت به حسگر مشاهده دارند پس تخمین بهتر از مشاهده عمل کرده است.

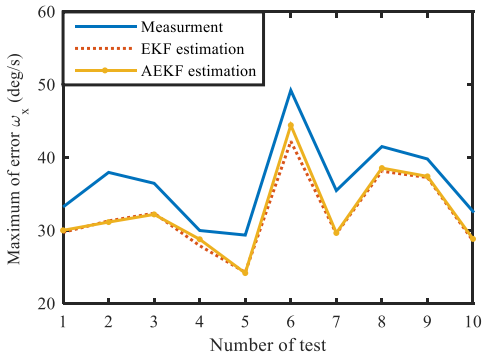


شکل ۱۹ : بیشنیه خطای زاویه برای ۱۰ نمونه داده در سناریوی سرعت متغیر، حالت ناهم‌زمان



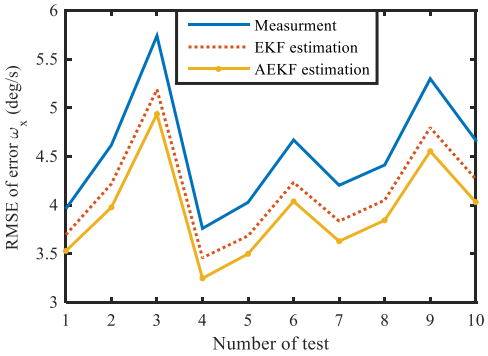
شکل ۲۰ : RMSE خطای زاویه برای ۱۰ نمونه داده در سناریوی سرعت متغیر، حالت ناهم‌زمان

نتایج خطای سرعت زاویه‌ای در سناریوی سرعت متغیر در دو نمودار (۲۱ و ۲۲) نشان داده شده است.



شکل ۲۱ : بیشنیه خطای سرعت زاویه‌ای برای ۱۰ نمونه داده در سناریوی سرعت متغیر، حالت ناهم‌زمان

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-07]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1398.13.2.6.9]
[DOI: 10.29252/joc.13.2.67]

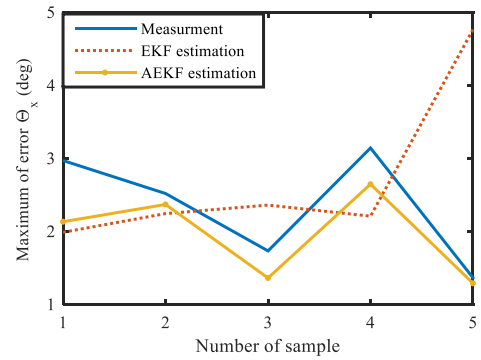


شکل ۲۲ : RMSE خطای سرعت زاویه‌ای برای ۱۰ نمونه داده در سناریوی سرعت متغیر، حالت ناهم‌زمان

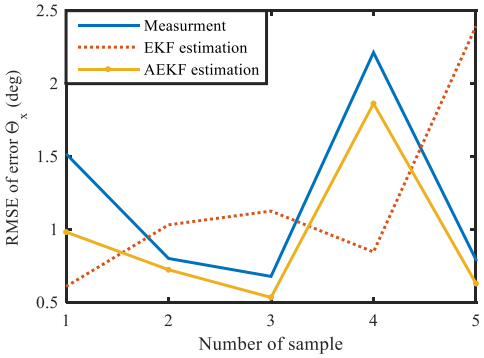
با توجه به نمودارهای (۲۱ و ۲۲) برای بیشنیه خطای سرعت زاویه‌ای، EKF در ۷ آزمایش و AEKF در ۳ آزمایش بهترین نتیجه را دارند. به عبارتی تخمین در تمامی آزمایش‌ها بهتر از مشاهده عمل کرده است و همچنین اختلاف بین EKF و AEKF بسیار اندک و در حد صدم درجه است. برای RMSE خطای سرعت زاویه‌ای، AEKF نتیجه بسیار بهتری در تمام آزمایش‌ها نسبت به دو روش دیگر دارد و همچنین EKF نتیجه بسیار بهتری نسبت به مشاهده دارد.

٤-۲-۳- نتایج پیاده‌سازی سناریوی سرعت متغیر، حالت هم‌زمان

نتایج آنالیز خطای زاویه‌ای حالت هم‌زمان سناریوی سرعت متغیر در نمودارهای (۲۳ و ۲۴) آورده شده است. با توجه به نتایج، برای بعضی آزمایش‌ها EKF نتیجه بهتری دارد و برای بعضی دیگر AEKF نتیجه بهتری می‌دهد. بزرگ‌ترین بیشینه خطای زاویه‌ای AEKF برابر ۲/۶۵ درجه است که نسبت به دو روش دیگر که ۴/۷۶ درجه و ۳/۱۵ درجه است، بهتر است و بزرگ‌ترین RMSE خطای زاویه‌ای AEKF، ۱/۸۶ درجه است که نسبت به دو روش دیگر که ۲/۴۰ درجه برای EKF و ۲/۲۲ درجه برای مشاهده است، بهتر است. در AEKF، از ۵ آزمایش، ۲ آزمایش بیشنیه خطای زاویه‌ای بهتر و ۳ آزمایش RMSE خطای زاویه‌ای بهتر نتیجه می‌شود. در EKF، ۳ نمونه بیشنیه خطای زاویه‌ای بهتر و ۲ نمونه RMSE خطای زاویه‌ای بهتر نتیجه می‌شود. پس از ۵ آزمایش انجام گرفته تخمینگرهای EKF و AEKF در تمامی آزمایش‌ها نتیجه بهتری در بیشنیه خطای زاویه‌ای و RMSE خطای زاویه‌ای نسبت به حسگر مشاهده دارند پس تخمین بهتر از مشاهده عمل کرده است. انتخاب بین تخمینگر EKF و AEKF بستگی به عملکرد آن‌ها در تخمین سرعت زاویه‌ای خواهد داشت.

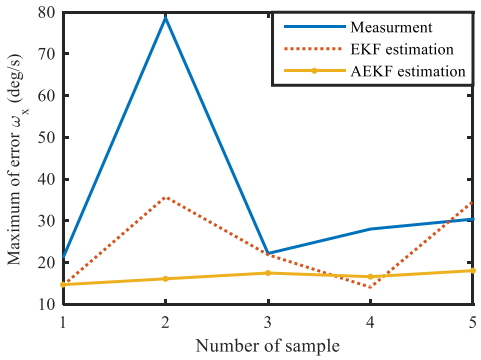


شکل ۲۳ : بیشنیه خطای زاویه برای ۵ نمونه داده در سناریوی سرعت متغیر، حالت هم‌زمان



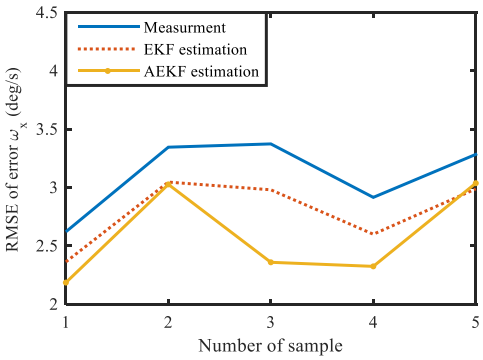
شکل ۲۴ : RMSE خطای زاویه برای ۵ نمونه داده در سناریوی سرعت متغیر، حالت هم‌زمان

در نمودارهای (۲۵ و ۲۶) نتایج خطای سرعت زاویه‌ای سناریوی سرعت متغیر حالت هم‌زمان ارائه شده است. با توجه به نمودارهای (۲۵ و ۲۶) برای بیشنیه خطای سرعت زاویه‌ای، EKF در ۲ آزمایش و AEKF در ۳ آزمایش بهترین نتیجه را دارند. به عبارتی تخمین در تمامی آزمایش‌ها بهتر از مشاهده عمل کرده است و همچنین اختلاف بین EKF و AEKF بسیار اندک است. برای RMSE خطای سرعت زاویه‌ای، AEKF نتیجه بهتری در ۴ آزمایش نسبت به دو روش دیگر دارد و همچنین EKF در ۱ آزمایش نتیجه بهتری دارد. پس می‌توان گفت که تخمینگر AEKF در تخمین سرعت زاویه‌ای عملکرد بهتری دارد و می‌تواند انتخاب بهتری نسبت به EKF باشد.



شکل ۲۵ : بیشنیه خطای سرعت زاویه‌ای برای ۵ نمونه داده در سناریوی سرعت متغیر، حالت هم‌زمان

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-07]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1398.13.2.6.9]
[DOI: 10.29252/joc.13.2.67]



شکل ۲۶ : RMSE خطای سرعت زاویه‌ای برای ۵ نمونه داده در سناریوی سرعت متغیر، حالت هم‌زمان

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله نتایج پیاده‌سازی الگوریتم تخمین سرعت زاویه‌ای غلت و زاویه غلت با استفاده از تلفیق خروجی شتاب‌سنج‌ها ارائه شد. پیاده‌سازی برای دو سناریوی سرعت ثابت و متغیر در دو حالت هم‌زمان و ناهم‌زمان انجام شد. دو تخمینگر فیلتر کالمن تعمیم یافته و فیلتر کالمن تعمییم یافته تطبیقی برای تخمین سرعت زاویه‌ای غلت به کار گرفته شد. برای بررسی تکرارپذیری نتایج، برای حالت ناهم‌زمان ۱۰ نمونه آزمایش و برای حالت هم‌زمان ۵ نمونه آزمایش مورد بررسی قرار گرفت.

به طور کلی برای تخمین سرعت زاویه‌ای با توجه به نتایج به دست آمده، فیلتر کالمن تعمیم یافته تطبیقی بسیار بهتر از فیلتر کالمن تعمیم‌یافته و همچنین مشاهده در هر دو سناریوی سرعت ثابت و متغیر عمل کرده است. همچنین، برای خطای زاویه‌ای که با استفاده از انتگرال‌گیری از خطای سرعت زاویه‌ای به دست می‌آید نیز عملکرد فیلتر کالمن تعمیم یافته تطبیقی بهتر از دو حالت مشاهده و EKF است ولی این موضوع برای تمامی نمونه داده‌ها صدق نمی‌کند و دلیل آن این است که در هنگام انتگرال‌گیری خطاهای مثبت و منفی جمع می‌شوند. به عبارتی با خطای کمتر در سرعت زاویه‌ای، شاید خطای زاویه‌ای بیشتری وجود داشته باشد. بیشنیه خطای زاویه‌ای در سناریوی سرعت ثابت در حالت ناهم‌زمان در محدوده ۳ درجه و برای هم‌زمان در محدوده ۳/۲۵ درجه باقی می‌ماند و در سناریوی سرعت متغیر نیز بیشنیه خطای زاویه‌ای در محدوده ۴ درجه باقی می‌ماند که می‌توان نتیجه گرفت فیلتر AEKF عملکرد بهتری دارد.

مراجع

[1] Xing-cheng, L. I., and Z. H. A. N. G. Shuang-biao. "Stability study of spiral motion based on calculated flight data." Transactions of Beijing Institute of Technology 12 ,006, 2012.

[2] Algrain, Marcelo C. "Accelerometer-based platform stabilization." *Acquisition, Tracking, and Pointing V*. Vol. 1482. International Society for Optics and Photonics, 1991.

[3] Chen, Jeng-Heng, Sou-Chen Lee, and Daniel B. DeBra. "Gyroscope free strapdown inertial measurement unit by six linear accelerometers." *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 17.2 ,pp. 286-290 ,1994.

[4] Ghasemzadeh, Vahid, and Mohammad M. Arefi. "Design, modeling, and simulation of an INS system using an asymmetric structure of six accelerometers and its error analysis in the ECEF frame." *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering* 231.13, pp. 2345-2361 ,2017.

[5] Park, Sungsu, Chin-Woo Tan, and Joohyuk Park. "A scheme for improving the performance of a gyroscope-free inertial measurement unit." *Sensors and Actuators A: Physical* 121.2, pp. 410-420, 2005.

[٦] وحید قاسم زاده، جعفر حیرانی نوبری، "آنالیز خطای یک سیستم ناوبری اینرسی مبتنی بر شتاب سنج و بدون استفاده از ژیروسکوپ" مجله کنترل، جلد ۵، شماره ۳، پاییز ۱۳۹۰.

[7] Buhmann, A., et al. "A GPS aided full linear accelerometer-based gyroscope-free navigation system." *Position, Location, And Navigation Symposium, 2006 IEEE/ION*. IEEE, 2006.

[8] Schopp, P., et al. "Sensor fusion algorithm and calibration for a gyroscope-free IMU." *Procedia Chemistry* 1.1, pp. 1323-1326, 2009.

[9] Parsa, Kourosh, Ty A. Lasky, and Bahram Ravani. "Design and implementation of a mechatronic, all-accelerometer inertial measurement unit." *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* 12.6, pp. 640-650, 2007.

[10] Liu, Chaojun, et al. "An effective unscented Kalman filter for state estimation of a gyro-free inertial measurement unit." *Position, Location and Navigation Symposium-PLANS 2014, 2014 IEEE/ION*. IEEE, 2014.

[11] Edwan, Ezzaldeen, Stefan Knedlik, and Otmar Loffeld. "Constrained angular motion estimation in a gyro-free IMU." *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 47.1, pp. 596-610, 2011.

[12] Liu, Chaojun, et al. "Design and analysis of gyro-free inertial measurement units with different configurations." *Sensors and Actuators A: Physical* 214, pp. 175-186, 2014.

[13] Zou, Tian, et al. "A 6-DOF acceleration sensor with cylindrical configuration." *Sensors and Actuators A: Physical* 251, pp. 167-178, 2016.

[14] WANG, Lei, et al. "The simulation and experiment research of inertial navigation system used for shell in high dynamic environment." *Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance* 2 ,2009.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-07]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1398.13.2.6.9]
[DOI: 10.29252/joc.13.2.67]

[15] Mu, S. Z., et al. "Research on inertial measurement unit of high rotation vehicle." *J. Ballistics* 8, pp. 88-88, 2006.

[16] Wu, Qingya, et al. "A novel high precision inertial measurement scheme and its optimization method for high-speed rotating ammunition." *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering* 228.13, pp. 2553-2566, 2014.

[17] Akeila, Ehad, Zoran Salcic, and Akshya Swain. "Implementation, calibration and testing of GFINS models based on six-accelerometer cube." *TENCON 2008-2008 IEEE Region 10 Conference*. IEEE, 2008.

[18] Lim, Geunwon, et al. "Estimation of angular velocity and acceleration by using 2 linear acceleration sensors." *IFAC Proceedings Volumes* 39.16, pp. 549-553, 2006.

[19] Zhao, J. B., Marcos Netto, and Lamine Mili. "A robust iterated extended Kalman filter for power system dynamic state estimation." *IEEE Trans. Power Syst* 32.4, pp. 3205-3216, 2017.

[20] Fathabadi, Vahid, et al. "Comparison of adaptive kalman filter methods in state estimation of a nonlinear system using asynchronous measurements." *Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science*. Vol. 2. 2009.

[21] La Scala, Barbara F., and Robert R. Bitmead. "Design of an extended Kalman filter frequency tracker." *IEEE Transactions on Signal Processing* 44.3, pp. 739-742, 1996.

[22] Dhaouadi, Rached, Ned Mohan, and Lars Norum. "Design and implementation of an extended Kalman filter for the state estimation of a permanent magnet synchronous motor." *IEEE Transactions on Power Electronics* 6.3, pp. 491-497, 1991.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-07]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1398.13.2.6.9]
[DOI: 10.29252/joc.13.2.67]