مجله کنترل
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
جلد ۱۴، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۹، صفحه ۳۳-۲۷

تشخیص عیب سنسوری با استفاده از رویتگرهای مد لغزشی در کلاسی از سیستم های غیرخطی لیپشیتز با عدم قطعیت

فریده اله وردی [۱]، امین رمضانی [۲]، مهدی فروزانفر [۳]

[۱] دکتری تخصصی، گروه مهندسی برق، واحد اهواز، دانشگاه آزاد اسلامی، اهواز، ایران. گروه مهندسی برق، واحد علوم و تحقیقات خوزستان، دانشگاه آزاد اسلامی، اهواز، ایران Allahverdi.f@gmail.com

[۲] استادیار گروه کنترل، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تربیت مدرس تهران ramezani@modares.ac.ir

[۳] استادیار ، گروه مهندسی برق، واحد اهواز، دانشگاه آزاد اسلامی، اهواز، ایران Mehdi.forouzanfar@yahoo.com

دریافت: ۱۳۹۷/۰۳/۰۵ ویرایش: ۱۳۹۷/۰۸/۰۹ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۸/۲۲

چکیده: در این مقاله روشی موثر برای تشخیص عیب سنسوری در کلاسی از سیستم های غیرخطی لیپشیتز در حضور نامعینی ارائه می شود. با تعریف ماتریس های انتقال حالت برای حالت ها و خروجی سیستم، سیستم اصلی به دو زیر سیستم تقسیم می شود. زیر سیستم اول شامل عدم قطعیت اما بدون عیب بوده و زیر سیستم دوم فقط شامل عیب سنسوری می باشد، بدون عدم قطعیت. عیب سنسوری در زیر سیستم دوم با روشی به صورت عیب عملگری مجازی ظاهر می شود. برای تشخیص عیب، رویتگرهای مدلغزشی طراحی می شوند. با استفاده از تئوری لیاپانوف، پایداری دینامیک های خطای رویتگر اثبات می شود. پارامترها و ماتریس های لازم جهت طراحی رویتگر با حل مساله LMI[1] به دست می آید. در نهایت با شبیه سازی امکان پذیری و کارائی مطلوب روش پیشنهادی نشان داده می شود.

کلمات کلیدی: تشخیص عیب، سیستم غیرخطی لیپشیتز، رویتگر مدلغزشی، عیب سنسوری، نامساوی ماتریسی خطی

Sensor Fault Detection for a class of Uncertain Nonlinear Systems Using Sliding Mode Observers

F. Allahverdi, A. Ramezani, M. Forouzanfar

Abstract: This paper deals with the issues of sensor fault detection for a class of Lipschitz uncertain nonlinear system. By definition coordinate transformation matrix for system states and output system, at first the original system divided into two subsystems. The first subsystem includes uncertainties but without any sensor faults and the second subsystem has sensor faults but is free of uncertainties. Then sensor faults in second subsystem are formed as actuator faults. For the aim of fault detection (FD) two sliding mode observers are designed for two subsystems. Stability condition is obtained based on Lyapunov approach. The necessary matrices and parameters to design observers are obtained by solving linear matrix inequality (LMI) problem. Finally, simulation example is given to illustrate the effectiveness proposed approach.

Keywords: fault detection, Lipschitz, nonlinear system, sliding mode observer, LMI

[1] Linear matrix inequality

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-06]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.2.6.6]
[DOI: 10.29252/joc.14.2.27]

۱- مقدمه

با پیشرفت سیستم های صنعتی، پیچیدگی سیستم های کنترل نیز افزایش می یابد و نیاز به دقت و سرعت بالا بیشتر احساس می شود. سنسورها معمولا اطلاعات مهمی را برای سیستم های کنترل فیدبک حمل می کنند. خروجی سنسور معیوب ممکن است باعث اشتباهاتی در تصمیم گیری کنترلی سیستم شود و لذا وقوع عیب سنسوری باعث کاهش کارایی و یا حتی منجر به ناپایداری سیستم می شود. در سال های اخیر تشخیص به موقع عیب در سیستم ها جهت افزایش قابلیت اطمینان سیستم ها مورد توجه پژوهشگران بسیاری قرار گرفته است [۱-۴]. با در دسترس بودن مدل ریاضی سیستم، استفاده از رویتگرها جهت تشخیص عیب در میان روش های مختلف تشخیص و ایزوله عیب مورد توجه پژوهشگران بوده است. در پژوهش هایی از رویتگرهای ورودی ناشناخته (UIO) برای تفکیک عیب استفاده شده است[۵-۸]. رویتگرهای مد لغزشی (SMO) برای تشخیص و ایزوله عیب مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته اند[۹-۱۷]. پژوهش های بسیاری در زمینه تشخیص عیب های عملگری انجام شده است [۱۸-۲۱] اما در زمینه تشخیص عیب های سنسوری در مقایسه با عیب های عملگری نتایج کمتری در دسترس می باشد. برای مثال یک روش تخمین تطبیقی برای تشخیص عیب سنسور برای کلاسی از سیستم های غیرخطی لیپشیتز در [۲۲] ارائه شده است. در [۲۳] به کمک سیستم های فازی T-S یک آستانه مرزی تطبیقی برای کاهش اثر تاخیر زمانی هنگام وقوع عیب سنسوری و تطبیق عیب[1] ارائه شده است. در [۲۴] تخمین عیب سنسور و جبران سازی برای سیستم تاخیر زمانی با روش رویتگر توصیفی ارائه شده است. در [۲۵] به تخمین عیب عملگری به کمک رویتگر مد لغزشی پرداخته شده است. در[۲۶] به بررسی تشخیص عیب سنسوری و عملگری در سیستم خطی پرداخته می شود، در ابتدا تشخیص عیب عملگری برای یک سیستم خطی به کمک رویتگر مد لغزشی بررسی شده و سپس بازسازی عیب سنسوری برای سیستمی با معادلات دینامیکی خطی مورد بررسی قرار می گیرد. در زمینه عیب های سنسوری چندگانه نیز پژوهش های محدودی انجام شده است [۲۷-۲۸].

در این مقاله به تشخیص عیب سنسوری برای کلاسی از سیستم های غیرخطی لیپشیتز با عدم قطعیت با استفاده از رویتگر مد لغزشی پرداخته می شود. ابتدا تابع غیرخطی به دو قسمت خطی و غیرخطی تفکیک می شود. با تعریف ماتریس های انتقال حالت و خروجی، سیستم اصلی به دو زیر سیستم تقسیم می شود. زیر سیستم اول شامل عدم قطعیت اما بدون عیب سنسوری بوده و زیر سیستم دوم فقط شامل عیب سنسوری می باشد، درحالیکه هیچ اثری از عدم قطعیت در آن وجود ندارد. سپس با تکنیکی عیب سنسوری به صورت عیب مجزای عملگری ظاهر می شود. برای رسیدن به هدف تشخیص عیب دو رویتگر مد لغزشی برای زیرسیستم ها طراحی می شود. پایداری رویتگرهای طراحی شده با استفاده از تئوری لیاپانوف اثبات می شود. با حل مساله LMI پارامترها و ماتریس های مورد نیاز جهت طراحی رویتگرها بدست می آید. در نهایت اگر خطای تخمین خروجی بیشتر از مقدار آستانه تعیین شده باشد وقوع عیب سنسوری تشخیص داده می شود.

در ادامه مقاله مدل سیستم و معرفی ساختار عیب یابی در قسمت ۲ ارائه می شود. طراحی رویتگر جهت تشخیص عیب سنسور در قسمت ۳ و بررسی شرایط پایداری دینامیک های خطای رویتگر بر اساس تئوری لیاپانوف و تبدیل به مساله LMI در قسمت ۴ ارائه می شوند. نتایج شبیه سازی در قسمت۵ ارائه می شود و در قسمت۶ به صورت خلاصه نتیجه گیری بیان می شود.

۲- معرفی سیستم ساختار عیب یابی

کلاسی از سیستم‌های غیرخطی چند ورودی چند خروجی بصورت در نظر گرفته می‌شود.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + g(x)U(t) + M\eta(x) \quad (۱)$$
$$y(t) = Cx(t) + Ff_s$$

که $x \in R^n$ حالت سیستم، $U \in R^m$ ورودی، $y \in R^p$ خروجی سیستم ، $f_s \in R^q$ عیب سنسور و $\eta \in R^r$ نامعینی سیستم است. $g(x)$ تابع غیرخطی لیپشیتز می باشد که می توان آن را بصورت ترکیب دو تابع خطی و غیرخطی زیر نوشت.

$$g(x) = g_l(x) + g_{nl}(x) \quad (۲)$$

که: $B = g_l(x)$

بنابراین می توان رابطه (۱) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + BU(t) + g_{nl}(x)U(t) + M\eta(x) \quad (۳)$$
$$y(t) = Cx(t) + Ff_s$$

ماتریس های A,B,C,M,F_s دارای ابعاد مناسب می باشند.

$$A \in R^{n\times n},\ B \in R^{n\times m},\ C \in R^{p\times n},\ M \in R^{n\times r}, F \in R^{p\times q},$$
$$p \geq q + r$$

و ماتریس های F ,M,C رتبه کامل دارند.

فرض ۱) $rank(CM) = rank(M)$

فرض ۲) برای هر مقدار s با قسمت حقیقی غیرمنفی :

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix} sI - A & M \\ C & 0 \end{bmatrix} = n + \operatorname{rank}(M) \quad (۴)$$

فرض ۳) جمله غیرخطی شرط لیپشیتز را برقرار می سازد.

$$\forall x, \hat{x} \in R^n \|g(x,t) - g(\hat{x},t)\| \leq kg \quad (۵)$$

که kg ثابت لیپشیتز می باشد.

فرض ۴) عیب سنسوری و نامعینی در محدود زیر می باشند:

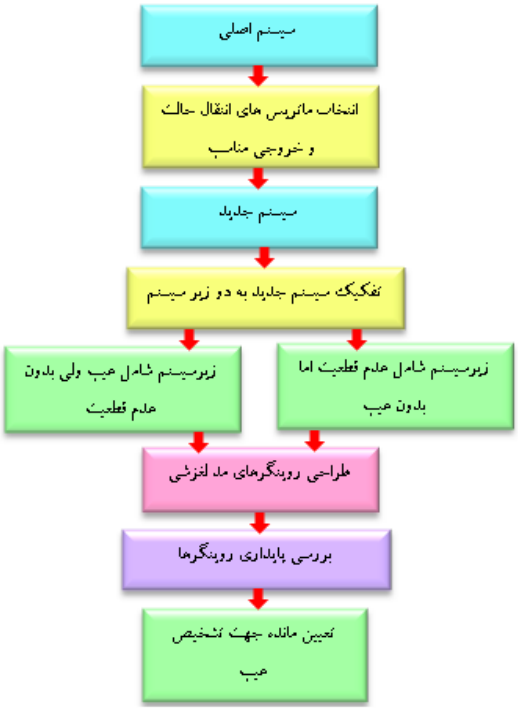
$$\|\eta_s\| \leq \eta_0 \|f_s\| \leq \rho_s \quad (۶)$$

مقادیر η_0 ρ_s ، ثابت های مثبت و معلومی هستند.

در این پژوهش، هدف یافتن عیب سنسوری می باشد و ساختار پیشنهادی در شکل ۱ آمده است.

[1] Fault accommodation

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-06]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.2.6.6]
[DOI: 10.29252/joc.14.2.27]



شکل ۱: ساختار تشخیص عیب سنسوری به روش پیشنهادی

لم۱) با توجه به فرض ۱ ، ماتریس های انتقال حالت و خروجی بصورت زیر وجود دارد.

$$W = Sy = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{bmatrix} Z = Tx = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix},$$

به همین ترتیب در سیستم جدید می توان نوشت:

$$TAT^{-1} = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix}, TB = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}, TM = \begin{bmatrix} M_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (۷)$$
$$SCT^{-1} = \begin{bmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & C_4 \end{bmatrix}, SF = \begin{bmatrix} 0 \\ F_2 \end{bmatrix}$$

که $T = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} \in R^{n\times n}$ ، $S = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix} \in R^{p\times p}$ ، $T_1 \in R^{r\times n}$ ، $S_1 \in R^{r\times p}$ ، $Z_1 \in R^{r}$ ، $W_1 \in R^{r}$ ، $A_1 \in R^{r\times r}$ ، $A_4 \in R^{(n-r)\times(n-r)}$ ، $B_1 \in R^{r\times m}$ ، $M_1 \in R^{r\times r}$ ، $C_4 \in R^{(p-r)\times(n-r)}$ ، $F_2 \in R^{(p-r)\times(n-r)}$ ، C_1 معکوس پذیر است.

۳- طراحی رویتگر مدلغزشی جهت تشخیص عیب

جهت عیب یابی سیستم ۱ با استفاده از رویتگر مدلغزشی ابتدا عیب سنسور با تکنیکی به عیب عملگر تبدیل می شود و سپس برای سیستم جدید رویتگر طراحی می شود.

در ادامه سیستم به دو زیرسیستم تقسیم می‌شود، زیرسیستم اول شامل عدم قطعیت اما بدون عیب و زیرسیستم دوم شامل عیب ولی بدون عدم قطعیت است. روابط زیر سیستم های اول و دوم به ترتیب در روابط ۸ و ۹ نشان داده شده اند.

$$\dot{Z}_1 = A_1 Z_1 + A_2 Z_2 + g_1(T^{-1}Z,t)U + B_1 U + M_1\eta \quad (۸)$$
$$W_1 = C_1 Z_1$$
$$\dot{Z}_2 = A_3 Z_1 + A_4 Z_2 + B_2 U + g_2(T^{-1}Z,t)U \quad (۹)$$
$$W_2 = C_4 Z_2 + F_2 f_s$$

که در این روابط $g_1(T^{-1}Z,t) = T_1 g(T^{-1}Z,t)$ و $g_2(T^{-1}Z,t) = T_2 g(T^{-1}Z,t)$ می‌باشد.

لم۲: با توجه به فرض ۲، $rank\begin{bmatrix} SI - A \\ C \end{bmatrix} = n$ زوج (A_4, C_4) رویت پذیر است.

بردار حالت جدید Z_3 به گونه ای تعریف می شود که:

$$\dot{Z}_3 = C_4 Z_2 + F_2 f_s \quad و \quad Z_3 = \int_0^t W_2(T)d\tau$$

از ترکیب روابط فوق رابطه ۱۰ بدست می‌آید.

$$\begin{bmatrix} \dot{Z}_2 \\ \dot{Z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_4 & 0 \\ C_4 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} Z_2 \\ Z_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_3 \\ 0 \end{bmatrix} Z_1 + \begin{bmatrix} g_2(T^{-1}Z,t) \\ 0 \end{bmatrix} U + \begin{bmatrix} 0 \\ F_2 \end{bmatrix} f_s \quad (۱۰)$$
$$W_3 = Z_3$$

رابطه ۱۰ را بصورت رابطه ۱۱ می توان بازنویسی کرد:

$$\dot{Z}_0 = A_0 Z_0 + A_{01} Z_1 + g(Z_0)U + F_0 f_s \quad (۱۱)$$
$$W_3 = C_0 Z_0$$

که در آن $Z_0 = \begin{bmatrix} Z_2 \\ Z_3 \end{bmatrix} \in R^{n+p-2r}$ ، $W_3 \in R^{p-r}$ ، $A_0 =$

$\bar{A}_3 = \begin{bmatrix} A_3 \\ 0 \end{bmatrix} \in R^{(n+p-2r)\times r}$ ، $\begin{bmatrix} A_4 & 0 \\ C_4 & 0 \end{bmatrix} \in R^{(n+p-2r)\times(n+p-2r)}$

، $B_0 = \begin{bmatrix} B_2 \\ 0 \end{bmatrix} \in R^{(n+p-2r)\times m}$ ، $F_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ F_2 \end{bmatrix} \in R^{(n+p-2r)\times q}$ ،

$\bar{g}_2(T^{-1}Z,t) =$ ، $C_0 = [0 \quad I_{p-r}] \in R^{(p-r)\times(n+p-2r)}$

$\begin{bmatrix} g_2(T^{-1}Z,t) \\ 0 \end{bmatrix}$ می باشد. همچنین می‌توان رابطه ۸ را بصورت رابطه ۱۲ بازنویسی کرد.

$$\dot{Z}_1 = A_1 Z_1 + \bar{A}_2 Z_0 + g_1(T^{-1}Z,t)U + B_1 U + M_1\eta \quad (۱۲)$$
$$W_1 = C_1 Z_1$$

که $\bar{A}_2 = [A_2 \quad 0_{r\times(p-r)}]$

لم ۳) اگر فرض ۲ برقرار باشد زوج (A_0, C_0) رویت پذیر است.

اثبات: طبق آزمون PBH زوج رویت پذیر است اگر و فقط اگر:

$$rank\begin{bmatrix} SI - A_0 \\ C_0 \end{bmatrix} = rank\begin{bmatrix} SI - A_4 & 0 \\ -C_4 & sI \\ 0 & I \end{bmatrix} = n + p - 2r \quad (۱۳)$$

اگر s=0 رابطه زیر برقرار است :

$$rank\begin{bmatrix} SI - A_4 & 0 \\ -C_4 & sI \\ 0 & I \end{bmatrix} = rank\begin{bmatrix} -A_4 \\ -C_4 \end{bmatrix} + p - r$$

اگر فرض ۲ برقرار باشد زوج (A_4, C_4) رویت پذیر است و بنابراین برای تمام مقادیر s داریم :

$$rank\begin{bmatrix} SI - A_4 \\ C_4 \end{bmatrix} = n - r$$

بنابراین اگر s=0 باشد رنک رابطه (۱۳) از لم ۳ برقرار است.

اگر $s \neq 0$ با توجه به رویت پذیری (A_4, C_4) می توان نوشت:

$$\begin{bmatrix} SI - A_4 & 0 \\ -C_4 & sI \\ 0 & I \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = 0$$

یعنی ستون های ماتریس $\begin{bmatrix} SI - A_4 & 0 \\ -C_4 & sI \\ 0 & I \end{bmatrix}$ مستقل خطی هستند و رتبه برابر n+p-2r می باشد و اثبات کامل است.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-06]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.2.6.6]
[DOI: 10.29252/joc.14.2.27]

با توجه به لم ۳ ماتریس $L_0 \in R^{(n+p-2r)\times(p-r)}$ بنحوی وجود دارد که $A_0 - L_0C_0$ پایدار است و برای $Q_0 > 0$ رابطه لیاپانوف زیر پاسخ یکتای $P_0 > 0$ را دارد.

$$(A_0 - L_0C_0)^T P_0 + P_0(A_0 - L_0C_0) = -Q_0 \qquad (۱۴)$$

فرض ۱ وجود ماتریس های T و S را تضمین می کند، بطوریکه عیب های سنسوری و نامعینی ها کاملا از هم جدا شوند. بعد از انتقال، زیر سیستم اول فقط شامل نامعینی است و زیر سیستم دوم فقط شامل عیب و بدون در نظر گرفتن نامعینی است. برای زیرسیستم رابطه ۶ رویتگر مد لغزشی بصورت زیر طراحی می شود.

$$\begin{aligned}\dot{\hat{Z}}_1 &= A_1\hat{Z}_1 + \bar{A}_2\hat{Z}_0 + g_1(T^{-1}\hat{Z},t)U + B_1U \\ &+(A_1 - A_{1s})C_1^{-1}(w_1 - \widehat{w}_1) + \nu_1 \\ \widehat{W}_1 &= C_1\hat{Z}_1\end{aligned} \qquad (۱۵)$$

که $A_{1s}\epsilon R^{r\times r}$ ماتریسی پایدار است که باید تعیین شود. $\hat{Z}$ به نحوی تعریف می شود که : $\hat{Z} := col\,(c_1^{-1}w_1, \hat{Z}_2)$ و ν_1 به صورت رابطه ۱۶ می باشد.

$$\bar{\nu}_1 = \begin{cases} k_1\dfrac{P_1(Z_1 - \hat{Z}_1)}{\|P_1(Z_1 - \hat{Z}_1)\|} & if\ Z_1 - \hat{Z}_1 \neq 0 \\ 0 & otherwise \end{cases} \qquad (۱۶)$$

$$k_1 = \|M_1\|\eta_0 + \gamma$$

γ اسکالر مثبت است که باید تعیین شود. $P_1 \in R^{r\times r}$ ماتریس مثبت معین متقارن است.

برای سیستم رابطه ۱۱ رویتگر زیر طراحی می شود:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{Z}}_0 &= A_0\hat{Z}_0 + \bar{A}_3C_1^{-1}w_1 + \bar{g}_2(T^{-1}\hat{Z},t)U + \\ &B_0U + L_0(w_3 - \widehat{w}_3) + \nu_2 \\ \widehat{W}_3 &= C_0\hat{Z}_0\end{aligned} \qquad (۱۷)$$

ν_2 به صورت رابطه ۱۸ می باشد.

$$\nu_2 = \begin{cases} k_1\dfrac{E_0(Z_3 - \hat{Z}_3)}{\|E_0(Z_3 - \hat{Z}_3)\|} & if\ Z_3 - \hat{Z}_3 \neq 0 \\ 0 & otherwise \end{cases} \qquad (۱۸)$$

که L_0 بهره ای است که تعیین می شود.

٤- بررسی پایداری دینامیک های خطای رویتگرها

اگر خطای تخمین حالت به صورت $e_0 = Z_0 - \hat{Z}_0$ و $e_1 = Z_1 - \hat{Z}_1$ تعریف شود و دینامیک های خطا قبل از وقوع عیب بصورت زیر بدست آیند، می توان نوشت:

$$\begin{aligned}\dot{e_1}(t) &= A_{1s}.e_1 + \bar{A}_2.e_0 + g_1(T^{-1}Z,t)U \\ &- g_1(T^{-1}\hat{Z},t)U + M_1\eta \\ &- \nu_1\end{aligned} \qquad (۱۹)$$

$$\begin{aligned}\dot{e_0}(t) &= (A_0 - L_0C_0)e_0 + \bar{g}_2(T^{-1}Z,t)U \\ &- \bar{g}_2(T^{-1}\hat{Z},t)U - \nu_2\end{aligned} \qquad (۲۰)$$

تئوری زیر شرایط کافی برای وجود رویتگرهای روابط ۱۵ و ۱۷ را ارائه می دهد.

قضیه۱: وقتی سیستم عیب سنسوری ندارد دینامیک های خطای روابط ۱۹ و ۲۰ پایدار هستند اگر ماتریس های $A_{1s} < 0$, $L_0 > 0$, $P_1 = P_1^T > 0$, $P_0 = P_0^T > 0$ و اسکالرهای α_1, α_0 به نحوی وجود داشته باشند که:

$$\Lambda := \begin{bmatrix} \Pi_1 + \dfrac{1}{\alpha_1}P_1P_1 & P_1\bar{A}_2 \\ \bar{A}_2^TP_1 & \Pi_2 + \dfrac{1}{\alpha_0}P_0P_0 + aI_{n+p-2r} \end{bmatrix} < \alpha \qquad (۲۱)$$

$$\Pi_1 = {A_{1s}}^TP_1 + P_1A_{1s}$$
$$\Pi_2 = (A_0 - L_0C_0)^TP_0 + P_0(A_0 - L_0C_0)$$
$$\alpha = \alpha_1k_{g1}^2\|T^{-1}\|^2 + \alpha_0k_{g2}^2\|T^{-1}\|^2$$

اثبات: تابع لیاپانوف به صورت زیر انتخاب می شود:

$$V(e_1, e_0) = V_1(e_1) + V_0(e_0)$$

$$V_0(e_0) = e_0^TP_0e_0 \quad , \quad V_1(e_1) = e_1^TP_1e_1$$

مشتق زمانی V_1 و V_0 بصورت زیر بدست می آید.

$$\begin{aligned}\dot{V}_1(e_1) &= e_1^T(P_1A_{1s} + A_{1s}^TP_1)e_1 + 2e_1^TP_1\bar{A}_2e_0 \\ &+ 2e_1^TP_1M_1\eta + 2e_1^TP_1D_1d \\ &+2e_1^TP_1\left(g_1(T^{-1}Z,t) - g_1(T^{-1}\hat{Z},t)\right)U - 2e_1^TP_1\nu_1\end{aligned}$$

برای $2X^TY \leq \frac{1}{\alpha}X^TX + \alpha Y^TY$ به ازای هر مقدار $\alpha > 0$ رابطه زیر برقرار است.

$$\begin{aligned}\dot{V}_1(e_1) &\leq e_1^T(P_1A_{1s} + A_{1s}^TP_1)e_1 + 2e_1^TP_1\bar{A}_2e_0 \\ &+2e_1^TP_1M_1\eta + 2e_1^TP_1D_1d + \frac{1}{\alpha}e_1^TP_1{P_1}^Te_1 \\ &+\alpha\left(g_1(T^{-1}Z,t) - g_1(T^{-1}\hat{Z},t)\right)^T\left(g_1(T^{-1}Z,t)\right. \\ &\left. - g_1(T^{-1}\hat{Z},t)\right) - 2e_1^TP_1\nu_1\end{aligned}$$

بنابراین قبل از وقوع عیب :

$$Z_1 - \hat{Z}_1 = \begin{bmatrix}0\\ e_2\end{bmatrix}$$
$$\left\|T^{-1}Z - T^{-1}\hat{Z}\right\| = \|T^{-1}e_2\| \leq \|T^{-1}e_0\|$$
$$\left\|g_1(T^{-1}Z,t) - g_1(T^{-1}\hat{Z},t)\right\| \leq k_{g1}\|T^{-1}\|\|e_0\|$$
$$\left\|g_1(T^{-1}Z,t) - g_1(T^{-1}\hat{Z},t)\right\| \leq k_{g1}\|T^{-1}\|\|e_0\|$$
$$k_{g1} = \|T_1\|k_g, \quad k_{g2} = \|T_2\|k_g$$

می توان بدست آورد: $e_1^TP_1\nu_1 = k_1\|P_1e_1\|$

$$\begin{aligned}\dot{V}_1(e_1) &\leq e_1^T\Pi_1e_1 + 2e_1^TP_1\bar{A}_2e_0 + \frac{1}{\alpha_1}e_1^TP_1P_1e_1 \\ &+ \alpha_1{k_{g1}}^2\|T^{-1}\|^2\|e_0\|^2\end{aligned}$$

و همچنین :

$$\begin{aligned}\dot{V}_0(e_0) &\leq e_0^T\Pi_2e_0 + 2e_1^TP_1\bar{A}_2e_0 + \frac{1}{\alpha_0}e_0^TP_0P_0e_0 \\ &+ \alpha_0{k_{g2}}^2\|T^{-1}\|^2\|e_0\|^2\end{aligned}$$

$$\dot{V} = \dot{V}_1(e_1) + \dot{V}_0(e_0) \leq \begin{bmatrix}e_1\\ e_2\end{bmatrix}^T\Lambda\begin{bmatrix}e_1\\ e_2\end{bmatrix}$$

ماتریس های $P_0 = P_0^T > 0$, $P_1 = P_1^T > 0$, $L_0 > 0$, $A_{1s} < 0$ و اسکالرهای α_1, α_0 به نحوی وجود دارند که نامساوی رابطه ۲۱ برقرار شود. و برای $e \neq 0$ مقدار $\dot{V} < 0$ می باشد.

برای هر $e = \begin{bmatrix}e_1\\ e_2\end{bmatrix} \neq 0$ پایداری دینامیک های خطا تضمین می شود. ماتریس هایی که نامساوی ۲۱ را برقرار می سازند با حل مساله LMI زیر بدست می آیند. ماتریس های $P_1 = {P_1}^T > 0$, $P_0 = {P_0}^T > 0$ و X, y_0 و اسکالرهای مثبت α_1, α_0 به نحوی وجود دارند که :

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-06]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.2.6.6]
[DOI: 10.29252/joc.14.2.27]

$$\begin{bmatrix} X+X^T & P_1 & P_1\bar{A}_2 & 0 \\ P_1 & -\alpha_1 I & 0 & 0 \\ \bar{A}_2{}^T P_1 & 0 & \bar{A}_0{}^T P_0 + P_0 A_0 - C_0{}^T y_0{}^T - y_0 C_0 + \alpha I & P_0 \\ 0 & 0 & P_0 & -\alpha_0 I \end{bmatrix} \quad (۲۲$$
$$< 0$$

$$, \; y_0 = P_0 L_0 X = P_1 A_{1s}$$

بعد از وقوع عیب سنسوری در زمان t_f دینامیک های خطای تخمین حالت را می توان به صورت روابط زیر نوشت:

$$\dot{e_1}(t) = A_{1s}.e_1 + \bar{A}_2.e_0 + g_1(T^{-1}Z,t)U - g_1(T^{-1}\hat{Z},t)U + M_1\eta - \nu_1 \quad (۲۳)$$

$$\dot{e_0}(t) = (A_0 - L_0C_0)e_0 + \bar{g}_2(T^{-1}Z,t)U - \bar{g}_2(T^{-1}\hat{Z},t)U + F_0 f_s - \nu_2 \quad (۲۴)$$

با مشاهده روابط فوق می توان دریافت e_0 فقط متاثر از عیب های سنسوری f_s می باشد اما در معرض نامعینی یا جمله ν_1 نمی باشد.

ماتریس توزیع عیب سنسور $F_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ F_2 \end{bmatrix}$ می باشد. بنابراین عیب سنسوری f_s روی آخرین p-r جزء e_0 که e_{z3} می باشد تاثیر دارد. $ez_3 = Z_3 - \hat{Z}_3$

به طور خاص اگر عیب رخ دهد ez_3 تغییر می کند.

بر اساس این تحلیل برای مانده ای که وقوع عیب را تشخیص می دهد، می توان نوشت:

$$\|ew_3\| = \|C_0 e_0\| = \|ez_3\|$$

اگر $\|ew_3\| > \eta_0$ باشد بیانگر وجود عیب سنسوری است. η_0 حد آستانه تعیین شده می باشد.

زمان تشخیص t_d که $t_d \geq t_f$ بعنوان اولین لحظه که $\|ew_3\|$ بزرگتر از η_0 است، تعریف می شود.

۵- نتایج شبیه‌سازی

کارایی روش ارائه شده در تشخیص عیب سنسوری با یک مثال نشان داده می شود. مدل سیستم به صورت زیر در نظر گرفته می شود.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} U + \begin{bmatrix} 0 \\ -sinx_1 \\ 0 \end{bmatrix} U + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \eta$$

$$\eta = 0.5 * sint$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} f_s$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ -sinx_1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

که در آن $g(x)$ جمله غیرخطی سیستم و η نامعینی می باشد.

ماتریس های انتقال $W = SyZ = Tx$ ، به صورت زیر در نظر گرفته می شوند:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -0.5 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, S = \begin{bmatrix} 1 & -0.5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

پس از اعمال ماتریس های تبدیل، ماتریس های جدید سیستم به صورت زیر بدست می آیند:

$$A = TAT^{-1} = \begin{bmatrix} 0.5 & 1 & 1.25 \\ -2.5 & -1.5 & 1.25 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix}, TB = \begin{bmatrix} -0.5 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = SCT^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; TM = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \; SF = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

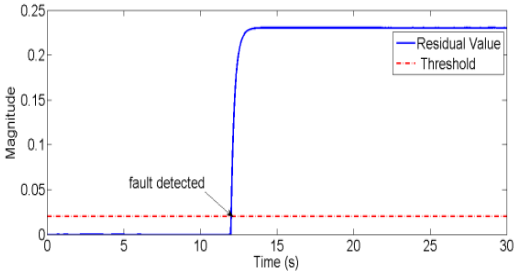
با حل مساله LMI پارامترهای زیر بدست می آیند:

$$P_1 = 0.4378 \, , \; A_{1s} = -0.8859 \, , \; \alpha_0 = 1.4104 \; , L_{02} = 1{,}0713$$

$$E_0 = \begin{bmatrix} 0.2833 \\ 0 \end{bmatrix} \; , \; L_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1.0713 \end{bmatrix}$$

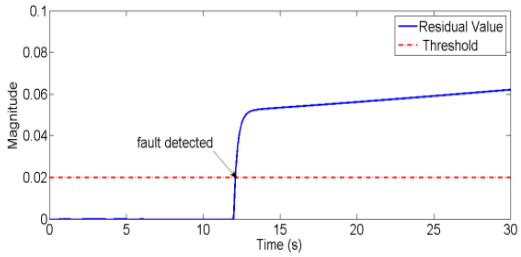
برای تشخیص عیب نرم خطای ew_3 انتخاب می شود. ew_3 بعنوان مانده می باشد. حد آستانه در شبیه سازی 0.02 انتخاب شده است.

نتیجه تشخیص وقوع عیب $fs = o.5$ در لحظه t=12 به ازای شرایط اولیه صفر در شکل های ۱ نشان داده شده است. همانطور که در شکل مشخص است عمل تشخیص عیب به خوبی و با سرعت بالا انجام می شود.



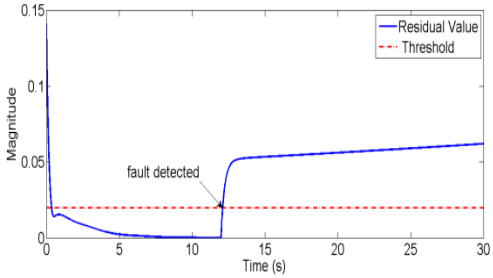
شکل ۱) تشخیص وقوع عیب سنسوری در لحظه ۱۲.

با تغییر عیب بصورت عیب نمایی $fs = 0.1e^{0.01t}$ نتیجه تشخیص عیب در حالت شرایط اولیه صفر در زمان t=12 در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل ۲) تشخیص وقوع عیب سنسوری در لحظه ۱۲با وجود عیب نمایی.

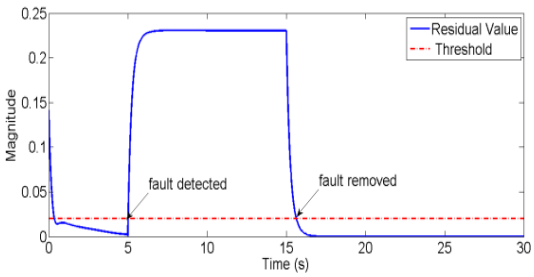
در شکل ۳ اثر تغییر شرایط اولیه صفر به غیرصفر ، در تشخیص عیب در این روش نشان داده شده است.



شکل۳) تشخیص وقوع عیب سنسوری در لحظه ۱۲ برای شرایط اولیه غیرصفر

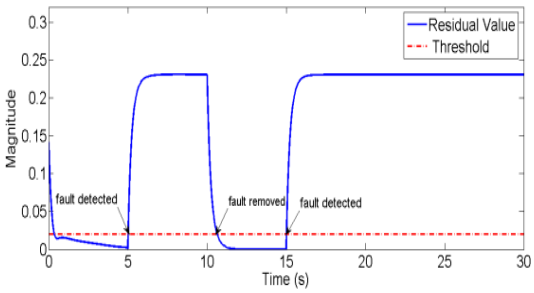
[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-06]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.2.6.6]
[DOI: 10.29252/joc.14.2.27]

در شکل ۴ نحوه تشخیص عیب با روش مطرح شده ، برای زمانیکه عیب در بازه زمانی بین ۵ تا ۱۵ ثانیه رخ داده و به ازای شرایط اولیه غیرصفرنشان داده شده است. در لحظه ۵ که عیب اتفاق افتاده بلافاصله تشخیص صورت گرفته و هیچگونه عدم تشخیصی[1] وجود ندارد. حدود ۰.۵ ثانیه پس از لحظه ۱۵ که عیب قطع شده مقدار مانده به کمتر از حد آستانه می رسد و عدم وجود عیب در آن لحظه را نشان می دهد.



شکل۴) تشخیص وقوع عیب سنسوری در در بازه زمانی بین ۵ تا ۱۵ برای شرایط اولیه غیرصفر.

در شکل ۵ نحوه تشخیص عیب با روش مطرح شده ، برای زمانیکه عیب در بازه زمانی بین ۵ تا ۱۰ ثانیه رخ داده و سپس به مدت ۵ ثانیه قطع و مجددا در لحظه ۱۵ فعال شده است به ازای شرایط اولیه غیرصفرنشان داده شده است. همانطور که در شکل مشخص است روش با دقت و سرعت بسیارخوبی وقوع عیب را تشخیص می دهد، در زمانهای ۵ و ۱۵ ثانیه که عیب اتفاق افتاده بلافاصله تشخیص صورت گرفته و هیچگونه عدم تشخیص عیبی وجود ندارد. حدود ۰.۵ ثانیه پس از لحظه ۱۰ که عیب قطع شده مقدار مانده به کمتر از حد آستانه می رسد و عدم وجود عیب در آن لحظه را نشان می دهد.



شکل۵) تشخیص وقوع عیب سنسوری با وجود قطع و وصل عیب برای شرایط اولیه غیرصفر.

٦- نتیجه‌گیری

در این مقاله روشی جهت تشخیص عیب سنسوری برای کلاسی از سیستم های غیرخطی ارائه شد. ابتدا از طریق ماتریس های انتقال سیستم اصلی به دو زیر سیستم تقسیم شد. به این ترتیب که زیر سیستم اول فقط در برگیرنده عدم قطعیت و زیر سیستم دوم فقط شامل عیب می باشد. سپس عیب سنسوری بصورت عیب عملگری مجازی بیان شد و برای سیستم جدید رویتگر مد لغزشی طراحی شد. شرایط پایداری بررسی شد و بهره های مورد نیاز رویتگرهای طراحی شده با حل مساله LMI بدست آمد. کارائی روش ارائه شده با یک مثال شبیه سازی شده نشان داده شد. نتیجه شبیه سازی نشان داد که روش با دقت و سرعت بسیار خوبی وقوع عیب را تشخیص می دهد.

مراجع

[1] Liu X.Y, Song Y.D, Song Q. 2011, “Fault tolerant control of dynamic systems with unknown control direction input nonlinearities actuator failures”. Proceedings of the 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control conference (CDC-ECC) pp. 4973-4978 ,.

[2] X.J. Li, G.H. Yang, 2012, “Robust adaptive fault-tolerant control for uncertain linear systems with actuator failures”, IET Control Theory & Applications. Vol.6, no.10, pp. 1544-1551.

[3] Khebbache H, Tadjine M, Labiod S, Boulkroune A. 2015, “Adaptive sensor fault tolerant control for a class of multivariable uncertain nonlinear systems” ISA Transaction, vol. 55, pp.100-115.

[4] Chen C.C, Xu S.D, Liang Y.W. 2016, “Study of nonlinear integral sliding mode fault-tolerant control”, IEEE/ASME Transaction On mechatronic, vol. 21, no. 2, pp. 1160-1168.

[5] Chen J, Patton RJ, Zhang HZ. 1996, “Design of unknown input observers and robust fault detection filters”, International journal of control, vol.63, pp. 85-105.

[6] Zarei J, shokri E. 2014, “Robust sensor fault detection based on nonlinear unknown input observer”, Measurment, vol.48, pp. 355-367.

[7] Liu X, Gao Zh. 2015, “Unknown input observers for fault diagnosis in Lipschitz nonlinear systems”, International conference on mechatronics and automation, August 2-5, pp. 1555-1560.

[8] Liu X, Gao X, Han J. 2016, “Robust unknown input observer based fault detection for high order multi agent systems with disturbances”, ISA Transactions, vol. 61, pp. 15-28.

[9] Ng K.Y, Tan C.P, Edwards C, Kuang Y.C, 2007, “New results in robust actuator fault reconstruction for linear uncertain systems using sliding mode observers”. International Journal of Robust and Nonlinear Control, vol.17, pp.1294-1319.

[10] Chen W and Saif M, 2008, “Actuator fault diagnosis for uncertain linear systems using a high-order sliding mode robust differentiator (HOSMRD)”, International Journal of Robust and Nonlinear Control, vol. 18, no. 4-5, pp. 413-426.

[11] Raoufi R, Marquez H.J, and Zinober A.S.I, 2010, “H_∞ sliding mode observers for uncertain nonlinear Lipschitz systems with fault estimation synthesis”,

[1] missed detection

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-06]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.2.6.6]
[DOI: 10.29252/joc.14.2.27]

[12] Tan C.P and Edwards C, 2010, "Robust fault reconstruction in uncertain linear systems using multiple sliding mode observers in cascade," IEEE Transaction on Automatic Control, vol. 55, no. 4, pp. 855-867.

[13] Veluvolu K.C, Kim M.Y and Lee D, 2011, "Nonlinear sliding mode high gain observers for fault estimation, International Journal of Systems Science", vol.42, no.7, pp. 1065-1074.

[14] Veluvolu K.C and Soh Y.C, 2011, "Fault reconstruction and state estimation with sliding mode observers for Lipschitz non-linear systems," IET Control Theory and Applications, vol. 5, no. 11, pp. 1255- 1263.

[15] Veluvolu K.C, Kim M.Y and Lee D, 2011, "Nonlinear sliding mode high-gain observers for fault estimation", International Journal of Systems Science, vol. 42, no. 7, pp. 1065-1074.

[16] Yang J, Zhu F, Wang X and Bu X, 2015, "Robust sliding mode observer based sensor fault estimation, actuator fault detection and isolation for uncertain nonlinear systems", International Journal of Control, Automation and system, vol. 13, no. 5, pp. 1037-1046.

[17] Wang X, Tan C.P, Zhou D, 2017, "A novel sliding mode observer for state and fault estimation in systems not satisfying matching and minimum phase conditions", Automatica, vol. 79, pp. 290–295.

[18] Gao Z.W, Ding S.X, 2007, "Actuator fault robust estimation and fault tolerant control for a class of nonlinear descriptor systems", Automatica, vol.43, pp. 912-920.

[19] Meskin N., & Khorasani K. 2009, "Actuator fault detection and isolation for a network of unmanned vehicles", IEEE Transactions on Automatic Control, vol.54, no.4, 835–840.

[20] Chen W and saif M, 2011, "Actuator fault diagnosis for a class of nonlinear systems and its application to a laboratory 3D crane", Automatica, vol. 47, no.7, pp. 1435-1444.

[21] Yang Q, Ge S.S, Sun Y, 2015, "Adaptive actuator fault tolerant control for uncertain nonlinear systems with multiple actuators", Automatica, vol. 60, pp. 92-99.

[22] Zhang XD. 2011, "Sensor bias fault detection and isolation in a class of nonlinear uncertain systems using adaptive estimation", IEEE Transaction Automatic Control, vol. 56, no. 5 pp. 1220-1226.

[23] Shen QK, Jiang B, Shi P. 2014, "Adaptive fault diagnosis for T-S fuzzy systems with sensor faults and system performace analysis", IEEE Transaction Fuzzy System, vol. 22, no. 2, pp. 274-285.

[24] Du DS, Jiang B, Shi P. 2012, "Sensor fault estimation and compensation for time-delay switched systems". International Journal of Systems Science, vol.43, no. 4, pp. 629-640.

[25] Yan X.G. and Edwards, C. 2007. Nonlinear robust fault reconstruction and estimation using a sliding mode observer. Automatica, vol. 43, no.9, pp.1605-1614.

[26] El-Koujok M, Benammar M, Meskin N, et al. 2014, "Multiple sensor fault diagnosis by evolving data-driven approach". Information Sciences, vol. 259, pp. 346-358.

[27] Zhang K, Jiang B, Yan X.G, Mao Z, 2016, Sliding mode observer based incipient sensor fault detection with application to high-speed railway traction device, ISA Transaction, pp. 1-11.

[28] Tan C.P. and Edwards, C. 2003. Sliding mode observers for robust detection and reconstruction of actuator and sensor faults. International Journal of Robust and Nonlinear Control, vol. 13, no. 5, pp.443-463.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-06]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.2.6.6]
[DOI: 10.29252/joc.14.2.27]