مجله کنترل
جلد ۵، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۰، صفحه ۱۱-۱

همزمان‌سازی سیستم‌های مرتبه کسری آشوبی جنسیو تسی و کولت با استفاده از کنترل‌کننده تطبیقی مرتبه کسری

علی فیاضی[۱]، حسین احمدی نوبری[۲]حسن فاتحی مرج[۳]

[۱] عضو هیئت علمی، دانشکدهٔ فنی و مهندسی، گروه مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه ولی عصر(عج) رفسنجان، a.fayazi@vru.ac.ir

[۲] دانشیار، دانشکدهٔ مهندسی برق و کامپیوتر، قطب علمی کنترل و پردازش هوشمند، دانشگاه تهران، noubari@ece.ubc.ca

[۳] استادیار، دانشکدهٔ فنی و مهندسی، گروه مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه ولی عصر(عج) رفسنجان، h.fatehi@vru.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۰/۵/۱۲، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۰/۱۰/۵)

چکیده: در این مقاله یک کنترل‌کننده تطبیقی مرتبه کسری بر مبنای مد لغزشی برای همزمان‌سازی سیستم‌های آشوبی مرتبه کسری با پارامترهای متناسب، با دینامیک کسری پیشنهاد شده است. این کنترل‌کننده تطبیقی یک PID مرتبه کسری است که ضرایب آن با یک مکانیزم تطبیق مناسب تنظیم خواهند شد. با انتخاب یک سطح لغزش مناسب، ضرایب کنترل‌کننده با استفاده از روش گرادیان به روز می‌شوند. به منظور بررسی صحت عملکرد کنترل‌کننده، کنترل‌کننده پیشنهادی بر روی سیستم‌های مرتبه کسری آشوبی جنسیو تسی و کولت اعمال شده است و عملکرد آن به لحاظ خطای همزمان‌سازی و سیگنال کنترلی با کنترل‌کننده های تطبیقی مرتبه صحیح و کنترل‌کننده مد لغزشی مقایسه گردیده است. نتایج شبیه سازی کارایی کنترل‌کننده پیشنهادی را نشان می‌دهد.

کلمات کلیدی: کنترل‌کننده تطبیقی مرتبه کسری، کنترل مد لغزشی، سیستم مرتبه کسری آشوبی جنسیو- تسی و کولت، سیستم پایه و پیرو، همزمان‌سازی

Synchronization of Chaotic Fractional-Order Genesio Tesi -Coullet Systems via Fractional-Order Adaptive Controller

Ali Fayazi, Hossein Ahmadi Noubari, Hasan Fatehi Marj

Abstract: This paper presents a fractional-order adaptive controller based on sliding mode control for synchronization of commensurate fractional-order chaotic systems. The adaptive controller is a fractional PID controller, which the coefficients will be tuned according to a proper adaptation mechanism. Fractional PID coefficients are updated using the gradient method when a proper sliding surface is chosen. To illustrate the effectiveness and performance of the controller, the proposed controller is implemented on chaotic fractional-order Genesio Tessi and Coullet systems. Performance of fractional-order PID adaptive controller ($P^{\alpha}I^{\lambda}D^{\mu}$) based on synchronization error, and control signal is compared with the conventional adaptive controller (PID) and sliding mode controller (SMC). The simulation results show the efficiency of the proposed controller.

Keywords: Fractional-Order Adaptive Controller, Sliding Mode Control, Chaotic Fractional-Order Genesio-Tessi and Coullet systems, Master and Slave System, Synchronization.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1390.5.4.1.2]

۱- مقدمه

محاسبات مرتبه کسری نقش بسیار مهمی در زمینه‌های گوناگون علمی دارد، به خصوص در دهه اخیر کاربرد کنترل مرتبه کسری (FOC) در مهندسی کنترل به عنوان یک موضوع مهم در عرصه تحقیقات بین المللی مطرح شده است [۱و۲]. اخیراً دانشمندان نشان دادند که معادلات مرتبه کسری قادرند پدیده های گوناگون را مناسب‌تراز مرتبه صحیح آن مدل کنند و یک ابزار قدرتمند جهت توصیف ساختارهای یک سیستم با دینامیک پیچیده می‌باشند. اکثر سیستم‌های موجود در طبیعت با دینامیک کسری بوده و با تقریب، مرتبه‌ی آنها صحیح در نظر گرفته می‌شود. تئوری الکترو مغناطیس [۳] حرکت براونی کسری [۴] دینامیک محیط متخلخل [۵] تئوری راه رفتن تصادفی با پیوستگی زمانی [۶] و تئوری آشوب جزو این دسته از سیستم‌ها هستند. رفتار آشوبی در زمینه‌های مختلف علوم و مهندسی مانند مکانیک، برق، فیزیک، پزشکی، زیست شناسی، اقتصاد و ... مشاهده شده است. آشوب در بسیاری از سیستم‌های کسری وجود دارد و کنترل سیستم آشوبی و همچنین همزمان‌سازی[1] دو سیستم آشوبی در سیستم‌های با دینامیک کسری بسیار حائز اهمیت و پرکاربرد است. از عمده کاربردهای آن می‌توان به همزمان‌سازی سیستم-های آشوبی در مخابرات امن اشاره نمود. یک هدف مهم در کنترل آشوب متوقف نمودن نوسان‌های آشوبی و یا کاهش آنها به نوسان‌های معمول است. سیستم‌های مرتبه کسری برای کنترل موثرشان معمولاً به کنترل‌کننده های مرتبه کسری نیاز دارند. کنترل‌کننده PID سابقه‌ای طولانی در مهندسی کنترل دارد و بدلیل سادگی ساختار آن از این کنترل‌کننده برای کنترل بسیاری از فرآیندهای واقعی استفاده می‌کنند. علیرغم اینکه تاکنون تکنیک‌های جدید کنترل بسیاری پیشنهاد شده است، اما هنوز در بسیاری از برنامه‌های کاربردی واقعی صنعتی از کنترل-کننده PID بطور گسترده استفاده می‌شود. بعد از معرفی اولین روش همزمان‌سازی توسط پکورا و کارول، روش‌های مختلف کنترل برای همزمان‌سازی سیستم‌های آشوبی شامل روش خطی سازی فیدبک [۷]، روش‌های کنترل فازی [۹و۸]، روش ضربه‌ای[2] [۱۰]، روش گام به عقب[3] [۱۱]، کنترل مد لغزشی [۱۲]، کنترل مد لغزشی فعال [۱۴و۱۳]، کنترل تطبیقی [۱۵]، ارایه شده است.

در زمینه همزمان‌سازی از عملگر کسری جهت معرفی کنترل‌کننده های کسری و ایجاد یک قانون کنترل جدید و مناسب برای همزمان‌سازی سیستم‌های آشوبی با دینامیک کسری استفاده می‌گردد [۲۱-۱۶].

در [۱۶]، همزمان‌سازی سیستم‌های آشوبی مرتبه کسری بحث شده است. در [۱۷]، همزمان‌سازی دو سیستم همسان کسری لو[4] ارایه شده است. در [۲۰]، مساله همزمان‌سازی برای یک دسته از سیستم‌های آشوبی مرتبه کسری بررسی شده است. در[۲۱]، مساله کنترل آشوب و همزمان-سازی یک سیستم مکانیکی چرخشی با دینامیک کسری بحث شده است.

در این مقاله بر مبنای مد لغزشی یک کنترل‌کنندهPID تطبیقی مرتبه کسری با استفاده از روش گرادیان جهت همزمان‌سازی سیستم‌های آشوبی جنسیو تسی و کولت پیشنهاد شده است. در این روش به ازای یک مرتبه کسری مشخص از دینامیک سیستم که سبب ایجاد رفتار آشوبی در سیستم شده است با انتخاب یک سطح لغزش و نرخ یادگیری مناسب، ضرایبPID با استفاده از روش گرادیان توسط یک قانون تطبیق مناسب به روز می‌شوند.

این مقاله به صورت زیر مرتب شده است. در ادامه و در بخش دوم به معرفی عملگر کسری و مفاهیم پایه مربوط به محاسبات کسری و تحلیل پایداری سیستم‌های کسری پرداخته شده است. بخش سوم مقاله به طراحی کنترل‌کننده تطبیقی مرتبه کسری جهت همزمان‌سازی دو سیستم همسان و غیرهمسان با دینامیک کسری می‌پردازد. در بخش چهارم مدل دینامیکی دو سیستم آشوبی جنسیو-تسی و کولت معرفی می‌گردد. بخش پنجم به شبیه سازی مساله همزمان‌سازی دوسیستم همسان جنسیو-تسی و همچنین همزمان‌سازی دو سیستم غیر همسان جنسیو-تسی و کولت با استفاده از روش پیشنهادی اختصاص یافته است. در پایان نتایج بدست آمده در بخش ششم جمع بندی شده است.

۲- معرفی عملگر کسری

۲-۱ مفاهیم و تعاریف پایه

نمایش کلی عملگر مشتق‌گیر- انتگرال‌گیر مرتبه کسری را در نظر بگیرید[۲۲]:

$$ {}_aD_t^q = \begin{cases} \dfrac{d^q}{dt^q} & , q>0 \\ 1 & , q=0 \\ \displaystyle\int_a^t (d\tau)^{-q} & , q<0 \end{cases} \qquad (۱) $$

که در آن q مرتبه کسری و ثابت a مربوط به شرایط اولیه است. این عملگر نمادی از عملگر مشتق‌گیر و انتگرال‌گیر کسری است. به این ترتیب، که برای qهای مثبت عملگر ${}_aD_t^q$ نماینده عملگر مشتق‌گیر و برای qهای منفی عملگر ${}_aD_t^q$ نماینده عملگر انتگرال‌گیر است. تعاریفی که به‌طور معمول برای مشتق بیان می‌گردد شامل ریمان-لیویل[5]، گرانوالد-لتنیکوف[6]، وکاپوتو[7] است.

[1] Synchronization
[2] Impulsive Method
[3] Backstepping
[4] Lü
[5] Riemann-Liouville
[6] Grunwald-Letnikov
[7] Caputo

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1390.5.4.1.2]

تعریف۱- مشتق ریمان-لیوویل به عنوان ساده ترین تعریف مطابق رابطه زیر در نظر بگیرید[۲۳]:

$$ {}_{a}^{RL}D_{t}^{q} f(t) = \frac{1}{\Gamma(m-q)} \frac{d^m}{dt^m} \int_a^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{1-(m-q)}} d\tau \qquad (۲) $$

که در آن $m-1<q<m$ و m اولین عدد صحیح بزرگتر از q است. همچنین $\Gamma(.)$ تابع معروف گاما است. عملگر $D_t^{(q)} f(t) = \frac{d^q f(t)}{dt^q}$ مشتق کسری تابع $f(t)$ از مرتبه q است

تعریف۲-مشتق گرانوالد-لتنیکوف طبق رابطه زیر بیان شده است[۲۴]:

$$ {}_{a}^{GL}D_{t}^{q} f(t) \equiv \lim_{N\to\infty} \left\{ \left(\frac{N}{t}\right)^q \sum_{j=1}^{N} \left(\frac{\Gamma(j-q)}{\Gamma(-q)\Gamma(j+1)} \right) \left(f\left(\frac{(N-j)t}{N} \right) \right) \right\} \qquad (۳) $$

تعریف۳-مشتق کاپوتو طبق رابطه زیر بیان شده است[۲۵]:

$$ \begin{cases} {}_{a}^{c}D_{t}^{q} f(t) = \\ \dfrac{1}{\Gamma(m-q)} \displaystyle\int_a^t \frac{f^{(m)}(\tau)}{(t-\tau)^{1-(m-q)}} d\tau, & m-1<q<m \\ \dfrac{d^m}{dt^m} f(t), & q=m \end{cases} \qquad (۴) $$

که در آن m اولین عدد صحیح بزرگتر از q است. تبدیل لاپلاس مشتق کسری کاپوتو مطابق رابطه زیر بیان می شود:

$$ L\left\{ \frac{d^q f(t)}{dt^q} \right\} = s^q L\{f(t)\} - \sum_{k=0}^{m-1} s^{q-1-k} f^{(k)}(0) \qquad (۵) $$
$$ m-1<q\le m \in N $$

برخلاف مشتق ریمان- لیوویل فقط مشتق‌های مرتبه صحیح تابع f در تبدیل لاپلاس کسری کاپوتو ظاهر می‌شود. به ازای شرایط اولیه صفر داریم

$$ L\left\{ \frac{d^q f(t)}{dt^q} \right\} = s^q L\{f(t)\} \qquad (۶) $$

در ادامه با توجه به تعریف عملگر مشتق‌گیر در رابطه (۱) نماد $D^q x(t)$ به عنوان عملگر مشتق کسری کاپوتو از مرتبه q معرفی می-شود. نمایش کلی یک سیستم مرتبه کسری خطی تغییر ناپذیر بازمان را در نظر بگیرید.

$$ \begin{cases} D^q x(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \qquad (۷) $$

که $x\in R^n$ ، $u\in R^m$ و $y\in R^p$ به ترتیب بردارهای حالت، بردارهای ورودی و بردارهای خروجی سیستم می‌باشند و $A\in R^{n\times n}$، $B\in R^{n\times m}$ ، $C\in R^{p\times n}$ و $q=[q_1,q_2,\ldots,q_n]$ معرف مرتبه‌های متناسب[1] کسری است. اگر $q_1=q_2=\ldots=q_n$ سیستم تعریف شده در رابطه (۷) معرف یک سیستم مرتبه کسری با پارامترهای متناسب است. در غیر این صورت یک سیستم مرتبه کسری با پارامترهای نامتناسب[2] خواهیم داشت.

۲-۲ آنالیز پایداری برای سیستم‌های مرتبه کسری

پایداری یکی از مهمترین مباحث در طراحی کنترل‌کننده‌ها در سیستم-های کسری می‌باشد. در این بخش دو قضیه مهم در پایداری سیستم‌های کسری مطرح شده است. در این قضایا پایداری سیستم‌های مرتبه کسری با پارامترهای متناسب[3] و نامتناسب[4] بررسی شده است. قضیه ۱ برای سیستم‌های مرتبه کسری با پارامترهای متناسب مطرح می‌شود در ادامه پایداری سیستم‌های مرتبه کسری با پارامترهای نامتناسب را در قضیه ۲ خواهیم داشت.

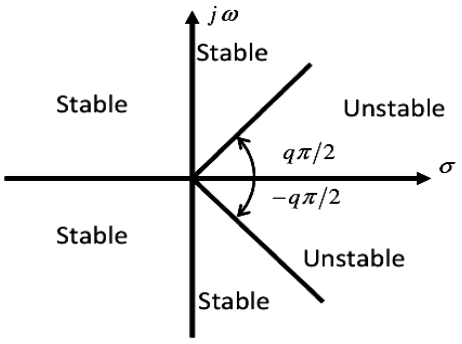
قضیه ۱: سیستم خودکار زیر را درنظر بگیرید

$$ D_x^q x = Ax, \quad x(0)=x_0 \qquad (۸) $$

که در آن $0<q\le 1$ است. این سیستم بطور مجانبی پایدار است اگر و تنها اگر شرط زیر برای همه مقادیر ویژه λ ماتریس A برقرار باشد[۲۶].

$$ |\arg(\lambda)| > q\pi/2 \qquad (۹) $$

با برقراری شرط فوق تمام حالت‌هایی که به فرم t^{-q} می‌باشند به سمت صفر میل می‌کنند. افزون بر این، اگر $|\arg(\lambda)|>q\pi/2$ سیستم پایدار است. و مقادیر ویژه بحرانی که به ازای آنها $|\arg(\lambda)|=q\pi/2$ مرز پایداری و ناپایداری را تعیین می‌کنند. در شکل ۱ محدوده پایداری به ازای $0<q<1$ نمایش داده شده است.



شکل۱: محدوده پایداری برای سیستم مرتبه کسری خطی با مرتبه $0<q<1$

یک سیستم مرتبه کسری با پارامترهای متناسب را در نظر بگیرید.

[1] Commensurate Orders
[2] Incommensurate Order System
[3] Commensurate
[4] Incommensurate

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1390.5.4.1.2]

$$D^q x = f(x) \qquad (۱۰)$$

که $0<q<1$ و $x \in R^n$. نقاط تعادل سیستم با حل معادله زیر بدست می‌آید

$$f(x)=0 \qquad (۱۱)$$

این نقاط به‌صورت محلی و مجانبی پایدار می‌باشند اگر تمام مقادیر ویژه ماتریس ژاکوبین $A=\frac{\partial f}{\partial x}$ که در این نقاط تعادل محاسبه شده اند شرط ذکر شده در رابطه (۹) را ارضا کنند [۲۷و۲۶]:

قضیه ۲: سیستم خطی کسری n بعدی زیر را در نظر بگیرید.

$$\begin{cases} \dfrac{d^{q_1}x_1}{dt^{q_1}} = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \\ \dfrac{d^{q_2}x_2}{dt^{q_2}} = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \\ \vdots \\ \dfrac{d^{q_n}x_n}{dt^{q_n}} = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n \end{cases} \qquad (۱۲)$$

که $0<q_i<1$. فرض کنید M کوچکترین مضرب مشترک مخرج های q_iها باشد. به‌طوریکه u_i متناظر با $q_i = v_i/u_i, (u_i,v_i)=1, u_i,v_i \in Z^+, \text{for } i=1,2,\ldots,n$ در این وضعیت، معادله مشخصه $\Delta(\lambda)$ مربوط به سیستم فوق مطابق رابطه زیر تعریف می‌گردد

$$\Delta(\lambda) = \begin{pmatrix} \lambda^{Mq_1}-a_{11} & -a_{12} & \cdots & -a_{1n} \\ -a_{21} & \lambda^{Mq_2}-a_{22} & \cdots & -a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \cdots & \lambda^{Mqn}-a_{nn} \end{pmatrix} \qquad (۱۳)$$

آنگاه پاسخ صفر سیستم (۱۲) پایدار مجانبی کلی به بیان لیاپانوف است، اگر همه λ_i ها یعنی ریشه های معادله $\det(\Delta(\lambda))=0$ در رابطه $|\arg(\lambda)|>\frac{\pi}{2M}$ صدق کنند. $\Delta(s)$ ماتریس مشخصه و $\det(\Delta(\lambda))=0$ چند جمله ای مشخصه سیستم (۱۲) نامیده می‌شود[۲۸]. حال سیستم غیرخطی با پارامتر کسری نامتناسب زیر را درنظر بگیرید[۲۹].

$$\frac{d^{q_i}x_i}{dt^{q_i}} = f_i(x_1,x_2,\ldots,x_n) \quad \text{for } i=1,2,\ldots,n \qquad (۱۴)$$

با فرض اینکه $x^*=[x_1^*,x_2^*,\ldots,x_n^*]$ نقاط تعادل سیستم باشند و سیستم خطی‌سازی شده حول این نقاط به‌صورت زیر باشد

$$\begin{bmatrix} \dfrac{d^{q_1}x_1}{dt^{q_1}} \\ \dfrac{d^{q_2}x_2}{dt^{q_2}} \\ \vdots \\ \dfrac{d^{q_n}x_n}{dt^{q_n}} \end{bmatrix} = JX \qquad (۱۵)$$

که J ماتریس ژاکوبین سیستم (۱۴) می‌باشد. نقاط $x^*=[x_1^*,x_2^*,\ldots,x_n^*]$ به صورت مجانبی پایدار هستند اگر شرط زیر برقرار باشد.

$$|\arg(\lambda)|>\frac{\pi}{2M} \qquad (۱۶)$$

$\det(diag(\begin{bmatrix}\lambda^{Mq_1} & \lambda^{Mq_2} \ldots \lambda^{Mq_n}\end{bmatrix})-J)=0$ ریشه های λ بوده و M کوچکترین مضرب مشترک u_i و q_i می‌باشد. همچنین $diag(\begin{bmatrix}m_1 & m_2 & \ldots & m_n\end{bmatrix})$ نشان دهنده ماتریس قطری زیر می‌باشد.

$$diag(\begin{bmatrix}m_1 & m_2 & \ldots & m_n\end{bmatrix}) = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & m_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & m_n \end{bmatrix} \qquad (۱۷)$$

مهمترین مزیت بیان کسری یک سیستم در تحلیل پایداری این است که تمام پارامترهای سیستم در محدوده پایداری می‌توانند تحت تاثیرمرتبه q قرارگیرند و این بدین معنی است که بیان مرتبه کسری از یک سیستم در مقایسه با بیان مرتبه صحیح آن در شرایط یکسان می‌تواند شرایط بهتری از نظر تحلیل پایداری و فرآیند طراحی فراهم کند. در سیستم‌های مرتبه کسری ناحیه پایداری به‌صورت قطاعی می‌باشد و با تغییر پارامترهای کسری در سیستم‌های مرتبه کسری وضعیت پایداری یا ناپایداری آن‌ها تغییر خواهد کرد. در این مقاله سیستم‌های آشوبی مرتبه کسری با پارامترهای متناسب[1] بررسی شده است.

۳-طراحی کنترل کننده تطبیقی مرتبه کسری

در این بخش روش طراحی کنترل‌کننده PID تطبیقی کسری به منظور همزمان‌سازی دو سیستم آشوبی همسان و همچنین همزمان‌سازی دو سیستم آشوبی غیرهمسان با دینامیک کسری ارائه شده است. در این روش ضرایب کنترل‌کننده PID با یک قانون تطبیق مناسب و با تکنیک گرادیان محاسبه می‌شوند. پایداری حلقه بسته سیستم در حضور کنترل-کننده PID تطبیقی تضمین شده است[۳۰].

همزمان‌سازی برای دو حالت زیر انجام خواهد شد.

[1] Commensurate fractional-order chaotic system

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1390.5.4.1.2]

حالت اول: دو سیستم آشوبی همسان با دینامیک یکسان و شرایط اولیه متفاوت می‌باشند. یک سیستم به عنوان سیستم پایه[1] و دیگری به عنوان سیستم پیرو[2] انتخاب خواهد شد.

حالت دوم: دو سیستم آشوبی غیرهمسان با دینامیک متفاوت و شرایط اولیه متفاوت می‌باشند. یک سیستم به عنوان سیستم پایه و دیگری به عنوان سیستم پیرو انتخاب خواهد شد.

در هر دو حالت فوق از دیدگاه کنترل هدف طراحی کنترل‌کننده‌ای می‌باشد که در یک مدت زمان معقول رفتار حالت های سیستم پیرو را همانند سیستم پایه نماید. به منظور طراحی کنترل‌کننده جهت تحقق هدف تعریف شده، دو سیستم مرتبه n با دینامیک کسری را مطابق معادلات زیر به ترتیب به عنوان سیستم پایه و سیستم پیرو معرفی‌می‌کنیم:

$$\begin{aligned} D^q x_1 &= x_2 \\ D^q x_2 &= x_3 \\ &\vdots \\ D^q x_n &= f_1(X,t), \end{aligned} \qquad (۱۸)$$

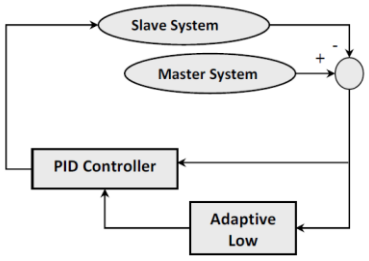
$$\begin{aligned} D^q y_1 &= y_2 \\ D^q y_2 &= y_3 \\ &\vdots \\ D^q y_n &= f_2(Y,t)+u(t) \end{aligned} \qquad (۱۹)$$

که $X=[x_1,x_2,\cdots,x_n]^T$ و $Y=[y_1,y_2,\cdots,y_n]^T$ به ترتیب حالت های سیستم پایه و سیستم پیرو می‌باشند و $0<q<1$. توابع غیر خطی $f_1(X,t)$ و $f_2(Y,t)$ به‌ترتیب معرف دینامیک سیستم های پایه و پیرو می‌باشند. $u(t)$ معرف سیگنال کنترلی است که جهت همزمان-سازی سیستم‌های پایه و پیرو، توسط کنترل‌کننده پیشنهادی فراهم خواهد شد.

به منظور رسیدن به سیگنال کنترلی مناسب $u(t)$ خطای همزمان-سازی را تعریف می‌کنیم:

$$e_i = x_i - y_i, \quad for\, i=1,2,3,\ldots,n \qquad (۲۰)$$

نمایش بلوکی سیستم حلقه بسته در شکل ۲ نمایش داده شده است.



شکل۲: نمایش بلوکی سیستم حلقه بسته کنترل‌کننده تطبیقی PID مرتبه کسری

کنترل‌کننده PID با دینامیک کسری با توجه به خطای دینامیکی سیستم به صورت زیر است:

$$u_{PID}(t) = K_p D^{\alpha} e_1(t) + K_I D^{\lambda} e_1(t) + K_D D^{\mu} e_1(t) \qquad (۲۱)$$

که در آن $u_{PID}=u$ و ضرایب PID با استفاده از الگوریتمی بر مبنای روش گرادیان تنظیم خواهند شد. واضح است با قرار دادن $\alpha=0,\lambda=-1,\mu=1$ کنترل‌کننده PID مرتبه صحیح خواهیم داشت. بنابراین با اضافه شدن سه پارامتر به سیستم، درجه آزادی کنترل-کننده بیشتر خواهد شد و آزادی عمل بیشتری در طراحی یک کنترل-کننده پایدار خواهیم داشت. محدوده پارامترهای کنترل‌کننده کسری به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} -1 \le \alpha < 0 \\ -1 \le \lambda < -2 \\ 0 \le \mu < 1 \end{aligned} \qquad (۲۲)$$

به منظور تعیین قانون تطبیق سیگنال طراحی y_r را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$D^{nq} y_r = D^{nq} x_n + \ldots + k_2 D^q e_1 + k_1 e_1 \qquad (۲۳)$$

همچنین سطح لغزشی به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$S = y_n - y_r \qquad (۲۴)$$

مد لغزشی به ازای $S=0$ فعال خواهد بود و به این ترتیب داریم:

$$y_n = y_r \qquad (۲۵)$$

لذا، با جایگذاری (۲۵) در(۲۳) خواهیم داشت:

$$D^{nq} e_1 + \cdots + k_2 D^q e_1 + k_1 e_1 = 0 \qquad (۲۶)$$

فرم فضای حالت رابطه فوق به صورت زیر است:

$$\begin{cases} D^q e_1 = e_2 \\ D^q e_2 = e_3 \\ \vdots \\ D^q e_n = -k_1 e_1 - k_2 e_2 - \cdots - k_n e_n \end{cases} \Rightarrow D^q E = AE \qquad (۲۷)$$

که A ماتریس ضرایب بردار خطای سیستم E است. بنابراین، ماتریس A و ماتریس E را می‌توان به ترتیب (۲۸) و (۲۹) به صورت زیر بیان نمود:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -k_1 & -k_2 & -k_3 & & -k_n \end{bmatrix} \qquad (۲۸)$$

[1] Master
[2] Slave

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1390.5.4.1.2]

$$E=\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix} \quad (۲۹)$$

با انتخاب مناسب مقادیر k_i شرط پایداری سیستم با دینامیک کسری ($|\arg(\lambda)|>q\pi/2$) ارضا خواهد شد به گونه‌ای که برای $t\to\infty$ مقدار خطا به صفر میل خواهد کرد. برای برقراری شرط لغزش به منظور تامین پایداری کنترل‌کننده تابع لیاپانوف را به صورت زیر معرفی می‌کنیم:

$$V(t)=\frac{1}{2}S^2(t) \quad (۳۰)$$

شرط لغزش به‌صورت رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\dot{V}(t)=S(t)\dot{S}(t)<0 \quad (۳۱)$$

در صورت برقراری شرط بالا داریم:

$$\lim_{t\to\infty} S(t)\to 0 \quad (۳۲)$$

برای رسیدن به یک مکانیزم تطبیق مناسب برای تعیین ضرایب PID روش گرادیان به منظور کمینه کردن شرط لغزش اعمال می‌شود. الگوریتم جستجوی گرادیان بر خلاف مسیر انرژی محاسبه خواهد شد و در نتیجه همگرایی ضرایب کنترل‌کننده تضمین می‌گردد[۳۰]. همچنین تحت این قانون تطبیق ضرایب کنترل‌کننده بدست خواهد آمد. با در نظر گرفتن $S\dot{S}$، به عنوان تابع خطا [۳۰] با استفاده از (۱۹) و (۲۴) رابطه زیر بدست می‌آید.

$$\dot{S}(t)=\dot{y}_n-\dot{y}_r=D^{1-q}(D^q(y_n))-\dot{y}_r= D^{1-q}(f(Y,t)+u_{PID}(t))-\dot{y}_r \quad (۳۳)$$

با ضرب طرفین (۳۳) در S داریم:

$$S(t)\dot{S}(t)= S(t)\left[D^{1-q}(f(Y,t)+u_{PID}(t))-\dot{y}_r\right] \quad (۳۴)$$

در نهایت با استفاده از روش گرادیان ضرایب PID به صورت رابطه زیر به روز می‌شوند:

$$\begin{aligned} \dot{K}_P &= -\gamma\frac{\partial S\dot{S}}{\partial K_P}=-\gamma\frac{\partial S\dot{S}}{\partial u_{PID}}\frac{\partial u_{PID}}{\partial K_P}=-\gamma SD^{1-q}(D^{\alpha}e_1(t)) \\ \dot{K}_I &= -\gamma\frac{\partial S\dot{S}}{\partial K_I}=-\gamma\frac{\partial S\dot{S}}{\partial u_{PID}}\frac{\partial u_{PID}}{\partial K_I}=-\gamma SD^{1-q}(D^{\lambda}e_1(t)) \\ \dot{K}_D &= -\gamma\frac{\partial S\dot{S}}{\partial K_P}=-\gamma\frac{\partial S\dot{S}}{\partial u_{PID}}\frac{\partial u_{PID}}{\partial K_D}=-\gamma SD^{1-q}(D^{\mu}e_1(t)) \end{aligned} \quad (۳۵)$$

که γ در (۳۵) تعیین کننده نرخ یادگیری است و باید با توجه به شرایط مساله بطور مناسب انتخاب گردد. انتخاب نامناسب نرخ یادگیری و همچنین شرایط اولیه ضرایب PID در پایداری تاثیر گذار خواهد بود. بدیهی است با قراردادن $q=1$ در معادلات فوق مکانیزم کلاسیک تطبیق حاصل خواهد شد[۳۰]. برای داشتن یک قانون تطبیق غیر کسری و برای سادگی محاسبات، مقادیر کسری کنترل‌کننده PID به صورت زیر انتخاب می‌شوند:

$$\begin{aligned} \alpha &= q-1 \\ \lambda &= q-2 \\ \mu &= q \end{aligned} \quad (۳۶)$$

به این ترتیب، (۳۵) به‌عنوان قانون تطبیق به صورت زیر ساده خواهدشد:

$$\begin{aligned} \dot{K}_P &= -\gamma S e_1(t) \\ \dot{K}_I &= -\gamma S\int_0^t e_1(\tau)d\tau \\ \dot{K}_D &= -\gamma S\frac{d}{dt}e_1(t) \end{aligned} \quad (۳۷)$$

با توجه به روابط فوق مشاهده می‌شود که با انتخاب پارامتر های α، λ و μ مطابق (۳۷) قانون تطبیق بسیار ساده خواهد شد. با این وجود باید توجه داشت که برای پارامترهای آزادی سیستم محدودیت ایجاد شده است. البته این محدودیت در شبیه سازی اعمال نشده است. بلکه با استفاده از روش سعی و خطا یکی از مناسبترین مقادیر برای پارامترهای کسری کنترل‌کننده انتخاب شده است.

۴- معرفی دینامیک سیستم‌های آشوبی جنسیو تسی و کولت

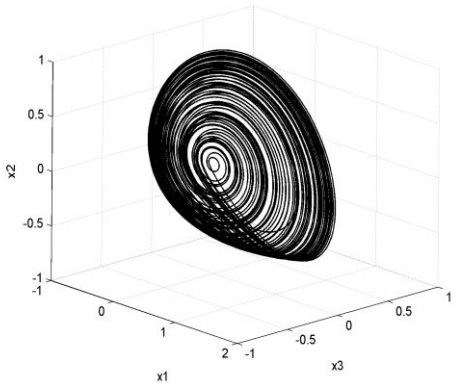
معادلات دینامیکی دو سیستم آشوبی جنسیو-تسی و کولت به ترتیب (۳۸) و (۳۹) در نظر بگیرید[۳۲و۳۱]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ \dot{x}_3 &= a_1x_1+a_2x_2+a_3x_3+{x_1}^2 \end{aligned} \quad (۳۸)$$

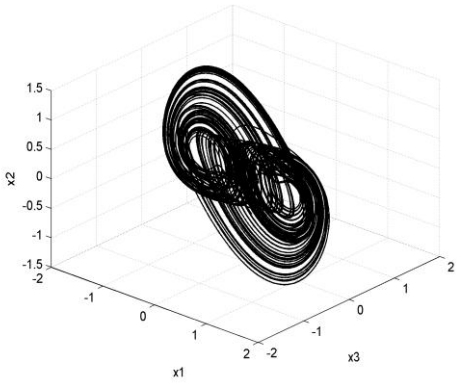
$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= y_2 \\ \dot{y}_2 &= y_3 \\ \dot{y}_3 &= b_1y_1+b_2y_2+b_3y_3-{y_1}^3 \end{aligned} \quad (۳۹)$$

این دو سیستم به ازای $a_3=b_3=-0.45<0$، $a_2=b_2=-1.1<0$ و $a_1=-1<0, b_1=0.8>0$ رفتار آشوبی از خود نشان می‌دهند. نمودار صفحه فاز سیستم آشوبی جنسیو تسی و کولت، که معرف جاذب‌های آشوبی در این سیستم‌ها است. به‌ترتیب در شکل ۳ و ۴ نمایش داده شده اند.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1390.5.4.1.2]



شکل۳: منحنی جاذب آشوبی سیستم جنسیو-تسی



شکل ۴: منحنی جاذب آشوبی سیستم کولت

دینامیک کسری سیستم‌های جنسیو-تسی و کولت را به ترتیب (۴۰) و (۴۱) در نظر می‌گیریم.

$$\begin{aligned} D^q x_1 &= x_2 \\ D^q x_2 &= x_3 \\ D^q x_3 &= a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + {x_1}^2 \end{aligned} \qquad (۴۰)$$

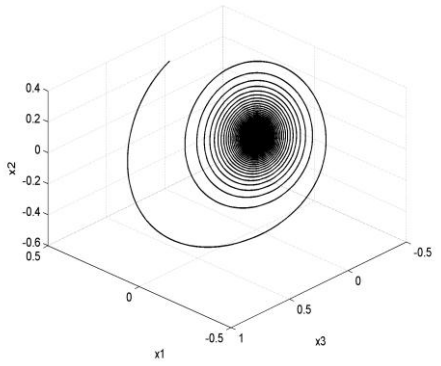
$$\begin{aligned} D^q y_1 &= y_2 \\ D^q y_2 &= y_3 \\ D^q y_3 &= b_1 y_1 + b_2 y_2 + b_3 y_3 - {y_1}^3 \end{aligned} \qquad (۴۱)$$

با توجه به (۹) محدوده‌ی q برای داشتن رفتارآشوبی در سیستم‌های جنسیو-تسی و کولت به ترتیب (۴۲) و (۴۳) بدست می‌آید.

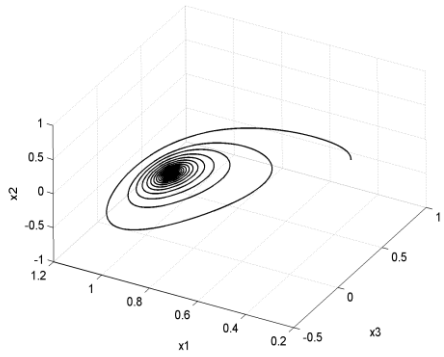
$$q > 0.9262 \qquad (۴۲)$$

$$q > 0.8656 \qquad (۴۳)$$

نمودار صفحه فاز سیستم جنسیو- تسی و کولت با دینامیک کسری، به ترتیب به ازای $q = 0.91$ و $q = 0.86$ در شکل ۵ و ۶ نشان داده شده اند.



شکل ۵: رفتار غیر آشوبی سیستم جنسیو-تسی با دینامیک کسری به ازای q=0.91



شکل ۶: رفتار غیر آشوبی سیستم کولت با دینامیک کسری به ازای q=0.86

با توجه به شکل‌های ۵ و ۶ مشاهده می‌شود با انتخاب q کمتر از محدوده تعیین شده در (۴۲) و (۴۳) به ترتیب سیستم آشوبی جنسیو تسی و کولت خاصیت آشوبی خود را از دست داده و به سمت پایداری میل می‌کنند. به منظور ارزیابی عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی در بخش بعد الگوریتم پیشنهادی جهت همزمان‌سازی دو سیستم آشوبی همسان جنسیو-تسی با مقادیر اولیه متفاوت و همچنین همزمان‌سازی دو سیستم آشوبی غیرهمسان جنسیو-تسی و کولت با مقادیر اولیه متفاوت پیاده سازی خواهد شد.

۵- شبیه‌سازی

شبیه سازی عددی با استفاده از سیمولینک متلب انجام شده است و برای حل مجموعه معادلات دیفرانسیل مرتبه کسری مربوط به سیستم‌های پایه و پیرو از جعبه ابزار CRONE و حل کننده رانگ-کوتا[1] با اندازه گام های ثابت[2] ۰.۰۰۰۱ استفاده شده است. قابل ذکر است مقادیر پارامترهای شبیه سازی بر اساس سعی و خطا محاسبه شده است و سعی شده است در شرایط یکسان یک پاسخ مطلوب برای هر دو حالت بدست آید. البته این مقادیر بهینه نمی‌باشند. برای محاسبه مقادیر بهینه می‌توان از

[1] Runge-Kutta solver
[2] Fixed step size

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1390.5.4.1.2]

روش الگوریتم ژنتیک استفاده نمود. در هر صورت با وجود اینکه مقادیر بدست آمده برای پارامترهای کنترل‌کننده پیشنهادی بهینه نمی‌باشند تفاوت میان کنترل‌کننده مرتبه صحیح (PID) و کنترل کننده تطبیقی مرتبه کسری ($PI^{\lambda}D^{\mu}$) برای دو حالت براحتی مشهود است.

۵-۱ همزمان‌سازی دو سیستم آشوبی همسان جنسیو تسی با دینامیک کسری

یکی از مهمترین خواصی که در مورد سیستم‌های آشوبی مطرح می‌گردد حساسیت این سیستم‌ها به مقادیر اولیه است. بنابراین همزمان-سازی دو سیستم آشوبی همسان با شرایط اولیه متفاوت دارای اهمیت است. به منظور همزمان‌سازی دو سیستم آشوبی همسان جنسیو-تسی با دینامیک کسری، یک سیستم را به عنوان سیستم پایه و دیگری به عنوان سیستم پیرو در نظر گرفته و سیگنال کنترلی $u(t)$ را به سیستم پیرو اضافه می‌کنیم. $u(t)$ سیگنال کنترلی جهت همزمان‌سازی سیستم‌های پایه و پیرو می‌باشد. هدف از طراحی کنترل‌کننده همزمان‌سازی سیستم-های پایه و پیرو می‌باشد. بنابراین، سیستم‌های پایه و پیرو را به ترتیب به صورت رابطه‌های زیر در نظر می‌گیریم.

$$\begin{aligned} D^q x_1 &= x_2 \\ D^q x_2 &= x_3 \\ D^q x_3 &= -x_1 - 1.1x_2 - 0.45x_3 + x_1^{\,2} \end{aligned} \qquad (۴۴)$$

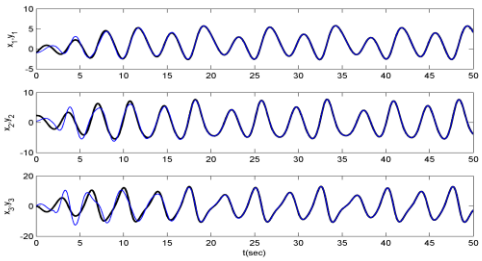
$$\begin{aligned} D^q y_1 &= y_2 \\ D^q y_2 &= y_3 \\ D^q y_3 &= -y_1 - 1.1y_2 - 0.45y_3 + y_1^{\,2} + u(t) \end{aligned} \qquad (۴۵)$$

پارامترهای شبیه سازی برای دو سیستم آشوبی جنسیو-تسی پایه و پیرو با دینامیک کسری به ترتیب $a_1 = -1, a_2 = -1.1, a_3 = -0.45$ انتخاب شده است. مقادیر اولیه حالت‌ها برای دو سیستم متفاوت و به صورت $[x_1(0), x_2(0), x_3(0)] = [-1.0038, 2.3548, -0.086]$ و $[y_1(0), y_2(0), y_3(0)] = [-1, 0.5, 0]$ انتخاب شده اند. همچنین مقادیر اولیه ضرایب کنترل¬کننده تطبیقی مرتبه کسری ($PI^{\lambda}D^{\mu}$) مطابق جدول ۱ انتخاب گردیده اند.

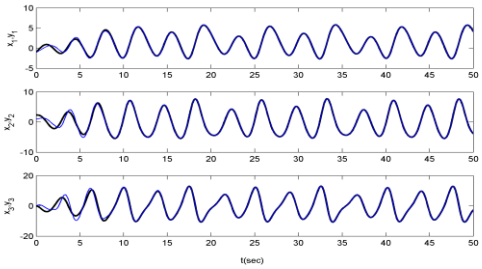
جدول ۱: مقادیر پارامترهای شبیه سازی مربوط به کنترل‌کننده برای حالت اول

Simulation Parameters	γ	$k_P(0)$	$k_I(0)$	$k_D(0)$	α	λ	μ
Value	0.1	5	5	5	-0.7	-1.2	0.98

شکل‌های ۷ و ۸ به ترتیب پاسخ زمانی متغیرهای حالت دو سیستم پایه و پیرو مربوط به کنترل‌کننده تطبیقی مرتبه صحیح (PID) و کنترل-کننده تطبیقی مرتبه کسری ($PI^{\lambda}D^{\mu}$) را به ازای $q = 0.98$ نشان می-دهند.



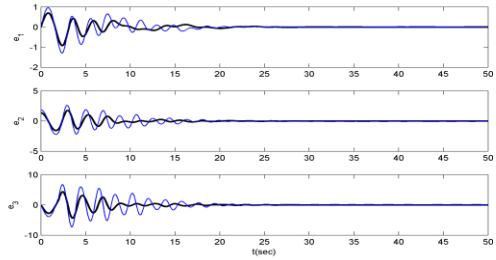
شکل ۷: پاسخ زمانی متغیرهای حالت سیستم پایه و پیرو همزمان‌سازی شده با اعمال کنترل‌کننده تطبیقی مرتبه صحیح در t=2 sec



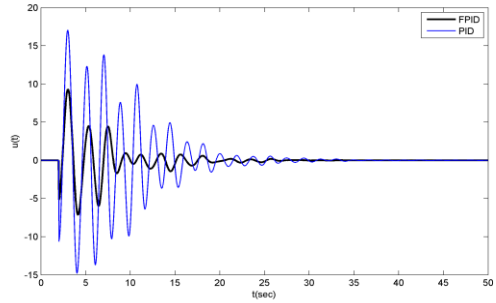
شکل ۸: پاسخ زمانی متغیرهای حالت سیستم پایه و پیرو همزمان‌سازی شده با اعمال کنترل‌کننده تطبیقی مرتبه کسری در t=2 sec

همان‌گونه که از شکل‌های ۷ و ۸ مشاهده می‌گردد، با فعال شدن سیگنال کنترلی در لحظه $t = 2\,\text{sec}$ متغیرهای حالت سیستم پایه و پیرو همدیگر را به خوبی دنبال می‌کنند. خطای همزمان‌سازی مربوط به کنترل‌کننده تطبیقی مرتبه صحیح و کنترل‌کننده تطبیقی مرتبه کسری در شکل ۹ نشان داده شده است.

همچنین سیگنال کنترلی مربوط به کنترل‌کننده تطبیقی مرتبه صحیح و کنترل‌کننده تطبیقی مرتبه کسری در شکل ۱۰ نشان داده شده است



شکل.۹: خطای بین متغیرهای حالت سیستم پایه وپیرو با اعمال کنترل‌کننده تطبیقی صحیح و کنترل‌کننده تطبیقی مرتبه کسری



شکل.۱۰: سیگنال کنترلی مربوط کنترل‌کننده تطبیقی صحیح و کنترل‌کننده تطبیقی مرتبه کسری

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1390.5.4.1.2]

۲-۵ همزمان‌سازی دو سیستم آشوبی غیرهمسان جنسیو تسی و کولت با دینامیک کسری

به منظور همزمان‌سازی دو سیستم جنسیو-تسی و کولت با دینامیک کسری، سیستم آشوبی کولت با مقادیر اولیه $[x_1(0),x_2(0),x_3(0)]=[0.22,0.21,0.61]$ به عنوان سیستم پایه و سیستم آشوبی جنسیو-تسی، با مقادیر اولیه $[y_1(0),y_2(0),y_3(0)]=[0.1,0.41,0.31]$ به عنوان سیستم پیرو در نظر گرفته شده است. بنابراین ورودی کنترل $u(t)$ را به سیستم جنسیو-تسی اضافه می‌کنیم. $u(t)$ سیگنال کنترلی جهت همزمان‌سازی سیستم‌های پایه و پیرو می‌باشد. هدف از طراحی کنترل‌کننده همزمان‌سازی سیستم‌های پایه و پیرو می‌باشد بنابراین، سیستم‌های پایه و پیرو را به ترتیب به صورت رابطه‌های زیر در نظر می‌گیریم.

$$\begin{aligned} D^q x_1 &= x_2 \\ D^q x_2 &= x_3 \\ D^q x_3 &= 0.8x_1 - 1.1x_2 - 0.45x_3 - x_1^3 \end{aligned} \quad (۴۶)$$

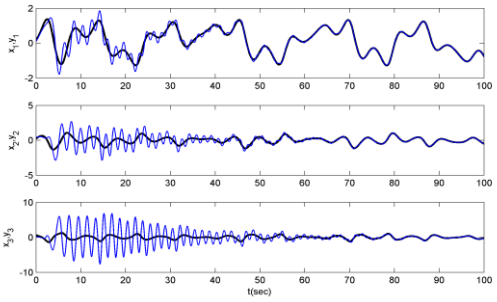
$$\begin{aligned} D^q y_1 &= y_2 \\ D^q y_2 &= y_3 \\ D^q y_3 &= -y_1 - 1.1y_2 - 0.45y_3 + y_1^2 + u(t) \end{aligned} \quad (۴۷)$$

پارامترهای شبیه سازی برای سیستم جنسیو-تسی با دینامیک کسری و پارامترهای سیستم کولت با دینامیک کسری مطابق بخش ۴ انتخاب شده است. مقادیر اولیه ضرایب کنترل‌کننده تطبیقی مرتبه کسری مطابق جدول ۲ انتخاب گردیده اند.

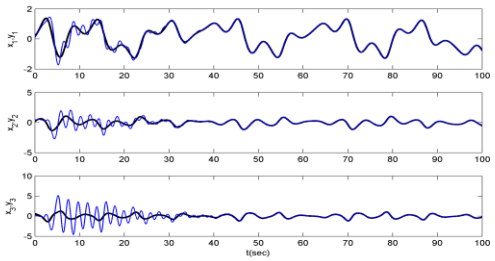
جدول ۲: مقادیر پارامترهای شبیه سازی مربوط به کنترل‌کننده برای حالت دوم

Simulation Parameters	γ	$k_P(0)$	$k_I(0)$	$k_D(0)$	α	λ	μ
Value	0.1	5	5	5	-0.5	-1.2	0.98

نتایج همزمان‌سازی سیستم پایه و پیرو مربوط به کنترل‌کننده تطبیقی مرتبه صحیح و کنترل‌کننده تطبیقی مرتبه کسری به ازای $q=0.98$ به ترتیب در شکل‌های ۱۱ و ۱۲ نشان داده شده است.

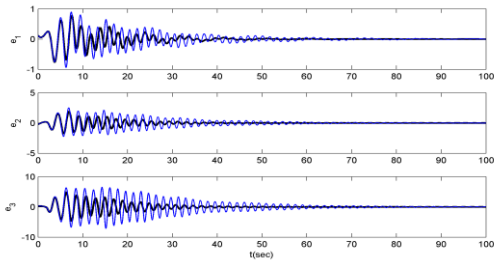


شکل ۱۱: پاسخ زمانی متغیرهای حالت سیستم پایه و پیرو همزمان‌سازی شده با اعمال کنترل‌کننده تطبیقی مرتبه صحیح در t=2 sec



شکل ۱۲: پاسخ زمانی متغیرهای حالت سیستم پایه و پیرو همزمان‌سازی شده با اعمال کنترل‌کننده تطبیقی مرتبه کسری در t=2 sec

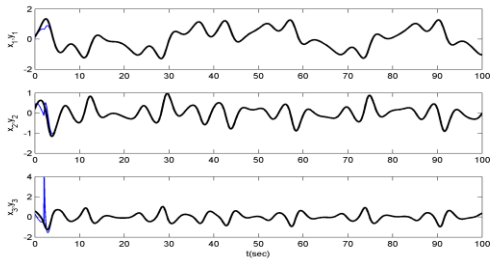
همان‌گونه که از شکل‌های ۱۱ و ۱۲مشاهده می‌گردد، با فعال شدن سیگنال کنترلی در لحظه $t=2\text{sec}$ متغیرهای حالت سیستم پایه و پیرو همدیگر را به خوبی دنبال می‌کنند. خطای همزمان‌سازی مربوط به کنترل کننده تطبیقی مرتبه صحیح و کنترل‌کننده تطبیقی مرتبه کسری در شکل ۱۳ نشان داده شده است.



شکل ۱۳: خطای بین متغیرهای حالت سیستم پایه وپیرو با اعمال کنترل‌کننده تطبیقی صحیح و کنترل‌کننده تطبیقی مرتبه کسری

همان‌گونه از شکل ۱۳ ملاحظه می‌گردد، با وجود این‌که خطای همزمان‌سازی به ازای کنترل‌کننده تطبیقی مرتبه صحیح کم می باشد حتی با اعمال کنترل‌کننده تطبیقی با دینامیک کسری این خطا بسیار کمتر شده است. خطای کمترین مربعات بین حالت‌های سیستم‌های پایه و پیرو به ازای کنترل‌کننده تطبیقی مرتبه صحیح،کنترل‌کننده تطبیقی مرتبه کسری و کنترل‌کننده مد لغزشی به‌صورت کمّی در جدول ۳ مقایسه شده است.

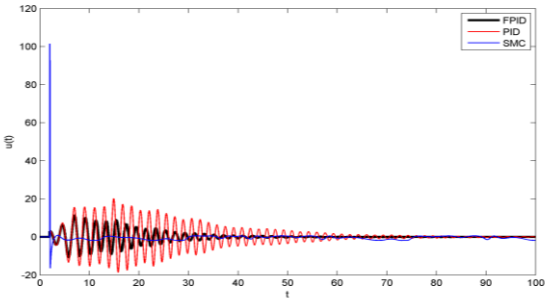
همچنین نتایج همزمان‌سازی مربوط به کنترل‌کننده مد لغزشی به ازای $q=0.98$ در شکل ۱۴ نشان داده شده است.



شکل ۱۴: پاسخ زمانی متغیرهای حالت سیستم پایه و پیرو همزمان سازی شده با اعمال کنترل‌کننده مد لغزشی

همچنین سیگنال کنترلی مربوط به کنترل‌کننده مد لغزشی، کنترل-کننده تطبیقی صحیح و کنترل‌کننده تطبیقی مرتبه کسری در شکل ۱۵ نشان داده شده است.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1390.5.4.1.2]



شکل ۱۵: سیگنال کنترلی مربوط کنترل‌کننده تطبیقی صحیح و کنترل‌کننده تطبیقی مرتبه کسری و کنترل‌کننده مد لغزشی

همان‌گونه که از شکل ۱۴ ملاحظه می‌گردد، سرعت همزمان‌سازی کنترل‌کننده مد لغزشی نسبت به کنترل‌کننده پیشنهادی بیشتر است. اما با توجه به شکل ۱۵ ملاحظه می شود که بیشینه سیگنال کنترلی در کنترل-کننده مد لغزشی نسبت به کنترل‌کننده پیشنهادی($P^{\alpha}I^{\lambda}D^{\mu}$) بسیار بزرگ-تر است. مقادیر بیشینه سیگنال کنترلی در کنترل‌کننده تطبیقی مرتبه صحیح، کنترل‌کننده تطبیقی مرتبه کسری و کنترل‌کننده مد لغزشی به صورت کمّی در جدول ۴ مقایسه شده است.

جدول ۳: خطای کمترین مربعات بین‌حالت‌های سیستم‌های پایه و پیرو به ازای کنترل‌کننده تطبیقی مرتبه صحیح(PID)، کنترل‌کننده تطبیقی مرتبه کسری ($P^{\alpha}I^{\lambda}D^{\mu}$) و کنترل‌کننده مدلغزشی(SMC)

Controller Type \ q		q=0.98	q=0.96	q=0.95	q=0.93
PID	e_1	0.0403	0.0225	0.0172	0.0183
	e_2	0.3439	0.1836	0.1389	0.0769
	e_3	3.5146	1.9931	1.6026	1.1237
FPID	e_1	0.0234	0.0162	0.0148	0.0152
	e_2	0.1467	0.1127	0.1155	0.1023
	e_3	1.1291	0.7339	0.6789	0.4359
SMC	e_1	0.0043	0.0038	0.0035	0.0030
	e_2	0.0044	0.0039	0.0037	0.0032
	e_3	0.0331	0.0315	0.0308	0.0225

جدول ۴: بیشینه سیگنال کنترلی مربوط به کنترل¬کننده تطبیقی مرتبه صحیح(PID)، کنترل¬کننده تطبیقی مرتبه کسری($P^{\alpha}I^{\lambda}D^{\mu}$) و کنترل¬کننده مد-لغزشی(SMC)

Controller Type \ q	q=0.98	q=0.96	q=0.95	q=0.93
PID	23.1487	22.1743	21.5946	20.4491
FPID	11.5679	10.5274	10.0259	8.0398
SMC	101.5685	100.0968	98.7933	96.3575

۶- نتیجه گیری

در این مقاله یک کنترل‌کننده PID تطبیقی مرتبه کسری بر مبنای مد لغزشی برای همزمان سازی دو سیستم آشوبی همسان جنسیو-تسی با دینامیک کسری و همچنین همزمان سازی دو سیستم آشوبی غیرهمسان جنسیو-تسی و کولت طراحی گردید. نتایج شبیه سازی نشان داد کنترل-کننده PID تطبیقی مرتبه کسری به لحاظ بیشینه سیگنال کنترلی نسبت به کنترل‌کننده PID تطبیقی مرتبه صحیح و کنترل‌کننده مد لغزشی عملکرد بهتری دارد و برای همزمان‌سازی به دامنه سیگنال کنترلی کوچک‌تر نیاز دارد. ضمن اینکه کنترل‌کننده مد لغزشی به لحاظ سرعت همزمان‌سازی و پایدارسازی نسبت به کنترل‌کننده پیشنهادی عملکرد مناسبتری دارد اما دامنه سیگنال کنترلی آن نسبت به کنترل‌کننده پیشنهادی بسیار بزرگ است. بنابراین در مواردی از مسائل همزمان‌سازی که در آن دامنه سیگنال کنترلی اهمیت دارد، استفاده ازکنترل‌کننده تطبیقی مناسب است. ضمن اینکه با توجه به شرایط و خواسته‌های موجود می‌توان از هر سه کنترل-کننده مد لغزشی، تطبیقی مرتبه صحیح و تطبیقی مرتبه کسری استفاده مفید و بهینه نمود.

مراجع

[1] Ma. Chengbin, Fractional Order Control and Its Applications in Motion Control. A Doctral Dissertation, Department of Electrical Engineering, The University of Tokyo, 2004.

[2] O. Valério, Fractional Robust System Control, PhD thesis, 2005.

[3] IS. Jesus and JA. Tenreiro Machado, "Implementation of fractional-order electromagnetic potential through a genetic algorithm," Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, Vol. 14, No. 5, pp. 1838-1843, 2009.

[4] T. Sottinen, "Fractional Brownian motion, random walks and binary market models," Finance Stochastics, Vol. 5, pp. 343-355, 2001.

[5] ZF. Dholkawala, HK. Sarma and SI. Kam, "Application of fractional flow theory to foams in porous media," Petroleum Science and Engineering, Vol. 57, Issues. 1-2, pp. 152-165, 2007.

[6] R. Hilfer, "On fractional diffusion and continuous time random walks," Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Vol. 329, Issues. 1-2, pp. 35-40, 2003.

[7] MT. Yassen, "Controlling Chaos and synchronization for new chaotic system using linear feedback control," Chaos, Solitons &Fractals, Vol. 26, No. 3, pp. 913, 92, 2005.

[8] C. S. Chen, H.H. Chen, "Robust adaptive neural-fuzzy-network control for the synchronization of uncertain chaotic systems," Nonlinear Analysis: Real World Applications, Vol. 10, pp. 1466-1479, 2009.

[9] S. Li, Z. Ge "Generalized synchronization of chaotic systems with different orders by fuzzy logic constant controller," Expert Systems With Applications, Vol.38, pp. 2302–231, 2011.

[10] M. Haeri, M. Dehghani, "Robust stability of impulsive synchronization in hyperchaotic

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1390.5.4.1.2]

[11] Jian-Bing Hu, Han Yan, Zhao Ling-Dong. "Synchronization in the Genesio Tesi and Coullet systems using the backstepping approach," Journal of Physics, Vol.96, pp.1–6, 2008.

[12] Zh. Hao, Ma. Xi Kui and Liu. Wei Zeng, "Synchronization of chaotic systems with parametric uncertainty using active sliding mode control," Chaos, Solitons & Fractals, Vol. 21, No. 3, pp. 1249-1257, 2004.

[13] M. S. Tavazoei and M. Haeri, "Determination of active sliding mode controller parameters in synchronizing different chaotic systems," Chaos, Solitons & Fractals, Vol. 32, No. 2, pp. 583-591, 2007.

[14] M. S. Tavazoei and M. Haeri, "Synchronization of chaotic fractional-order systems via active sliding mode controller," Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Vol. 387, Issue 1, pp. 57-70, 2008.

[15] H. T Yau, "Design of adaptive sliding mode controller for chaos synchronization with uncertainties," Chaos, Solitons & Fractals, Vol. 22, No. 2, pp. 341-347, 2004.

[16] C. Li, X. Liao, J. Yu, "Synchronization of fractional order chaotic systems," Physical Review E, Vol.68, pp. 067203, 2003.

[17] W. Deng, C. Li, "Chaos synchronization of the fractional Lü system," Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Vol.353, Issues. 1-4, pp. 61-72, 2005.

[18] J. Wang, Y. Zhang, "Designing synchronization schemes for chaotic fractional-order unified systems," Chaos, Solitons & Fractals, Vol. 30, No. 5, pp. 1265–1272, 2006.

[19] L. Pan, W. Zhou, J. Fang, D. Li, "Synchronization and anti-synchronization of new uncertain fractional-order modified unified chaotic systems via novel active pinning control," Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, Vol. 15, No. 12, pp. 3754–3762, 2010.

[20] J. Lu, "Synchronization of a class of fractional-order chaotic systems via a scalar transmitted signal," Chaos, Solitons & Fractals, Vol. 27, No. 2, pp. 519–525, 2006.

[21] Z. Ge, WR. Jhuang, "Chaos control and synchronization of a fractional order rotational mechanical system with a centrifugal governor," Chaos, Solitons & Fractals, Vol. 33, No. 1, pp. 270–289, 2007.

[22] A. J. Calderón, B. M. Vinagre and V. Feliu, "Fractional order control strategies for power electronic buck converters", Signal Processing, Vol. 86 , No. 10 , pp. 2803-2819, 2006.

[23] K. Miller, B. Ross, An Introduction to the Fractional Calculus and Fractional Differential Equations, A Wiley-Interscience Publication, San Fransisco, 1993.

[24] I. Podlubny, Fractional Differential Equations, Academic Press, New York, 1999.

[25] M. Caputo, "Linear models of dissipation whose Q is almost frequency independent-II" Geophys, JR Astron. Soc, Vol. 13, pp. 529-539, 1967.

[26] D. Matignon, "Stability results for fractional differential equations with applications to control processing", in: Computational Engineering in SystemsApplications, in: IEEE-SMC, Vol. 2, pp. 963-968, 1996.

[27] E. Ahmed, A. M. A. El-Sayed and H. A. A. El-Saka, "Equilibrium points, stability and numerical solutions of fractional order predator-prey and rabies models", Journal of Mathematical Analysis and Applications, Vol. 325, No. 1, pp. 542-553, 2007.

[28] W. Deng, C. Li and J. Lü, "Stability analysis of linear fractional differential system with multiple time delays," Nonlinear Dynamics, Vol. 48, pp. 409-416, 2007.

[29] M. S. Tavazoei and M. Haeri, "Chaotic attractors in incommensurate fractional order systems," Physica D, Vol. 237, pp. 2628–2637, 2008.

[30] W. D Chang and J. J Yan, "Adaptive robust PID controller design based on a sliding mode for uncertain chaotic systems" Chaos, Solitons & Fractals, Vol. 26, No. 1, pp. 167-175, 2005.

[31] R. Genesio and A. Tesi, "harmonic balance methods for the analysis of chaotic dynamics in nonlinear systems" Automatica, Vol. 28, No. 3, pp. 531-548, 1992.

[32] A. Arnéodo, P. Coullet and C. Tresser, "Possible new strange attractors with spiral structure" Communication in Mathematical Physics, Vol. 79, No. 4, pp. 573-579, 1981.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]

[DOR: 20.1001.1.20088345.1390.5.4.1.2]