

طراحی قانون کنترل تحریک-رویداد برای اجماع سیستم های چند عاملی فازی با تاخیر زمانی در ورودی

رضا رهنما^۱، علی معرفیان پور^۲، نیما مهدیان دهکردی^۳

^۱دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه کنترل، دانشکده مکانیک برق و کامپیوتر، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران،

rezarahnama62@yahoo.com

^۲استادیار، گروه کنترل، دانشکده مکانیک برق و کامپیوتر، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران، moarefian@srbiau.ac.ir

^۳استادیار، گروه کنترل، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران، nimamahdian@sru.ac.ir

پذیرش: ۱۳۹۹/۰۶/۰۹

ویرایش دوم: ۱۳۹۹/۰۶/۰۱

ویرایش اول: ۱۳۹۹/۰۳/۲۴

دریافت: ۱۳۹۸/۱۱/۱۷

چکیده: در این مقاله طراحی قانون کنترل اجماع در سیستم های چند عاملی رهبر-پیرو، با عامل هایی با مدل دینامیکی فازی TS مورد مطالعه قرار خواهد گرفت. در این پژوهش با فرض وجود مکانیزم تحریک-رویداد برای بهنگام کردن سیگنال کنترلی هر عامل، ضمن کاهش تعداد بروزرسانی های سیگنال کنترل، پایداری سیستم حلقه بسته را تضمین خواهد شد. علاوه بر این، در این روش پیشنهادی کنترل مبتنی بر رویداد از بروز رفتار زنو (Zeno) اجتناب شده است. هر عامل فقط در لحظات تحریک خود برای عامل های دیگر داده ارسال کرده و ورودی کنترلی او نیز فقط در همان زمان بروز رسانی می شود. طراحی قانون کنترلی و مکانیزم تحریک-رویداد به حل یک دستگاه نامساوی ماتریسی خطی منجر خواهد شد. نوآوری مطالعه انجام شده در انتخاب مدل فازی برای عاملها است که می تواند حل مساله اجماع در سیستم های چند عاملی را به سیستم های غیرخطی بیشتری تعمیم دهد. در نهایت اثربخشی روش پیشنهادی از طریق یک مثال عددی نشان داده شده است.

کلمات کلیدی: سیستم چند عاملی، اجماع، عامل های فازی، تحریک-رویداد.

Design of event-triggered control law for consensus of fuzzy multi-agent systems with input delay

Reza Rahnema, Ali Moarefianpour, Nima Mahdian Dehkordi

Abstract: In this paper, the design of consensus control law in leader-follower multi-agent systems will be studied with agents with TS fuzzy dynamic model. In this study, assuming an excitation-event mechanism for updating the control signal of each agent, while reducing the number of control signal updates, the closed-loop system stability will be guaranteed.

Moreover, in the proposed event triggered control strategy, the Zeno-behaviour is avoided. Each agent only sends data to other agents at the time of its trigger instants, and its control input is updated only at the same time. The design of the control law and the excitation-event mechanism will lead to the solution of a linear matrix inequality. The innovation of the study is in selecting a fuzzy model for agents that can extend the solution of the consensus problem in multi-agent systems to more nonlinear systems. Finally, the effectiveness of the proposed method is shown through a numerical example.

Keywords: Multi Agent System, Fuzzy Agents, Event-Trigger

۱- مقدمه

در طول دهه های گذشته، کنترل سیستم های چند عاملی، از نظر تئوریک و صنعتی توجه محققین زیادی را به خود جلب کرده است. بسیاری از سیستم های دنیای واقعی می توانند به عنوان سیستم های چند عاملی، مانند وسایل نقلیه هوایی بدون سرنشین، هماهنگی چندین روبات [۱]، شبکه حسگر بی سیم توزیع شده [۲] و غیره در نظر گرفته شوند. برای سیستم های چند عاملی، اجماع یک مساله اساسی است. اجماع یعنی رسیدن همه عامل ها به حالات مشترک مشخص شده بر اساس اطلاعات محلی آنها و به دو شکل اجماع گروه عامل های بدون رهبر و اجماع رهبر-پیرو تقسیم می شود [۳] و [۴]. تلاش زیادی برای اجماع سیستم های چند عاملی با انواع مختلف دینامیک های عامل، [۵] و [۶]، توپولوژی تعامل [۷]، محیط ارتباطی [۸] و غیره شده است.

برای پیاده سازی عملی کنترل اجماع، محدودیت منابع انرژی باید در نظر گرفته شود. از سوی دیگر سرعت محاسبه و پهنای باند شبکه ارتباطی محدود است. بنابراین بزرگترین چالش، نحوه ایجاد تعادل در عملکرد کنترل و صرفه جویی انرژی است. اندازه گیری پرودییک و کنترل مبتنی بر تغییر رویداد برای صرفه جویی در منابع مفید است. در مرجع [۹] برای اولین بار مقایسه کنترلر با نمونه برداری پرودییک و کنترلر مبتنی بر رویداد برای سیستم های مرتبه اول مطرح شد. اثبات شد که در مقایسه با استراتژی تحریک زمانی، رفتار کنترل مبتنی بر رویداد، از نظر صرفه جویی در هزینه ارتباطات بهتر است. در مرجع [۱۰] برای اولین بار روش تحریک رویداد در سیستم های چند عاملی اعمال شد. در کنترل مبتنی بر داده های نمونه-برداری شده، کنترل کننده هر عامل در لحظات زمان گسسته بروزرسانی می شود. کنترلرهای مبتنی بر داده های نمونه برداری شده که شامل نمونه-برداری پرودییک و غیر پرودییک است در بسیاری از نتایج پذیرفته شده است [۱۱] و [۱۲]. با ارائه استراتژی توزیع یافته مبتنی بر تحریک-رویداد، کنترل کننده تنها زمانی بروزرسانی می شود که رویداد از پیش تعریف شده ای اتفاق افتد [۳] و [۱۳].

مساله اجماع مبتنی بر رویداد در سیستم های چند عاملی با دینامیک های غیر خطی، هنوز یک مشکل چالش بر انگیز است. در سالهای اخیر مطالعات اندکی بر روی این موضوع انجام شده است. مساله کنترل مبتنی بر رویداد توزیع یافته با توپولوژی ثابت و سوئیچینگ در [۳] بررسی شده است که در آن قانون تحریک-رویداد جدیدی جهت کاهش بار ارتباطی شبکه های چند عاملی ارائه شده است. یک کلاس نسبتاً عمومی از سیستم های چند عاملی با دینامیک های غیر خطی در [۱۴] در نظر گرفته شده است، که در آن نویسنده یک رویکرد مبتنی بر مدل را پیشنهاد می کند. در [۱۵] مساله اجماع سیستم های چند عاملی رهبر-پیرو با عامل های غیر خطی و یک مکانیزم کنترلی مبتنی بر تحریک-رویداد مورد بحث قرار گرفته است که روش پیشنهادی در این مقاله با شبیه سازی سیستم ارائه شده در [۱۵] نتایج مطلوب تری را در تعداد بروزرسانی های سیگنال کنترلی برای دستیابی به اجماع نشان می دهد. روشی دیگر از کنترل نمونه برداری مبتنی بر

تحریک-رویداد توزیع شده برای اجماع سیستم های چند عاملی با دینامیک های غیر خطی ذاتی در [۱۶] مورد مطالعه قرار گرفته است. در [۱۷]، ترکیبی از اشباع عملگر و طرح کنترل مبتنی بر تحریک-رویداد بیان شده است. در مرجع [۱۸]، تابع مبتنی بر تحریک-رویداد توزیع یافته برای انتخاب لحظات نمونه برداری بطور اتوماتیک در مورد مساله اجماع رهبر پیرو مبتنی بر تحریک-رویداد پیشنهاد شده است. هدف مقاله حاضر معرفی یک استراتژی کنترل توزیع یافته جدید با تاخیر زمانی ورودی و یک مکانیزم ارتباطی مبتنی بر تحریک-رویداد، برای حل مساله اجماع در سیستم های چند عاملی، با عامل های به فرم فازی TS است. نوآوری های اصلی این مقاله عبارتند از:

- i. رویکردی نوین مبتنی بر مدل فازی TS، برای هر یک از عامل های سیستم چند عاملی اتخاذ شده، که مزایای خود را در بکارگیری حداقل قوانین برای مدل سازی سیستم های غیر خطی مرتبه بالاتر نشان داده و از این رو نسبت به سایر تحقیقات و مقالات مرتبط، متمایز است.
- ii. استراتژی اجماع ناشی از تحریک-رویداد، مبتنی بر داده های نمونه برداری بوده و زمان تحریک بین رویداد، حد پایین دوره نمونه برداری است از این رو، از رفتار زنون اجتناب می شود.
- iii. بکارگیری مکانیزم مبتنی بر تحریک-رویداد برای صرفه-جویی در منابع محدود شبکه و همچنین روش جدید طراحی کنترل کننده، برای سیستم چند عاملی با عامل های به فرم فازی TS، با تاخیر زمانی ورودی و بهره گیری از رویکرد H_∞ در حضور اغتشاش خارجی

بخش ۲ مقدمات ریاضی و مفاهیم اولیه را ارائه می شود. تعریف مساله در ۳ ارائه شده است. بخش ۴ و ۵ به ترتیب به استخراج شرایط طراحی قانون کنترل اجماع مبتنی بر تحریک-رویداد برای عامل های فازی با تاخیر زمانی در ورودی و الگوریتم طراحی اختصاص دارد. در بخش ۶ با شبیه سازی یک مثال کارایی روش ارائه شده بررسی می شود و در نهایت بخش ۷ به نتیجه گیری از بحث اختصاص دارد

۲- مقدمات ریاضی

توپولوژی ارتباطی بین N عامل پیرو به صورت گراف $\mathbb{G} = \{\mathbb{V}, \mathbb{E}, \mathbb{W}\}$ نشان داده می شود که $\mathbb{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$ بیانگر مجموعه گره ها و $\mathbb{E} \in \mathbb{V} \times \mathbb{V}$ بیانگر مجموعه یال ها است. اگر یک یال $(v_i, v_j) \in \mathbb{E}$ بین گره های v_i و v_j وجود داشته باشد، آنگاه v_i و v_j با هم همسایه هستند. $\mathbb{W} = [w_{ij}] \in R^{N \times N}$ ماتریس همسایگی وزن دار نامیده می شود. اگر $(v_i, v_j) \in \mathbb{E}$ عنصر $w_{ij} > 0$ و در غیر این صورت $w_{ij} = 0$ است. شاخص مجموعه همسایگی عامل i بصورت $N_i = \{j: v_j \in \mathbb{V} | (v_j, v_i) \in \mathbb{E}\}$ تعریف می شود. درجه ماتریس گراف بصورت $\mathbb{S} = \text{diag}\{s_1, s_2, \dots, s_N\}$ نمایش داده شده

لم ۳ [۲۲]: برای هر یک از بردارهای $x, y \in R^n$ و ماتریس مثبت معین $\epsilon \in R^{n \times n}$ نامساوی $-2x^T y \leq x^T \epsilon^{-1} x + y^T \epsilon y$ برقرار است.

لم ۴ [۲۳]: برای ماتریس مثبت معین $M > 0$ ، X با ابعاد سازگار و هر مقدار اسکالر $\rho > 0$ ، نامساوی $-XM^{-1}X \leq \rho^2 M - 2\rho X$ برقرار است.

لم ۵ [۲۴]: فرض کنید M_2, M_3 و M_1 ماتریس های ثابت با ابعاد مناسب هستند و $0 \leq \eta_1 \leq \eta(t) \leq \eta_2$ ، آنگاه شرط

$$M_1 + (\eta_2 - \eta(t))M_2 + (\eta(t) - \eta_1)M_3 < 0 \quad (۳)$$

برقرار است اگر و تنها اگر

$$M_1 + \bar{\eta}M_2 < 0 \quad , \quad M_1 + \bar{\eta}M_3 < 0 \quad (۴)$$

۳- تعریف مساله

سیستم چند عاملی متشکل از N عامل پیرو و یک رهبر را در نظر بگیرید که در آن عامل i به صورت یک سیستم فازی TS با r قاعده که قاعده p ام آن بصورت

If $\theta_1(t)$ is W_1^p and ... and $\theta_g(t)$ is W_g^p Then

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = A_p x_i(t) + B_p(t)u_i(t) + B_{wp}w_i(t) \\ z_i(t) = C_p x_i(t) + D_p u_i(t) \end{cases} \quad (۵)$$

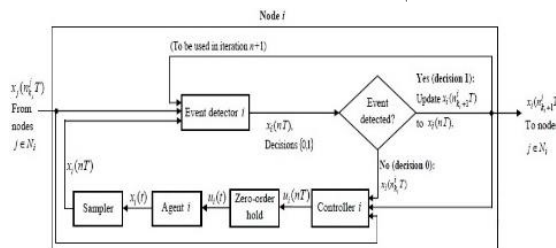
و عامل رهبر با p قاعده که قاعده p ام آن بصورت

If $\theta_1(t)$ is W_1^p and ... and $\theta_g(t)$ is W_g^p Then

$$\begin{cases} \dot{x}_0(t) = A_p x_0(t) + B_{wp}w_0(t) \\ z_0(t) = C_p x_0(t) \end{cases} \quad (۶)$$

بیان می شود. در رابطه (۵) متغیرهای $x_i(t) \in \mathbb{R}^n$ و $u_i(t) \in \mathbb{R}^m$ به ترتیب بردار حالت و بردار ورودی عامل i بوده و $x_0(t) \in \mathbb{R}^n$ بردار حالت عامل رهبر است. $W_g^p (p = 1, 2, \dots, r; j = 1, 2, \dots, g)$ مجموعه های فازی و $\theta_j(t)$ متغیر فرضی می باشد و $\theta_j(t) = [\theta_1(t), \dots, \theta_g(t)]^T$ یک بردار از پیش تعیین شده، که ممکن است به بردار حالت بستگی داشته باشد. ورودی $w_i(t) \in L_2[0, \infty)$ و $w_0(t) \in L_2[0, \infty)$ به ترتیب، سیگنال اغتشاش خارجی عامل i و عامل رهبر و $z_i(t) \in \mathbb{R}^q$ و $z_0(t) \in \mathbb{R}^q$ به ترتیب، خروجی عامل i و خروجی عامل رهبر است. $A_p \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ، $B_p \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ، $D_p \in \mathbb{R}^{q \times m}$ و $C_p \in \mathbb{R}^{q \times n}$ ، $B_{wp} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ هستند. با استفاده از فازی زدای میانگین مراکز، رابط ضرب و فازی کننده تکین، دینامیک سیستم فازی (۵) برای عامل i بصورت:

است که S_i تعداد یال های وارد شده به گره i بوده و $i = 1, 2, \dots, N$ ، $S_i = \sum w_{ij}$ ماتریس لاپلاسیان \mathbb{L} مربوط به گراف جهت دار \mathbb{G} بصورت $\mathbb{L} = \mathbb{S} - \mathbb{W}$ تعریف می شود. $B = \text{diag}\{b_1, b_2, \dots, b_N\}$ به عنوان ماتریس تعامل بین عامل های پیرو و رهبر شناخته می شود. اگر عامل i بتواند به اطلاعات رهبر دسترسی داشته باشد آنگاه $b_i = 1$ و در غیر این صورت $b_i = 0$ است. دیاگرام بلوکی شکل ۱، نحوه عملکرد عامل i ام مبتنی بر تحریک-رویداد را برای سیستم چند عاملی نشان می دهد.



شکل ۱: دیاگرام بلوکی کنترل مبتنی بر تحریک-رویداد در سیستم های چند عاملی

تعریف ۱ [۱۹]: اجماع رهبر-پیرو به صورت مجانی حاصل می شود، هرگاه $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_0(t)\| = 0$ برای تمامی شرایط اولیه برقرار باشد.

لم ۱ [۲۰]: فرض کنید $f(x, y)$ یک تابع پیوسته از متغیرهای x, y با دامنه تعریف شده

$D: \tau(x) \leq y \leq \mu(x)$ ، $\phi(t) \leq x \leq \theta(t)$ ، $\alpha \leq t \leq \beta$ که در آن $\tau(x)$ و $\mu(x)$ نسبت به x پیوسته و $\phi(t)$ و $\theta(t)$ نسبت به t متمایز هستند. انتگرال دوگانه تابع با دامنه D تعریف می شود بصورت

$$k(t) = \int_{\phi(t)}^{\theta(t)} dx \int_{\tau(x)}^{\mu(x)} f(x, y) dy \quad \alpha \leq t \leq \beta \quad (۱)$$

سپس

$$\begin{aligned} \dot{k}(t) &= \dot{\theta}(t) \int_{\tau(\theta(t))}^{\mu(\theta(t))} f(\theta(t), y) dy \\ &\quad - \dot{\phi}(t) \int_{\tau(\phi(t))}^{\mu(\phi(t))} f(\phi(t), y) dy \quad , \alpha \leq t \leq \beta \end{aligned} \quad (۲)$$

لم ۲ (Schur complement) [۲۱]: فرض کنید یک ماتریس بلوکی بصورت $S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12}^T & S_{22} \end{bmatrix}$ داده شده باشد که $S_{11} = S_{11}^T, S_{22} = S_{22}^T$ هستند:

- i. $S < 0$
- ii. $S_{11} < 0, S_{22} - S_{12}^T S_{11}^{-1} S_{12} < 0$
- iii. $S_{22} < 0, S_{11} - S_{12} S_{22}^{-1} S_{12}^T < 0$

خواهد بود که در آن τ تاخیر زمانی ورودی و K_q به ازای $q = 1, \dots, r$ بهره های کنترل کننده اجماع هستند که باید طراحی شوند. از رابطه (۱۰) می توان دید که عامل i از اطلاعات نمونه برداری شده عامل های همسایه در زمان $t_{k'}^j(t_k^i)$ استفاده می کند. بنابراین سیگنال کنترلی عامل i در بازه زمانی بین $t \in [t_k^i, t_{k+1}^i)$ ثابت می ماند. در حقیقت هنگامیکه شرط

$$\begin{aligned} &g_i(t) \\ &= e_i^T(t - \tau)\phi_i e_i(t - \tau) \\ &+ E_{1i}^T(t - \tau)\phi_i E_{1i}(t - \tau) \\ &+ E_{0i}^T(t - \tau)\phi_i E_{0i}(t - \tau) \\ &- \delta_i \left[\sum_{j \in N_i} w_{ij} (x_i(t_k^i - \tau) \right. \\ &- x_j(t_{k'}^j(t_k^i) - \tau)) \\ &+ b_i (x_i(t_k^i - \tau) \\ &- x_0(t_k^i - \tau)) \Big]^T \phi_i \left[\sum_{j \in N_i} w_{ij} (x_i(t_k^i - \tau) \right. \\ &- x_j(t_{k'}^j(t_k^i) - \tau)) \\ &+ b_i (x_i(t_k^i - \tau) - x_0(t_k^i - \tau)) \Big] > 0 \end{aligned} \quad (11)$$

برقرار شود عامل i سیگنال کنترلی خود را بروزرسانی کرده و اطلاعات خود را به عامل های همسایه ارسال می کند. $g_i(t)$ تابع تولید کننده رویداد برای عامل i بوده و ماتریس مثبت معین $\phi_i \in R^{n \times n}$ ماتریس تحریک-رویداد برای عامل i نام دارد که باید طراحی شود. $\delta_i > 0$ پارامتر انتخاب شده تحریک-رویداد است ([۱۵]).

در رابطه (۱۱)، عبارت $e_i(t) = \varepsilon_i(t_k^i) - \varepsilon_i(mh)$ است که در آن $\varepsilon_i(mh) = x_i(mh) - x_0(t_k^i)$ و $\varepsilon_i(t_k^i) = x_i(t_k^i) - x_0(t_k^i)$ بیانگر $E_{1i}(t) = \sum_{j \in N_i} w_{ij} e_{1ij}(t)$ هستند. عبارت $x_0(mh)$ مجموع خطاهای عامل های همسایه با عامل i ام است که در آن $e_{1ij}(t) = \varepsilon_j(t_{k'}^j(t_k^i)) - \varepsilon_j(t_{k'}^j(mh))$ و $\varepsilon_j(t_{k'}^j(t_k^i)) = x_j(t_{k'}^j(t_k^i)) - x_0(t_{k'}^j(t_k^i))$ ، و $\varepsilon_j(t_{k'}^j(mh)) = x_j(t_{k'}^j(mh)) - x_0(t_{k'}^j(mh))$ و $E_{0i} = \sum_{j \in N_i} w_{ij} e_{0ij}(t)$ بیانگر مجموع خطاهای بردار حالت عامل ها با رهبر است. عبارت $e_{0ij}(t)$ بصورت $e_{0ij}(t) = x_0(t_k^i) - x_0(t_{k'}^j(t_k^i))$ تعریف می شود.

فرض ۱: فرض کنید گراف \mathbb{G} شامل یک درخت پوشای جهت دار و حداقل یک عامل پیرو است که اطلاعات رهبر را می تواند دریافت کند.

فرض ۲: فرض کنید ورودی شامل زمان تاخیر محدود τ است که $0 < \tau < h$ و h بیانگر دوره نمونه برداری سیستم است.

توجه ۱: شرط تحریک-رویداد (۱۸) در تمام لحظات نمونه برداری mh ارزیابی می شود. تابع تولید کننده رویداد $g_i(t)$ نه تنها شامل داده نمونه برداری خود عامل است بلکه شامل داده نمونه برداری شده عامل همسایه و رهبر نیز می باشد. مادامیکه $g_i(t) \leq 0$ باشد، خطاهای اندازه گیری نمونه برداری شده هنوز در محدوده قابل قبول قرار داشته و در نتیجه

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= \sum_{p=1}^r \mu_p(\theta(t)) [A_p x_i(t) \\ &+ B_p u_i(t) \\ &+ B_{wp} w_i(t)] \\ z_i(t) &= \sum_{p=1}^r \mu_p(\theta(t)) [C_p x_i(t) \\ &+ D_p u_i(t)] \end{aligned} \quad (7)$$

و دینامیک رهبر بصورت:

$$\begin{aligned} \dot{x}_0(t) &= \sum_{p=1}^r \mu_p(\theta(t)) [A_p x_0(t) \\ &+ B_{wp} w_0(t)] \end{aligned} \quad (8)$$

بیان می شود که در آن $\mu_i(t) = h_i(\theta(t)) / \sum_{i=1}^r h_i(\theta(t))$ و $h_i(\theta(t)) = \prod_{j=1}^g W_j^p(\theta_j(t))$ و $W_j^p(\theta_j(t))$ مقدار عضویت $\theta_j(t)$ در W_j^p است.

در هر یک از لحظات تحریک-رویداد، عامل i اطلاعات نمونه برداری شده خود را به عامل همسایه اش ارسال کرده و ورودی کنترلی خود را نیز بروزرسانی می کند. توالی زمانی تحریک عامل i بصورت $0 \leq t_1^i < \dots < t_k^i < \dots$ در نظر گرفته می شود که $t_k^i = \sigma h$ (که $\sigma = 1, 2, \dots$)، $k = i$ لحظه تحریک-رویداد عامل i است. $t_{k'}^j = \sigma h$ و $1, 2, \dots$ دوره نمونه برداری هستند. نماد $t_{k'}^j$ ، $t_{k'}^j$ بیانگر لحظه تحریک-رویداد عامل j را نشان می دهد که $k' = 1, 2, \dots$. همچنین نمادهای $t_{k'}^j(t_k^i) = \max \{t_{k'}^j | t_{k'}^j \leq t_k^i\}$ و $t_{k'}^j(t_k^i) = \max \{t_{k'}^j | t_{k'}^j \leq t\}$ به ترتیب آخرین زمان رویداد برای عامل j تا زمان t_k^i و آخرین زمان رویداد برای عامل j تا زمان t را نشان می دهند.

قاعدۀ p ام قانون کنترل فازی فیدبک حالت برای عامل i به فرم

If $\theta_1(t)$ is W_1^p and...and $\theta_g(t)$ is W_g^p Then

$$\begin{aligned} u_i^p(t) &= K_q \left[\sum_{j \in N_i} w_{ij} (x_i(t_k^i - \tau) \right. \\ &- x_j(t_{k'}^j(t_k^i) - \tau)) \\ &+ b_i (x_i(t_k^i - \tau) \\ &- x_0(t_k^i - \tau)) \Big] \end{aligned} \quad (9)$$

بیان می شود. رابطه ورودی-خروجی کنترلگر فازی به صورت

$$\begin{aligned} u_i(t) &= - \sum_{q=1}^r \mu_q(\theta(t)) K_q \left[\sum_{j \in N_i} w_{ij} (x_i(t_k^i) \right. \\ &- \tau) - x_j(t_{k'}^j(t_k^i) - \tau)) \\ &+ b_i (x_i(t_k^i - \tau) \\ &- x_0(t_k^i - \tau)) \Big] \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) = & \hat{A}x_i(t) - \hat{B} \left[\sum_{j \in N_i} w_{ij} (e_i(mh - \tau) \right. \\ & + \varepsilon_i(mh - \tau) \\ & + e_{0ij}(mh - \tau) \\ & - e_{1ij}(mh - \tau) \\ & - e_j(mh - \tau) \\ & - \varepsilon_j(mh - \tau)) \\ & + b_i(e_i(mh - \tau) \\ & + \varepsilon_i(mh - \tau))] \\ & + \hat{B}_w w_i(t) \end{aligned} \quad (15)$$

بازنویسی می شود. با تعریف $e_{wi}(t) = w_i(t) - w_0(t)$ و انتخاب

$$\begin{aligned} x(t) &= [x_1^T(t), x_2^T(t), \dots, x_N^T(t)]^T \\ \varepsilon(t) &= [\varepsilon_1^T(t), \varepsilon_2^T(t), \dots, \varepsilon_N^T(t)]^T \\ e(t) &= [e_1^T(t), e_2^T(t), \dots, e_N^T(t)]^T \\ e_w(t) &= [e_{w1}^T(t), e_{w2}^T(t), \dots, e_{wN}^T(t)]^T \\ E_1(t) &= [E_{1_1}^T(t), E_{1_2}^T(t), \dots, E_{1_N}^T(t)]^T \\ E_0(t) &= [E_{0_1}^T(t), E_{0_2}^T(t), \dots, E_{0_N}^T(t)]^T \\ w &= [w_1^T, w_2^T, \dots, w_N^T]^T \\ \delta &= \text{diag}\{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_N\} \\ \phi &= \text{diag}\{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N\} \\ \phi_\delta &= \text{diag}\{\delta_1 \phi_1, \delta_2 \phi_2, \dots, \delta_N \phi_N\} \\ \bar{\mathbb{L}} &= \mathbb{L} + \mathbb{B} \end{aligned} \quad (16)$$

و با ترکیب معادله (۷) و (۱۵) دینامیک خطای تعقیب (۱۲)، به صورت

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}(t) = & (I_N \otimes \hat{A})\varepsilon(t) \\ & + (I_N \otimes \hat{B})E_1(mh - \tau) \\ & - (I_N \otimes \hat{B})E_0(mh - \tau) \\ & - (\bar{\mathbb{L}} \otimes \hat{B})e(mh - \tau) \\ & - (\bar{\mathbb{L}} \otimes \hat{B})\varepsilon(mh - \tau) \\ & + (I_N \otimes \hat{B}_w)e_w(t) \end{aligned} \quad (17)$$

بیان می شود. با بررسی شرط (۱۱) در لحظه نمونه برداری mh ، $h = (1, 2, \dots)$ عبارت (۱۱) به صورت

$$\begin{aligned} g_i(t) &= e_i^T(mh - \tau)\phi_i e_i(mh - \tau) \\ &+ E_{1_i}^T(mh - \tau)\phi_i E_{1_i}(mh - \tau) \\ &+ E_{0_i}^T(mh - \tau)\phi_i E_{0_i}(mh - \tau) \\ &- \delta_i \left[\sum_{j \in N_i} w_{ij} (e_i(mh - \tau) - e_j(mh - \tau) \right. \\ &+ \varepsilon_i(mh - \tau) + e_{0ij}(mh - \tau) \\ &- e_{1ij}(mh - \tau) - \varepsilon_j(mh - \tau)) \\ &+ b_i(e_i(mh - \tau) \\ &+ \varepsilon_i(mh - \tau))]^T \phi_i \left[\sum_{j \in N_i} w_{ij} (e_i(mh - \tau) \right. \\ &- e_j(mh - \tau) + \varepsilon_i(mh - \tau) + e_{0ij}(mh - \tau) \\ &- e_{1ij}(mh - \tau) - \varepsilon_j(mh - \tau)) \\ &+ b_i(e_i(mh - \tau) + \varepsilon_i(mh - \tau))] \end{aligned} > 0 \quad (18)$$

رویدادی تحریک نمی شود. در لحظه تحریک t_k^i ، k امین تحریک-رویداد برای عامل i اتفاق می افتد و عامل i سیگنال کنترلی خود را بر اساس اطلاعات خود و رهبر پروزرسانی کرده و اطلاعات خود را نیز به عامل های همسایه ارسال می کند.

توجه ۲: در رابطه (۱۱) فرض کنید δ_i ها به اندازه کافی به صفر نزدیک شوند. در این حالت تمامی داده های نمونه برداری شده با دوره نمونه برداری ثابت h باید در شبکه های ارتباطی انتقال داده شوند. در این حالت مکانیزم تحریک-رویداد که منجر به ارسال داده در ازای تحقق شرطی خاص است به طرح تحریک-زمانی تبدیل می شود.

۴- طراحی قانون کنترل

خطای سیستم چند عاملی بین رهبر و پیرو i ام به ازای $i = 1, 2, \dots, N$ بصورت

$$\varepsilon_i(t) = x_i(t) - x_0(t) \quad (12)$$

تعریف می شود. با جایگذاری دینامیک کنترل کننده (۱۰) در دینامیک عامل i (۷)، سیستم حلقه بسته چند عاملی بصورت

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= \sum_{p=1}^r \sum_{q=1}^r \mu_p(\theta(t)) \mu_q(\theta(t)) (A_p x_i(t) \\ &- B_p K_p \left[\sum_{j \in N_i} w_{ij} (x_i(t_k^i - \tau) \right. \\ &- x_j(t_{k_1}^j(t_k^i - \tau)) \\ &+ b_i(x_i(t_k^i - \tau) - x_0(t_k^i - \tau))] \\ &+ B_{wp} w_i(t) \end{aligned} \quad (13)$$

قابل توصیف است. با تعریف $\hat{A} = \sum_{p=1}^r \mu_p(\theta(t)) A_p$ ، $\hat{B} = \sum_{p=1}^r \sum_{q=1}^r \mu_p(\theta(t)) \mu_q(\theta(t)) B_p K_p$ و $\hat{C} = \sum_{p=1}^r \mu_p(\theta(t)) C_p$

رابطه (۱۳) به صورت

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) = & \hat{A}x_i(t) - \hat{B} \left[\sum_{j \in N_i} w_{ij} (e_i(t - \tau) \right. \\ & + \varepsilon_i(mh - \tau) \\ & + e_{0ij}(t - \tau) \\ & - e_{1ij}(t - \tau) \\ & - e_j(t - \tau) \\ & - \varepsilon_j(mh - \tau)) \\ & + b_i(e_i(t - \tau) \\ & + \varepsilon_i(mh - \tau))] \\ & + \hat{B}_w w_i(t) \end{aligned} \quad (14)$$

قابل بازنویسی است. در صورتی که قانون کنترلی در لحظات نمونه برداری $t = mh$ محاسبه شود، رابطه (۱۴) به صورت

$$\begin{aligned} \Pi_A^{ij} + \Pi_A^{ji} &< 0 \\ \Pi_B^{ij} + \Pi_B^{ji} &< 0 \end{aligned} \quad (22)$$

به ازای $i < j, i, j = 1, 2, \dots, r$ برقرار باشد، آنگاه اجماع گروه عامل ها با کنترل کننده (۱۰) تحت مکانیزم تحریک (۱۱) برای مقادیر مثبت و ثابت $\bar{\eta}, \lambda$ و ماتریس K_j به صورت مجانبی حاصل می شود. در رابطه (۲۲)

$$\begin{aligned} \Pi_A^{ij} &= \begin{bmatrix} \Pi_{A1}^{ij} & \Pi_{A2}^{ij} \\ \Pi_{A2}^{ij} & \Pi_{A3}^{ij} \end{bmatrix}, \Pi_B^{ij} = \\ &= \begin{bmatrix} \Pi_{B1}^{ij} & \Pi_{B2}^{ij} \\ \Pi_{B2}^{ij} & \Pi_{B3}^{ij} \end{bmatrix} \\ \Pi_{A1}^{ij} &= F^{ij} + 2\bar{\eta}L_1(I_N \otimes R_1)L_2^{ij} + \Delta \\ &\quad + \Delta^T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Pi_{A2}^{ij} &= \text{col}\{\bar{\eta}(I_N \otimes T)L_2^{ij}, \bar{\eta}(I_N \\ &\quad \otimes R_2)L_2^{ij}, \bar{\eta}L^T, \phi_\delta \theta^{ij}, L_3^{ij}\} \\ \Pi_{A3}^{ij} &= -\text{diag}\{\bar{\eta}(I_N \otimes T), \bar{\eta}(I_N \\ &\quad \otimes R_2), \bar{\eta}(I_N \\ &\quad \otimes T), \phi_\delta, I\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Pi_{B1}^{ij} &= F^{ij} + \Delta + \Delta^T \\ \Pi_{B2}^{ij} &= \text{col}\{\bar{\eta}(I_N \\ &\quad \otimes T)L_2^{ij}, \bar{\eta}N^T, \bar{\eta}M^T, \phi_\delta \theta^{ij}, L_3^{ij}\} \\ \Pi_{B3}^{ij} &= -\text{diag}\{\bar{\eta}(I_N \otimes T), \bar{\eta}(I_N \\ &\quad \otimes R_2), \bar{\eta}(I_N \\ &\quad \otimes T), \phi_\delta, I\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F^{ij} &= \text{diag}\{(I_N \\ &\quad \otimes P_2), 0, -\phi, -\phi, -\phi, -(I_N \\ &\quad \otimes P_2), 0, -\lambda\} + (L_2^{ij})^T (I_N \otimes P_1) L_4 \\ &\quad + (L_4)^T (I_N \otimes P_1) L_2^{ij} \\ &\quad - L_1 (I_N \otimes R_1) (L_1)^T \\ \theta^{ij} &= [0, (\bar{L} \otimes I_n), (\bar{L} \\ &\quad \otimes I_n), -I, I, 0, 0, 0] \\ \Delta &= [-M - N, M - L, 0, 0, 0 - L, N, 0] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_1 &= \text{col}\{(I_N \otimes I_n), 0, 0, 0, 0, 0, -(I_N \\ &\quad \otimes I_n), 0\} \\ L_2^{ij} &= [(I_N \otimes A_i), (\bar{L} \otimes B_i K_j), -(\bar{L} \\ &\quad \otimes B_i K_j), (I_N \\ &\quad \otimes B_i K_j), -(I_N \\ &\quad \otimes B_i K_j), 0, 0, (I_N \\ &\quad \otimes B_{wi})] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_3^{ij} &= [(I_N \otimes C_i), (\bar{L} \otimes D_i K_j), -(\bar{L} \\ &\quad \otimes D_i K_j), (I_N \\ &\quad \otimes D_i K_j), -(I_N \\ &\quad \otimes D_i K_j), 0, 0, 0] \\ L_4 &= [(I_N \otimes I_n), 0, 0, 0, 0, 0, 0] \end{aligned} \quad (23)$$

اثبات: سیستم دینامیکی تاخیردار (۱۹) و (۲۰) را در نظر بگیرید. برای سیستم مذکور تابع لیاپانوف کراسوفسکی بصورت

قابل توصیف است که در آن

$$e_j(mh) = \varepsilon_j(t_{k'}^j(mh)) - \varepsilon_j(mh)$$

گیری شده عامل z است. در ادامه، با تعریف یک تابع تکه ای پیوسته

$$0 < \tau \leq \eta(t) \leq \tau + h \triangleq \bar{\eta}, \eta(t) = t - (mh - \tau)$$

و $\dot{\eta}(t) = 1$ به صورت

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}(t) &= (I_N \otimes \hat{A})\varepsilon(t) \\ &\quad + (I_N \otimes \hat{B})E_1(t) \\ &\quad - \eta(t) \\ &\quad - (I_N \otimes \hat{B})E_0(t) \\ &\quad - \eta(t) \\ &\quad - (\bar{L} \otimes \hat{B})e(t - \eta(t)) \\ &\quad - (\bar{L} \otimes \hat{B})\varepsilon(t - \eta(t)) \\ &\quad + (I_N \otimes \hat{B}_w)e_w(t) \end{aligned} \quad (19)$$

و خروجی سیستم چند عاملی به صورت

$$\begin{aligned} z(t) &= (I_N \otimes \hat{C})\varepsilon(t) \\ &\quad + (I_N \otimes \hat{D})E_1(t) \\ &\quad - \eta(t) \\ &\quad - (I_N \otimes \hat{D})E_0(t) \\ &\quad - \eta(t) \\ &\quad - (\bar{L} \otimes \hat{D})e(t - \eta(t)) \\ &\quad - (\bar{L} \otimes \hat{D})\varepsilon(t - \eta(t)) \end{aligned} \quad (20)$$

و با ترکیب (۱۸) و (۱۲)، شرط تولید رویداد به صورت

$$\begin{aligned} e^T(t - \eta(t))\phi e(t - \eta(t)) &+ E_1^T(t - \eta(t))\phi E_1(t) \\ &- \eta(t) \\ &+ E_0^T(t - \eta(t))\phi E_0(t) \\ &- \eta(t) \\ &- [(\bar{L} \otimes I_n)\varepsilon(t - \eta(t)) \\ &+ (\bar{L} \otimes I_n)e(t - \eta(t)) \\ &- E_1(t - \eta(t)) \\ &+ E_0(t - \eta(t))]^T \phi_\delta [(L \\ &\quad \otimes I_n)\varepsilon(t - \eta(t)) \\ &+ (L \otimes I_n)e(t - \eta(t)) \\ &- E_1(t - \eta(t)) \\ &+ E_0(t - \eta(t))] \leq 0 \end{aligned} \quad (21)$$

تبدیل می شوند.

همانطور که مشاهده شد مساله اجماع در سیستم چند عاملی رهبر-پیرو (۷) و (۸) که در آن عامل ها دارای مدل فازی هستند و از قانون کنترل پیشنهاد شده در (۱۰) با توجه به شرط تحریک (۱۱) استفاده می کنند، به بررسی پایداری سیستم (۱۹) تبدیل شد.

قضیه ۱: یک گروه شامل N عامل پیرو و یک رهبر را به ترتیب با دینامیک های (۵) و (۶)، در نظر بگیرید. در صورت برقرار بودن فرض ۱، اگر ماتریس های مثبت معین $T > 0, P_i > 0, R_i > 0 (i = 1, 2)$ و ماتریس های L, N, M و $\phi = \text{diag}\{\phi_1, \dots, \phi_N\} > 0$ ، L, N, M و $\phi = \text{diag}\{\phi_1, \dots, \phi_N\} > 0$ وجود داشته باشند بطوریکه شرط

$$2\psi^T(t)N \int_{s_k}^t \dot{\varepsilon}(s)ds$$

$$\leq \eta(t)\psi^T(t)N(I_N \otimes R_2^{-1})N^T\psi(t)$$

$$+ \int_{s_k}^t \dot{\varepsilon}^T(s)R_2\dot{\varepsilon}(s)ds$$

$$2\psi^T(t)L \int_{t-\bar{\eta}}^{t-\eta(t)} \varepsilon(s)ds$$

$$\leq (\bar{\eta} - \eta(t))\psi^T(t)L(I_N \otimes T^{-1})L^T\psi(t)$$

$$+ \int_{t-\bar{\eta}}^{t-\eta(t)} \dot{\varepsilon}^T(s)T\dot{\varepsilon}(s)ds$$

با مشتق گیری از (۲۴) در امتداد مسیر حالت سیستم (۱۹) و با ترکیب (۲۶)-(۲۸) و (۱۸)، می توان نوشت

$$\dot{V} \leq \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mu_i(\theta(t))\mu_j(\theta(t))\psi^T(\Lambda^{ij}$$

$$+ \Lambda^{ji})\psi - z^T(t)z(t)$$

$$+ \lambda^2 w^T(t)w(t)$$

(۲۹)

که در آن

$$\Lambda^{ij} = F^{ij} + \bar{\eta}(L_2^{ij})^T (I_N \otimes T)L_2^{ij}$$

$$+ (\theta^{ij})^T \phi_\delta \theta^{ij}$$

$$+ (L_3^{ij})^T L_3^{ij} + \Delta + \Delta^T$$

$$+ (\bar{\eta} - \eta(t))H_1^{ij}$$

$$+ \eta(t)H_2$$

$$F^{ij} = \text{diag}\{(I_N \otimes P_2), 0, -\phi, -\phi, -\phi, -(I_N$$

$$\otimes P_2), 0, -\lambda\} + (L_2^{ij})^T (I_N \otimes P_1) L_4$$

$$+ (L_4)^T (I_N \otimes P_1) L_2^{ij} - L_1 (I_N \otimes R_1)(L_1)^T$$

$$H_1^{ij} = L(I_N \otimes T^{-1})L^T + (L_2^{ij})^T (I_N \otimes R_2) L_2^{ij}$$

$$+ 2L_1(I_N \otimes R_1)L_2^{ij}$$

$$H_2 = M(I_N \otimes T^{-1})M^T + N(I_N \otimes R_2^{-1})N^T$$

بر اساس لم ۲، مشتق تابع لیابانوف کراسوفسکی در (۲۴) منفی شده که می توان نتیجه گرفت که سیستم (۱۹) به ازای $w \equiv 0$ بطور مجانبی پایدار است و تحت شرایط اولیه صفر داریم $\|z\|_2 < \lambda \|w\|_2$.
قضیه ۲: یک گروه شامل N عامل پیرو و یک رهبر را به ترتیب با دینامیک های (۵) و (۶)، در نظر بگیرید. فرض کنید فرض ۱ برقرار باشد. با توجه به دوره نمونه برداری $h > 0$ ، تاخیر ورودی کنترل $0 < \tau < h$ و پارامترهای تحریک $\delta_1, \dots, \delta_N > 0$ اگر ماتریس های مثبت معین \bar{L} و \bar{N} ، \bar{M} و ماتریس های $(i = 1, 2) \bar{R}_i > 0$ و $\bar{P}_i > 0$ ، $\bar{T} > 0$ با ابعاد مناسب و $\bar{\Phi} = \text{diag}\{\bar{\Phi}_1, \dots, \bar{\Phi}_N\} > 0$ و $Z_j > 0$ وجود داشته و $\bar{\Phi}_\delta = \text{diag}\{\delta_1 \bar{\Phi}_1, \dots, \delta_N \bar{\Phi}_N\} > 0$

$$V(t, \varepsilon(t), \dot{\varepsilon}(t)) = V_1(t, \varepsilon(t), \dot{\varepsilon}(t))$$

$$+ V_2(t, \varepsilon(t), \dot{\varepsilon}(t)) \quad (۲۴)$$

انتخاب می شود بطوریکه

$$V_1(t, x(t)) = \varepsilon^T(t)(I_N \otimes P_1)\varepsilon(t)$$

$$+ \int_{t-\bar{\eta}}^t \varepsilon^T(v)P_2\varepsilon(v)dv$$

$$+ \int_{t-\bar{\eta}}^t \int_s^t \dot{\varepsilon}^T(v)T\dot{\varepsilon}(v)dvds$$

$$V_2(t, x(t)) = (\bar{\eta} - \eta(t)) \left\{ [\varepsilon^T(t) \right.$$

$$- \varepsilon^T(s_k)](I_N$$

$$\otimes R_1)[\varepsilon(t) - \varepsilon(s_k)]$$

$$\left. + \int_{s_k}^t \dot{\varepsilon}^T(v)R_2\dot{\varepsilon}(v)dv \right\} \quad (۲۵)$$

که در آن $0 < R_2 > 0$ ، $R_1 > 0$ ، $P_2 > 0$ ، $P_1 > 0$ ، $T > 0$ و $s_k = t_k h + m h + \tau$

با استفاده از رابطه نیونن-لینیتس، برای ماتریس های N و L

ابعاد مناسب می توان نوشت

$$2\psi^T(t)M \left[\varepsilon(t) - \varepsilon(t - \eta(t)) \right.$$

$$\left. - \int_{t-\eta(t)}^t \dot{\varepsilon}(s)ds \right]$$

$$= 0$$

$$2\psi^T(t)N \left[\varepsilon(t) - \varepsilon(s_k) - \int_{s_k}^t \dot{\varepsilon}(s)ds \right]$$

$$= 0$$

$$2\psi^T(t)L \left[\varepsilon(t - \eta(t)) - \varepsilon(t - \bar{\eta}) \right.$$

$$\left. - \int_{t-\bar{\eta}}^{t-\eta(t)} \dot{\varepsilon}(s)ds \right]$$

$$= 0 \quad (۲۶)$$

که در آن

$$\psi^T(t) = [\varepsilon^T(t), \varepsilon^T(t - \eta(t)), e^T(t$$

$$- \eta(t)), E_1^T(t - \eta(t)), E_0^T(t$$

$$- \eta(t)), \varepsilon^T(t - \bar{\eta}), e^T(s_k), w^T(t)]^T \quad (۲۷)$$

طبق لم ۳، همواره ماتریس های $R_2 > 0$ و $T > 0$ وجود دارند بطوریکه:

$$2\psi^T(t)M \int_{t-\eta(t)}^t \dot{\varepsilon}(s)ds$$

$$\leq \eta(t)\psi^T(t)M(I_N \otimes T^{-1})M^T\psi(t)$$

$$+ \int_{t-\eta(t)}^t \dot{\varepsilon}^T(s)T\dot{\varepsilon}(s)ds \quad (۲۸)$$

$$\begin{aligned} (I_N \otimes X)(T)(I_N \otimes X^T) &= \bar{T} \\ (I_N \otimes X)(M)(I_N \otimes X^T) &= \bar{M} \\ (I_N \otimes X)(N)(I_N \otimes X^T) &= \bar{N} \\ (I_N \otimes X)(L)(I_N \otimes X^T) &= \bar{L} \\ (I_N \otimes X)(\phi)(I_N \otimes X^T) &= \bar{\phi} \\ (I_N \otimes X)(\phi_\delta)(I_N \otimes X^T) &= \bar{\phi}_\delta \\ Z_j &= K_j X^T \text{ و} \end{aligned}$$

برای هر $\epsilon > 0$ و نتیجه می شود (بر اساس لم ۳)

$$\begin{aligned} \bar{\eta} L_1 (I_N \otimes X R_1) \bar{L}_2^{ij} + \bar{\eta} (\bar{L}_2^{ij})^T (I_N \\ \otimes R_1 X) L_1^T \\ = (\bar{L}_2^{ij})^T \epsilon^{-1} \bar{L}_2^{ij} \\ + \bar{\eta}^2 L_1 (I_N \\ \otimes \bar{R}_1) (I_N \\ \otimes X^{-1}) \epsilon (I_N \\ \otimes X^{-1}) (I_N \\ \otimes \bar{R}_1) L_1^T \end{aligned} \quad (۳۱)$$

سپس، طرفین Π_A^{ij} و Π_A^{ij} در (۲۲) را با

$$\text{diag}\{(I_N \otimes X), (I_N \otimes X), (I_N \otimes X), (I_N \otimes X), (I_N \\ \otimes X), (I_N \otimes X), (I_N \\ \otimes X), I, I, I, (I_N \otimes X), I, I, I, I\}$$

و ترانواده آن و Π_B^{ij} و Π_B^{ij} در (۲۲) را با

$$\begin{aligned} \text{diag}\{(I_N \otimes X), (I_N \otimes X), (I_N \\ \otimes X), (I_N \otimes X), (I_N \\ \otimes X), (I_N \otimes X), (I_N \\ \otimes X), I, I, (I_N \\ \otimes X), (I_N \\ \otimes X), I, I\} \end{aligned} \quad (۳۲)$$

و ترانواده آن، به ترتیب ضرب می کنیم، با استفاده از لم ۲ و (۳۱)، به آسانی می توان از نتیجه قضیه ۱ در (۲۲) به (۳۰) رسید و اثبات کامل می شود.

توجه ۳: نامساوی های ماتریسی (۳۰) به دلیل وجود عبارات غیر خطی

$$(I_N \otimes X) \bar{R}_2^{-1} (I_N \otimes X), (I_N \otimes X) \bar{T}^{-1} (I_N \otimes X)$$

$$(I_N \otimes X) \epsilon^{-1} X), (I_N \otimes X) \bar{\phi}_\delta^{-1} (I_N \otimes X)$$

محدب نمی باشند، لذا نمی توانند بطور مستقیم توسط ابزار LMI متلب حل شوند. بطور

کلی، دو روش برای حل چنین مسئله غیر محدبی، توسط ابزار LMI متلب

وجود دارد، روش عددی مکمل مخروط (CCL) [۲۰]، و روش ساده خطی

طبق لم ۴، که در این مقاله مورد استفاده قرار گرفته است.

توجه ۴: در ملاحظات عملی، اجتناب از رفتار زانو برای استراتژی اجماع

ناشی از تحریک-رویداد بسیار مهم است [۲۵]. از آنجا که از طرح نمونه-

بردارای دوره ای استفاده می شود، زمان بین دو لحظه رویداد متوالی می-

بایستی حداقل پایین ترین مقدار از محدوده دوره نمونه برداری h باشد

بطوریکه

$$t_{k+1}^i = t_k^i + \min_{l_i \geq 1} \{l_i h \mid g_i(t) \geq 0\}$$

که در آن $l_i \in \mathbb{N}$ و $g_i(t)$ ، شرط تحریک-رویداد (۱۱) است از این

رو، طرح پیشنهادی تحریک-رویداد، رفتار زانو را نشان نمی دهد.

باشند بطوریکه شرط LMI در (۲۲) برای $i < j, i, j = 1, 2, \dots, r$

برقرار باشد، آنگاه اجماع گروه عامل ها با کنترل کننده مبتنی بر تحریک-

رویداد (۱۰) تحت مکانیزم تحریک (۱۱)، با نرم H_∞ محدود به λ و بهره

های فیدبک $K_j = Z_j X^{-1}$ برای مقادیر مثبت و ثابت $\bar{\eta}, \lambda$ و ϵ ، به

صورت مجانبی حاصل می شود.

$$\bar{\Pi}_A^{ij} + \bar{\Pi}_A^{ji} < 0$$

$$\bar{\Pi}_B^{ij} + \bar{\Pi}_B^{ji} < 0$$

$$\bar{\Pi}_A^{ij} = \begin{bmatrix} \bar{\Pi}_{A1}^{ij} & \bar{\Pi}_{A2}^{ij T} \\ \bar{\Pi}_{A2}^{ij} & \bar{\Pi}_{A3}^{ij} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\Pi}_B^{ij} = \begin{bmatrix} \bar{\Pi}_{B1}^{ij} & \bar{\Pi}_{B2}^{ij T} \\ \bar{\Pi}_{B2}^{ij} & \bar{\Pi}_{B3}^{ij} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\Pi}_{A1}^{ij} = \bar{F}^{ij} + \bar{\Delta} + \bar{\Delta}^T$$

$$\begin{aligned} \bar{\Pi}_{A2}^{ij} \\ = \text{col}\{\sqrt{\bar{\eta}} \bar{L}_2^{ij}, \sqrt{\bar{\eta}} \bar{L}_2^{ij}, \sqrt{\bar{\eta}} \bar{L}^T, \theta^{ij}, \bar{L}_3^{ij}, \bar{L}_2^{ij}, \bar{\eta} \bar{R}_1 L_1^T\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{\Pi}_{A3}^{ij} = -\text{diag}\{(I_N \otimes X) \bar{T}^{-1} (I_N \\ \otimes X), (I_N \\ \otimes X) \bar{R}_2^{-1} (I_N \\ \otimes X), \bar{T}, (I_N \\ \otimes X) \bar{\phi}_\delta^{-1} (I_N \\ \otimes X), I, \epsilon, (I_N \\ \otimes X \epsilon^{-1} X)\} \end{aligned}$$

$$\bar{\Pi}_{B1}^{ij} = F^{ij} + \Delta + \Delta^T$$

$$\bar{\Pi}_{B2}^{ij} = \text{col}\{\sqrt{\bar{\eta}} \bar{L}_2^{ij}, \sqrt{\bar{\eta}} \bar{N}^T, \sqrt{\bar{\eta}} \bar{M}^T, \theta^{ij}, \bar{L}_3^{ij}\}$$

$$\begin{aligned} \bar{\Pi}_{B3}^{ij} = -\text{diag}\{(I_N \otimes X) \bar{T}^{-1} (I_N \\ \otimes X), \bar{R}_2, \bar{T}, (I_N \\ \otimes X) \bar{\phi}_\delta^{-1} (I_N \\ \otimes X), I\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{F}^{ij} \\ = \text{diag}\{(I_N \otimes \bar{P}_2), 0, -\bar{\phi}, -\bar{\phi}, -\bar{\phi}, -(I_N \\ \otimes \bar{P}_2), 0, -\lambda\} + (\bar{L}_2^{ij})^T L_4 + (L_4)^T \bar{L}_2^{ij} \\ - L_1 (I_N \otimes \bar{R}_1) (L_1)^T \\ \bar{\Delta} = [-\bar{M} - \bar{N}, \bar{M} - \bar{L}, 0, 0, 0 - \bar{L}, \bar{N}, 0] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{L}_2^{ij} &= [(I_N \otimes A_i X), (\bar{L} \otimes B_i Z_j), -(\bar{L} \\ &\otimes B_i Z_j), (I_N \\ &\otimes B_i Z_j), -(I_N \\ &\otimes B_i Z_j), 0, 0, (I_N \\ &\otimes B_{wi})] \\ \bar{L}_3^{ij} &= [(I_N \otimes C_i X), (\bar{L} \otimes D_i Z_j), -(\bar{L} \\ &\otimes D_i Z_j), (I_N \\ &\otimes D_i Z_j), -(I_N \\ &\otimes D_i Z_j), 0, 0, 0] \end{aligned} \quad (۳۰)$$

اثبات: تعریف می کنیم: $X = p^{-1}$

$$(I_N \otimes X)(P_2)(I_N \otimes X^T) = \bar{P}_2$$

$$(I_N \otimes X)(R_1)(I_N \otimes X^T) = \bar{R}_1$$

$$(I_N \otimes X)(R_2)(I_N \otimes X^T) = \bar{R}_2$$

۵- الگوریتم طراحی و فرآیند کنترل

همانطور که از قضیه ۲ دیده می شود برای دستیابی به مقادیر ماتریس-های $\bar{T} > 0$ ، $\bar{P}_i > 0$ و $\bar{R}_i > 0$ ($i = 1, 2$)، ماتریس های \bar{N} ، \bar{M} و \bar{L} ، $\bar{\Phi}$ و \bar{Z}_j برای رسیدن به ماتریس کنترل بهره K_j و ماتریس تحریک-رویداد $\bar{\phi}$ ، نیاز به حل شرط LMI در (۳۰) وجود دارد. این روش فرآیند کنترل در الگوریتم شکل ۲ خلاصه شده است.

توجه ۵: در الگوریتم طراحی، δ_i پارامتر انتخابی تحریک-رویداد است. توجه داشته باشید که تعداد تحریک ها برای عامل i با افزایش δ_i کاهش خواهد یافت، در حالیکه خطاهای حالت در فرآیند قبل از اجماع با افزایش δ_i افزایش می یابد.

تنظیمات اولیه الگوریتم طراحی

- انتخاب $h > \tau$ ، بطوریکه τh
- مقداردهی مناسب $\lambda, \epsilon, \bar{\eta}; \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_N$
- تشکیل LMI در (۳۰) با ماتریس های تعریف شده سازگار $\bar{T} > 0$ ، $(i = 1, 2) \bar{R}_i > 0$ و $\bar{P}_i > 0$
 $(i < j, i, j = 1, 2, \dots, r)$ ، $\bar{\Phi}_i, \bar{Z}_j > 0$
- حل LMI در (۳۰) جهت دستیابی به مقادیر بهینه $(i < j, \bar{\Phi}_i, \bar{Z}_j > 0 \bar{T} > 0, (i = 1, 2) \bar{R}_i > 0$ و $\bar{P}_i > 0$
 $j, i, j = 1, 2, \dots, r)$
- استخراج ماتریس های بهره کنترلی و تحریک-رویداد بطوریکه $K_j = Z_j X^{-1}$
 $\bar{\phi}_i = (I_N \otimes \bar{P}_i^{-1}) \bar{\Phi}_i (I_N \otimes \bar{P}_i^{-1})$

تنظیمات اولیه الگوریتم فرآیند کنترل

- مقداردهی اولیه به شمارنده تحریک-رویداد $k \leftarrow 0$
 $u_i(t_k^0) = u_i(0); t_k^i \leftarrow 0$
- مقداردهی اولیه به شمارنده نمونه برداری $m \leftarrow 0$
- While $m < \frac{T}{h}$ do (زمان در نظر گرفته شده جهت شبیه سازی)
محاسبه $\epsilon_i(mh), e_i(mh - \tau), E_{0_i}(mh - \tau)$
While $j \in N_i$ and $j \neq i$ do
محاسبه $E_{1_i}(mh - \tau)$
If $g_i(mh) \leq 0$ then
 $m = m + 1$; $k = k$; $t_k^i = t_k^i$
 $u_i(mh) = u_i(t_k^i)$
Else
 $e_i(mh - \tau) \leftarrow 0, E_{0_i}(mh - \tau) \leftarrow 0, E_{1_i}(mh - \tau) \leftarrow 0$
 $m = m + 1$; $k = k + 1$; $t_k^i = t_k^i$
 t_{k+1}^i ;
به روزرسانی سیگنال کنترلی $u_i(t_{k+1}^i) = u_i(t_k^i)$ بر اساس (۱۰) و ارسال اطلاعات حالت به عامل همسایه

Break;
End if

End while

شکل ۲: الگوریتم اجماع مبتنی بر تحریک-رویداد برای عامل $i = 1, 2, \dots, N$

۶- شبیه سازی

در این بخش، دو مثال عددی برای نشان دادن کارایی روش طراحی پیشنهادی بر پایه تحریک-رویداد ارائه شده است. در اینجا از نرم افزار متلب برای حل نامساوی های ماتریسی خطی استفاده شده است.

مثال ۱: یک سیستم چندعاملی متشکل از یک عامل رهبر و چهار عامل پیرو ($N = 4$)، مطابق شکل ۳، در نظر بگیرید [۱۵] که در آن دینامیک عاملها به صورت

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + 0.8u \\ \dot{x}_2 = -0.4x_2 + 0.5u - \sin(x_2(t)) \end{cases} \quad (33)$$

است. سیستم غیر خطی (۳۳) به صورت مدل TS فازی

Rule i: If x_1 is μ_i then

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + B_{wi} w(t) \\ z(t) = C_i x(t) \quad , \quad i = 1, 2 \end{cases} \quad (34)$$

قابل نمایش است که در آن $\mu_1 = (x_2 - \sin(x_2)) / (1.2127 * x_2)$ و $\mu_2 = 1 - \mu_1$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\mu_1 * 0.1828 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\mu_2 * 1.4 \end{bmatrix}$$

$$B_i = \begin{bmatrix} 0.8 \\ 0.5 \end{bmatrix}, B_{wi} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, C_i = [1 \quad 0] \quad (35)$$

ماتریس مجاورت وزن دار \mathbb{W} و ماتریس مجاورت عامل رهبر \mathbb{B} ، بصورت

$$\mathbb{W} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbb{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

است. در این مثال تاخیر ورودی و دوره نمونه برداری به ترتیب $\tau = 0.05s$ و $h = 0.06s$ و پارامتر $\lambda = 1.9$ انتخاب شده است. با انتخاب پارامترهای شرط تحریک (۱۱) بصورت $\delta_4 = 0.013$ ، $\delta_3 = 0.016$ و با استفاده از قضیه ۲، ماتریس های بهره فیدبک K و ماتریس های تحریک $\bar{\phi}$ به صورت

$$K_1 = [-0.5263, -0.0912]$$

$$K_2 = [0.1081, -0.4420]$$

$$\bar{\phi}_1 = \begin{bmatrix} 11.0096 & 4.3041 \\ 4.3041 & 14.6119 \end{bmatrix}$$

$$\bar{\phi}_2 = \begin{bmatrix} 54.1825 & 10.6995 \\ 10.6995 & 59.5996 \end{bmatrix}$$

$$\bar{\phi}_3 = \begin{bmatrix} 49.6933 & 10.4048 \\ 10.4048 & 49.5247 \end{bmatrix}$$

جدول ۱: زمان‌های نمونه برداری و تحریک برای هر یک از عامل‌های پیرو

	عامل ۱	عامل ۲	عامل ۳	عامل ۴
زمان‌های نمونه برداری	۶۶۶	۶۶۶	۶۶۶	۶۶۶
زمان‌های تحریک	۴۲	۳۶	۳۳	۴۲

مثال ۲: یک سیستم چندعاملی متشکل از یک عامل رهبر و چهار عامل پیرو مطابق شکل ۵ در نظر بگیرید که هر عامل دارای مدل دینامیکی یک سیستم روبات تک-لینک (۲۶) به صورت

$$\mathcal{M}\ddot{p}_i + \frac{1}{2}mgl \sin(p_i) = \tau_i \quad (۳۶)$$

و $i = 0, \dots, 4$ است. p_i زاویه سمت، τ_i نیروی کنترل، g شتاب گرانشی، l طول ربات، m جرم مجموعه به صورت $l = m = 1$ است. \mathcal{M} نشان دهنده اینرسی و به صورت $\mathcal{M} = 0.5$ در نظر گرفته شده است. دینامیک‌های عامل‌ها را می‌توان به صورت

$$\begin{cases} \dot{x}_{i1} = x_{i2} \\ \dot{x}_{i2} = 2\tau_i + f_{i2} \end{cases} \quad (۳۷)$$

بازنویسی کرد که در آن $x_{i1} = p_i$ و $x_{i2} = \dot{p}_i$ سیستم غیرخطی (۳۷) را می‌توان به صورت مدل TS فازی

Rule i : If x_1 is μ_i then

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + B_{wi} w(t) \\ z(t) = C_i x(t) \quad , \quad i = 1, 2 \end{cases} \quad (۳۸)$$

نشان داد که در آن $\mu_1 = (x_{i1} - \sin(x_{i1})) / (1.2127 * x_{i1})$ و $\mu_2 = 1 - \mu_1$ ،

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\mu_1 * 10 & 0 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\mu_2 * 10 & 0 \end{bmatrix} \\ B_i &= \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}, B_{wi} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, C_i = [1 \quad 0] \end{aligned} \quad (۳۹)$$

ماتریس مجاورت وزن دار \mathbb{W} و ماتریس مجاورت عامل رهبر، \mathbb{B} ، به ترتیب بصورت

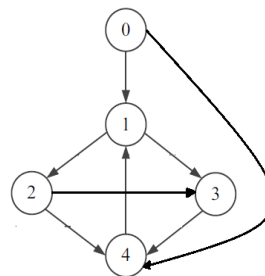
$$\mathbb{W} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbb{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

است. در این مثال تاخیر ورودی و دوره نمونه‌برداری به ترتیب $\tau = 0.002s$ و $h = 0.003s$ و پارامتر $\lambda = 3$ انتخاب شده است. با انتخاب پارامترهای شرط تحریک (۱۱) بصورت $\delta_4 = 0.01, \delta_3 = 0.01, \delta_2 = 0.01, \delta_1 = 0.03$ ، و با استفاده از قضیه ۲ ماتریس-های بهره فیدبک K و ماتریس‌های تحریک ϕ به صورت

$$\begin{aligned} K_1 &= [0.7571 \quad 0.0875] \\ K_2 &= [-2.8916 \quad -1.1161] \\ \phi_1 &= \begin{bmatrix} 51.9152 & -14.0714 \\ -14.0714 & 75.3419 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

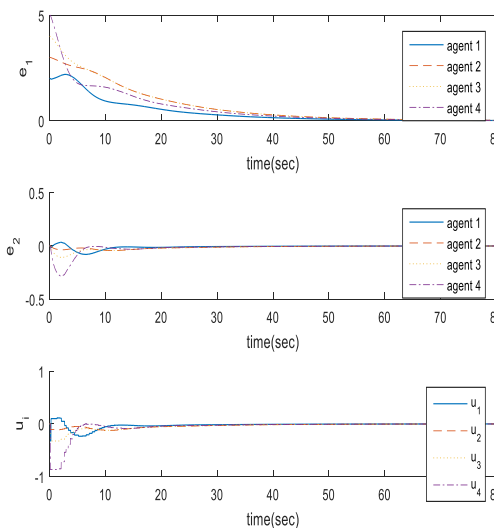
$$\phi_4 = \begin{bmatrix} 12.6469 & -13.2910 \\ -13.2910 & 31.6564 \end{bmatrix}$$

بدست می‌آیند.



شکل ۳: گراف ارتباطی عامل‌ها در مثال ۱

شرایط اولیه عامل رهبر و عامل‌های پیرو برای $t \in [-\tau, 0)$ به ترتیب به صورت $x_0(t) = [-1 \quad 0]^T$ و $x_i(t) = [i \quad 0]^T$ که $i = 1, 2, 3, 4$ در نظر گرفته می‌شوند. بعلاوه فرض می‌شود تمامی اطلاعات در لحظه $t = 0$ ارسال شده باشد، در حقیقت $t_0^i, i = 1, 2, 3, 4$ لحظه ۰م تحریک است. خطای حالت را بین عامل i و رهبر به صورت $e_i(t) = x_i(t) - x_0(t)$ تعریف می‌شود. شکل ۴، پاسخ‌های زمانی خطاهای حالت بین عامل‌های پیرو و رهبر و سیگنال کنترلی ورودی را نشان می‌دهد. می‌توان دید که خطاهای حالت به صفر همگرا شده لذا اجماع بطور مجانبی حاصل می‌شود.



شکل ۴: مسیر خطای حالت e_1, e_2 و سیگنال کنترلی ورودی برای عامل‌های پیرو

در جدول ۱ تعداد زمان‌های نمونه‌برداری و زمان‌های تحریک-رویداد برای هر عامل در طول دوره $t \in [0, 20]$ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود تعداد زمان‌های تحریک بسیار کمتر از زمان‌های نمونه‌برداری است. علاوه بر این تعداد زمان‌های تحریک و بروزرسانی سیگنال کنترلی هر یک از عامل‌ها در مقایسه با روش مرجع [۱۵] کاهش یافته است.

جدول ۲: زمان های نمونه برداری و تحریک برای هر یک از عامل های پیرو (مثال ۲)

	عامل ۱	عامل ۲	عامل ۳	عامل ۴
زمان های نمونه برداری	۵۰۰۰	۵۰۰۰	۵۰۰۰	۵۰۰۰
زمان های تحریک	۲۶۱۰	۳۴۳۱	۳۵۶۰	۳۵۱۴

۲- نتیجه گیری

یک استراتژی جدید به منظور اجماع سیستم های چند عاملی مبتنی بر تحریک-رویداد با عامل های به فرم TS فازی و تاخیر زمانی ورودی، که مزایای خود را در بکارگیری حداقل قوانین برای مدل سازی سیستم های واقعی غیر خطی مرتبه بالا نشان می دهد، در این مقاله بیان گردید. این استراتژی در جلوگیری از ارتباط پیوسته بین عامل ها و کاهش زمان های تحریک عامل ها عملکردی قابل قبول داشته است. شرایط کافی برای طراحی قانون کنترل به جهت دستیابی به اجماع رهبر-پیرو در قالب نامساوی ماتریسی خطی ارائه شد که با حل آن، ماتریس های تحریک-رویداد و بهره فیدبک، محاسبه می شوند. مثالی نیز جهت نشان دادن اثربخشی و مزایای این نتایج مورد استفاده قرار گرفت.

۸- مراجع

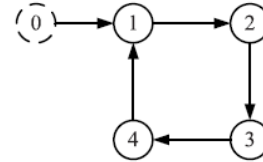
- [1] S. J. Yoo and T.-H. Kim, "Predesignated fault-tolerant formation tracking quality for networked uncertain nonholonomic mobile robots in the presence of multiple faults," *Automatica*, vol. 77, pp. 380-387, 2017.
- [2] W. Li, F. Bassi, L. Galluccio, and M. Kieffer, "Peer-Assisted Individual Assessment in a multi-agent system," *Automatica*, vol. 83, pp. 351-360, 2017.
- [3] Z.-G. Wu, Y. Xu, R. Lu, Y. Wu, and T. Huang, "Event-triggered control for consensus of multiagent systems with fixed/switching topologies," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, vol. 48, pp. 1736-1746, 2017.
- [4] X. Wang, H. Su, M. Z. Chen, and X. Wang, "Observer-based robust coordinated control of multiagent systems with input saturation," *IEEE transactions on neural networks and learning systems*, vol. 29, pp. 1933-1946, 2017.
- [5] C.-E. Ren, L. Chen, and C. P. Chen, "Adaptive fuzzy leader-following consensus control for stochastic multiagent systems with heterogeneous nonlinear dynamics," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 25, pp. 181-190, 2016.
- [6] F. Zhang and W. Wang, "Decentralized optimal control for the mean field LQG problem of multi-agent systems," *Int. J. Innov. Comput. Inf. Control*, vol. 13, pp. 55-66, 2017.

$$\phi_2 = \begin{bmatrix} 75.4914 & 7.6857 \\ 7.6857 & 63.0566 \end{bmatrix}$$

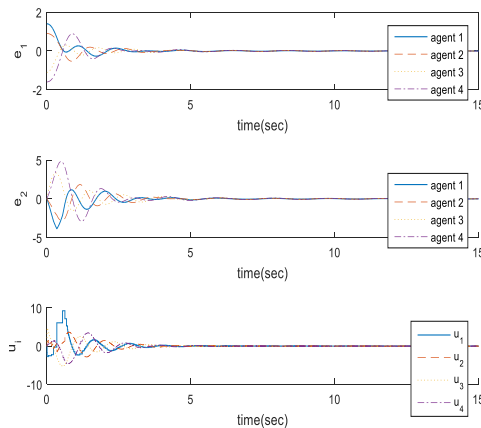
$$\phi_3 = \begin{bmatrix} 167.6557 & 52.9531 \\ 52.9531 & 85.4439 \end{bmatrix}$$

$$\phi_4 = \begin{bmatrix} 306.3752 & 21.7180 \\ 21.7180 & 275.2721 \end{bmatrix}$$

محاسبه خواهد شد.

**شکل ۵:** گراف ارتباطی عامل ها در مثال ۲

شرایط اولیه بردار حالت اولیه عامل رهبر و عامل های پیرو برای $t \in [-\tau, 0)$ را به ترتیب به صورت $x_0(t) = [0.1 \ 0]^T$ ، $x_1(t) = [1 \ -1]^T$ ، $x_2(t) = [1 \ -1]^T$ ، $x_3(t) = [1 \ -1]^T$ و $x_4(t) = [1 \ -1]^T$ در نظر گرفته شده است. فرض کنید تمامی اطلاعات در لحظه $t = 0$ ارسال شده باشند. خطاهای حالت را بین عامل i و رهبر به صورت $e_i(t) = x_i(t) - x_0(t)$ تعریف می شود. شکل ۶، پاسخ های زمانی خطاهای حالت بین عامل های پیرو و رهبر و سیگنال کنترلی ورودی را نشان می دهد. می توان دید که خطاهای حالت به صفر همگرا شده لذا اجماع بطور مجانبی حاصل می شود. همانطور که از این شکل دیده می شود هر عامل تنها در لحظات تحریک خودش بروزرسانی شده و در فواصل تحریک ثابت می ماند.

**شکل ۶:** مسیر خطای حالت e_1 ، e_2 و سیگنال کنترلی ورودی برای عامل های پیرو

تعداد زمان های نمونه برداری و زمان های تحریک-رویداد برای هر عامل در طول دوره $t \in [0, 15]$ ، در جدول ۲ ثبت شده است. همانطور که دیده می شود تعداد زمان های تحریک بسیار کمتر از زمان های نمونه برداری است. در ضمن حداکثر زمان مجاز تاخیر و نمونه برداری در روش پیشنهادی به ترتیب $\tau = 0.007 \text{ sec}$ و $h = 0.09 \text{ sec}$ می باشد.

- triggered control," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, vol. 65, pp. 1696-1706, 2017.
- [19] W. Zhu and Z.-P. Jiang, "Event-based leader-following consensus of multi-agent systems with input time delay," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 60, pp. 1362-1367, 2014.
- [20] S. Yang, Peng, X, "Double integral defined functions derivation (Studies in College Mathematics, 2006)," pp. 40-41, 2006.
- [21] Y. Zi-Zong, "Schur complements and determinant inequalities," *Journal of mathematical inequalities*, vol. 3, pp. 161-167, 2009.
- [22] Y. Wang, L. Xie, and C. E. De Souza, "Robust control of a class of uncertain nonlinear systems," *Systems & control letters*, vol. 19, pp. 139-149, 1992.
- [23] X. Yin, D. Yue, and S. Hu, "Adaptive periodic event-triggered consensus for multi-agent systems subject to input saturation," *International Journal of Control*, vol. 89, pp. 653-667, 2016.
- [24] E. Tian, D. Yue, and Y. Zhang, "Delay-dependent robust H_∞ control for T-S fuzzy system with interval time-varying delay," *Fuzzy sets and systems*, vol. 160, pp. 1708-1719, 2009.
- [25] G. Guo, L. Ding, and Q.-L. Han, "A distributed event-triggered transmission strategy for sampled-data consensus of multi-agent systems," *Automatica*, vol. 50, pp. 1489-1496, 2014.
- [26] W. Wang and Y. Li, "Observer-Based Event-Triggered Adaptive Fuzzy Control for Leader-Following Consensus of Nonlinear Strict-Feedback Systems," *IEEE transactions on cybernetics*, 2019.
- [7] H. Meng, Z. Chen, and R. Middleton, "Consensus of multiagents in switching networks using input-to-state stability of switched systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 63, pp. 3964-3971, 2018.
- [8] H. Fang, Y. Wei, J. Chen, and B. Xin, "Flocking of second-order multiagent systems with connectivity preservation based on algebraic connectivity estimation," *IEEE transactions on cybernetics*, vol. 47, pp. 1067-1077, 2016.
- [9] K. J. Åström and B. Bernhardsson, "Comparison of periodic and event based sampling for first-order stochastic systems," in *Proceedings of the 14th IFAC World congress*, 1999, pp. 301-306.
- [10] D. V. Dimarogonas and K. H. Johansson, "Event-triggered control for multi-agent systems," in *Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control (CDC) held jointly with 2009 28th Chinese Control Conference*, 2009, pp. 7131-7136.
- [11] W. Chen and X. Li, "Observer-based consensus of second-order multi-agent system with fixed and stochastically switching topology via sampled data," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 24, pp. 567-584, 2014.
- [12] Y. Fan, Y. Yang, and Y. Zhang, "Sampling-based event-triggered consensus for multi-agent systems," *Neurocomputing*, vol. 191, pp. 141-147, 2016.
- [13] M.-M. Duan, C.-L. Liu, and F. Liu, "Event-triggered consensus seeking of heterogeneous first-order agents with input delay," *IEEE Access*, vol. 5, pp. 5215-5223, 2017.
- [14] D. Liuzza, D. V. Dimarogonas, M. Di Bernardo, and K. H. Johansson, "Distributed model based event-triggered control for synchronization of multi-agent systems," *Automatica*, vol. 73, pp. 1-7, 2016.
- [15] H. Su, Z. Wang, Z. Song, and X. Chen, "Event-triggered consensus of non-linear multi-agent systems with sampling data and time delay," *IET Control Theory & Applications*, vol. 11, pp. 1715-1725, 2016.
- [16] H. Li, G. Chen, T. Huang, W. Zhu, and L. Xiao, "Event-triggered consensus in nonlinear multi-agent systems with nonlinear dynamics and directed network topology," *Neurocomputing*, vol. 185, pp. 105-112, 2016.
- [17] X. You, C. Hua, and X. Guan, "Event-triggered leader-following consensus for nonlinear multiagent systems subject to actuator saturation using dynamic output feedback method," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 63, pp. 4391-4396, 2018.
- [18] K. Liu, P. Duan, Z. Duan, H. Cai, and J. Lü, "Leader-following consensus of multi-agent systems with switching networks and event-