

# طراحی کنترل کننده داده محور تطبیقی پیش‌بین برای سیستم‌های غیر خطی ناشناخته در حضور پدیده اشباع خروجی

یاسین اسدی<sup>۱</sup>، ملیحه مغفوری فرسنگی<sup>۲</sup>، احسان بی‌جامی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری، بخش مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه شهید باهنر کرمان، yasinasadi@eng.uk.ac.ir

<sup>۲</sup> استاد، بخش مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه شهید باهنر کرمان، mmaghfoori@uk.ac.ir

<sup>۳</sup> استادیار، بخش مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه جیرفت، e.bijami@eng.uk.ac.ir

پذیرش: ۱۳۹۹/۰۸/۱۱

ویرایش: ۱۳۹۹/۰۶/۲۲

دریافت: ۱۳۹۸/۱۵/۱۱

**چکیده:** امروزه سیستم‌های صنعتی همواره با محدودیت‌های متنوعی همراه هستند. پدیده اشباع خروجی و عدم دسترسی به مدل دقیق سیستم، نمونه‌ای از این محدودیت‌ها می‌باشند. در این مقاله یک کنترل کننده داده محور تطبیقی پیش‌بین برای گروه خاصی از سیستم‌های غیر خطی ناشناخته در حضور پدیده اشباع خروجی ارائه می‌شود. طراحی سیگنال کنترلی تنها وابسته به داده‌های ورودی و خروجی سیستم می‌باشد و از مدل سیستم هیچ استفاده‌ای نمی‌شود. به همین منظور یک مدل جدید خطی دینامیکی از سیستم نامعلوم توسعه می‌یابد که اثر اشباع خروجی در آن لحاظ شده است. سپس با استفاده از مدل خطی دینامیکی بدست آمده یک ساختار داده محور تطبیقی پیش‌بین ارائه و اثبات می‌شود که با گذشت زمان برای سیگنال مرجع ثابت یا متغیر با زمان، خطای تعقیب به ترتیب به صفر و یک مقدار محدود همگرا می‌شود. با توجه به عدم وابستگی روش پیشنهادی به مدل سیستم، روش پیشنهاد شده نسبت به روش‌های کنترلی مبتنی بر مدل در برابر تغییرات سیستم مقاوم‌تر است. همچنین شبیه سازی‌های انجام شده کارایی روش پیشنهادی را نسبت به چند روش کنترلی داده محور مشخص می‌نماید.

**کلمات کلیدی:** کنترل تطبیقی، کنترل پیش‌بین، کنترل داده محور.

## The design of Data-Driven Adaptive Predictive Controller for a class of unknown no-linear system featuring output saturation

Yasin Asadi, Malihe Maghfoori Farsangi, Ehsan Bijami.

**Abstract:** Nowadays, industrial systems deal with a wide range of constraints. Output saturation and lack of system model are two types of these constraints. In this paper, a Data-Driven Adaptive Predictive Control (DDAPC) is propounded for a family of unknown non-linear systems featuring output saturation. The design of the control signal only dependent on the input and output data of the system. In this regard, a new adaptive predictive control scheme is suggested using the new developed dynamic linearization model. The stability analysis of the proposed method is provided by proving the boundedness of the tracking error for both time varying and constant desired reference signal and considering the output saturation data, which is a common physical constraint in industrial systems. Furthermore, the proposed method is more robust against the model uncertainties and nonlinearities, in comparison with the common model-based adaptive methods, since its controller design procedures as well as the stability analysis are independent of plant model. To verify the efficiency and applicability of the suggested approach some applicational and numerical simulation examples are provided.

**Keywords:** Adaptive Control, Predictive Control, Data-Driven Control

## ۱- مقدمه

امروزه با توجه به پیشرفت تکنولوژی، سیستم‌های صنعتی بسیار پیچیده و بهم پیوسته شده‌اند. در نتیجه‌ی این پیچیدگی‌ها، مدل کردن این سیستم‌ها با مدل‌های خطی، مرتبه پایین، تکه‌ای خطی و هیبرید بسیار سخت و غیرممکن شده است. این عدم توانایی در مدل کردن دقیق سیستم‌ها منجر به کاهش کارآمدی روش‌های کنترلی مبتنی بر مدل<sup>۱</sup> می‌شود [۱]. همچنین در بسیاری از این سیستم‌ها محدودیت‌هایی مانند: اشباع ورودی، اشباع خروجی، نویز خارجی، ناپیچینی سیستم و شرایط محیطی منجر به تغییر رفتار سیستم می‌شوند. بنابراین در هنگام طراحی کنترل کننده باید اثر آن‌ها در نظر گرفته و آنالیز پایداری در حضور آن‌ها انجام شود. در سال‌های اخیر، با توجه به پیشرفت‌های علم ارتباطات در زمینه ذخیره سازی برخط<sup>۲</sup> داده‌های ورودی و خروجی، چندین روش کنترلی داده<sup>۳</sup> محور برای سیستم‌های غیرخطی و پیچیده پیشنهاد شده است. در این روش‌ها اساس طراحی سیگنال کنترلی فقط وابسته به داده‌های ورودی و خروجی می‌باشد. به طور مثال: روش تقریب تصادفی انحراف همزمان<sup>۴</sup> [۲]، تنظیم مبتنی بر همبستگی<sup>۵</sup> [۳-۴] و تنظیم بازخوردی تکرار شونده<sup>۶</sup> [۵] نمونه‌هایی از روش‌های کنترلی داده محور می‌باشند.

با توجه به ویژگی‌های بسیار مفید کنترل کننده‌های داده محور از جمله عدم وابستگی به مدل سیستم، چندین روش موثر داده محور برای سیستم‌های غیرخطی در حضور محدودیت‌های سیستمی پیشنهاد شده است [۶]. به طور مثال در [۷] الگوریتم یادگیری تکرار شونده<sup>۷</sup> برای مسئله تعقیب سیستم غیرخطی درگیر با پدیده اشباع ارائه شده است. نویسندگان در [۸] یک الگوریتم برنامه‌ریزی پویای تطبیقی<sup>۸</sup> برای حل مسئله اشباع عملگر پیشنهاد داده‌اند. همچنین در [۹] یک کنترل کننده تطبیقی بدون مدل همراه با یک ساختار تخمینگر برای سیستم‌های غیرخطی پیوسته زمان ارائه شده که در آن محدودیت نرخ تغییرات ورودی در نظر گرفته شده است. یکی از برجستگی‌های این مطالعه، گسترش کنترل تطبیقی بدون مدل برای سیستم‌های پیوسته زمان می‌باشد.

در میان تمام روش‌های داده محور، روش تطبیقی بدون مدل<sup>۹</sup> به عنوان یک روش بسیار کارآمد برخط شناخته شده است. این روش بر پایه مفهوم خطی سازی دینامیکی<sup>۱۰</sup> بنا نهاده شده است. در این روش ابتدا توسط یک ساختار شناسایی برخط یک تخمین خطی دینامیکی از سیستم ارائه می‌شود و سپس با توجه به مدل تخمین زده شده، طراحی کنترل کننده بر اساس تعدادی توابع هزینه بدست می‌آید. تخمین دینامیکی ارائه شده به سه فرم فشرده<sup>۱۱</sup>، جزئی<sup>۱۲</sup> و کامل<sup>۱۳</sup> تقسیم بندی می‌گردد. تفاوت این فرم‌ها در این است که رابطه‌ی بین خروجی و ورودی در هر لحظه به چه مرتبه‌ای

از ورودی و خروجی لحظات قبل وابسته است. به طور مثال اگر فقط خروجی به ورودی لحظه قبل وابسته باشد به این حالت فرم فشرده گویند. اخیراً با توجه به قوام روش کنترل تطبیقی بدون مدل، این روش بسیار مورد توجه قرار گرفته است. به طور مثال در [۱۰] روش تطبیقی بدون مدل فشرده برای سیستم غیرخطی دارای محدودیت اشباع خروجی ارائه شده است. در [۱۱] دو الگوریتم تطبیقی بدون مدل برای کلاس خاص سیستم‌های تک ورودی و تک خروجی ارائه شده است. همچنین در [۱۲-۱۳] روش کنترل تطبیقی بدون مدل برای کلاس خاص سیستم‌های غیرخطی گسسته زمان همراه با محدودیت کوانتیزه و اشباع خروجی ارائه شده است. در [۱۴] روش کنترلی تطبیقی بدون مدل لغزشی برای سیستم‌های غیرخطی تک ورودی و تک خروجی ارائه شده است. در [۱۵] کنترل کننده تطبیقی بدون مدل پیش‌بین برای حل مشکل پایداری سیستم‌های غیرخطی در حضور حملات سایبری پیشنهاد شده است. در مرجع [۱۶] مسئله پایداری کنترل کننده تطبیقی بدون مدل در زمان ناپدید شدن سیگنال‌های اندازه گیری مورد بررسی قرار گرفته است و یک رابطه بین خطای تعقیب و ضریب ناپدید شدن سیگنال اندازه گیری بیان گردیده است. بعلاوه در [۱۷-۱۸] الگوریتم تطبیقی بدون مدل پیش‌بین برای سیستم‌های غیرخطی گسسته زمان توسعه یافته است که در هیچ کدام از آن مراجع موضوع اشباع خروجی در نظر گرفته نشده است. باید توجه کرد که با توجه به توانایی کنترل پیش‌بین که به طور گسترده در صنعت مورد استفاده می‌گردد کنترل تطبیقی بدون مدل پیش‌بین می‌تواند گزینه‌ای بسیار مفید برای سیستم‌های غیرخطی نامعلوم همراه با محدودیت اشباع باشد. با توجه به دانش نویسندگان، موضوع طراحی کنترل تطبیقی بدون مدل پیش‌بین در حضور اشباع خروجی در ادبیات گذشته کار نشده است [۱۹-۲۰].

در این مقاله کنترل کننده داده محور تطبیقی پیش‌بین برای سیستم‌های غیرخطی گسسته زمان در حضور محدودیت اشباع خروجی پیشنهاد می‌شود. در ابتدا با توجه به اینکه فقط داده‌ی ورودی و داده‌ی اشباع شده‌ی خروجی در دسترس می‌باشد، یک مدل دینامیکی خطی جدید بر اساس مفهوم مشتق جزئی ارائه و سپس با توجه به مدل بدست آمده ساختار تطبیقی بدون مدل پیش‌بین ارائه می‌شود. با توجه به اینکه در روش پیشنهادی از داده‌ی اشباع شده‌ی خروجی استفاده می‌شود روش پیشنهادی نسبت به روش‌های معمول تطبیقی بدون مدل پیش‌بین کارآمدتر می‌باشد. همچنین با توجه به عدم وابستگی روش پیشنهادی به مدل سیستم، روش پیشنهاد شده نسبت به روش‌های مدل محور [۱] در برابر عدم قطعیت‌های مدل مقاوم تر است.

<sup>8</sup> Adaptive Dynamic Programming (ADP)

<sup>9</sup> Model Free Adaptive Control (MFAC)

<sup>10</sup> Dynamic Linearization

<sup>11</sup> Compact

<sup>12</sup> Partial

<sup>13</sup> Full

<sup>1</sup> Model-Based Methods

<sup>2</sup> On-line

<sup>3</sup> Data Driven Control (DDC)

<sup>4</sup> Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation (SPSA)

<sup>5</sup> Correlation-Based Tuning (CBT)

<sup>6</sup> Iterative Feedback Tuning (IFT)

<sup>7</sup> Iterative Learning (IL)

که تغییرات انرژی در خروجی سیستم، ضریبی از تغییرات انرژی در ورودی سیستم است. این فرض در بسیاری از فرآیندهای واقعی صنعتی مانند فرآیندهای حرارتی و شیمیایی برقرار است.

**لم ۱:** اگر  $|\Delta u(k)| \neq 0$  و فرض‌های ۱ و ۲ برای سیستم (۱) برقرار باشند، آنگاه یک پارامتر متغیر با زمان  $\Phi(k) \in R$  وجود دارد که می‌تواند سیستم (۱) را به فرم (۲) خطی سازی نماید.

$$\Delta y(k+1) = \Phi(k) \Delta u(k) \quad (2)$$

$$|\Phi(k)| \leq b$$

در رابطه (۲)  $b \in R$  می‌باشد. به منظور اطلاعات بیشتر می‌توان به مرجع [۱۰] مراجعه نمود.

**تکنه ۲:** با کمک لم ۱ می‌توان سیستم غیرخطی (۱) را به فرم دینامیکی (۲) خطی سازی نمود. حال باید برقرار بودن لم ۱ را به هنگام وقوع پدیده اشباع خروجی بررسی کرد. به همین منظور در این مقاله با کمک تابع اشباع  $Sat(\cdot)$ ، اشباع خروجی بصورت (۳) تعریف می‌شود.

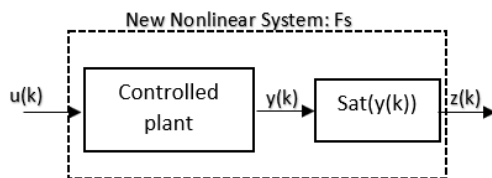
$$z(k) = Sat(y(k)) = \begin{cases} -Z_0 & y(k) < -Z_0 \\ y(k) & -Z_0 \leq y(k) \leq Z_0 \\ Z_0 & y(k) > Z_0 \end{cases} \quad (3)$$

در رابطه (۳)  $z(k)$  و  $Z_0$  به ترتیب بیان کننده خروجی و سطح اشباع خروجی می‌باشد.

همانطور که در شکل ۱ مشاهده می‌کنید، با در نظر گرفتن تاثیر اشباع خروجی، سیستم (۱) به فرم (۴) تبدیل می‌شود.

$$z(k+1) = \mathbb{F}_s(z(k), \dots, z(k-n_y), u(k), \dots, u(k-n_u)) \quad (4)$$

در رابطه (۴)،  $Z(k) \in R^1$  و  $\mathbb{F}_s(\cdot)$  یک تابع غیرخطی نامعلوم بوده که اثر غیرخطی اشباع خروجی را در خود قرار داده است.



شکل ۱: ساختار جدید سیستم غیرخطی تحت کنترل پس از در نظر گرفتن اشباع خروجی.

حال برای اینکه سیستم (۴) به فرم خطی دینامیکی منتقل شود، در لم ۲ اثبات می‌شود که لم ۱ برای سیستم (۴) نیز قابل استفاده می‌باشد و می‌توان برای سیستم (۴) یک فرم خطی دینامیکی جدید ارائه کرد که اثر اشباع خروجی در آن لحاظ شده باشد.

در نگاه اول ممکن است روش پیشنهادی بسیار نزدیک به روش کنترل تطبیقی بدون مدل پیش‌بین باشد ولی حضور داده‌ی اشباع خروجی منجر به تعریف سیستم دینامیکی جدیدی می‌شود و تحلیل پایداری را نسبت به روش تطبیقی بدون مدل پیش‌بین بسیار سخت‌تر می‌نماید. مهمترین دست آوردهای این تحقیق در زیر آورده شده است:

- ۱- پدیده اشباع خروجی در کنترل کننده داده محور تطبیقی پیش‌بین لحاظ شده است.
- ۲- به منظور در نظر گرفتن تاثیر اشباع خروجی، مدل خطی دینامیکی جدیدی توسط لم ۲ ارائه شده است.
- ۳- بر اساس مدل خطی جدید، کنترل کننده تطبیقی پیش‌بین توسعه داده شده است که باعث می‌شود تا خطای تعقیب سریع‌تر به صفر همگرا شود.
- ۴- با در نظر گرفتن اثر اشباع خروجی، آنالیز پایداری انجام و مقاوم بودن ساختار پیشنهادی در برابر پدیده اشباع خروجی اثبات شده است.

در ادامه مقاله، در قسمت دوم، بیان مسئله و مدل انتقالی شرح داده می‌شود و سپس روش پیشنهادی پیش‌بین به همراه آنالیز پایداری آن در قسمت سوم بیان می‌شود. همچنین در قسمت چهارم چندین شبیه سازی جهت تایید مزیت‌های روش پیشنهادی در برابر چندین روش داده محور بیان می‌شود.

## ۲- بیان مسئله و مدل انتقال

یک سیستم غیرخطی تک ورودی و تک خروجی به فرم (۱) را در نظر بگیریم.

$$y(k+1) = \mathbb{F}(y(k), \dots, y(k-n_y), u(k), \dots, u(k-n_u)) \quad (1)$$

که در آن  $\mathbb{F}(\cdot)$  بیان کننده تابع غیرخطی نامعلوم می‌باشد. همچنین  $n_y$  و  $n_u$  به ترتیب بیان کننده درجه‌ی نامعلوم ورودی و خروجی می‌باشند.

با توجه به اینکه روش پیشنهادی مبتنی بر خطی سازی دینامیکی می‌باشد، فرض‌های زیر جهت بکارگیری در لم ۱ بیان می‌شود.

**فرض ۱:** برای تمامی لحظات، مشتق جزئی تابع  $\mathbb{F}(\cdot)$  نسبت به ورودی موجود باشد.

**فرض ۲:** شرط جهانی لیب شیتز برای سیستم (۱) برقرار باشد. به این مفهوم که برای تمامی لحظاتی که  $\Delta u(k) \neq 0$  می‌باشد:

$$|\Delta y(k+1)| \leq L |\Delta u(k)|$$

بطوری که  $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$  و  $\Delta y(k+1) = y(k+1) - y(k)$ ،  $L > 0$  باشد.

**تکنه ۱:** هر دو شرط بالا شرط‌هایی منطقی و متداول در روش‌های کنترل تطبیقی می‌باشند [۱۱]. به طور مثال فرض دوم بیان کننده این است

بطوری که:

$$A_1(k) = \begin{bmatrix} \Phi_s(k) & 0 & 0 & 0 \\ \Phi_s(k) & \Phi_s(k+1) & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Phi_s(k) & \Phi_s(k+1) & \dots & \Phi_s(k+N_u-1) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \Phi_s(k) & \Phi_s(k+1) & \dots & \Phi_s(k+N_u-1) \end{bmatrix}_{N \times N_u} \quad (8)$$

$$E(k) = [1, 1, \dots, 1]_{1 \times N}^T \quad (9)$$

$$R_N(k+1) = [R(k+1), \dots, R(k+N)]^T \quad (10)$$

همچنین،  $Z_N(k+N)$ ،  $R_N(k+1)$  و

$$\Delta U_{N_u}(k) = [\Delta u(k), \dots, \Delta u(k+N_u-1)]^T$$

پیش‌بینی شده، بردار سیگنال مرجع در افق کنترل و بردار کنترل می‌باشند.

علاوه بر این، در رابطه (۷)  $N$  و  $N_u$  افق پیش‌بین و افق کنترلی هستند.

حال به منظور بدست آوردن سیگنال کنترلی مناسب می‌توان تابع

هزینه را به فرم (۱۱) در نظر گرفت.

$$J = [R_N(k+1) - Z_N(k+1)]^T [R_N(k+1) - Z_N(k+1)] + \lambda \Delta U_{N_u}^T \Delta U_{N_u}(k) \quad (11)$$

باتوجه به تابع هزینه بالا سیگنال کنترلی به فرم زیر بدست می‌آید [۲۱].

$$\Delta U_{N_u}(k) = [A_1^T A_1(k) + \lambda I]^{-1} \times A_1^T(k) [R_N(k+1) - E(k)z(k)]$$

در این رابطه  $\lambda$  ضریب جریمه بوده و نقش بسزایی در پایداری سیستم

تحت کنترل در حضور اشباع خروجی دارد.

در ادامه با در نظر گرفتن قانون افق پیش‌بین، سیگنال کنترلی در لحظه

$k$  بصورت (۱۲) بدست می‌آید.

$$u(k) = u(k-1) + G^T \Delta U_{N_u}(k) \quad (12)$$

در رابطه (۱۲)  $G^T = [1, 0, \dots, 0]$  می‌باشد.

همانطور که در رابطه (۸) مشاهده می‌شود، ماتریس  $A_1(k)$  شامل

المان‌های  $\Phi_s(k), \Phi_s(k+1), \dots, \Phi_s(k+N_u-1)$  می‌باشد که این

المان‌ها باید تخمین زده شوند. در این مقاله  $\Phi_s(k)$  از طریق رابطه (۱۳)

تخمین زده می‌شود [۲۱].

$$\hat{\Phi}_s(k) = \hat{\Phi}_s(k-1) + \frac{\eta \Delta u(k-1)}{\mu + \Delta u(k-1)^2} (\Delta z(k) - \hat{\Phi}_s(k-1) \Delta u(k-1)) \quad (13)$$

به طوری که  $0 < \eta \leq 1$  و  $\mu > 0$  به ترتیب ضریب جریمه و ضریب

گام می‌باشند.

**لم ۲:** اگر فرض‌های ۱ و ۲ برای سیستم (۱) برقرار باشند و با در نظر

گرفتن اشباع خروجی، سیستم (۱) به فرم (۴) بازنویسی می‌شود. آنگاه

سیستم (۴) را می‌توان به فرم خطی سازی دینامیکی (۵) بازنویسی نمود.

$$\Delta z(k+1) = \Phi_s(k) \Delta u(k) \quad (5)$$

$$|\Phi_s(k)| \leq C$$

به طوری که  $C \in R$  ثابتی محدود می‌باشد.

### اثبات:

با توجه به تعریف مشتق جزئی، مشتق جزئی تابع  $\mathbb{F}_s(z(k), u(k))$

نسبت به ورودی در هر لحظه برابر است با:

$$\left. \frac{\partial \mathbb{F}_s(z(k), u(k))}{\partial u(k)} \right|_{z(k)} = cte$$

بنابراین همانطور که در تعریف بالا مشخص است هنگام مشتق‌گیری

نسبت به یک متغیر در توابع چند متغیره، متغیرهای دیگر بصورت ثابت در

نظر گرفته می‌شوند. در اینجا به هنگام مشتق‌گیری نسبت به ورودی، متغیر

خروجی ثابت در نظر گرفته می‌شود. بنابراین وقوع پدیده اشباع خروجی

بر مشتق‌پذیری تابع نسبت به ورودی بی‌تأثیر و تنها بر مقدار مشتق تأثیر

گذارد است. بنابراین اگر مشتق جزئی سیستم (۱) نسبت به ورودی موجود

باشد آنگاه سیستم (۴) هم نسبت به ورودی مشتق‌پذیر می‌باشد.

از طرفی می‌دانیم:

$$|\Delta z(k)| \leq |\Delta y(k)|$$

بنابراین با توجه به فرض ۲، یک  $C$  وجود دارد که شرط زیر را برقرار

سازد.

$$|\Delta z(k)| \leq C |\Delta u(k)|$$

بنابراین اگر شرط جهانی لیب شیتز برای سیستم ۱ برقرار باشد، آنگاه

این شرط برای سیستم (۴) نیز برقرار است و می‌توان سیستم (۴) را به فرم

(۵) نوشت.

### ۳- روش کنترلی داده محور تطبیقی پیش‌بین

#### برای سیستم‌های غیرخطی

در این بخش، یک کنترل کننده داده محور تطبیقی پیش‌بین برای

سیستم (۱) در حضور اشباع خروجی ارائه می‌شود. باتوجه به معادله (۵)

می‌توان خروجی چند مرحله بعد را به صورت (۶) تعریف نمود.

$$\begin{cases} z(k+1) = z(k) + \Phi_s(k) \Delta u(k) \\ z(k+2) = z(k+1) + \Phi_s(k+1) \Delta u(k+1) \\ \vdots \\ z(k+N) = z(k+N-1) + \Phi_s(k+N-1) \Delta u(k+N-1) \\ = z(k+N-2) + \Phi_s(k+N-2) \Delta u(k+N-2) \\ + \Phi_s(k+N-1) \Delta u(k+N-1) \end{cases} \quad (6)$$

حال می‌توان معادله (۶) را به صورت رابطه (۷) بازنویسی نمود.

$$Z_N(k+1) = E(k)z(k) + A_1(k) \Delta U_{N_u}(k) \quad (7)$$

$$\varepsilon(k) \triangleq R(k) - Z(k) \quad (21)$$

$$e(k) \triangleq R(k) - y(k) \quad (22)$$

با توجه به (۳)، رابطه بین خطای خروجی و خطای تعقیب را می‌توان به فرم (۲۳) نوشت.

$$\varepsilon(k) = \gamma(k)e(k) \quad (23)$$

در رابطه (۲۳)  $0 < \gamma(k) \leq 1$  می‌باشد.

**لم ۳:** با توجه به تعریف تابع اشباع (۳) رابطه بین تغییرات سنسور و تغییرات خروجی واقعی را می‌توان به فرم (۲۴) در نظر گرفت.

$$\Delta z(k) = g(k)\Delta y(k) \quad (24)$$

$$0 \leq g(k) \leq 1$$

اثبات این لم در مرجع [۱۰] بیان شده است.

**لم ۴:** در مرجع [۲۱] اثبات شده است که  $\lambda_{\min} > 0$  وجود دارد که برای  $\lambda > \lambda_{\min}$  و  $0 < B \leq 1$  نامساوی زیر برقرار است.

$$0 < \left| 1 - \Phi(k)G^T \left[ A_1^T A_1(k) + \lambda I \right]^{-1} A_1^T(k)E(k) \right| \leq B < 1$$

حال با کمک متغیرهای تعریف شده و لم های ۳-۴ می‌توان اثبات پایداری ساختار کنترلی پیشنهادی را در تئوری ۱ بیان نمود.

همچنین، از آنجایی که هدف اصلی این مقاله طراحی کنترل کننده داده محور تطبیقی پیش‌بین برای سیستم غیرخطی در حضور اشباع خروجی می‌باشد، قبل از بیان تئوری، فرض زیر بر روی سیگنال مرجع در نظر گرفته می‌شود.

**فرض ۳:** فرض می‌شود که سیگنال مرجع دلخواه  $R(k)$  در بازه بین سطوح اشباع باشد. به این معنی که:

$$|R(k)| \leq Z_0$$

**تئوری ۱:** اگر فرض‌های ۱ تا ۳ برای سیستم (۴) برقرار و ساختار کنترلی پیشنهادی (۱۵)-(۲۰) به سیستم اعمال شود آنگاه یک  $0 < \lambda_{\min}$  وجود دارد که برای  $\lambda > \lambda_{\min}$  روابط زیر برقرار است:

۱- برای سیگنال مرجع ثابت:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) = 0$$

۲- برای سیگنال متغیر با زمان و به شرط  $\Delta R(k) < b_3$ :

$$\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) = b_3$$

بطوری که در آن  $\Delta R(k)$  بیان کننده تغییرات سیگنال مرجع می‌باشد.

**تکنه ۵:** قبل از شروع اثبات تئوری ۱ فرض بر این است که برای  $\Delta u(k) \neq 0$  علامت  $\Phi_s(k)$  در تمامی لحظات ثابت باقی می‌ماند. به این معنی که برای تمامی لحظات  $\Phi_s(k) > \bar{\theta} > 0$  و  $\bar{\theta}$  یک مقدار مثبت

همچنین برای تخمین سایر المان‌های ماتریس  $A_1(k)$  با توجه به اطلاعات لحظه  $k$  از الگوریتم تخمین باید استفاده شود.

تکنه ۳: در مرجع [۲۱] الگوریتم تخمین پیشگویی سلسله مراتبی چند سطحی برای تخمین پیشنهاد می‌شود. بنابراین در ساختار پیشنهادی از الگوریتم زیر به منظور تخمین المان‌های ماتریس  $A_1(k)$  استفاده می‌شود.

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}_s(k+j) = & \psi_1(k)\hat{\Phi}_s(k+j-1) \\ & + \psi_2(k)\hat{\Phi}_s(k+j-2) + \\ & \dots + \psi_{n_p}(k)\hat{\Phi}_s(k+j-n_p) \end{aligned} \quad (14)$$

که در آن  $n_p$  درجه‌ای ثابت می‌باشد که بطور معمول آن را بین ۲ تا ۷ در نظر می‌گیرند.

**تکنه ۴:** همانطور که در (۶)-(۱۰) مشاهده می‌شود، ساختار پیشنهادی در نگاه اول بسیار مشابه با ساختار رایج کنترل تطبیقی بدون مدل پیش‌بین می‌باشد، اما حضور سیگنال اشباع خروجی در روابط باعث تفاوت شده، که این تفاوت منجر به سخت‌تر شدن آنالیز پایداری می‌شود. بطور کلی ساختار روش پیشنهادی بطور یکجا در (۱۵)-(۲۰) آورده شده است.

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}_s(k) = & \hat{\Phi}_s(k-1) \\ & + \frac{\eta \Delta u(k-1)}{\mu + \Delta u(k-1)^2} \left( \Delta z(k) - \hat{\Phi}_s(k-1) \Delta u(k-1) \right) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}_s(k) = & \hat{\Phi}_s(1) \text{ if } \hat{\Phi}_s(k) \leq e \\ & \text{or } \text{sign}(\hat{\Phi}_s(k)) \neq \text{sign}(\hat{\Phi}_s(1)) \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \psi(k) = & \psi(k-1) + \\ & \frac{\hat{j}(k-1)}{\delta + \hat{j}(k-1)^T} \left[ \hat{\Phi}_s(k) - \hat{\zeta}^T(k-1) \psi(k-1) \right] \end{aligned} \quad (17)$$

$$\psi(k) = \psi(1) \text{ if } \psi(k) \leq M \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}_s(k+j) = & \psi_1(k)\hat{\Phi}_s(k+j-1) \\ & + \psi_2(k)\hat{\Phi}_s(k+j-2) + \dots \\ & + \psi_{n_p}(k)\hat{\Phi}_s(k+j-n_p) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\Delta U_{N_u}(k) = \left[ A_1^T A_1 + \lambda I \right]^{-1} A_1^T(k) \left[ R_N(k+1) - E(k)z(k) \right] \quad (20)$$

که در این روابط  $\Delta z(k) = z(k) - z(k-1)$  و  $\delta \in (0, 1]$   $\eta \in (0, 1]$   $\varepsilon > 0$   $M > 0$   $\lambda > 0$

و  $\hat{j}(k-1) = \left[ \hat{\Phi}_s(k-1), \dots, \hat{\Phi}_s(k-n_p) \right]^T$  می‌باشند. علاوه،  $\varepsilon$  و  $M$  ثابت مثبت کوچکی هستند که در مکانیزم بازنشانی استفاده می‌شوند.

در ادامه، به منظور اثبات پایداری روش پیشنهادی متغیرهای خطای خروجی و خطای تعقیب به ترتیب به فرم زیر تعریف می‌شوند.

با توجه به  $R_d(k) = R_d(k+1)$  و  $E(k) = [1, 1, \dots, 1]^T_{1 \times N}$  رابطه (۳۱) بدست می‌آید.

$$R_N(k+1) - E(k)z(k) = E(k)(R_d(k+1) - z(k)) \quad (31)$$

با استفاده از (۲۱) و (۳۱)، (۲۰) را می‌توان به فرم (۳۲) یادداشت نمود.

$$\Delta U_{Nu}(k) = [A_1^T A_1(k) + \lambda I]^{-1} A_1^T(k) E(k) \varepsilon(k) \quad (32)$$

باتوجه به سیگنال کنترلی،

$$\begin{aligned} |\varepsilon(k+1)| &= |R(k+1) - z(k+1)| \\ &= |R(k+1) - z(k) - \Phi_s(k) \Delta U_{Nu}(k)| \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} |\varepsilon(k+1)| &= \left| \varepsilon(k) - \Phi_s(k) G^T [A_1^T A_1(k) + \lambda I]^{-1} A_1^T(k) E(k) \varepsilon(k) \right| \\ \text{بنابراین باتوجه به لم ۴، یک مقدار ثابت } C_2 \text{ وجود دارد که نامساوی} \\ &\text{را برقرار می‌کند.} \end{aligned} \quad (34)$$

$$0 < |1 - \Phi_s(k) G^T [A_1^T A_1(k) + \lambda I]^{-1} A_1^T(k) E(k)| < C_2 \leq 1 \quad (34)$$

از طرفی می‌دانیم که:

$$\begin{aligned} |\varepsilon(k+1)| &\leq \left| 1 - \Phi_s(k) G^T [A_1^T A_1(k) + \lambda I]^{-1} A_1^T(k) E(k) \right| |\varepsilon(k)| \\ \text{حال باتوجه به (۳۴) و (۳۵):} \end{aligned} \quad (35)$$

$$|\varepsilon(k+1)| \leq C_2 |\varepsilon(k)| \leq \dots \leq C_2^k |\varepsilon(1)| \quad (36)$$

و این به این معناست که

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \varepsilon(k+1) = 0$$

همچنین می‌دانیم که  $\varepsilon(k+1) = \gamma(k+1)e(k+1)$  و  $\lim_{k \rightarrow \infty} e(k+1) = 0$  در نتیجه  $0 < \gamma(k+1) \leq 1$

### ۲- سیگنال مرجع متغیر با زمان

با فرض اینکه  $\Delta R_d(k) < C_3$  در نظر گرفته شده است، می‌توان خطای تعقیب را به فرم (۳۷) نوشت.

$$\begin{aligned} |\varepsilon(k+1)| &= |R_d(k+1) - z(k) - \Phi_s(k) \Delta u(k)| \\ |\varepsilon(k+1)| &= |R_d(k) - z(k) - \Phi_s(k) \Delta u(k) + \Delta R_d(k)| \end{aligned} \quad (37)$$

بر اساس (۳۶) می‌توان رابطه (۳۷) را به فرم (۳۸) نوشت.

$$|\varepsilon(k+1)| \leq C_2^k |\varepsilon(1)| + |\Delta R_d(k)| \quad (38)$$

بنابراین با توجه به اینکه  $\varepsilon(k+1) = \gamma(k+1)e(k+1)$

می‌باشد. این فرض یک فرض بسیار رایج در کنترل کننده‌های تطبیقی بدون مدل می‌باشد [۱۱].

### اثبات

در ابتدا به اثبات همگرایی الگوریتم تخمین  $\hat{\Phi}_s(k)$  برای دو حالت زیر پرداخته می‌شود.

#### حالت اول:

$$\hat{\Phi}_s(k) \leq e \quad \text{or} \quad \text{sign}(\hat{\Phi}_s(k)) \neq \text{sign}(\hat{\Phi}_s(1))$$

#### حالت دوم: $e \leq \hat{\Phi}_s(k)$

**حالت اول:** در این حالت مکانیزم باز نشانی عمل می‌نماید و مقدار تخمین را به یک مقدار از پیش تعیین شده برده و بنابراین در اینصورت محدود ماندن  $\hat{\Phi}_s(k)$  آشکار می‌باشد.

**حالت دوم:** در این صورت اگر خطای تخمین پارامتر بصورت زیر تعریف شود.

$$\tilde{\Phi}_s(k) = \hat{\Phi}_s(k) - \Phi_s(k) \quad (25)$$

(۱۵) را می‌توان به فرم (۲۶) بازنویسی نمود.

$$\tilde{\Phi}_s(k) = \left( 1 - \frac{\eta \Delta u^2(k-1)}{\mu + \Delta u^2(k-1)} \right) \tilde{\Phi}_s(k-1) + \Delta \Phi_s(k) \quad (26)$$

با گرفتن قدر مطلق از طرفین (۲۶)، (۲۷) بدست می‌آید.

$$|\tilde{\Phi}_s(k)| \leq \left| 1 - \frac{\eta \Delta u_s^2(k-1)}{\mu + \Delta u_s^2(k-1)} \right| |\tilde{\Phi}_s(k-1)| + |\Delta \Phi_s(k)| \quad (27)$$

همچنین باتوجه که  $\eta \in (0, 1)$  و  $\mu > 0$  می‌باشد.

$$\eta \Delta u^2(k-1) < \Delta u^2(k-1) < \mu + \Delta u^2(k-1) \quad (28)$$

$$0 < 1 - \frac{\eta \Delta u^2(k-1)}{\mu + \Delta u^2(k-1)} < 1 \quad (29)$$

از طرفی  $|\Phi_s(k)| \leq C$  می‌باشد، بنابراین:

$$\begin{aligned} |\tilde{\Phi}_s(k)| &\leq C_1 |\tilde{\Phi}_s(k-1)| + C + 2C \\ &\leq C_1^2 |\tilde{\Phi}_s(k-2)| + 3C_1 C + 3C \\ &\leq C_1^{k-1} |\tilde{\Phi}_s(1)| + \frac{3\bar{C}}{1-C_1} \end{aligned} \quad (30)$$

باتوجه به اینکه  $|C_1| < 1$ ،  $\tilde{\Phi}_s(k)$  محدود شده و با استفاده از (۳۰) و (۲۵) همگرایی  $\hat{\Phi}_s(k)$  اثبات می‌شود.

در ادامه به اثبات همگرایی خطای تعقیب در دو حالت سیگنال مرجع ثابت و سیگنال مرجع متغیر با زمان پرداخته می‌شود.

### ۱- حالت اول سیگنال مرجع ثابت

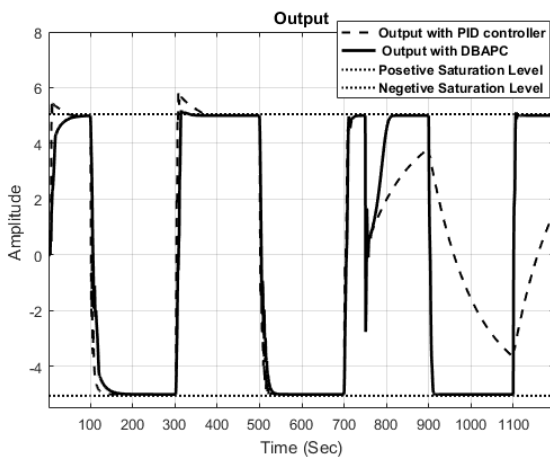
$$y(k+1) = \begin{cases} \frac{2.5y(k)y(k-1)}{1+y(k)^2+y(k-1)^2} + 0.7 \sin(0.5(y(k)+y(k-1))) \times \cos(0.5(y(k)+y(k-1))) + 1.2u(k)+1.4u(k-1) & 1 \leq k \leq 250 \\ \frac{2.5y(k)y(k-1)}{1+y(k)^2+y(k-1)^2} + 0.7 \sin(0.5(y(k)+y(k-1))) \times \cos(0.5(y(k)+y(k-1))) + 1.2u(k-1)+1.4u(k-2) & 250 \leq k \leq 500 \\ \frac{5y(k)y(k-1)}{1+y(k)^2+y(k-1)^2+y(k-2)^2} + u(k)+1.1u(k-1) & 500 \leq k \leq 750 \\ -0.1y(k)-0.2y(k-1)-0.3y(k-2) + 0.1u(k-2)+0.02u(k-3)+0.03u(k-4) & 750 \leq k \end{cases} \quad (42)$$

به منظور مقایسه روش پیشنهادی با روش‌های دیگر، برای سیستم (۴۳) یک کنترل کننده PID در نظر گرفته شده که پارامترهای آن بر اساس مرجع [۲۱] تنظیم شده است.

$$u(k) = K_P \left[ e(k) + \frac{1}{T_I} \sum_{j=0}^k e(j) + T_D (e(k) - e(k-1)) \right]$$

بطوری که  $K_P = 0.1$  و  $T_I = 1$ ،  $T_D = 1$  می‌باشد [۲۱]. همچنین سیگنال مرجع به فرم زیر در نظر گرفته شده است.

$$R_d(k+1) = 5 * \text{round} \left( \frac{k}{200} \right) - 1$$



شکل ۲ خروجی سیستم (۴۲)، روش پیشنهادی: خط ممتد، روش PID: خط چین [۲۱] و سطوح اشباع: نقطه چین.

$$|e(k+1)| \leq C_2^k |e(1)| + C_3 \quad (39)$$

کاملاً آشکار است که خطای تعقیب کاملاً وابسته به  $C_3$  می‌باشد. **تکنه ۶:** همانطور که در اثبات مشاهده می‌شود، اگر سیگنال مرجع متغیر با زمان باشد و بصورت کاملاً ناگهانی تغییر کند خطای تعقیب نیز ناگهانی زیاد می‌شود. همچنین اگر سیگنال مرجع ثابت باشد، خطای تعقیب با گذشت زمان به صفر میل می‌کند. توجه کنید که اگر  $\gamma(k) = 1$  باشد با استفاده از (۳۴)، رابطه (۴۰) را خواهیم داشت.

$$e(k+1) = \left| 1 - \Phi_s(k) G^T \left[ A_1^T A_1(k) + \lambda I \right]^{-1} A_1^T(k) E(k) \right| |e(k)| \quad (40)$$

و اگر  $\gamma(k) < 1$  باشد، رابطه (۴۱) را می‌توان نوشت.

$$\left| 1 - \Phi_s(k) G^T \left[ A_1^T A_1(k) + \lambda I \right]^{-1} A_1^T(k) E(k) \right| < \left| 1 - \Phi_s(k) G^T \left[ A_1^T A_1(k) + \lambda I \right]^{-1} A_1^T(k) E(k) \right| \gamma(k) \quad (41)$$

(۴۱) بیان کننده این است هرچه سطح اشباع به سطح سیگنال مرجع نزدیک‌تر باشد سرعت همگرایی کمتر می‌باشد.

### ۴- شبیه سازی

در این قسمت چند شبیه سازی برای نشان دادن کارایی و برتری روش پیشنهادی در کنترل سیستم‌های غیرخطی در حضور اشباع خروجی، نسبت به چند روش داده محور مانند PID و CFDL-MFAC<sup>۱</sup> ارائه شده است.

**مثال ۱:** یک سیستم غیرخطی گسسته متغیر با زمان به فرم (۴۲) در نظر بگیرید [۲۱-۲۲]. همانطور که مشاهده می‌شود، سیستم (۴۲) یک سیستم غیرخطی با تغییرات زمانی بسیار است. بر اساس (۱۵)-(۲۰) یک کنترل کننده تطبیقی بدون مدل پیش‌بین به منظور تعقیب سیگنال مرجع متغیر با زمان با در نظر گرفتن پارامترهای موثر به صورت زیر طراحی می‌شود.

$$\eta = 0.1, \epsilon = 10^{-4}, \delta = 1, \lambda = 1, \mu = 0.4, \\ \hat{\Phi}_s(1) = 10, \hat{\Phi}_s(2) = 10, \hat{\Phi}_s(3) = 10, \\ \hat{\Phi}_s(4) = 10, N_p = 5, N_u = 3.$$

<sup>۱</sup> Compact Form of Dynamic Linearization (CFDL)

بوده، کنترل کننده دینامیک وضعیت جدید را تشخیص و براساس آن مدل دینامیکی خود را بروز رسانی می‌کند. سپس با توجه به مدل دینامیکی بدست آمده سیگنال کنترلی مطابق با ساختار تطبیقی-پیش‌بین تولید می‌شود که منجر به افزایش سرعت همگرایی خطای تعقیب نسبت به PID در زمان وقوع اشباع می‌شود.

**مثال ۲:** به منظور نشان دادن کارایی روش پیشنهادی در سیستم‌های واقعی یک پروسه صنعتی در نظر گرفته می‌شود. این پروسه صنعتی دارای چندین فاز می‌باشد یکی از فازهای آن مربوط به سیستم بسته بندی می‌باشد که دارای نازل فشار می‌باشد [۱۰]. این نازل فشار به منظور عملکرد بهتر باید کنترل شود. در این مقاله بر اساس روش پیشنهاد شده دو طرح کنترل کننده (۴۴) و (۴۵) ارائه می‌شود. به ترتیب، با در نظر گرفتن  $y(k)$  و  $u(k)$  به عنوان فشار خروجی و سیگنال شیر ورودی سیستم نازل دارای تابع تبدیل (۴۳) می‌باشد.

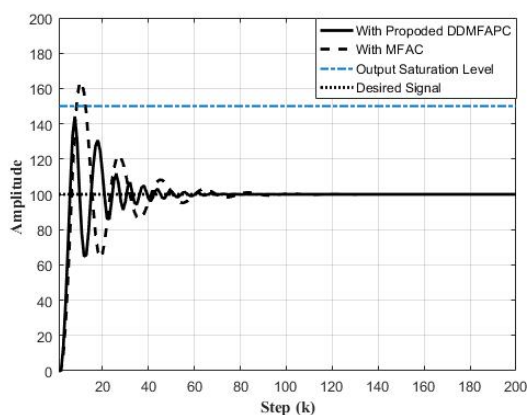
$$(1 - 1.6q^{-1} + 0.6q^{-2})y(k) = (1.24q^{-1} - 0.93q^{-2})u(k) \quad (43)$$

برای این سیستم یک سیگنال مرجع  $R_d(k+1) = 100$  و سطح اشباع خروجی ۱۵۰ در نظر گرفته شده است. در روش پیشنهادی، با در نظر گرفتن پارامترهای موثر به فرم (۴۴) می‌توان به طراحی دست یافت که خروجی سیستم و سیگنال کنترل آن همانند شکل ۵ و ۶ شود. همانگونه در شکل ۵ پیدا است خروجی سیستم از حد اشباع تجاوز نکرده است.

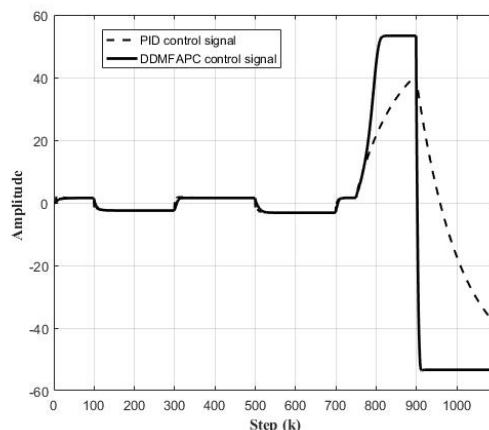
$$\eta = 0.1, \epsilon = 10^{-4}, \delta = 1, \lambda = 0.3, \quad (44)$$

$$\mu = 0.1, \hat{\Phi}_s(1) = 9, N_p = 5, N_u = 2.$$

همچنین، نتایج شبیه سازی کنترل کننده تطبیقی فرم فشرده (MFAC) در مرجع [۱۰] نشان داده شده است.



شکل ۵ خروجی سیستم (۴۳)، روش پیشنهادی با طراحی (۴۴): خط ممتد، روش CFDL-MFAC [۱۰]: خط چین و سطوح اشباع: نقطه خط.



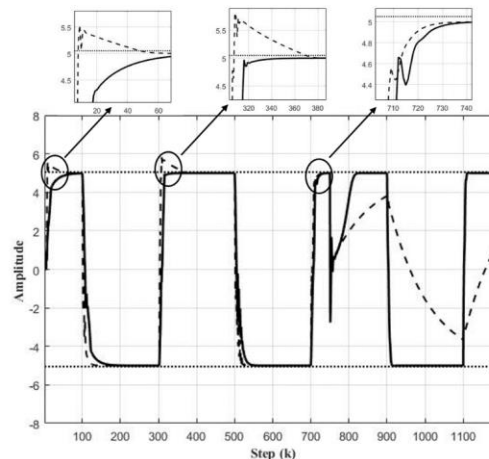
شکل ۳ سیگنال کنترلی اعمالی به سیستم (۴۲)، روش پیشنهادی: خط ممتد، روش PID: خط چین [۲۱].

همانطور که در شکل ۲ مشخص است کنترل کننده پیشنهادی با وجود ماهیت غیرخطی و متغیر با زمان بودن سیستم (۴۲) توانسته است که هدف اصلی مقاله (مقاوم بودن در برابر اشباع خروجی و تسریع در همگرایی خطای تعقیب به صفر) را برآورده سازد و عملکرد بسیار بهتری نسبت به کنترل کننده PID داشته باشد. حال اگر علاوه بر هدف اصلی مقاله هدف دیگر یعنی تجاوز نکردن از حدود خروجی مد نظر باشد، با در نظر گرفتن پارامترهای کنترلی به فرم زیر می‌توان به پاسخ شکل ۴ دست یافت.

$$\eta = 0.1, \epsilon = 10^{-4}, \delta = 1, \lambda = 0.3,$$

$$\mu = 0.5, \hat{\Phi}_s(1) = 29, \hat{\Phi}_s(2) = 29,$$

$$\hat{\Phi}_s(3) = 29, \hat{\Phi}_s(4) = 30, N_p = 10, N_u = 3.$$



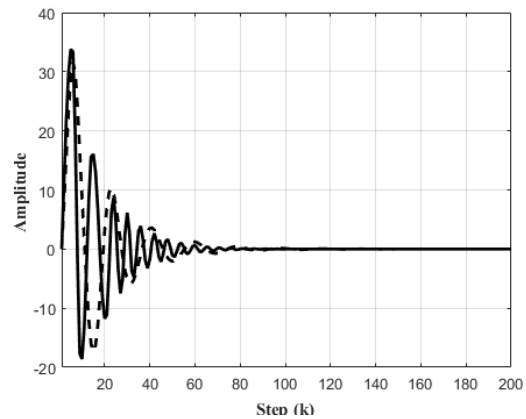
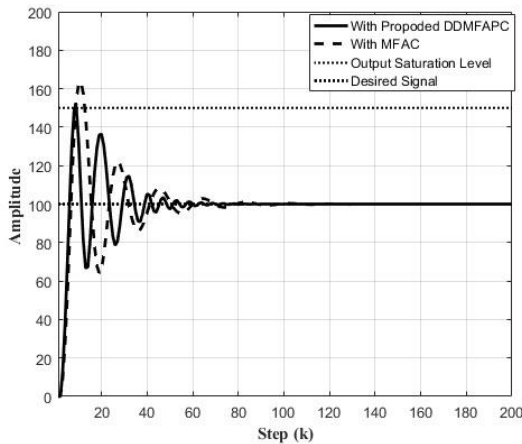
شکل ۴ خروجی سیستم (۴۲)، روش پیشنهادی: خط ممتد، روش PID: خط چین [۲۱] و سطوح اشباع: نقطه چین.

همانطور که در شکل ۴ مشخص است پاسخ بدست آمده کمی لخت می‌باشد.

مزیت الگوریتم پیشنهادی نسبت به روش کنترلی PID این است که در لحظات وقوع پدیده اشباع با توجه به اینکه روش پیشنهادی تطبیقی پذیر

برآورده شده است. بنابراین اگر در کنار هدف اصلی مقاله هدف دیگر یعنی عدم عبور از حد اشباع مد نظر باشد طراحی (۴۴) مناسب است (شکل ۵) و اگر فقط هدف اصلی مقاله یعنی همگرایی سریع خطای تعقیب به صفر مد نظر باشد طراحی (۴۵) مناسب‌تر است (شکل ۷).

$$\eta = 0.1, \epsilon = 10^{-4}, \delta = 0.1, \lambda = 1, \mu = 0.2, \hat{\Phi}_s(1) = 9, N_p = 5, N_u = 2. \quad (45)$$

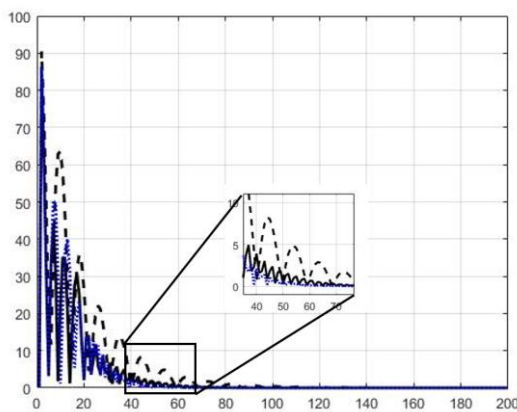


شکل ۶ سیگنال کنترلی سیستم (۴۳)، روش پیشنهادی با طراحی (۴۴): خط ممتد، روش CFDL-MFAC [۱۰]: خط چین.

همانطوری که در شکل (۵) مشخص است روش پیشنهادی با توجه به مزیت پیش‌بین نسبت به کنترل کننده تطبیقی بدون مدل فرم فشرده زودتر همگرا شده و از سطح اشباع تجاوز نموده است. همچنین، همانطور که در شکل شماره (۶) مشخص است سیگنال کنترلی اعمال شده به سیستم (۴۳) با طراحی (۴۴) دارای رفتاری مناسب است.

شکل ۷ خروجی سیستم (۴۳)، روش پیشنهادی با طراحی (۴۵): خط ممتد، روش CFDL-MFAC [۱۰]: خط چین، سطوح اشباع: نقطه خط و مرجع: نقطه چین.

لازم به ذکر است که روش پیشنهادی در شبیه سازی اول با یک روش مبتنی بر مدل و در شبیه سازی دوم با یک روش داده محور تطبیقی مقایسه شده تا کارایی روش پیشنهادی نسبت به هر دو روش مشخص گردد. در شبیه سازی دوم اگرچه هر دو روش از ساختار تطبیقی بهره می‌برند اما روش پیشنهادی با داشتن مزیت تطبیقی-پیش‌بین توانسته است که نه تنها زودتر همگرا گردد بلکه از سطح اشباع نیز تجاوز نکند و این مزیت روش پیشنهادی نسبت به روش CFDL-MFAC است.



باتوجه به اینکه در متن مقاله اثبات شده است که روش پیشنهادی در زمان وقوع پدیده اشباع خروجی توانایی همگرایی خطای تعقیب به صفر را دارد، با تغییر پارامترها بصورت (۴۵) می‌توان به طراحی شکل ۷ دست یافت که در آن خروجی سیستم (۴۳) به حدود اشباع رسیده است اما خطای تعقیب زودتر به صفر همگرا می‌شود.

شکل ۸ انتگرال قدر مطلق خطای تعقیب بدست آمده، روش پیشنهادی با طراحی (۴۴): خط ممتد مشکی، روش CFDL-MFAC [۱۰]: خط چین و روش پیشنهادی با طراحی (۴۵): نقطه چین آبی رنگ.

انتگرال قدر مطلق خطای تعقیب برای روش پیشنهادی با طراحی (۴۴)، (۴۵) و روش CFDL-MFAC در شکل ۸ نشان داده شده است. همانگونه از شکل ۸ پیدا است انتگرال قدر مطلق خطای تعقیب بدست آمده در روش پیشنهادی نسبت به روش ارائه شده در مرجع [۱۰] زودتر به مقدار صفر همگرا می‌شود. همچنین مشخصه‌های پاسخ سیستم (۴۳) به ازاء دو روش کنترلی محاسبه و در جدول ۱ نشان داده شده است که برتری روش پیشنهادی را نسبت به CFDL-MFAC نشان می‌دهد.

جدول ۱ مشخصات پاسخ.

روش	معیار	% MP	Tp
CFDL-MFAC		0.61	63
DDMFAPC (44)		0.43	48
DDMFAPC (45)		0.50	39

همانطور که در جدول ۱ مشاهده می‌کنید سرعت همگرایی خطا در طراحی (۴۵) نسبت به طراحی (۴۴) بیشتر، زمان نشست کمتر و در صد فراجهش بیشتر است و این در حالی است که در طراحی (۴۵) خروجی سیستم به اشباع می‌رود اما هدف اصلی مقاله (همگرایی خطا به صفر)

## ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله برای سیستم‌های غیرخطی گسسته زمان نامعلوم، یک کنترل کننده تطبیقی پیش‌بین در حضور پدیده اشباع خروجی ارائه شده است. به همین منظور ابتدا با در نظر گرفتن اثر اشباع خروجی یک مدل خطی دینامیکی بدست می‌آید که اثر اشباع خروجی در آن لحاظ شده است. سپس با توجه به مدل خطی، ساختار کنترلی تطبیقی پیش‌بین توسعه یافته است. همچنین پایداری روش پیشنهادی اثبات شد. نتایج شبیه سازی بیانگر آن است که روش پیشنهادی با داشتن مزیت تطبیقی-پیش‌بین دارای همگرایی سریع تر است و با تنظیم پارامترها میتوان به طراحی دست یافت که خروجی از سطح اشباع نیز تجاوز نکند. با توجه به اینکه ساختار کنترلی پیش‌بین توانایی در نظر گرفتن محدودیت‌های مختلف را دارد، در کار آینده مسئله اشباع ورودی و خروجی با هم در نظر گرفته و سعی می‌شود که از وقوع پدیده اشباع جلوگیری شود.

## مراجع

- [9] Hui, Y., Chi, R., Huang, B., Hou, Z. and Jin S., 2020 "Observer-Based Sampled-Data Model-Free Adaptive Control for Continuous-Time Nonlinear Nonaffine Systems With Input Rate Constraints" in IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, Vol. 10, pp. 1-10.
- [10] Bu, X., Wang, Q., Hou, Z., et al., 2018, "Data driven control for a class of nonlinear systems with output saturation", ISA transactions, Vol. 81, pp. 1-7.
- [11] Hou, Z., Yuanming, Z., 2013, "Controller-dynamic-linearization-based model free adaptive control for discrete-time nonlinear systems", IEEE Transactions on Industrial Informatics, Vol. 9, No. 4, pp. 2301-2309.
- [12] Bu, X., Hou, Z., Yu, Q., et al., 2018, "Quantized Data Driven Iterative Learning Control for a Class of Nonlinear Systems With Sensor Saturation", IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, pp. 1-11.
- [13] Bu, Xuhui, et al, 2018, "Model free adaptive control for a class of nonlinear systems using quantized information." Asian Journal of Control, Vol. 20, No. 2, pp. 962-968.
- [14] Xu, D., Shi, Y., Ji, Z., 2018, "Model-Free Adaptive Discrete-Time Integral Sliding-Mode-Constrained-Control for Autonomous 4WMV Parking Systems", IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 65, No. 1, pp. 834-843.
- [15] Qiu, X., et al, 2020, "Resilient Model-Free Adaptive Control for Cyber-physical Systems Against Jamming Attack", Neurocomputing.
- [16] Yu, W., et al, 2020, "Model Free Adaptive Control for a Class of Nonlinear Systems with Fading Measurements", Journal of the Franklin Institute.
- [17] Guo, Y., et al, 2019, "Data-Driven Model-Free Adaptive Predictive Control for a Class of MIMO Nonlinear Discrete-Time Systems with Stability Analysis", IEEE Access, Vol. 7, pp. 102852-102866.
- [18] Wang, D., 2018, "A Novel Controller Dynamic Linearization-Based Model Free Adaptive Predictive Control for A Class Of Discrete Nonlinear Systems", International Conference on Mechanical, Electronic, Control and Automation Engineering, (MECAE 2018), Atlantis Press.
- [19] Hou, Z., Ronghu, C., Huijun, G., 2017, "An overview of dynamic-linearization-based data-driven control and applications", IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 64, No. 5, pp. 4076-4090.
- [20] Hou, Z., and Shuangshuang X., 2019, "On model free adaptive control and its stability analysis", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 64, No. 11, pp. 4555-4569.
- [1] Benner, Peter, et al., 2017, "Model reduction and approximation: theory and algorithms", SIAM, Vol. 15.
- [2] Tympakianaki, A., Koutsopoulos, HN., Jenelius, E., 2018, "Robust SPSA algorithms for dynamic OD matrix estimation", Procedia computer science, Vol. 130, pp. 57-64.
- [3] Mišković, L., Karimi, A., Bonvin, D., 2003, "Correlation-based tuning of a restricted complexity controller for an active suspension system", European journal of control, Vol. 9, pp. 77-83.
- [4] Karimi, A., Mišković, L., Bonvin, D., 2004, "Iterative correlation-based controller tuning", International journal of adaptive control and signal processing, Vol. 18, No. 8, pp. 645-664.
- [5] Li, X., Chen, S.L., Ma, J., et al., "Data-Driven Model-Free Iterative Tuning Approach for Smooth and Accurate Tracking", 2018 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM). IEEE, 2018.
- [6] Mircea-Bogdan, R., Precup, R. E. and Petriu, M., 2015, "Constrained data-driven model-free ILC-based reference input tuning algorithm", Acta Polytechnica Hungarica, Vol. 12. No. 1, pp. 137-160.
- [7] Chi, R., et al, 2017, "Constrained data-driven optimal iterative learning control" Journal of Process Control, Vol. 55, pp. 10-29.
- [8] Rui, Z., Song, X. Wen, D., and Sun, C., 2013, "Optimal tracking control for a class of unknown discrete-time systems with actuator saturation via data-based ADP algorithm", Acta Automatica Sinica, Vol. 39, No. 9, pp. 1413-1420.

- [21] Hou, Z., and Shangtai J., 2013, "Model free adaptive control: theory and applications. CRC press.
- [22] Narendra, K. S. and Parthasarathy, K., 1990, "Identification and control for dynamic systems using neural networks", IEEE Transactions on Neural Networks, vol. 1, no. 1, pp. 4–27..