مجله کنترل
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
جلد ۱۵، شماره ۳، پاییز ۱۴۰۰، صفحه ۶۷-۵۵

کنترل عصبی تطبیقی سیستم‌های غیرخطی مرتبه کسری چند عامله با وجود محدودیت خطا

حسین فردوسی[۱]، مهناز هاشمی[۲و۳]

[۱] فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد، دانشکدهٔ مهندسی برق، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران
hossein.ferdowsii@gmail.com
[۲] استادیار، دانشکدهٔ مهندسی برق، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران
mahnazhashemi100@gmail.com ,m.hashemi@pel.iaun.ac.ir
[۳] استادیار، مرکز تحقیقات پردازش دیجیتال و بینایی ماشین، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران

دریافت: ۱۳۹۹/۰۱/۲۸ ویرایش: ۱۳۹۹/۰۹/۱۴ پذیرش: ۱۳۹۹/۱۰/۲۵

چکیده: در این مقاله، مسئله کنترل ردیابی سیستم‌های چند عامله مرتبه کسری بررسی شده است. نامعینی‌های سیستم، قیود خطا، مناسب بودن پاسخ گذرا و ردیابی مطلوب پاسخ از چالش‌های موجود در این پژوهش است. به دلیل وجود چنین چالش‌های ذکر شده، رویکرد کنترل تطبیقی عصبی در این پژوهش به‌کارگرفته شده است. در این مقاله، ابتدا به بررسی سیستم‌های چند عامله مرتبه کسری، در حضور محدودیت‌های خطا و نامعینی پرداخته شده است. سپس، یک کنترل‌کننده برمبنای کنترل تطبیقی و روش کنترل سطح دینامیکی به‌نحوی طراحی شده است که هدف کنترلی تعقیب خروجی مطلوب با وجود برآورده شدن قیود خواسته شده محقق شود. کارایی موثر کنترل کننده پیشنهادی، با شبیه سازی توسط نرم افزار متلب در قسمت شبیه سازی نتایج نشان داده شده است.

کلمات کلیدی: دینامیک مرتبه کسری، سیستم‌های غیرخطی چند عامله، شبکه‌های عصبی، کنترل کننده تطبیقی.

Adaptive neural control of nonlinear fractional order multi- agent systems in the presence of error constraintion

Hossein Ferdowsi and Mahnaz Hashemi

Abstract: In this paper, the problem of fractional order multi-agent tracking control problem is considered. Uncertainties, error constraints, transient response suitability and desirable response tracking problems are the challenges in this study. Because of these problems and challenges, the adaptive control, and Neural Networks approximators approaches are used in this study. In the first part of this article, the fractional order multi-agent systems are investigated in the presence of uncertainties and error constraints. Then, a controller is designed on the basis of adaptive control and dynamic surface control so that the control objective of pursuing the desired output is achieved in the presence of the required constraints. The effective performance of the proposed controller is demonstrated by simulation by MATLAB software.

Keywords: Fractional- order dynamics, Multi-agent nonlinear systems, Neural Networks, Adaptive control.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.3.4.3]
[DOI: 10.52547/joc.15.3.55]

۱- مقدمه

۱-۱ پیشینه‌ای بر سیستم‌های چند عامله مرتبه کسری

سیستم‌های چند عامله متشکل از مجموعه‌ای از اعضا بوده که ارتباط بین آن‌ها به صورت مستقیم و یا غیرمستقیم است. این سیستم‌ها می‌توانند وظایفی را انجام دهند که یک عامل واحد به تنهایی قادر به انجام آن نیست. بنابراین در اجرای بسیاری از سیستم‌های واقعی مانند ربات‌های دو قطبی، پهپادها، صنایع رباتیک و وسایل نقلیه بدون سرنشین کاربردهای گسترده و کارآمدی دارند [۲،۱]. در طی دهه‌های گذشته سیستم های چند عامله توجه روزافزونی را به خود جلب کرده‌اند [۶-۱]. نحوه طراحی قانون توزیع برای هر عامل که فقط از طریق جمع‌آوری اطلاعات محلی بدست می‌آید به‌گونه‌ای است که با اجماع گروهی از عوامل که به توافق رسیده‌اند ایجاد می‌شود. آثار موجود عمدتاً بر مسئله اجماع بدون رهبرمتمرکز هستند [۲،۱]. در عمل، ممکن است یک رهبر به عنوان مرجع یا مسیر از پیش تعریف شده برای ردیابی گروهی از عوامل وجود داشته باشد. بنابراین، مسئله ردیابی با یک رهبر مطرح شده است [۴،۳]. نکته قابل توجه اینکه آثار قبلی عمدتاً به مشکل اجماع سیستم‌های چند عامله با دینامیک مرتبه صحیح مانند دینامیک مرتبه یک توجه داشتند [۴-۱]. برخی مقالات نیز به بررسی دینامیک‌های صحیح مرتبه دوم [۳،۲]، [۵] و حتی دینامیک‌های مرتبه بالاتر پرداختند [۶]. با این حال، بسیاری از سیستم‌های فیزیکی در دنیای واقعی رفتاری با دینامیک مرتبه کسری از خود نشان می‌دهند [۹-۷]. به عنوان مثال، وسایل نقلیه با مواد ویسکوالاستیکی [۹-۸] و وسایل نقلیه ای که در محیط‌هایی با شرایط خاص فعالیت می‌کنند مانند طوفان گرد و غبار، باران، شن و ماسه، جاده گل آلود، چمن یا برف [۱۰] با دینامیک مرتبه کسری می‌توانند بیان شوند. دردهه‌های گذشته، حسابان مرتبه کسری به طور گسترده‌ای درشته‌های فیزیک، مهندسی و مسائل بین بلبرینگ روتور، مدارهای الکتریکی و باتری‌های وسایل نقلیه را می‌توان با دینامیک مرتبه کسری به خوبی توصیف کرد [۱۱-۱۴].کارایی خوب کنترل‌کننده‌های مرتبه کسری PID در مرجع [۱۵] نشان داده شده است. بازده بالای کنترل‌کننده‌های مرتبه کسری با فیدبک خروجی و کنترل‌کننده‌های مرتبه کسری تطبیقی نیز از مواردی است که در مرجع [۱۶] به آن‌ها پرداخته شده است. بنابراین توجه بیشتر به مسئله کنترل هماهنگی سیستم‌های چند عامله مرتبه کسری بسیار حائز اهمیت است. با این حال گزارشات اندکی در تحقیقات انجام شده پیرامون این سیستم‌ها وجود دارد [۱۰]، [۲۳-۱۷]. کنترل ساختار یافته توزیع شده سیستم‌های چند عامله مرتبه کسری برای اولین بار در [۱۸،۱۰] مورد بررسی قرار گرفته است. استراتژی معرفی شده در مرجع [۱۹] به بررسی یک اجماع رهبر- پیرو برای سیستم‌های چند عامله مرتبه کسری کاپوتو که دارای دینامیک غیرخطی هستند پرداخته است. همچنین در مرجع [۲۰] رویکردی برای حل مساله وقوع رویداد سیستم‌های چند عامله خطی مرتبه کسری تحت شبکه که می‌توانند به اجماع دست یابند ارائه شده است. مسئله ردیابی توزیع شده غیرخطی از نوع لیپشیتز و دستاوردهای کنترل ناهمگن و یک رهبر ناشناخته در یک توپولوژی مستقیم ثابت در مرجع [۲۱] بررسی شده است. در [۲۲] چندین مساله اجماع برای سیستم‌های چند عامله مرتبه کسری یکپارچه چند عاملی بررسی شده‌اند. هر دو پروتکل اجماع مبتنی بر زمان پیوسته و مبتنی بر نمونه‌برداری داده به ترتیب برای موارد میرایی مطلق و نسبی پیشنهاد شده‌اند. در مرجع [۲۳]، اجماع خروجی مبتنی بر مشاهده‌گر سیستم‌های غیرخطی چند عاملی مرتبه کسری ناهمگن با ابعاد مختلف حالت و دینامیک متفاوت مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین با در نظر گرفتن حالت عامل‌ها، که ممکن است در عمل در دسترس نباشند، برای هر عامل مشاهده‌گر حالت طراحی شده است. در مرجع [۲۴]، پنج نوع خاص از سطوح لغزشی برای غلبه بر مساله ردیابی اجماع برای یک کلاس از سیستم‌های چند عاملی غیر خطی ارائه شده است. در همین حال، کنترل‌کننده مد لغزشی با توجه به وجود اغتشاشات خارجی در مدل‌های پویای عوامل پیرو پیشنهاد شده است. رویکرد تطبیقی مبتنی بر شبکه عصبی برای حل مسئله اجماع چندگانه در [۲۵] برای سیستم‌های غیرخطی مرتبه اول ناشناخته با توپولوژی غیر مستقیم به کارگرفته شده است. اندکی پس از آن، چنین رویکردی برای پرداختن به مشکل ردیابی برای سیستم‌های غیرخطی نامعین چند عامله با دینامیک‌های صحیح مرتبه اول در مراجع [۲۷،۲۶] و برای دینامیک‌های صحیح مرتبه دوم در [۲۸] به کار گرفته شد. اخیراً مسئله کنترل توزیع شده برای کنترل سیستم‌های چند عامله غیرخطی نامعین مرتبه دوم در [۲۹] مورد توجه قرار گرفته است. در [۳۰]، برای سیستم‌های چند عامله نامعین با دینامیک اویلر- لاگرانژ که دارای توپولوژی مستقیم سوئیچینگ هستند، یک رویکرد ردیابی اجماع مبتنی بر شبکه عصبی پیشنهاد شده است. با این حال، بر طبق تحقیقات محققان، مطالعه‌ای مبتنی بر حل مشکل ردیابی اجماع سیستم‌های چند عامله غیرخطی مرتبه کسری نامعین با انضمام و التزام بهبود پاسخ گذرای سیستم، انجام و یا منتشر نشده است.

هدف این پژوهش، طراحی کنترل کننده برای سیستم‌های غیرخطی فیدبک اکید رهبر- پیرو با دینامیک مرتبه کسری است. چالش اصلی پیش رو، کنترل تمامی عوامل سیستم با وجود دینامیک غیرخطی و مراتب کسری آن‌ها می‌باشد. به‌علاوه، ارضای محدوده خواسته شده برای خطای سیستم نیز از موارد مهم و حائز اهمیت در طراحی این کنترل‌کننده است. کنترل‌کننده طراحی شده در این مقاله خطای ردیابی را در محدوده مطلوب مسئله نگه می‌دارد. همچنین، نامعینی‌های دینامیک غیرخطی توسط شبکه عصبی تخمین زده می‌شوند. همزمان با اقناع قیود خطا، پاسخ گذرا و ماندگار مطلوب مورد انتظار مسئله نیز بدست می‌آید.

این مقاله در چند بخش تدوین شده است. ابتدا مقدمات لازم و دینامیک سیستم مورد مطالعه ارائه و بررسی می‌شود. سپس کنترل کننده بر پایه شبکه عصبی پی ریزی شده و پس از آن با به‌کارگیری روش کنترل

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.3.4.3]
[DOI: 10.52547/joc.15.3.55]

سطح دینامیک سیگنال کنترلی مورد نظر طراحی می‌شود. در پایان، کارایی کنترل کننده بوسیله نتایج شبیه سازی نشان داده شده و نتیجه گیری ارائه می‌شود.

۲- فرمول‌های مسئله و مقدمات

تعاریف مختلفی برای مشتقات و انتگرال‌های مراتب کسری وجود دارد که از میان آن‌ها، عمدتاً به علت سادگی تعریف کاپوتو توسط محققین استفاده می‌شود[۳۱ و ۲۱]. در این پژوهش نیز از تعریف کاپوتو استفاده شده است.

برای بررسی پایداری سیستم‌های مرتبه کسری، روش مستقیم تابع لیاپانوف برای سیستم‌های مرتبه کسری تعمیم داده می‌شود. این روش در لم ۱ بیان شده است.

لم ۱([۲۱]) : سیستم مرتبه کسری ${}_a^C D_t^\alpha = u$ را در نقطه تعادل مبدا، پایدار کراندار نهایی یکنواخت میتگ لفلر گویند اگر، تابع پیوسته مشتق پذیری مانند $V(x(t),t)$ موجود باشد که نامساوی زیر را برآورده سازد.

$$ {}_a^C D_t^\alpha V(x(t),t) \le -\mu V(x(t),t) + \delta \qquad (۱)$$

که در رابطه فوق x حالت سیستم، u سیگنال کنترلی و α مرتبه مشتق کسری کاپوتو است. همچنین، $\delta \ge 0, \alpha \in (0,1]$ و $\mu > 0$ پارامترهای مثبت هستند. آنگاه تابع $V(x(t),t)$ دارای کران بالایی به صورت زیر است.

$$ V(x(t),t) \le V(0,0) E_{a,1}(-\mu l^a) + \frac{\delta d}{\mu} \qquad (۲)$$

که $d = \max\{l, C\}$ و C در تخمین تابع میتگ لفلر تعریف شده است [۲۱].

لم ۲([۲۱]): اگر $x(t)$ حقیقی و مشتق پذیر باشد آنگاه رابطه (۹) برقرار می‌باشد.

$$ \frac{1}{2} D^\alpha (x^T(t) P x(t)) \le x^T(t) P D^\alpha x(t) \qquad (۳)$$

که در رابطه فوق $P = P^T > 0$ ماتریس مثبت معین است.

۲-۱ پیش فرض‌های مورد نیاز در طراحی کنترل کننده

برای مدل سازی اطلاعات تبادل شده میان عامل‌های یک سیستم چند عاملی از نظریه گراف استفاده می‌شود [۳۳]. در این مقاله اطلاعات ساختاری موجود بین عامل‌ها به صورت یک گراف اتصال غیرمستقیم در نظر گرفته می‌شود. گراف یک $G = \{\upsilon, E\}$ گراف وزنی از مرتبه N است. که υ مجموعه عامل‌ها (گره‌ها) و $E \subseteq \upsilon \times \upsilon$ مجموعه یال‌های موجود بین دو عامل است که نحوه ارتباط عامل‌ها را در یک سیستم چند عاملی نشان می‌دهد. $e_{ji} = (\upsilon_j, \upsilon_i) \in E$ هنگامی برقرار است که بین عامل‌های i ام و j ام ارتباط وجود داشته باشد و بالعکس. همسایه‌های گره υ_i به صورت $N_i = \{\upsilon_j \mid (\upsilon_j, \upsilon_i) \in E\}$ تعریف می‌شوند. ماتریس مجاورت در گراف سیستم‌های چند عاملی، تنها معرف همسایگان هر عامل و ضریب ارتباطی میان آن‌ها است. اگر این ماتریس به صورت $A = [a_{ij}] \in R^{N \times N}$ باشدو عبارت $\forall i, j; a_{ij} = a_{ji} > 0$ برقرار باشد، آنگاه گراف را بدون جهت گویند. مقدار a_{ji} در ماتریس مجاورت اشاره به ارتباط بین عاملهای iام و jام دارد. در این مقاله $a_{jj} = 0$ در نظر گرفته شده است و ساختار گراف مرتبط با ارتباط بین عامل‌ها متغیر با زمان در نظر گرفته می‌شود. بعلاوه $G = \{G_1, ..., G_l\}$ بیانگر یک مجموعه شامل تمامی ساختارهای ارتباطی عامل‌هاست. ماتریس لاپلاسین برای بیان دقیق همسایگی هر عامل به صورت $L = D - A$ تعریف می‌گردد. ماتریس D معرف درجه ورودی هر عامل در گراف ارتباطی یک سیستم است و به صورت $D = diag[d_i]$ ، $d_j = \sum_{i=1}^{N} a_{ji}$ بیان می‌گردد. در پایان، گراف دیگری به صورت $\overline{G}$ تعریف می‌شود که بیانگر یک سیستم چند عاملی با یک رهبر و N عامل است. ماتریس مجاورت رهبر که با گراف $\overline{G}$ مرتبط است به صورت $B = diag(b_j) \in R^{N \times N}$ بوده که در آن $b_j > 0$ است و بیانگر آن است که فقط j امین دنبال کننده به اطلاعات رهبر دسترسی دارد و در غیر این صورت $b_j = 0$ است تعریف شده است. همچنین ماتریس H با نام گراف اتصال به صورت $L + B$ که بیانگر آن است که مسیری در گراف $\overline{G}$ از عامل رهبر به هر عامل دنبال کننده وجود دارد.

۳- سیستم غیرخطی مرتبه کسری چند عامله با وجود محدودیت های خطا

سیستم غیرخطی مرتبه کسری چند عامله توصیف شده با معادلات زیر را در نظر بگیرید.

$$\begin{aligned} & D^\alpha x_{j,k} = x_{j,k+1} + f_{j,k}(\bar{x}_{i,k}) \\ & j = 1, ..., N \quad , k = 1, ..., n_{j-1} \\ & D^\alpha x_{j,n_j} = u_j + f_{j,n_j}(\bar{x}_{j,n_j}) \\ & y_j = x_{j,1} \end{aligned} \qquad (۴)$$

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.3.4.3]
[DOI: 10.52547/joc.15.3.55]

که $x_{j,k}$ حالت kام از عامل j ام و $u_j \in R$، سیگنال کنترلی عامل j ام و $y_j \in R$ خروجی عامل j ام می باشد. $\bar{x}_{j,k}=[x_{j,1},...,x_{j,k}]^T$ بردار حالت j است. تابع $f_{j,k}(x_{j,k}):R^k \to R$ که از فضای R^k به فضای R است؛ تابع نامعین، هموار و حقیقی می‌باشد.

هدف کنترلی، طراحی کنترل کننده تطبیقی عصبی توزیع شده براساس دیدگاه عملکرد از پیش تعیین شده برای دسته‌ای از سیستم‌های چند عامله مرتبه کسری با دینامیک (۴) می‌باشد بگونه‌ای که تمام سیگنال‌های حلقه بسته سیستم کران‌دار نهایی یکنواخت به صورت مشارکتی و نیمه سراسری هستند و خطای تعقیب هر عامل به کران از پیش تعیین شده تحت فراجهش و فروجهش معین همگرا شود. در راستای تحقق هدف ذکر شده، فرضیات و لم‌های زیر در نظر گرفته می شود.

فرض ۱ ([۳۴]): تمام حالات سیستم(عوامل دنبال کننده) در دسترس هستند و حالات $x_{j,1}$ و $x_{j,2}$ از iامین عامل برای عامل j ام قابل اندازه گیری است. اگر $j \in N_i$ باشد.

فرض ۲ ([۳۴]): خروجی عامل رهبر پیوسته و مشتق پذیر است و برای عامل j ام قابل اندازه گیری می‌باشد اگر $b_j \neq 0$. علاوه بر آن،

$$W=\{(y_L, D^{\alpha}y_L, D^{2\alpha}y_L): y_L + D^{\alpha}y_L + D^{2\alpha}y_L \le W_0\} \quad (۵)$$

که W_0 ثابت مثبت است.

لم ۳ (لم یانگ ([۳۴]): برای مسیر $(x,y)\in R^2$ نامساوی (۶) همواره برقرار می‌باشد.

$$x^T y \le \frac{1}{2}x^T x + \frac{1}{2}y^T y \quad (۶)$$

لم ۴ ([۳۴]): اگر گراف G متصل باشد و حداقل یکی از عامل‌ها در گراف $\overline{G}$ به اطلاعات رهبر دسترسی داشته باشد، ماتریس متقارن H مرتبط با گراف $\overline{G}$ مثبت معین خواهد بود.

٤- طراحی کنترل‌کننده بر پایه شبکه‌های عصبی گوسی

به دلیل خواص تقریب زنی عمومی شبکه‌های عصبی بر روی فضای بسته Ω_z، هر تابع نامعین پیوسته مانند $f(z)$ را با دقت دلخواه می‌توان به صورت $f(\bar{z})=\theta^{*}\varphi(\bar{z})+\delta(\bar{z})$ تقریب زد بگونه‌ای که $\theta^{*}=[\theta_1^{*},...,\theta_L^{*}]$ بردار وزن‌های شبکه عصبی ایده‌آل و $\phi(\bar{z})=[\phi_1(z),...,\phi_L(z)]^T$ بردار رگرسور شبکه عصبی می‌باشد. علاوه بر آن، $\delta(z)$ خطای تخمین می‌باشد و L نیز تعداد نرون‌های لایه مخفی شبکه عصبی است [۳۴].

لم ۵ ([۳۴]): برای مجموعه بسته $z \in \Omega_z$، θ^{*} بردار وزن‌های ایده آل شبکه عصبی و $\delta(z)$ خطای تخمین شبکه عصبی، بصورت زیر کران دار هستند.

$$\|\theta^{*}\| \le \theta_m \quad |\delta(z)| \le \varepsilon \quad \forall z \in \Omega_z \quad (۷)$$

که θ_m و ε ثابت‌های مثبت هستند. بعلاوه، ثابت نامعین w^{*}_{j,i_j} به شرح زیر تعریف می‌شود.

$$w^{*}_{j,i_j}=\{N_{j,i_j}\|\theta^{*}_{j,i_j}\|^2, j=1,2,...,N, k=1,...,n_j\} \quad (۸)$$

که $N_{j,i_j} \ge \phi^T_{j,i_j}\phi_{j,i_j}$. بعلاوه، w^{*}_{j,i_j} و ϕ_{j,i_j} به ترتیب بردار تابع پایه و نرم بردار وزنی ایده آل شبکه عصبی هستند.

٥- تعریف توابع از پیش تعیین شده برای تعیین خطای تغییرشکل یافته

تابع عملکرد کاهشی $\rho_{j,l_j}: R^{+} \to R^{+}$ با فرض $Lim_{t\to\infty}\rho_{j,l_j}(t)=\rho_{\infty}$ بگونه‌ای انتخاب می‌شود که بتواند خطاهای توزیع شده را به کرانی به صورت زیر مقید کند.

$$\rho_{j,i_L}(t)=(\rho_{0j,i_L}-\rho_{\infty j,i_L})e^{-a_{j,i_L}t}+\rho_{\infty j,i_L} \quad (۹)$$

پارامترهای ρ_{0j,i_L}، $\rho_{\infty j,i_L}$ و a_{j,i_L}، پارامترهای مثبت طراحی مناسب هستند. در ادامه، نشان داده می‌شود که خطاهای ردیابی چگونه در همه زمان‌ها محدود می‌شود. با درنظر گرفتن قیود زیر:

$$-\delta_{j,i_L}\rho_{j,i_L}(t) < z_{j,i_L}(t) < \rho_{j,i_L}(t) \quad for \quad z_{j,i_L}(0)\ge 0 \quad (۱۰)$$

$$-\rho_{j,i_L}(t) < z_{j,i_L}(t) < \delta_{j,i_L}\rho_{j,i_L}(t) \quad for \quad z_{j,i_L}(0)< 0 \quad (۱۱)$$

که در رابطه فوق، δ_{j,i_L} پارامتر طراحی مثبت وکراندار است، $\rho_{\infty j,i_L}$ کران خطای ردیابی را در حالت ماندگار مشخص می‌کند، $\rho_{0j,i_L}(a_{j,i_L})$ پارامتر تنظیم سرعت همگرایی خطای ردیابی، $\rho_{0j,i_L}(0)$ و $\delta_{j,i_L}\rho_{j,i_L}(0)$ بیشنه بالازدگی و کمینه پایین

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.3.4.3]
[DOI: 10.52547/joc.15.3.55]

زدگی را کنترل می‌کنند. در ادامه خطای مقید تغییرشکل یافته به صورت رابطه زیر بیان می‌شود.

$$\xi_{j,i_L}(t)=\frac{z_{j,i_L}(t)}{\eta_{j,i_L}(t)} \qquad (۱۲)$$

که η_{j,i_L} به صورت زیر ارائه می‌شود.

$$\eta_{j,i_L}=q\bar{\eta}_{j,i_L}(t)+(1-q)\underline{\eta}_{j,i_L}(t) \qquad (۱۳)$$

در رابطه بالا، اگر $q=1$، $z_{j,i_L}(t)\geq 0$ و اگر $q=0$، $z_{j,i_L}(t)<0$. همچنین، پارامترهای $\bar{\eta}_{j,i_L}(t)$ و $\underline{\eta}_{j,i_L}(t)$ به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$\begin{cases}\bar{\eta}_{j,i_L}(t)=\rho_{j,i_L}(t)\\ \underline{\eta}_{j,i_L}(t)=-\delta_{j,i_L}\rho_{j,i_L}(t)\end{cases} \quad if\ z_{j,i_L}(t)\geq 0 \qquad (۱۴)$$

$$\begin{cases}\bar{\eta}_{j,i_L}(t)=\delta_{j,i_L}\rho_{j,i_L}(t)\\ \underline{\eta}_{j,i_L}(t)=-\rho_{j,i_L}(t)\end{cases} \quad if\ z_{j,i_L}(t)<0 \qquad (۱۵)$$

لم ۶ ([۳۴]): خطای تغییر شکل یافته برای $t>0$ به صورت $0<\xi_{j,i_L}(t)<1$ کران‌دار است اگر $\rho_{\infty j,i_L}$، a_{j,i_L} و δ_{j,i_L} بصورت مناسب انتخاب شوند که روابط بالا را برقرار کنند.

۶- طراحی کنترل کننده بر پایه کنترل سطح دینامیک

بر طبق روش‌های کنترل پسگام و کنترل سطح دینامیکی، روال طراحی کنترل کننده برای عامل‌های $j=1,\ldots,N$ و $i_j=2,\ldots,n_j$ و حالات π_{j,i_j} انجام می‌شود. سطوح خطا به صورت زیر ارائه می‌شود.

$$z_{j,1}=\sum_{i=1}^{N}a_{ji}(y_j-y_i)+b_j(y_j-y_L) \qquad (۱۶)$$

$$z_{j,i_L}=x_{j,i_L}-\pi_{j,i_L}, i_L=2,\ldots,m_c \qquad (۱۷)$$

که $z_{j,1}$ خطای ردیابی مشارکتی، z_{j,i_L} سطح خطا و π_{j,i_j} متغیر حالتی است که از فیلتر کردن تابع کنترلی میانی بدست می‌آید. لایه خطای مرزی به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\chi_{j,i_j}=\pi_{j,i_j}-\alpha_{j,i_j-1} \qquad (۱۸)$$

سطح خطا عبارت است از:

$$z_{j,i_L}=x_{j,i_L}-\pi_{j,i_L} \qquad i_L=2,\ldots,m_c \qquad (۱۹)$$

سطح خطای تغییر شکل یافته جزیی بصورت (۲۰) و (۲۱) و سطح خطای مجازی بصورت (۲۲) تعریف می‌شوند:

$$\xi_{j,i_L}=\frac{z_{j,i_L}}{\eta_{j,i_L}} \qquad i_L=1,\ldots,m_c \qquad (۲۰)$$

$$S_{j,i_j}=\frac{\xi_{j,i_L}}{1-\xi_{j,i_L}} \qquad i_L=1,\ldots,m_c \qquad (۲۱)$$

$$S_{j,i_k}=x_{j,i_k}-\pi_{j,i_k} \quad ,i_k=m_c+1,\ldots,n_j \qquad (۲۲)$$

با مشتق گیری مرتبه کسری از سطح خطای مجازی و با توجه به رابطه (۲۱) و $z_{j,i_L}=\xi_{j,i_L}\eta_{j,i_L}$، رابطه زیر حاصل می‌شود.

$$D^{\alpha}S_{j,i_L}\leq\frac{D^{\alpha}z_{j,i_L}-\xi_{j,i_L}D^{\alpha}\eta_{j,i_L}}{(1-\xi_{j,i_L})^2\eta_{j,i_L}} \qquad (۲۳)$$

بر اساس (۱۶)، رابطه زیر حاصل می‌گردد.

$$D^{\alpha}z_{j,1}=b_j\left(x_{j,2}+f_{j,1}\left(x_{j,1}\right)\right)-$$
$$b_jD^{\alpha}y_L+\sum_{i=1}^{N}a_{ji}\left(D^{\alpha}y_j-D^{\alpha}y_i\right) \qquad (۲۴)$$

بر اساس تعاریف ارائه شده، مشتق سطح دینامیکی به صورت رابطه زیر بدست می‌آید.

$$D^{\alpha}S_{j,1}\leq h_{j,1}\{(d_j+b_j)(x_{j,2}+f_{j,1}\left(x_{j,1}\right))$$
$$-\sum_{i=1}^{N}a_{ji}\left(x_{i,2}+f_{i,1}\left(x_{i,1}\right)\right) \qquad (۲۵)$$
$$-b_jD^{\alpha}y_L-\xi_{j,1}D^{\alpha}\eta_{j,1}\}$$

که در رابطه فوق $h_{j,i_L}=\frac{1}{(1-\xi_{j,i_L})^2\eta_{j,i_L}}$ است.

با توجه به لزوم حذف خطاهای سطوح لغزش و خطاهای تخمین وزن‌های شبکه عصبی، توابع لیاپانوف پیشنهادی به صورت روابط (۲۶) و (۲۷) در نظر گرفته می‌شود.

$$V_1=\sum_{j=1}^{N}V_{j,1}=\sum_{j=1}^{N}\left\{\frac{1}{2}S_{j,1}^2+\frac{1}{2\gamma_{j,1}}\tilde{w}_{j,1}^2\right\} \qquad (۲۶)$$

$$V_{i_L}=\sum_{j=1}^{N}V_{j,i_L}=\sum_{j=1}^{N}(V_{j,i_L-1}+\frac{1}{2}S_{j,i_L}^2$$
$$+\frac{1}{2}\chi_{j,i_L}^2+\frac{1}{2\gamma_{j,i_L}}\tilde{w}_{j,i_L}^2), i_L>1 \qquad (۲۷)$$

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.3.4.3]
[DOI: 10.52547/joc.15.3.55]

که $\gamma_{j,i_L}>0$ پارامتر طراحی بوده و $N_{j,i_L}\left\|\tilde{\theta}_{j,i_L}\right\|^2=\tilde{w}^2_{j,i_L}$ می‌باشد. بر اساس الگوریتم شبکه‌های عصبی برای تخمین توابع رابطه (۲۷) بیان شده است.

$$f_{j,i_L}(\bar{x}_{i,i_L})=\theta^{*T}_{j,i_L}\varphi_{j,i_L}(\bar{x}_{j,i_L})+\delta_{j,i_L}(\bar{x}_{j,i_L}) \qquad (۲۸)$$

که $\delta_{j,i_L}(\bar{z}_{j,i_L})$ به عنوان خطای تخمین در نظر گرفته می‌شود و $\left|\delta_{j,i_L}(\bar{x}_{j,i_L})\right|\le\varepsilon_{j,i_L}$ را برآورده می‌کند.

طراحی کنترل‌کننده به صورت زیر در چهار گام انجام می‌شود. در ابتدا در گام اول، قانون کنترل و قوانین تطبیق، برای زیر سیستم اول ارائه می‌شود. سپس درگام دوم، زیر سیستم‌های دوم تا m_cام و در گام سوم، زیر سیستم‌های m_c+1 تا n_j-1ام بررسی می‌شوند. نهایتاً در گام آخر زیرسیستم n_jام بررسی می‌شود.

گام اول: تابع لیاپانوف برای این مرحله به صورت رابطه (۲۶) در نظر گرفته می‌شود.

با استفاده از شبکه عصبی پایه شعاعی، مشتق تابع لیاپانوف پیشنهادی در (۲۶) به صورت زیر بدست می‌آید.

$$\begin{aligned}D^{\alpha}V_1\le\sum_{j=1}^{N}\{&s_{j,1}h_{j,1}(\,(d_j+b_j)(\chi_{j,2}\\&+\alpha_{j,1}+\xi_{j,2}\eta_{j,2}+\bar{f}_{j,1}(\bar{z}_{j,1}))\\&-\sum_{i=1}^{N}a_{ji}x_{i,2}-b_jD^{\alpha}y_L-\xi_{i,1}D^{\alpha}\eta_{i,1})\\&-\frac{1}{\gamma_{j,1}}\tilde{w}_{j,1}D^{\alpha}\hat{w}_{j,1}\}\end{aligned} \qquad (۲۹)$$

که در رابطه فوق، $\bar{f}_{j,1}(\bar{z}_{j,1})$ به صورت زیر در نظرگرفته می‌شود.

$$\bar{f}_{j,1}(\bar{z}_{j,1})=f_{j,1}(x_{j,1})-\sum_{i=1}^{N}\frac{a_{ji}}{d_j+b_j}f_{i,1}(x_{i,1}) \qquad (۳۰)$$

حال با استفاده از شبکه عصبی پایه شعاعی، مشتق تابع لیاپانوف به صورت رابطه زیر بدست می‌آید.

$$\begin{aligned}D^{\alpha}V_1\le\sum_{j=1}^{N}\{&S_{j,1}h_{j,1}(\,(d_j+b_j)(\xi_{j,2}\eta_{j,2}\\&+\alpha_{j,1}+\frac{3}{2}S_{j,1}h_{j,1}+\frac{1}{2r_{j,1}}S_{j,1}h_{j,1}w^{*}_{j,1})\\&-\sum_{i=1}^{N}a_{ji}x_{i,2}-b_jD^{\alpha}y_L-\xi_{j,1}D^{\alpha}\eta_{j,1})\\&+\frac{1}{2}(d_j+b_j)\chi^2_{j,2}+\frac{1}{2}(d_j+b_j)r_{j,1}\\&+\frac{1}{2}(d_j+b_i)\varepsilon^2_{j,1}\\&-\frac{1}{\gamma_{j,1}}\tilde{w}_{j,1}D^{\alpha}\hat{w}_{j,1}\}\end{aligned} \qquad (۳۱)$$

می‌شود. در نتیجه، سیگنال کنترل گام اول و قانون تطبیق گام اول به صورت زیر طراحی می‌شوند.

$$\begin{aligned}\alpha_{j,1}=&\frac{1}{(d_j+b_j)}(-c_{j,1}S_{j,1}h_{j,1}+\sum_{i=1}^{N}a_{ji}x_{i,2}\\&+b_jD^{\alpha}y_L+\xi_{j,1}D^{\alpha}\eta_{j,1})-\frac{3}{2}S_{j,1}h_{j,1}\\&-\xi_{j,2}\eta_{j,2}-\frac{1}{2r_{j,1}}S_{j,1}h_{j,1}\hat{w}_{j,1}\end{aligned} \qquad (۳۲)$$

$$D^{\alpha}\hat{w}_{j,1}=\frac{\gamma_{j,1}}{2r_{j,1}}(d_j+b_j)S^2_{j,1}h^2_{j,1}-\gamma_{j,1}\sigma_{j,1}\hat{w}_{j,1} \qquad (۳۳)$$

که $c_{j,1},\sigma_{j,1}$ و $r_{j,1}$ پارامترهای مثبت طراحی هستند. بنابراین مشتق لیاپانوف به صورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$\begin{aligned}D^{\alpha}V_1\le\sum_{j=1}^{N}(&-c_{j,1}S^2_{j,1}h^2_{j,1}+\frac{1}{2}(d_j+b_j)\chi^2_{j,2}\\&+\frac{1}{2}(d_j+b_j)r_{j,1}+\frac{1}{2}(d_j+b_j)\varepsilon^2_{j,1}\\&-\sigma_{j,1}\tilde{w}_{j,1}\hat{w}_{j,1})\end{aligned} \qquad (۳۴)$$

برای رفع مشکل مشتق گیری مکرر از $\alpha_{j,1}$، یک متغیرحالت جدید با نام $\pi_{j,2}$ تعریف می‌شود که $\alpha_{j,1}$ورودی یک فیلتر مرتبه اول با ثابت زمانی $l_{j,2}>0$ است و در نتیجه رابطه (۳۵) تعریف می شود.

$$l_{j,2}D^{\alpha}\pi_{j,2}+\pi_{j,2}=\alpha_{j,1}\quad \pi_{j,2}(0)=\alpha_{j,1}(0) \qquad (۳۵)$$

با تعریف لایه خطای مرزی به صورت $\chi_{j,2}=\pi_{j,2}-\alpha_{j,1}$، رابطه (۳۶) حاصل می‌شود.

$$D^{\alpha}\chi_{j,2}=\frac{-\chi_{j,2}}{l_{j,2}}+B_{j,2}(.) \qquad (۳۶)$$

که $B_{j,2}$ تابعی کران‌دار است.

گام دوم ($2<i_L<m_c$): در این گام، تابع لیاپانوف بصورت زیر انتخاب می‌شود.

$$V_{i_L}=V_{i_L-1}+\sum_{j=1}^{N}\left\{\frac{1}{2}S^2_{j,i_L}+\frac{1}{2}\chi^2_{j,i_L}+\frac{1}{2\gamma_{j,i_L}}\tilde{w}^2_{j,i_L}\right\} \qquad (۳۷)$$

که در رابطه بالا γ_{j,i_L} پارامتر طراحی بوده و $\tilde{w}_{j,i_L}=N_{j,i_L}\left\|\theta_{j,i_L}\right\|$ است. حال با استفاده از شبکه عصبی پایه شعاعی، مشتق تابع لیاپانوف پیشنهادی به صورت زیر بدست می‌آید.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.3.4.3]
[DOI: 10.52547/joc.15.3.55]

$$
\begin{aligned}
D^{\alpha}V_{i_L} \le\ & D^{\alpha}V_{i_L-1} \\
& +\sum_{j=1}^{N}(S_{j,i_L}h_{j,i_L}(\xi_{j,i_L+1}\eta_{j,i_L+1}+\alpha_{j,i_L} \\
& +\frac{3}{2}S_{j,i_L}h_{j,i_L}+\frac{1}{2r_{j,i_L}}S_{j,i_L}h_{j,i_L}w^{*}_{j,i_L} \\
& -\xi_{j,i_L}D^{\alpha}\eta_{j,i_L}-D^{\alpha}\pi_{j,i_L}) \\
& +\chi_{j,i_L+1}\left(-\frac{\chi_{j,i_L}}{l_{j,i_L}}+B_{j,i_L}(.)\right)+\frac{1}{2}\chi^{2}_{j,i_L+1} \\
& +\frac{1}{2}r_{j,i_L}+\frac{1}{2}\varepsilon^{2}_{j,i_L} \\
& -\frac{1}{\gamma_{j,i_L}}\tilde{w}_{j,i_L}D^{\alpha}\hat{w}_{j,i_L})
\end{aligned}
\qquad (۳۸)
$$

قانون کنترل و قانون تطبیق پارامترها به صورت

$$
\begin{aligned}
\alpha_{j,i_L} =\ & -c_{j,i_L}S_{j,i_L}h_{j,i_L}-\xi_{j,i_L+1}\eta_{j,i_L+1} \\
& -\frac{3}{2}S_{j,i_L}h_{j,i_L}-\frac{1}{2r_{j,i_L}}S_{j,i_L}h_{j,i_L}\hat{w}_{j,i_L} \\
& +\xi_{j,i_L}D^{\alpha}\eta_{j,i_L}+D^{\alpha}\pi_{j,i_L}
\end{aligned}
\qquad (۳۹)
$$

$$
D^{\alpha}\hat{w}_{j,i_L}=\frac{\gamma_{j,i_L}}{2r_{j,i_L}}S^{2}_{j,i_L}h^{2}_{j,i_L}-\gamma_{j,i_L}\sigma_{j,i_L}\hat{w}_{j,i_L} \qquad (۴۰)
$$

بدست می‌آیند که $c_{j,i_L}, \sigma_{j,i_L}$ و r_{j,i_L} پارامترهای طراحی و اعدادی مثبت هستند. با جایگذاری (۳۹) و (۴۰) در (۳۸)، مشتق تابع لیاپانوف به صورت زیر بدست می‌آید.

$$
\begin{aligned}
D^{\alpha}V_{i_L} \le\ & \sum_{j=1}^{N}(-\sum_{k=1}^{i_L}c_{j,k}S^{2}_{j,k}h^{2}_{j,k}+\frac{1}{2}(d_j+b_j)\chi^{2}_{j,2} \\
& +\frac{1}{2}\sum_{k=2}^{i_L}\chi^{2}_{j,k+1}+\sum_{k=1}^{i_L-1}\chi_{j,k+1}\left(\frac{-\chi_{j,k+1}}{l_{j,k+1}}+B_{j,k+1}(.)\right) \\
& +\frac{1}{2}(d_j+b_j)\,r_{i,1}+\frac{1}{2}\sum_{k=2}^{i_L}r_{j,k}+\frac{1}{2}(d_j+b_j)\,\varepsilon^{2}_{j,1} \\
& +\frac{1}{2}\sum_{k=2}^{i_l}\varepsilon^{2}_{j,k}-\sum_{k=1}^{i_l}\sigma_{j,k}\tilde{w}_{j,k}\hat{w}_{j,k})
\end{aligned}
\qquad (۴۱)
$$

همانند گام قبل برای رفع مشکل انفجار پیچیدگی روش پسگام متغیر حالت π_{j,i_L+1} تعریف شده و ورودی فیلتر مرتبه اول با ثابت زمانی $l_{j,i_L+1}>0$ بصورت زیر است.

$$
\begin{aligned}
& l_{j,i_L+1}D^{\alpha}\pi_{j,i_L+1}+\pi_{j,i_L+1}=\alpha_{j,i_L} \\
& \pi_{j,i_L+1}(0)=\alpha_{j,i_L}(0)
\end{aligned}
\qquad (۴۲)
$$

همچنین لایه خطای مرزی به صورت تفاضل ورودی و خروجی فیلتر (۴۲) به صورت $\chi_{j,i_l+1}=\pi_{j,i_L+1}-\alpha_{j,i_L}$ بوده و با استفاده از آن، معادله یزر حاصل می‌شود.

$$
D^{\alpha}\chi_{j,i_L+1}=-\frac{x_{j,i_L+1}}{l_{j,i_L+1}}+B_{j,i_L+1}(.) \qquad (۴۳)
$$

که $i\in N_j$ و $B_{i,i_L+1}(.)$ توابع پیوسته‌اند.

گام سوم ($m_c+1\le i_k\le n_j-1$): در این مرحله دیگر کرانی از پیش تعیین شده برای سطح‌های خطا در نظر گرفته نمی‌شود. همانند گام قبل تابع لیاپانوف به صورت رابطه(۳۷) انتخاب می‌شود. حال با استفاده از شبکه عصبی پایه شعاعی، مشتق تابع لیاپانوف پیشنهادی به صورت زیر بدست می‌آید.

$$
\begin{aligned}
D^{\alpha}V_{i_k} \le\ & D^{\alpha}V_{i_k-1}+\sum_{j=1}^{N}(S_{j,i_k}(S_{j,i_k+1}+\alpha_{j,i_k} \\
& +\frac{1}{2r_{i,i_k}}S_{j,i_k}w^{*}_{j,i_k}+\frac{3}{2}S_{j,i_k}-D^{\alpha}\pi_{j,i_k}) \\
& +\chi_{j,i_k}(-\frac{\chi_{j,i_k}}{l_{j,i_k}}+B_{j,i_k}(.))+\frac{1}{2}r_{j,i_k}+\frac{1}{2}\varepsilon^{2}_{j,i_k} \\
& +\frac{1}{2}\chi^{2}_{j,i_k+1}-\frac{1}{\gamma_{j,i_k}}\tilde{w}_{j,i_k}D^{\alpha}\hat{w}_{j,i_k})
\end{aligned}
\qquad (۴۴)
$$

سیگنال کنترل مجازی α_{j,i_k} و قانون تطبیق به صورت زیر طراحی می‌شوند.

$$
\begin{aligned}
\alpha_{j,i_k} =\ & -c_{j,i_k}S_{j,i_k}-\frac{3}{2}S_{j,i_k}-\frac{1}{2r_{j,i_k}}S_{j,i_k}\hat{w}_{j,i_k} \\
& -D^{\alpha}\pi_{j,i_k}
\end{aligned}
\qquad (۴۵)
$$

$$
D^{\alpha}\hat{w}_{j,i_k}=\frac{\gamma_{j,i_k}}{2r_{j,i_k}}S^{2}_{j,i_k}-\gamma_{j,i_k}\sigma_{i_k}\hat{w}_{j,i_k} \qquad (۴۶)
$$

که در رابطه فوق c_{j,i_k} و σ_{j,i_k} و r_{j,i_k} پارامترهای مثبت طراحی هستند. با جایگذاری (۴۵) و(۴۶) در (۴۴)، رابطه زیر بدست می‌آید.

$$
\begin{aligned}
D^{\alpha}V_{i_k} \le\ & \sum_{j=1}^{N}(-\sum_{k=1}^{m_c}c_{j,k}S^{2}_{j,k}h^{2}_{j,k}-\sum_{k=m_c+1}^{i_k}c_{j,k}S^{2}_{j,k} \\
& +\frac{1}{2}(d_j+b_j)\chi^{2}_{j,2}+\frac{1}{2}\sum_{k=2}^{i_k}\chi^{2}_{j,k+1} \\
& +\sum_{k=1}^{i_k-1}\chi_{j,k+1}(-\frac{\chi_{j,i_{k+1}}}{l_{j,k+1}}+B_{j,i_k}(.)) \\
& +\sum_{k=m_c+1}^{i_k}S_{j,k}S_{j,k+1}+\frac{1}{2}(d_j+b_j)\varepsilon^{2}_{j,1}+\frac{1}{2}\sum_{k=2}^{i_k}\varepsilon^{2}_{j,k} \\
& +\frac{1}{2}(d_j+b_j)r_{j,1}+\frac{1}{2}\sum_{k=2}^{i_k}r_{j,k}-\sum_{k=1}^{i_k}\sigma_{i,i_k}\tilde{w}_{j,i_k}\hat{w}_{j,i_k})
\end{aligned}
\qquad (۴۷)
$$

مشابه قبل متغیر حالت π_{j,i_k+1} معرفی می‌شود. خروجی فیلتری مرتبه اول با ثابت زمانی $l_{j,i_k+1}>0$ بوده و ورودی α_{j,i_k} بصورت زیر است.

$$
\begin{aligned}
& l_{j,i_k+1}D^{\alpha}\pi_{j,i_k+1}+\pi_{j,i_k+1}=\alpha_{j,i_k} \\
& \pi_{j,i_k+1}(0)=\alpha_{j,i_k}(0)
\end{aligned}
\qquad (۴۸)
$$

با استفاده از لم یانگ وتفاضل ورودی–خروجی رابطه زیر بدست می‌آید.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.3.4.3]
[DOI: 10.52547/joc.15.3.55]

$$D^{\alpha}\chi_{j,i_k+1}=-\frac{\chi_{j,i_k+1}}{l_{j,i_k+1}}+B_{j,i_k+1}(.) \quad (۴۹)$$

که $B_{j,i_k+1}(.)$ یک تابع پیوسته است.

گام آخر (n_j)**:** همانند گام قبل تابع لیاپانوف نیز به صورت رابطه(۳۷) انتخاب می‌شود. حال با استفاده از شبکه عصبی پایه شعاعی، مشتق تابع لیاپانوف به صورت (۵۰) بدست می‌آید.

$$\begin{aligned}D^{\alpha}V &=\sum_{j=1}^{N}D^{\alpha}V_{j,n_j}\le\sum_{j=1}^{N}(D^{\alpha}V_{j,n_j-1}\\&+s_{j,n_j}(u_j+s_{j,n_j}+\frac{1}{2r_{j,n_j}}s_{j,n_j}w^{*}_{j,n_j}\\&-D^{\alpha}\pi_{j,n_j})+\chi_{j,n_j}(-\frac{\chi_{j,n_j}}{l_{j,n_j}}+B_{j,n_j}(.))\\&+\frac{1}{2}r_{j,n_j}+\frac{1}{2}\varepsilon^2_{j,n_j}-\frac{1}{\gamma_{j,n_j}}\tilde{w}_{j,n_j}D^{\alpha}\hat{w}_{j,n_j})\end{aligned} \quad (۵۰)$$

سیگنال کنترلی u_j و قانون تطبیق به ترتیب به صورت (۵۱) و (۵۲) طراحی می‌شوند.

$$\begin{aligned}u_j&=-c_{j,n_j}s_{j,n_j}-s_{j,n_j}-\frac{1}{2r_{j,n_j}}s_{j,n_j}\hat{w}_{j,n_j}\\&+D^{\alpha}\pi_{j,n_j}\end{aligned} \quad (۵۱)$$

$$D^{\alpha}\hat{w}_{j,n_j}=\frac{\gamma_{j,n_j}}{2r_{j,n_j}}S^2_{j,n_j}-\gamma_{j,n_j}\sigma_{j,n_j}\hat{w}_{j,n_j} \quad (۵۲)$$

که در روابط فوق c_{j,n_j}، r_{j,n_j} و γ_{j,n_j} پارامترهای مثبت طراحی هستند.

که $B_{j,i_k}(.)$ بر روی مجموعه بسته $A_{j,k}=\{V_{j,k}\le 2\varpi\}$ که ϖ یک ثابت مثبت است، کراندار است و $|B_{j,k}(.)|\le M_{j,k}$. در نتیجه

$$2\chi_{j,k}B_{j,k}(.)\le\tau_{j,k}{}^{2}\chi^{2}_{j,k}M^{2}_{j,k}+\tau_{j,k}{}^{-2} \quad (۵۳)$$

که $\tau_{j,k}$ یک ثابت مثبت است. همچنین،

$$2\sigma_{j,k}\tilde{w}_{j,k}\hat{w}_{j,k}\le-\sigma_{j,k}\tilde{w}^{2}_{j,k}+\sigma_{j,k}w^{*2}_{j,k} \quad (۵۴)$$

بنابراین، پارامترهای طراحی به صورت

$$\begin{aligned}&-\frac{1}{2}(d_j+b_j)-\frac{1}{2}\tau^2_{j,2}M^2_{j,2}+\frac{1}{\ell_{j,2}}>c'_j\\&j=1,...N\end{aligned} \quad (۵۵)$$

$$\begin{aligned}&-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\tau^2_{j,k}M^2_{j,k}+\frac{1}{\ell_{i,k}}>c'_j\\&j=1,...N,\quad k=3,...,n_j\end{aligned} \quad (۵۶)$$

و سایر پارامترهای طراحی نیز به صورت رابطه زیر

$$\begin{cases}c_{j,k}>c_j\\j=1,...N,k=1,...,m_c\end{cases}$$
$$\begin{cases}c_{j,m_c+1}-\frac{1}{2}>c_j & j=1,...N\end{cases}$$
$$\begin{cases}c_{j,k}-1>c_j\\j=1,...N,k=m_c+2,...,n_j-1,\end{cases} \quad (۵۷)$$
$$\begin{cases}c_{j,n_j}-\frac{1}{2}>c_j & j=1,...,N\end{cases}$$

می‌باشند که c_j و c'_j پارامترهای مثبت می‌باشند. با جایگذاری سیگنال کنترلی، قانون تطبیق و پارامترهای تعریف شده در رابطه (۵۰)، رابطه زیر بدست می‌آید.

$$\begin{aligned}D^{\alpha}V&\le\sum_{j=1}^{N}(-c_j\sum_{k=1}^{m_c}S^2_{j,k}h^2_{j,k}-c_j\sum_{k=m_c+1}^{n_j}S^2_{j,k}\\&-c'_j\sum_{k=2}^{n_j}\chi^2_{i,k}-\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n_j}\sigma_{j,k}w^2_{j,k}+\frac{1}{2}(d_j+b_j)r_{j,1}\\&+\frac{1}{2}\sum_{k=2}^{n_j}r_{j,k}+\frac{1}{2}(d_j+b_j)\varepsilon^2_{j,1}+\frac{1}{2}\sum_{k=2}^{n_j}\varepsilon^2_{j,k}\\&+\frac{1}{2}\sum_{k=2}^{n_j}\tau^2_{j,i_k}+\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n_j}\sigma_{j,k}w^{*2}_{j,k})\end{aligned} \quad (۵۸)$$

و ثابت‌ها به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$\begin{aligned}&C_1=\min_{1\le j\le N}\{2C_jh^2_{j,k}(1\le k\le m_c),2C_j,\\&2C'_j,\gamma_{j,k}\sigma_{j,k}(1\le k\le n_j)\}\end{aligned} \quad (۵۹)$$

$$\begin{aligned}C_2=\sum_{j=1}^{N}\{&\frac{1}{2}(d_j+b_j)\varepsilon^2_{j,1}+\frac{1}{2}\sum_{k=2}^{n_j}\varepsilon^2_{j,k}\\&+\frac{1}{2}\sum_{k=2}^{n_j}r_{j,k}+\frac{1}{2}(d_j+b_j)r_{j,1}+\\&\frac{1}{2}\sum_{k=2}^{n_j}\tau^2_{j,k}+\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n_j}\sigma_{j,k}w^{*2}_{j,k}\}\end{aligned} \quad (۶۰)$$

در نتیجه، مشتق کسری تابع لیاپانف بصورت رابطه زیر حاصل می‌شود.

$$D^{\alpha}V\le-C_1V+C_2 \quad (۶۱)$$

به منظور حل نامعادله دیفرانسیل فوق، تابع $m(t)>0$ به نامساوی (۶۱) اضافه شده و رابطه زیر بدست می‌آید.

$$D^{\alpha}V+m(t)=-C_1V+C_2 \quad (۶۲)$$

با لاپلاس گیری از رابطه (۶۲)، ساده سازی و اعمال اپراتور معکوس لاپلاس، رابطه زیر بدست می‌آید.

$$\begin{aligned}V&=V(0)E_{(\alpha,1)}(-C_1t^{\alpha})\\&-m(t)*t^{\alpha-1}E_{(\alpha,\alpha)}(-C_1t^{\alpha})\\&+C_2t^{\alpha}E_{(\alpha,\alpha+1)}(-C_1t^{\alpha})\end{aligned} \quad (۶۳)$$

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.3.4.3]
[DOI: 10.52547/joc.15.3.55]

که در رابطه فوق (*) اپراتور انتگرال کانوالو است. با استفاده از رابطه $t>0$ برای $\left|C_2 t^{\alpha} E_{(\alpha,\alpha+1)}(-C_1 t^{\alpha})\right| \le \frac{C_2 t^{\alpha} d}{1+\left|C_1 t^{\alpha}\right|}$ (۶۳)، به صورت رابطه زیر بدست می‌آید.

$$V(t) \le V(0)\frac{1}{1+C_1 t^{\alpha}} + \frac{C_2 d}{C_1} \qquad (۶۴)$$

که در زمان بی‌نهایت جمله گذرا صفر شده و رابطه زیر حاصل می‌شود.

$$V(t) \le \frac{c_2 d}{c_1} \qquad (۶۵)$$

با استفاده از رابطه (۶۴)، برای $i_k = m_c+1,\dots,n_j$ رابطه (۶۶) بدست می‌آید.

$$\left\|\bar{S}_{j,i_k}\right\| \le \sqrt{2\left(V(0)\frac{1}{1+C_1 t^{\alpha}} + \frac{C_2 d}{C_1}\right)} \qquad (۶۶)$$
$$i_k = m_c+1,\dots,n_j$$

با استفاده از لم (۴)، از تعریف خطای تغییر شکل یافته $0<\xi_{j,i_L}(t)<1$، $\left|z_{j,i_L}(t)\right| < \left|\eta_{j,i_L}(t)\right|$ و $\left|z_{j,i_L}(t)\right| < \left|\eta_{j,i_L}(t)\right|$ خطای ردیابی جزیی در مجموعه بسته (۶۷) باقی می‌ماند.

$$\Omega_{j,i_j} := \left\{ Z_{j,i_L} \in R^{m_c} : \left|Z_{j,i_L}(t)\right| < \left|\eta_{j,i_L}(t)\right| \right\} \qquad (۶۷)$$
$$j=1,\dots,N, \quad i_L = 1,\dots,m_c$$

بدین صورت تضمین می‌شود که خطای گذرا و ماندگار درون باند تابع عملکرد کاهشی باقی مانده و در نتیجه

$$\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{N} S_{j,i_L}^2 \le V(0)\frac{1}{1+C_1 t^{\alpha}} + \frac{C_2 d}{C_1} \qquad (۶۸)$$
$$i_L = 1,\dots,m_c$$

با استفاده از تعریف سطوح خطا و برای $t \to \infty$، رابطه(۶۹) بدست می‌آید.

$$\left\|\bar{Z}_{j,i_L}\right\| \le \sqrt{2}\left\|\bar{\eta}_{j,i_L}\right\|\left\|\bar{1}-\bar{\zeta}_{j,i_L}\right\|\sqrt{\frac{C_2 d}{C_1}} \qquad (۶۹)$$
$$i_L = 1,\dots,m_c$$

با توجه به آنکه رابطه (۷۰) برقرار است

$$\bar{Z}_{N,1} = H\left(\bar{y} - \bar{1}y_L\right) \qquad (۷۰)$$

که در (۷۰)، $\bar{1}=[1,\dots,1]^T \in R^N, \bar{y}=[y_1,\dots,y_n]^T$ و $\bar{Z}_{N,1}=\left[Z_{1,1},\dots,Z_{N,1}\right]^T$ است و بر اساس لم (۴) و با در نظر گرفتن فرض (۲) رابطه زیر بدست می‌آید.

$$\left\|\bar{y}\right\| \le \frac{\sqrt{2}\left\|\bar{\eta}_{j,i_L}\right\|\left\|\bar{1}-\bar{\zeta}_{j,i_L}\right\|\sqrt{\frac{C_2 d}{C_1}}}{\underline{\sigma}(H)} + W_0 \qquad (۷۱)$$
$$j=1,\dots,N$$

حال نتایج بدست آمده در این مقاله در قالب قضیه۱ خلاصه می‌شود.

قضیه۱: برای سیستم غیرخطی چند عامله مرتبه کسری (۴) در حضور نامعینی و تحت فرض‌های ۱ و ۲، با کنترل کننده‌های میانی (۳۲)،(۳۹)،(۴۵) و قوانین تطبیق (۳۳)،(۴۰)،(۴۶)،(۵۲) و قانون کنترل (۵۱)،کران‌داری نهایی یکنواخت نیمه سراسری تمامی سیگنال‌های سیستم حلقه بسته و تعقیب خروجی مطلوب با وجود برآورده شدن قیود خواسته شده محقق گردید.

۷- شبیه سازی

مثال: سیستم غیرخطی چند عامله فیدبک اکید مرتبه کسری مورد مطالعه در شبیه سازی به صورت زیر در نظر گرفته شده است.

$$D^{\alpha}x_{j,k} = x_{j,k+1} + f_{j,k}(\bar{x}_{i,k}) \qquad (۷۲)$$
$$j=1,\dots,N \quad ,k=1,\dots,n_{j-1}$$

$$D^{\alpha}x_{j,n_j} = u_j + f_{j,n_j}(\bar{x}_{j,n_j})$$

$$y_j = x_{j,1}$$

که در آن دینامیک پیروها به صورت توابع غیرخطی زیر است.

$$f_{1,1}(x_{1,1}) = x_{1,1}, f_{1,2}(\bar{x}_{1,2}) = x_{1,2}^2, f_{2,1}(x_{2,1}) = x_{2,1},$$
$$f_{2,2}(\bar{x}_{2,2}) = 0.5x_{2,1}\sin(x_{2,2}^2),$$
$$f_{3,1}(x_{3,1}) = x_{3,1}\sin(x_{3,1})$$
$$f_{3,2}(\bar{x}_{3,2}) = x_{3,1}^2 - 0.4x_{3,2}\sin(x_{3,1})$$

مرتبه سیستم برابر با ۰.۷ درنظرگرفته شده است.

هدف کنترلی در این مثال، طراحی کنترل کننده تطبیقی عصبی توزیع شده براساس دیدگاه عملکرد از پیش تعیین شده به‌گونه‌ای که تمام سیگنال‌های حلقه بسته آن کران‌دار نهایی یکنواخت به صورت مشارکتی و نیمه سراسری هستند. علاوه بر آن، خروجی هر عامل به کران از پیش تعیین شده تحت فراجهش و فروجهش معین همگرا شود.

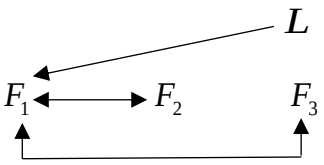
پارامترهای تابع عملکرد کاهشی به صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند.

$$\rho_{01,1} = \rho_{02,1} = \rho_{03,1} = 6,$$
$$\rho_{\infty 1,1} = \rho_{\infty 2,1} = \rho_{\infty 3,1} = 0.5,$$
$$a_{1,1} = a_{2,1} = a_{3,1} = 3,$$

خروجی تابع رهبر به صورت $y_L = \sin(t) + 0.5\sin(t)$ انتخاب شده است. مقادیر شرایط اولیه به صورت $x_1(0) = [2,0]^T, x_2(0) = [2,0]^T, x_3(0) = [1,1]^T$ فرض شده‌اند.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.3.4.3]
[DOI: 10.52547/joc.15.3.55]

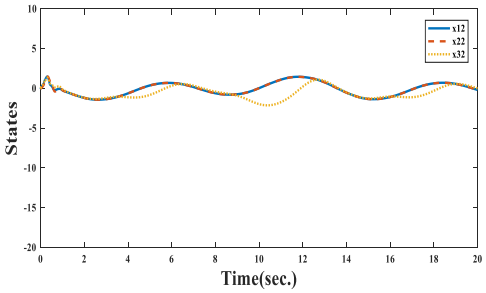
اشکال ارائه شده قیاسی بین حالت‌ها، خروجی و خطاهای سیستم غیرخطی چند عامله بررسی شده در این مقاله و مرجع [۳۴] نیز می‌باشد. هدف ایجاد فضایی مناسب برای سنجش کارایی کنترل‌کننده است درحالی‌که مرتبه سیستم غیرصحیح (۰.۷) بوده و مشکلات مربوط به طراحی این نوع سیستم‌ها را داراست. ارتباط عامل‌ها با رهبر به صورت گراف ارائه شده در شکل (۱) است.



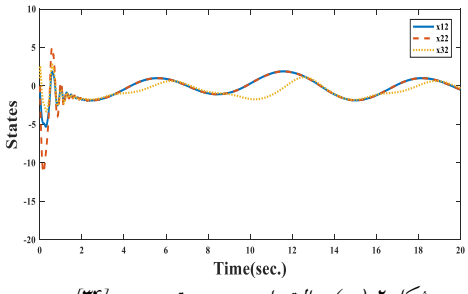
شکل ۱. گراف در نظر گرفته شده در مثال تحت بررسی

ماتریس لاپلاسین و ماتریس همسایگی رهبر با توجه به گراف شکل ۱ به ترتیب $L_G = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ و $B_G = diag\,(1,0,0)$ در نظر گرفته شده‌اند.

شکل ۲-(الف) حالت‌های سیستم را نشان می‌دهد که با شکل ۲-(ب) که حاصل از پژوهش [۳۴] است، مقایسه شده است.

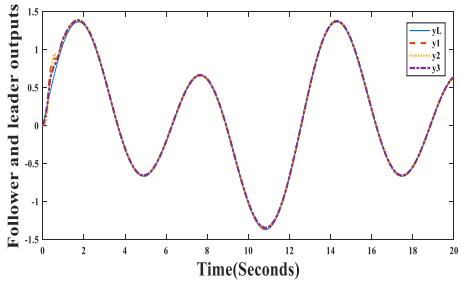


شکل ۲-(الف). حالت‌های سیستم مرتبه کسری

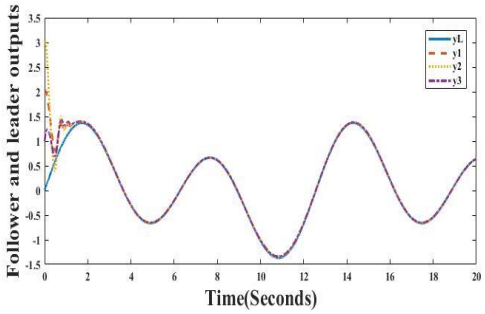


شکل ۲-(ب). حالت‌های سیستم مرتبه صحیح [۳۴]

همانگونه که از مقایسه دو نمودار بالا مشخص است، میزان نوسانات و بازه تغییرات حالت‌های سیستم مرتبه کسری بسیار کوچک‌تر از سیستم مرتبه صحیح می‌باشد. شکل ۳-(الف) و ۳-(ب) ردیابی خروجی رهبر که خروجی مطلوب محسوب می‌شود و سیگنال خروجی پیروها را به ترتیب برای سیستم مرتبه کسری و صحیح نشان می‌دهد.

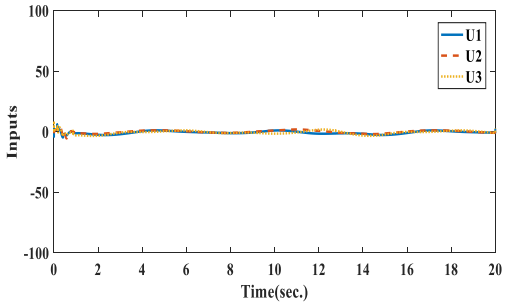


شکل ۳-(الف). مسیر ردیابی سه پیرو و یک رهبر در سیستم مرتبه کسری

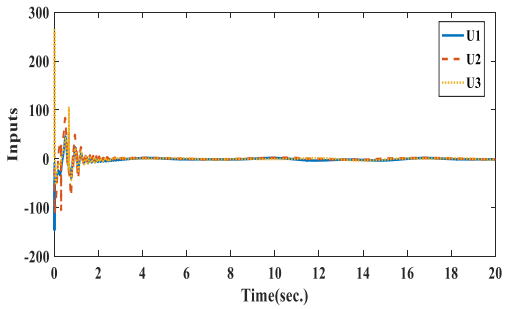


شکل ۳- (ب). مسیر ردیابی سه پیرو و یک رهبر در سیستم مرتبه صحیح [۳۴]

همان‌گونه که مشاهده می‌شود، پیروها همواره رهبر را دنبال کرده و مسیر آن را ردیابی می‌کنند. اما این پیروی درمورد سیستم مرتبه کسری بهتر صورت می‌پذیرد. شکل۴-(الف) و ۴- (ب) به ترتیب نشان دهنده ورودی کنترلی سیستم مرتبه کسری و صحیح می‌باشند.



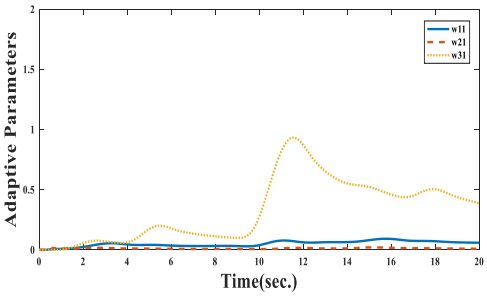
شکل ۴- (الف). ورودی کنترلی سیستم مرتبه کسری



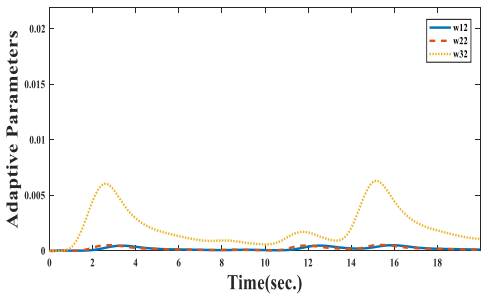
شکل ۴- (ب). ورودی کنترلی سیستم مرتبه صحیح [۳۴]

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.3.4.3]
[DOI: 10.52547/joc.15.3.55]

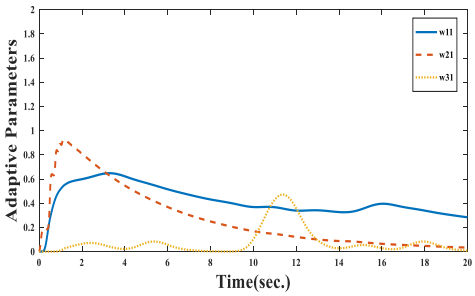
شکل ۵ قسمت‌های (الف) و (ب)، به ترتیب تخمین پارامترها را برای سیستم‌های مرتبه کسری و اشکال ۵ قسمت‌های (ج) و (د) برای سیستم مرتبه صحیح نشان می‌دهد.



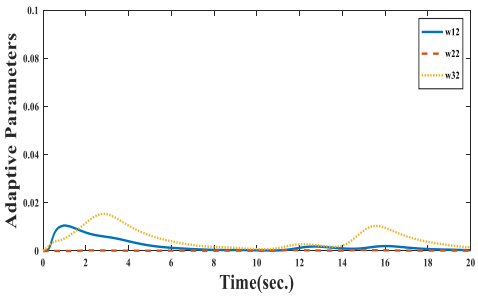
شکل ۵-(الف). پارامترهای تخمین زده شده سیستم مرتبه کسری



شکل ۵-(ب). پارامترهای تخمین زده شده سیستم مرتبه کسری



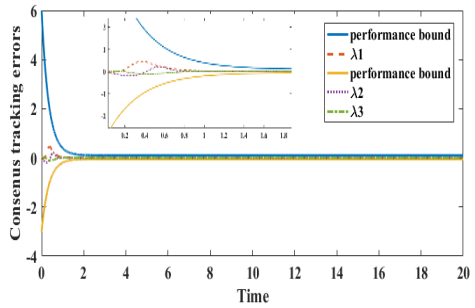
شکل ۵-(ج). پارامترهای تخمین زده شده سیستم مرتبه صحیح [۳۴]



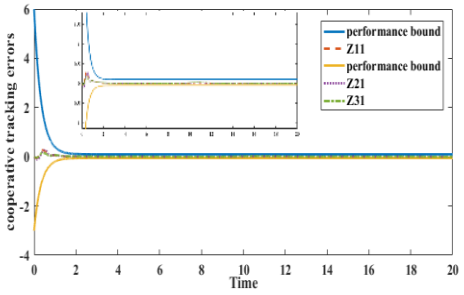
شکل ۵-(د). پارامترهای تخمین زده شده سیستم مرتبه صحیح [۳۴]

شکل ۶-(الف) نمایانگر خطای ردیابی اجماع سیستم مرتبه کسری و ۶-(ب) نشان‌گر خطای ردیابی مشارکتی سیستم مرتبه کسری می‌باشند.

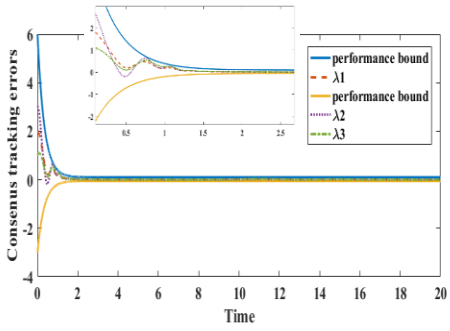
شکل ۶-(ج) خطاهای ردیابی اجماع سیستم مرتبه صحیح و ۶-(د) خطای ردیابی مشارکتی سیستم مرتبه صحیح هستند.



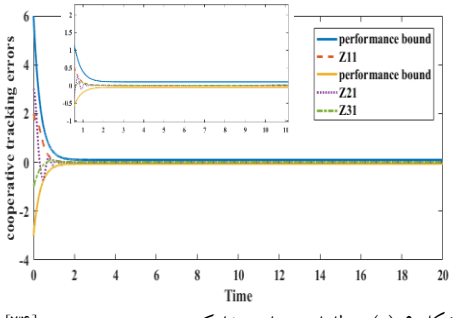
شکل ۶-(الف) خطاهای ردیابی اجماع سیستم مرتبه کسری



شکل ۶-(ب). خطاهای ردیابی مشارکتی سیستم مرتبه کسری



شکل ۶-(ج). خطاهای ردیابی اجماع سیستم مرتبه صحیح [۳۴]



شکل ۶-(د). خطاهای ردیابی مشارکتی سیستم مرتبه صحیح [۳۴]

به وضوح مشخص است که خروجی سیستم مرتبه کسری نسبت به خروجی سیستم مرتبه صحیح سریعتر به سیگنال خروجی مطلوب خود می‌رسد.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.3.4.3]
[DOI: 10.52547/joc.15.3.55]

۷- نتیجه گیری

در این مقاله، مسئله کنترل سیستم‌های غیرخطی چند عامله مرتبه کسری، در حضور وجود قیود خروجی بررسی شده است. جبران نامعینی‌های سیستم به صورت همزمان نیز جزئی از سازوکار کنترل‌کننده است. ردیابی مسیر مطلوب رهبر توسط عوامل از دیگر دست‌آوردهای این کنترل‌کننده است. محدود ماندن خطا در کران خواسته شده نیز از توانایی‌های کنترل‌کننده پیشنهادی است. پایداری تمام سیگنال‌های سیستم حلقه بسته نیز تضمین شده و خطای سیستم در محدوده خواسته شده و در بازه‌ای نزدیک به صفر کران‌دار باقی می‌ماند.

مراجع

[1] R. Olfati-Saber and R. M. Murray, "Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 49, no. 9, pp. 1520–1533, Sep. 2004.

[2] W. Yu, W. Ren, W. X. Zheng, G. Chen, and J. Lü, "Distributed control gains design for consensus in multi-agent systems with second-order nonlinear dynamics", *Automatica*, vol. 49, no. 7, pp. 2107–2115, 2013.

[3] Z. Meng, Z. Lin, and W. Ren, "Robust cooperative tracking for multiple non-identical second-order nonlinear systems, " *Automatica*, vol. 49, no. 8, pp. 2363–2372, 2013.

[4] F. Chen, Y. Cao, and W. Ren, "Distributed average tracking of multiple time-varying reference signals with bounded derivatives", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 57, no. 12, pp. 3169–3174, Dec. 2012.

[5] G. Hu, "Robust consensus tracking of a class of second-order multiagent dynamic systems", *System Control Letters*, vol. 61, no. 1, pp. 134–142, Jan. 2012.

[6] H. Zhang and F. L. Lewis, "Adaptive cooperative tracking control of higher-order nonlinear systems with unknown dynamics", *Automatica*, vol. 48, no. 7, pp. 1432–1439, Jul. 2012.

[7] R. L. Magin, "Fractional Calculus in Bioengineering", *Redding CA, USA: Begell House*, 2006.

[8] R. Bagley and P. Torvik, "On the fractional calculus model of viscoelastic behavior", *Journal of Rheology*, vol. 30, pp. 133–155, 1986.

[9] I. Cohen, I. Golding, I. G. Ron, and E. Ben-Jacob, "Biofluid dynamics of lubricating bacteria", *Mathematics Methods in Applied Sciences*, vol. 24, nos. 17–18, pp. 1429–1468, Dec. 2001.

[10] Y. Cao, Y. Li, W. Ren, and Y. Chen, "Distributed coordination of networked fractional-order systems", *IEEE Transactions on Systems*, Man, Cybern. B, Cybern., vol. 40, no. 2, pp. 362–370, Apr. 2010.

[11] S. G. Samko, A. A. Kilbas, and O. I. Marichev, "Fractional Integrals and Derivatives and Some their Applications", *Yverdon, Switzerland: Gordon Breach Sci.*, 1993.

[12] J. Sabatier, O. P. Agrawal, and J. A. T. Machado, "Advances in Fractional Calculus: Theoretical Developments and Applications in Physics and Engineering", *Heidelberg, Germany: Springer*, 2007.

[13] I. Petras, "Fractional-Order Nonlinear Systems", *Modeling Analysis and Simulation. New York*, NY, USA: Springer, 2011.

[14] D. Baleanu, Z. B. Guvenc, and J. A. T. Machado, "New Trends in Nanotechnology and Fractional Calculus Applications", *New York, NY, USA: Springer*, 2010.

[15] S. E. Hamamci, "An algorithm for stabilization of fractional-order time delay systems using fractional-order PID controllers", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 52, no. 10, pp. 1964–1969, Oct. 2007.

[16] M. A. Duarte-Mermoud, N. Aguila-Camacho, J. A. Gallegos, and R. Castro-Linares, "Using general quadratic Lyapunov functions to prove Lyapunov uniform stability for fractional order systems", *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 22, nos. 1–3, pp. 650–659, 2015.

[17] W. Sun, Y. Li, C. Li, and Y. Chen, "Convergence speed of a fractional order consensus algorithm over undirected scale-free networks", *Asian Journal of Control*, vol. 13, no. 6, pp. 936–946, Nov. 2011.

[18] Y. Cao and W. Ren, "Distributed formation control for fractional order systems: Dynamic interaction and absolute/relative damping", *System Control Letter*, vol. 59, nos. 3–4, pp. 233–240, 2010.

[19] R. Almeida, E. Girejko, S. Hristova & A.B. Malinowska, "Leader-following consensus for fractional multi-agent systems", *Advances in Difference Equations*, 2019(1), 301, 2019.

[20] G. Ren, Y. Yu, C. Xu, & X. Hai, "Consensus of fractional multi-agent systems by distributed event-triggered strategy", *Nonlinear Dynamics*, 95(1), 541-555, 2019.

[21] P. Gong, "Distributed tracking of heterogeneous nonlinear fractional order multi-agent systems with an unknown leader", *Journal of Franklin Institute*, vol. 354, no. 5, pp. 2226–2244, Mar. 2017.

[22] H. Liu, G. Xie, & . Gao, "Consensus of fractional-order double-integrator multi-agent systems", *Neurocomputing*, 340, 110-124, 2019.

[23] G. Wen, Y. Zhang, Z. Peng, Y. Yu, & A. Rahmani, "Observer-based output consensus of leader-following fractional-order heterogeneous nonlinear

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.3.4.3]
[DOI: 10.52547/joc.15.3.55]

multi-agent systems", *International Journal of Control*, 1-9, 2019.

[24] A. Sharafian, A. Sharifi, & W. Zhang, "Different types of sliding mode controller for nonlinear fractional multi-Agent system", *Chaos, Solitons & Fractals*, 131, 109481, 2019.

[25] Z.-G. Hou, L. Cheng, and M. Tan, "Decentralized robust adaptive control for the multiagent system consensus problem using neural networks", *IEEE Transaction Systems, Man, Cybernetics B, Cybernetics*, vol. 39, no. 3, pp. 636–647, Jun. 2009.

[26] L. Cheng, Z.-G. Hou, M. Tan, Y. Lin, and W. Zhang, "Neural-network based adaptive leader following control for multiagent systems with uncertainties", *IEEE Transaction Neural Network*, vol. 21, no. 8, pp. 1351–1358, Aug. 2010.

[27] A. Das and F. L. Lewis, "Distributed adaptive control for synchronization of unknown nonlinear networked systems", *Automatica*, vol. 46, no. 12, pp. 2014–2021, Dec. 2010.

[28] A. Das and F. L. Lewis, "Cooperative adaptive control for synchronization of second-order systems with unknown nonlinearities", *International Journal Robust Nonlinear Control*, vol. 21, no. 13, pp. 1509–1524, Sep. 2011.

[29] J. Mei, W. Ren, B. Li, and G. Ma, "Distributed containment control for multiple unknown second-order nonlinear systems with application to networked Lagrangian systems", *IEEE Transaction, Neural Network Learn. System*, vol. 26, no. 9, pp. 1885–1899, Sep. 2015.

[30] L. Cheng, M. Cheng, H. Yu, L. Deng, and Z.-G. Hou, "Distributed tracking control of uncertain multiple manipulators under switching topologies using neural networks", *In Advances in Neural Networks (LNCS 9719). Cham, Switzerland: Springer*, pp. 233–241, Jul. 2016.

[31] W.G. Kelly, A.C. Peterson, "The Theory of Differential Equations", *Springer, Dordrecht, Heidelberg, London*, 2010.

[32] I. Podlubny, "*Fractional differential equations: an introduction to fractional derivatives, fractional differential equations, to methods of their solution and some of their applications*", Elsevier, (1998).

[33] R. Diestel, "Graph Theory", *Graduate texts in mathematics*, volume 173, no. 7, 2012.

[34] M. Shahvali, J. Askari, "Cooperative adaptive neural partial tracking errors constrained control for nonlinear multi-agent systems", *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, pp. 1019-1042, 2016.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.3.4.3]
[DOI: 10.52547/joc.15.3.55]