مجله کنترل
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
مقاله پژوهشی
جلد ۱۵، شماره ۴، زمستان ۱۴۰۰، صفحه ۳۷-۲۵

کنترل اجماع تطبیقی برای دسته ای از سیستم های چندعاملی غیرافاین اکیداً فیدبک چندورودی- چندخروجی تاخیردار

اکرم خوشخویی[۱]، بهرام کریمی[۲]

[۱] دانشجو دکتری مهندسی کنترل ، دانشکده الکتروسرام و مهندسی برق، دانشگاه صنعتی مالک اشتر،اصفهان، ایران khoshkhooie@mut-es.ac.ir

[۲] دانشیار، مجتمع دانشگاهی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی مالک اشتر،تهران، ایران bkarimi@mut-es.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۹/۰۲/۲۶ ویرایش اول: ۱۳۹۹/۱۲/۰۹ ویرایش دوم: ۱۳۹۹/۱۲/۲۸ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۲/۰۵

چکیده: در این مقاله ، طراحی کنترل‌کننده تطبیقی توزیع شده برای کلاسی از سیستم‌های چند عاملی اکیداً فیدبک غیرافاین نامعلوم تاخیردار چندورودی-چندخروجی تحت یک گراف جهت دار انجام شده است. طراحی کنترل‌کننده بر مبنای روش کنترل سطح دینامیکی می‌باشد. در طراحی از شبکه های عصبی با توابع پایه شعاعی جهت تقریب توابع غیرخطی نامعلوم استفاده شده است. تحلیل پایداری به کمک تابع لیاپانوف-کراسوفسکی انجام شده و ثابت شده است که کلیه سیگنال‌های سیستم حلقه بسته به طور نیمه سراسری یکنواخت کراندار هستند. در نهایت نتایج شبیه سازی، عملکرد روش کنترلی ارائه شده را تایید می‌کند.

کلمات کلیدی: کنترل تطبیقی عصبی ، اجماع، کنترل سطح دینامیکی، سیستم ها ی اکیداً فیدبک غیرافاین، تاخیر زمانی

Adaptive Consensus Control for a Class of Non-affine MIMO Strict-Feedback Multi-Agent Systems with Time Delay

Akram Khoshkhooie, Bahram Karimi

Abstract: In this paper, the design of a distributed adaptive controller for a class of unknown non-affine MIMO strict-feedback multi agent systems with time delay has been performed under a directed graph. The controller design is based on dynamic surface control method. In the design process, radial basis function neural networks (RBFNNs) were employed to approximate the unknown nonlinear functions. Stability analysis was performed using the Lyapunov-Krasovskii function and it was proved that all the signals of the closed-loop system are semi-globally uniformly bounded. Finally, the simulation results also confirmed the performance of the proposed control method.

Keywords: Adaptive neural control, Consensus, Dynamic surface control, Non-affine strict-feedback systems, Time delay

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.4.3.4]
[DOI: 10.52547/joc.15.4.25]

۱- مقدمه

مسأله اجماع سیستم‌های چندعاملی به طور گسترده ای در دهه‌های اخیر مورد مطالعه قرار گرفته است که به دلیل کاربردهای وسیع آن مانند شبکه های سنسوری، سیستم های زیستی، کنترل شکل دهی شناورهای سطحی و زیرسطحی و پرنده‌های هوایی بدون سرنشین می‌باشد. از آنجایی که دینامیک اغلب سیستم‌های فیزیکی غیرخطی است تحقیق بر روی همکاری سیستم‌های چندعاملی غیرخطی توجه بسیاری از محققان را به خود جلب کرده است؛ اما اغلب آنها به شکل افاین بوده و تاخیری چه در دینامیک سیستم یا ارتباطات و یا ورودی در نظر گرفته نشده است[۶-۱]. اجماع سیستم‌های غیرخطی افاین تاخیردار در سیستم‌هایی با مدل اولر-لاگرانژ[۹-۷] یا دیگر سیستم‌های غیرخطی[۱۴-۱۰] مورد بررسی قرار گرفته است؛ به عنوان مثال اجماع سیستم‌های غیرخطی مرتبه دوم تاخیردار در [۱۷-۱۵] مورد مطالعه قرار گرفته است. مطالعات صورت گرفته در این زمینه هنوز به طور کامل مسأله کنترل اجماع سیستم‌های چندعاملی غیرخطی تاخیردار را بررسی نکرده است. با این وجود، تاخیر در اغلب سیستم‌های کنترل موجود در تقریبا کلیه سیستم‌های فیزیکی که اکثراً هم غیرخطی هستند اجتناب‌ناپذیر است. تاخیر نه تنها عملکرد سیستم را کاهش می‌دهد بلکه حتی پایداری آن را نیز تحت شعاع قرار می‌دهد. بر مبنای بهترین یافته‌های ما، مطالعات زیادی در زمینه کنترل اجماع سیستم‌های غیرخطی اکیداًفیدبک صورت نگرفته است[۲۴-۱۸] اما بجز [۲۴] تاخیر در هیچ یک از این مطالعات لحاظ نشده است. سیستم‌های غیرخطی اکیداً فیدبک گستره وسیعی از سیستم‌های واقعی را شامل می‌شوند؛ مانند سیستم‌های رباتیک، سیستم‌های پرواز، موتور جت، راکتورهای شیمیایی، تانک‌های ذخیره بازیافت، تونل باد، ماشین نورد سرد و یا موارد دیگر[۲۵]. کنترل ردیابی اجماع توزیع شده بر پایه طراحی سطوح دینامیکی برای سیستم‌های چندعاملی اکیداً فیدبک با غیرخطی‌های نامعلوم تحت یک گراف ارتباطی جهت‌دار در[۱۸] بررسی شده است. در[۲۳،۱۹] نیز کنترل کننده تطبیقی توزیع شده بر پایه کنترل سطح دینامیکی برای سیستم‌های چندعاملی با ساختار اکیداً فیدبک ارائه شده است. در تحقیقات دیگری در این باب، کنترل اجماع با روش کنترلی بازگشت به عقب فرمان فیلترشده برای سیستم‌های اکیداً فیدبک در [۲۱-۲۰] مورد مطالعه قرار گرفته است. مساله کنترل اجماع خروجی نیز برای سیستم‌های چندعاملی غیرخطی اکیداً فیدبک مرتبه بالا با هدف ردیابی یک مسیر مطلوب تحت یک گراف ارتباطی جهت‌دار در [۲۲] انجام شده است. همه سیستم‌های ذکر شده در بالا افاین هستند.

همانطور که ذکر شد به عنوان نمونه در برخی مقالات مانند [۱۰] کنترل اجماع برای دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی تاخیردار مورد بررسی قرار گرفته است. سیستم مورد نظر تک ورودی-تک خروجی غیرخطی افاین مرتبه اول می‌باشد. در این مقاله با بهره‌گیری از تئوری ماتریس‌ها و تئوری گراف، از روش کنترل تطبیقی-عصبی برای طراحی کنترل‌کننده استفاده شده است. علاوه بر این در این تحقیق هیچ نتیجه‌ای از میزان خطای ردیابی و عملکرد ورودی کنترلی ارائه نشده است. در [۱۱] دسته‌ای دیگر از فرایندهای غیرخطی تک ورودی-تک خروجی افاین تاخیردار مورد بررسی قرار گرفته است. در این مقاله فرایند از نوع مرتبه اول غیرخطی می‌باشد. در این مقاله طراحی کنترل‌کننده به روش تطبیقی-عصبی انجام شده است. نکته قابل ذکر [۱۰و ۱۱] این است که گراف ارتباطی از نوع متصل[1] می‌باشد. در [۲۴] کنترل اجماع با رویکرد تعقیب رهبر-پیرو برای دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی اکیداً فیدبک تاخیردار مورد بررسی قرار گرفته است که در این مقاله نیز فرایند در نظر گرفته شده تک ورودی-تک خروجی و افاین می‌باشد. همچنین در این مقاله جهت طراحی کنترل-کننده از روش بازگشت به عقب استفاده شده است. با توجه به موارد ذکر شده در مورد مقالات [۱۰،۱۱و ۲۴] ، در مقاله حاضر فرایندها غیرخطی چندورودی- چندخروجی غیرافاین می‌باشد که از نوع غیرخطی اکیداً فیدبک تاخیردار است. فرایند بررسی شده در این مقاله شامل دسته‌کلی-تری نسبت به مراجع ذکر شده می‌باشد که سیستم‌های مرتبه بالا[2] را نیز شامل می‌شود. گراف ارتباطی در مقالات [۱۰و۱۱] از نوع متصل است که وضعیت محدودکننده‌تری نسبت به گراف ارتباطی درخت پوشا[3] که گراف ارتباطی مقاله حاضر است، دارد. روش کنترلی استفاده شده در مقاله موجود بر مبنای کنترل سطوح دینامیکی است که از این حیث نیز با روشهای کنترلی مقالات موجود تفاوت دارد و نسبت به روش کنترل‌کننده بازگشت به عقب استفاده شده در مرجع [۲۴] روش مناسب‌تری برای کنترل سیستم‌های غیرخطی اکیداً فیدبک می‌باشد[۲۶]. همچنین جهت نشان دادن برتری‌های روش موجود با مرجع [۲۴]، در بخش شبیه‌سازی مثال این مقاله با کنترل‌کننده طراحی شده در مقاله حاضر شبیه‌سازی شده و به صورت مشروح مقایسه انجام شده است.

با توجه به بررسی برخی مطالعات انجام شده در زمینه کنترل اجماع سیستم-های چندعاملی غیرخطی غیرافاین [۲۹-۲۷]، این مسأله هنوز یک مساله چالش‌برانگیز است. تعدادی از این مطالعات مسأله کنترل اجماع توزیع شده را برای کلاسی از سیستم‌های چندعاملی به فرم فیدبک خالص که گروهی از سیستم‌های غیرخطی غیرافاین را تشکیل می‌دهند مورد بررسی قرار داده-اند[۲۹-۲۷]. در [۲۷] غیرخطی‌های غیرافاین سوئیچ‌شده برای عوامل پیرو نامعلومند. در [۲۸] مسأله ردیابی اجماع برای کلاسی خاص از سیستم‌های چندعاملی به فرم فیدبک خالص غیرافاین با رویکرد فیدبک خروجی با وجود تغییر توپولوژی جهت‌دار مورد بررسی قرار گرفته است. در این کار مشاهده‌گرها جهت بازسازی اطلاعات حالت سیستم بکارگرفته شدند و سپس جهت کنترل ردیابی از روش کنترل سطوح دینامیکی و با کمک شبکه عصبی بر پایه تئوری گراف استفاده شده است. در تحقیقی دیگر مسأله کنترل اجماع سیستم‌های چندعاملی غیرخطی غیرافاین با چند رهبر

[1] Connected
[2] High order
[3] Spanning tree

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.4.3.4]
[DOI: 10.52547/joc.15.4.25]

با وجود تغییر توپولوژی جهت‌دار مورد بررسی قرار گرفته است[۲۹]. دینامیک عوامل پیرو کلاسی از سیستم‌های فیدبک خالص غیرافاین با توابع نامعلوم دلخواه است که با کمک منطق فازی توابع غیرخطی نامعلوم تقریب زده می‌شوند. مسأله کنترل تطبیقی عصبی توزیع شده برای کلاسی از سیستم‌های چندعاملی غیرخطی غیرافاین نامعلوم با جهت‌های کنترل نامعلوم تحت تغییر توپولوژی جهت‌دار در [۳۰] بررسی شده است. یک طرح جدید جهت کنترل ردیابی اجماع برای سیستم‌های چندعاملی غیرخطی غیرافاین در [۳۱] ارائه شده است. این تحقیق از یک رویکرد تبدیل شامل یک فیلتر پایین‌گذر و یک مجموعه‌ای از متغیرهای حالت بازتعریف‌شده جهت تبدیل یک سیستم غیرافاین به یک سیستم اکیداً فیدبک افاین استفاده کرده است و همچنین یک کنترل کننده تطبیقی با اعمال طراحی سطوح دینامیکی و شبکه عصبی بر پایه مشاهده‌گر مورد استفاده قرار گرفته است.

بر اساس بهترین یافته‌های ما، تحقیقی با موضوع کنترل اجماع توزیع شده تطبیقی عصبی بر پایه کنترل سطوح دینامیکی برای سیستم‌های چندعاملی با مدل اکیداً فیدبک غیرافاین با وجود تاخیر گزارش نشده است که ما در این تحقیق به این موضوع می‌پردازیم.

۲-بیان مساله و پیش‌نیازها

در این بخش به معرفی سیستم مورد مطالعه و همچنین مبحث تئوری گراف به طور مختصر و شبکه عصبی پایه‌ای شعاعی به عنوان تقریب زن توابع نامعلوم پرداخته شده است.

۲-۱- مدل سیستم مورد مطالعه

در این بخش کلاسی از سیستم‌های چندعاملی شامل یک رهبر و N عامل پیرو به فرم اکیداً فیدبک غیرافاین با وجود توابع نامعلوم تاخیردار مورد بررسی قرار گرفته است. دینامیک عامل پیرو i ام از مرتبه n_i به فرم زیر است:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_{i,k}(t) &= \mathbf{x}_{i,k+1} + \mathbf{f}_{i,k}(\underline{\mathbf{x}}_{i,k}(t-\tau_i))\\ \dot{\mathbf{x}}_{i,n_i}(t) &= \mathbf{f}_{i,n_i}(\mathbf{u}_i, \underline{\mathbf{x}}_{i,n_i}(t-\tau_i))\\ \mathbf{y}_i &= \mathbf{x}_{i,1}\end{aligned} \qquad (۱)$$

که $i=1,...,N$ و $k=1,...,n_i$. n_i تعداد حالت هر عامل را بیان می‌کند. $\underline{\mathbf{x}}_{i,k}=[\mathbf{x}_{i,1}^T,...,\mathbf{x}_{i,k}^T]^T;\mathbf{x}_{i,p}\in\mathbb{R}^m$ و $\underline{\mathbf{x}}_{i,n_i}=[\mathbf{x}_{i,1}^T,...,\mathbf{x}_{i,n_i}^T]\in\mathbb{R}^{mn_i}$ بردار حالت است. $\mathbf{y}_i\in\mathbb{R}^m$ و $\mathbf{u}_i\in\mathbb{R}^m$ به ترتیب بردار خروجی و ورودی سیستم چندورودی-چند خروجی عامل i ام هستند. $\mathbf{f}_{i,k}(.)\in\mathbb{R}^m$ توابع غیرخطی نامعلوم هستند که مشتقات مرتبه اول آنها پیوسته است.

فرض ۱: توابع تاخیردار نامعلوم نامساوی زیر را برآورده می‌کنند

$$\left|\mathbf{f}_{i,k}(\underline{\mathbf{x}}_{i,k}(t-\tau_i))\right| \le \sum_{k=1,...,n_i-1,q=1,...,m} \xi_{i,k,q}(x_{i,k,q}(t-\tau_i))$$

که $\xi_{i,k,q}(.)$ توابع مثبت نامعلوم با مشتق مرتبه اول پیوسته هستند.

همانطور که در فرض آمده توابع $\mathbf{f}_{i,k}(.)$ با ترکیب متغیرهای حالت تاخیردار قابل تبدیل به توابع غیرخطی با هر متغیر حالت تاخیردار است[۳۲].

با استفاده از نامساوی یانگ و فرض ۱ داریم:

$$\begin{aligned}\mathbf{s}_{i,k}^T\mathbf{f}_{i,k}(\underline{\mathbf{x}}_{i,k}(t-\tau_i)) &\le \frac{(mk)\mathbf{s}_{i,k}^2}{2}\\ +\sum_{q=1}^{mk}\frac{\xi^2(\mathrm{x}_{i,k,q}(t-\tau_i))}{2};k &=1,...,n_i\end{aligned} \qquad (۲)$$

توجه کنید در ادامه تئوری گراف که در واقع ابزاری برای بیان نحوه ارتباط بین عامل‌ها است طرح می‌شود.

۲-۲- تئوری گراف

یک گراف $G_T\triangleq(V,E)$ شامل N عامل پیرو و یک عامل رهبر است. گراف G که زیر مجموعه این گراف است ارتباط بین عامل‌های پیرو را نشان می‌دهد. $V=\{v_1,v_2,...,v_N\}$ مجموعه رئوس این گراف که همان عامل‌ها هستند و $E\subseteq V\times V$ مجموعه یال‌های گراف هستند. $(v_i,v_j)\in E$ یالی از گره i به گره j را نشان می‌دهد. $A=\{a_{ij}\}\in\mathbb{R}^{N\times N}$ ماتریس مجاورت گراف وزن‌دار می‌باشد و $a_{ij}>0$ اگر $(v_j,v_i)\in E$ در غیراینصورت $a_{ij}=0$. همچنین فرض می‌شود که $a_{ii}=0$ و توپولوژی گراف ثابت است به عبارت دیگر A تغییرناپذیر با زمان است. ماتریس لاپلاسین گراف $L=D-A$ است که به صورت $L=\left[l_{ij}\right]\in\mathbb{R}^{N\times N}$ تعریف می‌شود که $D=diag(d_1,...,d_N)\in\mathbb{R}^{N\times N}$ و $d_i=\sum_{j=1}^{N}a_{ij}$ و $d_{ij}=0$ برای $i\neq j$ تعریف می‌شوند. سپس برای ماتریس لاپلاسین L ، داریم $l_{ii}=d_{ii}$ و $l_{ij}=-a_{ij}$ برای $i\neq j$. ماتریس لاپلاسین گراف G به صورت زیر توصیف می‌شود.

$$\mathbf{L}=\begin{bmatrix}0 & 0_{1\times N}\\ -b_{N\times 1} & L_{N\times N}\end{bmatrix} \qquad (۳)$$

در این رابطه $\mathbf{b}=[b_1,...,b_N]^T$ که اگر رهبر را به عنوان عامل 0 در نظر بگیریم در صورتی که به عامل i دسترسی داشته باشد $b_i=1$ در غیراینصورت $b_i=0$.

توالی از یال‌ها به صورت $(v_{a_1},v_{a_2}),(v_{a_2},v_{a_3}),...,(v_{a_{n-1}},v_{a_n})$ یک مسیر جهت‌دار از رأس v_{a_1} به رأس v_{a_n} در یک گراف جهت‌دار است. یک درخت پوشا جهت‌دار در یک گراف جهت‌دار G وجود دارد اگر و فقط اگر G حداقل یک رأس داشته باشد که مسیرهای جهت‌دار به دیگر رأس‌ها داشته باشد. گراف ارتباطی در این مقاله دارای یک درخت پوشا جهت‌دار است.

۲-۳- شبکه عصبی پایه‌ای شعاعی و تقریب تابع

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.4.3.4]
[DOI: 10.52547/joc.15.4.25]

با فرض اینکه غیرخطی‌های نامعلوم در (۱) به طور محلی هموار هستند، بنابراین روی مجموعه $\mathrm{E}_{\mathbf{z}_{i,k}} \subset \mathbb{R}^l$ می‌توانند توسط (۴) تقریب زده شوند.

$$\mathbf{H}_{i,k}(\mathbf{z}_{i,k}) = \mathbf{w}_{i,k}^T \boldsymbol{\Psi}(\mathbf{z}_{i,k}) + \varepsilon(\mathbf{z}_{i,k}) \qquad (۴)$$

$\mathbf{w}_{i,k} \in \mathbb{R}^{q_i \times m}$ ماتریس وزنی است که q_i تعداد نورون‌ها است، و $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{z}_{i,k}) \in \mathbb{R}^m$ خطای تقریب محدود است. $\boldsymbol{\Psi}(\mathbf{z}_{i,k}) \in \mathbb{R}^{q_i}$ تابع پایه است که در معادله (۵) تعریف می‌شود. $\mathbf{z}_{i,k}$ ، $\boldsymbol{\mu}_{i,k}$ و $\phi_{i,k}$ به ترتیب بردار ورودی ، بردار مرکز و عرض تابع گوسی هستند.

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathbf{z}_{i,k}) = \exp[-(\mathbf{z}_{i,k} - \boldsymbol{\mu}_{i,k})^T (\mathbf{z}_{i,k} - \boldsymbol{\mu}_{i,k}) / \phi_{i,k}{}^2] \qquad (۵)$$

تقریب‌زن تابع $\hat{\mathbf{H}}_{i,k}(.) \in \mathbb{R}^m$ تابع غیرخطی نامعلوم $\mathbf{H}_{i,k}(.)$ را به صورت زیر تقریب می‌زند:

$$\hat{\mathbf{H}}_{i,k}(\mathbf{z}_{i,k}) = \hat{\mathbf{w}}_{i,k}^T \boldsymbol{\Psi}(\mathbf{z}_{i,k}) \qquad (۶)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{H}_{i,k}(\mathbf{z}_{i,k}) &= \hat{\mathbf{H}}_{i,k}(\mathbf{z}_{i,k} \,|\, \overset{*}{\mathbf{w}}_{i,k}) + \varepsilon_{i,k}(\mathbf{z}_{i,k}) = \hat{\mathbf{H}}_{i,k}(\mathbf{z}_{i,k} \,|\, \hat{\mathbf{w}}_{i,k}) \\ &+ [\hat{\mathbf{H}}_{i,k}(\mathbf{z}_{i,k} \,|\, \overset{*}{\mathbf{w}}_{i,k}) - \hat{\mathbf{H}}_{i,k}(\mathbf{z}_{i,k} \,|\, \hat{\mathbf{w}}_{i,k})] + \varepsilon_{i,k}(\mathbf{z}_{i,k})\end{aligned} \qquad (۷)$$

$\hat{\mathbf{w}}_{i,k} = diag[\hat{w}_{i,k,q}]; q = 1,...,m$ ماتریس تخمینی از ماتریس وزنی بهینه $\overset{*}{\mathbf{w}}_{i,k}$ است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\overset{*}{\mathbf{w}}_{i,k} = \arg\min[\sup_{\mathbf{z}_{i,k} \in \mathrm{E}_{\mathbf{z}_{i,k}}} \left\| \mathbf{H}_{i,k}(\mathbf{z}_{i,k}) - \hat{\mathbf{H}}_{i,k}(\mathbf{z}_{i,k}) \right\|] \qquad (۸)$$

بنابراین، $\overset{*}{\mathbf{w}}_{i,k} = diag[\overset{*}{\mathbf{w}}_{i,k,q}]$ مقادیری از $\mathbf{w}_{i,k}$ است که $\|\varepsilon_{i,k}\|$ را برای کلیه $\mathbf{z}_{i,k} \in \mathrm{E}_{\mathbf{z}_{i,k}} \subset \mathbb{R}^l$ روی یک مجموعه بهم پیوسته کمینه می‌کند.

فرض ۲: با فرض اینکه ماتریس وزنی بهینه به صورت $\left\| \overset{*}{\mathbf{w}}_{i,k} \right\| \le \mathbf{w}_{i,B}$ محدود است $\mathbf{w}_{i,B}$ یک مقدار ثابت مثبت است.

لازم به ذکر است که کران نرم ماتریس وزن ایده‌ال فقط در تحلیل پایداری استفاده می‌شود و طراحی کنترل‌کننده کاملا مستقل از آن است. با گرفتن سری تیلور $\hat{\mathbf{H}}_{i,k}(\mathbf{z}_{i,k} \,|\, \hat{\mathbf{w}}_{i,k})$ حول $\hat{\mathbf{w}}_{i,k}$ رابطه (۹) بدست می‌آید:

$$\hat{\mathbf{H}}_{i,k}(\mathbf{z}_{i,k} \,|\, \overset{*}{\mathbf{w}}_{i,k}) - \hat{\mathbf{H}}_{i,k}(\mathbf{z}_{i,k} \,|\, \hat{\mathbf{w}}_{i,k}) = \tilde{\mathbf{w}}_{i,k}^T \boldsymbol{\psi}_{i,k} + \mathbf{h}_{i,k} \qquad (۹)$$

که $\tilde{\mathbf{w}}_{i,k} = \overset{*}{\mathbf{w}}_{i,k} - \hat{\mathbf{w}}_{i,k}$ و $h_{i,k}$ ترم مرتبه بالا است. با جایگذاری رابطه (۹) در رابطه (۷) بدست می‌آوریم که $\mathbf{H}_{i,k}(\mathbf{z}_{i,k}) = \hat{\mathbf{H}}_{i,k}(\mathbf{z}_{i,k} \,|\, \hat{\mathbf{w}}_{i,k}) + \tilde{\mathbf{w}}_{i,k}^T \boldsymbol{\psi}_{i,k} + \boldsymbol{\sigma}_{i,k}$ و $\boldsymbol{\sigma}_{i,k} = \mathbf{h}_{i,k}(.) + \boldsymbol{\varepsilon}_{i,k}(.)$ برای $\|\boldsymbol{\sigma}_{i,k}\| \le \underline{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k}$ و $\boldsymbol{\sigma}_{i,k} \cdot \underline{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k} > 0$ یک مقدار نامعلوم است که با یک تخمین تطبیقی $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k}$ تخمین زده خواهد شد.

۳- طراحی کنترل‌کننده و تحلیل پایداری

این بخش روی تحلیل پایداری و طراحی کنترل‌کننده سطح دینامیکی تطبیقی عصبی برای سیستم (۱) متمرکز شده است.

۳-۱- طراحی کنترل‌کننده

روش کنترل سطح دینامیکی جهت غلبه بر افزایش بی‌رویه جملات در روش کنترلی بازگشت به عقب ابداع شد و این مسأله را با استفاده از فیلترهای مرتبه اول حل کرد [۲۶] که در این مقاله با استفاده از این روش به طراحی کنترل‌کننده می‌پردازیم. در ابتدا سطوح خطای $\mathbf{s}_{i,1}$ و $\mathbf{s}_{i,k}$ و خطای لایه مرزی $\boldsymbol{\varphi}_{i,k}$ به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\mathbf{s}_{i,1} = \sum_{j=1}^{N} a_{ij}(\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j) + b_i(\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_r) \qquad (۱۰)$$

$$\mathbf{s}_{i,k} = \mathbf{x}_{i,k} - \boldsymbol{\nu} f_{i,k} \qquad (۱۱)$$

$$\boldsymbol{\varphi}_{i,k} = \boldsymbol{\nu} f_{i,k} - \boldsymbol{\nu}_{i,k} \qquad (۱۲)$$

در $\boldsymbol{\nu}_{i,k}$ و $\boldsymbol{\nu} f_{i,k}$ به ترتیب بردار کنترل مجازی و بردار کنترل مجازی فیلترشده هستند. همانطور که از رابطه (۱۰) پیداست خروجی عوامل پیرو $\mathbf{y}_i$ به خروجی عامل رهبر $\mathbf{y}_r$ سنکرون می‌شوند.

فرض ۳: خروجی رهبر $\mathbf{y}_r$ و مشتق آن کراندار و در دسترس برای عامل i ام است.

مسأله تاخیر نامعلوم سیستم اکیداً فیدبک غیرافاین را می‌توان با استفاده از تابع لیاپانوف-کراسوفسکی، تکنیک جداسازی تابع و خواص تابع تانژانت هیپربولیک حل کرد.

لم۱: با الهام از لم۲ در [۳۳] و توسعه آن به فضای برداری، برای $\mathbf{s}_{i,k} \in \mathbb{R}^m$ داریم $\lim_{\|\mathbf{s}_{i,k}\|^2 \to 0} \frac{1}{\|\mathbf{s}_{i,k}\|^2} \tanh^2\left(\frac{\|\mathbf{s}_{i,k}\|^2}{\varepsilon_{i,k}}\right) = 0$ ، $\varepsilon_{i,k} > 0$

لم۲: با الهام از لم۳ در [۳۳] و توسعه آن به فضای برداری، داریم $\left[1 - 2\tanh^2\left(\frac{\|\mathbf{s}_{i,k}\|^2}{\varepsilon_{i,k}}\right)\right] \le 0$ برای $\varepsilon_{i,k} > 0$ و $\|\mathbf{s}_{i,k}\|^2 \notin \Lambda_{\|\mathbf{s}_{i,k}\|^2}$ و

$$\Lambda_{\|\mathbf{s}_{i,k}\|^2} = \|\mathbf{s}_{i,k}\|^2 \left\|\mathbf{s}_{i,k}\right\|^2 < 0.8814\varepsilon_{i,k} \;; i = 1,...,n$$

اکنون تابع $\mathbf{H}_{i,k}$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم که از آن در فرایند پایداری استفاده می‌شود.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.4.3.4]
[DOI: 10.52547/joc.15.4.25]

$$\mathbf{H}_{i,k} = \frac{2\mathbf{s}_{i,k}}{(\mathbf{s}_{i,k}^T \mathbf{s}_{i,k})} \tanh^2(\frac{\mathbf{s}_{i,k}^T \mathbf{s}_{i,k}}{\varepsilon_{i,k}})\mathbf{D}_{i,k} \qquad (۱۳)$$

لم۳: با توجه به نتایج [۳۴] و توسعه آن به فضای برداری داریم $\forall \mathbf{s}_{i,k} \in \mathbb{R}^m, \|\mathbf{s}_{i,k}\| - \mathbf{s}_{i,k} \tanh(\mathbf{s}_{i,k} / \varepsilon_{i,k}) \le 0.2785\varepsilon_{i,k}$

اکنون از بردارهای سطوح خطا از مرحله اول تا مرحله n_i مشتق می‌گیریم.

مرحله اول:

$$\dot{\mathbf{s}}_{i,1} = (b_i + d_i)(\mathbf{s}_{i,2} + \boldsymbol{\varphi}_{i,2} + \mathbf{v}_{i,2}) + H_{i,1} - \sum_{j=1}^{N} a_{ij}\mathbf{x}_{j,2} - b_i \dot{\mathbf{x}}_r \qquad (۱۴)$$

که $\mathbf{H}_{i,1} = [(b_i + d_i)\mathbf{f}_{i,1} - \sum_{j=1}^{N} a_{ij}\mathbf{f}_{j,1}]$ و $\mathbf{H}_{i,k} = \mathbf{f}_{i,k}$ فرض می‌شود. بردار کنترل مجازی در مرحله اول به صورت زیر انتخاب می‌شود که $\hat{\mathbf{H}}_{i,1}(.)$ تقریب‌زن شبکه عصبی با ورودی $\mathbf{z}_{i,1} = [\mathbf{x}_{i,1}^T, \mathbf{x}_{j,1}^T]^T$ است.

$$\mathbf{v}_{i,2} = \frac{1}{b_i + d_i}(-\delta_{i,1}\mathbf{s}_{i,1} + b_i \dot{\mathbf{x}}_r + \sum a_{ij}\mathbf{x}_{j,2} - \hat{\mathbf{H}}_{i,1}(\mathbf{z}_{i,1}|\hat{\mathbf{w}}_{i,1}) - \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{i,1}\tanh(\frac{\mathbf{s}_{i,1}}{\varepsilon_{i,1}})) \qquad (۱۵)$$

سپس بردار کنترل مجازی فیلترشده با فیلتر پایین‌گذر مرتبه اول زیر با ثابت زمانی $T_{i,2} > 0$ بدست می‌آید:

$$T_{i,2}\dot{\mathbf{v}}f_{i,2} + \mathbf{v}f_{i,2} = \mathbf{v}_{i,2}, \mathbf{v}f_{i,2}(0) = \mathbf{v}_{i,2}(0) \qquad (۱۶)$$

بردار وزن شبکه عصبی $\hat{\mathbf{w}}_{i,1}$ و $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_{i,1}$ با قوانین تطبیقی زیر به‌روز می‌شوند.

$$\dot{\hat{w}}_{i,1,q} = \beta_{i,1,q}(\mathrm{d}_i + \mathrm{b}_i)\theta_{i,1,q}s_{i,1,q} - \beta_{i,1,q}\alpha_{i,1}\hat{w}_{i,1,q} \qquad (۱۷)$$

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}}_{i,1} = \kappa_{i,1}(\mathrm{d}_i + \mathrm{b}_i)\mathbf{s}_{i,1}^T \tanh(\frac{\mathbf{s}_{i,1}}{\varepsilon_{i,1}}) - \kappa_{i,1}\varsigma_{i,1}\hat{\boldsymbol{\sigma}}_{i,1} \qquad (۱۸)$$

مرحله k ام : $k = 2,..., n_i - 1$

مشتق زمانی $\mathbf{s}_{i,k}$ حول (۱) و (۱۱) در (۱۹) ارائه می‌شود و همچنین بردار کنترل مجازی $\mathbf{v}_{i,k+1}$ در (۲۰) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\dot{\mathbf{s}}_{i,k} = (\mathbf{s}_{i,k+1} + \boldsymbol{\varphi}_{i,k+1} + \mathbf{v}_{i,k+1}) + \mathbf{f}_{i,k} - \dot{\mathbf{v}}f_{i,k} \qquad (۱۹)$$

$$\mathbf{v}_{i,k+1} = (-\delta_{i,k}\mathbf{s}_{i,k} - \hat{\mathbf{H}}_{i,k} - \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k}\tanh(\frac{\mathbf{s}_{i,k}}{\varepsilon_{i,k}}) + \frac{\mathbf{v}_{i,k} - \mathbf{v}f_{i,k}}{T_{i,k}}) \qquad (۲۰)$$

بردار کنترل مجازی $\mathbf{v}f_{i,k}$ نیز در این مرحله شبیه رابطه (۱۶) بدست می‌آید. در مرحله k ام $\hat{\mathbf{w}}_{i,k}$ و $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k}$ در قوانین تطبیقی زیر به‌روز می‌شوند:

$$\dot{\hat{w}}_{i,k,q} = \beta_{i,k,q}\theta_{i,k,q}s_{i,k,q} - \beta_{i,k,q}\alpha_{i,k}\hat{w}_{i,k,q} \qquad (۲۱)$$

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}}_{i,k} = \kappa_{i,k}\mathbf{s}_{i,k}^T \tanh(\frac{\mathbf{s}_{i,k}}{\varepsilon_{i,k}}) - \kappa_{i,k}\varsigma_{i,k}\hat{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k} \qquad (۲۲)$$

مرحله n_i: بردار سطح خطا در این مرحله به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\dot{\mathbf{s}}_{i,n_i} = \dot{\mathbf{x}}_{i,n_i} - \dot{\mathbf{v}}f_{i,n_i} = \mathbf{f}_{i,n_i}(\mathbf{u}_i, \underline{\mathbf{x}}_{i,n_i}) - \dot{\mathbf{v}}f_{i,n_i} \qquad (۲۳)$$

اکنون جهت ساده‌سازی طراحی کنترل‌کننده توزیع شده از تئوری مقدار متوسط استفاده می‌کنیم[۳۵].

$$\mathbf{f}_{i,n_i}(\mathbf{u}_i, \underline{\mathbf{x}}_{i,n_i}) = \mathbf{f}_{i,n_i}(\underline{\mathbf{x}}_{i,n_i}, \mathbf{u}_i^*) + f_{u_i}(u_i - u_i^*) \qquad (۲۴)$$

که $f_{u_i} = \frac{\partial f_{i,n_i}(\underline{x}_{i,n_i}, u_i)}{\partial u_i}\Big| u_i = u_{\lambda_i}, i = 1,...,N$ و $u_{\lambda_i} := \lambda_i u_i + (1-\lambda_i)u_i^*$ مقادیر نامعلوم بین u_i و u_i^* هستند به طوری که $\lambda_i \in (0,1)$.

فرض ٤: علامت $f_{u_i} \in \mathbb{R}$ نامعلوم است و ثابت‌های مثبت نامعلوم شبیه $f_{u_i}^a$ و $f_{u_i}^b$ وجود دارند به طوری که $f_{u_i}^a \le |f_{u_i}| \le f_{u_i}^b$.

با جایگذاری (۲۴) در (۲۳) و انتخاب $u_i^* = 0$ بردار سطح خطا و در نهایت بردار کنترل‌کننده مطابق رابطه (۲۶) بدست می‌آید.

$$\dot{\mathbf{s}}_{i,n_i} = f_{u_i}u_i + \mathbf{f}_{i,n_i}(\underline{\mathbf{x}}_{i,n_i}) - \dot{\mathbf{v}}f_{i,n_i} \qquad (۲۵)$$

$$\mathbf{u}_i = f_{u_i}^{-1}(-\delta_{i,n_i}\mathbf{s}_{i,n_i} - \hat{\mathbf{H}}_{i,n_i} - \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{i,n_i}\tanh(\frac{\mathbf{s}_{i,n_i}}{\varepsilon_{i,n_i}}) + \frac{\mathbf{v}_{i,n_i-1} - \mathbf{v}f_{i,n_i-1}}{\mathrm{T}_{i,n_i}}) \qquad (۲۶)$$

در این مرحله قوانین تطبیقی $\hat{\mathbf{w}}_{i,\mathrm{n_i}}$ و $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_{i,n_i}$ به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\dot{\hat{w}}_{i,n_i,q} = \beta_{i,n_i,q}\theta_{i,n_i,q}s_{i,n_i,q} - \beta_{i,n_i,q}\alpha_{i,n_i}\hat{w}_{i,n_i,q} \qquad (۲۷)$$

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.4.3.4]
[DOI: 10.52547/joc.15.4.25]

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}}_{i,n_i} = \kappa_{i,n_i}\mathbf{s}_{i,n_i}^T \tanh(\frac{\mathbf{s}_{i,n_i}}{\varepsilon_{i,n_i}}) - \kappa_{i,n_i}\varsigma_{i,n_i}\hat{\boldsymbol{\sigma}}_{i,n_i} \quad (۲۸)$$

۲-۳- تحلیل پایداری

جهت حذف اثر تاخیر به منظور تحلیل پایداری از توابع لیاپانوف- کراسوفسکی استفاده می‌شود. دراین قسمت نیز به صورت گام‌به گام به تحلیل پایداری توابع لیاپانوف در مرحله اول، مرحله k و مرحله n_i می‌پردازیم. در ابتدا، در مرحله اول تابع لیاپانوف- کراسوفسکی $V_{I,1}$ به صورت زیر انتخاب می‌شود:

$$V_{I,1} = V_{i,1} + V_{D_{i,1}} \quad (۲۹)$$

$$V_{i,1} = \frac{1}{2}[\mathbf{s}_{i,1}^T\mathbf{s}_{i,1} + tr(\tilde{\mathbf{w}}_{i,1}^T\boldsymbol{\beta}_{i,1}^{-1}\tilde{\mathbf{w}}_{i,1}) + \frac{1}{\kappa_{i,1}}\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{i,1}^2] \quad (۳۰)$$

که $\boldsymbol{\beta}_{i,1} = diag[\beta_{i,1,q}]$ ، $q = 1,...,m$ و $\beta_{i,1,q} > 0$ بهره تنظیم است و $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{i,1} = \bar{\boldsymbol{\sigma}}_{i,1} - \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{i,1}$

$$V_{D_{i,1}} = \int_{t-\tau_i}^{t}\mathbf{D}_{i,1}(\underline{\mathbf{x}}_{i,1}(\tau))d\tau \quad (۳۱)$$

به منظور حذف جملات دارای تاخیر، یک تابع مثبت $\mathbf{D}_{i,k}(.)$ به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\mathbf{D}_{i,k}(\underline{\mathbf{x}}_{i,k}(\tau)) = \sum_{q=1}^{km}\xi_{i,k,q}^2(x_{i,k,q}(\tau)) \quad (۳۲)$$

مشتق زمانی $V_{I,1}$ با توجه به روابط (۱۰) و (۱۵) حول سطح خطا به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}\dot{V}_{I,1} \le{}& -\delta_{i,1}\mathbf{s}_{i,1}^T\mathbf{s}_{i,1} + (b_i + d_i)\mathbf{s}_{i,1}^T(\mathbf{s}_{i,2} + \boldsymbol{\varphi}_{i,2}) + \\ & \mathbf{s}_{i,1}^T\mathbf{H}_{i,1}(\underline{\mathbf{x}}_{i,1}(t-\tau_i)) - \mathbf{s}_{i,1}^T\hat{\mathbf{H}}_{i,1} - \mathbf{s}_{i,1}^T\hat{\boldsymbol{\sigma}}_{i,1}\tanh(\frac{\mathbf{s}_{i,1}}{\varepsilon_{i,1}}) \\ & -\frac{1}{\kappa_{i,1}}\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{i,1}\dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}}_{i,1} - \sum_{q=1}^{m}\tilde{\mathbf{w}}_{i,1,q}^T\frac{1}{\beta_{i,1,q}}\dot{\hat{\mathbf{w}}}_{i,1,q} + \\ & \sum_{q=1}^{m\times 1}\frac{\xi_{i,1,q}^2(x_{i,1,j}(t))}{2} - \sum_{q=1}^{m\times 1}\frac{\xi_{i,1,q}^2(x_{i,1,q}(t-\tau_i))}{2}\end{aligned} \quad (۳۳)$$

با استفاده از (۲) و اضافه و کم کردن $\mathbf{s}_{i,1}^T\mathbf{H}_{i,1}$ داریم:

$$\begin{aligned}\dot{V}_{I,1} \le{}& -\delta_{i,1}\mathbf{s}_{i,1}^T\mathbf{s}_{i,1} + (b_i + d_i)\mathbf{s}_{i,1}^T(\mathbf{s}_{i,2} + \boldsymbol{\varphi}_{i,2}) \\ & + \frac{m}{2}\mathbf{s}_{i,1}^2 + \mathbf{D}_{i,1}(1 - 2\tanh^2(\frac{\mathbf{s}_{i,1}^T\mathbf{s}_{i,1}}{\varepsilon_{i,1}})) \\ & -\sum_{q=1}^{m}\tilde{w}_{i,1,q}^T((d_i + b_i)\theta_{i,1,q}s_{i,1,q} - \frac{1}{\beta_{i,1,q}}\dot{\hat{w}}_{i,1,q}) \\ & -\frac{1}{\kappa_{i,1}}\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{i,1}\dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}}_{i,1} - \mathbf{s}_{i,1}^T\hat{\boldsymbol{\sigma}}_{i,1}\tanh(\frac{\mathbf{s}_{i,1}}{\varepsilon_{i,1}}) + \mathbf{s}_{i,1}^T\boldsymbol{\sigma}_{i,1}\end{aligned} \quad (۳۴)$$

حال با اضافه و کم کردن $\mathbf{s}_{i,1}^T\underline{\boldsymbol{\sigma}}_{i,1}\tanh(\frac{\mathbf{s}_{i,1}}{\varepsilon_{i,1}})$ دو جمله انتهایی (۳۴)،

$$(\underline{\boldsymbol{\sigma}}_{i,1} - \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{i,1})\mathbf{s}_{i,1}^T\tanh(\frac{\mathbf{s}_{i,1}}{\varepsilon_{i,1}}) + \underline{\boldsymbol{\sigma}}_{i,1}(\|\mathbf{s}_{i,1}\| - \mathbf{s}_{i,1}^T\tanh(\frac{\mathbf{s}_{i,1}}{\varepsilon_{i,1}}))$$

می‌شود؛ همچنین با توجه به اینکه $\|\boldsymbol{\sigma}_{i,1}\| \le \underline{\boldsymbol{\sigma}}_{i,1}$ بر طبق لم (۳) و با جایگذاری (۱۷) و (۱۸) در (۳۴) داریم:

$$\begin{aligned}\dot{V}_{I,1} \le{}& -\delta_{i,1}\mathbf{s}_{i,1}^T\mathbf{s}_{i,1} + (b_i + d_i)\mathbf{s}_{i,1}^T(\mathbf{s}_{i,2} + \boldsymbol{\varphi}_{i,2}) \\ & + \frac{m}{2}\mathbf{s}_{i,1}^2 + \alpha_{i,1}tr(\tilde{\mathbf{w}}_{i,1}^T\hat{\mathbf{w}}_{i,1}) + \varsigma_{i,1}\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{i,1}\hat{\boldsymbol{\sigma}}_{i,1} \\ & + \mathbf{D}_{i,1}(1 - 2\tanh^2(\frac{\mathbf{s}_{i,1}^T\mathbf{s}_{i,1}}{\varepsilon_{i,1}})) + 0.2785\rho\varepsilon_{i,1}\underline{\boldsymbol{\sigma}}_{i,1}\end{aligned} \quad (۳۵)$$

اکنون تابع لیاپانوف در مرحله k ام به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}V_{I,k} = V_{i,k} + V_{D_{i,k}} = {}& \frac{1}{2}[\mathbf{s}_{i,k}^T\mathbf{s}_{i,k} + tr(\tilde{\mathbf{w}}_{i,k}^T\boldsymbol{\beta}_{i,k}^{-1}\tilde{\mathbf{w}}_{i,k}) \\ & + \frac{1}{\kappa_{i,k}}\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k}^2 + \int_{t-\tau_i}^{t}\mathbf{D}_{i,k}(\underline{\mathbf{x}}_{i,k}(\tau))d\tau]\end{aligned} \quad (۳۶)$$

مشتق زمانی $V_{I,K}$ با کمک رابطه (۱۱) و (۲۰)به صورت زیرنوشته می‌شود:

$$\begin{aligned}\dot{V}_{I,k} \le{}& -\delta_{i,k}\mathbf{s}_{i,k}^T\mathbf{s}_{i,k} + \mathbf{s}_{i,k}^T(\mathbf{s}_{i,k+1} + \boldsymbol{\varphi}_{i,k+1}) \\ & -\mathbf{s}_{i,k}^T\hat{\mathbf{H}}_{i,k} - \mathbf{s}_{i,k}^T\hat{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k}\tanh(\frac{\mathbf{s}_{i,k}}{\varepsilon_{i,k}}) - \frac{1}{\kappa_{i,k}}\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k}\dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}}_{i,k} \\ & +\mathbf{s}_{i,k}^T\mathbf{H}_{i,k}(\underline{\mathbf{x}}_{i,k}(t-\tau_i)) - \sum_{q=1}^{m}\tilde{w}_{i,k,q}^T\frac{1}{\beta_{i,k,q}}\dot{\hat{w}}_{i,k,q} \\ & +\sum_{q=1}^{m\times k}\frac{\xi_{i,k,q}^2(x_{i,k,q}(t))}{2} - \sum_{q=1}^{m\times k}\frac{\xi_{i,k,q}^2(x_{i,k,q}(t-\tau_i))}{2}\end{aligned} \quad (۳۷)$$

بقیه عملیات شبیه مرحله اول است؛ با اضافه و کم کردن $\mathbf{s}_{i,k}^T\mathbf{H}_{i,k}$ و با کمک رابطه (۲) در نهایت داریم:

$$\begin{aligned}\dot{V}_{I,k} \le{}& -\delta_{i,k}\mathbf{s}_{i,k}^T\mathbf{s}_{i,k} + \mathbf{s}_{i,k}^T(\mathbf{s}_{i,k+1} + \boldsymbol{\varphi}_{i,k+1}) \\ & + \frac{mk}{2}\mathbf{s}_{i,k}^2 + \mathbf{D}_{i,k}(1 - 2\tanh^2(\frac{\mathbf{s}_{i,k}^T\mathbf{s}_{i,k}}{\varepsilon_{i,k}})) \\ & -\sum_{q=1}^{m}\tilde{w}_{i,k,q}^T(\theta_{i,k,q}s_{i,k,q} - \frac{1}{\beta_{i,k,q}}\dot{\hat{w}}_{i,k,q}) \\ & +\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k}(\mathbf{s}_{i,k}^T\tanh(\frac{\mathbf{s}_{i,k}}{\varepsilon_{i,k}}) - \frac{1}{\kappa_{i,k}}\dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}}_{i,k}) \\ & +0.2785\rho\varepsilon_{i,k}\underline{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k}\end{aligned} \quad (۳۸)$$

اکنون با جایگذاری (۲۱) و (۲۲) در (۳۸)، $\dot{V}_{I,k}$ به این صورت می‌شود:

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.4.3.4]
[DOI: 10.52547/joc.15.4.25]

$$\dot{V}_{I,k} \le -\delta_{i,k}\mathbf{s}_{i,k}^T\mathbf{s}_{i,k} + \mathbf{s}_{i,k}^T(\mathbf{s}_{i,k+1}+\boldsymbol{\varphi}_{i,k+1}) + \frac{mk}{2}\mathbf{s}_{i,k}^2 + \alpha_{i,k}tr(\tilde{\mathbf{w}}_{i,k}^T\hat{\mathbf{w}}_{i,k}) + \varsigma_{i,k}\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k}\hat{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k} + \mathbf{D}_{i,k}(1-2\tanh^2(\frac{\mathbf{s}_{i,k}^T\mathbf{s}_{i,k}}{\varepsilon_{i,k}})) + 0.2785\rho\varepsilon_{i,k}\underline{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k} \quad (۳۹)$$

در مرحله آخر تابع لیاپانوف V_{I,N_i} به صورت رابطه (۴۰) در نظر گرفته می‌شود.

$$V_{I,N_i} = V_{i,n_i} + V_{D_{i,n_i}} \quad (۴۰)$$

$$\text{مشتق} = \frac{1}{2}[\mathbf{s}_{i,n_i}^T\mathbf{s}_{i,n_i} + tr(\tilde{\mathbf{w}}_{i,n_i}^T\boldsymbol{\beta}_{i,n_i}^{-1}\tilde{\mathbf{w}}_{i,n_i}) + \frac{1}{\kappa_{i,n_i}}\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{i,n_i}^2 + \int_{t-\tau_i}^{t}\mathbf{D}_{i,n_i}(\mathbf{x}_{i,n_i}(\tau))d\tau]$$

زمانی (۴۰) با توجه به روابط(۲)، (۲۳)،(۲۶) ، (۲۷) و (۲۸) و با انجام عملیاتی شبیه مرحله اول در نهایت به این صورت است

$$\dot{V}_{I,N_i} \le -\delta_{i,n_i}\mathbf{s}_{i,n_i}^T\mathbf{s}_{i,n_i} + \frac{mn_i}{2}\mathbf{s}_{i,n_i}^2 + \alpha_{i,n_i}tr(\tilde{\mathbf{w}}_{i,n_i}^T\hat{\mathbf{w}}_{i,n_i}) + \varsigma_{i,n_i}\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{i,n_i}\hat{\boldsymbol{\sigma}}_{i,n_i} + \mathbf{D}_{i,n_i}(1-2\tanh^2(\frac{\mathbf{s}_{i,n_i}^T\mathbf{s}_{i,n_i}}{\varepsilon_{i,n_i}})) + 0.2785\rho\varepsilon_{i,n_i}\underline{\boldsymbol{\sigma}}_{i,n_i} \quad (۴۱)$$

در پایان جهت تحلیل پایداری سیستم حلقه بسته تابع لیاپانوف کلی به صورت زیر انتخاب می‌شود.

$$V = \sum_{i=1}^{N}\left[\sum_{k=1}^{n_i}V_{i,k} + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n_i-1}\boldsymbol{\varphi}_{i,k+1}^T\boldsymbol{\varphi}_{i,k+1}\right] \quad (۴۲)$$

نتایج اصلی این مقاله در قضیه ۱ بر اساس روش طراحی ارائه شده به شرح زیر است.

قضیه ۱: سیستم غیرخطی اکیداً فیدبک غیرافاین تاخیردار (۱) با توابع نامعلوم توسط کنترل‌کننده توزیع شده (۲۶) کنترل می‌شود و گراف ارتباطی دارای یک درخت پوشا جهت‌دار است. با توجه به فرض‌های ۱ تا ۴ ، اگر قوانین تطبیقی (۱۷)، (۱۸)، (۲۱)، (۲۲)، (۲۷) و (۲۸) انتخاب شوند؛ خطای ردیابی اجماع بطور نیمه‌سراسری یکنواخت کراندار است.

مشتق زمانی (۱۲) در مرحله اول و k اینگونه است:

$$\dot{\boldsymbol{\varphi}}_{i,2} = -\frac{\boldsymbol{\varphi}_{i,2}}{\mathrm{T}_{i,2}} + \boldsymbol{\Theta}_{i,2}(\mathbf{s}_{i,1},\mathbf{s}_{i,2},\boldsymbol{\varphi}_{i,2},\hat{\mathbf{w}}_{i,1},\hat{\boldsymbol{\sigma}}_{i,1},\mathbf{s}_{j,3},\boldsymbol{\varphi}_{j,3},R) \quad (۴۳)$$

$$\dot{\boldsymbol{\varphi}}_{i,k+1} = -\frac{\boldsymbol{\varphi}_{i,k+1}}{\mathrm{T}_{i,k+1}} + \boldsymbol{\Theta}_{i,k+1}(\mathbf{s}_{i,1},...,\mathbf{s}_{i,k+1},\boldsymbol{\varphi}_{i,2},...,\boldsymbol{\varphi}_{i,k+1},\hat{\mathbf{w}}_{i,1},...,\hat{\mathbf{w}}_{i,k+1},\hat{\boldsymbol{\sigma}}_{i,1},...,\hat{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k+1},\mathrm{R}) \quad (۴۴)$$

مشتق توابع کنترل مجازی نیز در مراحل اول و k ام به صورت زیر بدست می‌آید.

$$\boldsymbol{\Theta}_{i,2} = \dot{\mathbf{v}}_{i,2} = \frac{1}{(d_i+b_i)}(-\delta_{i,1}\dot{\mathbf{s}}_{i,1} + b_i\ddot{\mathbf{x}}_r + \sum_{j\in N_i}a_{ij}\dot{\mathbf{x}}_{j,2} - \dot{\hat{\mathbf{H}}}_{i,1}(\mathbf{z}_{i,1}|\hat{\mathbf{w}}_{i,1}) - \dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}}_{i,1}\tanh\left(\frac{\mathbf{s}_{i,1}}{\varepsilon_{i,1}}\right) - \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{i,1}(1-\tanh^2\left(\frac{\mathbf{s}_{i,1}}{\varepsilon_{i,1}}\right))\frac{\dot{\mathbf{s}}_{i,1}}{\varepsilon_{i,1}} + (-\delta_{i,1}\mathbf{s}_{i,1} + b_i\dot{\mathbf{r}} + \sum_{j\in N_i}a_{ij}\mathbf{x}_{j,2} - \hat{\mathbf{H}}_{i,1}(\mathbf{z}_{i,1}|\hat{\mathbf{w}}_{i,1}) - \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{i,1}\tanh(\frac{\mathbf{s}_{i,1}}{\varepsilon_{i,1}}))) \quad (۴۵)$$

$$\boldsymbol{\Theta}_{i,k+1} = -\dot{\mathbf{v}}_{i,k+1} = -(-\delta_{i,k}\mathbf{s}_{i,k} - \hat{\mathbf{H}}_{i,k} - \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k}\tanh(\frac{\mathbf{s}_{i,k}}{\varepsilon_{i,k}}) + \dot{\mathbf{v}}f_{i,k}) - (-\delta_{i,k}\dot{\mathbf{s}}_{i,k} - \dot{\hat{\mathbf{H}}}_{i,k} - \dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}}_{i,k}\tanh(\frac{\mathbf{s}_{i,k}}{\varepsilon_{i,k}}) - \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k}(1-\tanh^2(\frac{\mathbf{s}_{i,k}}{\varepsilon_{i,k}}))\frac{\dot{\mathbf{s}}_{i,k}}{\varepsilon_{i,k}} - \frac{\dot{\boldsymbol{\varphi}}_{i,k}}{\mathrm{T}_{i,k}}) \quad (۴۶)$$

اکنون با مشتق‌گیری از (۴۲) داریم:

$$\dot{V} \le \sum_{i=1}^{N}[\sum_{k=1}^{n_i}(-\delta_{i,k}\mathbf{s}_{i,k}^T\mathbf{s}_{i,k} + \alpha_{i,k}tr(\tilde{\mathbf{w}}_{i,k}^T\hat{\mathbf{w}}_{i,k}) + \varsigma_{i,k}\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k}\hat{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k}) + (d_i+b_i)\mathbf{s}_{i,1}^T(\mathbf{s}_{i,2}+\boldsymbol{\varphi}_{i,2}) + \sum_{k=2}^{n_i-1}\mathbf{s}_{i,k}^T(\mathbf{s}_{i,k+1}+\boldsymbol{\varphi}_{i,k+1}) + (d_i+b_i)0.2785\rho\varepsilon_{i,k}\underline{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k}$$

$$+\sum_{k=2}^{n_i}0.2785\rho\varepsilon_{i,k}\underline{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k} + \sum_{k=1}^{n_i}\frac{mk}{2}\mathbf{s}_{i,k}^2 + \sum_{k=1}^{n_i}\mathbf{D}_{i,k}(1-2\tanh^2(\frac{\mathbf{s}_{i,k}^T\mathbf{s}_{i,k}}{\varepsilon_{i,k}})) + \sum_{k=1}^{n_i}(-\frac{\boldsymbol{\varphi}_{i,k+1}^T\boldsymbol{\varphi}_{i,k+1}}{\mathrm{T}_{i,k+1}} + \boldsymbol{\varphi}_{i,k+1}^T\boldsymbol{\Theta}_{i,k+1}) \quad (۴۷)$$

با استفاده از نامساوی یانگ و نامساوی‌های $\|Ay\| \le \|A\|\|y\|$ و

$x^TAy \le \frac{1}{2}\|x\|^2 + \frac{1}{2}\|Ay\|^2 \le \frac{1}{2}\|x\|^2 + \frac{1}{2}\|A\|^2\|y\|^2$ و همچنین

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.4.3.4]
[DOI: 10.52547/joc.15.4.25]

نامساوی‌های $tr(\tilde{\mathbf{w}}_{i,k}^T\hat{\mathbf{w}}_{i,k})=\|\tilde{\mathbf{w}}_{i,k}\|_F\bar{\mathbf{w}}_{i,k}-\|\tilde{\mathbf{w}}_{i,k}\|_F^2=-\frac{1}{2}$

$$\|\tilde{\mathbf{w}}_{i,k}\|^2-\frac{1}{2}(\|\tilde{\mathbf{w}}_{i,k}\|_F-\bar{\mathbf{w}}_{i,k})^2+\frac{1}{2}\bar{\mathbf{w}}_{i,k}^2\le\frac{1}{2}(\bar{\mathbf{w}}_{i,k}^2-\|\tilde{\mathbf{w}}_{i,k}\|_F^2)$$

و $|\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k}|\underline{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k}-\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k}^2=-\frac{1}{2}\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k}^2-\frac{1}{2}(|\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k}|-\underline{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k})^2+\frac{1}{2}\underline{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k}^2$

$(\boldsymbol{\sigma}_{i,k}^2-\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k}^2)\le\frac{1}{2}$ و همچنین $\zeta>0$ داریم:

$$\begin{aligned}\dot{V}\le&\sum_{i=1}^{N}[\sum_{k=1}^{n_i}(-\delta_{i,k}\|\mathbf{s}_{i,k}\|^2-\frac{\alpha_{i,k}}{2}\|\tilde{\mathbf{w}}_{i,k}\|_F^2-\\&\frac{\varsigma_{i,k}}{2}\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k}^2+\mathbf{D}_{i,k}(1-2\tanh^2(\frac{\mathbf{s}_{i,k}^T\mathbf{s}_{i,k}}{\varepsilon_{i,k}})))+\\&(d_i+b_i)(\|\mathbf{s}_{i,1}\|^2+\frac{1}{2}\|\mathbf{s}_{i,2}\|^2+\frac{1}{2}\|\boldsymbol{\varphi}_{i,2}\|^2)+\\&\sum_{k=2}^{n_i-1}(\|\mathbf{s}_{i,k}\|^2+\frac{1}{2}\|\mathbf{s}_{i,k+1}\|^2+\frac{1}{2}\|\boldsymbol{\varphi}_{i,k+1}\|^2)\\&+\sum_{k=1}^{n_i}\frac{mk}{2}\|\mathbf{s}_{i,k}\|^2+\sum_{k=1}^{n_i-1}(-\frac{\|\boldsymbol{\varphi}_{i,k+1}\|^2}{\mathrm{T}_{i,k+1}}+\\&\frac{\|\boldsymbol{\varphi}_{i,k+1}\|^2\|\boldsymbol{\Theta}_{i,k+1}\|^2}{2\zeta})]+K\end{aligned}\qquad(۴۸)$$

$$K=\sum_{i=1}^{N}[\sum_{k=1}^{n_i}((\alpha_{i,k}/2)\bar{\mathbf{w}}_{i,k}^2+(\varsigma_{i,k}/2)\underline{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k}^2)+(d_i+b_i)0.2785$$
$$\rho\varepsilon_{i,1}\underline{\boldsymbol{\sigma}}_{i,1}+\sum_{k=2}^{n_i}0.2785\rho\varepsilon_{i,k}\underline{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k}+\sum_{k=1}^{n_i-1}(\zeta/2)]$$

ثابت می‌باشد. با در نظر گرفتن مجموعه‌های $\Xi=\{\mathbf{x}_r^T\mathbf{x}_r+\dot{\mathbf{x}}_r^T\dot{\mathbf{x}}_r+\ddot{\mathbf{x}}_r^T\ddot{\mathbf{x}}_r\le X_{R0}\}$ که $X_{R0}>0$ یک ثابت است و $i=1,...,N$ و $k=1,...,n_i$

$$\Delta_{i,k}=\{\sum_{l=1}^{i}(\sum_{h=1}^{k}(\mathbf{s}_{l,h}^T\mathbf{s}_{l,h}+tr(\tilde{\mathbf{w}}_{l,h}^T\boldsymbol{\beta}_{l,h}^{-1}\tilde{\mathbf{w}}_{l,h})+(1/\kappa_{l,h})\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{l,h}^2)+\sum_{h=1}^{k-1}$$
$$\boldsymbol{\varphi}_{l,h+1}^T\boldsymbol{\varphi}_{l,h+1}+\int_{t-\tau_i}^{t}\mathbf{D}_{i,k}(\mathbf{x}_i(\tau))d\tau)+\sum_{m\in N_i}\mathbf{s}_{m,k+1}^T\mathbf{s}_{m,k+1}\le 2\mu\}$$

که $\Delta_{i,k}$ و Ξ به ترتیب بهم پیوسته در $\mathbb{R}^{3m}$ و $\mathbb{R}^{\dim(\Delta_{i,k})}$ هستند که $\dim(\Delta_{i,k})$ دیمانسیون مجموعه $\Delta_{i,k}$ است. سپس، از آن‌جایی که $\Xi\times\Delta_{i,k}$ همچنین بهم پیوسته در $\mathbb{R}^{\dim(\Delta_{i,k})+3m}$ است ثابت‌های مثبت $\omega_{i,k+1}$ به گونه‌ای وجود دارد که $\|\boldsymbol{\Theta}_{i,k+1}\|\le\omega_{i,k+1}$ روی $\Xi\times\Delta_{i,k}$ است و با انتخاب پارامترهای $\delta_{i,1}=(d_i+b_i)+\frac{m}{2}+\delta_{i,1}^*$،

$$\delta_{i,2}=\frac{(d_i+b_i)}{2}+1+m+\delta_{i,2}^*\quad،$$

$\delta_{i,k}=\frac{3}{2}+\frac{mk}{2}+\delta_{i,k}^*,k=3,...,n_i-1,\delta_{i,k}^*>0$،

$$\frac{1}{\mathrm{T}_{i,2}}=\frac{(d_i+b_i)}{2}+\frac{\omega_{i,k+1}^2}{2\zeta}+\mathrm{T}_{i,2}^*\text{، }\delta_{i,n_i}=\frac{1}{2}+\frac{mn_i}{2}+\delta_{i,n_i}^*$$

$\frac{1}{\mathrm{T}_{i,k+1}}=\frac{1}{2}+\frac{\omega_{i,k+1}^2}{2\zeta}+\mathrm{T}_{i,k+1}^*$، $k=2,...,n_i-1$ در نهایت $\mathrm{T}_{i,k+1}^*>0$ داریم

$$\begin{aligned}\dot{V}\le&-\eta(\sum_{i=1}^{N}(\sum_{k=1}^{n_i}(\|\mathbf{s}_{i,k}\|^2+\|\tilde{\mathbf{w}}_{i,k}\|_F^2+\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k}^2)+\\&\sum_{k=1}^{n_i-1}\|\boldsymbol{\varphi}_{i,k+1}\|^2))+K+\mathbf{D}_{i,k}(1-2\tanh^2(\frac{\mathbf{s}_{i,k}^T\mathbf{s}_{i,k}}{\varepsilon_{i,k}}))\end{aligned}\qquad(۴۹)$$

که $0<\eta<\min[2\delta_{i,k}^*,2\mathrm{T}_{i,k+1}^*,\alpha_{i,k}\beta_{i,k,l},\kappa_{i,k}\varsigma_{i,k}]$ با $i=1,...,N$ و $k=1,...,n_i$ و $l=1,...,m$. سپس در مواجه با جمله آخر رابطه (۴۹) با توجه به لم ۲ جهت تحلیل پایداری سه وضعیت زیر را در نظر می‌گیریم:

۱- $\|\mathbf{s}_{i,k}\|^2\in\Lambda_{\|\mathbf{s}_{i,k}\|^2}$ برای $i=1,...,N$ و $k=1,...,n_i$. با توجه به لم ۲ از آن‌جایی که $\|\mathbf{s}_{i,k}\|^2$ کراندار است، $\hat{\mathbf{w}}_{i,k}$ و $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k}$ نیز طبق قوانین تطبیقی (۱۷)، (۱۸)، (۲۱)، (۲۲)، (۲۷) و (۲۸) برای کلیه مقادیر i و k کراندارند. در نتیجه $\boldsymbol{\varphi}_{i,k}$، $\mathbf{u}_{i,k}$ و $\mathbf{x}_{i,k}$ هم برای کلیه مقادیر i و k کراندارند و بر همین اساس کلیه سیگنال‌های سیستم حلقه بسته به طورنیمه‌سراسری یکنواخت کراندارند.

۲- $\|\mathbf{s}_{i,k}\|^2\notin\Lambda_{\|\mathbf{s}_{i,k}\|^2}$ برای $i=1,...,N$ و $k=1,...,n_i$. با توجه به لم ۲، $0\le\mathbf{D}_{i,k}(1-2\tanh^2(\frac{\mathbf{s}_{i,k}^T\mathbf{s}_{i,k}}{\varepsilon_{i,k}}))$ و بنابراین رابطه (۴۹) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\dot{V}\le-\eta(2V-\sum_{i=1}^{n}\int_{t-\tau_i}^{t}\mathbf{D}_{i,k}(\bar{\mathbf{x}}_{i,k}(\tau)d\tau)+K\qquad(۵۰)$$

رابطه (۵۰)، دلالت بر این دارد که $\dot{V}<0$ روی $V=c$ است وقتی که $\eta>K/(2c-\sum_{i=1}^{N}\int_{t-\tau_i}^{t}\mathbf{D}_{i,k}(\underline{\mathbf{x}}_{i,k}(\tau))d\tau)$. براین اساس $V\le c$ یک مجموعه نامتغیر با زمان است به عنوان مثال اگر $V(0)\le c$ باشد پس بر ای کلیه $t\ge0$، $V(t)\le c$ و سطوح خطای $\mathbf{s}_{i,k}$، $\hat{\mathbf{w}}_{i,k}$، $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k}$ و $\boldsymbol{\varphi}_{i,k}$ روی Q به طور نیمه سراسری یکنواخت کراندار است و

$$Q=\{\mathbf{s}_{i,k},\tilde{\mathbf{w}}_{i,k},\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k},\boldsymbol{\varphi}_{i,k+1}\forall k\subset\{k=1,...n_i\}$$
$$\left|(\sum_{i=1}^{N}(\sum_{k=1}^{n_i}(\|\mathbf{s}_{i,k}\|^2+\|\tilde{\mathbf{w}}_{i,k}\|^2+\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{i,k}^2))+\sum_{k=1}^{n_i-1}\|\boldsymbol{\varphi}_{i,k+1}\|^2)<K/\eta\right\}$$

می‌باشد.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.4.3.4]
[DOI: 10.52547/joc.15.4.25]

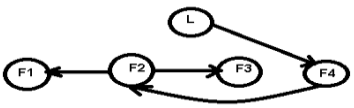
۳- $\|\mathbf{s}_{i,a}\|^2 \in \Lambda_{\|\mathbf{s}_{i,a}\|^2}$ و $\|\mathbf{s}_{i,b}\|^2 \notin \Lambda_{\|\mathbf{s}_{i,b}\|^2}$ برای $a \neq b$. زیرسیستمهای شامل $\|\mathbf{s}_{i,a}\|^2 \in \Lambda_{\|\mathbf{s}_{i,a}\|^2}$ و $\|\mathbf{s}_{i,b}\|^2 \notin \Lambda_{\|\mathbf{s}_{i,b}\|^2}$ را به ترتیب Δ_a و Δ_b تعریف می‌کنیم. علاوه بر این، V_a و V_b به ترتیب توابع لیاپانوف برای Δ_a و Δ_b هستند. بنابراین، تابع لیاپانوف (۴۲) به صورت $V = V_a + V_b$ ارائه می‌شود. کرانداری کلیه سیگنال‌های زیرسیستم‌های $\Lambda_{\|\mathbf{s}_{i,b}\|^2}$ و $\Lambda_{\|\mathbf{s}_{i,a}\|^2}$ به ترتیب با استفاده از V_a و اثبات ۱ و V_b و اثبات ۲ ثابت می‌شود. در نتیجه کلیه سیگنال‌های سیستم حلقه بسته به طور نیمه سراسری یکنواخت کراندارند.

در نتیجه با توجه به این سه دسته در نهایت بر اساس موارد اثباتی بند ۱ تا ۳ کلیه سیگنال‌های سیستم حلقه بسته به‌طور نیمه سراسری یکنواخت کراندارند.

٤- نتایج شبیه‌سازی

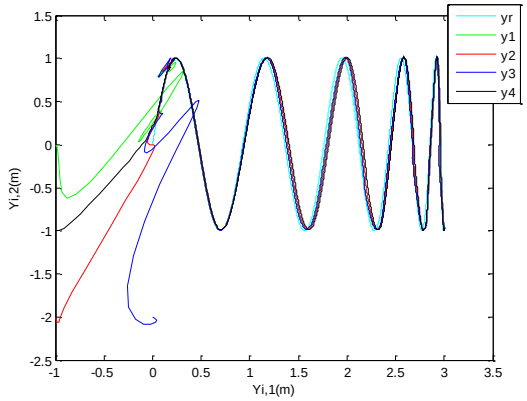
به منظور نمایش اثربخشی طرح ارائه شده، دو مثال شبیه‌سازی در ادامه آورده می‌شود. سیستم چندعاملی شامل ۵ عامل که یکی رهبر و بقیه پیرو هستند می‌باشد. گراف جهت‌دار برای سیستم چندعاملی در شکل ۱ نشان داده شده است. دینامیک عامل‌های پیرو مطابق رابطه ۱ است.

مثال اول: سیگنال رهبر $\mathbf{y}_r(t) = [y_{r1}(t), y_{r2}(t)]^T = [3\sin(0.05t), \sin(t)]^T$ می‌باشد. سیستم دارای ۲ ورودی و ۲ خروجی است؛ به عبارت دیگر $m = 1,2$.

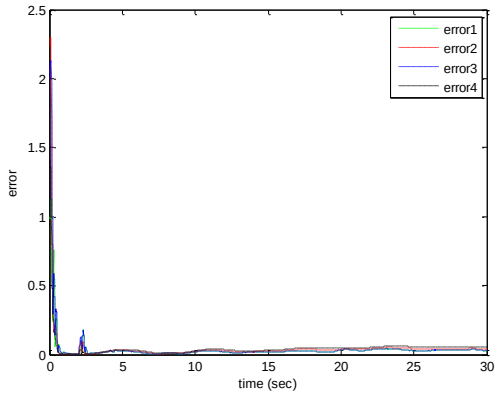


شکل ۱: گراف ارتباطی عامل‌ها

$\mathbf{x}_{i,n_i} = [x_{i,11}, x_{i,12}, x_{i,21}, x_{i,22}]^T$ و $k = 1,2$ ، $i = 1,\ldots,4$ ، $\mathbf{x}_{i,k} = [x_{i,km_1}, x_{i,km_2}]^T = [x_{i,k1}, x_{i,k2}]^T$. موقعیت‌های اولیه $\mathbf{x}_1(0) = [-1,0,1,-1]^T$ ، $\mathbf{x}_2(0) = [-1,-2,1,-3]^T$ ، $\mathbf{x}_3(0) = [0,-2,2,-2]^T$ ، $\mathbf{x}_4(0) = [-1,-1,2,0]^T$ هستند. توابع مدل $\mathbf{f}_{i,1}(\mathbf{x}_{i,1}) = [x_{i,11}\sin(x_{i,11}(t-\tau)), x_{i,12}\sin(x_{i,12}(t-\tau))]^T$ ، $\mathbf{f}_{i,2}(\mathbf{x}_i) = [u_{i,1} + \sin(u_{i,1}) + x_{i,11}(t-\tau)x_{i,22}(t-\tau), u_{i,2} + \sin(u_{i2}) + x_{i,11}(t-\tau)x_{i,22}(t-\tau)]^T$ هستند و پارامترهای طراحی به این صورت انتخاب می‌شوند: $\beta_{i,k,q} = 1$ ، $\alpha_{i,k} = 0.06$ ، $\kappa_{i,k} = 0.01$ ، $\varsigma = 0.1$ ، $\varepsilon_{i,k} = 0.5$ ، $T_{i,k} = 0.01$ ، $\delta_{i,k} = 20$ ، $\delta_{i,n_i} = 15$. در شبیه‌سازی، دو شبکه عصبی پایه‌ای شعاعی برای هر عامل جهت تقریب توابع نامعلوم $H_{i,k}$ استفاده می‌شوند که $i = 1,\ldots,4$ ، $k = 2$ و $m = 2$. بردارهای ورودی شبکه‌های عصبی $\mathbf{z}_{i,1} = [x_{i,1}^T, x_{j,1}^T]^T$ و $\mathbf{z}_{i,k} = \underline{x}_{i,k}$ است. مراکز شبکه‌های عصبی $\boldsymbol{\mu}_{i,1} = [\mu_{i,11}, \mu_{i,12}, \mu_{j,11}, \mu_{j,12}]^T$ و $j \in N_i$ و $\boldsymbol{\mu}_{i,k} = [\mu_{i,k1}, \ldots, \mu_{i,km}]^T$ هستند که $k = 2$ و $m = 2$ است. این مراکز به طور یکنواخت در هر چهار جهت با عرض $\phi_{i,k} = 1.$ بین $[-5,5]$ قرار گرفتند. در هر بازه ۵ نورون قرار دارد. نتایج شبیه‌سازی ناشی از اعمال کنترل‌کننده $\mathbf{u}_i$ به سیستم چندعاملی تاخیردار چندورودی-چندخروجی با مدل اکیداً فیدبک غیرافاین تاخیردار در شکل‌های ۲ تا ۴ نشان داده شده است. خروجی‌های رهبر و پیروها در شکل ۲ نمایش داده شده است. بالازدگی ایجاد شده در شکل۲ در لحظه ای است که سیستم با تاخیر مواجه می‌شود. همانطور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود کنترل‌کننده به سرعت بر تاثیر تاخیر موجود غلبه کرده و به خوبی بین عامل‌های پیرو و عامل رهبر اجماع صورت گرفته است. شکل ۳ خطاهای ردیابی $e_i = \|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_r\|$ در طی همگام‌سازی عامل‌ها را نشان می‌دهد. همانطور که در شکل ۳ نشان داده شده است خطای ردیابی اجماع به در کمتر از چند ثانیه کاهش پیدا کرده و نزدیکی صفر همگرا شده است. بر اساس قضیه ۱ و پارامترهای انتخاب شده، سیگنال‌های کنترلی در شکل ۴ نشان داده شده‌اند. همانگونه که در شکل ۴ مشاهده می‌شود سیگنال‌های کنترلی به خوبی هموار شده‌اند. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که رویکرد ارائه شده قابلیت غلبه بر اثر تاخیر در سیستم را داراست و همه خطاهای ردیابی به طور نیمه سراسری یکنواخت کراندار هستند. همانطور که از نتایج شبیه‌سازی پیداست، اجماع ردیابی با وجود تاخیر بین رهبر و عامل‌ها به طور رضایت‌بخشی حاصل شده است.

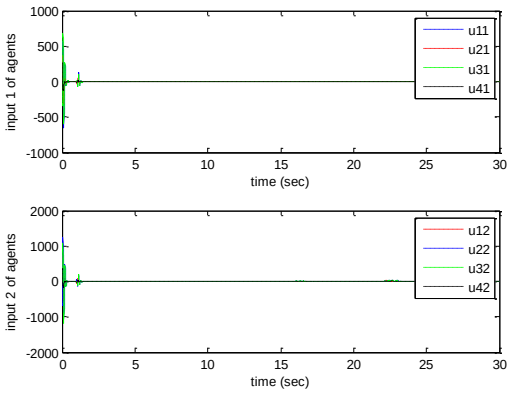


شکل ۲: مسیرهای خروجی رهبر و عامل‌ها



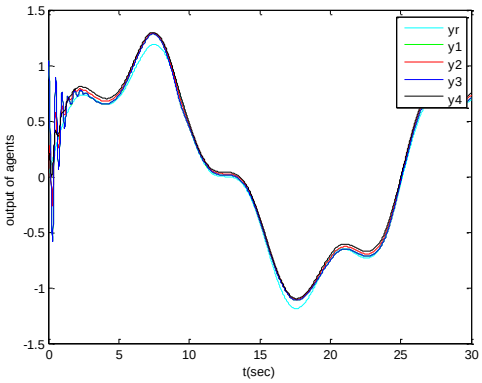
شکل ۳: خطای ردیابی عامل‌ها

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.4.3.4]
[DOI: 10.52547/joc.15.4.25]

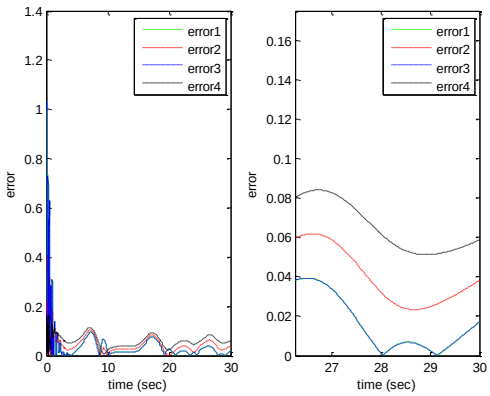


شکل ۴: الف- اولین ورودی عامل‌ها، ب-دومین ورودی عامل‌ها

مثال دوم: کنترل‌کننده سطوح دینامیکی رابطه (۲۶) پژوهش حاضر به مثال مرجع [۲۴] اعمال شده است. متغیرهای حالت $x_{i,k}$ به ازای $i=1,...,4$ و $k=1,2$ مربوط به عوامل پیرو و سیگنال مرجع $y_0=.25\sin(t)+\sin(.25t)$ می‌باشد. همچنین گراف ارتباطی در این مثال مطابق شکل ۱ است. نتایج شبیه‌سازی مطابق شکل‌های ۵ تا ۷ نمایش داده شده است. با توجه به نتایج شبیه‌سازی در شکل‌های ۵ و۶ مشاهده می‌شود که اجماع بین عامل‌های پیرو و سیگنال مرجع به خوبی انجام شده است. در مقایسه با شبیه‌سازی مرجع [۲۴] خطای ردیابی حدوداً ۵۰ درصد کاهش پیدا کرده است. در شکل ۶ قسمت ب که بزرگنمایی شکل ۶ قسمت الف است کاهش خطا به وضوح مشخص است. پیاده‌سازی روش طراحی کنترل‌کننده سطوح دینامیکی برای سیستم‌های غیرخطی اکیداً فیدبک نسبت به روش طراحی بازگشت به عقب پیچیدگی کمتری دارد و ساده‌تر می‌باشد . همانطور که از شکل ۷ مشخص است نوسانات ورودی کنترلی نیز نسبت به مرجع [۲۴] سریعتر برطرف و سیگنال کنترلی هموار شده است. معمولاً عملگرها در مواجهه با نوسانات زیاد کنترل‌کننده خوب عمل نمی‌کنند و به همین دلیل هر چه سیگنال کنترلی نوسانات کمتری داشته باشد در عملکرد بهتر عملگرها موثرتر است.

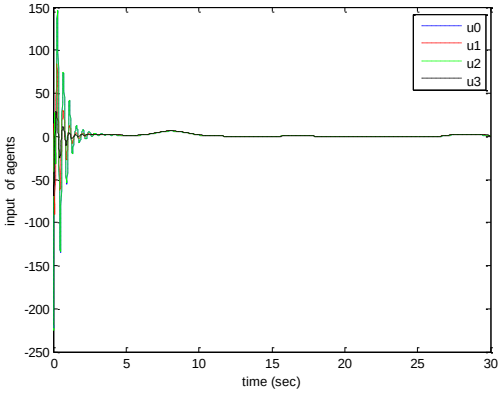


شکل ۵: خروجی عامل‌ها و سیگنال مرجع



گگ

شکل ۶: الف :خطای ردیابی عوامل پیرو و سیگنال مرجع ب: بزرگنمایی خطای ردیابی



شکل۷: ورودی کنترلی عامل‌ها

مثال سوم : در مثالی کاربردی مجموعه‌ای شامل ۵ ربات تک‌محور با دینامیک‌های مختلف که یکی به عنوان عامل رهبر و بقیه عامل‌ها پیرو هستند سیستم تاخیردار چندعاملی را تشکیل می‌دهد. معادله عامل‌های پیرو از رابطه ۵۱ تبعیت میکند.

$$\begin{aligned}\dot{x}_{i,1}&=x_{i,2}\\ \dot{x}_{i,2}&=J_i^{-1}(u_i+B_ix_{i,2}(t-\tau)-M_igl_i\sin(x_{i,1}(t-\tau))\\ y_i&=x_{i,1}\end{aligned}\quad (۵۱)$$

$$\begin{aligned}\dot{x}_{i,1}&=x_{i,2}\\ \dot{x}_{i,2}&=J_i^{-1}(u_i+B_ix_{i,2}(t-\tau)-M_igl_i\sin(x_{i,1}(t-\tau))\\ y_i&=x_{i,1}\end{aligned}$$

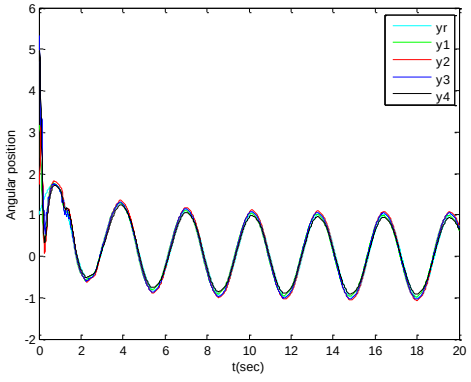
در رابطه تاخیردار ۵۱، $x_{i,1}$ موقعیت زاویه‌ای محور و $x_{i,2}$ سرعت زاویه‌ای آن است. سیستم‌ها به صورت تک ورودی- تک خروجی هستند. u_i ورودی کنترلی هر عامل و J_i اینرسی چرخشی کل محور و موتور، B_i ضریب میرایی و M_i جرم کل محور و l_i نشان‌دهنده فاصله

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.4.3.4]
[DOI: 10.52547/joc.15.4.25]

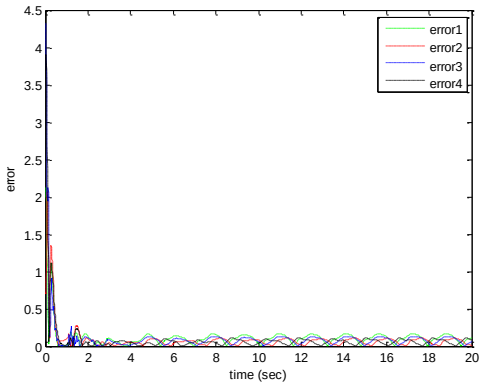
بین محل اتصال به محور و مرکز جرم محور و g شتاب گرانشی است. مقادیر متناظر پارامترهای هر عامل پیرو مطابق جدول ۱ [۲۳] است. شرایط اولیه عامل‌های پیرو به صورت $x_1(0)=[\pi \quad .5]$، $x_2(0)=[.55\pi \quad 1]$، $x_3(0)=[.7\pi \quad 1]$، $x_4(0)=[1.5\pi \quad 5]$ و شرط اولیه عامل رهبر $x_0(0)=[0 \quad 2]$ می‌باشد. هدف از کنترل اجماع توزیع شده در مجموعه ربات‌های تک محور در این مثال، ردیابی مسیر خروجی عامل رهبر بگونه‌ای است که با وجود تاخیر در دینامیک عوامل پیرو اجماع صورت گیرد. عامل رهبر دارای حرکت سینوسی با موقعیت زاویه‌ای $x_{0,1}=\sin(2t)$ و سرعت زاویه‌ای $x_{0,2}=2\cos(2t)$ می‌باشد. کنترل‌کننده u_0 با پارامترهای $M_0=1$، $d_0=2$، $k_0=.5$ به صورت رابطه ۵۲ به ربات رهبر اعمال می‌شود. گراف ارتباطی بین عامل‌ها در این مثال نیز مطابق شکل ۱ است.

$$u_0=(k_0-4M_0)\sin(2t)+2d_0\cos(2t) \qquad (۵۲)$$

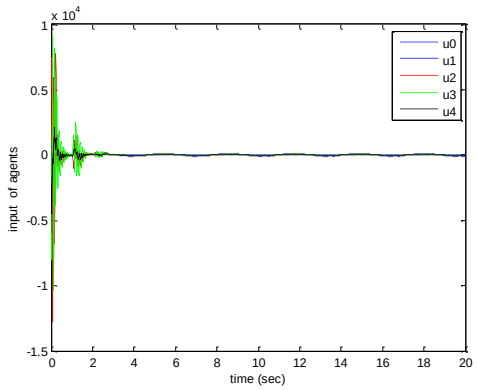
نتایج شبیه‌سازی در شکل‌های ۸ تا ۱۰ نمایش داده شده است. همانطور که از شکل ۸ مشخص است با وجود تاخیر در دینامیک نامعلوم سیستم، اجماع در سیستم چندعاملی به خوبی صورت گرفته است . خطای ردیابی در شکل ۹ نیز این مساله را به خوبی نشان می‌دهد. همانگونه که از شکل ۹ پیداست پس از چندثانیه خطا نزدیک صفر همگرا شده است. ورودی عامل‌ها یا همان کنترل‌کننده‌های طراحی شده برای سیستم بر اساس قضیه ۱ و پارامترهای انتخاب شده در شکل ۱۰ نشان داده شده‌اند. رفتار کنترل‌کننده مطابق شکل ۱۰ نشان می‌دهد که نوسانات کنترل‌کننده سریع برطرف شده و کنترل‌کننده هموار شده است.



شکل۸: موقعیت زاویه‌ای عامل‌ها



شکل۹:خطای ردیابی موقعیت زاویه‌ای عامل‌ها



شکل۱۰:ورودی کنترلی عامل‌ها

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، طراحی کنترل‌کننده سطح دینامیکی بر پایه تطبیقی- عصبی برای اجماع ردیابی توزیع شده سیستم‌های چندعاملی با مدل اکیداً فیدبک غیرافاین با تاخیر نامعلوم تحت گراف ارتباطی جهت‌دار که شامل یک درخت پوشا جهت‌دار است ارائه شد. غیرخطی‌های نامعلوم با بکارگیری شبکه‌های عصبی پایه‌ای شعاعی تقریب زده شدند و اثر تاخیر زمانی به کمک توابع لیاپانوف-کراسوفسکی برطرف شد. به دلیل مشکل پیچیدگی جملات در روش بازگشت به عقب از روش بهینه کنترل سطح دینامیکی استفاده شد. روند پایداری همگرایی خطاهای اجماع به یک همسایگی نزدیک مبدا را تضمین می‌کند. عملکرد روش ارائه شده بر اساس نتایج شبیه‌سازی تایید می‌شود. قابل ذکر است که مقاله حاضر اولین قدم در مطالعه سیستم‌های چندعاملی چندورودی-چند خروجی با مدل اکیداً فیدبک غیرافاین با تاخیر نامعلوم است.

مراجع

[1] Bauso D, Giarré L, Pesenti R. Non-linear protocols for optimal distributed consensus in networks of dynamic agents. Systems & Control Letters. 2006;55(11):918-28.

[2] Hou Z-G, Cheng L, Tan M. Decentralized robust adaptive control for the multiagent system consensus problem using neural networks. IEEE

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.4.3.4]
[DOI: 10.52547/joc.15.4.25]

network and coupling delay. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers. 2011;58(10):2508-19.

[15] Wen G, Duan Z, Yu W, Chen G. Consensus of second-order multi-agent systems with delayed nonlinear dynamics and intermittent communications. International Journal of Control. 2013;86(2):322-31.

[16] Wang C, Zuo Z, Lin Z, Ding Z. Consensus control of a class of Lipschitz nonlinear systems with input delay. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers. 2015;62(11):2730-8.

[17] Li H, Xu L, Xiao L, Lin L, editors. Adaptive second-order leader-following consensus of nonlinear multi-agent systems with time-varying delay. Control and Decision Conference (2014 CCDC), The 26th Chinese; 2014: IEEE.

[18] Yoo SJ. Distributed consensus tracking for multiple uncertain nonlinear strict-feedback systems under a directed graph. IEEE transactions on neural networks and learning systems. 2013;24(4):666-72.

[19] Yoo SJ. Distributed adaptive containment control of uncertain nonlinear multi-agent systems in strict-feedback form. Automatica. 2013;49(7):2145-53.

[20] Shen Q, Shi P. Distributed command filtered backstepping consensus tracking control of nonlinear multiple-agent systems in strict-feedback form. Automatica. 2015;53:120-4.

[21] Zhang Y, Cui G, Zhuang G, Lu J, Li Z. Command filtered backstepping tracking control of uncertain nonlinear strict-feedback systems under a directed graph. Transactions of the Institute of Measurement and Control. 2017;39(7):1027-36.

[22] Gang Wang, Chaoli Wang, Lin Li, Qinghui Du. Distributed adaptive consensus tracking control of higher-order nonlinear strict-feedback multi-agent systems using neural networks,Neurocomputing,2016

[۲۳] م. تاج و م. شهریاری " کنترل اجماع توزیع شده تطبیقی برای دسته‌ای از سیستم‌های چندعاملی غیرخطی نامعین و ناهمگون" مجله کنترل، جلد ۱۳، شماره. ۱، ۱۳۹۸.

[24] K. Chen, J. Wang, Y. Zhang, Z. Liu, Leader-following consensus for a class of nonlinear strick-feedback multiagent systems with state time-delays, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems. (2018).doi: 101109/tsmc.2018.2813399.

[25] Krstic M, Kanellakopoulos I, Kokotovic PV. Nonlinear and adaptive control design: Wiley; 1995.

[26] Swaroop D, Hedrick JK, Yip PP, Gerdes JC. Dynamic surface control for a class of nonlinear systems. IEEE transactions on automatic control. 2000;45(10):1893-9.

Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics). 2009;39(3):636-47.

[3] G.X. Wen CC, YJ. Liu. Neural-network-based adaptive leader-following consensus control for second-order non-linear multi-agent systems. IET Control Theory & Applications 2015; 9:1927-34.

[4] H.G. Sarand BK. Synchronisation of high-order MIMO nonlinear systems using distributed neuro-adaptive control. . International Journal of Systems Science. 2014; 47:2214-24.

[5] Lin Zhao JY, Haisheng Yu. distributed adaptive consensus tracking control for multiple AUVs. seventh international conference on information science and technology,Da Nang Vietnam. 2017.

[6] H.G. Sarand BK. adaptive neural network method for consensus tracking of high order mimo nonlinear multi agent systems. Amirkabir International Journal of Science & Research Modeling, Identification, Simulation & Control,. 2014;46 No. 2:11- 21.

[7] E. Nuno RO, L. Basanez, D. Hill. Synchronization of networks of nonidentical Euler-Lagrange systems with uncertain parameters and communication delays. IEEE Transactions on Automatic Control. 2011;56 935-41.

[8] Abdessameud A, Polushin IG, Tayebi A. Synchronization of Lagrangian Systems With Irregular Communication Delays. IEEE Transactions on Automatic Control. 2014;59(1):187-93.

[9] Min H, Sun F, Wang S, Li H. Distributed adaptive consensus algorithm for networked Euler–Lagrange systems. IET control theory & applications. 2011;5(1):145-54.

[10] Wen G-X, Chen CP, et al. Adaptive NN Consensus Control for a Class of Nonlinear Multi-agent Time-Delay Systems. Systems, Man, and Cybernetics (SMC), 2013 IEEE International Conference on; 2013: IEEE.

[11] Chen, CL Philip, et al. Adaptive consensus control for a class of nonlinear multi-agent time-delay systems using neural networks. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems. 2014; 25(6):1217-1226.

[12] Ma L, Min H, Wang S, Liu Y. Consensus of nonlinear multi-agent systems with self and communication time delays: A unified framework. Journal of the Franklin Institute. 2015;352(3):745-60.

[13] Liu B, Wang X, Su H, Gao Y, Wang L. Adaptive second-order consensus of multi-agent systems with heterogeneous nonlinear dynamics and time-varying delays. Neurocomputing. 2013;118:289-300.

[14] Jia Q, Tang WK, Halang WA. Leader following of nonlinear agents with switching connective

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.4.3.4]
[DOI: 10.52547/joc.15.4.25]

[27] Yoo SJ. Distributed consensus tracking of a class of asynchronously switched nonlinear multi-agent systems. Automatica. 2018;87:421-7.

[28] Yang Y, Yue D. Distributed adaptive consensus tracking for a class of multi-agent systems via output feedback approach under switching topologies. Neurocomputing. 2016;174:1125-32.

[29] Wang W, Dan Wang, and Zhouhua Peng. Distributed containment control for uncertain nonlinear multi-agent systems in non-affine pure-feedback form under switching topologies. Neurocomputing 2015;152:1-10.

[30] Shahvali M, and Khoshnam Shojaei. Distributed adaptive neural control of nonlinear multi-agent systems with unknown control directions. Nonlinear Dynamics 2016;83.4:2213-28.

[31] Zhao Y, Chen G, editors. Distributed adaptive tracking control of non-affine nonlinear multi-agent systems. 2016 Chinese Control and Decision Conference (CCDC); 2016: IEEE.

[32] Lin W, Qian C. Adaptive control of nonlinearly parameterized systems: the smooth feedback case. IEEE Transactions on Automatic control. 2002;47(8):1249-66.

[33] Ge SS, Tee KP. Approximation-based control of nonlinear MIMO time-delay systems. Automatica. 2007;43(1):31-43.

[34] Polycarpou MM, Mears MJ. Stable adaptive tracking of uncertain systems using nonlinearly parametrized on-line approximators. International journal of control. 1998;70(3):363-84.

[35] Slotine J-JE, Li W. Applied nonlinear control: Prentice hall Englewood Cliffs, NJ; 1991.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1400.15.4.3.4]
[DOI: 10.52547/joc.15.4.25]