**مجله کنترل**
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
**مقاله پژوهشی**
جلد۱۶، شماره ۲، تابستان ۱۴۰۱، صفحه ۶۷-۵۵

# تخمین نرخ چرخش خط دید در جستجوگرهای چسبیده به بدنه با استفاده از رویتگر توسعه‌یافته زمان‌گسسته

مهسا جواهری پور[۱]، احمدرضا ولی [۲*]، وحید بهنام گل[۳]، فیروز الهوردیزاده [۴]

[۱] دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی برق، گرایش کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر،تهران، ایران mahsajavaheripour001437@gmail.com

[۲*] دانشیار، پژوهشکده کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران ar.vali@aut.ac.ir

[۳] استادیار، پژوهشکده کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران vahid_behnamgol@mut.ac.ir

[۴] استادیار، پژوهشکده کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران saeed.allahverdizadeh@gmail.com

دریافت: ۱۴۰۰/۰۳/۱۵ ویرایش اول: ۱۴۰۰/۰۷/۱۰ ویرایش دوم: ۱۴۰۰/۰۹/۰۷ پذیرش: ۱۴۰۰/۱۰/۱۷

**چکیده**: نرخ چرخش خط دید، متغیری است که برای محاسبه شتاب اعمالی به موشک‌ها توسط قوانین هدایت تناسبی به‌منظور برخورد با هدف نیاز است. این متغیر معمولا با استفاده از جستجوگرهای طوقه‌دار اندازه‌گیری می‌شود. اما اگر جستجوگر موشک از نوع چسبیده به بدنه باشد، نرخ چرخش خط دید باید از روش‌های مشتق‌گیری از زوایای خروجی جستجوگر و یا تخمین محاسبه شود. روش مشتق‌گیری به‌دلیل نویزی بودن خروجی جستجوگرها مطلوب نبوده و برای رسیدن به خروجی قابل قبول به فیلترهای پایین‌گذر نیاز است که منجر به تاخیر در حلقه هدایت خواهد شد. در این مقاله، رویتگر توسعه‌یافته زمان‌گسسته برای تخمین نرخ چرخش خط دید طراحی خواهد شد. مزیت زمان‌گسسته بودن رویتگر این است که مسائل مربوط به پیاده‌سازی رویتگر بر روی پردازنده‌ها مانند انتخاب زمان نمونه برداری ازمرحله طراحی درنظر گرفته شده و در شبیه‌سازی کامپیوتری بررسی می‌شود.

**کلمات کلیدی:** رویتگر توسعه‌یافته زمان گسسته، تخمین نرخ چرخش خط دید، جستجوگر چسبیده به بدنه، قانون هدایت تناسبی.

# Line of Sight (LOS) rate estimation in strap down seekers using discrete-time extended state observer

**Mahsa Javaheripour, Ahmad Reza Vali*, Vahid Behnam Gol, Firouz Allahverdi Zadeh**

**Abstract:** The line of sight (LOS) rate is a parameter that is needed to calculate the acceleration applied to missiles by the proportional guidance laws in order to hit the target. This rate is usually measured using gimbaled seekers. However, if the type of missile seeker be strap down, the LOS rate must be calculated from deriving the missile's seeker output angles or estimation methodes. The derivation method is not desirable due to the noisy output of the seekers and low pass filters are needed to achieve an acceptable output, which will cause a lag in the guidance loop. In this paper, a discrete time extended state observers will be designed to estimate the LOS rate. The advantage of the time discontinuity of the observer is that issues related to the implementation of the observer on the processors, such as the choice of sampling time, considered from the design level and examined in computer simulation.

**Keywords:** Discrete-time Extended State Observer, LOS rate Estimation, Strap Down Seeker, Proportional Guidance law.



[ Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2024-03-28 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.2.5.9 ]
[ DOI: 10.52547/joc.16.2.55 ]

## ۱- مقدمه

برای رساندن یک موشک به یک نقطه مشخص، باید مسیر حرکت آن کنترل شود. هدایت یک وسیله به‌معنای تولید فرامین لازم جهت کنترل مسیر آن است. وظیفه سیستم هدایت، تعیین موقعیت ویا سرعت نهایی‌ای که موشک باید به آن برسد و تصمیم‌گیری درمورد اقداماتی که باید به‌این منظور انجام شود تا برخورد صورت بگیرد، می‌باشد. سیستم هدایت معمولاً شامل بخش‌های هدایت، ناوبری و کنترل است.

بخش هدایت، متشکل از دو زیر بخش حسگر هدایت و الگوریتم و قانون هدایت می‌باشد. امروزه برای هدایت موشک‌های هدایت شونده، الگوریتم‌ها و قوانین مختلفی وجود دارد. قوانین هدایت در فاز نهایی به دو دسته قوانین هدایت دونقطه‌ای و سه نقطه‌ای تقسیم می‌شوند. خانواده هدایت تناسبی از معروف‌ترین قوانین هدایت دو نقطه‌ای می‌باشند. به‌دلیل سادگی و کارایی بالای این قانون، هنوز هم در فاز نهایی بسیاری از موشک‌ها استفاده می‌شود. علت سادگی این قانون این است که تنها از نرخ چرخش خط دید و سرعت نسبی بین موشک و هدف استفاده می‌کند و از بقیه متغیرها در قانون هدایت استفاده نمی‌شود[۱]. بنابراین در پیاده‌سازی قوانین هدایت تناسبی، نرخ چرخش خط دید متغیر مهمی می‌باشد و برای محاسبه دستور شتاب باید در اختیار سیستم هدایت قرار بگیرد.

برای هدایت موشک، اغلب به‌دست آوردن اطلاعات صحیح در مورد هدف در طول پرواز ضروری است. یکی از روش‌های رایج برای تحقق این کار استفاده از جستجوگرها است[۲]. در جستجوگرهای چسبیده به بدنه، ابزار بینایی به‌طور مستقیم برروی موشک نصب می‌شود اما در جستجوگرهای قاب‌دار ابزار بینایی بر روی قاب‌ها سوار شده‌اند. بنابراین استفاده از جستجوگرهای چسبیده به بدنه نسبت به جستجوگرهای قاب‌دار موجب کاهش هزینه، بالا رفتن قابلیت اطمینان و کاهش وزن موشک می‌شود[۳]. از طرفی جستجوگرهای قاب‌دار به یک سیستم کنترل هم نیاز دارند و نسبت به جستجوگرهای چسبیده به بدنه از ساختار پیچیده‌تری برخوردار می‌باشند. بنابراین در مواردی استفاده از جستجوگرهای چسبیده به بدنه مطلوب‌تر می‌باشد.

اما مهم‌ترین ایرادی که به جستجوگرهای چسبیده به بدنه وارد می‌شود، این است که این جستجوگرها به‌طور مستقیم قادر به اندازه‌گیری نرخ چرخش خط دید نیستند. بنابراین درصورتی‌که از این جستجوگرها استفاده شود، برای پیاده‌سازی قوانین هدایت تناسبی این متغیر باید محاسبه یا تخمین زده شود[۴]. در[۵] روشی برای استخراج نرخ چرخش خط دید با استفاده از اطلاعات جستجوگر چسبیده به بدنه ارائه شده است. هم‌چنین در این مرجع به کاهش هزینه به‌دلیل استفاده از جستجوگر چسبیده به بدنه اشاره شده است. در شرایطی که ممکن است اندازه‌گیری متغیرهای حالت با استفاده از ابزار موجود امکان‌پذیر نباشد، می‌توان از رویتگر برای تخمین حالت‌های سیستم استفاده کرد[۶]. بنابراین درصورت استفاده از جستجوگرهای چسبیده به بدنه می‌توان از رویتگر برای تخمین نرخ چرخش خط دید استفاده کرد. رویتگرهای حالت، تنها قادر به تخمین حالت‌های سیستم می‌باشند. درصورتی‌که سیستم دارای نامعینی باشد، با اضافه کردن نامعینی به‌عنوان متغیر حالت جدید به سیستم می‌توان رویتگر توسعه‌یافته طراحی کرد؛ به‌طوری‌که علاوه بر حالت‌های سیستم قادر است نامعینی را نیز تخمین بزند. در مراجع متعددی از رویتگرهای توسعه‌یافته برای تخمین متغیرهای گوناگون و نامعینی‌ها استفاده شده است. به‌عنوان نمونه، در[۷] برای تخمین نامعینی‌ها و اغتشاشات و در[۸] برای تخمین حالت‌های نامعلوم سیستم از رویتگر توسعه‌یافته استفاده شده است. در[۹] به‌دلیل وجود پارامترهای نامعلوم و اختلالات خارجی از رویتگر خطی توسعه‌یافته به‌منظور تخمین متغیرها برای کشتی‌های زیرسطحی استفاده شده است. الگوریتم هدایت به‌کار رفته در این مرجع از نوع خط دید می‌باشد. در[۱۰] از یک رویتگر خطی توسعه‌یافته برای تخمین ارتعاشات فرکانس پایین در یک سکوی پایدار اینرسی استفاده شده است. مرجع [۱۱] مدل ریاضی یک سیستم تبدیل انرژی باد که سیستمی غیرخطی است را مورد بررسی و تحلیل قرار داده و برای تخمین ولتاژ و جریان شبکه از رویتگر خطی توسعه یافته استفاده کرده است.

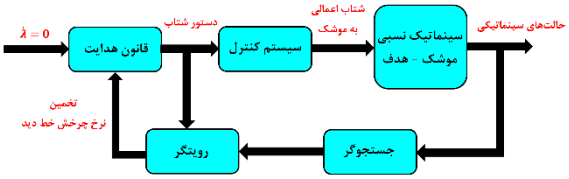
در مسئله پیاده‌سازی رویتگرها بر روی پردازنده، رویتگرهای زمان‌گسسته نسبت رویتگرهای زمان‌پیوسته دارای مزیت‌هایی می‌باشند. یکی از این مزیت‌ها این است که در طراحی رویتگرهای زمان‌گسسته انتخاب زمان نمونه برداری از ابتدای مرحله طراحی در نظر گرفته می‌شود که این‌کار موجب ساده‌تر شدن پیاده‌سازی می‌شود. در[۱۲]، طراحی رویتگر برای سیستم‌های غیرخطی در دو رویکرد مورد بررسی قرار گرفته است. در یک رویکرد براساس مدل تقریبی فرآیند که به‌صورت زمان‌گسسته می‌باشد انجام شده و در رویکرد دوم رویتگر ابتدا بر اساس مدل زمان‌پیوسته فرآیند طراحی‌شده و سپس به‌منظور پیاده‌سازی، گسسته شده است.

محدودیت تخمین نرخ چرخش خط دید توسط رویتگرهای معمول، عدم حذف اثر نویز است. لذا باید این رویتگرها به همراه فیلترهای پایین گذر و یا دیگر فیلترها استفاده شود. روش فیلتر کالمن نیز از روش‌هایی است که امروزه برای تخمین مورد استفاده قرار می‌گیرد. در استفاده از فیلتر کالمن لازم است برای سیستم‌های غیرخطی عملیات خطی‌سازی صورت بگیرد که این امر موجب افزایش خطای تخمین خواهد شد. در انواع دیگر فیلتر کالمن مانند *EKF* و *UKF* نیاز به خطی‌سازی نیست اما این فیلترها دارای محاسبات سنگینی بوده و هم‌چنین ممکن است به اطلاعاتی نیاز داشته باشند که قابل اندازه‌گیری نباشند.

مسئله مورد نظر در این مقاله، طراحی رویتگر توسعه‌یافته زمان‌گسسته برای تخمین نرخ چرخش خط دید با استفاده از داده‌های جستجوگر چسبیده به بدنه می‌باشد. بلوک دیاگرام کلی حلقه هدایت به‌صورت شکل ۱ است:



[ Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2024-03-28 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.2.5.9 ]
[ DOI: 10.52547/joc.16.2.55 ]




شکل ۱: نمودار بلوکی حلقه هدایت

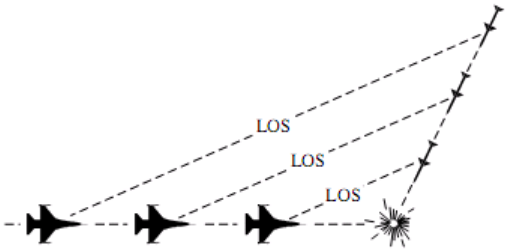
دراین حلقه، وظیفه سیستم هدایت تولید دستور شتاب مناسب برای تضمین برخورد با هدف است. نقش بخش کنترل نیز معادل یک عملگر برای اعمال دستورات سیستم هدایت در حلقه هدایت است. ورودی سینماتیک موشک-هدف نیز شتاب جانبی اعمالی به موشک می‌باشد. سیستم هدایت که از نوع هدایت تناسبی می‌باشد برای محاسبه دستور شتاب به نرخ چرخش خط دید نیاز دارد که این متغیر با طراحی رویتگر و با استفاده از خروجی جستجوگر چسبیده به بدنه که شامل زوایای بین محور طولی و خط دید (در صفحات سمت و فراز ( $\varepsilon_y, \varepsilon_z$ )) می‌باشد، تخمین زده شده و در اختیار سیستم هدایت قرار می‌گیرد.

در این مقاله، قانون هدایت تناسبی مورد نظر، معادلات حاکم بر سینماتیک موشک-هدف، معادلات مربوط به جستجوگر چسبیده تشریح شده و رویتگر توسعه‌یافته زمان‌گسسته برای تخمین نرخ چرخش خط دید طراحی می‌گردد. نتایج رویتگر مورد نظر با نوع دیگری از رویتگر خطی زمان-گسسته مقایسه می‌شود. هم‌چنین عملکرد رویتگر در حضور نویز اندازه-گیری نیز بررسی و نتایج در بخش شبیه‌سازی ارائه می‌شود.

## ۲- قانون هدایت

در این بخش به‌صورت مختصر، قانون هدایت مورد استفاده در حلقه هدایت تشریح می‌شود. قوانین هدایت در فاز نهایی به دو دسته قوانین هدایت دونقطه‌ای و سه نقطه‌ای تقسیم می‌شوند. در قوانین هدایت دونقطه-ای، دو نقطه مهم وجود دارد: جسم هدایت شونده و هدف. این قوانین بر مبنای نرخ چرخش خط دید( خط واصل بین رهگیر و هدف) هستند. این روش‌ها برای زمانی که تعقیب‌کننده هدف را با استفاده از جستجوگر می-بیند یعنی فاز نهایی پرواز مناسب هستند. در قوانین هدایت سه‌نقطه‌ای، سه نقطه مهم عبارت اند از: جسم هدایت شونده، هدف و رهگیر. ردگیر می-تواند در نقطه پرتاب به همراه پرتاب‌کننده یا جدا از آن قرار داشته باشد. خط دید در این حالت با روش‌های دونقطه‌ای تفاوت دارد و خط واصل ردگیر و هدف است. ردگیر وسیله‌ای است که به‌صورت دستی یا خودکار همواره تعقیب‌کننده و هدف را دنبال می‌کند و موقعیت نسبی تعقیب‌کننده را نسبت به هدف اندازه می‌گیرد. به بیانی دیگر، قانون هدایت در این روش‌ها (به‌جر فرمان به خارج خط دید[1]) نگه‌داشتن وسیله روی خط دید است؛ یعنی خود خط دید مهم است و بر خلاف روش‌های دونقطه‌ای، نرخ خط دید در قانون هدایت وارد نمی‌شود. واضح است که در این روش‌ها هدف باید توسط ردگیر مشاهده شود[۱۳].

هدایت تناسبی از قوانین پرکاربرد دونقطه‌ای می‌باشد. این قانون بیان می-کند در صورتی‌که خط دید نسبت به فضای اینرسی نچرخد (این امر زمانی رخ می‌دهد که مولفه‌ی سرعت موشک و هدف در امتداد عمود بر خط دید با یکدیگر برابر باشند) و فاصله‌ی موشک و هدف در حال کم شدن باشد برخورد صورت می‌گیرد. شکل ۲ گویای این مسئله می‌باشد.




شکل ۲: نحوه عملکرد موشک در قانون هدایت ناوبری تناسبی

قانون هدایت استفاده شده در این مقاله، ناوبری تناسبی حقیقی($TPN$)[2] بوده که از قوانین هدایت تناسبی می‌باشد. از آنجا که در قوانین ناوبری تناسبی برای برخورد موشک باهدف، لازم است که نرخ چرخش خط دید صفر گردد، بنابراین اگر شتاب محاسبه شده توسط قانون هدایت به‌جای عمود بر بردار سرعت موشک (در قانون ناوبری تناسبی محض($PPN$)[3] در راستای عمود بر خط دید اعمال شود، تاثیر بیشتری در صفر کردن نرخ چرخش خط دید خواهد داشت.

شتاب محاسبه شده توسط ناوبری تناسبی حقیقی بصورت زیر است:

$$a_{m,\lambda} = NV_c\dot{\lambda} \qquad (۱)$$

با توجه به اینکه اکثر موشک‌های آشیانه‌یاب در فاز نهایی از کنترل آیرودینامیکی استفاده می‌کنند و با این نوع سیستم کنترل تنها امکان دستور شتاب جانبی در راستای عمود بر راستای طولی موشک فراهم می‌باشد، لذا در این موشک‌ها باید ناوبری تناسبی حقیقی را برای اعمال در راستای عمود بر بردار سرعت موشک اصلاح نمود. برای این منظور دستور شتاب جانبی به صورت زیر خواهد بود[۱۴]:

$$a_m = \frac{NV_c\dot{\lambda}}{\mathrm{Cos}(\gamma_m - \lambda)} \qquad (۲)$$

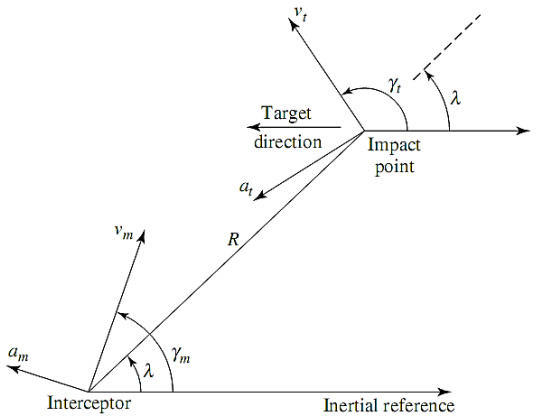
## ۳- سینماتیک نسبی موشک-هدف [۱۴]

در شکل ۳، هندسه‌ی درگیری دوبعدی درگیری موشک و هدف مشاهده می‌شود:

[1] COLOS
[2] True Proportional Navigation
[3] Pure Proportional Navigation



[ Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2024-03-28 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.2.5.9 ]
[ DOI: 10.52547/joc.16.2.55 ]




شکل ۳: هندسه‌ی دوبعدی درگیری موشک و هدف[۱۴]

در این شکل، $R$ بیان‌گر برد نسبی بین موشک و هدف، $\lambda$ زاویه‌ی بین خط دید و خط مرجع، $\gamma_m$ زاویه‌ی مسیر پرواز موشک با خط مرجع، $\gamma_t$ زاویه‌ی مسیر پرواز هدف با خط مرجع، $a_m$ بردار شتاب جانبی موشک، $a_t$ بردار شتاب جانبی هدف، $V_m$ بردار سرعت طولی موشک و $V_t$ بردار سرعت طولی هدف می‌باشد.

سرعت نزدیک‌شدن موشک به هدف ( $V_c = -\dot{R}$ ) بیانگر اختلاف سرعت موشک با هدف در راستای خط دید می‌باشد که از تفریق مولفه‌های سرعت آن‌ها در راستای خط دید بصورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\dot{R} = V_t \,\mathrm{Cos}(\gamma_t - \lambda) - V_m \,\mathrm{Cos}(\gamma_m - \lambda) \tag{۳}$$

هم‌چنین، سرعت نسبی جانبی بین موشک و هدف که باعث چرخیدن خط دید خواهد شد، از تفریق مولفه‌های سرعت آن‌ها در راستای عمود بر خط دید به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$V_\lambda = R\dot{\lambda} = V_t \,\mathrm{Sin}(\gamma_t - \lambda) - V_m \,\mathrm{Sin}(\gamma_m - \lambda) \tag{۴}$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\dot{\lambda} = \frac{V_t \,\mathrm{Sin}(\gamma_t - \lambda) - V_m \,\mathrm{Sin}(\gamma_m - \lambda)}{R} \tag{۵}$$

نرخ تغییرات زاویه پرواز موشک و هدف مطابق زیر می‌باشد:

$$\dot{\gamma}_m = \frac{a_m}{V_m} \tag{۶}$$

$$\dot{\gamma}_t = \frac{a_t}{V_t} \tag{۷}$$

با مشتق‌گیری از رابطه‌ی (۳) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}\ddot{R} &= \dot{V}_t \,\mathrm{Cos}(\gamma_t - \lambda) - V_t(\dot{\gamma}_t - \dot{\lambda})\,\mathrm{Sin}(\gamma_t - \lambda) \\ &\quad - \dot{V}_m \,\mathrm{Cos}(\gamma_m - \lambda) + V_m(\dot{\gamma}_m - \dot{\lambda})\,\mathrm{Sin}(\gamma_m - \lambda) \\ &= \dot{V}_t \,\mathrm{Cos}(\gamma_t - \lambda) - V_t\dot{\gamma}_t \,\mathrm{Sin}(\gamma_t - \lambda) + V_t\dot{\lambda}\,\mathrm{Sin}(\gamma_t - \lambda) \\ &\quad - \dot{V}_m \,\mathrm{Cos}(\gamma_m - \lambda) + V_m\dot{\gamma}_m \,\mathrm{Sin}(\gamma_m - \lambda) - V_m\dot{\lambda}\,\mathrm{Sin}(\gamma_m - \lambda)\end{aligned} \tag{۸}$$

با جایگذاری روابط (۴) و (۶) و (۷) در معادله (۸)، رابطه (۹) حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned}\ddot{R} &= \dot{V}_t \,\mathrm{Cos}(\gamma_t - \lambda) - a_t \,\mathrm{Sin}(\gamma_t - \lambda) \\ &\quad + \dot{\lambda}(V_t \,\mathrm{Sin}(\gamma_t - \lambda) - V_m \,\mathrm{Sin}(\gamma_m - \lambda)) \\ &\quad - \dot{V}_m \,\mathrm{Cos}(\gamma_m - \lambda) + a_m \,\mathrm{Sin}(\gamma_m - \lambda) \\ &= R\dot{\lambda}^2 + \dot{V}_t \,\mathrm{Cos}(\gamma_t - \lambda) - a_t \,\mathrm{Sin}(\gamma_t - \lambda) \\ &\quad - \dot{V}_m \,\mathrm{Cos}(\gamma_m - \lambda) + a_m \,\mathrm{Sin}(\gamma_m - \lambda)\end{aligned} \tag{۹}$$

هم‌چنین با مشتق‌گیری از رابطه (۵) نیز می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}\ddot{\lambda} &= \frac{-\dot{R}\dot{\lambda} + \dot{V}_t \,\mathrm{Sin}(\gamma_t - \lambda) + V_t(\dot{\gamma}_t - \dot{\lambda})\,\mathrm{Cos}(\gamma_t - \lambda)}{R} \\ &\quad + \frac{-\dot{V}_m \,\mathrm{Sin}(\gamma_m - \lambda) - V_m(\dot{\gamma}_m - \dot{\lambda})\,\mathrm{Cos}(\gamma_m - \lambda)}{R} \\ &= \frac{-\dot{R}\dot{\lambda} + V_t\dot{\gamma}_t \,\mathrm{Cos}(\gamma_t - \lambda) - V_t\dot{\lambda}\,\mathrm{Cos}(\gamma_t - \lambda)}{R} \\ &\quad + \frac{+\dot{V}_t \,\mathrm{Sin}(\gamma_t - \lambda) - V_m\dot{\gamma}_m \,\mathrm{Cos}(\gamma_m - \lambda)}{R} \\ &\quad + \frac{V_m\dot{\lambda}\,\mathrm{Cos}(\gamma_m - \lambda) - \dot{V}_m \,\mathrm{Sin}(\gamma_m - \lambda)}{R}\end{aligned} \tag{۱۰}$$

با جایگذاری روابط (۳) و (۶) و (۷) در معادله (۱۰)، رابطه (۱۱) حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned}\ddot{\lambda} &= \frac{-\dot{R}\dot{\lambda} + \dot{V}_t \,\mathrm{Sin}(\gamma_t - \lambda) + a_t \,\mathrm{Cos}(\gamma_t - \lambda)}{R} \\ &\quad + \frac{-\dot{\lambda}(V_t \,\mathrm{Cos}(\gamma_t - \lambda) - V_m \,\mathrm{Cos}(\gamma_m - \lambda))}{R} \\ &\quad + \frac{-\dot{V}_m \,\mathrm{Sin}(\gamma_m - \lambda) - a_m \,\mathrm{Cos}(\gamma_m - \lambda)}{R} \\ &= \frac{-2\dot{R}\dot{\lambda} + \dot{V}_t \,\mathrm{Sin}(\gamma_t - \lambda) + a_t \,\mathrm{Cos}(\gamma_t - \lambda)}{R} \\ &\quad + \frac{-\dot{V}_m \,\mathrm{Sin}(\gamma_m - \lambda) - a_m \,\mathrm{Cos}(\gamma_m - \lambda)}{R}\end{aligned} \tag{۱۱}$$

حال با در نظر گرفتن متغیرهای حالت به‌صورت:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \\ \dot{R} \\ \lambda \\ \dot{\lambda} \\ \gamma_m \\ \gamma_t \end{bmatrix} \tag{۱۲}$$

و هم‌چنین استفاده از معادلات (۳)، (۵)، (۶)، (۷)، (۹) ، (۱۱) معادلات حرکت به‌صورت زیر خواهد بود:



[ Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2024-03-28 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.2.5.9 ]
[ DOI: 10.52547/joc.16.2.55 ]

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\\ \dot{x}_4\\ \dot{x}_5\\ \dot{x}_6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x_2\\ x_1x_4^2\\ x_4\\ \dfrac{-2x_2x_4}{x_1}\\ 0\\ 0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ \mathrm{Sin}(x_5-x_3)\\ 0\\ \dfrac{-\mathrm{Cos}(x_5-x_3)}{x_1}\\ \dfrac{1}{V_m}\\ 0\end{bmatrix}u+D \qquad (۱۳)$$

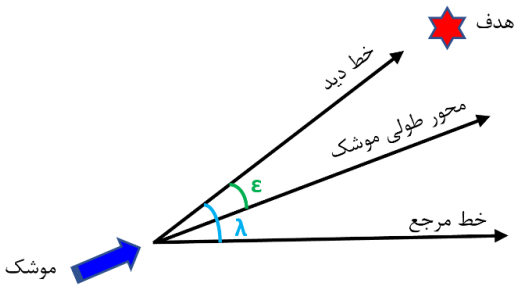
$$y=x_3$$

که $u=a_m$ ورودی و $y=\lambda$ خروجی سیستم می‌باشد. از آن‌جایی که در درگیری، اطلاع دقیقی از متغیرهایی مانند سرعت و شتاب هدف وجود ندارد، بنابراین جملاتی که شامل سرعت و شتاب هدف می‌باشند را به‌همراه جملات دارای مشتق سرعت موشک و هدف را می‌توان به‌عنوان نامعینی سیستم ( $D$ ) در نظر گرفت که با توجه به روابط، مطابق زیر می‌باشد:

$$D=\begin{bmatrix}0\\ \dot{V}_t\,\mathrm{Cos}(x_6-x_3)-a_t\,\mathrm{Sin}(x_6-x_3)-\dot{V}_m\,\mathrm{Cos}(x_5-x_3)\\ 0\\ \dfrac{\dot{V}_t\,\mathrm{Sin}(x_6-x_3)+a_t\,\mathrm{Cos}(x_6-x_3)-\dot{V}_m\,\mathrm{Sin}(x_5-x_3)}{x_1}\\ 0\\ \dfrac{a_t}{V_t}\end{bmatrix} \qquad (۱۴)$$

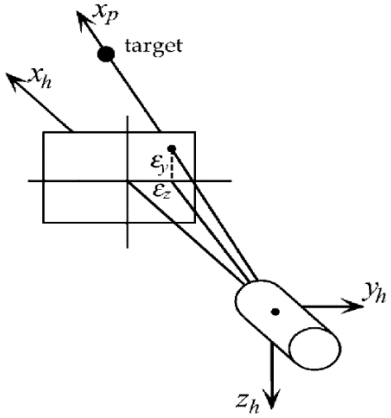
## ٤- جستجوگر چسبیده به بدنه

در جستجوگرهای چسبیده به بدنه، خروجی سر جستجوگر، زاویه محور جستجوگر با خط دید هدف از رهگیر می‌باشد و این زاویه باید صفر گردد تا برخورد صورت گیرد. به این زاویه، زاویه خطای ردیابی ( $\varepsilon$ ) می‌گویند که در شکل ۴ نمایش داده شده است[۱۴]:




شکل ۴: چگونگی اندازه‌گیری خطای ردیابی توسط جستجوگر

زوایای خروجی جستجوگر چسبیده به بدنه در صفحات سمت و فراز مطابق شکل ۵ است:




شکل ۵: زوایای خروجی جستجوگر چسبیده به بدنه در صفحات سمت و فراز[۱۵]

$\varepsilon_z, \varepsilon_y$ به‌ترتیب زوایای خروجی جستجوگر در صفحه فراز و سمت می‌باشد که بیانگر اختلاف زاویه میان محور طولی موشک و خط دید بین موشک و هدف می‌باشد.

همانطور که در شکل ۵ مشخص است، در این مسئله با دو دستگاه سروکار داریم:

- دستگاه مختصات جستجوگر
- دستگاه مختصات خط دید

چنانچه جستجوگر خطای نصبی نسبت به بدنه نداشته باشد، می‌توان دستگاه جستجوگر را همان دستگاه چسبیده به بدنه (دستگاه بدنی) در نظر گرفت.

با توجه به شکل ۵ ، دستگاه جستجوگر با دو دوران حول محورهای مختصات، بر دستگاه $LOS$ منطبق می‌شود. دوران اول، به اندازه زاویه $\varepsilon_z$ حول محور $z$ و دوران دوم به اندازه زاویه $\varepsilon_y$ حول محور $y$. بنابراین، اگر دستگاه جستجوگر که منطبق بر دستگاه بدنی موشک می‌باشد را با $B$ و دستگاه $LOS$ را با $L$ نمایش دهیم، ماتریس تبدیل دستگاه $B$ به $L$ به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$L_{LB}=\begin{bmatrix}\mathrm{Cos}\,\varepsilon_y\,\mathrm{Cos}\,\varepsilon_z & \mathrm{Cos}\,\varepsilon_y\,\mathrm{Sin}\,\varepsilon_z & -\mathrm{Sin}\,\varepsilon_y\\ -\mathrm{Sin}\,\varepsilon_z & \mathrm{Cos}\,\varepsilon_z & 0\\ \mathrm{Sin}\,\varepsilon_y\,\mathrm{Cos}\,\varepsilon_z & \mathrm{Sin}\,\varepsilon_y\,\mathrm{Sin}\,\varepsilon_z & \mathrm{Cos}\,\varepsilon_y\end{bmatrix} \qquad (۱۵)$$

اگر $\begin{bmatrix}p_s\\ q_s\\ r_s\end{bmatrix}$ بردار سرعت زاویه‌ای در دستگاه بدنی و $\begin{bmatrix}\omega_x\\ \omega_y\\ \omega_z\end{bmatrix}$ بردار سرعت زاویه‌ای در دستگاه $LOS$ باشد، اختلاف این دوبردار در دستگاه $LOS$ مطابق زیر می‌باشد[۱۵]:

[ Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2024-03-28 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.2.5.9 ]
[ DOI: 10.52547/joc.16.2.55 ]

$$\begin{bmatrix}\omega_x\\ \omega_y\\ \omega_z\end{bmatrix}-L_{LB}\begin{bmatrix}p_s\\ q_s\\ r_s\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\dot{\varepsilon}_z\,\mathrm{Sin}\,\varepsilon_y\\ \dot{\varepsilon}_y\\ \dot{\varepsilon}_z\,\mathrm{Cos}\,\varepsilon_y\end{bmatrix} \quad (۱۶)$$

با جایگذاری ماتریس $L_{LB}$ در رابطه (۱۶)، رابطه (۱۷) حاصل می‌شود:

$$\begin{cases}\omega_x-(p_s\,\mathrm{Cos}\,\varepsilon_y\,\mathrm{Cos}\,\varepsilon_z+q_s\,\mathrm{Cos}\,\varepsilon_y\,\mathrm{Sin}\,\varepsilon_z-r_s\,\mathrm{Sin}\,\varepsilon_y)=\\ \quad-\dot{\varepsilon}_z\,\mathrm{Sin}\,\varepsilon_y\\ \omega_y-(-p_s\,\mathrm{Sin}\,\varepsilon_z+q_s\,\mathrm{Cos}\,\varepsilon_z)=\dot{\varepsilon}_y\\ \omega_z-(p_s\,\mathrm{Sin}\,\varepsilon_y\,\mathrm{Cos}\,\varepsilon_z+q_s\,\mathrm{Sin}\,\varepsilon_y\,\mathrm{Sin}\,\varepsilon_z+r_s\,\mathrm{Cos}\,\varepsilon_y=\\ \quad\dot{\varepsilon}_z\,\mathrm{Cos}\,\varepsilon_y\end{cases} \quad (۱۷)$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}\dot{\varepsilon}_y=\omega_y+p_s\,\mathrm{Sin}\,\varepsilon_z-q_s\,\mathrm{Cos}\,\varepsilon_z\\ \dot{\varepsilon}_z=\dfrac{\omega_z}{\mathrm{Cos}\,\varepsilon_y}-r_s-(p_s\,\mathrm{Cos}\,\varepsilon_z+q_s\,\mathrm{Sin}\,\varepsilon_z)\,\mathrm{Tan}\,\varepsilon_y\end{cases} \quad (۱۸)$$

زوایای $\varepsilon_z,\varepsilon_y$ به‌دلیل وجود محدودیت در زاویه دید جستجوگر، زوایای کوچکی هستند. بنابراین، با تقریب‌های $\mathrm{Sin}\,\varepsilon=0$ و $\mathrm{Cos}\,\varepsilon=1$ رابطه (۱۸) به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\begin{cases}\dot{\varepsilon}_y=\omega_y-q_s+p_s\varepsilon_z\\ \dot{\varepsilon}_z=\omega_z-r_s-p_s\varepsilon_y\end{cases} \quad (۱۹)$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}\dot{\lambda}_y=\omega_y=\dot{\varepsilon}_y+q_s-p_s\varepsilon_z\\ \dot{\lambda}_z=\omega_z=\dot{\varepsilon}_z+r_s+p_s\varepsilon_y\end{cases} \quad (۲۰)$$

که $\omega_y$ و $\omega_z$ به‌ترتیب بیانگر نرخ چرخش خط دید در صفحه فراز و سمت در دستگاه $LOS$ می‌باشند.

با انتگرال‌گیری از رابطه (۲۰)، زاویه خط دید در صفحه فراز و سمت به‌دست می‌آید[۱۵]:

$$\begin{cases}\lambda_y=\varepsilon_y+\int q_s dt-\int p_s\varepsilon_z dt\\ \lambda_z=\varepsilon_z+\int r_s dt+\int p_s\varepsilon_y dt\end{cases} \quad (۲۱)$$

بنابراین با استفاده از دو رابطه (۲۰) و (۲۱)، زاویه خط دید و نرخ چرخش خط دید در دوصفحه فراز و سمت در دستگاه $LOS$ به‌دست می‌آید.

## ۵- طراحی رویتگر

در این بخش، ابتدا ساختار رویتگر توسعه‌یافته زمان‌گسسته بررسی شده و پایداری آن اثبات می‌گردد. سپس رویتگر پیشنهادی با هدف تخمین نرخ چرخش خط دید برای سیستم مورد نظر طراحی می‌گردد.

### ۵-۱- ساختار رویتگر توسعه‌یافته زمان‌گسسته

سیستم غیرخطی زمان‌گسسته‌ای به‌همراه نامعینی $f(x(k))$ که تابعی غیرخطی از حالت‌های سیستم است، مطابق زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{cases}x_i(k+1)=x_{i+1}(k)\\ \vdots\\ x_n(k+1)=f(x(k))+g(x(k))u(k)\\ y(k)=x_1(k)\end{cases} \quad (۲۲)$$

برای تخمین تابع $f(x(k))$ با اضافه‌کردن متغیرحالت $x_{n+1}(k)=f(x(k))$ به معادلات فضای حالت سیستم و با طراحی رویتگر توسعه‌یافته، می‌توان این تابع را تخمین زد.

**فرضیه ۱:** با ورودی کنترلی محدود u، مقدار ثابت $M_f$ مثبتی وجود دارد به‌طوری که $x$ در رابطه (۲۲) محدود شده و رابطه زیر برقرار می‌شود[۱۶]:

$$\left|f(x(k))\right|\le M_f \quad (۲۳)$$

رویتگر خطی توسعه‌یافته زمان‌گسسته برای سیستم (۲۲) به‌صورت زیر نوشته می‌شود[۱۶]:

$$\begin{cases}\hat{x}_i(k+1)=\hat{x}_{i+1}(k)+a_i\varepsilon^{n-i}\,\dfrac{y(k)-\hat{x}_1(k)}{\varepsilon^n}\\ \vdots\\ \hat{x}_n(k+1)=\hat{x}_{n+1}(k)+a_n\,\dfrac{y(k)-\hat{x}_1(k)}{\varepsilon^n}+g(x(k))u(k)\\ \hat{x}_{n+1}(k+1)=a_{n+1}\,\dfrac{y(k)-\hat{x}_1(k)}{\varepsilon^{n+1}}\\ \hat{y}(k)=\hat{x}_1(k)\end{cases} \quad (۲۴)$$

که $i\in\{1,...,n-1\}$ ، $\hat{x}=\left[\hat{x}_1,...,\hat{x}_{n+1}\right]^T\in R^{n+1}$ متغیرهای حالت تخمین زده شده و $\varepsilon$ متغیر بهره می‌باشد که مثبت فرض شده است و با تنظیم این متغیر می‌توان عملکرد رویتگر را بهبود بخشید. هم‌چنین $a_{n+1}\neq 0$ می‌باشد. در سیستم مورد نظر، فرض کرده‌ایم تابع $f(.)$ نامعین می‌باشد و تنها کران بالای آن که در فرضیه ۱ از آن صحبت کردیم، مشخص می‌باشد.

خطای تخمین به‌صورت رابطه (۲۵) تعریف می‌شود:

$$e_i(k)=x_i(k)-\hat{x}_i(k)\qquad 1\le i\le n+1 \quad (۲۵)$$

که $e=\left[e_1,...,e_{n+1}\right]^T$ می‌باشد.

در ادامه، عملکرد رویتگر و پایداری آن بررسی می‌شود.

**قضیه:** با توجه به سیستم و رویتگر طراحی‌شده اگر رابطه‌ی(۲۳) برقرار باشد، برای هر مقدار اولیه $x(k)$ و $\hat{x}(k)$ ، $0\prec\varepsilon_0$ و $0\prec M_\sigma(\varepsilon)$ ای وجود دارد به‌طوری‌که[۱۶]:

$$\begin{aligned}&\forall\varepsilon\in(0,\varepsilon_0),\ \lim_{k\to\infty}\ Sup\left|x_i(k)-\hat{x}_i(k)\right|\to\infty\\ &\forall\varepsilon\in\left[\varepsilon_0,\infty\right),\ \lim_{k\to\infty}\ Sup\left|x_i(k)-\hat{x}_i(k)\right|\le\varepsilon^{n+1-i}M_\sigma(\varepsilon)\\ &\qquad 1\le i\le n+1\end{aligned} \quad (۲۶)$$

**اثبات:** به‌منظور بررسی خطای بین $x_i(k)$ و $\hat{x}_i(k)$، تابع $\sigma_i$ به‌صورت زیر تعریف می‌شود:



[ Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2024-03-28 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.2.5.9 ]
[ DOI: 10.52547/joc.16.2.55 ]

$$\sigma_i(k) = (x_i(k) - \hat{x}_i(k)) / \varepsilon^{n+1-i} \quad i \in \{1,...,n+1\} \tag{۲۷}$$

با توجه به معادلات (۲۲) و (۲۴)، رابطه (۲۸) به‌دست می‌آید:

$$\begin{cases} \sigma_i(k+1) = -\dfrac{a_i}{\varepsilon}\sigma_1(k) + \dfrac{1}{\varepsilon}\sigma_{i+1}(k), i \in \{1,2,...,n\} \\ \sigma_{n+1}(k+1) = -\dfrac{a_{n+1}}{\varepsilon}\sigma_1(k) + x_{n+1}(k+1) \end{cases} \tag{۲۸}$$

رابطه (۲۸) را می‌توان به فرم زیر نوشت:

$$\sigma(k+1) = A\sigma(k) + Bx_{n+1}(k+1) \tag{۲۹}$$

که:

$$A = \frac{1}{\varepsilon}\begin{bmatrix} -a_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_n & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -a_{n+1} & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \tag{۳۰}$$

سپس، ماتریس $\breve{A}$ طوری تعریف می‌شود که رابطه $\breve{A} = \varepsilon A$ برقرار شود. معادله مشخصه ماتریس $\breve{A}$ تحت عنوان $D_{\breve{A}}(\lambda)$ به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$D_{\breve{A}}(\lambda) = \lambda^{n+1} + a_1\lambda^n + ... + a_n\lambda + a_{n+1} \tag{۳۱}$$

با توجه به رابطه (۳۱) مقادیر ویژه ماتریس $\breve{A}$ برابر $\{\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_{n+1}\}$ می‌باشد. بنابراین، با توجه به رابطه $\breve{A} = \varepsilon A$، مقادیر ویژه ماتریس $A$ نیز برابر $\left\{\dfrac{\lambda_1}{\varepsilon}, \dfrac{\lambda_2}{\varepsilon}, ..., \dfrac{\lambda_{n+1}}{\varepsilon}\right\}$ می‌باشد.

شعاع طیفی ماتریس $A$ که با $r(A)$ نمایش داده می‌شود، مطابق رابطه (۳۲) می‌باشد:

$$r(A) = \max\left\{\frac{|\lambda_1|}{\varepsilon}, \frac{|\lambda_2|}{\varepsilon}, ..., \frac{|\lambda_{n+1}|}{\varepsilon}\right\} \tag{۳۲}$$

هم‌چنین برای ماتریس $\breve{A}$ نیز می‌توان نوشت:

$$r(\breve{A}) = \max\{|\lambda_1|, |\lambda_2|, ..., |\lambda_{n+1}|\} \tag{۳۳}$$

سپس، $\varepsilon_0$ را به‌صورت $\varepsilon_0 = r(\breve{A})$ تعریف می‌کنیم. با توجه به رابطه‌ی (۳۳) ، اگر $\varepsilon \prec \varepsilon_0$ باشد، بنابراین $r(A) \succ 1$ خواهد شد. این بدین معنی است که تمامی مقادیر ویژه ماتریس $A$ داخل دایره واحد قرار نخواهند گرفت و $\sigma(k)$ واگرا خواهد بود. بنابراین، برای تضمین عملکرد صحیح رویتگر توسعه‌یافته طراحی شده، لازم است $\varepsilon \succ \varepsilon_0$ باشد.

اگر مقادیر ویژه ماتریس $A$ داخل دایره واحد باشند یعنی $\left|\dfrac{\lambda_i}{\varepsilon}\right| \prec 1$ باشد، سیستم (۲۹) پایدار مجانبی و پایدار *BIBS*[1] خواهد بود. به‌دلیل محدود بودن $x_{n+1}(k)$ به‌طوری که $|x_{n+1}(k)| \prec M_f$ باشد، محدودیت $\sigma(k)$ برای پایداری *BIBS* رابطه (۲۹) می‌تواند به‌دست آید. بنابراین، $M'_f \succ 0$ ای وجود دارد که رابطه‌ی (۳۴) برقرار شود:

$$\|\sigma(k)\|_\infty \prec M'_f \tag{۳۴}$$

هم‌چنین، با توجه به تعریف $\sigma(k)$ از رابطه‌ی (۲۷) می‌توان نوشت:

$$\lim_{k\to\infty} Sup|x_i(k) - \hat{x}_i(k)| \le \varepsilon^{n+1-i} M'_\sigma(\varepsilon) \tag{۳۵}$$

حال به بررسی حالت $\varepsilon = \varepsilon_0$ می‌پردازیم. اگر این رابطه برقرار شود، دینامیک خطای رویت سیستم پایدار مرزی می‌باشد. باتوجه به محدودیت $x_{n+1}(k)$، $M''_\sigma(\varepsilon)$ ای وجود دارد به‌گونه‌ای که رابطه‌ی زیر برقرار شود:

$$\lim_{k\to\infty} Sup|x_i(k) - \hat{x}_i(k)| \le \varepsilon^{n+1-i} M''_\sigma(\varepsilon) \tag{۳۶}$$

بنابراین، با تعریف $M_\sigma(\varepsilon)$ به‌صورت:

$$M_\sigma(\varepsilon) = \max\{M'_\sigma(\varepsilon), M''_\sigma(\varepsilon)\} \tag{۳۷}$$

فرض اثبات می‌شود[۱۶].

## ۵-۲- طراحی رویتگر حلقه هدایت

برای تخمین نرخ چرخش خط دید با استفاده از زاویه خط دید به‌عنوان متغیر اندازه‌گیری شونده، می‌توان سیستم را با انجام تغییر متغیر به‌صورت زیر ساده کرد:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_2 \\ f(t) + gu \end{bmatrix} \\ y = z_1 \end{cases} \tag{۳۸}$$

که:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} \\ f(t) = \dfrac{-2\dot{R}\dot{\lambda} + \dot{V}_t \operatorname{Sin}(\gamma_t - \lambda) + a_t \operatorname{Cos}(\gamma_t - \lambda)}{R} \\ \qquad - \dfrac{\dot{V}_m \operatorname{Sin}(\gamma_m - \lambda)}{R} \end{cases} \tag{۳۹}$$

برای طراحی رویتگر، ابتدا باید از رویت‌پذیری سیستم (۳۸) اطمینان حاصل کرد. از آن‌جا که این سیستم سیستمی غیرخطی می‌باشد، بنابراین رویت پذیری آن باید از طریق رویت‌پذیری سیستم‌های غیرخطی بررسی شود.

**قضیه:** سیستم غیرخطی بدون ورودی به فرم زیر را در نظر بگیرید:

[1] Bounded-Input-Bounded-State



[ Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2024-03-28 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.2.5.9 ]
[ DOI: 10.52547/joc.16.2.55 ]

$$\psi_{nl}\begin{cases}\dot{x}=f(x)\\ y=h(x)\end{cases} \quad (۴۰)$$

تحقق فضای حالت بالا در یک همسایگی $U_0 \subset D$ شامل مبدا به‌طور محلی رویت پذیر است اگر[۱۷]:

$$rank\left(\begin{bmatrix}\nabla h\\ \dots\\ \nabla L_f^{n-1}h\end{bmatrix}\right)=n \qquad \forall x\in U_0 \quad (۴۱)$$

با توجه به قضیه بیان شده برای بررسی رویت‌پذیری سیستم (۳۹)، در صورتی این سیستم رویت‌پذیر است که $rank(\{\nabla h,\nabla L_f h\})=2$ باشد. در این‌صورت با طرحی رویتگر، میتوان متغیرهای مورد نظر را تخمین زد. بنابراین:

$$\begin{cases}\nabla h=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\\ \nabla L_f h=\begin{bmatrix}0 & 1\end{bmatrix}\end{cases} \quad (۴۲)$$

در نتیجه $rank(\{\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0 & 1\end{bmatrix}\})=2$ است و سیستم (۳۸) رویت‌پذیر می‌باشد.

حال با استفاده از ساختار رویتگر توسعه‌یافته زمان‌گسسته‌ای که در بخش ۵-۱ معرفی شد، رویتگر با هدف تخمین نرخ چرخش خط دید با فرض صفر بودن مشتق نامعینی طراحی خواهد شد. با توجه به این فرض، سیستم (۳۸) را می‌توان به‌صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{bmatrix}\dot{z}_1(t)\\ \dot{z}_2(t)\\ \dot{z}_3(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}z_2(t)\\ z_3(t)+gu\\ 0\end{bmatrix}$$
$$y(t)=z_1(t) \quad (۴۳)$$

طبق تعریف اصلی مشتق که برای سیستم‌های زمان‌پیوسته به‌صورت:

$$\frac{d}{dt}y=\lim_{\Delta t\to 0}\left(\frac{y(t+\Delta t)-y(t)}{\Delta t}\right) \quad (۴۴)$$

بیان می‌گردد، برای سیستم‌های زمان‌گسسته مطابق رابطه (۴۵) نوشته می‌شود:

$$\left.\frac{d}{dt}y\right|_t=kT=\frac{y((k+1)T-y(kT)}{T}=\frac{y(k+1)-y(k)}{T} \quad (۴۵)$$

که $T$ زمان نمونه برداری می‌باشد. بنابراین، مدل زمان‌گسسته سیستم (۴۳) را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$\begin{bmatrix}z_1(k+1)\\ z_2(k+1)\\ z_3(k+1)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}z_1(k)+Tz_2(k)\\ z_2(k)+T(z_3(k)+gu)\\ z_3(k)\end{bmatrix}$$
$$y(k)=z_1(k) \quad (۴۶)$$

رویتگر پیشنهادی به ازای $n=2$ برای سیستم (۴۶) مطابق زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{cases}\begin{bmatrix}\hat{z}_1(k+1)\\ \hat{z}_2(k+1)\\ \hat{z}_3(k+1)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\hat{z}_1(k)+T\hat{z}_2(k)+a_1\dfrac{(y(k)-\hat{z}_1(k))}{\varepsilon}\\ \hat{z}_2(k)+T(\hat{z}_3(k)+gu)+a_2\dfrac{(y(k)-\hat{z}_1(k))}{\varepsilon^2}\\ \hat{z}_3(k)+a_3\dfrac{(y(k)-\hat{z}_1(k))}{\varepsilon^3}\end{bmatrix}\\ \hat{y}(k)=\hat{z}_1(k)\end{cases} \quad (۴۷)$$

با رویتگر طراحی شده، متغیرهای حالت سیستم شامل زاویه خط دید و نرخ چرخش خط دید ( $z_1(k)$ و $z_2(k)$ ) و هم‌چنین نامعینی سیستم ( $z_3(k)$ ) می‌توانند تخمین زده شوند.

## ۶- نتایج شبیه‌سازی

همان‌گونه که در بخش‌های قبل بررسی شد، معادلات کلی سیستم و رویتگر به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{cases}\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\\ \dot{x}_4\\ \dot{x}_5\\ \dot{x}_6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x_2\\ x_1x_4^2\\ x_4\\ \dfrac{-2x_2x_4}{x_1}\\ 0\\ 0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ \mathrm{Sin}(x_5-x_3)\\ 0\\ \dfrac{-\mathrm{Cos}(x_5-x_3)}{x_1}\\ \dfrac{1}{V_m}\\ 0\end{bmatrix}u+D\\ y=x_3\end{cases} \quad (۴۸)$$

$$u=\frac{NV_c\hat{z}_2(k)}{\mathrm{Cos}(x_5(k)-x_3(k))}$$

$$\begin{cases}\begin{bmatrix}\hat{z}_1(k+1)\\ \hat{z}_2(k+1)\\ \hat{z}_3(k+1)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\hat{z}_1(k)+T\hat{z}_2(k)+a_1\dfrac{(y(k)-\hat{z}_1(k))}{\varepsilon}\\ \hat{z}_2(k)+T(\hat{z}_3(k)+gu)+a_2\dfrac{(y(k)-\hat{z}_1(k))}{\varepsilon^2}\\ \hat{z}_3(k)+a_3\dfrac{(y(k)-\hat{z}_1(k))}{\varepsilon^3}\end{bmatrix}\\ \hat{y}(k)=\hat{z}_1(k)\end{cases}$$

در این بخش با استفاده از رویتگر طراحی شده، نتایج تخمین در شبیه‌سازی‌های دوبعدی و شش درجه آزادی بررسی می‌گردد.

### ۶-۱- نتایج شبیه‌سازی دو بعدی

در این بخش، شبیه‌سازی با استفاده ازمعادلات سینماتیک دوبعدی و با شرایط زیر صورت گرفته است و زاویه خط دید تنها خروجی قابل اندازه‌گیری می‌باشد. هم‌چنین، دینامیک حلقه کنترل معادل یک تابع تبدیل مرتبه اول در نظر گرفته شده است.



[ Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2024-03-28 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.2.5.9 ]
[ DOI: 10.52547/joc.16.2.55 ]

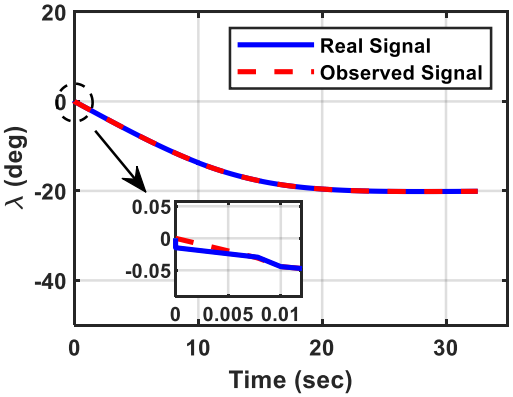
همان‌گونه که در اثبات پایداری رویتگر بررسی شد، با توجه به مقادیر $a_i$، مقدار $\varepsilon$ باید به‌نحوی انتخاب شود که مقادیر ویژه ماتریس $A$ داخل دایره واحد قرار بگیرند.

در جدول ۱، شرایط شبیه‌سازی و مقادیر بهره‌های رویتگر مشخص شده است.

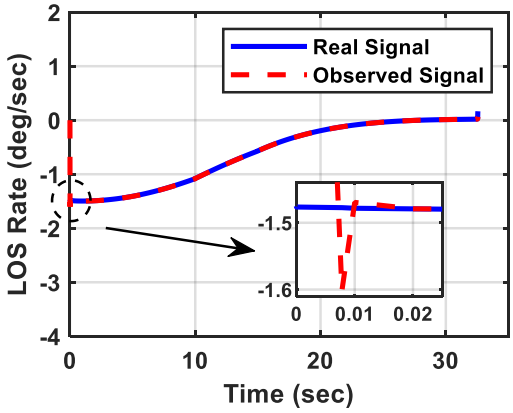
جدول ۱: شرایط شبیه‌سازی و بهره‌های تنظیم شده رویتگر

| | |
|---|---|
| موقعیت اولیه موشک | {۰,۰} |
| موقعیت اولیه هدف | {۱۰۰۰۰,۰} |
| سرعت اولیه موشک | ۳۰۰ متر بر ثانیه |
| بیشینه سرعت موشک | ۴۰۰ متر بر ثانیه |
| سرعت هدف | ۴۰ متر بر ثانیه |
| زاویه پرتاب موشک | ۶۰ درجه |
| زاویه حرکت هدف | ۳۵ درجه |
| کران بالای نامعینی | ۰.۱۱ درجه بر مجذور ثانیه |
| $\varepsilon$ | ۰.۹۶ |
| $a_1$ | ۲ |
| $a_2$ | ۱۰۰ |
| $a_3$ | ۲.۵ |
| $T$ | ۰.۰۱ ثانیه |

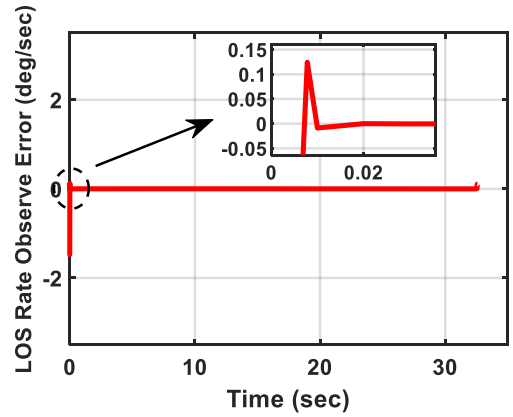
شکل‌های ۶ و ۷ نشان‌دهنده تغییرات زاویه خط دید و نرخ چرخش خط دید با استفاده از رویتگر طراحی شده می‌باشند. پس از تخمین نرخ چرخش خط دید، از آن جهت محاسبه شتاب جانبی اعمالی به موشک توسط قانون هدایت ناوبری تناسبی حقیقی استفاده شده که در شکل ۹ رسم گردیده است.



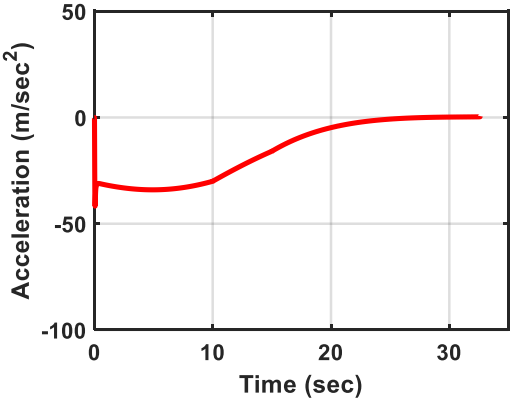

شکل ۶: تغییرات زاویه خط دید




شکل ۷: تغییرات نرخ چرخش خط دید




شکل ۸: خطای تخمین نرخ چرخش خط دید

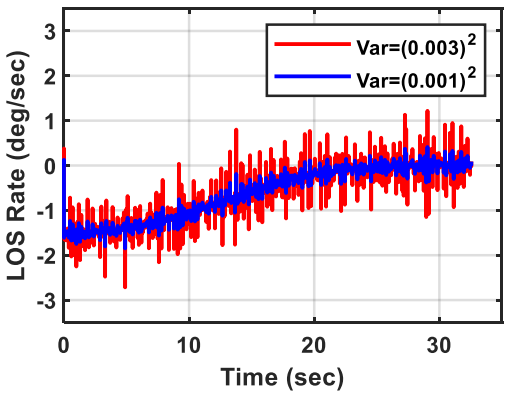



شکل ۹: شتاب جانبی اعمالی به موشک

با توجه به شکل ۸، مشاهده می‌شود که خطای تخمین پس از گذشت ۰.۰۲ ثانیه صفر شده و رویتگر طراحی شده با دقت و سرعت بالایی مقادیر مورد نظر را تخمین زده است. درصورتی‌که در اندازه‌گیری زاویه خط دید نویز اندازه‌گیری وجود داشته باشد، این نویز در نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده قابل مشاهده است. در شکل ۱۰، نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده در حضور در نویز با دو قدرت متفاوت رسم گردیده است (نویز از نوع سفید و با میانگین صفر می‌باشد).

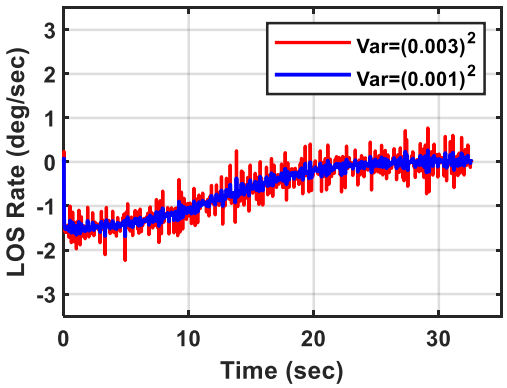


[ Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2024-03-28 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.2.5.9 ]
[ DOI: 10.52547/joc.16.2.55 ]

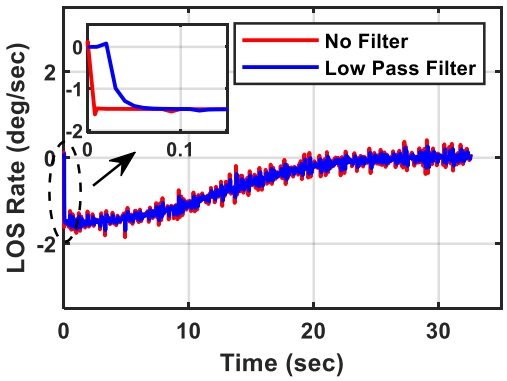



شکل ۱۰: نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده در حضور نویز اندازه‌گیری

جهت کاهش اثر مخرب نویز، سیگنال تخمین نرخ چرخش خط دید را می‌توان از یک فیلتر پایین گذر عبور داد. در شکل ۱۱، نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده پس از عبور از فیلتر پایین‌گذر نشان داده شده و در شکل ۱۲ تاثیر این فیلتر برروی سیگنال تخمین در حضور نویز با $Var = (0.001)^2$ مشاهده می‌شود.

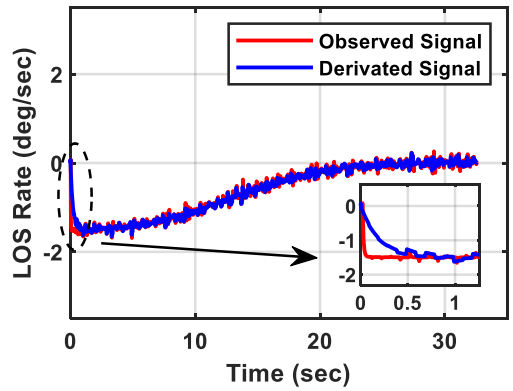



شکل ۱۱: نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده پس از عبور از فیلتر پایین‌گذر



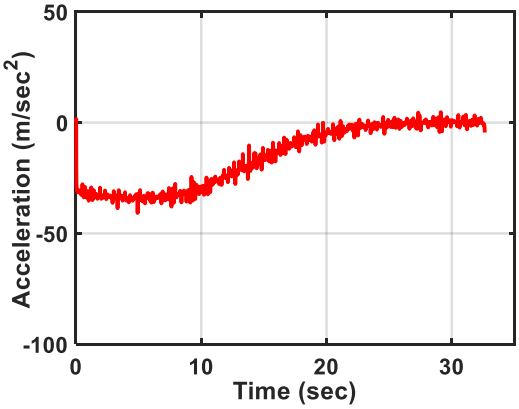

شکل ۱۲: تاثیر فیلتر بر سیگنال تخمین نویزآلود

در شکل ۱۳، منحنی قرمز رنگ نرخ چرخش خط دید حاصل از روش مشتق‌گیری بوده که در آن زاویه خط دید که سیگنالی نویزآلود می‌باشد از یک فیلتر پایین‌گذرعبور داده شده و سپس با مشتق‌گیری از آن و مجددا عبور آن از فیلتر برای کاهش اثر نویز، نرخ چرخش خط دید حاصل می‌شود. کندتر بودن همگرایی سیگنال در این حالت در مقایسه با سیگنال تخمین به‌دلیل استفاده از فیلتر پایین‌گذر قبل و بعد از فرآیند مشتق‌گیری می‌باشد.




شکل ۱۳: مقایسه روش مشتق‌گیری و تخمین برای به‌دست آوردن نرخ چرخش خط دید

شکل ۱۴ نشان دهنده شتاب اعمالی به موشک بوده که با تخمین نرخ چرخش خط دید فیلتر شده محاسبه شده است.



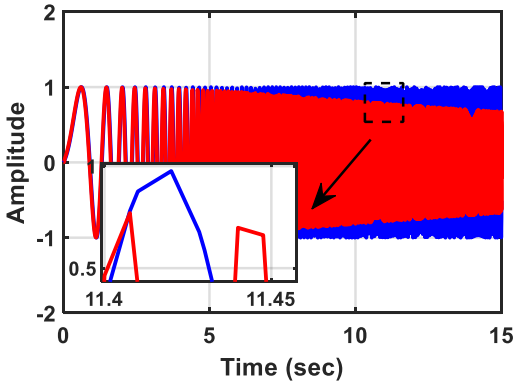

شکل ۱۴: شتاب جانبی محاسبه شده توسط نرخ چرخش خط دید آغشته به نویز ($Var = (0.001)^2$)

استفاده از فیلتر پایین‌گذر برای مقابله با اثر نویز موجب کاهش پهنای باند رویتگر خواهد شد. پهنای باند رویتگر با درنظر گرفتن فیلتر پایین‌گذر موجود به‌صورت تقریبی برابر ۲۵ هرتز به‌دست می‌آید که در شکل ۱۵ نشان داده شده است ($f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.04} = 25Hz$). اما درصورت عدم استفاده از فیلتر، این عدد به ۳۳ هرتز خواهد رسید.

بنابراین، به‌طور تقریبی می‌توان گفت درصورتی‌که پهنای باند حلقه هدایت ۲.۵ هرتز و یا کمتر باشد، رویتگر طراحی شده قابل استفاده است.



[ Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2024-03-28 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.2.5.9 ]
[ DOI: 10.52547/joc.16.2.55 ]




شکل ۱۵: محاسبه تقریبی پهنای باند رویتگر

- **بررسی تاثیر $\varepsilon$ در عملکرد رویتگر**

نوع دیگری از رویتگر خطی زمان‌گسسته به‌فرم رابطه (۴۹) وجود دارد که تفاوت آن با رویتگر رابطه (۴۷) نداشتن پارامتر $\varepsilon$ است. برای مقایسه عملکرد این دو رویتگر در تخمین نرخ چرخش خط دید در شرایطی که مقادیر $L_i$ و $a_i$ برابر انتخاب شده‌اند، با تغییر مقدار $\varepsilon$ و مشاهده تغییر رفتار رویتگر، تاثیر این پارامتر در عملکرد رویتگر مشاهده می‌گردد.

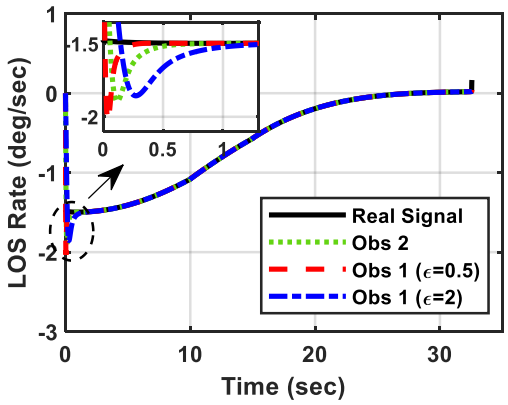
$$\begin{cases}\begin{bmatrix}\hat{z}_1(k+1)\\ \hat{z}_2(k+1)\\ \hat{z}_3(k+1)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\hat{z}_1(k)+T\hat{z}_2(k)+L_1(y(k)-\hat{z}_1(k))\\ \hat{z}_2(k)+T(\hat{z}_3(k)+gu)+L_2(y(k)-\hat{z}_1(k))\\ \hat{z}_3(k)+L_3(y(k)-\hat{z}_1(k))\end{bmatrix}\\ \hat{y}(k)=\hat{z}_1(k)\end{cases} \quad (۴۹)$$

جدول ۲: بهره‌های تنظیم شده رویتگرها

| | |
|---|---|
| $L_1=a_1$ | ۰.۵ |
| $L_2=a_2$ | ۱۰ |
| $L_3=a_3$ | ۵۰ |
| $T$ | ۰.۰۱ ثانیه |

با توجه به شکل ۱۶، مشاهده می‌شود درصورتی‌که مقدار $\varepsilon$ کوچکتر از ۱ باشد، ضریب $y(k)-\hat{z}(k)$ عددی بزرگتر از مقدار $L_i$ شده و در این‌صورت خطای تخمین در مقایسه با خطای تخمین رویتگر رابطه (۴۹) زودتر به مقدار صفر می‌رسد.

در حالت دیگر، درصورتی‌که مقدار $\varepsilon$ بزرگتر از ۱ باشد، ضریب $y(k)-\hat{z}(k)$ عددی کوچکتر از مقدار $L_i$ شده و همگرایی سیگنال تخمین زده شده به سیگنال حقیقی نسبت به رویتگر (۴۹) دیرتر رخ می‌دهد.




شکل ۱۶: مقایسه عملکرد دو رویتگر با تغییر پارامتر $\varepsilon$

## ۶-۲- نتایج شبیه‌سازی شش درجه آزادی

در این بخش نتایج شبیه سازی رویتگر در نرم افزار شش درجه آزادی ارائه شده است. به دلیل مشابه بودن عملکرد رویتگر در صفحات سمت و فراز، نتایج تخمین فقط در صفحه فراز ارائه شده است. هم‌چنین نتایج از ابتدای فاز نهایی پرواز موشک ارائه می‌شود.

جدول ۳ نشان دهنده شرایط شبیه‌سازی و مقادیر بهره‌های رویتگر می‌باشد.

جدول ۳: شرایط شبیه‌سازی و بهره‌های تنظیم شده رویتگر

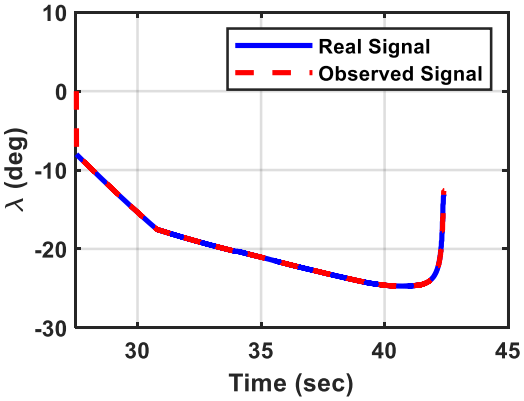
| | |
|---|---|
| موقعیت اولیه موشک | {۰,۰} |
| موقعیت اولیه هدف | {۱۰۰۰۰,۰} |
| سرعت اولیه موشک | ۰ |
| بیشینه سرعت موشک | ۴۵۰ متر بر ثانیه |
| سرعت هدف | ۰ |
| کران بالای نامعینی | ۰.۱۲ درجه بر مجذور ثانیه |
| $\varepsilon$ | ۱.۸ |
| $a_1$ | ۱.۹ |
| $a_2$ | ۴۶ |
| $a_3$ | ۴ |
| $T$ | ۰.۰۱ ثانیه |

در شکل ۱۷ منحنی تغییرات زاویه خط دید و در شکل ۱۸ تغییرات نرخ چرخش خط دید در حضور نویز در صفحه فراز رسم شده‌اند. در این بخش به‌منظور به‌دست‌آوردن نرخ چرخش خط دید در حالت ایده‌آل برای

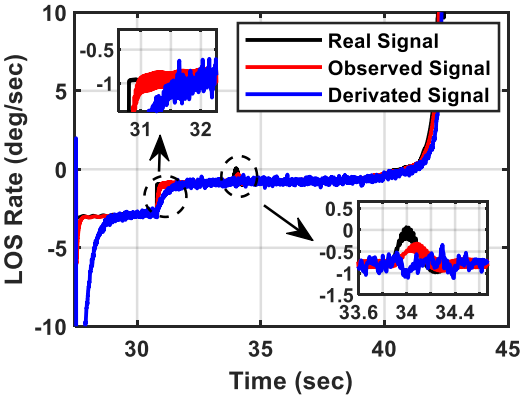


[ Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2024-03-28 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.2.5.9 ]
[ DOI: 10.52547/joc.16.2.55 ]

به‌دست آوردن سیگنالی مرجع جهت انجام مقایسه سیگنال تخمین زده شده با آن، از زوایای خروجی جستجوگر در حالت ایده‌آل که فاقد نویز می‌باشد مشتق گرفته شده و باجایگذاری در رابطه (۲۰) ، این متغیر به‌دست می‌آید. در منحنی قرمز رنگ که نرخ چرخش خط دید حاصل از روش مشتق‌گیری است، با جایگذاری زوایای خروجی جستجوگر در رابطه (۲۱) زاویه خط دید در صفحه فراز به‌دست می‌آید. سپس با عبور آن از یک فیلتر پایین‌گذر (به‌دلیل نویزآلود بودن این سیگنال) و سپس مشتق‌گیری از آن می‌توان به نرخ چرخش خط دید دست یافت. نرخ چرخش خط دید تخمین زده نیز با استفاده از زاویه خط دید به‌عنوان ورودی رویتگر و عبور از فیلتر پایین گذرحاصل می‌شود.



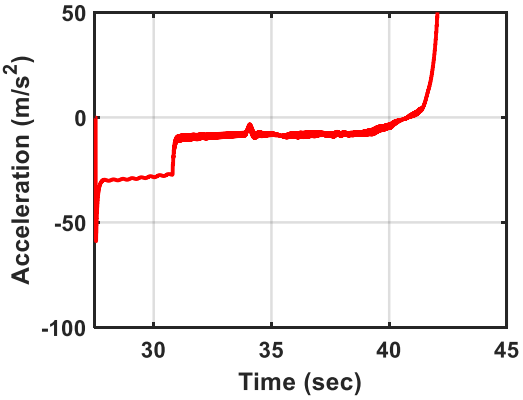

شکل ۱۷: تغییرات زاویه خط دید در حضور نویز اندازه‌گیری




شکل ۱۸: تغییرات نرخ چرخش خط دید در حضور نویز اندازه‌گیری

با توجه به نتایج، مشاهده می‌شود که رویتگر با دقت خوبی مقادیر مورد نظر را تخمین زده است و نسبت به روش مشتق‌گیری عملکرد بهتر و سرعت بالاتری دارد. همان‌طور که در بخش قبل نیز گفته شد،کند بودن همگرایی سیگنال در روش مشتق‌گیری به‌دلیل استفاده از دو فیلتر پایین‌گذر برای به‌دست آوردن نرخ چرخش خط دید از سیگنال نویزآلود می‌باشد.

شکل ۱۹ نشان دهنده شتاب محاسبه شده با استفاده از نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده در صفحه فراز می‌باشد.




شکل ۱۹: شتاب محاسبه شده توسط قانون هدایت در صفحه فراز

## ۷- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله، رویتگر زمان گسسته توسعه‌یافته برای تخمین نرخ چرخش خط دید با استفاده از داده‌های جستجوگر چسبیده به بدنه طراحی شد. برای پیاده‌سازی قوانین هدایت ناوبری تناسبی، یکی از متغیرهای مورد نیاز، نرخ چرخش خط دید است که برای اندازه‌گیری این متغیر، معمولا به جستجوگرهای طوقه‌دار نیاز است. درصورت استفاده از جستجوگرهای چسبیده به بدنه، متغیر نرخ چرخش خط دید باید از روش‌های مشتق‌گیری و یا تخمین بدست آید که بدلیل نویزآلود بودن سیگنال‌های اندازه‌گیری شده توسط جستجوگرها، مشتق گرفتن از زاویه خط دید مطلوب نبوده و نیازمند فیلترهای پایین‌گذری می‌باشند که منجر به تاخیر در حلقه هدایت می‌شود. بنابراین تخمین متغیر نرخ چرخش خط دید به‌جای مشتق‌گیری از زاویه خط دید، کارآمدتر است. در این مقاله، از اطلاعات جستجوگر چسبیده به بدنه برای تخمین نرخ چرخش خط دید استفاده گردید و پایداری رویتگر طراحی‌شده نیز اثبات شد. به‌دلیل زمان‌گسسته بودن رویتگر، پیاده‌سازی آن در پردازنده نسبت به رویتگرهای زمان‌پیوسته آسان‌تر می‌باشد. حال آنکه رویتگرهای زمان پیوسته پس از گسسته‌سازی نیاز به تنظیم مجدد بهره ها دارند. نتایج شبیه‌سازی که در حالت دو بعدی و شش درجه آزادی انجام شدند، نشان می‌دهد که تخمین نرخ چرخش خط دید با استفاده از رویتگر پیشنهادی به‌خوبی انجام شده است و نسبت به روش مرسوم که شامل مشتق‌گیری و فیلتر کردن برای محاسبه نرخ چرخش خط دید می‌باشد، عملکرد بهتری دارد. محدودیت رویتگر پیشنهاد شده این است که به‌طور مستقل قادر به حذف نویز اندازه‌گیری نبوده و برای کاهش اثر نویز در سیگنال تخمین زده شده لازم است از فیلتر پایین گذر استفاده شود.

## مراجع

[1] Moosapour, S. H. "Tree-Dimensional Air toSurface Missile Guidance based on nonlinear model", M.S, Thesis, pp: 34-37, 2012.



[ Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2024-03-28 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.2.5.9 ]
[ DOI: 10.52547/joc.16.2.55 ]

[2] Özkan, Bülent, and Altuğ Uçar. "Comparison of the strapdown and gimbaled seekers utilized in aerial applications." Infrared Technology and Applications XXXVIII. Vol. 8353. International Society for Optics and Photonics, 2012.

[3] Liu, YongShan, Li Song, and JingLong Li. "Extraction and Filter Algorithm of Guidance Information for Full-strapdown Seeker on Rotation Missile." MATEC Web of Conferences. Vol. 214. EDP Sciences, 2018.

[4] Hong, Ju-Hyeon, et al. "Study on Parasite Effect with Strapdown Seeker in Consideration of Time Delay." Journal of Guidance, Control, and Dynamics, pp: 1383-1392, 2019.

[5] Xu, Zheng, et al. "A Novel LOS Rate Estimation Method Based on Images for Strap-down Inertial Guidance." Journal of Physics: Conference Series. Vol. 1570. No. 1. IOP Publishing, 2020.

[۶]خاکی صدیق. علی، "سیستم‌های کنترل خطی"، انتشارات دانشگاه پیام نور، مهرماه ۱۳۸۱.

[7] Shao, Xingling, et al. "High-order ESO based output feedback dynamic surface control for quadrotors under position constraints and uncertainties." Aerospace Science and Technology, pp: 288-298, 2019.

[8] Guo, Jishu, Junmei Guo, and Zhongjun Xiao. "Robust tracking control for two classes of variable stiffness actuators based on linear extended state observer with estimation error compensation." International Journal of Advanced Robotic Systems, 2020.

[9] Li, Zongxuan, Ronghui Li, and Renxiang Bu. "Path following of under-actuated ships based on model predictive control with state observer." Journal of Marine Science and Technology, pp: 408-418, 2021.

[10] Shi, Wanfa, Kun Liu, and Wenpeng Zhao. "Active Vibration Isolation of a Maglev Inertially Stabilized Platform Based on an Improved Linear Extended State Observer." IEEE Access, pp: 743-751, 2020.

[11] Ma, Youjie, et al. "Analysis and control of wind power grid integration based on a permanent magnet synchronous generator using a fuzzy logic system with linear extended state observer." Energies, 2019.

[12] Arcak, Murat, and Dragan Nešić. "A framework for nonlinear sampled-data observer design via approximate discrete-time models and emulation." Automatica, Vol. 40, No. 11, pp. 1931-1938, 2004.

[۱۳]ازگلی. سجاد، عاروان. محمدرضا، "مدل‌سازی و شبیه‌سازی سامانه‌های متحرک"، انتشارات یامهدی (عج)، تابستان ۱۳۸۹.

[۱۴] بهنام گل. وحید، "بهبود عملکرد سیستم هدایت با ارائه الگوریتم‌های نوینی در کنترل مد لغزشی"، رساله دکتری، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، اسفند ۱۳۹۴.

[15] Bertil, E. "Tracking Filters and Models for Seeker Applications." IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 37, No. 3, pp: 965-977, 2001.

[16] Huang, Yuan, et al. "Performance assessment of discrete-time extended state observers: Theoretical and experimental results." IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, pp: 2256-2268, 2017.

[17] H. J. MARQUEZ, "Nonlinear Control Systems", John Wiley & Sons, Inc. 2003.

[ Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2024-03-28 ]
[ DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.2.5.9 ]
[ DOI: 10.52547/joc.16.2.55 ]