

پایداری سازی مجانبی سرتاسری مبدل چندسطحی چندبخشی متصل به شبکه به روش تابع لیاپانوف

فرزین احسانی^۱، محمد هجری^۲

^۱ فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه قدرت، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز، ایران f_ehsani@sut.ac.ir

^۲ دانشیار، دانشکده مهندسی برق، گروه قدرت، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز، ایران hejri@sut.ac.ir

پذیرش: ۱۴۰۰/۰۷/۱۰

دریافت: ۱۴۰۰/۰۵/۰۳

چکیده: این مقاله به ارائه یک روش کنترل جدید بر مبنای پایداری سازی به روش تابع لیاپانوف برای کنترل همزمان جریان‌های شبکه، جریان‌های گردشی و ولتاژ ماژول‌های مبدل چندسطحی چندبخشی می‌پردازد. برخلاف روش‌های موجود که از ساختارهای تودرتو و چندحلقه‌ای کنترلی استفاده می‌کنند روش پیشنهادی دارای ساختار تک حلقه‌ای بوده و پایداری مجانبی سرتاسری سیستم حلقه بسته را تضمین می‌نماید. در این راستا ابتدا معادلات دینامیکی مبدل و شبکه با استفاده از روش متوسط‌گیری استخراج گردیده و سپس مختصات نقطه کار در حالت کار ماندگار با استفاده از این معادلات بدست می‌آید. در ادامه با استفاده از مختصات نقطه کار بدست آمده و معادلات دینامیکی سیستم اصلی، معادلات مربوط به دینامیک خط محاسبه می‌گردد. در نهایت این معادلات به همراه تابع لیاپانوف که بر اساس سیگنال‌های خطا تعریف شده است برای محاسبه تحلیلی ورودی‌های کنترلی استفاده می‌شوند. نتایج شبیه‌سازی، کارآمدی روش کنترل پیشنهادی را تایید می‌کند.

کلمات کلیدی: مبدل چندسطحی چندبخشی، پایداری سازی سرتاسری، تابع لیاپانوف، کنترل حلقه بسته.

Global asymptotic stabilization of a grid-connected modular multilevel converter via Lyapunov function

Farzin Ehsani, Mohammad Hejri

Abstract: This paper presents a new control method based on Lyapunov function approach for simultaneous control of grid currents, circulating currents and modules voltages of a modular multilevel converter. Unlike existing methods that use nested and multi-loop control structures, the proposed method has a single-loop structure and ensures the global asymptotic stability of the closed-loop system. In this regard, first, the dynamic equations of the converter and the grid are extracted using the averaging technique, and then the coordinates of the steady-state operating point are calculated. Next, using the obtained operating point coordinates and the dynamic equations of the main system, the error dynamics are computed. Finally, these equations and the Lyapunov function, based on the error signals, are used for the analytic calculation of the control inputs. The simulation results confirm the efficiency of the proposed control method.

Keywords: Modular multilevel converter, Global stabilization, Lyapunov function, Closed-loop control.

۱- مقدمه

مبدل چندسطحی چندبخشی^۱ (MMC) به خاطر دارا بودن برخی مزایای جذاب مانند ماژولار بودن، سادگی گسترش^۲، قابلیت عملکرد بدون ترانسفورماتور، فرکانس کلیدنی پایین، عملکرد مقاوم در برابر خطا و کیفیت عالی شکل موج‌های خروجی، باعث علاقه‌مندی صنایع به این توپولوژی و نیز ایجاد انگیزه برای تحقیقات درباره ساختارهای جدید مداری، مدل مبدل، روش‌های کنترل و مدولاسیون شده است [۱] و [۲]. MMC در کاربردهای مختلفی مانند سیستم‌های انتقال جریان مستقیم ولتاژ بالا^۳ (HVDC) [۳] و [۴]، محرکه‌های ماشین^۴ [۵] و [۶]، موتورهای کشش^۵ [۷] و [۸] و جبران‌سازهای سنکرون استاتیکی^۶ (STATCOMs) [۹]، مورد استفاده قرار گرفته است.

با این حال، این مبدل علی‌رغم ویژگی‌های برجسته‌ای که دارد دارای برخی مشکلات و پیچیدگی‌هایی نیز است که چالش‌هایی را برای محققان بوجود آورده است. از جمله مهمترین مشکلات این مبدل نیاز به کنترل و متعادل نگه داشتن ولتاژ خازن‌هاست. در صورت استفاده از روش‌های رایج کلیدزنی، ولتاژ خازن ماژول‌ها در مقایسه با یکدیگر تغییر می‌کند و متعادل نخواهند بود. به همین منظور روش‌هایی مانند متعادل‌سازی با استفاده از روش مدولاسیون پهنای باند جابه‌جایی فاز^۷ [۱۰]، استفاده از کنترل حلقه‌بسته برای هر ماژول [۱۱]، استفاده از روش کنترل پیش‌بین [۱۲] و روش الگوریتم طبقه‌بندی‌پخش^۸ [۱۳]-[۱۶] پیشنهاد شده است. روش الگوریتم طبقه‌بندی‌پخش در بیشتر مقالات مورد استفاده قرار گرفته است. با این حال از جمله مشکلات این روش برای متعادل‌سازی خازن‌ها، نیاز به محاسبات و کلیدزنی زیاد به خاطر تغییرات پیوسته ولتاژ خازن ماژول‌ها در یک دوره کلیدزنی بوده که منجر به افزایش فرکانس کلیدزنی و افزایش تلفات می‌شود. از اینرو الگوریتم‌های مختلفی برای کاهش فرکانس کلیدزنی مبدل MMC پیشنهاد شده است.

مشکل دیگر این مبدل‌ها وجود جریان گردشی است که از اختلاف ولتاژ بین بازوهای هر فاز ایجاد می‌شود. جریان گردشی فقط در فازها جاری می‌شود و بر ولتاژ و جریان خروجی تاثیر نمی‌گذارد. اما این جریان‌ها مقادیر بزرگ و موثر جریان بازو‌ها را افزایش داده و در نتیجه باعث افزایش تلفات و ریپل ولتاژ خازن ماژول‌ها می‌شود [۱۷]. جریان‌های گردشی را می‌توان با تعریف آن‌ها به عنوان قسمتی از جریان ورودی هر بازو کنترل کرد [۱۸]. در مقابل در مرجع [۱۹] جریان گردشی با یک روش کنترل کاملاً مستقل کنترل شده است. معمول‌ترین روش برای کنترل جریان‌های گردشی استفاده از یک یا گروهی از کنترل‌کننده‌های رزونانس می‌باشد [۲۰] و [۲۱].

به هر حال، هر کاربرد از MMC نیازمند یک روش کنترل به منظور حصول اهدافی مثل کنترل ولتاژها و جریان‌های خروجی، کنترل ولتاژ خازن ماژول‌ها، کمینه‌سازی جریان گردشی و کاهش ریپل ولتاژ خازن ماژول‌ها می‌باشد. در [۲۲]، یک روش حلقه‌باز که در آن اندیس‌های مدولاسیون از ولتاژهای ورودی و خروجی مورد نیاز محاسبه می‌شوند ارائه شده است. در [۲۳]، روش‌های کنترل حلقه‌بسته کلاسیک در قاب‌های abc ساکن و dq سنکرون ارائه شده‌اند. عملکرد روش‌های کنترل کلاسیک، وابسته به طراحی و تنظیم کنترلرهای PI، روش مدولاسیون و فرکانس کلیدزنی می‌باشند. در [۲۴]، طراحی کنترل و تحلیل پایداری برای MMC با روش‌های پس‌پس انجام یافته است. همچنین روش‌های دیگری مانند کنترل بهینه برپایه ضریب لاگرانژ [۲۵]، خطی‌سازی ورودی و خروجی مبتنی بر مدل [۲۶]، خطی‌سازی فیدبک توسعه یافته [۲۷] - [۲۹]، روش کنترلی گام به عقب^۹ [۳۰] و [۳۱]، روش کنترل تسطحی^{۱۰} [۳۲]، و روشهای کنترل ترکیبی مبتنی بر خطی‌سازی فیدبک و کنترل گام به عقب [۳۳] نیز در مقالات یافت می‌شود.

در برخی از روشهای کنترلی مذکور، توابع لیاپانف محوریت اصلی و مستقیم را در طراحی کنترل‌کننده نداشته و تنها به عنوان ابزاری برای تحلیل پایداری حلقه‌بسته مورد استفاده قرار گرفته‌اند. در برخی مواقع، این کاربرد در قالب یک ساختار کنترلی غیر متمرکز متشکل از حلقه‌های کنترلی تو در تو و برای کنترل بخشی از متغیرهای حالت مبدل MMC بوده است که در بسیاری از موارد اثبات پایداری محکمی برای سیستم حلقه‌بسته کلی ارایه نشده است. در پاره‌ای مواقع نیز که کنترل‌کننده‌های مطروحه ساختار متمرکز داشته‌اند گاهی با فرض در نظر گرفتن منبع ولتاژ ایده‌آل کنترل‌کننده برای ولتاژ معادل ماژول‌ها در هر بازو طراحی شده‌اند که منجر به خطی‌شدن دینامیک متغیرهای حالت جریان شده است. همچنین در برخی موارد کنترل‌کننده منتجه به صورت روابط ریاضی کسری بوده که راجع به تکینی شدن^{۱۱} آنها بحثی به میان نیامده است.

چالش‌های ذکر شده برای MMC سبب شده است که برخی از محققان از کنترل‌کننده‌های متمرکز مبتنی بر تابع لیاپانف و روش‌های مختلف مدولاسیون برای حل این مشکلات استفاده کنند. مرجع [۳۴]، با جداکردن معادلات دینامیکی مبدل MMC برای متغیرهای حالت بازوهای بالایی و پایینی مبدل به طراحی کنترلر برای مبدل MMC مبتنی بر تابع لیاپانف پرداخته است. ولی در این کار جریانهای گردشی مبدل در طراحی کنترلر در نظر گرفته نشده است. همچنین ولتاژ معادل خروجی ماژول‌ها به صورت یک منبع ولتاژ ایده‌آل کنترل‌کننده مدل شده که منجر به ساده شدن و خطی شدن معادلات جریان بازو‌ها شده است.

^۱ Phase-Shifted PWM

^۲ Sorting Algorithm

^۳ Backstepping

^۴ Flatness

^۵ Singularity

^۱ Modular Multilevel Converter

^۲ scalability

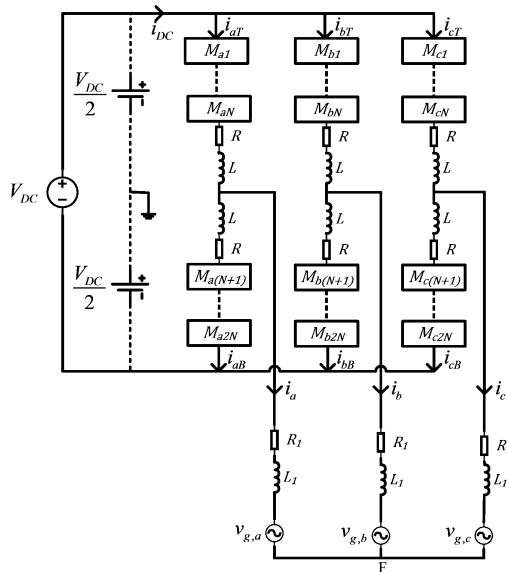
^۳ High Voltage Direct Current

^۴ Machine drives

^۵ Traction Motors

^۶ Static Synchronous Compensators

اختلاف لحظه‌ای ولتاژ بازوها به صورت سری با مازول‌ها قرار دارد. ترمینال خروجی به شبکه وصل بوده که شامل یک سلف، یک مقاومت، و ولتاژ شبکه می‌باشد.



شکل ۱. مبدل چندسطحی مازولار

با فرض هم‌پتانسیل بودن نقطه میانی لینک DC و نقطه F و بهره‌گیری از قانون KVL، معادلات ریاضی بیانگر رفتار دینامیکی مبدل در فاز r به صورت زیر حاصل می‌شود

$$-\frac{V_{DC}}{2} + Ri_{rT} + L \frac{d}{dt} i_{rT} + v_{r1} + \dots + v_{rN} + Ri_r + L_1 \frac{d}{dt} i_r + v_{g,r} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{V_{DC}}{2} - Ri_{rB} - L \frac{d}{dt} i_{rB} - v_{r(N+1)} - \dots - v_{r2N} + Ri_r + L_1 \frac{d}{dt} i_r + v_{g,r} = 0 \quad (2)$$

طوری‌که v_m نمایانگر ولتاژ مازول‌ها، i_{rq} که در آن $q \in \{T, B\}$ بیانگر جریان بازوها و i_r نشان‌دهنده جریان شبکه می‌باشد. برای یک سیستم متعادل، رابطه بین جریان بازو i_{rq} ، جریان گردش $i_{cir,r}$ ، و جریان شبکه i_r ، به صورت روابط زیر بیان می‌شوند [۳۱].

$$i_{rB} = i_{cir,r} - \frac{i_r}{2} \quad \text{و} \quad i_{rT} = i_{cir,r} + \frac{i_r}{2} \quad (3)$$

بنابراین جریان گردش جاری شده در فاز r مبدل چندسطحی چندبخشی به صورت زیر محاسبه می‌شود

در [۳۵] متغیرهای حالت در قالب جریان‌های بار، جریان‌های گردشی و ولتاژ لینک DC در نظر گرفته شده و ورودی‌های کنترلی با استفاده از روش پایدارسازی لیاپانوف محاسبه شده‌اند. ولی در این کار مساله پایدارسازی سیستم حلقه بسته و منفی شدن مشتق تابع لیاپانوف به طور صریح و دقیق مورد بررسی قرار نگرفته بطوریکه تحلیل پایداری دینامیک مربوط به ولتاژ لینک DC با روشهای تقریبی و خطی‌سازی سیگنال کوچک انجام شده است. در [۳۶] برای کنترل MMC از روش‌های عددی مبتنی بر برنامه‌ریزی مجموع مربعات برای یافتن تابع لیاپانوف استفاده شده است. ولی روش پیشنهادی تضمین پایداری سرتاسری را نموده و محاسبه بزرگترین ناحیه جذب نیز مبتنی بر الگوریتمهای تکراری با بار محاسباتی بالا است. علاوه بر این، در این کار ولتاژ لینک DC مستقیماً به عنوان یکی از متغیرهای حالت در نظر گرفته نشده و به جای آن از دو متغیر انرژی ذخیره شده کل و تفاضل انرژی ذخیره شده در بازوهای بالایی و پایینی استفاده شده است که همین عامل منجر به افزایش ابعاد مساله و پیچیدگی محاسباتی می‌شود.

در این مقاله کنترل همه‌جانبه و بررسی پایداری سرتاسری مبدل MMC با استفاده از تابع لیاپانوف و به صورت تحلیلی-عددی مبتنی بر نامساوی‌های خطی ماتریسی صورت می‌پذیرد. به عبارت دیگر طراحی کنترل‌کننده‌ای مدنظر است که اهداف کنترلی مختلف مانند جریان‌های شبکه، جریان‌های گردشی، و کنترل ولتاژ خازن مازول‌ها را به صورت یکپارچه در بر گرفته و در عین حال ضابطه کنترلی حاصل تکین نباشد. بخش‌های بعدی این مقاله به صورت زیر تنظیم شده است:

در بخش دوم مدل‌سازی دینامیکی MMC در قاب مرجع dqz با شش متغیر حالت شامل جریان‌های خروجی MMC، جریان‌های گردشی و ولتاژ خازن مازول‌ها انجام می‌پذیرد. در بخش سوم، تحلیل حالت ماندگار و محاسبه مختصات نقاط کار ارائه می‌گردد. بخش چهارم به ارائه مدل دینامیکی خطا و پایدارسازی مبدل با استفاده از روش مستقیم لیاپانوف می‌پردازد. در بخش پنجم، نتایج شبیه‌سازی ارائه شده و در نهایت نتیجه‌گیری مقاله در بخش ششم آورده شده است.

۲- مدل‌سازی دینامیکی مبدل چندسطحی چندبخشی

ساختمان مبدل MMC سه فاز در شکل ۲ نشان داده شده است. هر فاز مبدل MMC شامل دو بازو^۱ بوده که در هر بازو N عدد مازول با ساختار نیم‌بل به صورت سری به یکدیگر متصل شده‌اند. هر مازول با M_m بیان شده است که r نشان‌دهنده فازی است که مازول در آن قرار گرفته و n نیز شماره مازول را بیان می‌کند $M_m, r \in \{a, b, c\}, n \in \{1, 2, \dots, 2N\}$. در هر بازو یک مقاومت برای مدل‌سازی تلفات توان و یک سلف برای محدود کردن جریان ناشی از

^۱ Arm

$$v_m = \left(\frac{1+u_m}{2} \right) v_{c,m} \quad (11)$$

طوریکه عبارت $(1+u_m)/2$ حالت کلیدزنی ماژول بوده و $u_m, r \in \{a,b,c\}, n \in \{1,2,\dots,2N\}$ یک سیگنال سینوسی با فرکانس شبکه و دامنه ۱-۱ و ورودی کنترل برای ماژول M_m می‌باشد. از طرفی با توجه به اینکه شارژ و دشارژ خازن C ماژول به حالت کلیدزنی ماژول و جریان بازو بستگی دارد، معادلات دینامیکی ولتاژ خازن ماژول‌ها به صورت (۱۲) و (۱۳) بیان می‌شود

$$C \frac{dv_{c,m}}{dt} + \frac{v_{c,m}}{R_{cap}} = i_{rT} \left(\frac{1+u_m}{2} \right), \quad n \in \{1,\dots,N\}, r \in \{a,b,c\} \quad (12)$$

$$C \frac{dv_{c,m}}{dt} + \frac{v_{c,m}}{R_{cap}} = i_{rB} \left(\frac{1+u_m}{2} \right), \quad n \in \{N+1,\dots,2N\}, r \in \{a,b,c\} \quad (13)$$

طوریکه R_{cap} تلفات مربوط به ماژول را مدلسازی می‌کند. R_{cap} در شکل ۲ به صورت موازی با خازن ماژول، C ، در نظر گرفته شده است. همچنین با اعمال روابط (۱۱) در معادلات (۶) و (۷) داریم

$$(L+2L_1) \frac{d}{dt} i_r = -(R+2R_1) i_r - \left(\frac{1+u_{r1}}{2} \right) v_{c,r1} - \dots - \left(\frac{1+u_{rN}}{2} \right) v_{c,rN} + \left(\frac{1+u_{r(N+1)}}{2} \right) v_{c,r(N+1)} + \dots + \left(\frac{1+u_{r2N}}{2} \right) v_{c,r2N} - 2v_{g,r} \quad (14)$$

$$L \frac{d}{dt} i_{cir,r} = -Ri_{cir,r} - \left(\frac{1+u_{r1}}{2} \right) v_{c,r1} - \dots - \left(\frac{1+u_{rN}}{2} \right) v_{c,rN} - \left(\frac{1+u_{r(N+1)}}{2} \right) v_{c,r(N+1)} + \dots + \left(\frac{1+u_{r2N}}{2} \right) v_{c,r2N} + \frac{V_{DC}}{2} \quad (15)$$

در ادامه به منظور ساده‌سازی مدل، ولتاژ تمام خازن ماژول‌ها مساوی و برابر V_c قرار داده می‌شود [۲۶]-[۲۸]، [۳۵]-[۳۶]، [۳۸]. لازم به ذکر است که تحقق این فرض در عمل با توجه به خاصیت متعادل‌سازی طبیعی مدولاسیون شیف‌ت یافته فاز که در این مقاله از آن استفاده شده است فرض معقولی بوده و نتایج شبیه‌سازی عددی روی مدل مداری نیز تحقق این امر را تایید می‌نمایند [۳۹]-[۴۰]. همچنین ضریب مدولاسیون‌های یک بازو نیز با هم برابر قرار داده می‌شوند به طوریکه زیرنویس ۱ مربوط به بازوی بالا و زیرنویس ۲ مربوط به بازوی پایین است. به این ترتیب، معادلات (۱۴)

$$i_{cir,r} = \frac{i_{rT} + i_{rB}}{2} \quad (4)$$

از طرفی با توجه به شکل ۲ جریان شبکه به صورت معادله (۵) بیان می‌شود.

$$i_r = i_{rT} - i_{rB} \quad (5)$$

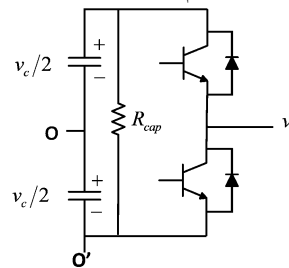
با جمع و تقریب معادلات (۱) و (۲) با یکدیگر و استفاده از روابط (۴) و (۵) معادلات دینامیکی جریان‌های شبکه و جریان‌های گردشی MMC به صورت (۶) و (۷) حاصل می‌شود.

$$(L+2L_1) \frac{di_r}{dt} = -(R+2R_1) i_r - v_{r1} - \dots - v_{rN} + v_{r(N+1)} + \dots + v_{r2N} - 2v_{g,r} \quad (6)$$

$$L \frac{di_{cir,r}}{dt} = -Ri_{cir,r} - v_{r1} - \dots - v_{rN} - v_{r(N+1)} - \dots - v_{r2N} + \frac{V_{DC}}{2} \quad (7)$$

در ادامه به منظور بیان ولتاژ ماژول‌ها بر حسب ضریب مدولاسیون با

توجه به ماژول نیم‌پیل شکل ۲ داریم



شکل ۲. ماژول نیم‌پیل

$$\overline{v_{to}} = d \left(\frac{v_c}{2} \right) + (1-d) \left(-\frac{v_c}{2} \right) = \left(\frac{v_c}{2} \right) (2d-1) \quad (8)$$

طوریکه $0 \leq d \leq 1$ سیکل کاری مربوط به کلیدزنی بوده و $\overline{v_{to}}$ مقدار متوسط ولتاژ v_{to} در یک سیکل می‌باشد.

با در نظر گرفتن $2d-1 = u$ داریم

$$\overline{v_{to}} = u \frac{v_c}{2} \quad (9)$$

بطوریکه $-1 \leq u \leq 1$. بنابراین ولتاژ ماژول به صورت رابطه (۱۰) محاسبه می‌شود.

$$\overline{v_{to'}} = \frac{v_c}{2} + \overline{v_{to}} \rightarrow \overline{v_{to'}} = \frac{v_c}{2} + u \frac{v_c}{2} = \left(\frac{1+u}{2} \right) v_c \quad (10)$$

به این ترتیب رابطه ولتاژ هر ماژول v_m با ولتاژ خازن آن ماژول و ضریب مدولاسیون مربوطه را می‌توان به صورت رابطه (۱۱) تعریف کرد

$$\begin{cases} (L+2L_1)\omega_i^* - (R+2R_1)i_d^* - \frac{N}{2}v_c^*u_{d1}^* + \frac{N}{2}v_c^*u_{d2}^* - 2v_{g,d} = 0 \\ -(L+2L_1)\omega_i^* - (R+2R_1)i_q^* - \frac{N}{2}v_c^*u_{q1}^* + \frac{N}{2}v_c^*u_{q2}^* = 0 \\ L\omega_{cir,q}^* - Ri_{cir,q}^* - \frac{N}{4}v_c^*u_{d1}^* - \frac{N}{4}v_c^*u_{d2}^* = 0 \\ -L\omega_{cir,d}^* - Ri_{cir,q}^* - \frac{N}{4}v_c^*u_{q1}^* - \frac{N}{4}v_c^*u_{q2}^* = 0 \\ -Ri_{cir,z}^* - \frac{N}{4}v_c^*u_{z1}^* - \frac{N}{4}v_c^*u_{z2}^* - \frac{Nv_c}{2} + \frac{V_{DC}}{2} = 0 \\ \frac{6Nv_c}{R_{cap}} + \frac{3Nu_{d1}}{4} \left(\frac{2i_{cir,d}^* + i_d^*}{2} \right) + \frac{3Nu_{q1}}{4} \left(\frac{2i_{cir,q}^* + i_q^*}{2} \right) + \frac{3Nu_{z1}}{2} i_{cir,z}^* \\ + \frac{3Nu_{z2}}{4} \left(\frac{2i_{cir,d}^* - i_d^*}{2} \right) + \frac{3Nu_{z2}}{4} \left(\frac{2i_{cir,q}^* - i_q^*}{2} \right) + \frac{3Nu_{z2}}{2} i_{cir,z}^* + 3Ni_{cir,z}^* = 0 \end{cases} \quad (20)$$

در ادامه نقاط کار MMC را بر اساس مقادیر مطلوب برای توان اکتیو و جریان‌های گردشی و ولتاژ خازن‌ها محاسبه می‌کنیم. توان‌های اکتیو و راکتیو سمت ac برابر است با:

$$P = \frac{3}{2} v_{g,d} i_d^* \quad \text{و} \quad Q = -\frac{3}{2} v_{g,d} i_q^* \quad (21)$$

بنابراین داریم

$$i_d^* = \frac{2P^*}{3v_{g,d}} \quad \text{و} \quad i_q^* = -\frac{2Q^*}{3v_{g,d}} \quad (22)$$

به منظور کمینه‌سازی رپل جریان‌های گردشی، اجزاء dq جریان‌های گردشی در حالت ماندگار صفر در نظر گرفته می‌شوند. بنابراین داریم

$$i_{cir,d}^* = i_{cir,q}^* = 0 \quad (23)$$

همچنین برای مبدل چندسطحی ماژولار با یک ماژول در هر بازو داریم

$$v_c^* = \frac{V_{DC}}{N} \quad (24)$$

برای یافتن بقیه نقاط کار باید معادلات (۲۰) را حل نماییم. این معادلات یک دستگاه شش معادله هفت مجهولی را تشکیل می‌دهند به طوری که مقادیر مرجع ورودی‌های کنترل و همچنین مقدار مرجع جریان گردشی $i_{cir,z}^*$ مجهولات آن می‌باشند. برای حل این دستگاه ما به یک معادله دیگر احتیاج داریم و آن را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$u_{z1}^* = u_{z2}^* \quad (25)$$

قابل ذکر است که رابطه (۲۵) را می‌توان از دینامیک مربوط به جریان i_z که در معادلات (۱۹) و (۲۰) حذف شده بود نیز به صورت زیر به دست آورد

$$\begin{aligned} (L+2L_1) \frac{di_z}{dt} &= -(R+2R_1)i_z - \frac{N}{2}v_c u_{z1} \\ + \frac{N}{2}v_c u_{z2} &\xrightarrow{i_z=0} u_{z1} = u_{z2} \end{aligned} \quad (26)$$

و (۱۵) به صورت (۱۶) و (۱۷) خلاصه شده و با جمع معادلات (۱۲) و (۱۳) با یکدیگر معادله (۱۸) حاصل می‌شود و به این ترتیب معادلات دینامیکی MMC با N ماژول در هر بازو در قاب abc به صورت معادلات (۱۶)، (۱۷) و (۱۸) بیان می‌شوند

$$\begin{aligned} (L+2L_1) \frac{di_r}{dt} &= -(R+2R_1)i_r - N \left(\frac{1+u_{r1}}{2} \right) v_c \\ + N \left(\frac{1+u_{r2}}{2} \right) v_c - 2v_{g,r} i_r \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} L \frac{di_{cir,r}}{dt} &= -Ri_{cir,r} - N \left(\frac{1+u_{r1}}{2} \right) v_c \\ - N \left(\frac{1+u_{r2}}{2} \right) v_c + \frac{V_{DC}}{2} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} 6NC \frac{dv_c}{dt} &= -\frac{6Nv_c}{R_{cap}} + \frac{Nu_{a1}i_{aT}}{2} + \frac{Nu_{a2}i_{aB}}{2} \\ + \frac{Nu_{b1}i_{bT}}{2} + \frac{Nu_{b2}i_{bB}}{2} + \frac{Nu_{c1}i_{cT}}{2} + \frac{Nu_{c2}i_{cB}}{2} \\ + \frac{N}{2} (i_{aT} + i_{aB} + i_{bT} + i_{bB} + i_{cT} + i_{cB}) \end{aligned} \quad (18)$$

با استفاده از تبدیل پارک برای معادلات (۱۶)، (۱۷) و (۱۸) مدل دینامیکی MMC در قاب مرجع dqz به صورت زیر حاصل می‌شود

$$\begin{cases} (L+2L_1) \frac{di_d}{dt} = (L+2L_1)\omega_i - (R+2R_1)i_d - \frac{N}{2}v_c u_{d1} + \frac{N}{2}v_c u_{d2} - 2v_{g,d} \\ (L+2L_1) \frac{di_q}{dt} = -(L+2L_1)\omega_i - (R+2R_1)i_q - \frac{N}{2}v_c u_{q1} + \frac{N}{2}v_c u_{q2} \\ L \frac{di_{cir,d}}{dt} = L\omega_{cir,q} - Ri_{cir,d} - \frac{N}{4}v_c u_{d1} - \frac{N}{4}v_c u_{d2} \\ L \frac{di_{cir,q}}{dt} = -L\omega_{cir,d} - Ri_{cir,q} - \frac{N}{4}v_c u_{q1} - \frac{N}{4}v_c u_{q2} \\ L \frac{di_{cir,z}}{dt} = -Ri_{cir,z} - \frac{N}{4}v_c u_{z1} - \frac{N}{4}v_c u_{z2} - \frac{Nv_c}{2} + \frac{V_{DC}}{2} \\ 6NC \frac{dv_c}{dt} = -\frac{6Nv_c}{R_{cap}} + \frac{3Nu_{d1}}{4} \left(\frac{2i_{cir,d} + i_d}{2} \right) + \frac{3Nu_{q1}}{4} \left(\frac{2i_{cir,q} + i_q}{2} \right) + \frac{3Nu_{z1}}{2} i_{cir,z} \\ + \frac{3Nu_{z2}}{4} \left(\frac{2i_{cir,d} - i_d}{2} \right) + \frac{3Nu_{z2}}{4} \left(\frac{2i_{cir,q} - i_q}{2} \right) + \frac{3Nu_{z2}}{2} i_{cir,z} + 3Ni_{cir,z} \end{cases} \quad (19)$$

قابل ذکر است که با در نظر گرفتن یک سیستم سه فاز متعادل $i_z = 0$ می‌باشد. با این حال، قسمت dc جریان‌های گردشی، یعنی $i_{cir,z}$ ، طبق ماتریس تبدیل پارک به صورت $i_{cir,z} = \frac{1}{3}(i_{cir,a} + i_{cir,b} + i_{cir,c}) = \frac{1}{3}i_{DC}$ می‌باشد.

۳- تحلیل حالت ماندگار

متغیرهای حالت مدل پیشنهادی باید در شرایط عملکرد حالت ماندگار علی‌رغم وقوع پیشامدی ناخواسته در مقادیر مطلوب خود ننگه داشته شوند. بنابراین معادلات حالت ماندگار مدل، به این صورت که مقادیر مطلوب با بالانویس * مشخص شده باشند، طبق معادلات (۱۹) به صورت زیر بیان می‌شود

$$G(e) = \begin{bmatrix} \frac{N(v_c^* + v_c)}{2(L+2L_1)} & \frac{N(v_c^* + v_c)}{2(L+2L_1)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{N(v_c^* + v_c)}{2(L+2L_1)} & \frac{N(v_c^* + v_c)}{2(L+2L_1)} & 0 & 0 \\ \frac{N(v_c^* + v_c)}{4L} & \frac{N(v_c^* + v_c)}{4L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{N(v_c^* + v_c)}{4L} & \frac{N(v_c^* + v_c)}{4L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{N(v_c^* + v_c)}{4L} & \frac{N(v_c^* + v_c)}{4L} \\ \frac{3(2i_{cir,d}^* + i_d^* + i_q^*)}{8C} & \frac{3(2i_{cir,d}^* + i_d^* + i_q^*)}{8C} & \frac{3(i_{cir,z}^* + i_z^*)}{2C} & \frac{3(2i_{cir,d}^* - i_d^* - i_q^*)}{8C} & \frac{3(2i_{cir,z}^* - i_z^* - i_c^*)}{8C} & \frac{3(i_{cir,z}^* + i_z^*)}{2C} \end{bmatrix}$$

و $u^e = [u_{d1}^e \ u_{d2}^e \ u_{q1}^e \ u_{q2}^e \ u_{z1}^e \ u_{z2}^e]^T$ می‌باشد.
کاندیدای تابع لیاپانوف را براساس سیگنال‌های خطا را به صورت زیر در نظر می‌گیریم

$$V = k_1 \frac{(L+2L_1)}{2} i_d^{e2} + k_2 \frac{(L+2L_1)}{2} i_q^{e2} + k_3 \frac{L}{2} i_{cir,d}^{e2} + k_4 \frac{L}{2} i_{cir,q}^{e2} + k_5 \frac{L}{2} i_{cir,z}^{e2} + k_6 \frac{C}{2} v_c^{e2} \quad (31)$$

که در آن $k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6$ ضرایب ثابت و مثبت هستند. با مشتق‌گیری از تابع لیاپانوف داریم

$$\begin{aligned} \dot{V} = & k_1 \left[(L+2L_1) \omega_q^* - (R+2R_1) i_d^* - \frac{N}{2} u_{d1}^* (v_c^* + v_c) - \frac{N}{2} u_{d2}^* (v_c^* + v_c) + \frac{N}{2} u_{z1}^* (v_c^* + v_c) + \frac{N}{2} u_{z2}^* (v_c^* + v_c) \right] \\ & + k_2 \left[-(L+2L_1) \omega_d^* - (R+2R_1) i_q^* - \frac{N}{2} u_{q1}^* (v_c^* + v_c) - \frac{N}{2} u_{q2}^* (v_c^* + v_c) + \frac{N}{2} u_{z1}^* (v_c^* + v_c) + \frac{N}{2} u_{z2}^* (v_c^* + v_c) \right] \\ & + k_3 \left[L \omega_{cir,d}^* - R i_{cir,d}^* - \frac{N}{4} u_{d1}^* (v_c^* + v_c) - \frac{N}{4} u_{d2}^* (v_c^* + v_c) - \frac{N}{4} u_{z1}^* (v_c^* + v_c) - \frac{N}{4} u_{z2}^* (v_c^* + v_c) \right] \\ & + k_4 \left[-L \omega_{cir,q}^* - R i_{cir,q}^* - \frac{N}{4} u_{q1}^* (v_c^* + v_c) - \frac{N}{4} u_{q2}^* (v_c^* + v_c) - \frac{N}{4} u_{z1}^* (v_c^* + v_c) - \frac{N}{4} u_{z2}^* (v_c^* + v_c) \right] \\ & + k_5 \left[-R i_{cir,z}^* - \frac{N}{4} u_{d1}^* (v_c^* + v_c) - \frac{N}{4} u_{d2}^* (v_c^* + v_c) - \frac{N}{4} u_{q1}^* (v_c^* + v_c) - \frac{N}{4} u_{q2}^* (v_c^* + v_c) - \frac{N v_c^*}{2} \right] \\ & + k_6 v_c^* \left[\frac{v_c^*}{R_{mp}} + \frac{(u_{d1}^* + u_{d2}^*) i_{cir,d}^*}{8} + \frac{u_{d1}^* i_d^*}{16} + \frac{u_{d2}^* i_d^*}{16} + \frac{(u_{q1}^* + u_{q2}^*) i_{cir,q}^*}{8} + \frac{u_{q1}^* i_q^*}{16} + \frac{u_{q2}^* i_q^*}{16} \right. \\ & \left. + \frac{u_{z1}^* i_z^*}{16} + \frac{(u_{z1}^* + u_{z2}^*) i_{cir,z}^*}{4} + \frac{u_{z1}^* i_c^*}{8} + \frac{u_{z2}^* i_c^*}{8} + \frac{u_{z1}^* i_{cir,d}^*}{16} + \frac{u_{z2}^* i_{cir,d}^*}{16} + \frac{u_{z1}^* i_{cir,q}^*}{16} + \frac{u_{z2}^* i_{cir,q}^*}{16} \right] \\ & + \frac{(u_{d1}^* + u_{d2}^*) i_{cir,d}^*}{8} + \frac{u_{d1}^* i_d^*}{16} + \frac{u_{d2}^* i_d^*}{16} + \frac{(u_{q1}^* + u_{q2}^*) i_{cir,q}^*}{4} + \frac{u_{q1}^* i_q^*}{4} + \frac{u_{q2}^* i_q^*}{4} + \frac{u_{z1}^* i_z^*}{4} + \frac{u_{z2}^* i_z^*}{4} + \frac{u_{z1}^* i_{cir,d}^*}{2} + \frac{u_{z2}^* i_{cir,d}^*}{2} \end{aligned} \quad (32)$$

در عبارت (۳۲) در نظر می‌گیریم

$$u_{d2}^e = u_{q1}^e = u_{q2}^e = u_{z1}^e = u_{z2}^e = 0 \quad (33)$$

با توجه به (۲۷) و (۳۳) مشتق تابع لیاپانوف به صورت زیر ساده می‌شود

$$\begin{aligned} \dot{V} = & u_{d1}^e \left[-\frac{N}{2} k_1 (v_c^* + v_c) i_d^e - k_3 \frac{N}{4} (v_c^* + v_c) i_{cir,d}^e + k_6 \frac{(2i_{cir,d}^e + i_d^e + i_q^*) v_c^e}{16} \right] \\ & - k_1 (R+2R_1) i_d^{e2} + \frac{1}{2} \left(\frac{k_6}{8} - Nk_1 \right) (u_{d1}^e - u_{z2}^e) v_c^e i_d^e + (k_1 - k_2) (L+2L_1) \omega_d^e i_q^e \\ & - k_2 (R+2R_1) i_q^{e2} + \frac{1}{2} \left(\frac{k_6}{8} - Nk_2 \right) (u_{q1}^e - u_{z2}^e) v_c^e i_q^e \\ & - k_3 R i_{cir,d}^{e2} + (k_3 - k_4) L \omega_{cir,d}^e i_{cir,d}^e + \frac{1}{4} \left(\frac{k_6}{2} - Nk_3 \right) (u_{d1}^e + u_{z2}^e) i_{cir,d}^e v_c^e \\ & - k_4 R i_{cir,q}^{e2} + \frac{1}{4} \left(\frac{k_6}{2} - Nk_4 \right) (u_{q1}^e + u_{z2}^e) i_{cir,q}^e v_c^e \\ & - k_5 R i_{cir,z}^{e2} - k_6 \frac{v_c^{e2}}{R_{mp}} + \frac{1}{4} (u_{z1}^e + u_{z2}^e + 2) (k_6 - Nk_5) v_c^e i_{cir,z}^e \end{aligned} \quad (34)$$

در (۳۴) عبارات توان دوم که علامت آنها صراحتاً منفی می‌باشد را نگه داشته و مابقی عبارات را توسط ورودی کنترلی و با حل نامعادله (۳۵) منفی یا صفر می‌نماییم

به این ترتیب مقادیر مرجع ورودی‌های کنترل به صورت زیر محاسبه می‌شوند

$$\begin{cases} u_{d1}^* = -u_{d2}^* = \frac{(L+2L_1) \omega_q^* - (R+2R_1) i_d^* - 2v_{g,d}}{Nv_c^*} \\ u_{q1}^* = -u_{q2}^* = \frac{-(L+2L_1) \omega_d^* - (R+2R_1) i_q^*}{Nv_c^*} \\ u_{z1}^* = u_{z2}^* = -1 + \frac{V_{DC}}{Nv_c^*} - \frac{2Ri_{cir,z}^*}{Nv_c^*} \\ i_{cir,z}^* = \frac{V_{DC} - \sqrt{V_{DC}^2 - 2R(R+2R_1)(i_d^{*2} + i_q^{*2}) - 4Rv_{g,d} i_d^*} - \frac{28R}{(Nv_c^*)^2}}{4R} \end{cases} \quad (27)$$

۴- تحلیل دینامیک پایداری

در اینجا به طراحی کنترل‌کننده پایدارساز برای مبدل MMC براساس شرایط قضیه پایداری لیاپانوف [۴۱] می‌پردازیم. در این راستا سیگنال خطا برای متغیرهای حالت و ورودی‌ها را به صورت (۲۸) بیان می‌کنیم

$$u^e = u - u^* \text{ و } x^e = x - x^* \quad (28)$$

طوریکه $x \in \{i_d, i_q, i_{cir,d}, i_{cir,q}, i_{cir,z}, v_c\}$ و $u \in \{u_{d1}, u_{d2}, u_{q1}, u_{q2}, u_{z1}, u_{z2}\}$ به این ترتیب دینامیک خطا به صورت زیر بدست می‌آید

$$\begin{cases} (L+2L_1) \frac{di_d^e}{dt} = (L+2L_1) \omega_q^* - (R+2R_1) i_d^e - \frac{N}{2} u_{d1}^e (v_c^* + v_c) - \frac{N}{2} u_{d2}^e (v_c^* + v_c) + \frac{N}{2} u_{z1}^e (v_c^* + v_c) + \frac{N}{2} u_{z2}^e (v_c^* + v_c) \\ (L+2L_1) \frac{di_q^e}{dt} = -(L+2L_1) \omega_d^* - (R+2R_1) i_q^e - \frac{N}{2} u_{q1}^e (v_c^* + v_c) - \frac{N}{2} u_{q2}^e (v_c^* + v_c) + \frac{N}{2} u_{z1}^e (v_c^* + v_c) + \frac{N}{2} u_{z2}^e (v_c^* + v_c) \\ L \frac{di_{cir,d}^e}{dt} = L \omega_{cir,d}^* - R i_{cir,d}^e - \frac{N}{4} u_{d1}^e (v_c^* + v_c) - \frac{N}{4} u_{d2}^e (v_c^* + v_c) - \frac{N}{4} u_{z1}^e (v_c^* + v_c) - \frac{N}{4} u_{z2}^e (v_c^* + v_c) \\ L \frac{di_{cir,q}^e}{dt} = -L \omega_{cir,q}^* - R i_{cir,q}^e - \frac{N}{4} u_{q1}^e (v_c^* + v_c) - \frac{N}{4} u_{q2}^e (v_c^* + v_c) - \frac{N}{4} u_{z1}^e (v_c^* + v_c) - \frac{N}{4} u_{z2}^e (v_c^* + v_c) \\ L \frac{di_{cir,z}^e}{dt} = -R i_{cir,z}^e - \frac{N}{4} u_{d1}^e (v_c^* + v_c) - \frac{N}{4} u_{d2}^e (v_c^* + v_c) - \frac{N}{4} u_{q1}^e (v_c^* + v_c) - \frac{N}{4} u_{q2}^e (v_c^* + v_c) - \frac{N v_c^e}{2} \\ 6C \frac{dv_c^e}{dt} = \frac{6v_c^e}{R_{mp}} + \frac{3(u_{d1}^e + u_{d2}^e) i_{cir,d}^e}{4} + \frac{3u_{d1}^e i_d^e}{8} + \frac{3u_{d2}^e i_d^e}{8} + \frac{3(u_{q1}^e + u_{q2}^e) i_{cir,q}^e}{4} + \frac{3u_{q1}^e i_q^e}{4} + \frac{3u_{q2}^e i_q^e}{4} \\ + \frac{3u_{z1}^e i_z^e}{8} + \frac{3(u_{z1}^e + u_{z2}^e) i_{cir,z}^e}{2} + \frac{3u_{z1}^e i_c^e}{4} + \frac{3(u_{z2}^e + u_{z1}^e) i_c^e}{4} + \frac{3u_{z1}^e i_{cir,d}^e}{8} + \frac{3u_{z2}^e i_{cir,d}^e}{8} \\ + \frac{3(u_{z1}^e + u_{z2}^e) i_{cir,q}^e}{8} + \frac{3u_{z1}^e i_{cir,q}^e}{8} + \frac{3(u_{z1}^e + u_{z2}^e) i_{cir,z}^e}{2} + \frac{3u_{z1}^e i_{cir,z}^e}{2} + 3i_{cir,z}^e \end{cases} \quad (29)$$

معادلات (۲۹) را به می‌توان به صورت عبارت خلاصه شده زیر بیان کرد

$$\dot{e} = F(e) + G(e)u^e \quad (30)$$

که در آن $e = [i_d^e \ i_q^e \ i_{cir,d}^e \ i_{cir,q}^e \ i_{cir,z}^e \ v_c^e]^T$

$$F(e) = \begin{bmatrix} \omega_q^* \frac{(R+2R_1)}{(L+2L_1)} i_d^e - \frac{Nv_c^e}{2(L+2L_1)} (u_{d1}^e - u_{d2}^e) \\ -\omega_d^* \frac{(R+2R_1)}{(L+2L_1)} i_q^e - \frac{Nv_c^e}{2(L+2L_1)} (u_{q1}^e - u_{q2}^e) \\ \omega_{cir,d}^* \frac{R}{L} i_{cir,d}^e - \frac{N}{4L} v_c^e (u_{d1}^e + u_{d2}^e) \\ -\omega_{cir,q}^* \frac{R}{L} i_{cir,q}^e - \frac{N}{4L} v_c^e (u_{q1}^e + u_{q2}^e) \\ -\frac{R}{L} i_{cir,z}^e - \frac{N}{4L} v_c^e (u_{z1}^e + u_{z2}^e) - \frac{Nv_c^e}{2L} \\ \frac{6v_c^e}{CR_{mp}} + \frac{3u_{d1}^e (2i_{cir,d}^e + i_d^e) + 3u_{d2}^e (2i_{cir,d}^e + i_d^e) + 12u_{d1}^e i_d^e + 3u_{d2}^e (2i_{cir,d}^e - i_d^*) + 3u_{z1}^e (2i_{cir,d}^e - i_d^*) + 12u_{z1}^e i_d^e + 24i_{cir,d}^e}{8C} \end{bmatrix}$$

خواهد بود. در حالت ضابطه دوم، عبارت $-N(x) + u_{d1}^e D(x)$ در صورت $-N(x)$ ساده می‌شود. لذا در این حالت، مشتق تابع لیاپانوف در (۳۹) زمانی منفی خواهد شد که شرط ذیل برقرار باشد.

$$D(x) = 0 \Rightarrow N(x) \geq 0 \quad (41)$$

در ادامه امکان برآورده شدن این شرط را به صورت عددی مورد بررسی قرار می‌دهیم. نامساوی (۴۲) را در نظر بگیرید

$$N(x) + \alpha D(x) \geq 0 \quad (42)$$

که در آن $\alpha \in \mathbb{R}$ یک مقدار حقیقی است. واضح است اگر مقادیر برای α وجود داشته باشد که به ازای کلیه مقادیر $x \in \mathbb{R}^6$ نامساوی (۴۲) برقرار باشد، آنگاه برقراری این نامساوی، درستی عبارت منطقی (۴۱) را نتیجه خواهد داد. از طرفی با جاگذاری عبارات $N(x)$ و $D(x)$ از (۳۷) و (۳۸) در (۴۲)، نامساوی (۴۲) را می‌توان به صورت نامساوی (۴۳) نوشت.

$$\begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P & h^T \\ h & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} \geq 0 \quad (43)$$

که در آن زیر ماتریس‌های $P = P^T \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ ، $h \in \mathbb{R}^{1 \times 6}$ و $d \in \mathbb{R}$ با توجه به ضرایب جملات ثابت، مرتبه اول و دوم ظاهر شده در نامساوی (۴۲) به راحتی قابل محاسبه هستند. بدیهی است یک شرط کافی برای برقراری نامساوی (۴۳) برقراری نامساوی ماتریسی (۴۴) است.

$$\begin{bmatrix} P & h^T \\ h & d \end{bmatrix} \geq 0 \quad (44)$$

نامساوی ماتریسی (۴۴) با متغیرهای $k_2 > 0$ ، $k_1 > 0$ ، $\alpha \in \mathbb{R}$ ، $k_6 > 0$ و $k_5 > 0$ ، $k_4 > 0$ ، $k_3 > 0$ که به کمک نرم افزار YALMIP/SeDuMi به صورت عددی قابل ارزیابی است. نتیجه این مساله امکان سنجی، مثبت بوده و متناظر با نقطه کار منتخب در روابط (۲۱)–(۲۷) مقادیر عددی حاصل عبارتند از $k_3 = 2.4484 \cdot 10^{-11}$ ، $k_2 = 0.0861$ ، $k_1 = 0.0861$ و $k_6 = 2.7537$ ، $k_5 = 0.6826$ ، $k_4 = 1.0030 \cdot 10^{-10}$ و $\alpha = 0$. به این ترتیب با انتخاب این ضرایب در تابع لیاپانوف (۳۱)، رابطه منطقی (۴۱) همواره برقرار بوده و در نتیجه در صورت وقوع ضابطه دوم کنترل‌کننده (۴۰)، مشتق تابع لیاپانوف در (۳۴) همچنان منفی خواهد ماند. یافته‌های فوق را می‌توان در قالب نتیجه ۱ به شکل زیر خلاصه نمود.

نتیجه ۱: سیستم (۳۰) را در نظر بگیرید. قانون کنترلی $u^e = \psi(e)$ ، مبدأ سیستم (۳۰)، $e = 0$ را به کمک تابع لیاپانوف (۳۱) پایدار مجانبی سرتاسری می‌نماید، طوریکه:

$$\begin{aligned} u_{d1}^e \left[-k_1 \frac{N}{2} (v_c^e + v_c^*) i_d^{e2} - k_3 \frac{N}{4} (v_c^e + v_c^*) i_{cir,d}^e + k_6 \frac{(2i_{cir,d}^e + i_d^e + i_d^*) v_c^e}{16} \right] \leq \\ -\frac{1}{2} \left(\frac{k_6}{8} - Nk_1 \right) (u_{d1}^* - u_{d2}^*) v_c^e i_d^{e2} - (k_1 - k_2) (L + 2L_1) \omega i_d^{e2} \\ -\frac{1}{2} \left(\frac{k_6}{8} - Nk_2 \right) (u_{q1}^* - u_{q2}^*) v_c^e i_q^{e2} - (k_3 - k_4) L \omega i_{cir,d}^e i_{cir,q}^e \\ -\frac{1}{4} \left(\frac{k_6}{2} - Nk_3 \right) (u_{d1}^* + u_{d2}^*) i_{cir,d}^e v_c^e - \frac{1}{4} \left(\frac{k_6}{2} - Nk_4 \right) (u_{q1}^* + u_{q2}^*) i_{cir,q}^e v_c^e \\ -\frac{1}{4} (u_{z1}^* + u_{z2}^* + 2) (k_6 - Nk_5) v_c^e i_{cir,z}^e \end{aligned} \quad (35)$$

نامعادله (۳۵) را می‌توان به شکل ساده تر (۳۶) نوشت

$$D(x) u_{d1}^e \leq N(x) \quad (36)$$

به طوریکه

$$\begin{aligned} N(x) = -\frac{1}{2} \left(\frac{k_6}{8} - Nk_1 \right) (u_{d1}^* - u_{d2}^*) v_c^e i_d^{e2} \\ - (k_1 - k_2) (L + 2L_1) \omega i_d^{e2} \\ -\frac{1}{2} \left(\frac{k_6}{8} - Nk_2 \right) (u_{q1}^* - u_{q2}^*) v_c^e i_q^{e2} \\ - (k_3 - k_4) L \omega i_{cir,d}^e i_{cir,q}^e \\ -\frac{1}{4} \left(\frac{k_6}{2} - Nk_3 \right) (u_{d1}^* + u_{d2}^*) i_{cir,d}^e v_c^e \\ -\frac{1}{4} \left(\frac{k_6}{2} - Nk_4 \right) (u_{q1}^* + u_{q2}^*) i_{cir,q}^e v_c^e \\ -\frac{1}{4} (u_{z1}^* + u_{z2}^* + 2) (k_6 - Nk_5) v_c^e i_{cir,z}^e \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} D(x) = -k_1 \frac{N}{2} (v_c^e + v_c^*) i_d^{e2} \\ -k_3 \frac{N}{4} (v_c^e + v_c^*) i_{cir,d}^e + k_6 \frac{v_c^e (2i_{cir,d}^e + i_d^e + i_d^*)}{16} \end{aligned} \quad (38)$$

در این صورت مشتق تابع لیاپانوف در (۳۴) را نیز می‌توان به صورت (۳۹) بیان نمود.

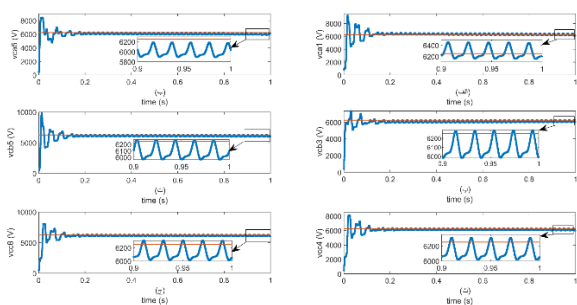
$$\begin{aligned} \dot{V} = -k_1 (R + 2R_1) i_d^{e2} - k_2 (R + 2R_1) i_q^{e2} \\ -k_3 R i_{cir,d}^{e2} - k_4 R i_{cir,q}^{e2} - k_5 R i_{cir,z}^{e2} \\ -k_6 \frac{v_c^{e2}}{R_{cap}} - N(x) + u_{d1}^e D(x) \end{aligned} \quad (39)$$

روودی کنترلی u_{d1}^e را به صورت عبارت دو ضابطه‌ای (۴۰) در نظر می‌گیریم

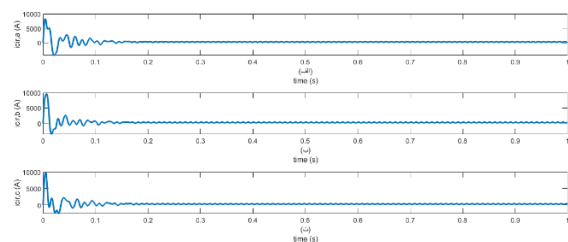
$$u_{d1}^e = \begin{cases} \frac{N(x)}{D(x)} & D(x) \neq 0 \\ 0 & D(x) = 0 \end{cases} \quad (40)$$

در صورت وقوع ضابطه اول در (۴۰)، عبارت $-N(x) + u_{d1}^e D(x)$ در (۳۹) برابر صفر شده و مشتق تابع لیاپانوف

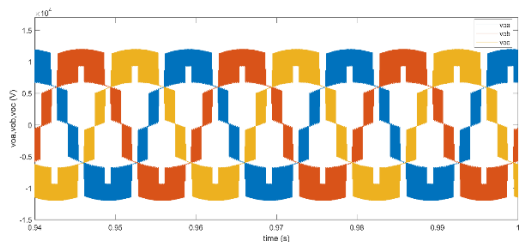
شکل ۳، شکل موج ولتاژ خازن‌های ماژول‌های MMC را نمایش می‌دهد. قابل ذکر است که در این شکل از هر بازو یک ماژول انتخاب شده و شکل موج آن آورده شده است. شرایط اولیه برای ولتاژ خازن ماژول اول و پنجم فاز a به ترتیب برابر ۷۵۰ و ۳۵۰ ولت، برای ولتاژ خازن ماژول سوم و پنجم فاز b به ترتیب برابر ۳۰۰ و ۴۵۰ ولت و برای ولتاژ خازن ماژول چهارم و هشتم فاز c به ترتیب برابر ۶۰۰ و ۴۰۰ ولت انتخاب شده است. ولتاژ اولیه بقیه خازن‌ها صفر در نظر گرفته شده‌اند. همانطور که دیده می‌شود ولتاژ خازن‌ها به مقادیر مرجع خود رسیده‌اند. در شکل ۴ شکل موج جریان‌های گردشی MMC نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که قسمت ac این جریان‌ها حذف شده و فقط یک مقدار dc باقی مانده است. در نهایت در شکل ۵ ولتاژهای ترمینال MMC نمایش داده شده‌اند.



شکل ۳. ولتاژ خازن ماژول‌های مبدل پنج سطحی ماژولار. (الف) و (ب) ولتاژ خازن ماژول‌های فاز a. (پ) و (ت) ولتاژ خازن ماژول‌های فاز b. (ث) و (ج) ولتاژ خازن ماژول‌های فاز c.



شکل ۴. شکل موج جریان‌های گردشی مبدل پنج سطحی ماژولار. (الف) جریان گردشی فاز a. (ب) جریان گردشی فاز b. (پ) جریان گردشی فاز c.



شکل ۵. شکل موج ولتاژهای ترمینال خروجی مبدل پنج سطحی ماژولار

شکل ۶ عملکرد سیستم کنترل را در قبال اغتشاش خارجی به صورت تغییرات ولتاژ لینک DC نشان می‌دهد. برای این منظور ولتاژ لینک DC از مقدار ۲۵۰۰۰ ولت به مقدار ۲۶۰۰۰ ولت در ثانیه ۰/۲ و دوباره به مقدار

$$\psi(e) = \begin{bmatrix} (40) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (45)$$

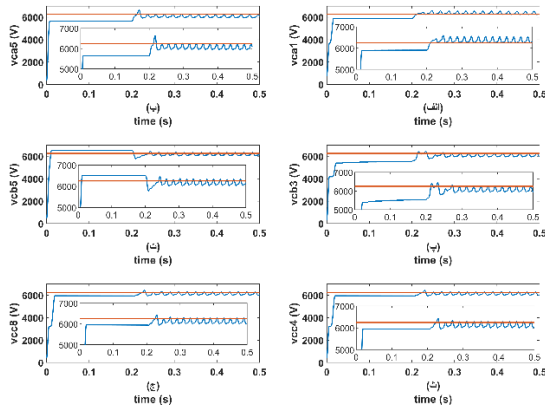
۵- نتایج شبیه‌سازی

به منظور ارزیابی روش کنترل پیشنهادی، یک مبدل چندسطحی چندبخشی سه فاز (پنج سطحه) در محیط نرم‌افزار MATLAB/SIMULINK شبیه‌سازی شده است. پارامترهای سیستم مورد مطالعه در جدول ۱ نمایش داده شده است. مقادیر موجود در این جدول با توجه به مقالات مربوطه و به خصوص از مراجع [۲۷] و [۳۶] انتخاب شده‌اند. روش مدولاسیون مورد استفاده روش مدولاسیون پهنای باند جابه‌جایی فاز می‌باشد. فرض می‌شود که مبدل در نقطه کار نامی توان‌های $P = 20 \text{ MW}$ و $Q = 5 \text{ MVAR}$ را انتقال می‌دهد. به این ترتیب طبق معادلات (۲۰) مقادیر مرجع برای جریان‌های i_d^* و i_q^* به ترتیب $1257/86 \text{ A}$ و $-314/46 \text{ A}$ بدست می‌آید.

جدول ۱. مقادیر پارامترهای مورد استفاده در شبیه‌سازی مبدل‌های

چندسطحی چندبخشی

پارامتر	نماد	مقدار
توان ظاهری	S	25 MVA
ولتاژ لینک DC	V_{DC}	25 kV
ولتاژ فاز شبکه (پیک)	V_g	10.6 kV
فرکانس کلیدزنی	F	5 kHz
مقاومت بازو	R	0.5Ω
اندوکتانس بازو	L	3 mH
مقاومت شبکه	R_1	0.03Ω
اندوکتانس شبکه	L_1	8 mH
مقاومت خازن‌ها	R_{cap}	20 k Ω
تعداد ماژول بازو	N	4
خازن ماژول‌ها	C	6 mF



شکل ۷. ولتاژ خازن ماژول‌های مبدل پنج سطحی ماژولار با اعمال کنترل در لحظه ۰/۲ ثانیه. الف) و ب) ولتاژ خازن ماژول‌های فاز a. پ) و ت) ولتاژ خازن ماژول‌های فاز b. ث) و ج) ولتاژ خازن ماژول‌های فاز c.

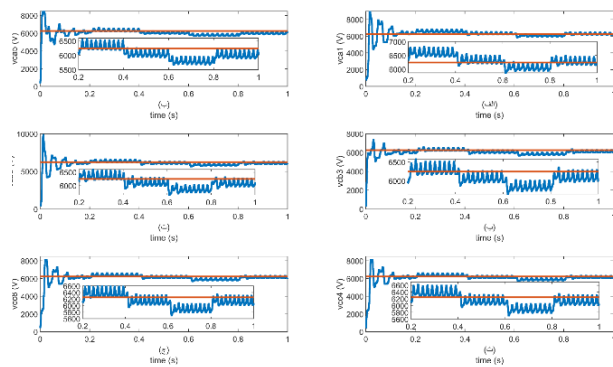
۶- نتیجه‌گیری

در مبدل‌های چندسطحی چندبخشی طراحی کنترل‌کننده‌ای که در عین سادگی پیاده‌سازی عملی، قابلیت کنترل جریان شبکه، تعادل ولتاژ خازن‌ها و کمینه‌سازی جریان گردشی را داشته باشد، از اهمیت راهبردی برخوردار می‌باشد. در این راستا در این مقاله روشی برای کنترل و پایدارسازی مبدل چندسطحی چندبخشی با استفاده از روش مستقیم لیاپانوف ارائه گردیده است. به همین منظور ابتدا مدل مبدل در قالب معادلات دینامیکی جریان‌های سمت ac، جریان‌های گردشی و ولتاژ خازن ماژول‌ها استخراج می‌گردد. سپس تحلیل حالت ماندگار انجام گرفته و نقاط کار مبدل براساس مقادیر مرجع متغیرهای حالت محاسبه می‌شوند. در ادامه معادلات مربوط به دینامیک خطا را بدست آورده و کاندیدای تابع لیاپانوف براساس سیگنال‌های خطا بیان می‌شود. سپس با حل معادلات موجود در مشتق تابع لیاپانوف، ورودی‌های کنترل به صورت تحلیلی محاسبه می‌شوند. نتایج عددی عملکرد مطلوب کنترل‌کننده پیشنهادی را تایید می‌کنند.

مراجع

- [1] Martin Glinka and Rainer Marquardt, "A new AC/AC multilevel converter family," IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 52, no. 3, pp. 662-669, 2005.
- [2] Marcelo A. Perez, Steffen Bernet, Jose Rodriguez, Samir Kouro, and Ricardo Lizana, "Circuit topologies, modeling, control schemes, and applications of modular multilevel converters," IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 30, no. 1, pp. 4-17, 2014.
- [3] B. Gemmel, J. Dorn, D. Retzmann, and D. Soerangr, "Prospects of multilevel VSC technologies for power transmission," In 2008 IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exposition, pp. 1-16. IEEE, 2008.

۲۵۰۰۰ ولت در ثانیه ۰/۴ و سپس به مقدار ۲۴۰۰۰ ولت در ثانیه ۰/۶ و در نهایت به مقدار ۲۵۰۰۰ ولت در ثانیه ۰/۸ تغییر داده شده است. پروفیل ولتاژ برخی از ماژول‌ها که متناظر با همان خازن‌های شکل ۳ می‌باشد در شکل ۶ آورده شده است. لازم به ذکر است از آنجایی که در مساله پایدارسازی نامی مورد بحث در این مقاله تدابیری برای حذف کامل اثر اغتشاش (مثلا در نظر گرفتن خاصیت انتگرالی در کنترلر برای حذف کامل اثر اغتشاش ثابت و یا طراحی کنترلر مقاوم به منظور کمینه کردن اثر اغتشاش بر روی سیگنال‌های خروجی) لحاظ نشده است، ملاحظه می‌شود که در اثر تغییر ولتاژ ورودی، یک بایاس و انحراف از ولتاژ کار نامی خازن‌ها که کنترلر برای آن نقطه طراحی شده است به وجود آید. بعد از رفع اغتشاش خارجی نقطه کار نامی اولیه توسط سیستم کنترل حلقه بسته بازایی می‌شود.



شکل ۸. ولتاژ خازن ماژول‌های مبدل پنج سطحی ماژولار با وجود اغتشاش ولتاژ باس DC. الف) و ب) ولتاژ خازن ماژول‌های فاز a. پ) و ت) ولتاژ خازن ماژول‌های فاز b. ث) و ج) ولتاژ خازن ماژول‌های فاز c.

با توجه به شکلهای ۳ و ۶ ملاحظه می‌شود که میزان بالازدگی در ابتدای شبیه‌سازیهای عددی و به عبارت دیگر هنگام راه‌اندازی مبدل مقادیر بالایی هستند. یکی از دلایل این امر این است که کنترل‌کننده طراحی شده از همان لحظه راه‌اندازی مبدل وارد مدار شده و حالت گذرای مرحله راه‌اندازی نیز در آن مشاهده می‌شود. حال آنکه در برخی مراجع از قبیل [۳۶] کنترل‌کننده طراحی شده پس از مرحله راه‌اندازی مبدل و در شرایط ماندگار وارد مدار شده است. شکل ۷ ولتاژ خازن ماژول‌هایی از مبدل را که متناظر با همان ماژول‌های متناظر در شکلهای ۳ و ۶ می‌باشد را نشان می‌دهد. در این شکل، کنترل‌کننده طراحی شده بعد از رفع حالت گذرای راه‌اندازی مبدل و در لحظه ۰/۲ ثانیه وارد مدار شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود قبل از اعمال کنترل‌کننده ولتاژ خازن‌ها بدون داشتن میزان بالازدگی زیاد به حالت ماندگار می‌رسند. ولی عدم وجود کنترل‌کننده منجر به ایجاد خطای حالت ماندگار در ولتاژ خازن‌ها شده است. بعد از اعمال کنترل‌کننده ولتاژ خازن‌ها بدون ایجاد بالازدگی قابل توجه به مقدار مطلوب مورد نظر رسیده است.

- [15] S. Rohner, S. Bernet, M. Hiller and R. Sommer, "Modulation, losses, and semiconductor requirements of modular multilevel converters," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 57, no. 8, pp. 2633-2642, 2009.
- [16] Maryam Saedifard, and Reza Iravani, "Dynamic performance of a modular multilevel back-to-back HVDC system," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 25, no. 4, pp. 2903-2912, 2010.
- [17] Rosheila Darus, Josep Pou, Georgios Konstantinou, Salvador Ceballos, and Vassilios Georgios Agelidis, "Controllers for eliminating the ac components in the circulating current of modular multilevel converters," *IET Power Electronics*, vol. 9, no. 1, pp. 1-8, 2016.
- [18] Makoto Hagiwara and Hirofumi Akagi, "Control and experiment of pulsewidth-modulated modular multilevel converters," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 24, no. 7, pp. 1737-1746, 2009.
- [19] Marcelo A. Perez, Jose Rodriguez, Esteban J. Fuentes, and Felix Kammerer, "Predictive control of AC-AC modular multilevel converters," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 59, no. 7, pp. 2832-2839, 2011.
- [20] Xu She, Alex Huang, Xijun Ni, and Rolando Burgos, "AC circulating currents suppression in modular multilevel converter," In *IECON 2012-38th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*, pp. 191-196. IEEE, 2012.
- [21] Zixin Li, Ping Wang, Zufang Chu, Haibin Zhu, Yongjie Luo, and Yaohua Li, "A novel inner current suppressing method for modular multilevel converters," In *2012 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, pp. 4506-4512. IEEE, 2012.
- [22] Lennart Angquist, Antonios Antonopoulos, Daniel Siemaszko, Kalle Ilves, Michail Vasiladiotis, and Hans-Peter Nee, "Open-loop control of modular multilevel converters using estimation of stored energy," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 47, no. 6, pp. 2516-2524, (2011).
- [23] Ricardo Lizana, Marcelo A. Perez, Steffen Bernet, Jose R. Espinoza, and Jose Rodriguez, "Control of arm capacitor voltages in modular multilevel converters," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 31, no. 2, pp. 1774-1784, 2015.
- [24] Rafael Cisneros, Romeo Ortega, Matteo Pirro, Gianluca Ippoliti, Gilbert Bergna, and Marta Molinas Cabrera, "Global tracking passivity-based PI control for power converters: An application to the boost and modular multilevel converters," In *2014 IEEE 23rd International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)*, pp. 1359-1365. IEEE, 2014.
- [25] Gilbert Bergna, Alejandro Garcés, Erik Berne, Philippe Egrot, Amir Arzandé, Jean-Claude
- [4] Silke Allebrod, Roman Hamerski, and Rainer Marquardt, "New transformerless, scalable modular multilevel converters for HVDC-transmission," In *2008 IEEE Power Electronics Specialists Conference*, pp. 174-179. IEEE, 2008.
- [5] S. Rohner, M. Hiller, and R. Sommer, "A new highly modular medium voltage converter topology for industrial drive application," In *Power electronics and applications, EPE 13th European conference*. 2009.
- [6] Makoto Hagiwara, Kazutoshi Nishimura, and Hirofumi Akagi, "A medium-voltage motor drive with a modular multilevel PWM inverter," *IEEE Transactions on Power Electronics* 25, no. 7 (2010): 1786-1799.
- [7] Anton Lesnicar, and Rainer Marquardt, "An innovative modular multilevel converter topology suitable for a wide power range," In *2003 IEEE Bologna Power Tech Conference Proceedings*, vol. 3, pp. 6-pp., doi:10.1106/PTC.2003.1304403, 2003.
- [8] Manfred Winkelkemper, Arthur Korn, and Peter Steimer, "A modular direct converter for transformerless rail interties," In *2010 IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, pp. 562-567, IEEE, 2010.
- [9] Makoto Hagiwara, Ryo Maeda, and Hirofumi Akagi, "Negative-sequence reactive-power control by a PWM STATCOM based on a modular multilevel cascade converter (MMCC-SDBC)," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 48, no. 2, pp. 720-729, 2011.
- [10] Fujin Deng and Zhe Chen, "A control method for voltage balancing in modular multilevel converters," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 29, no. 1, pp. 66-76, 2013.
- [11] Makoto Hagiwara, and Hirofumi Akagi, "Control and experiment of pulsewidth-modulated modular multilevel converters," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 24, no. 7, pp. 1737-1746, 2009.
- [12] Jiangchao Qin and Maryam Saedifard, "Predictive control of a modular multilevel converter for a back-to-back HVDC system," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 27, no. 3, pp. 1538-1547, 2012.
- [13] Steffen Rohner, Steffen Bernet, Marc Hiller, and Rainer Sommer, "Modelling, simulation and analysis of a modular multilevel converter for medium voltage applications," In *2010 IEEE International Conference on Industrial Technology*, pp. 775-782. IEEE, 2010.
- [14] Mike Dommaschk, Jörg Dorn, Ingo Euler, Jörg Lang, Quoc-Buu Tu, and Klaus Würflinger, "Driving of a phase module branch of a multilevel converter," U.S. Patent 8,390,259, issued March 5, 2013.

- and Energy Systems, vol. 129, pp. 106778, DOI: 10.1016/j.ijepes.2021.106778, 2021.
- [35] Majid Mehrasa, Edris Pouresmaeil, Sasan Zabihi, and João PS Catalão, "Dynamic model, control and stability analysis of MMC in HVDC transmission systems," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 32, no. 3, pp. 1471-1482, 2016.
- [36] Mohsen Vatani, Morten Hovd, and Maryam Saedifard, "Control of the modular multilevel converter based on a discrete-time bilinear model using the sum of squares decomposition method," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 30, no. 5, pp. 2179-2188, 2015.
- [37] Baljit Riar, "Design and control of modular multilevel converters," PhD diss., ResearchSpace@ Auckland, 2015.
- [38] Feyzullah Ertürk, "Investigation of Modular Multilevel Converter Control Methods." Diss. Middle East Technical University, 2015.
- [39] Wim van der Merwe, Peter Hokayem, and Lidia Stepanova, "Analysis of the N-Cell single phase MMC natural balancing mechanism." *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, vol. 2, no. 4, pp. 1149-1158, 2014.
- [40] Wim van der Merve, "Natural balancing of the 2-cell modular multilevel converter," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 50, no. 6, pp. 4028-4035, 2014.
- [41] Hassan Khalil, "Nonlinear Systems," Prentice Hall, 2002, third edition.
- Vannier, and Marta Molinas, "A generalized power control approach in abc frame for modular multilevel converter hvdc links based on mathematical optimization," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 29, no. 1, pp. 386-394, 2013.
- [26] Hans Bärnklaue, Albrecht Gensior, and Joachim Rudolph, "A model-based control scheme for modular multilevel converters," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 60, no. 12, pp. 5359-5375, 2012.
- [27] Lennart Harnefors, Antonios Antonopoulos, Kalle Ilves, and Hans-Peter Nee, "Global asymptotic stability of current-controlled modular multilevel converters," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 30, no. 1, pp. 249-258, 2014.
- [28] Shunfeng Yang, Peng Wang, and Yi Tang, "Feedback linearization-based current control strategy for modular multilevel converters," *IEEE Transactions on Power Electronics* 33, no. 1, pp. 161-174, 2017.
- [29] Zheng Li, Quanrui Hao, Feng Gao, Linlin Wu, and Minyuan Guan, "Nonlinear decoupling control of two-terminal MMC-HVDC based on feedback linearization." *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 34, no. 1, pp. 376-386, 2019.
- [30] Mohammadali Ahmadijokani, Majid Mehrasa, Mohammad Sleiman, Mohammad Sharifzadeh, Abdolreza Sheikholeslami, and Kamal Al-Haddad, "A back-stepping control method for modular multilevel converters," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 68, no. 1, pp. 443-453, 2021.
- [31] Yu Jin, Qian Xiao, Hongjie Jia, Yunfei Mu, Yanchao Ji, Remus Teodorescu, and Tomislav Dragicevic, "A dual-Layer back-stepping control method for Lyapunov stability in modular multilevel converter based STATCOM," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, DOI: 10.1109/TIE.2021.3063973, 2021.
- [32] Majid Mehrasa, Edris Pouresmaeil, Shamsodin Taheri, Ionel Vechiu, and Joao P. S. Catalao, "Novel control strategy for modular multilevel converters based on differential flatness theory," *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, vol. 6, no. 2, pp. 888-897, 2018.
- [33] Guacira Costa de Oliveira, Gilney Damm, Renato Machado Monaro, Luis F. N. Lourenco, Miguel Jimenez Carrizosa, and Francoise Lamnabhi-Lagarrigue, "Nonlinear control for modular multilevel converters with enhanced stability region and arbitrary closed loop dynamics," *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, vol. 126, pp. 106590, 2021. DOI:j.ijepes.2020.106590.
- [34] Reza Janbazi Ghadi, Majid Mehrasa, M. Ebrahimi Adabi, and Seddik Bacha, "Lyapunov theory-based control strategy for multi-terminal MMC-HVDC systems," *International Journal of Electrical Power*