مجله کنترل
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
مقاله پژوهشی
جلد۱۶، شماره ۴، زمستان ۱۴۰۱، صفحه ۱۳-۱

ردیابی نقطه بیشینه توان در سیستم فتوولتائی دارای نامعینی با رویکردکنترل غیرخطی زمان-متناهی

علی ابوئی[۱]، فرزاد محمودیان بارزی[۲] و محمد حائری[۳]

[۱] استادیار، بخش کنترل و الکترونیک، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه یزد، Aliabooee@yazd.ac.ir

[۲] فارغ‌التحصیل کارشناسی‌ارشد مهندسی برق-کنترل، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه یزد، Farzadmahmodian@gmail.com

[۳] استاد، گروه کنترل، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی شریف، Haeri@sharif.edu

دریافت: ۱۴۰۱/۰۵/۲۰ ویرایش: ۱۴۰۱/۱۰/۰۸ پذیرش: ۱۴۰۱/۱۱/۲۴

چکیده: در این مقاله با بکارگیری راهکار کنترل غیرخطی مقاوم زمان-متناهی، مسئله‌ی ردیابی نقطه بیشینه توان برای سیستم حلقه‌بسته‌ی فتوولتائی مورد بررسی و تحلیل قرار می‌گیرد. ابتدا مدل‌سازی دینامیکی جامعی برای سیستم فتوولتائی ارائه شده و با تحلیل ریاضی، مقادیر مرجع و مبنا برای جریان و ولتاژ خروجی ماژول فتوولتائی چنان تعیین می‌گردند تا بیشینه توان از سیستم حلقه‌بسته حاصل گردد. در ادامه با تعریف خطاهای ردیابی و تعدادی متغیرهای کمکی، نشان داده می‌شود که چالش ردیابی نقطه بیشینه توان سیستم فتوولتائی (دارای نامعینی) معادل و هم‌ارز با مسئله‌ی پایدارسازی زمان-متناهی کلّی نقطه‌ی تعادل یک سیستم غیرخطی مرتبه دوم دارای نامعینی است. سپس با تعمیم روش کنترل مد لغزشی پایاندار و تعریف چندین خمینه لغزشی ابتکاری، سه نوع مجزا از کنترل‌کننده‌های غیرخطی مقاوم زمان-متناهی طراحی و پیشنهاد می‌گردند تا هدف پایدارسازی فوق‌الذکر و در نتیجه ردیابی زمان-متناهی نقطه بیشینه توان سیستم حلقه‌بسته‌ی فتوولتائی برآورده گردد. با استفاده از لم‌های پایداری زمان-متناهی به صورت تحلیلی اثبات می‌گردد که هر سه نوع کنترل‌کننده‌های پیشنهادی قادرند تا پایداری زمان-متناهی کلّی سیستم حلقه‌بسته فتوولتائی را تضمین کنند. هر سه راهکار ارائه شده شامل تعدادی ثابت اختیاری هستند که با انتخاب مقادیر عددی مناسب برای آن‌ها می‌توان زمان رسیدن به نقطه بیشینه توان را تا حد قابل توجهی کاهش داد. در انتهای مقاله، کنترل‌کننده‌های پیشنهادی بر روی سیستم فتوولتائی، مورد شبیه‌سازی کامپیوتری قرار گرفته و نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهند که این راهکارهای کنترلی معرفی شده به خوبی قادرند تا هدف ردیابی زمان-متناهی نقطه بیشینه توان را برآورده سازند.

کلمات کلیدی: ردیابی نقطه بیشینه توان، سیستم فتوولتائی، پایداری زمان-متناهی کلّی، کنترل مد لغزشی پایاندار، خمینه لغزشی.

Maximum Power Point Tracking in an Uncertain Photovoltaic System Utilizing Finite-Time Nonlinear Control Approach

Ali Abooee, Farzad Mahmoodian Barzi, and Mohammad Haeri

Abstract: In this paper, by utilizing the finite-time robust nonlinear control approach, the maximum power point tracking problem is discussed and investigated for a closed-loop photovoltaic system. First, a comprehensive dynamical model for the photovoltaic system is introduced and elaborated. Next, to achieve the maximum power point, reference values for current and voltage of the photovoltaic module are determined by mathematical analysis. By defining tracking errors and two auxiliary variables, it is mathematically demonstrated that the maximum power point tracking problem of an uncertain photovoltaic system is equivalent to the global finite-time stabilization problem of an equilibrium point associated with an uncertain second order nonlinear system. By developing the terminal sliding mode control and defining several innovative sliding manifolds, three different types of finite-time robust nonlinear controllers are designed and proposed to accomplish the maximum power point tracking goal for the closed-loop photovoltaic system. By applying several lemmas, it is proven that all proposed controllers are able to guarantee the mentioned stability of the closed-loop photovoltaic system in the presence of uncertainties. In proposed control schemes, the convergence finite time depends on the values of arbitrary constants and, in consequence, by choosing proper values for these constants, the aforementioned finite time would be reduced significantly. Eventually, three proposed control schemes are numerically simulated onto the photovoltaic system and simulation results illustrate that the suggested controllers properly fulfill and provide the maximum power point tracking objective.

Keywords: Maximum power point tracking, Photovoltaic system, Global finite-time stability, Terminal sliding mode control, Sliding manifold.

نویسنده عهده دار مکاتبات: علی ابوئی

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-11]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.4.1.9]
[DOI: 10.61186/joc.16.4.1]

۱- مقدمه

در چهار دهه‌ی گذشته مسائلی نظیر محدودیت‌های دوام ذخایر فسیلی، رشد جمعیت و افزایش ضریب مصرف انرژی، رشد فزآینده‌ی کارخانه‌ها و صنایع عظیم تولیدی، مکانیزه شدن و پیوند ناگسستنی اتوماسیون با جنبه‌های گوناگون زندگی بشری باعث گردیده است تا دانشمندان و متخصصین حوزه انرژی به دنبال یافتن راهکارهای مناسب برای حل معضلات انرژی در جهان و مدیریت بحران‌های زیست‌محیطی باشند [۲ ,۱]. راه‌حل اساسی برای غلبه بر مشکلات و نگرانی‌های فوق‌الذکر، استفاده از انرژی‌های تجدیدپذیری است که در مقایسه با طول عمر آدمی به‌صورت مداوم در حال جایگزینی می‌باشند و جزو منابع پاک از نظر زیست‌محیطی محسوب می‌شوند. خورشید، باد و امواج دریا منابع اصلی انرژی‌های تجدیدپذیر هستند که در این میان انرژی خورشیدی نسبت به سایر منابع انرژی در دسترس‌تر است [۲-۵]. بنابراین در سال‌های اخیر تولید برق خورشیدی با استفاده از سیستم‌های فتوولتائی افزایش چشمگیری داشته است. قابلیت پیاده‌سازی به‌صورت آزمایشی، امکان نصب و راه‌اندازی در شرایط مختلف جغرافیایی، عمر طولانی، نگهداری آسان، عدم وابستگی به شبکه در نقاط دوردست و قابلیت استفاده به دو صورت متصل و مجزا از شبکه سراسری، همه مزایای سیستم‌های فتوولتائی هستند. نکات قوت ذکرشده باعث می‌گردند سیستم‌های فتوولتائی کاربردهای متعدد و متنوعی از جمله شارژ باتری‌ها، تامین انرژی منازل روستایی، راه‌اندازی انواع الکتروپمپ‌ها و پمپاژ آب در مصارف کشاورزی، فراهم ساختن انرژی در مناطق صعب‌العبور و منبع انرژی تجهیزات ایستگاه‌های ماهواره‌ای داشته باشند [۶ ,۷].

جزء اصلی هر سیستم فتوولتائی، سلول‌های خورشیدی هستند که به‌صورت آرایه‌های سری و موازی به هم متصل شده و تشکیل ماژول فتوولتائی می‌دهند. در واقع هر سلول خورشیدی یک قطعه الکترونیکی است که تابش خورشید بر سطح خود را با استفاده از پدیده فتوولتائی به جریان الکتریسیته مستقیم تبدیل می‌کند [۳ ,۸]. در بخش سوم مقاله‌ی حاضر، مدل‌سازی ریاضیاتی این موضوع با توجه به میزان تابش خورشید و دمای لحظه‌ای سلول انجام پذیرفته است [۹ ,۱۰]. هم‌چنین در مرجع [۱۱] اطلاعات کامل و جامعی در مورد ساختار درونی سلول خورشیدی و رخ دادن پدیده فتوولتائی ارائه شده است. شایان ذکر است که در هر سیستم فتوولتائی، ماژول خورشیدی از طریق مبدل الکتریکی مناسب (مثلاً مبدل DC-DC افزاینده) به بار متصل می‌گردد [۱۲-۱۴ ,۱۱].

توان خروجی لحظه‌ای هر ماژول فتوولتائی به مجموعه عواملی از جمله شدت تابش خورشید، متوسط دمای سلول‌های خورشیدی، مشخصات و نوع بار متصل به ماژول بستگی دارد. چنانچه براساس روابط مدل‌سازی ریاضیاتی (بخش سوم مقاله)، منحنی مشخصه ولتاژ-جریان (یا منحنی مشخصه توان-ولتاژ) تحت دما و تابش ثابت رسم گردد، نمودار حاصله دارای یک نقطه خم است که در ادبیات مهندسی برق به عنوان نقطه بیشینه توان (Maximum Power Point = MPP) شناخته می‌شود [۱ ,۸-۴]. در هر سیستم فتوولتائی بایستی از طریق ساختار حلقه‌بسته‌ی کنترلی شرایطی ایجاد گردد که سیستم در نقطه بیشینه توان کارکند تا حداکثر توان ممکنه به بار منتقل شده و در نتیجه بازده حداکثری فراهم شود. هر ساختار کنترلی مرتبط با سیستم فتوولتائی از دو واحد (دو بلوک) هماهنگ و مرتبط با هم تشکیل می‌گردد که تفاوت ساختارهای حلقه‌بسته‌ی سیستم‌های فتوولتائی در نحوه‌ی عملکرد این دو زیربخش کنترلی می‌باشد [۱۰ ,۱۲]. یکی از این زیربخش‌ها که واحد محاسبه نقطه بیشینه توان نام دارد، مشخصات این نقطه را (با بکارگیری یکی از الگوریتم‌های کارا و موثر ریاضیاتی) به صورت لحظه به لحظه محاسبه کرده و مقادیر عددی بدست آمده را به عنوان ورودی‌های مرجع در اختیار زیربخش دیگر قرارمی‌دهد [۱۵-۱۷ ,۶]. در زیربخش دوم با استفاده از این ورودی‌های مرجع، خروجی‌های پسخورشده از سیستم فتوولتائی و بهره جستن از راهکار کنترلی مناسب، سیگنال ورودی کنترلی برای اعمال به مبدل الکترونیکی موجود در سیستم فتوولتائی تولید می‌شود [۱۶ ,۱۴]. بنابراین در پانزده سال اخیر، طراحی ساختار کنترلی حلقه‌بسته برای سیستم فتوولتائی (متشکل از دو واحد فوق‌الذکر) به منظور ردیابی نقطه بیشینه توان، به یک موضوع تحقیقاتی چالشی و جذاب در جامعه مهندسی کنترل تبدیل شده و در این راستا مقالات و مطالعات پژوهشی فراوانی به چاپ رسیده است [۱-۲۲]. نمونه‌هایی از راهکارهای کنترلی مورد استفاده برای ساختار حلقه‌بسته‌ی سیستم فتوولتائی عبارتند از روش خطی‌سازی فیدبک [۹]، کنترل مد لغزشی [۱۳-۲۰ ,۲]، تکنیک گام به عقب [۱۰]، الگوریتم‌های کنترلی هوشمند [۲]، روش تلفیقی تطبیقی-لغزشی [۲,۸]، رویکرد ترکیبی عصبی-لغزشی [۸].

سه مرجع پژوهشی [۱]، [۲] و [۷] که در سال‌های اخیر به چاپ رسیده‌اند، از نوع مقالات مروری هستند و ضمن جمع‌آوری و دسته‌بندی اکثر راهکارهای کنترلی پیشنهادی برای ردیابی نقطه بیشینه توان سیستم فتوولتائی، مطالعه‌ی مقایسه‌ای مناسبی بین این راهکارهای کنترلی (از نظر مزایا و معایب) انجام داده‌اند.

مطالعه‌ی کلّی مقالات و مطالعات پژوهشی منتشر شده برای مسئله‌ی ردیابی نقطه بیشینه توان سیستم فتوولتائی [۱-۲۲]، آشکار می‌سازد که غالب راهکارهای کنترلی معرفی گردیده، سه ضعف اساسی دارند. در ادامه به تشریح این نقاط ضعف پرداخته می‌شود.

(الف) در برخی از راهکارهای کنترلی [۲ ,۱]، فرض گردیده که مشخصات نقطه بیشینه توان ثابت بوده و فقط یکبار در ابتدای شروع کار حلقه‌ی کنترلی (با محاسبات ریاضی خارج از حلقه) تعیین می‌شوند. در حالت واقعی و ایده‌آل، مشخصات نقطه بیشینه توان به میزان تابش خورشید و دمای سلول‌های خورشیدی ماژول فتوولتائی وابسته‌اند که با گذشت زمان تغییر می‌کنند. بنابراین در راهکار کنترلی مناسب بایستی مشخصات نقطه بیشینه توان به صورت پیوسته و لحظه‌ای (با محاسبات درون حلقه‌ای) تعیین گردند و به عنوان ورودی‌های مرجع مورد استفاده قرار گیرند.

(ب) در اکثر رویکردها و تکنیک‌های کنترلی پیشنهادی، بحث نامعینی مدل‌سازی سیستم فتوولتائی و وجود اغتشاش بیرونی لحاظ نشده‌اند [۸,۹]. بنابراین ساختارهای حلقه‌بسته‌ی سیستم فتوولتائی که با استفاده از این راهکارهای کنترلی پیاده‌سازی می‌شوند، در مواجهه با نامعینی و اغتشاش محیطی مقاوم نبوده و در نتیجه اتفاقات نامطلوبی هم‌چون تنزل کارائی و عملکرد، کاهش سرعت پاسخ‌دهی و حتی در مواردی ناپایداری سیستم

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-11]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.4.1.9]
[DOI: 10.61186/joc.16.4.1]

حلقه‌بسته رخ خواهد داد. برای رفع این ضعف اساسی می‌توان از راهکارهای کنترلی مقاوم که یکی از شاخص‌ترین آنها کنترل مدلغزشی است [۲۳-۲, ۳۰]، استفاده کرده و در حین فرآیند طراحی، نامعینی را در مدل سیستم فتوولتائی در نظرگرفت. یکی دیگر از راه‌حل‌های پیشنهادی برای برطرف ساختن این نقص، تلفیق راهکار کنترلی موجود با شبکه عصبی مصنوعی یا منطق فازی است به طوری که شبکه عصبی یا منطق فازی وظیفه‌ی تخمین زدن نامعینی و اغتشاش را انجام دهند.

(پ) تعداد زیادی از تکنیک‌های کنترلی [۱۳-۲۱]، ردیابی مجانبی نقطه بیشینه توان و نتیجتاً پایداری مجانبی کلّی سیستم حلقه‌بسته‌ی فتوولتائی را تضمین می‌کنند. بنابراین در چنین ساختارهای حلقه‌بسته‌ای اولاً همواره خطای حالت ماندگار در ردیابی وجود خواهد داشت و ثانیاً الگویی برای تنظیم پارامترهای اختیاری کنترل‌کننده به منظور افزایش سرعت همگرایی به نقطه بیشینه توان وجود نخواهد داشت. از آنجایی که مشخصات نقطه بیشینه توان سیستم فتوولتائی با زمان تغییر می‌کند، ضعف مرتبط با بحث ردیابی مجانبی دو چندان می‌شود. راه‌حل پیشنهادی برای این نقطه ضعف، استفاده از راهکارهای کنترلی است که بتوانند پس از گذشت مدت زمان-متناهی نقطه‌ی کار سیستم فتوولتائی را دقیقاً به نقطه بیشینه توان برسانند. به عبارت دیگر این راهکارها باید ردیابی زمان-متناهی نقطه بیشینه توان و پایداری زمان-متناهی کلّی (Global finite-time stability) سیستم حلقه‌بسته‌ی فتوولتائی را فراهم سازند. مراجع [۲۴, ۲۵] که توسط نویسندگان مقاله‌ی حاضر به چاپ رسیده‌اند، مرور کاملی بر پایداری زمان-متناهی سیستم‌های غیرخطی و روش‌های پایدارسازی-زمان-متناهی انجام داده‌اند.

یکی از بهترین راهکارهای پایدارسازی زمان-متناهی، روش کنترل مد لغزشی پایاندار (Terminal Sliding Mode Control=TSMC) است [۲۶-۳۳]. این رویکرد راهکاری دو مرحله‌ای است که خمینه‌های لغزشی غیرخطی (Nonlinear sliding manifolds) جایگزین نوع خطی شده‌اند تا در فاز نهایی این روش، دینامیک مد لغزشی حاصله پایدار زمان-متناهی کلّی باشد [۳۳-۴۱]. مقالات پژوهشی [۳۰, ۳۴] توضیحات کاملی در مورد روش کنترل مد لغزشی پایاندار و طراحی با این راهکار ارائه داده‌اند.

در مقاله‌ی حاضر، به منظور برطرف ساختن همزمان نقاط ضعف فوق‌الذکر، ساختار حلقه‌بسته جدیدی برای سیستم فتوولتائی پیشنهاد و معرفی می‌گردد. در ساختار کنترلی پیشنهادی، با استفاده از یک الگوریتم ریاضی و روابط تحلیلی حاصله، به صورت لحظه‌ای و پیوسته، مشخصات نقطه بیشینه توان سیستم فتوولتائی تعیین می‌گردد. در بلوک کنترل‌کننده ساختار ارائه شده، از تکنیک کنترل مد لغزشی پایاندار با تعریف سه نوع متفاوت خمینه‌های لغزشی ابتکاری استفاده می‌شود تا اولاً سیستم حلقه‌بسته‌ی فتوولتائی در مقابل نامعینی و اغتشاش مقاوم بوده و ثانیاً هدف ردیابی و پایداری زمان-متناهی کلّی سیستم برآورده گردند. چندین نامساوی کاربردی برای تعیین زمانِ متناهی رسیدن به هدف ردیابی نقطه بیشینه توان استخراج شده‌اند. در ساختارِ حلقه‌بسته‌ی کنترلی مقاله‌ی حاضر، تعدادی ثابت اختیاری در روابط سیگنال کنترلی و خمینه‌های لغزشی غیرخطی وجود دارند که با استفاده از نامساوی‌های فوق‌الذکر و انتخاب مقادیر عددی مناسب برای این پارامترها، می‌توان زمان-متناهی لازم برای برای رسیدن به نقطه بیشینه توان را دراختیار گرفته و تا حد زیادی آن را کاهش داد. ساختار نوشتاری بقیه‌ی مقاله در بخش‌های دوم تا هفتم تنظیم و تدوین گردیده است. در بخش دوم، تعدادی لم کاربردی پایداری زمان-متناهی مرور شده‌اند که درک مباحث تئوری و ریاضیاتی مقاله را تسهیل می‌کنند. مدل‌سازی دینامیکی سیستم فتوولتائی و اجزای اساسی تشکیل‌دهنده‌ی آن در بخش سوم آورده شده‌اند. بخش چهارم به فرمول‌بندی و بیان ریاضیاتی مسئله‌ی ردیابی نقطه بیشینه توان سیستم فتوولتائی و تبدیل آن به مسئله‌ی پایدارسازی زمان-متناهی سیستم غیرخطی اختصاص یافته است. در بخش پنجم، سه نوع کنترل‌کننده‌ی مد لغزشی پایاندار برای ردیابی زمان-متناهی نقطه بیشینه توان طراحی گردیده‌اند. تحلیل‌های ریاضیاتی مرتبط با پایداری زمان-متناهی کلّی سیستم حلقه‌بسته در همین بخش آورده شده‌اند. نتایج شبیه‌سازی‌ها در بخش ششم نمایش داده شده‌اند. جمع‌بندی، نتیجه‌گیری و پیشنهادات برای کارهای آتی در بخش هفتم بیان گردیده‌اند.

۲- قضایای کاربردی مرتبط با پایداری زمان-متناهی

در این قسمت علاوه بر تعریف پایداری زمان-متناهی، تعدادی لم کاربردی مرتبط با تحلیل پایداری زمان-متناهی سیستم‌های غیرخطی ارائه می‌گردد. از این لم‌ها برای تسهیل فرآیند اثبات پایداری زمان-متناهی سیسستم فتوولتائی استفاده می‌شود..

تعریف ۱. فرض کنید که سیستم غیرخطی (۱) (با بردار حالت $\{x(t)\subseteq\mathbb{R}^n\}$ و نقطه‌ی تعادل $\{x=0\}$) در اختیار است.

$$\dot{x}(t)=f(x)\ \text{ with }\ f(0)=0\ \text{ and }\ x(0)=x_0 \qquad (۱)$$

در این رابطه، $\{f(x(t)):\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^n\}$ تابع برداری پیوسته بوده و سیستم (۱) برای بردار شرایط اولیه‌ی دلخواه x_0، دارای پاسخ یکتای $x(t,x_0)$ است. آنگاه نقطه‌ی تعادل $\{x=0\}$ پایدار زمان-متناهی کلّی است اگر شرایط (الف) و (ب) هر دو برقرار باشند. (الف) نقطه‌ی تعادل $\{x=0\}$ پایدار مجانبی کلّی باشد، (ب) برای هر بردار شرایط اولیه‌ی x_0، زمانِ متناهی t^* چنان وجود داشته باشد که اولاً $\{\lim_{t\to t^*}x(t,x_0)=0\}$ برقرار بوده و ثانیاً برای $\{t\geq t^*\}$ همواره تساوی $\{x(t,x_0)=0\}$ صادق باشد [۳۹, ۴۰] ■.

لم ۱. سیستم غیرخطی (۱) را با نقطه‌ی تعادل $\{x=0\}$ و بردار شرایط اولیه‌ی x_0 درنظر بگیرید. این نقطه‌ی تعادل پایدار زمان-متناهی کلّی است اگر تابع مثبت مشتق‌پذیر و بی‌کران شعاعی $\{V(x):\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^+\cup\{0\}\}$ و سه ثابت حقیقی $\{\rho_1>0\}$، $\{0<\rho_2<1\}$ و $\{\rho_3>0\}$ چنان وجود داشته باشند که نامساوی (۲) برای هر پاسخ یکتای $x(t,x_0)$ برآورده گردد. هم‌چنین می‌توان نتیجه گرفت بردار $x(t)$ با شروع از شرایط اولیه x_0 بعد از سپری شدن زمانِ متناهی t^*، دقیقاً به نقطه تعادل $\{x=0\}$ می‌رسد و همواره روی آن باقی می‌ماند. نامساوی کاربردی مرتبط با تخمین زمانِ متناهی t^* در (۲) آورده شده است [۲۴, ۲۵] ■.

$$\begin{cases}\dot{V}(x)+\rho_1V^{\rho_2}(x)+\rho_3V(x)\leq 0,\quad \forall\ x\in\{\mathbb{R}^n-\{0\}\}\\ t^*\leq\left(\rho_3(1-\rho_2)\right)^{-1}\left(\mathrm{Ln}\left(\frac{\rho_3V^{1-\rho_2}(x_0)+\rho_1}{\rho_1}\right)\right)\end{cases} \qquad (۲)$$

لم ۲. سیستم غیرخطی (۱) را با نقطه‌ی تعادل $\{x=0\}$ و بردار شرایط اولیه‌ی x_0 درنظر بگیرید. نقطه تعادل $\{x=0\}$، پایدار زمان-متناهی کلّی است اگر تابع بی‌کران شعاعی مشتق‌پذیر $\{V(x):\Gamma\to\Re^+\cup\{0\}\}$ و پنج

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-11]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.4.1.9]
[DOI: 10.61186/joc.16.4.1]

ثابت حقیقی $\{\rho_1 > 0\}$، $\{\rho_2 > 0\}$، $\{\rho_5 > 1\}$، $\{\rho_3 = 1 - 0.5(\rho_5)^{-1}\}$، $\{\rho_4 = 1 + 0.5(\rho_5)^{-1}\}$ وجود داشته باشند که نامساوی اسکالری $\{\dot{V}(x) + \rho_1 V^{\rho_3}(x) + \rho_2 V^{\rho_4}(x) \le 0\}$ برآورده شود. به عبارت دیگر با شروع از شرایط اولیه x_0، تمامی متغیرهای حالت سیستم برای $\{t \ge t^*\}$، دقیقاً به نقطه تعادل $\{x = 0\}$ می‌رسند. شایان ذکر است که نامساوی $\left\{t^* \le \pi\rho_5\left(\sqrt{\rho_1\rho_2}\right)^{-1}\right\}$، کران بالایی را برای زمانِ متناهی t^* ارائه می‌دهد [۳۰, ۳۴].■

لم ۳. سیستم غیرخطی مرتبه دوم (۳) را با متغیرهای حالت x_1 و x_2 و ورودی کنترلی $\{u(x_1,x_2)\}$ درنظر بگیرید. اگر ورودی کنترلی $\{u(x_1,x_2) = -\rho_1\text{sign}(x_1) - \rho_2\text{sign}(x_2)\}$ به سیستم غیرخطی (۳) تزریق گردد و مقادیر عددی ثابت‌های اختیاری ρ_1 و ρ_2 با شرط $\{\rho_1 > \rho_2 > 0\}$ انتخاب شوند، آنگاه نقطه تعادل سیستم غیرخطی (۳)، پایدار زمان-متناهی کلّی خواهد بود و متغیرهای x_1 و x_2 برای $\{t \ge t^*\}$ دقیقاً به صفر می‌رسند. در ورودی کنترلی $u(x_1,x_2)$، نماد sign(…) معرف همان تابع علامت در ریاضی است. نامساوی (۴)، تخمینی از t^* را ارائه می‌دهد.

$$\begin{cases}\dot{x}_1 = x_2\\ \dot{x}_2 = u(x_1,x_2)\end{cases} \quad (۳)$$

در (۴)، ثابت اختیاری $\bar{\rho}$ چنان انتخاب می‌شود که نامساوی $\left\{\left(\sqrt{2(\rho_1+\rho_2)}\right)^{-1} < \bar{\rho} < \left(\sqrt{2(\rho_1-\rho_2)}\right)^{-1}\right\}$ برقرار باشد و $\{\rho_3,\rho_4,\rho_5\}$ با استفاده از (۵) تعیین می‌گردند [۳۳, ۳۴].

$$\begin{cases} t^* \le 2(\min(\rho_4))^{-1}\sqrt{V(x_1(0),x_2(0))}\\ V = \begin{cases} 0.25(\rho_4)^2\left((\rho_3)^{-1}x_2\text{sign}(x_1) + \rho_5\sqrt{|x_1| + 0.5(\rho_3)^{-1}x_2^2}\right)^2 & \text{if } x_1x_2 \ne 0\\ 0.25(\bar{\rho})^2x_2^2 & \text{if } x_1 = 0\\ 0.25|x_1| & \text{if } x_2 = 0\end{cases}\end{cases} \quad (٤)$$

و

$$\begin{cases}\rho_3 = \rho_1 + \rho_2\text{sign}(x_1x_2)\\ \rho_4 = \sqrt{0.5\rho_3}\left|\sqrt{2\rho_3}\,\bar{\rho} - 1\right|\\ \rho_5 = \sqrt{2(\rho_3)^{-1}}\left(\sqrt{2\rho_3}\,\bar{\rho} - 1\right)^{-1}\text{sign}(x_1x_2)\end{cases} \quad (۵)$$

لم ٤. سیستم غیرخطی (۶) را با بردار متغیرهای حالت $\{x(t) \subseteq \mathbb{R}^n\}$ و ورودی کنترلی $\{u(t) \in \mathbb{R}\}$ در نظر بگیرید.

$$\begin{cases}\dot{x}_i(t) = x_{i+1}(t), \text{ for } i = 1,2,\dots,n-1\\ \dot{x}_n(t) = u(t)\end{cases} \quad (٦)$$

اگر ورودی کنترلی (۷) به سیستم (۶) اعمال گردد، پایداری زمان-متناهی کلّی سیستم حلقه‌بسته تضمین شده و متغیرهای حالت بعد از سپری شدن زمانِ متناهی t^*، دقیقاً به صفر می‌رسند و همواره صفر باقی می‌مانند.

$$\begin{cases}u(t) = -\sum_{i=1}^{n}\mu_i\text{sig}^{\alpha_i}(x_i)\\ \text{sig}^{\alpha_i}(x_i) = \text{sign}(x_i)|x_i|^{\alpha_i} \text{ for } i = 1,2,\cdots,n\end{cases} \quad (۷)$$

در رابطه‌ی (۷)، مقادیر عددی ضرایب حقیقی مثبت یعنی همان μ_iها، به‌گونه‌ای انتخاب می‌شوند که همه‌ی ریشه‌های چندجمله‌ای مشخصه‌ی $\{b^n + \mu_n b^{n-1} + \cdots + \mu_2 b + \mu_1 = 0\}$، دارای قسمت حقیقی منفی باشند. مقادیر α_jها که به عنوان توان‌های مثبت در ورودی کنترلی $u(t)$ به کار رفته‌اند، با استفاده از (۸) تعیین می‌شوند و α_n یک عدد حقیقی دلخواه در بازه $\{0 < \alpha_n < 1\}$ است.

$$\begin{cases}\alpha_{j-1} = \frac{\alpha_j\alpha_{j+1}}{2\alpha_{j+1}-\alpha_j} & \text{for} \quad j = 2,\dots,n-1\\ \alpha_{n-1} = \frac{\alpha_n}{2-\alpha_n} & \text{with} \quad 0 < \alpha_n < 1\end{cases} \quad (۸)$$

زمان-متناهی t^* از طریق رابطه‌ی (۹) تعیین و محاسبه می‌شود. در (۹)، $\lambda_{\min}(M)$ و $\lambda_{\max}(B)$ به ترتیب معرف کوچکترین و بزرگترین مقدار ویژه ماتریس‌های $\{M \in \mathbb{R}^{n\times n}\}$ و $\{B \in \mathbb{R}^{n\times n}\}$ می‌باشند. M و B دو ماتریس متقارن مثبت معین اختیاری هستند که در معادله‌ی جبری ماتریسی لیاپانوف $\{PA + A^TP = -M\}$ صدق می‌کنند [۲۶, ۲۷].■

$$\begin{cases} t^* = \left(\frac{\lambda_{\max}(B)}{\lambda_{\min}(M)}\right)\left(\frac{V^{\vartheta}(\zeta(t=0))}{\vartheta}\right) \text{ with } \vartheta = \frac{1-\alpha_n}{\alpha_n}\\ V(\zeta(t)) = \zeta(t)^T\,B\,\zeta(t)\\ \text{with } \zeta(t) \triangleq \left[x_1^{\alpha_1}(t)\; x_2^{\alpha_2}(t)\; \dots\; x_n^{\alpha_n}(t)\right]^T\\ A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & 0 & 1 & & 0\\ & \vdots & & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1\\ -\mu_1 & -\mu_2 & -\mu_3 & \cdots & -\mu_n\end{pmatrix}\end{cases} \quad (۹)$$

لم ۵. سیستم غیرخطی مرتبه دوم (۳) را با اعمال ورودی کنترلی (۱۰) درنظر بگیرید که ρ_1 ثابت حقیقی دلخواه با شرط $\{1 < \rho_1 < 0\}$ است. آنگاه نقطه‌ی تعادل سیستم غیرخطی (۳) دارای پایداری زمان-متناهی کلّی خواهد بود و متغیرهای x_1 و x_2 برای $\{t \ge t^*\}$ دقیقاً به صفر می‌رسند.■

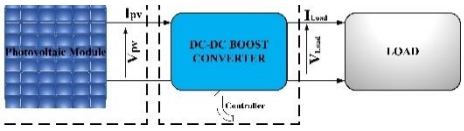
$$\begin{cases} u(x_1,x_2) = -|x_2|^{\rho_1}\text{sign}(x_2) - |\psi(x_1,x_2)|^{\rho_2}\text{sign}(\psi(x_1,x_2))\\ \rho_2 \triangleq \rho_1(2-\rho_1)^{-1}\\ \psi(x_1,x_2) \triangleq x_1 + (2-\rho_1)^{-1}|x_2|^{2-\rho_1}\text{sign}(x_2)\end{cases} \quad (۱۰)$$

نامساوی (۱۱) برای تخمین t^* استفاده می‌شود که ν_1 و ν_2 دو ثابت اختیاری با شرایط $\{1 < \nu_1 < 0\}$ و $\{\nu_2 > 1\}$ هستند [۳۵].

$$\begin{cases} t^* \le \left(\Lambda(1-\rho_1)\right)^{-1}(3-\rho_1)\left(V(x_1(0),x_2(0))\right)^{\frac{1-\rho_1}{3-\rho_1}}\\ V(x_1,x_2) \triangleq \frac{2-\rho_1}{3-\rho_1}|\psi(x_1,x_2)|^{\frac{3-\rho_1}{2-\rho_1}} + \nu_1\,x_2\psi(x_1,x_2) + \frac{\nu_2}{3-\rho_1}|x_2|^{3-\rho_1}\\ \Lambda \triangleq -\max_{(x_1,x_2)\in\mathring{A}}\dot{V}(x_1,x_2) \quad \text{with} \quad \mathring{A} = \{(x_1,x_2): V(x_1,x_2) = 1\}\end{cases} \quad (۱۱)$$

۳- توصیف مدل سیستم فتوولتائی به همراه اجزاء مربوطه

شکل (۱) نشان می‌دهد که هر سیستم فتوولتائی از سه زیربخش اساسی به نام‌های ماژول فتوولتائی، مبدل DC-DC از نوع افزایشی و بار تشکیل می‌شود. لازم به ذکر است که نوع بار متصل به این سیستم می‌تواند مقاومتی، سلفی، موتور الکتریکی، الکتروپمپ یا غیره باشد. در ادامه به مدل‌سازی دینامیکی دو جز اصلی سیستم فتوولتائی پرداخته می‌شود.



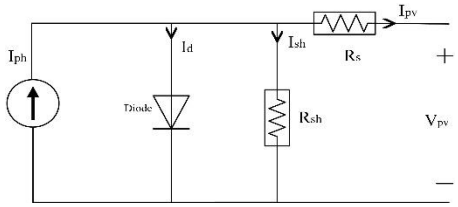
شکل ۱. شماتیک مفهومی از سیستم فتوولتائی به همراه اجزای تشکیل‌دهنده آن [۴]

۳-۱ بیان مدل استاتیکی سلول فتوولتائی

برای بیان عملکرد مدل سلول فتوولتائی فرض می‌گردد که شرایط ایده‌آل تابش یکنواخت و دمای مرجع ثابت برقرار است. شکل (۲) مدل مداری تک سلول فتوولتائی را نشان می‌دهد. در این شکل، فوتون‌های دریافت‌شده توسط سلول PV به صورت اتصال موازی منبع جریان و دیود توصیف می‌گردند. در مدل مداری شکل (۲)، تلفات درونی سیستم فتوولتائی به صورت توان مصرفی مقاومت‌های R_s و R_{sh} لحاظ گردیده است. از آنجایی که مقادیر عددی مقاومت‌های R_s و R_{sh} به ترتیب بسیار کوچک و بسیار بزرگ هستند، در بیان ریاضیاتی مدل سلول از تلفات مذکور صرف‌نظر می‌گردد [۷-۱۵]. از آنجائی که انرژی تولیدی توسط تک سلول برای راه‌اندازی سیستم فتوولتائی و بار متصل به آن کافی نیست،

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-11]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.4.1.9]
[DOI: 10.61186/joc.16.4.1]

تعداد زیادی سلول‌های فتوولتائی به صورت سری و موازی به هم متصل می‌شوند تا بتوانند توانی معادل با شرایط نامی بار فراهم سازند. شایان ذکر است که از تجمیع سلول‌های فتوولتائی به صورت سری و موازی در کنار یکدیگر ماژول فتوولتائی حاصل می‌شود. توصیف ریاضیاتی عملکرد ماژول فتوولتائی (شامل سلول‌های سری و موازی)، به صورت رابطه (۱۲) بیان می‌شود که I_{pv} و V_{pv} به ترتیب جریان و ولتاژ خروجی ماژول مذکور هستند [۴۲، ۱۵-۹، ۷].



شکل ۲. توصیف مداری تک سلول فتوولتائی تحت شرایط ایده‌آل [۱۵]

$$I_{pv} = N_p I_{ph} - N_p I_o \left(e^{\frac{qV_{pv}}{N_s \sigma kT}} - 1\right) \quad (۱۲)$$

در رابطه (۱۲)، N_s و N_p تعداد سلول‌های سری و موازی، q بار الکترون، k ثابت بولتزمن، σ ضریب تصحیح و T دمای سلول برحسب کلوین هستند. مقادیر عددی برای q و k به ترتیب(1.6×10^{-19}) کولن و (1.3805×10^{-23}) ژول بر کلوین می‌باشند. هم‌چنین I_o بیانگر جریان اشباع معکوس سلول فتوولتائی است که مطابق با رابطه (۱۳) حاصل می‌شود.

$$I_o = I_{or} \left(\frac{T}{T_r}\right)^3 \left(e^{\frac{qE_g}{k\sigma}\left(\frac{1}{T_r} - \frac{1}{T}\right)}\right) \quad (۱۳)$$

در (۱۳)، E_g انرژی شکاف باند نیمه هادی و T_r دمای مرجع سلول بر حسب کلوین می‌باشند. برای E_g مقدار عددی 1.1 الکترون-ولت لحاظ می‌گردد. I_{or} جریان اشباع معکوس در دمای T_r است که با رابطه (۱۴) محاسبه می‌گردد.

$$I_{or} = I_{scr} \left(e^{\left(\frac{qV_{oc}}{N_s \sigma kT}\right)} - 1\right)^{-1} \quad (۱۴)$$

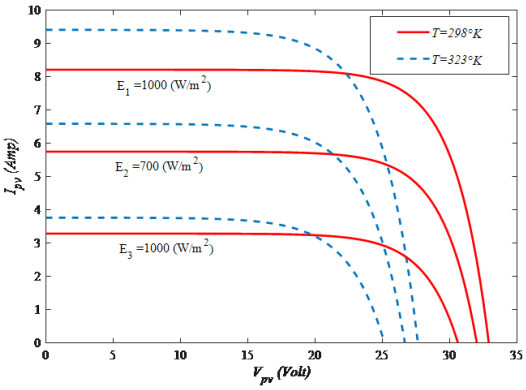
در (۱۴)، V_{oc} و I_{scr} به ترتیب ولتاژ مدار باز و جریان اتصال کوتاه ماژول در شرایط ایده آل (دما و تابش مرجع) هستند. در رابطه (۱۲)، نماد I_{ph} بیانگر جریان نوری تولید شده در تک سلول فتوولتائی است که بر اساس (۱۵) به دست می‌آید.

$$I_{ph} = \left(I_{scr} + \varpi(T - T_r)\right)\frac{E}{1000} \quad (۱۵)$$

در (۱۵)، E مقدار تابش نور خورشید (با واحد وات بر مترمربع) و ϖ ضریب دمایی جریان اتصال کوتاه (با واحد آمپر بر درجه کلوین) می‌باشند. توان خروجی لحظه‌ای ماژول فتوولتائی مطابق با رابطه (۱۶) است.

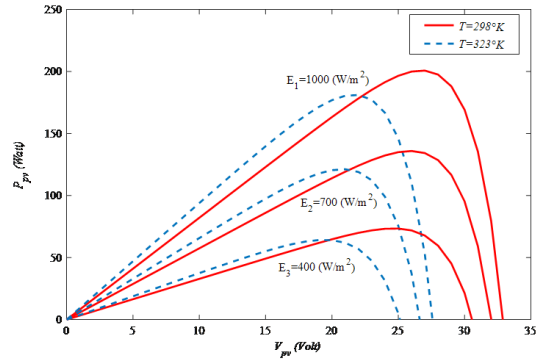
$$P_{pv} = I_{pv}V_{pv} = N_p I_{ph} V_{pv} - N_p I_o V_{pv} \left(e^{\frac{qV_{pv}}{N_s \sigma kT}} - 1\right) \quad (۱۶)$$

برای درک بهتر روابط (۱۲) و (۱۶)، شبیه‌سازی مقدماتی با استفاده از نرم‌افزار MATLAB انجام گرفته و شکل‌های (۳) و (۴) حاصل شده‌اند. شکل‌های (۳) و (۴) به ترتیب منحنی‌های مشخصه‌ی جریان بر حسب ولتاژ و توان بر حسب ولتاژ ماژول فتوولتائی را تحت تابش‌ها و دماهای متفاوت نشان می‌دهند. در شبیه‌سازی‌های مرتبط با شکل‌های (۳) و (۴) مقادیر $\{N_p = 1\}$، $\{N_s = 54\}$، $\{V_{oc} = 32.9\ (Volt)\}$، $\{I_{scr} = 8.21(Amp)\}$، $\{\varpi = 4.79 \times 10^{-3}(Amp/Kel)\}$ و $\{\sigma = 1.8\}$ منظور شده‌اند. از مشاهده‌ی شکل (۴) سه نتیجه مهم قابل حصول است: (الف) به ازای دما و تابش ثابت، نقطه منحصر به فردی وجود دارد که در آن نقطه، بیشینه توان لحظه‌ای از ماژول فتوولتائی دریافت می‌شود، (ب) در شرایط تابش ثابت و افزایش دما، بیشینه توان خروجی ماژول مذکور کاهش می‌یابد، (ج) در شرایط دمای ثابت و افزایش تابش، بیشینه توان خروجی ماژول افزایش می‌یابد.



شکل ۳. منحنی مشخصه‌ی جریان I_{pv} بر حسب ولتاژ V_{pv} ماژول فتوولتائی به ازای سه تابش متفاوت $E_1 = 1000(\frac{W}{m^2})$، $E_2 = 700(\frac{W}{m^2})$، $E_3 = 400(\frac{W}{m^2})$ و دو دمای مختلف $T_1 = 298°K$ و $T_2 = 298°K$ [۱۵]

و



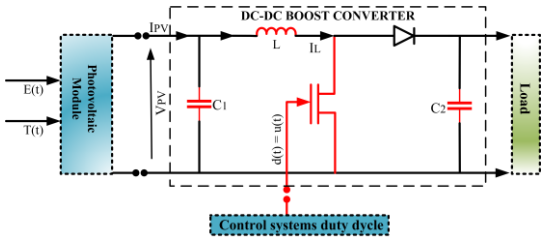
شکل ۴. منحنی مشخصه‌ی توان خروجی لحظه‌ای P_{pv} بر حسب ولتاژ V_{pv} ماژول فتوولتائی به ازای سه تابش متفاوت $E_1 = 1000(\frac{W}{m^2})$، $E_2 = 700(\frac{W}{m^2})$، $E_3 = 400(\frac{W}{m^2})$ و دو دمای مختلف $T_1 = 298°K$ و $T_2 = 298°K$ [۱۵]

۳-۲ بیان مدل دینامیکی مبدل DC-DC افزاینده

در غالب سیستم‌های فتوولتائی برای دستیابی به نقطه بیشینه توان، از مبدل DC-DC نوع افزاینده استفاده می‌گردد. شکل (۵) ساختار درونی مبدل DC-DC مذکور را نشان می‌دهد که از تعدادی عناصر الکترونیکی شامل خازن ورودی C_1، سلف میانی L، ترانزیستور MOSFET، دیود و خازن خروجی C_2، تشکیل شده است [۱۷، ۹]. معادلات دینامیکی مرتبط با مبدل DC-DC فوق در رابطه (۱۷) آورده شده‌اند. در این مدل دینامیکی، $V_{pv}(t)$، $I_L(t)$، $V_{c_2}(t)$ به ترتیب متغیرهای ولتاژ خروجی ماژول فتوولتائی، جریان سلف میانی و ولتاژ خازن خروجی هستند. هم‌چنین C_1، C_2، L، R، R_c و V_D به ترتیب ظرفیت خازن ورودی، ظرفیت خازن خروجی، ضریب خودالقائی سلف میانی، مقاومت بار، مقاومت داخلی خازن خروجی و ولتاژ

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-11]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.4.1.9]
[DOI: 10.61186/joc.16.4.1]

آستانه دیود می‌باشند که مقادیر عددی این ثابت‌ها در بخش شبیه‌سازی (بخش ششم) آورده شده‌اند. در رابطه (۱۷)، $d(t)$ بیانگر سیگنال دیوتی سایکل (چرخه کاری با فرکانس ثابت) اعمالی به مبدل DC-DC است که در ادامه نقش ورودی کنترلی سیستم را خواهد داشت. لازم به ذکر است که $I_{pv}(t)$ طبق رابطه (۱۲) با ولتاژ $V_{pv}(t)$ مرتبط است [۷, ۹, ۴۲].



شکل ۵. ساختار درونی مبدل DC-DC افزاینده در سیستم فتوولتائی [۹]

$$\begin{cases}\frac{dV_{pv}}{dt}=\frac{I_{pv}-I_L}{C_1}\\ \frac{dI_L}{dt}=\left(\frac{1}{L}\right)V_{pv}-\left(\frac{R_c(1-d)}{L\left(1+\frac{R_c}{R}\right)}\right)I_L+\left(\frac{1-d}{L}\right)\left(\frac{R_c}{R+R_c}-1\right)V_{c_2}-\frac{V_D(1-d)}{L}\\ \frac{dV_{c2}}{dt}=\left(\frac{1-d(t)}{C_2\left(1+\frac{R_c}{R}\right)}\right)I_L-\left(\frac{1}{C_2(R+R_c)}\right)V_{c_2}\end{cases} \quad (۱۷)$$

با تعریف بردار متغیرهای حالت $x(t)$ به فرم $x(t)=[x_1(t)\ \ x_2(t)\ \ x_3(t)]^{\mathrm{T}}\triangleq[V_{pv}(t)\ \ I_L(t)\ \ V_{c_2}(t)]^{\mathrm{T}}$ و ورودی کنترلی $u(t)$ به صورت $\{u(t)\triangleq d(t)\}$، معادلات دینامیکی (۱۷) به مدل فضای حالت (۱۸) تبدیل می‌شوند. در مدل فضای حالت (۱۸)، دو عبارت نامعینی جمعی سازگار کراندار به نام‌های $\Delta_1(x)$ و $\Delta_2(x)$ در نظر گرفته شده‌اند. با استفاده از مدل (۱۷)، توابع اسکالری $f_1(x)$، $f_2(x)$، $g_1(x)$ و $g_2(x)$ به فرم رابطه (۱۹) نتیجه می‌شوند. برای نامعینی‌ها، فرض (۱) منظور گردیده است [۷, ۹, ۴۲].

$$\begin{cases}\dot{x}_1(t)=\left(\frac{I_{pv}-x_2(t)}{c_1}\right)\\ \dot{x}_2(t)=f_1(x)+g_1(x)u(t)+\Delta_1(x)\\ \dot{x}_3(t)=f_2(x)+g_2(x)u(t)+\Delta_2(x)\end{cases} \quad (۱۸)$$

فرض ۱. دو عبارت نامعینی $\Delta_1(x)$ و $\Delta_2(x)$، همواره به صورت نامساوی $\{|\Delta_i|\le\gamma_i\ ,\text{for } i=1,2\}$ کراندار در نظر گرفته می‌شوند. دو کران بالای γ_1 و γ_2 اعدادی ثابت و مشخص هستند که در طراحی ورودی کنترلی مورد استفاده قرار می‌گیرند.

$$\begin{cases}f_1(x)=\frac{x_1(t)}{L}-\left(\frac{R_c}{L\left(1+\frac{R_c}{R}\right)}\right)x_2(t)+\frac{1}{L}\left(\frac{R_c}{R+R_c}-1\right)x_3(t)-\frac{V_D}{L}\\ g_1(x)=\left(\frac{R_c}{L\left(1+\frac{R_c}{R}\right)}\right)x_2(t)-\frac{1}{L}\left(\frac{R_c}{R+R_c}-1\right)x_3(t)+\frac{V_D}{L}\\ f_2(x)=\left(\frac{1}{C_2\left(1+\frac{R_c}{R}\right)}\right)x_2(t)-\left(\frac{1}{C_2(R_c+R)}\right)x_3(t)\\ g_2(x)=-\left(\frac{1}{C_2\left(\frac{R_c}{R}+1\right)}\right)x_2(t)\end{cases} \quad (۱۹)$$

٤- فرمول‌بندی و بیان مسئله کنترلی

به منظور دریافت و استخراج بیشینه توان از سیستم فتوولتائی، بایستی مقادیر مرجع مناسب $V_{pv_{ref}}(t)$ و $I_{pv_{ref}}(t)$ برای جریان و ولتاژ خروجی ماژول فتوولتائی $I_{pv}(t)$ و $V_{pv}(t)$ تعیین گردند. از آنجائی که توان خروجی ماژول $\{P_{pv}(t)=I_{pv}(t)V_{pv}(t)\}$ است، می‌توان دو مقدار مرجع $I_{pv_{ref}}(t)$ و $V_{pv_{ref}}(t)$ را از تساوی $\left\{\frac{dP_{pv}(t)}{dI_{pv}(t)}=V_{pv}+I_{pv}\frac{dV_{pv}(t)}{dI_{pv}(t)}=0\right\}$ به دست آورد. بر اساس (۱۲)، $V_{pv}(t)$ به صورت تابعی غیرخطی از $I_{pv}(t)$ (مطابق با (۲۰)) نتیجه می‌گردد.

$$V_{pv}=\left(\frac{N_s\sigma kT}{q}\right)\left(\mathrm{Ln}\left(\frac{N_pI_{ph}-I_{pv}+N_pI_o}{N_pI_o}\right)\right) \quad (۲۰)$$

با استناد به (۲۰)، عبارت مشتقی $\left\{\frac{dV_{pv}(t)}{dI_{pv}(t)}\right\}$، به فرم (۲۱) بدست می‌آید.

$$\frac{dV_{pv}}{dI_{pv}}=-\left(\frac{N_s\sigma kT}{q}\right)\left(\frac{1}{N_pI_{ph}-I_{pv}+N_pI_o}\right) \quad (۲۱)$$

با جایگذاری $V_{pv}(t)$ (از (۲۰)) و $\left\{\frac{dV_{pv}(t)}{dI_{pv}(t)}\right\}$ (از (۲۱)) در تساوی $\left\{\frac{dP_{pv}(t)}{dI_{pv}(t)}=V_{pv}+I_{pv}\frac{dV_{pv}(t)}{dI_{pv}(t)}=0\right\}$، معادله (۲۲) حاصل می‌شود.

$$\mathrm{Ln}\left(\frac{N_pI_{ph}-I_{pv}+N_pI_o}{N_pI_o}\right)=\left(\frac{I_{pv}}{N_pI_{ph}-I_{pv}+N_pI_o}\right) \quad (۲۲)$$

با حل تقریبی معادله‌ی غیرخطی (۲۲) بر حسب متغیر I_{pv}، مقدار مرجع مناسب $I_{pv_{ref}}(t)$ به صورت تابع غیرخطی $\Theta(I_{ph},I_o,N_p)$ (بیان شده در (۲۳)) نتیجه می‌گردد.

$$I_{pv_{ref}}(t)=\Theta(I_{ph}(t),I_o(t),N_p)\cong 0.909N_pI_{ph}(t) \quad (۲۳)$$

با جایگذاری $I_{pv_{ref}}(t)$ (از (۲۳)) در رابطه (۲۰)، مقدار مرجع $V_{pv_{ref}}(t)$ به صورت رابطه (۲۴) به دست می‌آید.

$$V_{pv_{ref}}(t)=\left(\frac{N_s\sigma kT}{q}\right)\left(\mathrm{Ln}\left(\frac{N_pI_{ph}(t)-I_{pv_{ref}}(t)+N_pI_o(t)}{N_pI_o(t)}\right)\right) \quad (۲۴)$$

در ادامه به عنوان هدف اصلی کنترلی، ورودی اعمالی به سیستم فتوولتائی $u(t)$ باید چنان طراحی گردد تا بعد از سپری شدن زمانِ متناهی قابل تنظیمی، متغیر $V_{pv}(t)$ دقیقاً به مقدار مرجع انتخابی $V_{pv_{ref}}(t)$ برسد. لازم به ذکر است که مقادیر مراجع انتخابی به زمان وابسته بوده و مشتق‌های مرتبه اول و دوم این مراجع $\left\{\dot{V}_{pv_{ref}}(t),\ddot{V}_{pv_{ref}}(t),\frac{dI_{pv_{ref}}(t)}{dt}\right\}$ به صورت تحلیلی قابل بیان می‌باشند. بر اساس هدف برآورده ساختن نقطه بیشینه توان و استفاده از متغیرهای حالت دینامیکی $x_1(t)$ و $x_2(t)$، خطاهای ردیابی $e_1(t)$ و $e_2(t)$ به صورت رابطه (۲۵) تعریف می‌گردند. با توجه به اینکه متغیر حالت $x_1(t)$ همان $V_{pv}(t)$ است، بنابراین $x_{d_1}(t)$ به صورت $\left\{x_{d_1}(t)=V_{pv_{ref}}(t)\right\}$ انتخاب می‌شود. از آنجایی که جریان سلف $I_L(t)$ به عنوان متغیر حالت $x_2(t)$ تعریف شده و مقدار مرجع برای جریان خروجی ماژول فتوولتائی $I_{pv}(t)$ به صورت $I_{pv_{ref}}(t)$ انتخاب گردیده است، با استفاده از قانون جریان کیرشهف در گره ورودی مبدل DC-DC، مقدار مرجع برای $x_2(t)$ به فرم $\left\{x_{d_2}(t)=I_{pv_{ref}}(t)-C_1\dot{V}_{pv_{ref}}(t)\right\}$ نتیجه می‌گردد. باید توجه داشت که $\dot{x}_{d_2}(t)$ به صورت رابطه تحلیلی $\left\{\dot{x}_{d_2}(t)=\frac{dI_{pv_{ref}}(t)}{dt}-C_1\ddot{V}_{pv_{ref}}(t)\right\}$ همواره در دسترس است.

$$\begin{cases}e_1(t)\triangleq x_1(t)-x_{d_1}(t)\\ e_2(t)=x_2(t)-x_{d_2}(t)\end{cases} \quad (۲۵)$$

با مشتق‌گیری از $e_1(t)$ و $e_2(t)$، سیستم خطاهای ردیابی (۲۶) به‌دست می‌آید. با تعریف متغیرهای کمکی $\{z_1\triangleq e_1\}$، $\left\{z_2\triangleq\frac{-e_2+I_{pv}-I_{pv_{ref}}}{C_1}\right\}$ و استفاده از رابطه $\left\{\dot{V}_{pv_{ref}}=\frac{I_{pv_{ref}}-x_{d_2}}{C_1}\right\}$، رابطه (۲۶) به سیستم دینامیکی (۲۷) تبدیل می‌شود. لازم به یادآوری است که مقدار $\frac{dI_{pv}(t)}{dt}$ را می‌توان با کمک از رابطه (۱۲) به دست آورد.

$$\begin{cases}\dot{e}_1(t)=\frac{1}{C_1}\left(I_{pv}(t)-x_2(t)\right)-\dot{V}_{pv_{ref}}(t)\\ \dot{e}_2(t)=f_1(x)+g_1(x)u(t)-\dot{x}_{d_2}(t)+\Delta_1(t)\end{cases} \quad (۲۶)$$

با تعریف $\left\{h(x)\triangleq-\frac{1}{C_1}\left(f_1(x)+\frac{dI_{pv}(t)}{dt}\right)\right\}$ و $\left\{\eta(x)\triangleq-\frac{1}{C_1}\left(g_1(x)\right)\right\}$، سیستم (۲۷) به فرم ساده شده‌ی (۲۸) نتیجه می‌شود.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-11]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.4.1.9]
[DOI: 10.61186/joc.16.4.1]

$$\begin{cases}\dot{z}_1(t)=z_2(t)\\ \dot{z}_2(t)=-\frac{1}{C_1}\left(f_1(x)+g_1(x)u(t)+\frac{dI_{pv}(t)}{dt}\right)-\ddot{V}_{pv_{ref}}-\frac{\Delta_1}{C_1}\end{cases} \quad (۲۷)$$

با استناد به تعریف خطاهای ردیابی $\{e_1(t),e_2(t)\}$ و متغیرهای کمکی $\{z_1(t),z_2(t)\}$، می‌توان نشان داد که هدف کنترلی رسیدن به نقطه بیشینه توان سیستم حلقه‌بسته‌ی فتوولتائی معادل و هم‌ارز با پایدارسازی زمان-متناهی کلّی سیستم دینامیکی (۲۸) می‌باشد. بنابراین به عنوان هدف اصلی کنترلی، سیگنال ورودی $u(t)$ باید چنان طراحی گردد که متغیرهای کمکی $\{z_1(t),z_2(t)\}$ بعد از گذشت مدت زمانِ متناهی دقیقاً به مقدار صفر برسند.

$$\begin{cases}\dot{z}_1(t)=z_2(t)\\ \dot{z}_2(t)=h(x)+\eta(x)u(t)-\ddot{V}_{pv_{ref}}(t)-\frac{\Delta_1(t)}{C_1}\end{cases} \quad (۲۸)$$

۵- طراحی کنترل‌کننده غیرخطی برای سیستم فتوولتائی

در مقایسه با دیگر روش‌های غیرخطی، برخی از برتری‌های راهکار کنترل مد لغزشی پایاندار عبارتند از: عدم نیاز به عملیات خطی‌سازی سیستم غیرخطی حول نقطه‌ی تعادل، مقاوم بودن در برابر انواع نامعینی و اغتشاش، قابلیت پایدارسازی زمان-متناهی کلّی سیستم حلقه‌بسته، فراهم ساختن پاسخ گذرای سریع و پیاده‌سازی عملی (تحقق فیزیکی) ساده و ارزان. در این مقاله، از راهکار کنترل مد لغزشی پایاندار برای طراحی ورودی کنترلی سیستم فتوولتائی استفاده می‌شود که شامل دو مرحله‌ی متوالی است. در مرحله‌ی اول، خمینه لغزشی غیرخطی $s(t)$ به گونه‌ای ابتکاری تعریف می‌گردد که سیستم دینامیکی مد لغزشی $\{s(t)=\dot{s}(t)=0\}$ دارای پایداری زمان-متناهی کلّی با زمانِ همگرایی $t_{\rm sm}$ باشد. در مرحله‌ی دوم، ورودی کنترلی به گونه‌ای طراحی می‌شود که سیستم فتوولتائی با اعمال این ورودی پس از گذشت زمان $t_{\rm reach}$ به سیستم دینامیکی مد لغزشی $\{s(t)=\dot{s}(t)=0\}$ تبدیل گردد. در نتیجه با اعمال راهکار کنترل مد لغزشی پایاندار، اولاً پایداری زمان-متناهی کلّی سیستم فتوولتائی تضمین گردیده و ثانیاً پاسخ‌های زمانی متغیرهای حالت آن بعد از گذشت زمان مطلق $\{t_{\rm total}\le(t_{\rm reach}+t_{\rm sm})\}$ به طور دقیق به مسیرهای موردنظر می‌رسند.

در این بخش به منظور برآورده ساختن هدف کنترلی ذکر شده، سه کلاس متفاوت از کنترل‌کننده‌های مد لغزشی پایاندار طراحی و پیشنهاد می‌گردند. با استفاده از لم‌های پایداری زمان-متناهی، قضیه اساسی لیاپانوف و تحلیل‌های ریاضیاتی نشان می‌دهیم که سیستم غیرخطی (۲۸) در حضور هر کدام از سه نوع کنترل‌کننده مد لغزشی پایاندار، دارای پایداری زمان-متناهی کلّی بوده و بعد از سپری شدن مدت زمانِ متناهی هدف کنترلی رسیدن به نقطه بیشینه توان برآورده می‌گردد.

۵-۱ معرفی نوع اول کنترل‌کننده غیرخطی پیشنهادی

برای اولین کنترل‌کننده مد لغزشی پایاندار، خمینه لغزشی $s(t)$ به فرم (۲۹) تعریف می‌شود که l_1 و l_1 مقادیر ثابت اختیاری با شرط $\{l_1>l_2>0\}$ هستند.

$$s(t)=z_2(t)+\int_0^t l_1\text{sign}(z_1(\tau))d\tau+\int_0^t l_2\text{sign}(z_2(\tau))d\tau \quad (۲۹)$$

سیگنال ورودی برای اولین کنترل‌کننده غیرخطی به فرم (۳۰) پیشنهاد می‌گردد که β_1 و β_2 دو ضریب ثابت اختیاری مثبت می‌باشند.

$$\begin{cases}u(t)=\eta^{-1}(x)\left(-h(x)+\ddot{V}_{pv_{ref}}-l_1\text{sign}(z_1)-l_2\text{sign}(z_2)+u_r\right)\\ u_r=-\left(\frac{\gamma_1}{C_1}+\beta_1\right)\text{sign}(s(t))-\beta_2 s(t)\end{cases} \quad (۳۰)$$

در ادامه به صورت تحلیلی (شامل دو گام) اثبات می‌گردد که کنترل‌کننده پیشنهادی اول (متشکل از روابط (۲۹) و (۳۰)) می‌تواند هدف پایدارسازی زمان-متناهی کلّی سیستم دینامیکی (۲۸) را برآورده سازد. در گام اول نشان داده می‌شود که اعمال ورودی کنترلی (۳۰) به سیستم (۲۸)، می‌تواند این سیستم را بعد از گذشت مدت زمانِ متناهی $t_{\rm reach}$ به سیستم دینامیکی مد لغزشی $\{s(t)=\dot{s}(t)=0\}$ تبدیل کند. در گام دوم اثبات می‌گردد که دینامیک مد لغزشی حاصله از $\{s(t)=\dot{s}(t)=0\}$، دارای پایداری زمان-متناهی کلّی است. برای گام اول اثبات، تابع کاندیدای لیاپانوف $\{V(t)\triangleq 0.5s^2(t)\}$ تعریف می‌گردد که مشتق آن $\{\dot{V}(t)\triangleq s(t)\dot{s}(t)\}$ است. با مشتق‌گیری زمانی از رابطه (۲۹) و جایگذاری آن در $\{\dot{V}(t)\triangleq s(t)\dot{s}(t)\}$، عبارت $\dot{V}(t)$ به فرم گسترش‌یافته (۳۱) نتیجه می‌شود.

$$\dot{V}=s\left(h(x)+\eta(x)u-\ddot{V}_{pv_{ref}}+l_1\text{sign}(z_1)+l_2\text{sign}(z_2)-\frac{\Delta_1}{C_1}\right) \quad (۳۱)$$

با جایگذاری سیگنال کنترلی (۳۰) در رابطه (۳۱) و ساده‌سازی، عبارت $\dot{V}(t)$ به فرم (۳۲) حاصل می‌گردد.

$$\dot{V}=s(t)\left(-\left(\frac{\gamma_1}{C_1}+\beta_1\right)\text{sign}(s(t))-\beta_2 s(t)-\frac{\Delta_1}{C_1}\right) \quad (۳۲)$$

با استناد به نامساوی $\left\{-\frac{s(t)\Delta_1(t)}{C_1}\le\frac{|s(t)||\Delta_1(t)|}{C_1}\le\frac{\gamma_1}{C_1}|s(t)|\right\}$ و در نظر گرفتن $\{s(t)\text{sign}(s(t))=|s(t)|\}$، تساوی (۳۲) به نامساوی ساده‌شده‌ی (۳۳) تبدیل می‌گردد.

$$\dot{V}(t)\le\{\beta_1|s(t)|-\beta_2|s(t)|^2\} \quad (۳۳)$$

با توجه به تعریف کاندیدای لیاپانوف $\{V(t)\triangleq 0.5s^2(t)\}$، انتخاب پارامترهای $\{\rho_1=\sqrt{2}\beta_1,\rho_2=0.5,\rho_3=2\beta_2\}$ و استفاده از لم (۱)، می‌توان نتیجه گرفت که سیستم (۲۸) برای زمان‌های $\{t\ge t_{\rm reach}\}$ به دینامیک مد لغزشی $\{s(t)=\dot{s}(t)=0\}$ می‌رسد. زمانِ متناهی $t_{\rm reach}$ با استفاده از نامساوی (۳۴) تخمین زده می‌شود.

$$t_{\rm reach}\le\frac{1}{\beta_2}\text{Ln}\left(\frac{\beta_2|s(t=0)|+\beta_1}{\beta_1}\right) \quad (۳۴)$$

برای زمان‌های $\{t\ge t_{\rm reach}\}$، دینامیک مد لغزشی $\{s(t)=\dot{s}(t)=0\}$ به فرم (۳۵) قابل بیان است.

$$\begin{cases}\dot{z}_1(t)=z_2(t)\\ \dot{z}_2(t)=-l_1\text{sign}(z_1(t))-l_2\text{sign}(z_2(t))\end{cases} \quad (۳۵)$$

با مقایسه دینامیک مد لغزشی (۳۵) و سیستم غیرخطی نوعی لم (۳)، به راحتی اثبات می‌گردد که اولاً سیستم (۳۵) دارای پایداری زمان-متناهی کلّی است و ثانیاً متغیرهای کمکی $\{z_1(t),z_2(t)\}$ بعد از گذشت زمان‌های $\{t\ge t_{\rm total}\}$ دقیقاً به صفر می‌رسند و درنتیجه هدف کنترلی رسیدن به نقطه بیشینه توان سیستم فتوولتائی برآورده می‌گردد.

زمانِ همگرایی مطلق $t_{\rm total}$ از نامساوی $\{t_{\rm total}\le(t_{\rm reach}+t_{\rm sm})\}$ به دست می‌آید که زمان $t_{\rm sm}$ با نامساوی (۳۶) تخمین زده می‌شود. در (۳۶)، ثابت $\bar{l}$ به صورت اختیاری از بازه‌ی $\left(\sqrt{2(l_1+l_2)}\right)^{-1}<\bar{l}<\left(\sqrt{2(l_1-l_2)}\right)^{-1}$ انتخاب می‌گردد.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-11]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.4.1.9]
[DOI: 10.61186/joc.16.4.1]

$$\begin{cases} t_{\rm sm} \le 2(\min(l_4))^{-1}\sqrt{V(z_1(t_{\rm reach}),z_2(t_{\rm reach}))} \\ V=\begin{cases} 0.25(l_4)^2\left((l_3)^{-1}z_2\text{sign}(z_1)+l_5\sqrt{|z_1|+0.5(l_3)^{-1}z_2^2}\right)^2 & \text{if } z_1z_2\neq 0 \\ 0.25(\bar{l})^2z_2^2 & \text{if } z_1=0 \\ 0.25|z_1| & \text{if } z_2=0 \end{cases} \end{cases} \quad (۳۶)$$

ثابت‌های $\{l_3,l_4,l_5\}$ با استفاده از رابطه (۳۷) تعیین می‌گردند.

$$\begin{cases} l_3=l_1+l_2\text{sign}(z_1z_2) \\ l_4=\sqrt{0.5l_3}\left|\sqrt{2l_3}\,\bar{l}-1\right| \\ l_5=\sqrt{2(l_3)^{-1}}\left(\sqrt{2l_3}\,\bar{l}-1\right)^{-1}\text{sign}(z_1z_2) \end{cases} \quad (۳۷)$$

۵-۲ معرفی نوع دوم کنترل‌کننده غیرخطی پیشنهادی

برای دومین کنترل‌کننده مد لغزشی پایاندار، خمینه لغزشی $s(t)$ مطابق با رابطه (۳۸) تعریف می‌شود که ثابت توانی α_2 به صورت اختیاری از بازه‌ی $\{0<\alpha_2<1\}$ و ثابت توانی α_1 با استفاده از تساوی $\left\{\alpha_1=\frac{\alpha_2}{2-\alpha_2}\right\}$ تعیین می‌شوند. در رابطه (۳۸)، دو ثابت اختیاری μ_1 و μ_2 باید چنان انتخاب گردند که هر دو ریشه‌ی چندجمله‌ای $\{b^2+\mu_2b+\mu_1=0\}$ در سمت چپ محور موهومی $j\omega$ قرار گیرند.

$$\begin{cases} s(t)=z_2(t)+\int_0^t\left(\mu_1\text{sig}^{\alpha_1}(z_1(\tau))+\mu_2\text{sig}^{\alpha_2}(z_2(\tau))\right)d\tau \\ \text{sig}^{\alpha_1}(z_1(t))=|z_1(t)|^{\alpha_1}\text{sign}(z_1(t)) \\ \text{sig}^{\alpha_2}(z_2(t))=|z_2(t)|^{\alpha_2}\text{sign}(z_2(t)) \end{cases} \quad (۳۸)$$

رابطه (۳۹)، سیگنال ورودی مرتبط با این کنترل‌کننده غیرخطی را معرفی می‌کندکه β_1 و β_2 دو ضریب ثابت اختیاری مثبت می‌باشند.

$$\begin{cases} u=\eta^{-1}\left(-h(x)+\ddot{V}_{pv_{ref}}-\mu_1\text{sig}^{\alpha_1}(z_1)-\mu_2\text{sig}^{\alpha_2}(z_2)+u_r\right) \\ u_r=-\left(\frac{\gamma_1}{C_1}+\beta_1\right)\text{sign}(s(t))-\beta_2s(t) \end{cases} \quad (۳۹)$$

مشابه با زیربخش ۵-۱، اثبات می‌گرددکه کنترل‌کننده پیشنهادی دوم (شامل روابط (۳۸) و (۳۹))، هدف پایدارسازی زمان-متناهی کلّی سیستم دینامیکی (۲۸) را فراهم می‌سازد.

با انتخاب تابع کاندیدای لیاپانوف $\{V(t)\triangleq 0.5s^2(t)\}$ و طی کردن مجدد روابط (۳۱) تا (۳۴) نتیجه می‌شود که برای لحظه‌های $\{t\ge t_{\rm reach}\}$، ساختار سیستم (۲۸) (تحریک شده با ورودی کنترلی (۳۹)) به دینامیک مدلغزشی $\{s(t)=\dot{s}(t)=0\}$ مبدل می‌شود. دینامیک لغزشی $\{s(t)=\dot{s}(t)=0\}$ برای زمان‌های $\{t\ge t_{\rm reach}\}$، به صورت (۴۰) قابل توصیف است.

$$\begin{cases} \dot{z}_1(t)=z_2(t) \\ \dot{z}_2(t)=-\mu_1\text{sig}^{\alpha_1}(z_1(t))-\mu_2\text{sig}^{\alpha_2}(z_2(t)) \end{cases} \quad (۴۰)$$

قیاس بین سیستم غیرخطی موجود در لم (۴) و دینامیک مد لغزشی (۴۰) نشان می‌دهد که نقطه تعادل سیستم (۴۰)، پایدار زمان-متناهی کلّی بوده و برای تمام لحظات $\{t\ge t_{\rm total}\}$ متغیرهای $\{z_1(t),z_2(t)\}$ دقیقاً به صفر می‌رسند.

زمانِ همگرایی مطلق $t_{\rm total}$ از مجموع دو زمانِ متناهی $t_{\rm sm}$ و $t_{\rm reach}$ تشکیل شده که $t_{\rm sm}$ با رابطه (۴۱) تعیین می‌گردد. در (۴۱)، $\{M\in\mathbb{R}^{2\times2}\}$ و $\{B\in\mathbb{R}^{2\times2}\}$ ماتریس‌های متقارن مثبت معین اختیاری هستند که در معادله‌ی جبری ماتریسی لیاپانوف $\{BA+A^TB=-M\}$ صدق می‌کنند. نمادهای $\lambda_{\min}(M)$ و $\lambda_{\max}(B)$ به ترتیب بیانگر کوچکترین و بزرگترین مقادیر ویژه ماتریس‌های M و B می‌باشند.

$$\begin{cases} t_{\rm sm}=\left(\frac{\lambda_{\max}(B)}{\lambda_{\min}(M)}\right)\left(\frac{V^{\vartheta}(z(t=t_{\rm reach}))}{\vartheta}\right) \text{ with } \vartheta\triangleq\frac{1-\alpha_2}{\alpha_2} \\ V(z(t))=z(t)^TB\,z(t) \text{ with } z(t)\triangleq\left[z_1^{\alpha_1}(t)\;\; z_2^{\alpha_2}(t)\right]^T \\ A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -\mu_1 & -\mu_2\end{pmatrix} \end{cases} \quad (۴۱)$$

۵-۳ معرفی نوع سوم کنترل‌کننده غیرخطی پیشنهادی

برای سومین کنترل‌کننده مد لغزشی پایاندار، خمینه لغزشی $s(t)$ در رابطه (۴۲) معرفی شده است که ثابت $\mho_1$ به صورت اختیاری از بازه $\{0<\mho_1<1\}$ انتخاب شده و ثابت $\mho_2$ با استفاده از $\left\{\mho_2=\frac{\mho_1}{2-\mho_1}\right\}$ تعیین می‌شود.

$$\begin{cases} s(t)=z_2(t)+\int_0^t\left(\text{sig}^{\mho_1}(z_2(\tau))+\text{sig}^{\mho_2}(\psi(z_1,z_2))\right)d\tau \\ \text{sig}^{\mho_1}(z_2(t))=|z_2(t)|^{\mho_1}\text{sign}(z_2(t)) \\ \text{sig}^{\mho_2}(\psi(z_1,z_2))=|\psi(z_1,z_2)|^{\mho_2}\text{sign}(\psi(z_1,z_2)) \\ \psi(z_1,z_2)\triangleq z_1(t)+\frac{1}{2-\mho_1}|z_2(t)|^{2-\mho_1}\text{sign}(z_2(t)) \end{cases} \quad (۴۲)$$

رابطه (۴۳)، سیگنال ورودی را برای سومین نوع کنترل‌کننده غیرخطی پیشنهاد می‌دهد که β_1 و β_2 دو ثابت اختیاری مثبت هستند.

$$\begin{cases} u=\eta^{-1}\left(-h(x)+\ddot{V}_{pv_{ref}}-\text{sig}^{\mho_1}(z_2)-\text{sig}^{\mho_2}(\psi(z_1,z_2))+u_r\right) \\ u_r=-\left(\frac{\gamma_1}{C_1}+\beta_1\right)\text{sign}(s(t))-\beta_2s(t) \end{cases} \quad (۴۳)$$

طی کردن روالی کاملاً یکسان با زیربخش‌های ۵-۱ و ۵-۲، این نتیجه را به اثبات می‌رساند که کنترل‌کننده پیشنهادی سوم (تلفیق روابط (۴۲) و (۴۳)) قادر است پایداری زمان-متناهی کلّی را برای نقطه تعادل سیستم دینامیکی (۲۸) تضمین کند. چنانچه گام اول اثبات زیربخش‌های ۵-۱ و ۵-۲، با روالی کاملاً مشابه تکرار گردد، این نتیجه به دست می‌آید که برای لحظات بزرگتر از $t_{\rm reach}$، سیستم (۲۸) (همراه با ورودی کنترلی اعمالی (۴۳)) به دینامیک مد لغزشی $\{s(t)=\dot{s}(t)=0\}$ تبدیل می‌شود. به راحتی می‌توان نشان داد که برای لحظه‌های $\{t\ge t_{\rm reach}\}$، سیستم دینامیکی مد لغزشی به صورت (۴۴) قابل گسترش است.

$$\begin{cases} \dot{z}_1(t)=z_2(t) \\ \dot{z}_2(t)=-\text{sig}^{\mho_1}(z_2(t))-\text{sig}^{\mho_2}(\psi(z_1(t),z_2(t))) \end{cases} \quad (۴۴)$$

با تعریف دو ثابت $\{\rho_1\triangleq\mho_1,\rho_2\triangleq\mho_2\}$ و مقایسه میان سیستم (۴۴) و سیستم غیرخطی مرتبه دوم لم (۵)، پایداری زمان-متناهی کلّی نقطه تعادل سیستم (۴۴) نتیجه می‌گردد. بنابراین می‌توان ادعا کرد که برای $\{t\ge(t_{\rm total}=t_{\rm reach}+t_{\rm sm})\}$ متغیرهای $\{z_1(t),z_2(t)\}$ دقیقاً به مقدار صفر رسیده‌اند. زمانِ متناهی $t_{\rm sm}$ توسط نامساوی (۴۵) تخمین زده شده و ثابت‌های اختیاری $\{\nu_1,\nu_2\}$ با شرایط $\{0<\nu_1<1\}$ و $\{1<\nu_2<\infty\}$ انتخاب می‌گردند.

$$\begin{cases} t_{\rm sm}\le\left(\Lambda(1-\mho_1)\right)^{-1}(3-\mho_1)\left(V(z_1(t_{\rm reach}),z_2(t_{\rm reach}))\right)^{\frac{1-\mho_1}{3-\mho_1}} \\ V=\frac{2-\mho_1}{3-\mho_1}|\psi(z_1,z_2)|^{\frac{3-\mho_1}{2-\mho_1}}+\nu_1z_2\psi(z_1,z_2)+\frac{\nu_2}{3-\mho_1}|z_2|^{3-\mho_1} \\ \Lambda\triangleq-\max_{(z_1,z_2)\in\mathring{A}}\dot{V}(z_1,z_2) \text{ with } \mathring{A}=\{(z_1,z_2):V(z_1,z_2)=1\} \end{cases} \quad (۴۵)$$

یادآوری ۱. تحلیل پایداری زمان-متناهی سیستم حلقه‌بسته فتوولتائی نشان داد که دو متغیر حالت $\{x_1(t)\triangleq V_{pv}(t)\}$ و $\{x_2(t)\triangleq I_L(t)\}$ کرانداره بوده و پس از سپری شدن زمان متناهی $t_{\rm total}$ دقیقاً به مقادیر مبنای تعیین شده می‌رسند. با استناد به کرانداری متغیر $\{x_2(t)=I_L(t)\}$ و نامساوی $\{0\le d(t)\le1\}$، نتیجه می‌گردد که همواره عبارت $\left\{\left(\frac{1-d(t)}{C_2\left(1+\frac{R_c}{R}\right)}\right)I_L(t)\right\}$ کراندار خواهد بود. بنابراین می‌توان کران بالای فرضی $\{\mathfrak{h}\}$ را برای این عبارت به صورت $\left\{\left|\left(\frac{1-d(t)}{C_2\left(1+\frac{R_c}{R}\right)}\right)I_L(t)\right|\le\mathfrak{h}\right\}$ درنظر گرفت. با انتخاب کاندیدای لیاپانوف $\{V(t)\triangleq0.5V_{C_2}^2(t)\}$ و مشتق‌گیری زمانی از آن، عبارت $\{\dot{V}(t)=\dot{V}_{C_2}(t)V_{C_2}(t)\}$ حاصل می‌شود.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-11]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.4.1.9]
[DOI: 10.61186/joc.16.4.1]

چنانچه $\dot{V}_{c_2}(t)$ را از (۱۷) در $\dot{V}(t)$ جایگذاری گردد، تساوی $\left\{\dot{V}(t)=\left(\frac{1-d(t)}{C_2\left(1+\frac{R_c}{R}\right)}\right)I_L(t)V_{c_2}(t)-\left(\frac{1}{C_2(R+R_c)}\right)V_{c_2}^2(t)\right\}$ بدست می‌آید. با استناد به نامساوی اخیر $\left\{\left|\left(\frac{1-d(t)}{C_2\left(1+\frac{R_c}{R}\right)}\right)I_L(t)\right|\le \mathfrak{h}\right\}$، نامساوی اسکالری $\left\{\dot{V}(t)\le\left(-\left(\frac{1}{C_2(R+R_c)}\right)V_{c_2}^2(t)+\mathfrak{h}\left|V_{c_2}(t)\right|\right)\right\}$ برای $\dot{V}(t)$ نتیجه می‌گردد. با توجه به نامساوی حاصل شده برای $\dot{V}(t)$، می‌توان پایداری UUB و نتیجتاً کراندار متغیر حالت $\{x_3(t)=V_{c_2}(t)\}$ را نتیجه گرفت.

یادآوری ۲. در شکل (۶) ساختار کنترلی حلقه‌بسته‌ی پیشنهادی برای سیستم فتوولتائی آورده شده است. در این ساختار حلقه‌بسته، بخش مرتبط با کنترل از دو بلوک اساسی تشکیل شده است. یکی از این بلوک‌های اساسی وظیفه‌ی محاسبه‌ی مقادیر مرجع $I_{pv_{ref}}(t)$ و $V_{pv_{ref}}(t)$ را دارد. داده‌های ورودی به این بلوک، میزان تابش خورشید $E(t)$ و دمای ماژول فتوولتائی $T(t)$ هستند که مقادیرشان به زمان وابسته است. داده‌های خروجی این بلوک مقادیر مرجع $I_{pv_{ref}}(t)$ و $V_{pv_{ref}}(t)$ می‌باشند که با استفاده از روابط تحلیلی (۲۰) تا (۲۴) محاسبه می‌گردند. وظیفه‌ی تولید سیگنال کنترلی (چرخه کار با فرکانس ثابت) برای مبدل بر عهده‌ی دومین بلوک اساسی بخش کنترلی می‌باشد. این بلوک اساسی می‌تواند شامل یکی از سه نوع کنترل‌کننده مد لغزشی پیشنهادی باشد. داده‌های ورودی این بلوک، متغیرهای $I_{pv_{ref}}(t)$، $V_{pv_{ref}}(t)$، $V_{pv}(t)$، $I_L(t)$، $V_{c_2}(t)$ و $I_{pv}(t)$ هستند. در درون این بلوک، خطاهای ردیابی $\{e_1(t),e_2(t)\}$ با روابط (۲۵) و (۲۶) تعیین شده و سپس خمینه لغزشی $s(t)$ با کمک یکی از روابط (۲۹)، (۳۸) و یا (۴۲) محاسبه می‌گردد. در ادامه سیگنال کنترلی $\{u(t)=d(t)\}$ که خروجی این بلوک اساسی می‌باشد با به کارگیری یکی از رابطه‌های (۳۰)، (۳۹) و یا (۴۳) حاصل می‌شود.

یادآوری ۳. ثابت‌های اختیاری موجود در سه نوع کنترل‌کننده‌های غیرخطی پیشنهادی به صورت جمع‌بندی شده و فهرست‌وار در جدول (۱) آورده شده‌اند. بدیهی است با انتخاب مقادیر عددی مناسب برای ثابت‌های اختیاری می‌توان زمان‌های متناهیِ t_{reach} و t_{sm} را تا حد قابل توجهی کاهش داد و در نتیجه سرعت عملکرد سیستم حلقه‌بسته فتوولتائی را بهبود بخشید.

یادآوری ٤. عبارت $\left\{u_r=-\left(\frac{\gamma_1}{C_1}+\beta_1\right)\text{sign}(s)-\beta_2 s\right\}$ که در ورودی‌های مرتبط با کنترل‌کننده‌های مد لغزشی وجود داشت را می‌توان با $\left\{u_r=-\left(\frac{\gamma_1}{C_1}\right)\text{sign}(s)-\beta_1|s|^{\beta_3}\text{sign}(s)-\beta_2|s|^{\beta_4}\text{sign}(s)\right\}$ جایگزین کرد. در عبارت جدید برای $u_r(t)$، ثابت‌های اختیاری $\{\beta_1,\beta_2,\beta_3,\beta_4\}$ با شرایط $\{\beta_1>0\}$، $\{\beta_2>0\}$، $\left\{\beta_3=1-\frac{1}{\beta_5}\right\}$ و $\left\{\beta_4=1+\frac{1}{\beta_5}\right\}$ انتخاب می‌شوند که β_5 نیز ثابت اختیاری مثبت است. با اعمال جایگزینی عبارت فوق‌الذکر و تکرار گام اول اثبات پایداری زمان-متناهی کلّی سیستم حلقه‌بسته‌ی فتوولتائی، نامساوی (۴۶) به‌دست می‌آید.

$$\dot{V}(t)\le\left\{-\beta_1|s(t)|^{\left(2-\frac{1}{\beta_5}\right)}-\beta_2|s(t)|^{\left(2+\frac{1}{\beta_5}\right)}\right\} \qquad (۴۶)$$

با تعریف پارامترهای مناسب $\{\rho_1\triangleq\sqrt{2}\beta_1,\rho_2\triangleq\sqrt{2}\beta_2,\rho_5\triangleq\beta_5\}$، $\{\rho_3\triangleq 1-0.5\beta_5^{-1},\rho_4\triangleq 1+0.5\beta_5^{-1}\}$ و استناد به لم (۳)، اثبات می‌گردد که سیستم (۲۸) بعد از گذشت زمانِ متناهی t_{reach} به دینامیک مد لغزشی می‌رسد و مقدار عددی t_{reach} با استفاده از نامساوی $\left\{t_{\text{reach}}\le\pi\beta_5\left(\sqrt{2\beta_1\beta_2}\right)^{-1}\right\}$ تخمین زده می‌شود.

٦ - نتایج شبیه‌سازی

شبیه‌سازی‌ها با استفاده از نرم‌افزار MATLAB انجام شده است. برای ثابت‌های سیستم فتوولتائی، مقادیر $\{C_1=C_2=1000(\mu F),L=1.21\,(mH)\}$ و $\{R=25\ (\Omega),R_C=39.6\ (\Omega)\}$ لحاظ گردیده‌اند. مقادیر عددی برای ثابت‌های اختیاری موجود در خمینه لغزشی اول، دوم و سوم به ترتیب $\left\{\alpha_1=\frac{9}{11},\alpha_2=0.9,\mu_1=9,\mu_2=4.5\right\}$، $\{l_1=7,l_2=5\}$ و $\left\{\mho_2=\frac{1}{3},\mho_1=0.5\right\}$ انتخاب شده‌اند. دو ثابت اختیاری β_1 و β_2 که در سیگنال کنترلی راهکارهای پیشنهادی وجود دارند به صورت، $\{\beta_1=3\}$ و $\{\beta_2=5\}$ مقداردهی شده‌اند. مقادیر عددی شرایط اولیه‌ی متغیرهای حالت سیستم و عبارت‌های نامعینی به صورت $\{x(0)=[0\ \ 3\ \ 0]^{\text{T}}\}$، $\{\Delta_1(t)=0.25\sin\left(x_2(t)x_1(t)\right)\}$ و $\{\Delta_2(t)=0.3\sin\left(x_2(t)\right)\}$ درنظرگرفته شده‌اند. ضابطه‌ی دمای ماژول $T(t)$ و میزان تابش خورشید $E(t)$ در بازه‌ی زمانی صفر تا ده ثانیه به‌صورت رابطه‌ی (۴۷) لحاظ گردیده است.

$$\begin{cases} T(t)=\begin{cases}298°K & \text{for}\quad 0<t<6\\ 323°K & \text{for}\quad 6<t<10\end{cases}\\ E(t)=\begin{cases}500(\frac{W}{m^2}) & \text{for}\quad 0<t<4\\ 800(\frac{W}{m^2}) & \text{for}\quad 4<t<10\end{cases}\end{cases} \qquad (٤٧)$$

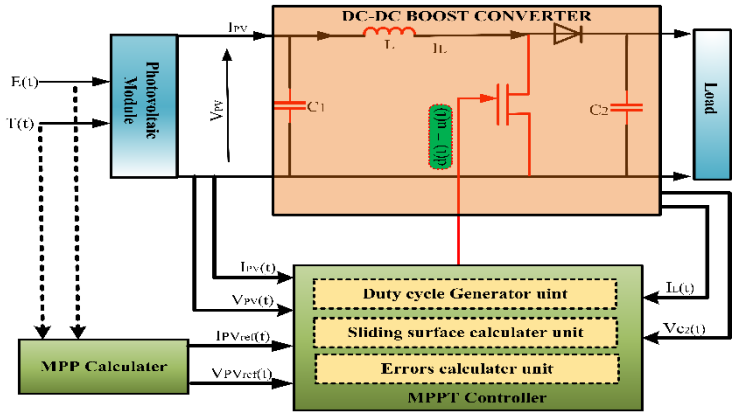
با توجه به توابع $\{E(t),T(t)\}$ و استناد به رابطه (۲۴)، نمودار مقدار ولتاژ مرجع $V_{pv_{ref}}$ در بازه‌ی زمانی $\{0<t<10\}$ به صورت شکل (۷) نتیجه می‌شود. در تمام راهکارهای کنترلی پیشنهادی، سیگنال ورودی کنترلی اعمالی به مبدل باید باعث گردد تا ولتاژ خروجی ماژول فتوولتائی $V_{pv}(t)$ به خوبی شکل موج مرجع $V_{pv_{ref}}(t)$ را ردیابی کند و در نتیجه، بیشینه توان ممکنه از سیستم فتوولتائی دریافت گردد. شکل (۸)، پاسخ‌های زمانی $V_{pv}(t)$ را در ردیابی شکل موج مرجع $V_{pv_{ref}}(t)$ با اعمال پنج راهکار کنترلی (سه کنترل‌کننده غیرخطی مقاله حاضر و دو کنترل‌کننده‌ی مقالات [۱۰] و [۴۱]) به صورت مقایسه‌ای و مجزا نشان می‌دهد. در مراجع [۱۰] و [۴۱] به ترتیب کنترل‌کننده‌های گام به عقب و مد لغزشی پایاندار برای ردیابی نقطه بیشینه توان سیستم فتوولتائی طراحی شده‌اند. باید توجه داشت که در مقاله‌ی [۴۱] مشابه با کنترل‌کننده‌های غیرخطی مقاله‌ی حاضر از رویکرد کنترل مد لغزشی پایاندار استفاده شده، اما خمینه لغزشی و سیگنال کنترلی متفاوت هستند. از آنجایی که شکل موج ولتاژ مرجع $V_{pv_{ref}}(t)$ در لحظات $\{t_0=0\}$، $\{t_1=4\}$ و $\{t_2=6\}$ تغییرات آنی پله‌ای دارد، برای این لحظه‌ها، تمام پاسخ‌های زمانی $V_{pv}(t)$ در شکل (۹) بزرگنمایی شده‌اند. مشاهده‌ی دقیق بزرگنمایی‌های شکل (۹) نشان می‌دهد که کنترل‌کننده‌های غیرخطی پیشنهادی دوم و سوم نسبت به کنترل‌کننده‌های مراجع [۱۰] و [۴۱] سریعتر عمل کرده‌اند. پاسخ‌های زمانی سیگنال کنترلی $\{u(t)=d(t)\}$ مرتبط با هر پنج راهکار کنترلی فوق‌الذکر در شکل (۱۰) نمایش داده شده‌اند.

۷- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله با استفاده از راهکار کنترل مد لغزشی پایاندار و تعریف چندین خمینه لغزشی ابتکاری، مسئله‌ی ردیابی نقطه بیشینه توان برای سیستم

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-11]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.4.1.9]
[DOI: 10.61186/joc.16.4.1]

حلقه‌بسته‌ی فتوولتایی مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج تحلیلی و شبیه‌سازی‌های مقاله نشان داد که هر سه راهکار کنترلی پیشنهادی ضمن برآورده ساختن هدف ردیابی زمان-متناهی نقطه بیشینه توان، پایداری زمان-متناهی کلّی سیستم حلقه‌بسته‌ی فتوولتایی را تضمین می‌کنند.



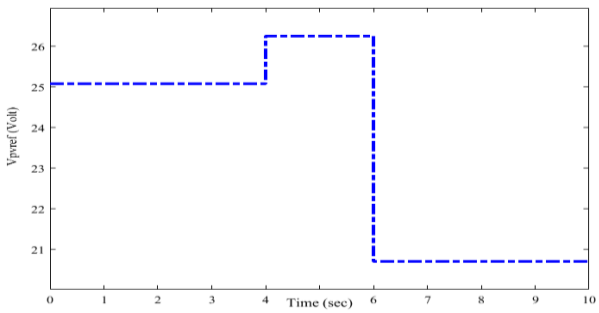
شکل ۶. تصویر مفهومی از عملکرد ساختار کنترلی حلقه‌بسته سیستم فتوولتائی

جدول ۱. فهرست ثابت‌های اختیاری موجود در کنترل‌کننده‌های مد لغزشی پیشنهادی به همراه شرایط لازم برای آن‌ها

راهکار کنترلی	ثابت‌های خمینه لغزشی	ثابت‌های ورودی کنترلی
نوع اول	$l_1 > l_2 > 0$	$\boldsymbol{\beta_1 > 0 \text{ and } \beta_2 > 0}$
نوع دوم	$\alpha_1 = \frac{\alpha_2}{2-\alpha_2}$ and $0 < \alpha_2 < 1$ $\mu_1 > 0$ and $\mu_2 > 0$	$\boldsymbol{\beta_1 > 0 \text{ and } \beta_2 > 0}$
نوع سوم	$\upsilon_2 = \frac{\upsilon_1}{2-\upsilon_1}, 0 < \upsilon_1 < 1$	$\boldsymbol{\beta_1 > 0 \text{ and } \beta_2 > 0}$

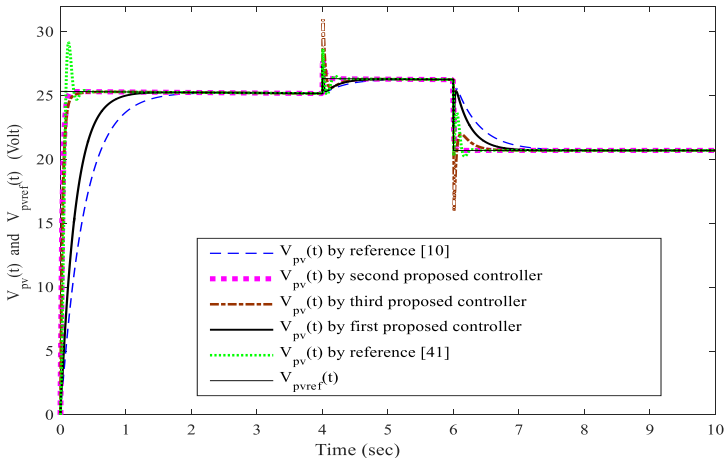
دو نتیجه مهم و قابل استخراج از این مقاله به شرح زیر می‌باشند (الف): فرآیند اثبات پایداری زمان-متناهی سیستم غیرخطی فتوولتایی، نشان داد که روش کنترل مدلغزشی معمولی با خمینه‌های لغزشی خطی هرگز قادر به تضمین پایداری زمان-متناهی کلّی نمی‌باشد و شرط لازم (اما نه کافی) برای فراهم ساختن این نوع پایداری، تعریف تلفیقی خمینه‌های لغزشی خطی و غیرخطی است. (ب): رابطه‌ی استخراجی برای تخمین زمان متناهی مطلق t_{total} نشان داد که این زمان به شرایط اولیه و ثابت‌های اختیاری موجود در ورودی کنترلی وابسته است و با انتخاب مناسب مقادیر عددی برای ثابت‌های اختیاری مذکور، می‌توان t_{total} را تا حد قابل قبولی کاهش داد.

در این مقاله فرض معلوم بودن کران بالای نامعینی و استفاده‌ی مستقیم از آن در رابطه ورودی کنترلی، تا حدود زیادی محافظه‌کارانه بوده و باعث می‌گردد دامنه ورودی‌کنترلی (و نتیجتاً انرژی کنترلی) بدون آن‌که نیاز باشند، خیلی بزرگ شود و تلاش کنترلی بهینه به سیستم اعمال نشود. در راستای اولین کار پژوهشی آینده، می‌توان فرض کرد که کران بالای نامعینی، نامعلوم است و ورودی کنترلی هر سه راهکار مجدداً با این فرض جدید طراحی گردد. دو راه‌حل پیشنهادی برای این موضوع عبارتند از: (الف): تعریف قانون به‌روزرسانی زمان-متناهی برای تخمین کران بالای نامعینی و استفاده از روش کنترل تطبیقی-لغزشی پایاندار، (ب) تخمین کران بالای نامعینی با شبکه عصبی مصنوعی (از نوع شبکه عصبی تابع پایه شعاعی) و استفاده از روش کنترل عصبی-لغزشی پایاندار. در این مقاله برای هر سه راهکار کنترلی فرض گردید که متغیرهای خروجی مبدل DC-DC (جریان سلف میانی و ولتاژ خازن خروجی) همواره قابل اندازه‌گیری بوده و به صورت فیزیکی در دسترس می‌باشند. در راستای دومین کار پژوهشی آینده، می‌توان رویتگر غیرخطی زمان-متناهی را برای تخمین این متغیرهای خروجی طراحی و پیشنهاد داد تا در هر سه راهکار کنترلی از مقادیر تخمینی این متغیرها استفاده شود. یکی از چالش‌های اساسی برای این موضوع پژوهشی، اثبات مجدد پایداری زمان-متناهی کلّی سیستم حلقه‌بسته‌ی فتوولتایی در حضور تلفیقی راهکار کنترلی غیرخطی و رویتگر غیرخطی زمان-متناهی است

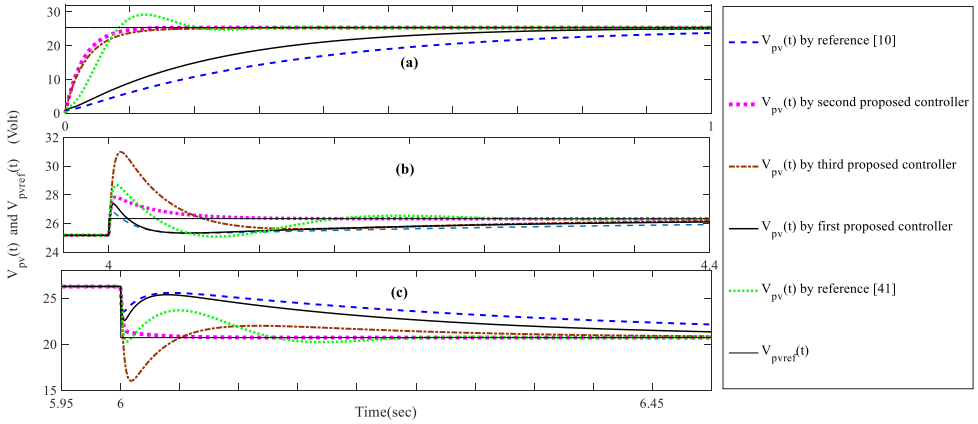


[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-11]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.4.1.9]
[DOI: 10.61186/joc.16.4.1]

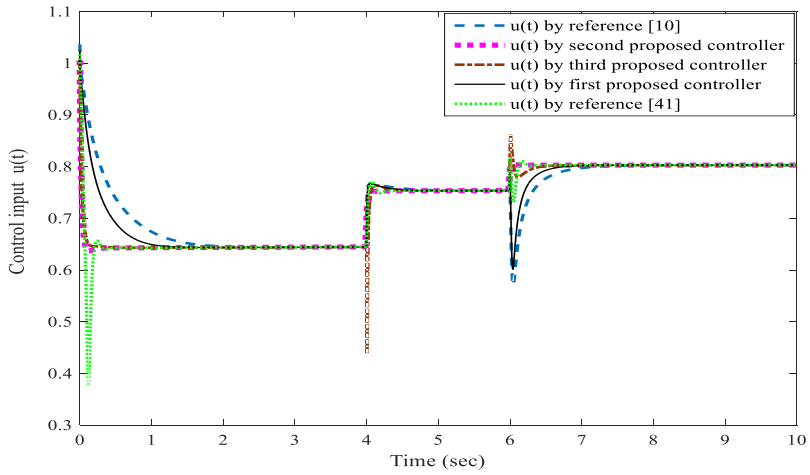
شکل ۷. نمودار مقدار ولتاژ مرجع $V_{pv_{ref}}$ در بازه‌ی زمانی $\{0 < t < 10\}$.



شکل ۸. پاسخ‌های زمانی $V_{pv}(t)$ در ردیابی شکل موج ولتاژ مرجع $V_{pv_{ref}}(t)$ با اعمال پنج راهکار کنترلی مجزا



شکل ۹. بزرگنمایی پاسخ زمانی ولتاژ ماژول فتوولتائی $V_{pv}(t)$ برای هر پنج راهکار کنترلی، (a): بزرگنمایی پاسخ زمانی $V_{pv}(t)$ در لحظه‌ی $\{t_0 = 0\}$، (b): بزرگنمایی پاسخ زمانی $V_{pv}(t)$ در لحظه‌ی $\{t_1 = 4\}$، (c): بزرگنمایی پاسخ زمانی $V_{pv}(t)$ در لحظه‌ی $\{t_2 = 6\}$.



شکل ۱۰. پاسخ‌های زمانی ورودی کنترلی $\{u(t) = d(t)\}$ مرتبط با پنج راهبرد کنترلی مجزا

مراجع

[1] F. Faraz Ahmad, C. Ghenai, A. K. Hamid, and M. Bettayeb, "Application of sliding mode control for maximum power point tracking of solar photovoltaic systems: A comprehensive review," *Annual Reviews in Control*, vol. 49, no. 1, pp. 173-196, 2020.

[2] M. Sarvi and A. Azadian, "A comprehensive review and classified comparison of MPPT algorithms in PV systems," *Energy Systems*, vol. 13, no. 1, pp. 281-320, 2022.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-11]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.4.1.9]
[DOI: 10.61186/joc.16.4.1]

[3] T. T. Sarkar and C. Mahanta, "Gain tuned sliding mode control based maximum power point tracking for solar PV systems," *IFAC-Paper Online*, vol. 55, no. 1, pp. 417-422, 2022.

[4] A. Kchaou, A. Naamane, Y. Koubaa, and N. M'sirdi, "Second order sliding mode-based MPPT control for photovoltaic applications," *Solar Energy*, vol. 155, no. 1, pp. 758-769, 2017.

[5] D. G. Montoya, C. A. Ramos-Paja, and R. Giral, "Improved design of sliding-mode controllers based on the requirements of MPPT techniques," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 31, no. 1, pp. 235-247, 2016.

[6] D. Cortes-Vega and H. Alazki, "Robust maximum power point tracking scheme for PV systems based on attractive ellipsoid method," *Sustainable Energy, Grids and Networks*, vol. 25, no. 1, pp. 100410 (1-14), 2021.

[7] A. K. Podder, N. K. Roy, and H. R. Pota, "MPPT methods for solar PV systems: a critical review based on tracking nature," *IET Renewable Power Generation*, vol. 13, no. 10, pp. 1615-1632, 2019.

[8] Y. Zhu and J. Fei, "Adaptive global fast terminal sliding mode control of grid-connected photovoltaic system using fuzzy neural network approach," *IEEE Access*, vol. 5, no. 1, pp. 9476-9484, 2017.

[9] M. A. Mahmud, T. K Roy, S. Saha, M. E. Haque, and H. R Pota, "Robust nonlinear adaptive feedback linearizing decentralized controller design for islanded DC microgrids," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 55, no. 5, pp. 5343-5352, 2019.

[10] K. Dahech, M.Allouche, T. Damak, and F.Tadeo, "Backstepping sliding mode control for maximum power point tracking of a photovoltaic system," *Electric Power Systems Research*, vol. 143, no. 1, pp. 182-188, 2017.

[11] D. G.Montoya, P. A. Ortiz Valencia, and C. A. Ramos-Paja, "Fixed-frequency implementation of sliding-mode controllers for photovoltaic systems," International Journal of Energy and Environmental Engineering, vol. 10, no. 1, pp. 287-305, 2019.

[12] E. Bianconi, J. Calvente, R. Giral, E. Mamarelis, G. Petrone, C. A. Ramos-Paja, G. Spagnuolo, and M. Vitelli, "A fast current-based MPPT technique employing sliding mode control," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 60, no. 3, pp. 1168-1178, 2013.

[۱۳] احمد دهقان زاده، غلامرضا فراهانی و محسن معبودی، "ردیابی توان بیشینه سیستم‌های فتوولتائی با استفاده از الگوریتم رسانایی افزایشی اصلاح شده و کنترل‌کننده پیش‌بین" *مجله علمی و پژوهشی کنترل*، جلد ۱۲، شماره ۲، بهار ۱۳۹۷، صفحات ۷۵-۶۷.

[14] Z. Meng, W. Shao, J. Tang, and H. Zhou, "Sliding-mode control based on index control law for MPPT in photovoltaic systems," *CES Transactions on Electrical Machines and Systems*, vol. 2, no. 3, pp. 303-311, 2018.

[15] F. Valenciaga and F. A. Inthamoussou, "A novel PV-MPPT method based on a second order sliding mode gradient observer," *Energy Conversion and Mangement*, vol. 176, no. 1, pp. 422-430, 2018.

[۱۶] محمود ابوالحسنی زرجو، سید بابک مظفری و تورج امرایی، "کنترل توربین بادی با ژنراتور القایی دوگانه تغذیه جهت استحصال حداکثر توان قابل جذب" *مجله علمی و پژوهشی کنترل*، جلد ۸، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۳، صفحات ۵۳-۴۳.

[17] R. Pradhan and B. Subudhi, "Double integral sliding mode MPPT control of a photovoltaic system," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 24, no. 1, pp. 285-292, 2016.

[18] B. K. Oubbati, M. Boutoubat, A. Rabhi, and M. Belkheiri, "Experiential integral backstepping sliding mode controller to achieve the maximum power point of a PV system," *Control Engineering Practice*, vol. 102, no. 1, pp. 104570 (1-15), 2020.

[19] S. Rajamand, "A novel sliding mode control and modified PSO-modified P&O algorithms for peak power control of PV," *ISA Transactions*, DOI: 10.1016/j.isatra.2022.04.009, 2022.

[20] A. S. Deshpande and S. L. Patil, "Robust observer-based sliding mode control for maximum power point tracking," *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, vol. 31, no. 1, pp. 1210-1220, 2020.

[21] H. Aminnejhad, S. Kazeminia, and M. Aliasghary, "Robust sliding-mode control for maximum power point tracking of photovoltaic power systems with quantized input signal," *Optik*, vol. 247, no. 1, pp. 167983(1-12), 2021.

[22] D. Cortes-Vega and H. Alazki, "Robust maximum power point tracking scheme for PV systems based on attractive ellipsoid method," *Sustainable Energy, Grids and Networks*, vol. 25, no. 1, pp. 100410 (1-14), 2021.

[۲۳] هادی دلاوری و سیده زهرا رشیدنژاد حیدری، "طراحی کنترل کننده مد لغزشی ترمینال تطبیقی مرتبه کسری برای ردیابی نقطه حداکثر توان در یک سلول خورشیدی تحت شرایط عادی و شرایط سایه جزئی" *نشریه سامانه‌های غیرخطی در مهندسی برق*، جلد ۵، شماره۲، زمستان ۱۳۹۷، صفحات ۲۲-۴.

[۲۴] علی ابویی، حمیدرضا احمدزاده، محمد حائری و محمد مهدی عارفی، "طراحی گشتاورهای غیرخطی زمان-متناهی مقاوم برای ربات-n درجه آزادی درحضور نامعینی‌ها و غیرخطی‌سازهای ورودی شعاعی و ناحیه مرده" *مجله علمی و پژوهشی کنترل*، جلد ۱۴، شماره ۱، بهار ۱۳۹۹، صفحات ۹۱-۷۳.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-11]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.4.1.9]
[DOI: 10.61186/joc.16.4.1]

[۲۵] علی ابویی، مهران اسلامی و محمد حائری، "طراحی کنترل‌کننده‌های غیرخطی زمان-متناهی مقاوم برای زیردریایی شش درجه آزادی به منظور ردیابی مسیر" *مجله علمی و پژوهشی کنترل*، جلد ۱۴، شماره ۱، بهار ۱۳۹۹، صفحات ۱۱۳-۹۳.

[26] H. Fakharizade Bafghi, M.R. Jahed-Motlagh, A. Abooee, and A. Moarefianpur, "Robust finite-time tracking for a square fully-actuated class of nonlinear systems," *Nonlinear Dynamics*, vol. 103, no. 1, pp. 1611-1625, 2021.

[27] F. Sedghi, M. M. Arefi, A. Abooee, and S. Yin, "Distributed adaptive-neural finite-time consensus control for stochastic nonlinear multi-agent systems subject to saturated inputs," *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, DOI: 10.1109/TNNLS.2022.3145975, 2022.

[28] Z. Yang and H. Sugiura, "Robust nonlinear control of a three-tank system using finite-time disturbance observers," *Control Engineering Practice*, vol. 84, no. 1, pp. 63–71, 2019.

[29] M. Basin, "Finite- and fixed-time convergent algorithms: Design and convergence time estimation," *Annual Reviews in Control*, vol. 48, no. 1, pp. 209–221, 2019.

[30] A. Abooee, M. Hayeri Mehrizi, M. M. Arefi, and S. Yin, "Finite-time sliding mode control for a 3-DOF fully actuated autonomous surface vehicle," *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, vol. 43, no. 2, pp. 371-389, 2021.

[31] J. Yu, P. Shi, and L. Zhao, "Finite-time command filtered backstepping control for a class of nonlinear systems," *Automatica*, vol. 92, no. 1, pp. 173–180, 2018.

[32] L. Sun, M. Li, M. Wang, W. Yin, N. Sun, and J. Liu, "Continuous finite-time output torque control approach for series elastic actuator," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 139, no. 1, pp. 105853(1–12), 2020.

[33] K. Mei, L. Ma, R. He, and S. Ding, "Finite-time controller design of multiple integrator nonlinear systems with input saturation," *Applied Mathematics and Computation*, vol. 372, no. 1, pp. 1–16, 2020.

[34] A. Abooee, M. M. Arefi, F. Sedghi, and V. Abootalebi, "Three robust nonlinear control schemes for finite-time tracking problem of a 5-DOF upper-limb exoskeleton robot," *International Journal of Control*, vol. 92, no. 9, pp. 2178-2193, 2019.

[35] F. Sedghi, M. M. Arefi, A. Abooee, and O. Kaynak, "Adaptive robust finite-time nonlinear control of a typical autonomous underwater vehicle with saturated inputs and uncertainties," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 26, no. 5, pp. 2517-2527, 2021.

[36] X. Tang, D. Zhai, and X. Li, "Adaptive fault-tolerance control based finite-time backstepping for hypersonic flight vehicle with full state constrains," *Information Sciences*, vol. 507, no. 1, pp. 53–66, 2020.

[37] Z. Y. Sun, C. Q. Zhou, C. C. Chen, and Q. Meng, "Fast finite-time adaptive stabilization of high-order uncertain nonlinear systems with output constraint and zero dynamics," *Information Sciences*, vol. 514, no. 1, pp. 571–586, 2020.

[38] Y. Guo, J. H. Guo, X. Liu, A. J. Li, and C. Q. Wang, "Finite-time blended control for air-to-air missile with lateral thrusters and aerodynamic surfaces," *Aerospace Science and Technology*, vol. 97, no. 1, pp. 105638 (1–7), 2020.

[39] H. Li, S. Zhao, W. He, and R. Lu, "Adaptive finite-time tracking control of full state constrained nonlinear systems with dead-zone," *Automatica*, vol. 100, no. 1, pp. 99–107, 2019.

[40] S. P. Bhat and D. S. Bernstein, "Continuous finite-time stabilization of the translational and rotational double integrators," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 43, no. 5, pp. 678–682, 1998.

[41] A. Zaidi, K. Dahech, and T. Damak, "Maximum power point tracking of photovoltaic systems based on fast terminal sliding mode controller," *International Journal of Renewable Energy Research*, vol. 6, no. 4, pp. 1435-1445, 2016.

[42] A. K. Podder, M. Habibullah, N. K. Roy, and H. R. Pota, "A chronological review of prospects of solar photovoltaic systems in Bangladesh: Feasibility study analysis, policies, barriers, and recommendations," *IET Renewable Power Generation*, vol. 15, no. 10, pp. 2109-2132, 2021.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-11]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.4.1.9]
[DOI: 10.61186/joc.16.4.1]