مجله کنترل

ISSN 2008-8345

قطب علمی کنترل صنعتی

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

نشریه علمی- پژوهشی

انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران- قطب علمی کنترل صنعتی دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

جلد ۹، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۴

فهرست مقالات

مدلسازی و تنظیم بلادرنگ ترافیک خطوط مترو با استفاده از کنترل‌کننده پیش‌بین غیرخطی ۱

سیما نجفی، بیژن معاونی

کنترل نظارتی پیش‌بین ابطال‌ناپذیر مدل چندگانه ۱۳

مجتبی نوری منظر، علی خاکی صدیق

آنالیز پایداری غیرخطی فیلتر شکاف دار وفقی چندتایی با استفاده از قضیه شبه پایداری لیاپانوفی و بهبود عملکرد آن در حضور اغتشاشات سینوسی ۲۵

احمدرضا جناب زاده، طاهره بینازاده، بهروز صفری نژادیان

طراحی کنترل کننده فازی سلسله مراتبی با آموزش پسخور خطا بر اساس تابع لیاپانوف برای کلاسی از سیستم های غیرخطی مرتبه بالا ۳۵

محمد منثوری، محمد تشنه لب، مهدی علیاری شوره دلی

تحلیل پایداری دینامیکی یک مشاهده‌گر تطبیقی کاهش مرتبه یافته جدید مبتنی بر تخمین جریان روتور برای کنترل بدون سنسور DFIG ۴۷

رحیم عجبی فرشباف، محمدرضا عزیزیان، وحید اسلام پناه

تحلیل پایداری و طراحی کنترل‌کننده غیرهمزمان برای سیستم‌های کلیدزنی خطی دارای زیرسیستم‌های پایدارناپذیر با زمان اقامت میانگین ۵۹

مهدی سیاوش، فرید شیخ الاسلام، جواد عسکری، شهرام حاج شیرمحمدی

www.joc-isice.ir

مجله کنترل

(ISSN 2008-8345)

قطب علمی کنترل صنعتی
دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

نشریه علمی- پژوهشی، انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران- قطب کنترل صنعتی دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، جلد ۹، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۴

پست الکترونیک: control@isice.ir

صاحب امتیاز: انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران

مدیر مسئول: پروفسور ایرج گودرزنیا

سردبیر: پروفسور علی خاکی صدیق- تلفن: ۸۴۰۶۲۳۱۷- پست الکترونیکی: sedigh@kntu.ac.ir

آدرس محل کار: خیابان دکتر شریعتی، پل سیدخندان، دانشکده برق دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

شورای سردبیری: پروفسور علی خاکی صدیق، پروفسور حمید خالوزاده، دکتر مهدی علیاری شوره دلی

دبیر اجرایی: دکتر مهدی علیاری شوره دلی -تلفن - ۷۱۳۲۲۱۳۳ پست الکترونیکی aliyari@kntu.ac.ir

هیأت تحریریه:

پروفسور علی خاکی صدیق (استاد)- پروفسور ایرج گودرزنیا (استاد)- پروفسور حمید خالوزاده (استاد) - پروفسور پرویز جبه دار مارالانی (استاد)- پروفسور علی غفاری (استاد)- دکتر حمیدرضا مومنی (دانشیار)- پروفسور سید کمال الدین نیکروش (استاد)- پروفسور مسعود شفیعی (استاد)- پروفسور بهزاد مشیری (استاد)

هیأت مشاوران:

دکتر حمید خالوزاده، دکتر موسی آیتی، دکتر فایزه فریور، دکتر محمد منثوری، دکتر محمد جواد خسروجردی، دکتر علیرضا فاتحی، دکتر محمد رضا عاروان، دکتر بیژن معاونی، دکتر مهدی علیاری، دکتر رویا امجدی فرد، دکتر پیمان باقری، دکتر محمد فرخی، دکتر محسن معبودی، دکتر وحید مجد، دکتر جعفر حیرانی نوبری، دکتر امین رمضانی، دکتر بابک توسلی، دکتر رضا شهنازی، دکتر محمد حائری، دکتر رمضان هاونگی، دکتر مسعود علی اکبر گلکار، دکتر ایمان محمدزمان، دکتر محمدرضا حائری یزدی، دکتر مجتبی احمدیه خانه سر، دکتر محمد تشنه لب، دکتر داوود آسمانی، دکتر امین نیک انجام، دکتر مهدی پورقلی، دکتر امید نمکی، دکتر مهران حق پرست، مهندس امیر حسین حسین پور، دکتر سید حسین خواسته، دکتر حمیدرضا کبروی، دکتر فرزانه عبدالهی، دکتر محمدرضا رمضانی آل، دکتر ناصر پریز، دکتر مهدی سجودی، دکتر تورج امرایی، دکتر ولی درهمی، مهندس عطیه کشاورز محمدیان، دکتر هادی مرادی، دکتر علیرضا الفی، دکتر ایمان ایزدی، دکتر سید مسعود میرطاهری، دکتر علی کیماسی، دکتر زهرا نصیری، دکتر سید کمال الدین موسوی مشهدی، مهندس امیر مساح، دکتر محمد تقی بهشتی، دکتر عبدالرسول قاسمی، دکتر محمد اقتصاد، دکتر بهزاد مشیری، دکتر یزدان باتمانی، دکتر مهسان توکلی کاخکی، دکتر حمید رضا مومنی، دکتر حمید رضا تقی راد، دکتر سجاد ازگلی.

هیأت مدیره انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق:

پرفسور مسعود شفیعی، دکتر محمدرضا جاهد مطلق، پرفسور ایرج گودرزنیا، پرفسور بهزاد مشیری، پروفسور علی اکبر صفوی، دکترایمان محمدزمان، دکتر علی اشرف مدرس، مهندس علی کیانی.

مدیر سایت: مهندس نسیبه فراهانی

صفحه آرا: کیان خالوزاده

به نام خدا

فهرست مقالات

مدلسازی و تنظیم بلادرنگ ترافیک خطوط مترو با استفاده از کنترل‌کننده پیش‌بین غیرخطی ۱

سیما نجفی، بیژن معاونی

کنترل نظارتی پیش‌بین ابطال‌ناپذیر مدل چندگانه ۱۳

مجتبی نوری منظر، علی خاکی صدیق

آنالیز پایداری غیرخطی فیلتر شکاف دار وفقی چندتایی با استفاده از قضیه شبه پایداری لیاپانوفی و بهبود عملکرد آن در حضور اغتشاشات سینوسی ۲۵

احمدرضا جناب زاده، طاهره بینازاده، بهروز صفری نژادیان

طراحی کنترل کننده فازی سلسله مراتبی با آموزش پسخور خطا بر اساس تابع لیاپانوف برای کلاسی از سیستم های غیرخطی مرتبه بالا ۳۵

محمد منثوری، محمد تشنه لب، مهدی علیاری شوره دلی

تحلیل پایداری دینامیکی یک مشاهده‌گر تطبیقی کاهش مرتبه یافته جدید مبتنی بر تخمین جریان روتور برای کنترل بدون سنسور DFIG ۴۷

رحیم عجبی فرشباف، محمدرضا عزیزیان، وحید اسلام پناه

تحلیل پایداری و طراحی کنترل‌کننده غیرهمزمان برای سیستم‌های کلیدزنی خطی دارای زیرسیستم‌های پایدارناپذیر با زمان اقامت میانگین ۵۹

مهدی سیاوش، فرید شیخ الاسلام، جواد عسکری، شهرام حاج شیرمحمدی

مجله کنترل، مجله‌ای علمی – پژوهشی است که دربرگیرنده تازه‌ترین نتایج تحقیقات نظری و کاربردی در علوم مختلف مرتبط با مهندسی کنترل و ابزار دقیق می‌باشد. مقالات ارسالی به مجله کنترل می‌بایست به زبان فارسی و دارای چکیده انگلیسی باشند. از میان مباحث مورد نظر این مجله می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

۱) مدلسازی، شناسایی، شبیه سازی، پیش بینی، بهینه سازی و پایش عملکرد سیستم‌ها.
۲) تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل پیشرفته از قبیل سیستم‌های کنترل خطی و غیرخطی، سیستم‌های کنترل تطبیقی، کنترل مقاوم و کنترل بهینه، سیستم‌های کنترل هوشمند، سیستم‌های کنترل تصادفی، سیستم‌های کنترل گسسته پیشامد و ترکیبی، سیستم‌های ابعاد وسیع، سیستم‌های کنترل چندمتغیره.
۳) مکاترونیک و رباتیک.
۴) ابزار دقیق و سیستم‌های ترکیب داده و اطلاعات سنسوری.
۵) اتوماسیون صنعتی از قبیل سیستم‌های کنترل گسترده، رابط انسان – ماشین، سیستم‌های ایمنی و تشخیص عیب، تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل کسری، شناسایی، تشخیص و جبران عیب در سیستم‌ها، سیستم‌های کنترل پیچیده، سیستم‌های زمان حقیقی و سیستم‌های کنترل تحت نظارت، کنترل مدل چندگانه.

کاربردهای مورد علاقه مجله "کنترل"، وسیع بوده و می تواند در برگیرنده موارد زیر باشد:

۱) سیستم‌های هدایت و ناوبری.
۲) فرآیندهای صنعتی شامل فرآیندهای شیمیایی و بیوتکنولوژی.
۳) تولید و توزیع نیروی برق.
۴) انرژی های تجدیدپذیر.
۵) مهندسی محیط زیست و هواشناسی.
۶) سیستم‌های اقتصادی و مالی.
۷) سیستم‌های اطلاعاتی، مخابراتی و شبکه های صنعتی.
۸) مهندسی پزشکی، مهندسی زیستی و سامانه‌های زیستی.
۹) نانو کنترل.
۱۰) پردازش داده.
۱۱) مهندسی خودرو.
۱۲) سیستم های حمل و نقل.

از کلیه پژوهشگران و کارشناسان فعال در زمینه های مرتبط با مهندسی کنترل و ابزار دقیق دعوت بعمل می آید تا مقالات و نتایج آخرین دستاوردهای علمی و پژوهشی خود را به این مجله ارسال نمایند. خواهشمند است مقالات خود را به صورت الکترونیکی به آدرس www.joc-isice.ir ارسال فرمایید. برای کسب اطلاعات بیشتر و دریافت نحوه تهیه و ارسال مقالات می توانید به سایت مجله با آدرس www.joc-isice.ir مراجعه نمایید.

شیوه تدوین

متن مقالات شامل چکیده، بدنه مقاله، مراجع و زیرنویس‌ها باید با فونت B Zar ۱۲ و با فاصله double میان خطوط، در صفحات A4 یک ستونی و تحت نرم‌افزار Word تهیه گردد.

آدرس نویسندگان

آدرس پستی کامل همه نویسندگان همراه با شماره تلفن و دورنگار(فکس) و نشانی پست الکترونیک(email) نویسنده عهده‌دار مکاتبات در برگه مستقلی چاپ و به همراه مقاله ارسال گردد.

چکیده

هر مقاله باید شامل، عنوان (فارسی و انگلیسی)، چکیده (فارسی و انگلیسی) مقاله در حداکثر ۲۰۰ واژه، کلیدواژه (فارسی و انگلیسی) در حداکثر ۵ واژه باشد.

تصاویر و عکس‌ها

در هنگام ارسال مقاله جهت داوری نیازی به ارسال اصل تصاویر و عکس‌ها نمی‌باشد، ولی رونوشت ارسالی باید واضح باشد. پس از تایید مقاله، ارسال اصل تصاویر و عکس‌ها جهت چاپ مقاله ضروری می‌باشد.

مراجع

به کلیه مراجع باید در متن ارجاع داده شده باشد. مراجع باید با شماره مشخص گردند و جزئیات آنها به شرح زیر در پایان مقاله به ترتیب حروف الفبای نویسندگان ظاهر گردد:

مقالات

[شماره مرجع] نام خانوادگی و علامت اختصاری اول نام، سال انتشار یا تاریخ برگزاری، "عنوان مقاله"، *نام کامل نشریه یا کنفرانس*، شماره مجله یا شماره جلد، شماره صفحات.

کتابها

[شماره مرجع] نام خانوادگی و نام کامل همه نویسندگان، *عنوان کتاب*، نام مترجم (در صورت وجود)، نام کامل ناشر، سال انتشار.

واحدها

کلیه مقالات باید از واحد استاندارد SI (متریک) در تمام بخشهای مقاله استفاده نمایند. در کنار واحد SI می‌توان از واحد انگلیسی در داخل پرانتز نیز استفاده نمود.

طول مقالات

حداکثر تعداد صفحات مقاله ۱۵ صفحه است که معادل حدود ۷۵۰۰ واژه است. برای چاپ صفحات بیشتر و یا رنگی لازم است هزینه‌ای معادل ۲۵۰،۰۰۰ ریال (۲۵ دلار آمریکا) برای هر صفحه پرداخت گردد.

فرآیند ارسال مقاله

مقالات قابل چاپ در مجله شامل مقالات کامل پژوهشی، مقالات کوتاه و یادداشتهای پژوهشی است. مقالات ارسالی نباید در هیچ مجله داخلی و یا خارجی چاپ شده باشد و یا در حال داوری باشد.

- برای ارسال مقاله خود به سایت مجله به آدرس www.joc-isice.ir مراجعه نموده و طبق دستورالعمل مندرج در سایت عمل نمایید.
- مقالات جهت داوری به داوران متخصص ارسال می‌گردد. در پایان تایید یا رد هر مقاله توسط هیئت تحریریه مجله انجام خواهد پذیرفت. سردبیر مجله نتیجه داوری را برای نویسنده عهده دار مکاتبات ارسال خواهد نمود.
- درصورتی‌که نیاز به تصحیح مقاله باشد، تصحیحات باید تنها محدود به موارد ذکرشده باشد. در سایر موارد نویسنده لازم است سردبیر را در جریان هرگونه تغییر و یا تصحیح دیگری قرار دهد. درهرصورت مسئولیت صحت و سقم مطالب بر عهده نویسنده خواهد بود.

حق کپی

در صورت تایید مقاله، نویسندگان لازم است فرم انتقال حق انتشار آن به "انجمن مهندسان کنترل و ابزاردقیق ایران" را تکمیل و به همراه اصل مقاله ارسال نماید. نویسندگان لازم است موافقت کتبی دارندگان حق کپی بخشهایی از مقاله که از مراجع و منابع دیگر نسخه‌برداری شده است را دریافت و به دفتر مجله ارسال نمایند.

بدینوسیله از کلیه اساتید، پژوهشگران و کارشناسان مهندسی کنترل و ابزاردقیق جهت ارائه مقالات خود در این نشریه دعوت به عمل می‌آورد. خواهشمند است مقالات خود را به صورت الکترونیکی از طریق سایت مجله به آدرس: www.joc-isice.ir ارسال نمایید.

مجله کنترل
ISSN 2008-8345
جلد ۹، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۴، صفحه ۱۲-۱

مدل‌سازی و تنظیم بلادرنگ ترافیک خطوط مترو با استفاده از کنترل‌کننده پیش‌بین غیرخطی

سیما نجفی[۱]، بیژن معاونی[۲]

[۱] دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی کنترل و علائم، گروه راه‌آهن برقی، دانشگاه علم و صنعت ایران، sima_najafi_ee@yahoo.com

[۲] استادیار، دانشکده مهندسی راه‌آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران، b_moaveni@iust.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۴/۱/۱۲، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۴/۵/۲)

چکیده: در سال‌های اخیر، بازیابی تأخیر زمانی و تنظیم بلادرنگ جریان ترافیک در خطوط مترو با استفاده از کنترل‌کننده‌های اتوماتیک به‌منظور بهره‌برداری بهینه از سامانه‌های فرکانس بالای مترو، به‌طور ویژه موردتوجه قرار گرفته است. این مقاله، به ارائه مدل دینامیکی جدیدی از سیستم ترافیکی مترو در یک مسیر رفت و برگشتی می‌پردازد. مدل ارائه‌شده، یک نمایش گسسته پیشامد غیرخطی است که بر اساس انحراف از زمان اعزام قطارها در یک مسیر رفت و برگشتی بیان گردیده و برخلاف مدل‌های پیشین پدیده انتقال ضربه‌ای تأخیر نیز باهدف نمایش واقعی از نحوه عملکرد حرکت قطارها در آن لحاظ گشته است. همچنین در این مقاله، با هدف بازیابی تأخیر و دفع اثر اغتشاشات از کنترل‌کننده پیش‌بین غیرخطی استفاده شده و ورودی کنترلی در جهت کاهش تأخیر زمانی در هر مرحله تولید و به زمان سفر قطارها در فاصله بین ایستگاه‌ها اعمال می‌شود. در فرایند طراحی این کنترل‌کننده، تابع هزینه‌ای بر مبنای کاهش تأخیر زمان اعزام قطارها و همچنین افزایش رضایت مسافران مورد استفاده قرار گرفته است. همچنین با هدف ایجاد امکان پیاده‌سازی واقعی، نقش قیود و محدودیت‌های واقعی بر روی سیگنال کنترلی و سرفاصله زمانی اعزام قطارها در فرایند طراحی کنترل‌کننده لحاظ شده است. درنهایت نتایج شبیه‌سازی به‌منظور نمایش صحت عملکرد مدل پیشنهادی و همچنین عملکرد موفق سیستم کنترل پیش‌بین غیرخطی ارائه شده است.

کلمات کلیدی: مدل‌سازی دینامیک ترافیک ریلی، بازیابی تأخیر زمانی، کنترل پیش‌بین غیرخطی، قیود عملکردی

Modeling and Real-time Traffic Regulation in Metro Loop Lines using Nonlinear Model Predictive Control

Sima Najafi, Bijan Moaveni

Abstract: Automatic traffic regulation plays an important role in public transportation especially in metro lines. Delay recovery and real-time control strategies are employed to obtain optimal schedule of high frequency lines in recent years. This paper presents a new traffic model for metro loop lines based on the time deviations of departure times. In this model, a phenomena of transferring knock on delay from one train to another one has been considered. The objective function is considered to minimize the time deviation and increase the passenger satisfaction with headway adherence. Nonlinear model predictive controller is employed to compensate the disturbances and recover the nominal time schedule in metro traffic system by varying the running time between two successive platforms. We minimize the objective function by designing nonlinear model predictive controller in the presence of the operational constraints on control actions and time interval between two successive trains. Simulation results verify the introduced model and show the performance of nonlinear model predictive controller to minimize the delays.

Keywords: Metro Traffic Modelling, Delay Recovery, Nonlinear Model Predictive Control, Operational Constraints.

۱- مقدمه

امروزه افزایش چشمگیر جمعیت و درنتیجه افزایش تقاضا برای استفاده از وسایل حمل‌ونقل عمومی موجب توجه ویژه به مسئله حمل‌ونقل و به‌ویژه کیفیت سرویس‌دهی آن در کلان‌شهرها شده است. شبکه مترو یکی از کارآمدترین ابزارهای حمل‌ونقل عمومی است که با برنامه‌ریزی و بهره‌برداری صحیح و سرویس‌دهی به‌موقع می‌توان به جذابیت آن افزود و استفاده‌کنندگان از آن را به استفاده هر چه بیشتر از آن ترغیب نمود. این امر در حالی است که خطوط مترو همواره در معرض اغتشاشات ناخواسته ازجمله مشکلات فنی، تغییر ناگهانی حجم مسافرین متقاضی سفر به علل مختلف و همچنین رخدادهای مقطعی و ... قرار می‌گیرند که عملکرد حرکت سیستم ترافیکی را از جدول زمان‌بندی اولیه دور می‌نماید.

خطوط مترو سیستم‌های حمل‌ونقل، خطوط فرکانس بالایی محسوب می‌گردند که از ویژگی‌های آن‌ها، ناپایداری این خطوط است. ناپایداری در خطوط مترو درواقع عبارت است از اینکه، با بروز اغتشاش و به وجود آمدن تأخیر در یکی از قطارها، مقدار این تأخیر در طول مسیر برای خود قطار و همچنین قطارهای بعدی رشد نموده و منجر به ناپایداری کل سیستم ترافیکی خواهد شد[۱] و [۲]. ازاین‌رو کنترل بلادرنگ[1] ترافیک و کنترل حرکت قطارها طبق جدول زمان‌بندی ازجمله مواردی است که در سال‌های اخیر در جهت افزایش کارایی و ارتقا بهره‌برداری از شبکه مترو مورد توجه مهندسین و محققین حوزه سیستم‌های هوشمند ترافیک ریلی قرار گرفته است[۳].

مدیریت خطوط ریلی در چهار سطح انجام می‌شود: استراتژیک، تاکتیکی، کنترل عملیاتی و کنترل بلادرنگ. مدیریت استراتژیکی مربوط به تصمیم‌گیری‌های درازمدت است. درحالی‌که عملیات تاکتیکی برنامه‌ریزی سالانه، ماهانه و هفتگی است و تصمیمات آن بر اساس برنامه‌ریزی خط، طراحی جدول زمان‌بندی و مسیرسازی می‌باشد. کنترل عملیاتی در بازه‌های زمانی کمتر از مدیریت تاکتیکی می‌باشد و بیشتر در زمان بهره‌برداری از آن استفاده می‌شود. کنترل بلادرنگ نیز در زمانی که رخدادهای غیرمنتظره در سیستم ترافیکی موجب رخ دادن تأخیر می‌گردد مورداستفاده قرار گرفته و در جهت کاهش تأخیر عمل می‌نماید. لذا بازیابی جدول نامی زمان اعزام قطارها در زمان رخ دادن تأخیر زمانی که به اصطلاح بازیابی تاخیر[2] زمانی نامیده می‌شود از اهداف این سطح از مدیریت ترافیک ریلی می‌باشد[۴].

امروزه تحقیقات متنوعی در جهت به‌کارگیری استراتژی مناسب کنترل بلادرنگ به‌منظور کاهش تأخیر و دفع اثر اغتشاش‌های واردشده به سیستم ترافیکی صورت گرفته است[۳]. در دهه‌های اخیر پژوهش‌های زیادی در زمینه مدل‌سازی و کنترل بلادرنگ ترافیک انجام شده است که همواره برای این هدف نیازمند یک مدل مشخص از سیستم ترافیکی هستیم. در [۱] و [۲] یک مدل گسسته پیشامد برای خطوط مترو ارائه شده است که شامل زمان اعزام[3] حرکت قطارها، مدت زمان توقف[4] در هر ایستگاه و بیان تأثیر حجم مسافران موجود در ایستگاه بر روی زمان توقف می‌باشد. [۱] و [۲] اولین تحقیقاتی هستند که با اشاره به ناپایداری در سیستم‌های ترافیکی به مدل‌سازی دینامیک زمان اعزام و ارائه سیستم کنترل بلادرنگ با هدف تنظیم ترافیک و از بین بردن تأخیر زمانی پرداخته‌اند. ولیکن در این دو مقاله، به قید بر روی زمان اعزام، سرفاصله زمانی[5] (فاصله زمانی بین حرکت دو قطار متوالی) و مسائل ایمنی مرتبط توجه نشده است که می‌توان این مورد را یکی از نقاط ضعف این مقالات به شمار آورد . [۲] که کار خود را بر مبنای مدل‌سازی خطوط فرکانس بالا قرار داده است، شامل نقاط ضعفی می‌باشد که در ادامه مختصرا به آنها اشاره شده است. به‌طورکلی در مدل ارائه‌شده در [۲] مشاهده می‌شود که درصورتی‌که قطاری دچار تأخیر شود، در فاصله زمانی که قطار بعدی به ایستگاه برسد چون سرفاصله زمانی از حد معمول کمتر بوده تعداد مسافران کمتری در ایستگاه تجمع پیدا می‌کنند و این امر موجب می‌گردد که قطار بعدی زمان کمتری در ایستگاه منتظر بماند و درنتیجه از برنامه جدول زمان‌بندی جلوتر حرکت خواهد کرد. این فرایند به معنای نزدیک شدن بیش از حد قطارها به یکدیگر و درنتیجه باعث کاهش ایمنی و افت سرویس‌دهی به مسافران می‌شود. در [۲] از تنظیم‌کننده مربعی خطی[6] به منظور تنظیم ترافیک و بازیابی تأخیر استفاده‌شده است ولیکن همان‌گونه که پیش‌تر نیز اشاره شد، متأسفانه هیچ‌گونه قید عملکردی بر روی متغیرهای حالت، خروجی و سیگنال کنترلی در نظر گرفته نشده است که این امر پیاده‌سازی کنترل‌کننده پیشنهادی را با چالش مواجه می‌نماید. البته از نکات قابل توجه و ارزشمند ارائه شده در[۲] می‌توان به مدل‌سازی و کنترل دو فرم خط باز ترافیکی[7] و مسیر رفت و برگشتی[8] و همچنین ارائه تحلیل‌های پایداری حلقه باز و حلقه بسته اشاره نمود.

در [۵] با استفاده از معادلات دینامیکی ارائه شده در [۲] و جایگزین نمودن مدل خطی زمان توقف قطار در هر ایستگاه با مدل غیرخطی، مدل جدیدی را برای دینامیک زمان اعزام قطارها ارائه می‌نماید. این مدل با در نظر گرفتن قیود عملیاتی، سایر نقاط ضعف مدل ارائه شده در [۲] را دارا بوده ولیکن نحوه اثرگذاری تعداد مسافران بر زمان توقف را با دقت بیشتری بررسی می‌نماید. ضمناً در [۵] به طراحی کنترل‌کننده بهینه تطبیقی در حضور قیود عملیاتی پرداخته شده که از نقاط قوت این تحقیق می‌باشد. این الگوریتم با استفاده از اطلاعات ترافیکی و با بهره‌گیری از شبکه‌های عصبی به تنظیم ترافیک و کاهش تأخیر زمانی می‌پردازد. در [۶] با توجه به مدل غیرخطی مشابه[۵]، نقاط ضعف گفته‌شده در[۵] را

[1] Real-time control
[2] Delay recovery
[3] Departure time
[4] Dwell time
[5] Headway
[6] Linear Quadratic Regulator (LQR)
[7] Open line
[8] Loop line

همچنان شامل می‌شود و به منظور کنترل سیستم، روش کنترل بهینه تطبیقی را برای بهبود روش برنامه‌ریزی ابتکاری دوگانه[1] به کار می‌گیرد. این ارزیابی نشان می‌دهد که روش کنترل تطبیقی بهینه قادر به پیدا کردن نزدیک‌ترین راه‌حل بهینه بسیار سریع‌تر از روش برنامه‌ریزی ابتکاری می‌باشد. لازم به ذکر است که در [۷] با در نظر گرفتن مسئله رضایت مسافران، با استفاده از مینیمم کردن تابع هزینه به روش گرادیان نزولی، به مقدار بهینه زمان اعزام و زمان ورود به ایستگاه دست خواهد یافت. [۸] نیز به منظور بازیابی تأخیر زمانی و تنظیم ترافیک، به مدل‌سازی شبکه‌های ریلی می‌پردازد. در این مقاله با بیان مدل میکروسکپی و اشاره به بالا بودن حجم محاسبات و ضعف‌های این مدل، مدل دیگری تحت عنوان مدل ماکروسکپی معرفی می‌شود و به مقایسه‌ای بین این دو مدل می‌پردازد. در [۹] یک معماری توزیع‌شده برای کنترل ترافیک ریلی با نام DARTCMAS ارائه می‌گردد که هدف آن استفاده از ایده سیستم‌های چند عامله در کنترل سیستم‌های ترافیک ریلی است.

ازجمله سیستم‌های کنترل که در تنظیم اتوماتیک ترافیک ریلی و یا به‌عبارت‌دیگر بازیابی بلادرنگ تأخیر زمانی بکار گرفته‌شده و عملکرد موفقی نیز داشته، سیستم‌های کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل بوده است که در تحقیقات مختلف نظیر [۱۰]، [۱۱] و [۱۲] نیز به آن اشاره شده است. [۱۰] با در نظر گرفتن حلقه ترافیکی برای شبکه مترو مدل تنظیم‌کننده پیش‌بینی ترافیک را بر مبنای بهینه‌سازی تابع هزینه در افق زمانی مشخص معرفی می‌کند. این مقاله با طراحی تنظیم‌کننده در تلاش برای جبران انحراف از جدول زمان‌بندی و انحراف از سرفاصله زمانی موردنظر با تغییر زمان سفر[2] بین دو ایستگاه بوده است. همچنین در [۱۱] با در نظر گرفتن مدل جدیدی که بر مبنای سرفاصله زمانی حرکت قطارها و مدل دینامیکی مسافران می‌باشد به توصیف ارزیابی سرفاصله زمانی قطارها و تعداد مسافران در شبکه مترو می‌پردازد. در این مقاله روش جدیدی برای محاسبه برنامه بهینه حرکت قطارها معرفی می‌کند که این روش از برنامه‌ریزی خطی بر مبنای فرمولاسیون کنترل پیش‌بین و با در نظر گرفتن قیود عملیاتی به منظور بازیابی تأخیر استفاده شده است. همچنین، در [۱۲] با هدف بازیابی تأخیر در تقاطع‌ها، با تغییر زمان اعزام حرکت قطارها، به مدل‌سازی سیستم ترافیکی می‌پردازد. به این منظور مدلی گسسته پیشامد با روش سوییچینگ جمع-حداکثر[3] ارائه می‌کند و با به‌کارگیری کنترل‌کننده های پیش‌بین مبتنی بر مدل به بازیابی تأخیر با هدف کنترل اتوماتیک ترافیک می‌پردازد. [۱۳] با درنظرگرفتن تأثیر تعداد مسافران موجود در سکو و تعداد مسافران موجود در قطار و اثر آن بر زمان اعزام قطارها به ارائه مدل گسسته پیشامد برای سیستم ترافیکی می‌پردازد و با طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین، ورودی قانون کنترلی بهینه را با در نظر گرفتن قیود عملیاتی به دست آورده و به سیستم اعمال می‌کند.

در مقاله پیش رو، ابتدا مدلی غیرخطی از سیستم ترافیکی مترو ارائه می‌گردد که هدف آن رفع نواقص مدل‌های ارائه‌شده در تحقیقات پیشین، همچون عدم توجه به پدیده انتقال ضربه‌ای تأخیر در مدل های پیشنهادی در آن تحقیقات است. این مدل بر مبنای زمان اعزام قطارها ارائه شده و در آن مسئله انتقال ضربه‌ای تأخیر از یک قطار به قطارهای بعدی لحاظ شده، که نتیجه آن مدل غیرخطی برای دینامیک زمان اعزام در یک مسیر رفت و برگشتی خطوط مترو بوده است. سپس با هدف جبران انحراف از جدول زمان‌بندی و انحراف از سرفاصله زمانی به طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین غیرخطی پرداخته شده است. این کنترل‌کننده به طراحی قانون کنترل مناسب با در نظر گرفتن افق پیش‌بینی برای خروجی سیستم و تلاش کنترلی و همچنین با حداقل کردن تابع هزینه‌ای که بر مبنای کاهش انحراف از زمان اعزام و تبعیت از سرفاصله زمانی نامی سیستم ترافیکی نوشته شده است، می پردازد. در مدل ارائه‌شده، سیگنال کنترلی با تغییر مدت زمان سفر بین دو ایستگاه به بازیابی تأخیر خواهد پرداخت. لازم به ذکر است که در استخراج قانون کنترل بهینه، قیدهای عملیاتی بر روی سیگنال کنترلی و همچنین سرفاصله زمانی سیستم ترافیکی در نظر گرفته شده است که این امر جنبه‌های پیاده‌سازی عملیاتی روش پیشنهادی را به نحوه قابل‌توجهی تقویت می‌نماید.

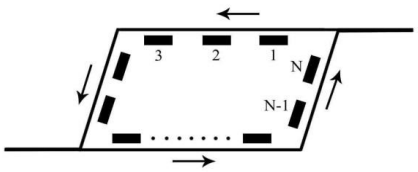
مطالب این مقاله بدین‌صورت تنظیم شده است که در بخش دوم اصطلاحات و علائم موردنیاز جهت درک بهتر مفاهیم ارائه‌شده در مقاله، معرفی می‌گردد. قسمت سوم به مدل‌سازی انحراف از زمان اعزام قطارها در خطوط رفت و برگشتی مترو خواهد پرداخت. در بخش چهارم مقاله، تابع هزینه‌ای به‌منظور بهینه‌سازی و بازیابی تأخیر ارائه می‌گردد و همچنین قیود عملیاتی که بر سیستم ترافیکی حاکم است نیز معرفی می‌شود. در بخش پنجم به طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین غیرخطی برای سیستم ترافیکی خواهیم پرداخت. در بخش آخر، نتایج شبیه‌سازی به‌منظور نمایش عملکرد سیستم ترافیکی در دو حالت بدون حضور کنترل‌کننده، و همچنین تأثیر کنترل‌کننده پیش‌بین غیرخطی مقید در جهت جبران تأخیر ارائه می‌شود.

۲- معرفی علائم و اصطلاحات

به‌منظور توصیف مدل‌سازی خطوط رفت و برگشتی مترو، به تعاریفی جهت درک بهتری از مدل ارائه‌شده در بخش‌های بعدی نیاز است که در این بخش به این موضوع پرداخته می‌شود. سیستم ترافیکی به‌گونه‌ای در نظر گرفته می‌شود که تعدادی قطار در آن در حال حرکت هستند به‌طوری‌که که قطارها از پارکینگ وارد حلقه‌ای مشابه شکل ۱ می‌شوند که ابتدا و انتهای آن به هم اتصال دارد و تعداد ایستگاه‌های موجود در آن با مقدار N در نظر گرفته می‌شود. تعداد قطارهای که در این حلقه وارد می‌شوند برابر M می‌باشد به‌طوری‌که پشت سر هم و به فاصله یک ایستگاه به مجموعه ترافیکی اعزام می‌شوند. از پارامترهای

[1] Dual heuristic programming
[2] Running time
[3] Switching max-plus

اصلی مدل‌سازی می‌توان به زمان اعزام قطارها، مدت زمان توقف در ایستگاه، زمان سفر بین دو ایستگاه اشاره کرد، که این بخش به معرفی این موارد می‌پردازد و همچنین به سایر پارامترهایی که در ادامه مهم خواهد بود به‌طور خلاصه اشاره می‌شود. علاوه بر مواردی که به آن اشاره شد جهت درک بهتر بخش‌های آینده به آشنایی با اصطلاحات و فرضیاتی که در مدل‌سازی استفاده می‌شود، نیازمندیم. ازجمله این موارد می‌توان به " سرفاصله زمانی"، " انتقال تأخیر به‌صورت ضربه‌ای[1]" و " زمان حائل[2]" اشاره کرد:



شکل ۱: مسیر رفت و برگشتی خطوط مترو

سرفاصله زمانی: فاصله زمانی بین حرکت دو قطار متوالی از دیدگاه یک نقطه ثابت در مسیر خط ریلی[۱۴] و [۱۵].

انتقال ضربه‌ای تأخیر[۱۶]: عبارت است از پدیده‌ای که در صورت رخ دادن تأخیر در یک قطار و عقب ماندن آن از برنامه زمان‌بندی، این تأخیر به قطارهای پشت سر آن منتقل می‌شود.

زمان حائل[۱۵]: مدت زمان اختلاف مابین حداقل سرفاصله زمانی و سرفاصله زمانی نامی.

علاوه بر اصطلاحاتی که پیش‌تر اشاره شد علائمی نیز در ادامه مقاله مورداستفاده قرار می‌گیرد که با هدف درک ساده‌تر و بهتر توسط خوانندگان در جدول ۱ معرفی شده‌اند. توجه گردد همان‌گونه که در جدول نیز مشخص است اندیس‌های بالا بیان‌کننده شماره قطار و اندیس‌های پایین بیان‌کننده شماره ایستگاه می‌باشند.

۳- مدل‌سازی دینامیک زمان اعزام قطارها در یک مسیر رفت و برگشتی خطوط مترو

در این قسمت با ارائه یک مدل گسسته پیشامد به بیان روابط دینامیکی توصیف‌کننده سیستم ترافیکی خواهیم پرداخت. در این مقاله تعداد قطارها، تعداد ایستگاه‌ها، سرفاصله زمانی موردنظر و تعداد مسافرانی که در یک ثانیه وارد ایستگاه می‌شوند ثابت در نظر گرفته می‌شود [۲]. ضمناً فرض بر این است که زمان سفر بین دو ایستگاه بستگی به تعداد مسافران داخل قطار ندارد که فرض منطقی محسوب می‌گردد.

زمان اعزام هر قطار را می‌توان به صورت زیر بیان نمود:

$$t_{k+1}^{i} = t_{k}^{i} + r_{k}^{i} + d_{k+1}^{i} \qquad (۱)$$

رابطه (۱) نشان می‌دهد که زمان اعزام هر قطار در هر ایستگاه به زمان اعزام همان قطار در ایستگاه قبلی، به زمان سفر بین دو ایستگاه و مدت زمان توقف در ایستگاه موردنظر بستگی دارد.

جدول۱: علائم و اصطلاحات

پارامتر	تعاریف
t_k^i	زمان اعزام قطار iام در ایستگاه kام
r_k^i	زمان سفر واقعی قطار iام بین ایستگاه kام و k+1ام
d_{k+1}^i	مدت زمان توقف قطار iام در ایستگاه k+1ام
R_k	زمان سفر نامی قطارها بین ایستگاه kام و k+1ام
T_k^i	زمان اعزام نامی قطار iام در ایستگاه kام تعیین‌شده توسط جدول زمان‌بندی
Δt_k^i	انحراف زمان اعزام حرکت قطارiام در ایستگاه kام از مقدار نامی
u_k^i	سیگنال کنترلی قطار iام جهت تنظیم زمان سفر بین ایستگاه kام و k+1ام
h_k	سرفاصله زمانی دینامیکی سیستم
H	سرفاصله زمانی نامی
D	حداقل زمان توقف قطار در هر ایستگاه به‌منظور ورود به سکو و باز و بسته شدن درها
c_{k+1}	نرخ تأخیر جهت تعیین مدت زمان توقف قطار در ایستگاه
t_B	مدت زمان حائل
$\bar{w}$	اغتشاشات ناشی از عوامل خارجی وارد بر زمان سفر
$\tilde{w}$	اغتشاشات ناشی از عوامل خارجی زمان توقف
w_k^i	مجموع اغتشاش ناشی از عوامل خارجی قطار iام در ایستگاه kام
$\bar{f}$	اغتشاش‌های ناشی از انتقال تأخیر به زمان سفر
$\tilde{f}$	اغتشاش‌های ناشی از انتقال تأخیر به مدت زمان توقف قطار
f_k^i	مجموع اغتشاش‌های ناشی از انتقال تأخیر
X_j^i	بردار حالت بیان‌کننده انحراف از زمان اعزام نامی قطارها
U_j^i	بردار کنترل جهت تنظیم خطوط ترافیکی
W_j^i	بردار اغتشاش تعیین‌کننده اغتشاش‌های بیرونی اعمال‌شده بر سیستم

همچنین زمان سفر بین دو ایستگاه، r_k^i، را می‌توان به‌صورت زیر بیان نمود:

$$r_k^i = R_k + u_k^i + \bar{f}_k^i + \bar{w}_k^i \qquad (۲)$$

رابطه (۲) نشان می‌دهد که زمان سفر تحت تأثیر زمان سفر نامی بین دو ایستگاه، R_k، اغتشاشات ناخواسته بیرونی در زمان حرکت بین دو ایستگاه، $\bar{w}_k^i$، اغتشاشات داخلی از جنس پدیده انتقال ضربه‌ای تأخیر، $\bar{f}_k^i$، و تلاش کنترلی به‌عنوان ابزاری به‌منظور کاهش و/یا افزایش زمان سفر بین دو ایستگاه، u_k^i، است.

با توجه به تعریف سرفاصله زمانی و زمان اعزام ارائه‌شده در بخش ۲، رابطه زیر را به‌منظور بیان ریاضی سرفاصله زمانی می‌توان ارائه نمود:

[1] Knock on delay
[2] Buffer time

$$h_{k+1} = t^{i}_{k+1} - t^{i-1}_{k+1} \tag{۳}$$

به همین ترتیب زمان توقف قطار را می‌توان به‌صورت زیر قابل بیان است:

$$d^{i}_{k+1} = D + c_{k+1}\left(t^{i}_{k+1} - t^{i-1}_{k+1}\right) + \tilde{f}^{i}_{k+1} + \tilde{w}^{i}_{k+1} \tag{۴}$$

رابطه (۴) نشان می‌دهد که زمان توقف قطار مشابه زمان سفر وابسته به حداقل زمان توقف، D، اغتشاش واردشده از خارج به سیستم، $\tilde{w}^{i}_{k+1}$ ، و اغتشاشات ناشی از پدیده انتقال ضربه‌ای تأخیر، $\tilde{f}^{i}_{k+1}$، می‌باشد. همچنین زمان توقف قطار در ایستگاه رابطه مستقیم با حجم مسافران داخل ایستگاه دارد و با افزایش حجم مسافران داخل ایستگاه لازم خواهد بود که قطار مدت زمان بیشتری در ایستگاه توقف کند. از سوی دیگر، حجم مسافران موجود در ایستگاه به فاصله زمانی اعزام دو قطار متوالی از ایستگاه بستگی دارد به‌گونه‌ای که هرچقدر این فاصله زمانی بیشتر باشد مسافران بیشتری در ایستگاه تجمع خواهند کرد و زمان توقف در ایستگاه نیز بیشتر می‌شود. این مفهوم با عبارت $c_{k+1}\left(t^{i}_{k+1} - t^{i-1}_{k+1}\right)$، در رابطه (۴) نشان داده شده است. با توجه به روابط (۱)- (۴) رابطه زیر را به‌منظور توصیف دینامیک زمان اعزام می‌توان ارائه نمود.

$$t^{i}_{k+1} = t^{i}_{k} + R_{k} + \bar{f}^{i}_{k} + \bar{w}^{i}_{k} + D + c_{k+1}\left(t^{i}_{k+1} - t^{i-1}_{k+1}\right) + \tilde{f}^{i}_{k+1} + \tilde{w}^{i}_{k+1} + u^{i}_{k} \tag{۵}$$

مشابه روابط (۳) و (۵) به سادگی برای حالت نامی داریم:

$$T^{i}_{k+1} = T^{i}_{k} + R_{k} + D + c_{k+1}H_{k+1} \tag{۶}$$

$$H_{k+1} = T^{i}_{k+1} - T^{i-1}_{k+1} \tag{۷}$$

روابط (۶) و (۷) به‌منظور بیان ارتباط ریاضی زمان اعزام نامی، سرفاصله زمانی نامی و زمان سفر نامی قابل ارائه است. واضح است که با توجه به اینکه این روابط در حالت نامی بیان شده‌اند، روابط (۶) و (۷) شامل هیچ‌گونه اغتشاش، تأخیر و سیگنال کنترلی نمی‌باشند.

با تعریف

$$f^{i}_{k} = \bar{f}^{i}_{k} + \tilde{f}^{i}_{k+1} \tag{۸}$$

$$w^{i}_{k} = \bar{w}^{i}_{k} + \tilde{w}^{i}_{k+1} \tag{۹}$$

و استفاده از رابطه (۶) و (۷) ، می‌توان رابطه (۵) را به‌صورت زیر بازنویسی نمود:

$$t^{i}_{k+1} = t^{i}_{k} + T^{i}_{k+1} - T^{i}_{k} - c_{k+1}H_{k+1} + c_{k+1}\left(t^{i}_{k+1} - t^{i-1}_{k+1}\right) + w^{i}_{k} + f^{i}_{k} + u^{i}_{k} \tag{۱۰}$$

همان‌گونه که در بخش مقدمه ذکر شد، هدف این مقاله مدل‌سازی دینامیک ترافیک بر اساس زمان اعزام و کنترل کاهش انحراف از زمان‌های اعزام نامی در جدول زمان‌بندی و همچنین کاهش انحراف از سرفاصله زمانی نامی می‌باشد. به همین دلیل Δt^{i}_{k} به‌عنوان انحراف از زمان اعزام نامی به‌صورت زیر تعریف می‌گردد که حرکت دادن آن به سمت مقدار صفر به‌منزله برآورده شدن هدف مدنظر یعنی تنظیم بلادرنگ ترافیک است.

$$\Delta t^{i}_{k} = t^{i}_{k} - T^{i}_{k} \tag{۱۱}$$

همان‌گونه که در مقدمه مقاله نیز اشاره شد یکی از موارد مهم در بحث مدل‌سازی لحاظ کردن پدیده انتقال تأخیر در خطوط مترو به‌منظور حفظ مسئله ایمنی می‌باشد. به‌گونه‌ای در صورت رخ دادن تأخیر در یک قطار و عقب ماندن آن از برنامه زمان‌بندی این تأخیر به قطارهای پشت سر آن منتقل می‌شود تا از برخورد جلوگیری شود که این پدیده با عنوان انتقال ضربه‌ای تأخیر معرفی می‌شود. این تأخیر در برخی از موارد به قطارهای پشت سر منتقل نخواهد شد و این امر زمانی اتفاق می‌افتد که ایمنی سیستم به خطر نیفتد. در واقع اگر میزان تأخیر به وجود آمده در قطار، کمتر یا برابر با زمان حائل باشد این تأخیر به قطارهای پشت سر انتقال پیدا نمی‌کند و سایر قطارها به حرکت عادی خود ادامه می‌دهند. لازم به ذکر است که حداقل سرفاصله زمانی مدت زمانی است که اگر فاصله زمانی حرکت قطارها کمتر از آن باشد، ایمنی حرکت به خطر می‌افتد. توجه به این نکته ضروری است که اگر قطاری که دارای تأخیر باشد و قطار پشت سر هم از برنامه زمانی خود عقب باشد (دارای تأخیر باشد)، مقدار تأخیر منتقل‌شده از قطار جلویی به عقبی برابر اختلاف تأخیر دو قطار متوالی نسبت به زمان حائل خواهد بوده و با توجه به این توضیحات و تعریف اغتشاشات ناشی از پدیده انتقال ضربه‌ای تأخیر، تعریف زمان حائل و رابطه (۸) می‌توان به‌سادگی نشان داد که f^{i}_{k} تابعی از سه متغیر $\Delta t^{i}_{k}, \Delta t^{i-1}_{k+1}, t_{B}$ است. لذا رابطه (۱۰) را می‌توان به‌صورت رابطه زیر بازنویسی نمود که در درک بهتر روابط بعدی کارآمد می‌باشد.

$$t^{i}_{k+1} = t^{i}_{k} + T^{i}_{k+1} - T^{i}_{k} - c_{k+1}H_{k+1} + c_{k+1}\left(t^{i}_{k+1} - t^{i-1}_{k+1}\right) + w^{i}_{k} + f^{i}_{k}\left(\Delta t^{i}_{k}, \Delta t^{i-1}_{k+1}, t_{B}\right) + u^{i}_{k} \tag{۱۲}$$

مطابق تعریف تابع $f^{i}_{k}\left(\Delta t^{i}_{k}, \Delta t^{i-1}_{k+1}, t_{B}\right)$ را می‌توان به‌صورت معادله زیر در نظر گرفت:

$$f^{i}_{k}\left(\Delta t^{i}_{k}, \Delta t^{i-1}_{k+1}, t_{B}\right) = \begin{cases} 0 & \Delta t^{i-1}_{k+1} - \Delta t^{i}_{k} \le t_{B} \\ \Delta t^{i-1}_{k+1} - \Delta t^{i}_{k} - t_{B} & \Delta t^{i-1}_{k+1} - \Delta t^{i}_{k} > t_{B} \end{cases} \tag{۱۳}$$

که البته رابطه (۱۳)را به‌صورت زیر نیز می‌توان نمایش داد:

$$f^{i}_{k}\left(\Delta t^{i}_{k}, \Delta t^{i-1}_{k+1}, t_{B}\right) = u\left(\Delta t^{i-1}_{k+1} - \Delta t^{i}_{k} - t_{B}\right) \times \left(\Delta t^{i-1}_{k+1} - \Delta t^{i}_{k} - t_{B}\right)$$
$$u(X) = \begin{cases} 1 & X > 0 \\ 0 & X \le 0 \end{cases} \tag{۱۴}$$

از سوی دیگر با استفاده از (۱۱) و (۱۲)، دینامیک انحراف از زمان اعزام نامی برای هر قطار در هر ایستگاه به‌صورت تابعی از تأخیر همان قطار در

ایستگاه قبلی و تأخیر قطار پیشین در ایستگاه پیش رو به‌صورت رابطه زیر قابل‌ارائه می‌باشد.

$$\begin{aligned}\Delta t_{k+1}^{i} &= \alpha \Delta t_{k}^{i} + \beta \Delta t_{k+1}^{i-1} + \alpha w_{k}^{i} \\ &\quad + \alpha f_{k}^{i}\left(\Delta t_{k}^{i}, \Delta t_{k+1}^{i-1}, t_{B}\right) + \alpha u_{k}^{i} \\ \alpha &= \frac{1}{1-c_{k+1}},\ \beta = -\frac{c_{k+1}}{1-c_{k+1}}\end{aligned} \tag{۱۵}$$

با هدف نوشتن معادلات حالت توصیف‌کننده سیستم که متشکل از N المان می‌باشد، اگر انحراف از زمان اعزام هر قطار که در مجموعه قرار دارد را به‌عنوان متغیرهای بردار حالت در نظر بگیریم M سطر آخر بردار به انحراف زمانی تمامی قطارهایی که وارد مجموعه شده‌اند اختصاص داده می‌شود و با توجه به معادله (۱۵) قابل‌محاسبه می‌شوند. لازم به ذکر است که ما به تعداد قطارها در مدل‌سازی معادله حالت داریم و نظر به اینکه چه تعداد قطار در خطوط مترو وارد شده باشند از معادله مربوطه استفاده می‌کنیم. N-M سطر اول آن مربوط به انحراف زمانی‌های قطار موردنظر در ایستگاه‌های قبلی هستند.

با توجه به این نکته که ما در یک مسیر رفت و برگشتی مترو حرکت می‌کنیم در دور اول جلوی قطار اول، قطاری وجود ندارد ولی در دورهای بعدی قطار آخر قطار جلویی قطار اول محسوب می‌شود که دلیل وجود N-M سطر اول محسوب می‌شود. با توجه به این توضیحات، بردارهای حالت به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شود. که با انتخاب بردارهای فضای حالت مورد نظر و استفاده از معادله (۱۵) مدل دینامیکی غیرخطی در پایین صفحه برای یک مسیر رفت و برگشتی به دست می‌آید.

$$\begin{aligned}X_{j}^{i} &= \left[\Delta t_{j-N}^{i} \quad \Delta t_{j-N+1}^{i} \quad \cdots \right. \\ &\quad \left. \Delta t_{j-M-1}^{i} \quad \Delta t_{j-M}^{i} \quad \cdots \quad \Delta t_{j-1}^{i-M+1}\right]^{T} \\ U_{j}^{i} &= \left[u_{j-M}^{i} \quad u_{j-M+1}^{i-1} \quad \cdots \quad u_{j-1}^{i-M+1}\right]^{T} \\ W_{j}^{i} &= \left[w_{j-M}^{i} \quad w_{j-M+1}^{i-1} \quad \cdots \quad w_{j-1}^{i-M+1}\right]^{T}\end{aligned} \tag{۱۶}$$

همان‌گونه که در معادله (۱۷) مشاهده می‌شود ضابطه اول تولیدکننده N-M سطر اول معرف برخی از المان‌های بردار حالت کنونی است می‌باشد. ضابطه دوم و سوم از رابطه (۱۵) برای محاسبه انحراف زمانی آینده سیستم استفاده می‌کنند. دلیل تفکیک ضابطه سوم از دوم قرار گرفتن قطار آخر به‌عنوان قطار جلویی قطار اول می‌باشد.

لازم است به این نکته توجه گردد که همان‌گونه که پیش‌تر اشاره شد، تعداد قطارها و ایستگاه‌ها به‌صورت مستقل و با مقادیر M و N مشخص شده‌اند که این امر موجب می‌گردد که معادله دینامیکی توانایی مدل‌سازی دینامیک ترافیک را با هر تعداد قطار و ایستگاه را داشته باشد. با توجه به معادله دینامیکی سیستم، تعداد المان‌های بردار حالت با مقادیر N و M رابطه مستقیم دارند و ازاین‌جهت محدودیتی در جهت تولید وضعیت‌های مختلف با هر قطار و هر ایستگاه وجود ندارد. ازاین‌رو هنگام شبیه‌سازی معادلات می‌توان تعداد قطارها و ایستگاه‌ها را به‌صورت دلخواه در نظر گرفت، البته لازم به ذکر است که تعداد قطارها حداکثر می‌تواند برابر تعداد ایستگاه‌ها منهای یک باشد. در این مقاله فرض بر این است که قطارها پشت سر هم وارد می‌شوند و اگر قطار اول در ایستگاه چهارم باشد قطار دوم در ایستگاه سوم و به همین ترتیب سایر قطارهای دیگر وارد مجموعه خواهند شد. نکته‌ای که در اینجا مطرح می‌گردد این است که در برخی از خطوط با سرفاصله زمانی پایین، قطارها به فاصله یکی در میان در ایستگاه‌ها قرار خواهند گرفت، یعنی قطاری اگر ایستگاه شماره ۵ باشد قطار پشت سرش در ایستگاه شماره ۳ خواهد بود و با توجه به مدل‌سازی ارائه شد در این مقاله می‌تواند قطاری را در ایستگاه شماره ۴ به‌عنوان قطار مجازی در نظر گرفت به‌گونه‌ای که به قطار مذکور در این ایستگاه اجازه وارد شدن هیچ اغتشاش خارجی وجود نخواهد داشت و صرفاً جهت مطابقت با مدل پیشنهادی می‌توان از این استراتژی استفاده کرد[۱۷].

۴-تابع هزینه و قیود حاکم بر مسئله

همان‌گونه که گفته شد هدف ما در این مقاله، بازیابی تأخیر در یک سیستم ترافیکی مترو است. برای این هدف به تابع هزینه‌ای در جهت دست یافتن به اهداف سیستم ترافیکی نیاز خواهیم داشت که حداقل کردن آن بتواند موجب دست یافتن به قانون کنترل بهینه و اهداف مدنظر ذکرشده در بخش مقدمه گردد. این بخش به معرفی تابع هزینه و هدف آن و بیان قیود حاکم بر سیستم خواهد پرداخت.

۴-۱- تابع هزینه

با توجه به معادلات فضای حالت سیستم که در (۱۷) ارائه شد، حالت‌های سیستم انحراف از زمان اعزام نامی می‌باشد. که یکی از اهداف ما نزدیک کردن زمان اعزام قطارها به زمان‌های اعزام نامی است که توسط جدول زمان‌بندی از قبل مشخص شده است.

$$\begin{aligned}&X_{j+1}^{i} = F(X_{j}^{i}, W_{j}^{i}, U_{j}^{i}) = [f_{m}]_{N\times 1},\quad m\in[1,N],\quad i\in[1,M] \\ &R = N-M \\ &f_{m} = \begin{cases} X_{j,(m+1)}^{i} & m \le N-M \\ \alpha X_{j,m}^{i} + \beta X_{j,(m+1)}^{i} + \alpha f_{j}^{i}\left(X_{j,m}^{i}, X_{j,(m+1)}^{i}, t_{B}\right) + \alpha U_{j,m-R}^{i} + \alpha W_{j,(m-R)}^{i} & N-M < m < N \\ \alpha X_{j,m}^{i} + \beta X_{j,1}^{i} + \alpha f_{j}^{i}\left(X_{j,m}^{i}, X_{j,1}^{i}, t_{B}\right) + \alpha U_{j,m-R}^{i} + \alpha W_{j,(m-R)}^{i} & m = N \end{cases}\end{aligned} \tag{۱۷}$$

در کنار این بحث یکی از مواردی مهمی که در موضوع کنترل اتوماتیک ترافیک مطرح است بحث رضایت مسافران می‌باشد، به‌گونه‌ای که نحوه اعزام قطارها باید در جهتی باشد که زمان انتظار مسافران بیش‌ازحد نباشد که این مسئله باعث عدم رضایت مسافران و تجمع بیش‌ازحد آن‌ها در ایستگاه می‌شود.

به بیان دیگری می‌توان گفت علاوه بر اینکه ما سعی داریم انحراف از زمان اعزام را کاهش دهیم به تبعیت از سرفاصله عملیاتی سیستم ترافیکی به‌منظور رضایت مسافران نیازمندیم [۲]. به همین منظور تابع هزینه به‌صورت زیر معرفی شده است [۲].

$$\begin{aligned} J &= (X_{j+1}^{i})^{T} P (X_{j+1}^{i}) \\ &+ (X_{j+1}^{i} - S_N X_j^{i})^{T} Q (X_{j+1}^{i} - S_N X_j^{i}) + (U_j^{i})^{T} U_j^{i} \end{aligned} \tag{۱۸}$$

$$\begin{aligned} S_N &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & .. & 0 \\ : & : & \ddots & : \\ 0 & : & 0 & 1 \\ 1 & 0 & .. & 0 \end{bmatrix}_{N\times N} \\ P &= \left[\begin{array}{c|c} 0_{R\times R} & 0 \\ \hline 0 & p\times I_{M\times M} \end{array}\right]_{N\times N} \\ Q &= \left[\begin{array}{c|c} 0_{R\times R} & 0 \\ \hline 0 & q\times I_{M\times M} \end{array}\right]_{N\times N} \end{aligned} \tag{۱۹}$$

جمله اول در رابطه (۱۸) نشان‌دهنده انحراف از زمان اعزام قطار، جمله دوم تبعیت از سرفاصله زمانی به‌منظور رضایت مسافران و جمله آخر بیان‌کننده نقش سیگنال کنترلی در تابع هزینه می‌باشد. با بهینه‌سازی تابع هزینه به سیگنال کنترل بهینه مدنظر سیستم ترافیکی به‌منظور تنظیم ترافیک و بازیابی تأخیر زمانی دست پیدا خواهیم کرد. توجه نمایید که با توجه به رابطه (۲)، منفی بودن سیگنال کنترل به معنای کاهش زمان سفر بین دو ایستگاه و مثبت بودن آن به معنای افزایش زمان سفر می‌باشد.

۴-۲- قیود عملیاتی حاکم بر مسئله

- **قید حاکم بر سیگنال کنترل**

همان‌گونه که توضیح داده شد سیگنال کنترلی اعمالی به‌منظور پایدارسازی سیستم نباید تناقضی با مسائل مربوط به بهره‌برداری داشته باشد. به‌عبارت‌دیگر، کاهش یا افزایش زمان سفر درنتیجه افزایش یا کاهش سرعت قطار می‌باشد و ازآنجایی‌که سرعت در طول خط دارای محدودیت است، لذا محدودیت روی سرعت قطار در طول خط لازم است با محدودیت‌های معادل بر روی سیگنال کنترلی در طراحی سیستم کنترل لحاظ گردد.

حد بالای سیگنال کنترل متناظر حداقل سرعت قطار در سیستم ترافیکی می‌باشد. با توجه به اینکه مسیر تحت بهره‌برداری است و حرکت با سرعت پایین قطار به معنای اشغال ماندن خط و عدم امکان استفاده توسط بهره‌بردار را موجب می‌گردد، لذا حداکثر زمان سفری برای هر قطار بین دو ایستگاه لحاظ می‌گردد که بر اساس آن حد بالای سیگنال کنترل تعیین می‌شود. در مقابل حداکثر سرعت قطار نیز دارای محدودیت‌های از جنس ایمنی است که بر اساس آن حد پایین سیگنال کنترل تعیین می‌گردد.

$$U_{min} \le U_i^k \le U_{max} \tag{۲۰}$$

- **قید سرفاصله زمانی**

حرکت دو قطار متوالی از یک نقطه نمی‌تواند با فاصله زمانی کوتاه‌تر از حداقل سرفاصله زمانی صورت بگیرد. این رخداد موجب عدم رعایت مسائل ایمنی می‌شود که وجود قید بر روی سرفاصله زمانی از این مسئله جلوگیری می‌کند. حد بالای این قید با توجه به سرفاصله زمانی نامی و حداقل سرفاصله زمانی به‌صورت زیر تعیین می‌شود.

$$\Delta t_k^i - \Delta t_k^{i-1} > H_{min} - H \tag{۲۱}$$

توجه نمایید که قید بر روی زمان توقف در این مقاله لحاظ نشده است، چرا که در طراحی کنترل‌کننده پیشنهادی، کنترلی برای کنترل زمان توقف به‌منظور بازیابی تأخیر لحاظ نگردیده است.

۵- طراحی کنترل‌کننده

کنترل‌کننده پیش‌بین مبتنی بر مدل یکی از کنترل‌کننده‌های رایج در صنعت می‌باشد[۱۸]. این کنترل‌کننده بر اساس مدل صریحی از سیستم، رفتار آینده فرایند را پیش‌بینی و کنترل می‌کند، به‌طوری‌که در هر بازه کنترلی با در نظر گرفتن افق پیش‌بینی و افق کنترلی به محاسبه رشته‌ای از تنظیمات متغیرهای موردنظر به‌منظور بهینه کردن رفتار آینده می‌پردازد. این دسته از کنترل‌کننده‌ها با حداقل کردن انحراف متغیرهای کنترل شونده از مقدار مطلوبشان از طریق حداقل سازی تابع هزینه که بر مبنای مربعات خطاهای پیش‌بینی سیستم نوشته می‌شود به قانون کنترلی بهینه دست پیدا می‌کنند. اولین دنباله از این قانون بهینه به سیستم اعمال می‌شود و برای مراحل بعدی مراحل بهینه‌سازی مجدداً تکرار خواهد شد. از مزیت‌های مهم کنترل‌کننده‌های پیش‌بین می‌توان به قابلیت تعمیم این کنترل‌کننده‌ها به سیستم‌های چند متغیره اشاره کرد. این کنترل‌کننده‌ها می‌توانند در حضور قیود قانون کنترل بهینه سیستم را در افق مدنظر محاسبه نماید که این امر از ویژگی‌های مهم این دسته از کنترل‌کننده محسوب می‌گردد[۱۲] و[۱۹]. از خصوصیات دیگر این کنترل‌کننده‌ها می‌توان به امکان استفاده از نسخه غیرخطی آن‌ها برای سیستم‌های غیرخطی اشاره کرد. در این روش با در نظر گرفتن معادلات سیستم به‌صورت غیرخطی و بیان الگوریتم پیش‌بین برای سیستم موردنظر، ارائه تابع هزینه و حداقل کردن آن با روش‌های حل عددی به قانون کنترلی بهینه می‌توان دست یافت [۲۰].

۵-۱- فرموله سازی مسئله برای طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین

با در نظر گرفتن معادلات غیرخطی ارائه‌شده در (۱۷) و اهداف کنترلی مدنظر و با توجه به قیود حاکم بر سیستم، استفاده از کنترل پیش‌بین غیرخطی مناسب به نظر می‌رسد. در این قسمت به بیان روابط کلی و الگوریتم کنترل

پیش‌بین غیرخطی پرداخته و سپس الگوریتم پیش‌بین غیرخطی [۲۱] به‌منظور تنظیم ترافیک ارائه‌شده و از آن برای محاسبه قانون کنترل بهینه در حضور قیود عملکردی استفاده می‌شود. با توجه به معادلات حالت سیستم و نیز توجه به این نکته که تمامی متغیرهای حالت، لازم است تحت کنترل باشند واضح به نظر می‌رسد که سیستم مدنظر یک سیستم چند وروردی-چند خروجی می‌باشد. همان‌گونه که به آن اشاره شد متغیرهای حالت که توصیف‌کننده زمان اعزام قطارها در مسیر رفت و برگشتی می‌باشند در معادله زیر قابل‌مشاهده است:

$$\begin{aligned} X^i_{j+1} &= F(X^i_j, W^i_j, U^i_j) \\ y^i_j &= X^i_j \end{aligned} \tag{۲۲}$$

به‌منظور پیش‌بینی آینده سیستم معادلات به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \bar{Y}^i_{j+1|j} &= X^i_{j+1|j} = F\left[X^i_{j|j}, U^i_{j|j}\right] \\ &= G_1\left[X^i_j, U^i_{j|j}\right] \Rightarrow G_1 = F \\ \bar{Y}^i_{j+2|j} &= F\left[X^i_{j+1|j}, U^i_{j+1|j}\right] \\ &= G_2\left[X^i_{j|j}, U^i_{j|j}, U^i_{j+1|j}\right] \\ &\vdots \\ \bar{Y}^i_{j+P_y|j} &= G_{P_y}\left[X^i_j, U^i_{j|j}, U^i_{j+1|j}, \ldots, U^i_{j+P_u-1|j}\right] \end{aligned} \tag{۲۳}$$

که در این رابطه افق پیش‌بینی و افق کنترلی به‌صورت P_y و P_u تعریف می‌شوند و همچنین توابع G_1 تا G_{P_y} ترکیبی از توابع غیرخطی می‌باشند. اغتشاشات وارد بر سیستم با W^i_j نشان داده می‌شود. لازم به یادآوری است که اغتشاشات فعلی در مسئله کنترل ترافیک از جنس تأخیر زمانی بوده و مقادیر معلومی می‌باشند، ولیکن مقادیر آن‌ها در مراحل آینده نامعلوم هستند، لذا در فرایند طراحی و شبیه‌سازی نیز مقادیر آینده آن‌ها صفر در نظر گرفته شده است.

با توجه به روابط (۲۳) دو بردار $\bar{U}^i_j$ و Y^i_j که متشکل از مقادیر پیش‌بینی‌شده می‌باشند عبارت خواهند بود از:

$$\begin{aligned} \bar{U}^i_j &= \begin{bmatrix} U^i_{j|j} & U^i_{j+1|j} & \cdots & U^i_{j+P_u-1|j} \end{bmatrix}^T \\ Y^i_j &= \begin{bmatrix} \bar{Y}^i_{j+1|j} & \bar{Y}^i_{j+2|j} & \cdots & \bar{Y}^i_{j+P_y|j} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{۲۴}$$

لذا تابع هزینه سیستم (۲۳) و (۲۴) را می‌توان به‌صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\begin{aligned} J = {} & (Y^i_j)^T \bar{P}(Y^i_j) \\ & + (Y^i_j - \bar{S}_N Y^i_{j-1})^T \bar{Q}(Y^i_j - \bar{S}_N Y^i_{j-1}) \\ & + (\bar{U}^i_j)^T (\bar{U}^i_j) \end{aligned} \quad \text{line} \quad ($$

که در آن

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} P & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & P & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & P \end{bmatrix}_{(P_y \times N)\times(P_y \times N)}$$

$$\bar{Q} = \begin{bmatrix} Q & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Q & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & Q \end{bmatrix}_{(P_y \times N)\times(P_y \times N)}$$

$$\bar{S}_N = \begin{bmatrix} S_N & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & S_N & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & S_N \end{bmatrix}_{(P_y \times N)\times(P_y \times N)}$$

مشابه آنچه در بخش ۴ توضیح داده شد، عبارت اول رابطه (۲۵)، انحراف از زمان اعزام، عبارت دوم انحراف از سرفاصله زمانی (رضایت مسافران) و جمله آخر قانون کنترلی را در افق پیش‌بینی مدنظر نشان می‌دهد. لازم به یادآوری است که بهینه‌سازی تابع هزینه (۲۵) در حضور قیدهای (۲۰) و (۲۱) لازم است انجام پذیرد.

با توجه به غیرخطی بودن مدل دینامیک ترافیک و وجود قیود حاکم بر مسئله، یافتن حل بهینه جامع برای تابع هزینه به‌صورت تحلیلی و به‌سادگی ممکن نبوده و در این موارد از حل‌های عددی استفاده می‌شود. یکی از روش‌های حل عددی استفاده از الگوریتم SQP می‌باشد. این روش مسائل بهینه‌سازی مقید با تابع هزینه به فرم غیرخطی را در حضور قیود حل می‌کند. [۲۲] و [۲۳].

در این قسمت الگوریتمی از اعمال بهینه‌سازی را مشاهده می‌کنیم:

الگوریتم بهینه‌سازی کنترل پیش‌بین غیرخطی

مرحله اول:	$i=M$ و $j=1$ قرار می‌دهیم.
مرحله دوم:	تعریف مقدار اولیه برای X^i_j
مرحله سوم:	تعیین مقدار اغتشاشات (W^i_j)
مرحله چهارم:	با توجه به مشخص کردن پارامترهای مجهول مثل زمان حائل و ...، X^i_j را در رابطه (۲۳) قرار داده و Y^i_j محاسبه می‌شود.
مرحله پنجم:	با در نظر گرفتن تابع هزینه (۲۵)، و با استفاده روش حل عددی بر مبنای الگوریتم SQP، $\bar{U}^i_j$ محاسبه می‌شود.
مرحله ششم:	تنها M سطر اول $\bar{U}^i_j$، ($\bar{U}^i_j \to U^i_j$) در معادله (۲۲) به سیستم اعمال و X^i_{j+1} محاسبه می‌شود.
مرحله هفتم:	به مقدار j یک واحد اضافه گشته و به مرحله سوم بازگردید. این فرآیند به تعداد ایستگاه‌ها در دورهای متوالی قطار در مسیر رفت و برگشتی تکرار می‌شود.

۶- نتایج شبیه‌سازی

این بخش، ابتدا به شبیه‌سازی مدل ارائه‌شده برای سیستم ترافیکی و مقایسه آن با مدل‌های ارائه‌شده در تحقیقات پیشین می‌پردازد. همچنین قسمت دوم این بخش، به طراحی و شبیه‌سازی سیستم کنترل پیش‌بین غیرخطی با هدف تنظیم ترافیک و بازیابی تأخیر زمانی خواهد پرداخت.

۶-۱- بررسی مدل ارائه‌شده و مقایسه با مدل‌های پیشین

همان‌گونه که پیش‌تر نیز اشاره شد، مدل‌های ارائه‌شده در تحقیقات پیشین دارای ایراداتی می‌باشند که از مهم‌ترین آن‌ها عدم لحاظ نمودن پدیده انتقال ضربه‌ای تأخیر است. مدل ارائه‌شده، (۱۷)، در این مقاله با هدف رفع این نقص عمده ارائه گردید که در این بخش با ارائه شبیه‌سازی، مقایسه‌ای مابین مدل حاضر و مدل پیشین انجام می‌پذیرد.

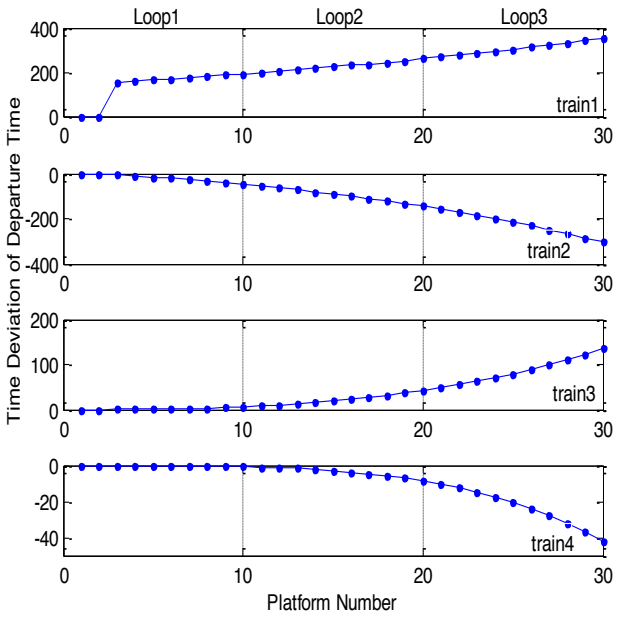
در شبیه‌سازی حاضر، نتایج عملکرد سیستم در حالت بدون کنترل‌کننده و بدون حضور قید ولیکن در حضور اغتشاش موردتوجه قرار گرفته است. اهداف شبیه‌سازی، نمایش عملکرد کلی سیستم، نشان دادن پدیده رشد تأخیر و همچنین مقایسه مدل ارائه‌شده با مدل‌های پیشین است. در این شبیه‌سازی، قطارها سه مرتبه مسیر رفت و برگشتی ترافیکی را دور می‌زنند و پارامترهای این سناریو به همراه مقادیر اولیه شبیه‌سازی به‌صورت جدول شماره ۲ تنظیم شده است. همان‌گونه که در جدول ۲ نیز مشخص است اغتشاش وارده به سیستم ترافیکی، تأخیر به وجود آمده در اعزام قطار اول در ایستگاه دوم به مقدار ۱۵۰ ثانیه می‌باشد.

جدول ۲- پارامترهای شبیه‌سازی بخش ۶-۱

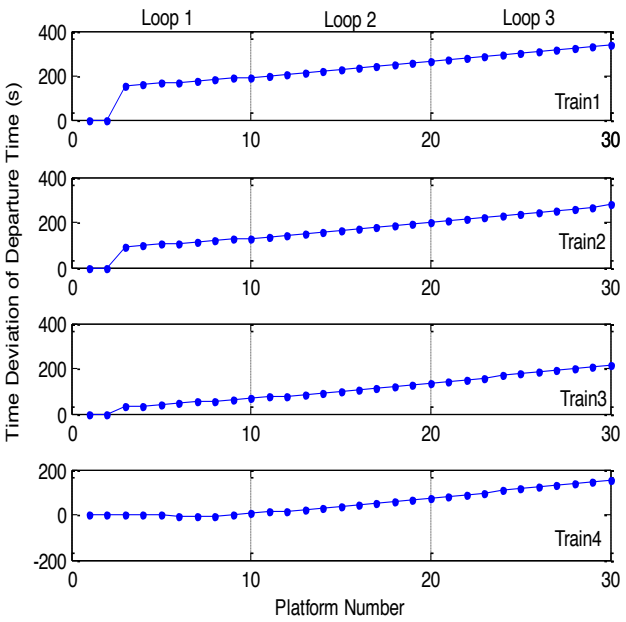
N	۱۰
M	۴
c_{k+1}	۰٫۰۳
H_{min}	۱۸۰ ثانیه
t_B	۶۰ ثانیه
$H = H_{min} + t_B$	۲۴۰ ثانیه
w_2^1	۱۵۰ ثانیه

در شکل ۲، نتایج شبیه‌سازی مدل دینامیکی ترافیکی ارائه‌شده در[۱]،[۲] و[۵] ارائه می‌شود. همان‌گونه که در این شکل دیده می‌شود با رخ دادن تأخیر در یک قطار، قطار پشت سر آن چون مدت زمان کمتری در ایستگاه به دلیل تجمع کمتر مسافران می‌ایستد زودتر از برنامه خود حرکت می‌کند. این فرآیند باعث می‌شود یک قطار جلوتر از برنامه (انحراف زمانی منفی نشان‌دهنده حرکت جلوتر از برنامه جدول زمان‌بندی) و قطار دیگر دیرتر از برنامه حرکت کند که این عملکرد بسیار از عملکرد واقعی سیستم ترافیک ریلی دور است. به‌عبارت‌دیگر در این مدل‌ها پدیده انتقال ضربه‌ای تأخیر در مدل‌سازی لحاظ نگردیده است و واضح است که پس از گذشت مدت‌زمانی قطارها به یکدیگر می‌رسند.

در اینجا به‌منظور ایجاد امکان مقایسه مدل‌ها، مدلی که در (۱۷) ارائه شد مشابه آنچه در بالا گفته شد، موردتوجه قرار گرفته است که در شکل ۳ نتایج شبیه‌سازی آن دیده می‌شود. همان‌گونه که در این شکل مشخص است، تأخیر اعمال‌شده در ایستگاه دوم برای اعزام قطار اول به‌اندازه ۱۵۰ ثانیه بوده است که با در نظر گرفتن زمان حائل و رابطه (۱۷) به‌صورت ضربه‌ای به قطارهای پشت سر منتقل می‌شود. همان‌گونه که مشخص است برخلاف مدل پیشین و شکل ۲، قطارهای بعدی نیز دچار تأخیر می‌شوند ولیکن دو نکته مهم در شکل دیده می‌شود، یکی اینکه تأخیر تمامی قطارها در طول خط افزایش می‌یابد و ثانیاً اینکه قطارهای بعدی دارای تأخیر کمتری می‌باشند.



شکل ۲: انحراف زمانی سیستم ترافیکی مترو بر اساس معادلات ارائه‌شده در تحقیقات پیشین (بدون لحاظ کردن انتقال ضربه‌ای تأخیر) بدون جبران‌ساز



شکل ۳: انحراف زمانی در مدل پیشنهادی بدون جبران‌ساز

۶-۲- نتایج شبیه‌سازی با اعمال کنترل‌کننده پیش‌بین غیرخطی

در این بخش با اعمال کنترل‌کننده پیش‌بین غیرخطی به سیستم ترافیکی ارائه‌شده در (۱۷) و با در نظر گرفتن قیود عملیاتی بر روی قانون کنترلی و انحراف از میزان سرفاصله زمانی، نتایج شبیه‌سازی سیستم تحت کنترل به‌منظور جبران تأخیر ارائه می‌شود.

مقادیر عددی پارامترها در این شبیه‌سازی در جدول شماره ۳ قابل مشاهده است. قطار سه مرتبه در مسیر رفت و برگشتی حرکت می‌کند. میزان اغتشاش، همان‌طور که در جدول آمده است به قطار اول در ایستگاه دوم و قطار سوم در ایستگاه شانزده اعمال می‌شود. لازم به ذکر است چون ما در یک مسیر رفت و برگشتی حرکت می‌کنیم و تعداد ایستگاه‌ها ۱۲ عدد می‌باشد، منظور از ایستگاه شماره ۱۶، ایستگاه شماره ۴ در دور دوم است.

همان‌گونه که در قسمت‌های پیشین ذکر شد، یکی از قیود حاکم بر سیستم، قید روی قانون کنترلی است، که حد بالای سیگنال کنترلی ۳۰+ و حد پایین آن ۳۰- در نظر گرفته شده است. به این معنا که زمان سفر نامی نمی‌تواند بیشتر از ۳۰ ثانیه کاهش یا افزایش پیدا کند. همچنین در این شبیه‌سازی قید رابطه (۲۱) نیز در نظر گرفته شده است که با توجه به جدول شماره ۳ حد بالای آن قابل‌محاسبه است.

جدول ۳- پارامترهای شبیه‌سازی بخش ۶-۲

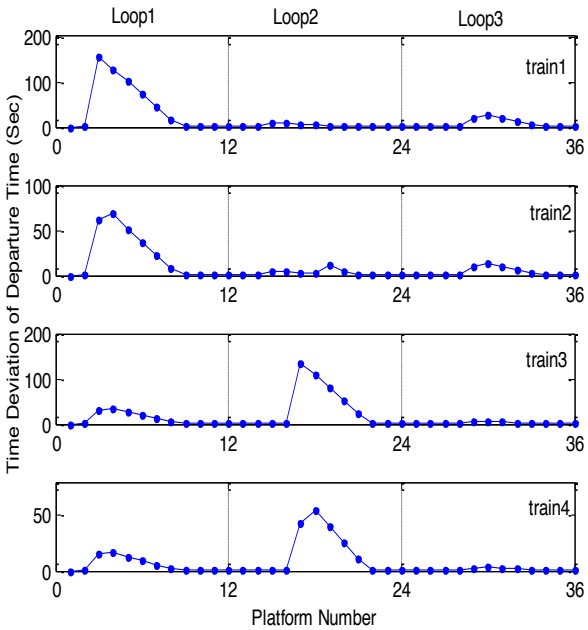
N	۱۲
M	۴
c_{k+1}	۰٫۰۳
p,q	۱۰۰
P_y	۶
P_u	۳
H_{min}	۱۸۰ ثانیه
t_B	۶۰ ثانیه
$H = H_{min} + t_B$	۲۴۰ ثانیه
w_2^1	۱۵۰ثانیه
w_{16}^3	۱۳۰ثانیه

با استفاده از الگوریتم کنترل پیش‌بین غیرخطی ارائه‌شده در (۲۳)، انحراف از زمان اعزام قطارها در شکل ۴ نمایش داده می‌شود. همان‌گونه که در این شکل دیده می‌شود اغتشاش اعمالی به قطار اول در ایستگاه دوم کمی بیشتر از ۱۵۰ثانیه است که دلیل این امر وجود ضریب c_{k+1} در عدد اغتشاش است. این تأخیر با توجه به زمان حائل به قطارهای بعدی منتقل می‌شود (اگر کمتر از زمان حائل باشد منتقل نخواهد شد) و با توجه به عدم انتقال تأخیر و سرفاصله زمانی کم و عدم وجود قطار در ایستگاه و حجم کم مسافران توقف کمتری در ایستگاه رخ می‌دهد و قطار از برنامه خود جلوتر حرکت می‌کند و همان‌گونه که در شکل ۵ دیده می‌شود، سیستم سیگنال کنترلی مثبت جهت جبران تولید می‌کند. با توجه به شکل ۴ دیده می‌شود که قطار اول و دوم در دور دوم مجدداً دچار تأخیر می‌شوند که علت آن قرار گرفتن قطارهای ۳ و۴ در جلوی قطارهای اول و دوم در زمانی است که دو قطار اول و دوم وارد دور دوم شده‌اند. به همین ترتیب زمانی که اغتشاش دوم صورت می‌گیرد پدیده‌های گفته‌شده برقرار خواهد بود. همچنین بروز تأخیر در دور سوم در قطار اول به خاطر وجود قطار چهارم جلوی قطار اول و بروز تأخیر در قطار چهارم، انتقال آن به قطار اول و انتشار تأخیر به قطارهای بعدی می‌باشد.

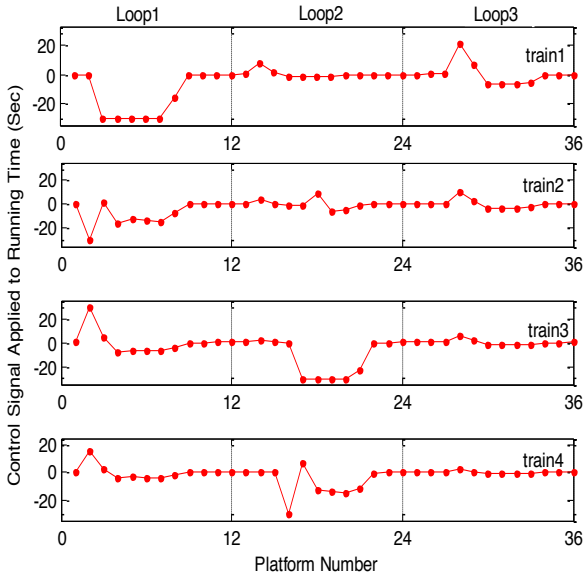
با توجه به شکل ۵ محدودیت ۳۰ ثانیه روی سیگنال کنترلی به‌خوبی مشخص است و درنهایت سیستم پایدار و میزان تأخیر به صفر رسیده است و سیگنال کنترلی هم به صفر میل می‌کند.

در شکل ۶ انحراف از سرفاصله زمانی نامی در هر ایستگاه نیز برای سیستم تحت کنترل دیده می‌شود. با توجه به تأخیر قطار اول در ایستگاه دوم به‌اندازه ۱۵۰ ثانیه و قطار دوم در همان ایستگاه به‌اندازه ۶۰ ثانیه، انحراف از سرفاصله زمانی ۹۰- در ایستگاه شماره ۲ به‌طور واضح مشخص است. به همین ترتیب برای ایستگاه‌های بعدی نیز این فرآیند تکرار می‌شود.

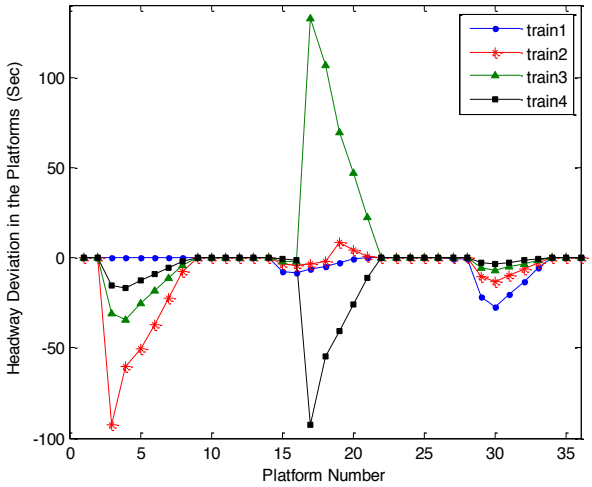
همان‌گونه که در شکل دیده می‌شود برای هر قطار یک نمودار و درنهایت چهار نمودار دیده می‌شود که هر یک نشان‌دهنده اختلاف سرفاصله زمانی هر دو قطار متوالی در هر ایستگاه می‌باشند. باید به این نکته توجه شود که قطار اول در دور اول، چون قطاری جلوی آن وجود ندارد انحراف از سرفاصله زمانی نیز برای آن تعریف نمی‌شود و مقدار انحراف از سرفاصله زمانی در شبیه‌سازی صفر در نظر گرفته شده است. با توجه به پارامترهای شبیه‌سازی، انحراف سرفاصله زمانی با توجه به قید نمی‌تواند از ۶۰- کمتر باشد که این امر در شکل ۶ مشخص است. در اولین تأخیر و تأخیر قطار سوم در ایستگاه شانزده چون به‌صورت ناگهانی رخ می‌دهد و کنترلی بر روی ورود اغتشاش نداریم این مقدار از ۶۰- کمتر است ولی با توجه به اعمال کنترل‌کننده در مراحل بعدی و حضور قیود بهینه‌سازی این مقدار از ۶۰- بیشتر است. با اعمال کنترل‌کننده، از یک قطار به قطار بعدی انحراف به وجود آمده کمتر و درنهایت به صفر می‌رسد.



شکل ۴: انحراف زمان اعزام قطارها از مقدار نامی در حضور کنترل‌کننده پیش‌بین غیرخطی مقید



شکل ۵: سیگنال کنترل اعمالی به سیستم ناشی از کنترل‌کننده پیش‌بین



شکل ۶: انحراف از سرفاصله زمانی نامی در هر ایستگاه

۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک مدل گسسته پیشامد غیرخطی برای زمان اعزام قطارها در خطوط مترو با شکل رفت و برگشتی ارائه گردید. نکته مهم در این مدل‌سازی نسبت به مدل‌های ارائه‌شده در تحقیقات پیشین، لحاظ نمودن پدیده انتقال ضربه‌ای تأخیر در مدل بوده است. با توجه به غیرخطی بودن دینامیک ارائه‌شده و ناپایداری سیستم ترافیکی، از کنترل‌کننده پیش‌بین غیرخطی استفاده شده است. هدف طراحی این کنترل‌کننده تنظیم ترافیک از طریق بازیابی تأخیر و همچنین یکنواخت نگه‌داشتن سرفاصله زمانی مابین قطارها به‌منظور کسب رضایت مسافران بوده است. در طراحی کنترل‌کننده، قیود عملکردی بر روی سیگنال کنترل و انحراف از سرفاصله زمانی در نظر گرفته شده است و کنترل‌کننده پیش‌بین غیرخطی مطلوب لازم است در این قیود صدق نماید. شبیه‌سازی‌ها در دو بخش انجام پذیرفت، بخش اول مقایسه پاسخ مدل ارائه‌شده در این مقاله در مقایسه با مدل‌های ارائه‌شده تحقیقات پیشین که نتیجه آن نشانگر موفقیت مدل‌سازی پیشنهادی در این مقاله می‌باشد. البته قابل‌ذکر است که مدل پیشنهادی در این مقاله شامل نقاط ضعفی هم می‌باشد که ازجمله آن می‌توان به نامعینی موجود در پارامتر c_{k+1} با توجه به متغیر بودن مدت زمان توقف قطارها در ایستگاه‌های مختلف اشاره کرد که لازم است در تحقیقات بعدی بیشتر مورد توجه قرار گیرد. در بخش دوم شبیه‌سازی‌ها نیز نقش موفق کنترل‌کننده پیش‌بین غیرخطی در تنظیم ترافیک نشان داده شده است.

۸- مراجع

[1] Campion, G., Van Breusegem, V., Pinson, P., & Bastin, G. (1985). "Traffic regulation of an underground railway transportation system by state feedback".*Optimal control applications and methods*, 6(4), 385-402.

[2] Van Breusegem, V., Campion, G., & Bastin, G. (1991). "Traffic modeling and state feedback control for metro lines". *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 36(7), 770-784.

[3] Paquel, Constance. "Metro Traffic Regulation and Quality of Passenger Service." PhD diss., TU Delft, Delft University of Technology, 2011.

[4] Narayanaswami, S., & Rangaraj, N. (2011). "Scheduling and rescheduling of railway operations: a review and expository analysis", *Technology Operation Management*, 2(2), 102-122.

[5] Lin, W. S., & Sheu, J. W. (2011). "Metro traffic regulation by adaptive optimal control", *Intelligent Transportation Systems, IEEE Transactions on*, 12(4), 1064-1073.

[6] Sheu, J. W., & Lin, W. S. (2012). "Adaptive optimal control for designing automatic train regulation for metro line". *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 20(5), 1319-1327.

[7] Goodman, C. J., & Murata, S. (2001). "Metro traffic regulation from the passenger perspective". *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, 215(2), 137-147.

[8] Kecman, P., Corman, F., D'Ariano, A., & Goverde, R. M. (2013). "Rescheduling models for railway traffic management in large-scale networks". *Public Transport*, *5*(1-2), 95-123.

[9] Hassanabadi, H., Moaveni, B., & Karimi, M. (2013). "A comprehensive distributed architecture for railway traffic control using multi-agent systems". *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, 0954409713503458.

[10] Fernandez, A. P. C. A., Cucala, A. P., Vitoriano, B., & De Cuadra, F. (2006). "Predictive traffic regulation for metro loop lines based on quadratic programming". *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, 220(2), 79-89.

[11] Assis, W. O., & Milani, B. E. (2004). "Generation of optimal schedules for metro lines using model predictive control", *Automatica*, 40(8), 1397-1404.

[12] De Schutter, B., & Van Den Boom, T. (2001). "Model predictive control for max-plus-linear discrete event systems". *Automatica*, 37(7), 1049-1056.

[۱۳] معاونی ب، کریمی م، (۱۳۹۴)، "بازیابی به‌هنگام جدول زمان‌بندی یک شبکه مترو با استفاده از کنترل‌کننده‌ی پیش‌بین و در حضور قیود واقعی"، *فصلنامه علمی-پژوهشی مهندسی حمل و نقل*، (تحت چاپ).

[۱۴] یقینی مسعود، لسان جواد، *برنامه ریزی عملیات حمل و نقل ریلی، دانشگاه علم و صنعت ایران، ۱۳۸۹.*

[15] Hansen Ingo A, Pachl Jörn, *Railway timetable & traffic: analysis, modelling, simulation*. Eurailpress, 2008.

[16] Hansen, I. A. (2009). "Railway network timetabling and dynamic traffic management". *In 2nd International Conference on Recent Advances in Railway Engineering, ICRARE-2009*, Tehran, IR Iran, Sept. 27-28.

[17] Van den Boom, T.J. and De Schutter, B. (2006). "Modelling and control of discrete event systems using switching max-plus-linear systems". *Control engineering practice*, 14(10), 1199-1211.

[18] Huang, Sunan, & Tong Heng Lee. *Applied predictive control*. Springer Science & Business Media, 2013.

[19] Camacho, Eduardo F., and Carlos Bordons Alba. *Model predictive control*. Springer Science Business Media, 2013.

[20] Grüne Lars, and Jürgen Pannek. *Nonlinear model predictive control*. Springer London, 2011.

[21] Henson, M. A. (1998). "Nonlinear model predictive control: current status and future directions" *Computers & Chemical Engineering*, 23(2), 187-202.

[22] Gill, P. E., Murray, W., & Saunders, M. A. (2002). "SNOPT: An SQP algorithm for large-scale constrained optimization". *SIAM journal on optimization*, 12(4), 979-1006.

[23] Nocedal, Jorge, & Stephen Wright. *Numerical optimization*. Springer Science & Business Media, 2006.

مجله کنترل
ISSN 2008-8345
جلد ۹، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۴، صفحه ۲۳-۱۳

کنترل نظارتی پیش‌بین ابطال‌ناپذیر مدل چندگانه

مجتبی نوری منظر [۱]، علی خاکی صدیق [۲]

دانشجوی دکترای مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، m.noorimanzar@mail.kntu.ac.ir

[۲] استاد، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، sedigh@kntu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۴/۱/۲۳، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۴/۵/۱۰)

چکیده: کنترل ابطال‌ناپذیر یکی از راهبردهای اخیر کنترل تطبیقی مقاوم است که در این مقاله ابتدا مروری بر مفاهیم بنیادی و روش-های آن ارائه شده است. الگوریتم‌های مختلف کنترل تطبیقی ابطال‌ناپذیر مورد بررسی قرار گرفته و همچنین کنترل تطبیقی ابطال‌ناپذیر مدل چندگانه به‌عنوان پلی میان کنترل ابطال‌ناپذیر و کنترل مدل چندگانه تشریح شده است. در این مقاله، ایده کنترل پیش‌بین برای کنترل ابطال‌ناپذیر مدل چندگانه پیشنهاد شده است. استفاده از چندین کنترل پیش‌بین تعمیم‌یافته در کنار یکدیگر و کلیدزنی مناسب میان آن‌ها با کنترل ابطال‌ناپذیر برای یک سیستم نامعین پیشنهاد شده و روابط مورد نیاز تعمیم داده شده است. نتایج شبیه‌سازی عملکرد مناسب کنترل پیش‌بین ابطال‌ناپذیر را تأیید می‌کند.

کلمات کلیدی: کنترل تطبیقی ابطال‌ناپذیر، کنترل پیش‌بین، کنترل نظارتی، کنترل مدل چندگانه.

Multi-Model Unfalsified Predictive Supervisory Control

Mojtaba Nouri Manzar, Ali Khaki Sedigh

Abstract: Unfalsified Adaptive Control (UAC) is a recently proposed robust adaptive control strategy. In this paper, the UAC principles and algorithms are reviewed and Multi-Model UAC is followed as an intermediate between UAC and multiple model control. Different approaches in UAC and MMUAC are studied. Also, Multi-Model Unfalsified Generalized Predictive control (MMUGPC) is proposed, which is a new control design strategy in the UAC framework. For an uncertain system, by utilizing several generalized predictive controllers and discrete switching between them with unfalsified control, a new structure is proposed and appropriate equations are derived. Simulation results show the effectiveness of proposed Multi-Model Unfalsified Generalized Predictive control.

Keywords: Unfalsified Adaptive Control, Predictive Control, Supervisory Control, Multiple Model Control.

۱- مقدمه

ایده کنترل تطبیقی ابطال‌ناپذیر[1] (UAC) در فلسفه علم ریشه دارد. فلسفه ابطال‌پذیری[2] توسط کارل ریموند پوپر[3] ارائه شده است. او معتقد است که علم ماهیتی غیر نهایی، غیرقطعی و حدسی دارد و درباره آن تنها می‌توان گفت که فعلاً تجربه مؤید آن است. کنترل تطبیقی ابطال‌ناپذیر یک کنترل نظارتی است که تنها با توجه به داده‌های ورودی-خروجی سیستم طبق یک تابع عملکرد، با تضمین پایداری حلقه بسته، کنترل‌کننده مناسب را انتخاب می‌کند.

کنترل تطبیقی مدل چندگانه معمولاً شامل بانک کنترل‌کننده، ناظر و سیستم نامعین است. وظیفه واحد ناظر این است که تخمینی از عملکرد هرکدام از کنترل‌کننده‌ها داشته باشد و بر اساس این اطلاعات کنترل‌کننده با عملکرد مطلوب را انتخاب نماید. عملکرد کنترل‌کننده‌ها در ناظر توسط یک تابع هزینه برآورد می‌شود. مهم‌ترین ویژگی کنترل مدل چندگانه نسبت به کنترل تطبیقی کلاسیک قابلیت کنترل سیستمی با نامعینی بزرگ همراه عملکرد مناسب است. تطبیق سریع و کلیدزنی گسسته میان کنترل‌کننده‌ها وجه تمایز این سیستم‌های کنترل است.

بر اساس تابع هزینه‌ی استفاده شده، ساختارهای کنترل تطبیقی نظارتی به دو دسته اصلی تقسیم می‌شوند:

۱. ساختار مدل چندگانه
۲. ساختار بدون مدل

در ساختار مدل چندگانه برای سیستم مدل‌های نامی متعدد در نظر گرفته شده و کنترل‌کننده‌هایی برای این مدل‌های نامی طراحی می‌شود. پایداری این سیستم‌ها بر پایه این فرض است که یکی از مدل‌ها به خوبی سیستم را تخمین می‌زند. یکی از ساختارهای مرسوم و مهم مدل چندگانه در مرجع [۱] معرفی شده که در آن ورودی سیستم به مدل‌ها نیز اعمال گردیده و بر اساس خطای خروجی تصمیم‌گیری صورت می‌گیرد. از روش‌های جدید مدل چندگانه می‌توان به RMMAC[4] در مرجع [۲] اشاره کرد که در آن از شناساگر در ناحیه‌های پارامتری مختلف استفاده شده و با آزمونی نزدیک‌ترین مدل احتمالاتی به سیستم تشخیص داده می‌شود. روش نوین دیگر در مدل چندگانه AMC[5] در مرجع [۳] است که از یک راهبرد ترکیب به همراه تخمین‌گر مقاوم پارامترها استفاده می‌کند.

کنترل تطبیقی ابطال‌ناپذیر رایج‌ترین روش در کنترل نظارتی بدون مدل است. این روش در سال ۱۹۹۷ توسط سافانوف[6] معرفی شد [۴]. اصول این روش بر فلسفه ابطال‌پذیری استوار است. طبق فلسفه ابطال‌پذیری حقایقی که در حال حاضر می‌دانیم ممکن است با دانش و یا منابع جدید اطلاعات ابطال شوند. رویکرد به کارگیری فلسفه ابطال-پذیری در کنترل تطبیقی، در چارچوب سیستم‌های کلیدزن است. به این ترتیب که در کنترل تطبیقی کلیدزن چندین کنترل‌کننده برای شرایط کاری مختلف سیستم طراحی شده و برای انتخاب از میان آن‌ها تابع هزینه‌ای در نظر گرفته می شود. اگر این تابع هزینه از مقداری بیشتر شود کنترل‌کننده مربوطه ابطال شده و به بیان دیگر احتمالاً ناپایدار ساز است. البته تابع هزینه و ابطال شرایط خاصی می-خواهد که در ادامه به جزییات آن پرداخته می‌شود. در رویکرد کنترل تطبیقی ابطال‌ناپذیر برای پایداری به بررسی بهره شبه خطی نهایی از ورودی مرجع به ورودی و خروجی سیستم در زمان محدود پرداخته شده و این کار با استفاده از حداقل فرضیات لازم (وجود کنترل‌کننده پایدارساز) انجام می‌شود. در کنترل تطبیقی ابطال‌ناپذیر نیازی به خطی بودن سیستم نیست و در نتیجه نسبت به غیرخطی بودن سیستم مقاومت وجود دارد. البته توجه کنید که کنترل ابطال‌ناپذیر ممکن است که کنترل‌کننده ناپایدارساز را به حلقه وارد کند ولی درنهایت کنترل پایدارساز در حلقه قرار خواهد گرفت. این ویژگی باعث می‌شود که در زمان گذرا عملکرد نامناسب و حتی رفتار واگرا شونده‌ای در خروجی سیستم دیده شود و تا زمانی که کنترل‌کننده نهایی انتخاب شود این رفتار ادامه خواهد داشت. روش دیگر که از ویژگی‌های هر دو روش کنترل نظارتی مدل چندگانه و بدون مدل استفاده می‌کند تحت عنوان کنترل تطبیقی ابطال‌ناپذیر مدل چندگانه[7] (MMUAC) در مرجع [۵] معرفی شده است. در این رویکرد از چندین مدل برای شناسایی و تخمین سیستم و از کنترل ابطال‌ناپذیر برای انتخاب از میان این مدل‌ها استفاده می‌شود.

از روش‌های نوین در UAC می‌توان به بهبود تابع هزینه در [۶] و تابع هزینه چندهدفه [۷] اشاره کرد. تابع هزینه‌های مختلف MMUAC در [۸] بررسی شده و MMUAC با پنجره زمانی تطبیقی در [۹] پیشنهاد شده است. همچنین از MMUAC برای تضعیف اغتشاش در [۱۰] استفاده شده است.

در این مقاله مروری بر روش‌های موجود کنترل تطبیقی ابطال‌ناپذیر انجام شده و روش کنترل پیش‌بین ابطال‌ناپذیر مدل چندگانه پیشنهاد شده است. با استفاده از کنترل تطبیقی ابطال‌ناپذیر مدل چندگانه و به کمک کنترل پیش‌بین تعمیم‌یافته[8] (GPC) رویکرد جدیدی معرفی شده است. به دلیل کاربرد وسیع کنترل پیش‌بین در صنعت، استفاده از چندین کنترل پیش‌بین که موجب افزایش عملکرد سیستم در نقاط کاری مختلف می-شود اهمیت ویژه‌ای دارد.

ساماندهی این مقاله به‌صورت زیر است. در بخش ۲ کنترل ابطال‌ناپذیر و روابط مربوط به آن معرفی می‌شود. در بخش ۳ کنترل تطبیقی ابطال‌ناپذیر مدل چندگانه تشریح شده و در بخش ۴ کنترل پیش‌بین ابطال‌ناپذیر مدل چندگانه معرفی شده است. شبیه‌سازی‌ها در بخش ۵ و نتیجه‌گیری و پیشنهادها در بخش ۶ آورده شده است.

[1] Unfalsified Adaptive Control
[2] Falsification
[3] Karl Raimund Popper
[4] Robust Multiple Model Adaptive Control
[5] Adaptive Mixing Control
[6] Safonov
[7] Multi-Model ,Unfalsified Adaptive Control
[8] Generalized Predictive Control

۲- مفاهیم اولیه کنترل ابطال‌ناپذیر

در کنترل ابطال‌ناپذیر به‌جای شناسایی مدل ریاضی برای سیستم ، با توجه به داده‌های ورودی خروجی سیستم ناظر آموزش داده می‌شود. اگرچه در خود این روش از مدلی برای سیستم استفاده نمی‌شود، ولی در طراحی بانک کنترل‌کننده‌ها غالباً از مدل برای سیستم استفاده می‌شود که البته طراحی بانک کنترلی به‌صورت مجزا صورت گرفته و برای اطلاعات بیشتر در این زمینه به مرجع [۱۱] مراجعه کنید. با ایده‌ی مشابه‌ای که از مسئله شناسایی جعبه سیاه داریم، تنها با استفاده از داده‌های ورودی خروجی سیستم به دنبال کنترل‌کننده‌ی مناسب از میان کنترل‌کننده‌های موجود در بانک کنترلی هستیم که عملکرد مطلوب را محقق کند.

مطابق شکل (۱) فرض کنید داده‌های ورودی خروجی سیستمی در دسترس باشند. بانک کنترل‌کننده‌های از پیش طراحی شده و ویژگی‌های عملکرد مورد نظر نیز از قبل مشخص است. کنترل‌کننده‌ای را ابطال‌ناپذیر گویند که با توجه به داده‌های سیستم و تابع عملکرد تعریف شده، سیستم را با اطلاعات تا این لحظه ناپایدار نکند. مشخص است که اگر کنترل‌کننده‌ای ابطال شود یعنی با توجه به اطلاعات تا این لحظه از سیستم این کنترل‌کننده پایدارساز نیست و یا عملکرد مطلوب را تأمین نمی‌کند.

در کنترل ابطال‌ناپذیر تابع هزینه باید عملکرد سیستم را بدون هیچ فرضی درباره سیستم و اغتشاشات آن نشان دهد. برای بررسی پایداری در UAC از مفهوم تابع هزینه آشکارپذیر استفاده می‌شود. آشکارپذیری تابع هزینه محدود بودن تابع هزینه و پایداری ورودی خروجی سیستم را به هم مرتبط می‌کند. تابع هزینه‌ای که ویژگی آشکارپذیری را داشته باشد در [۴] به‌صورت زیر معرفی شده است.

$$V(K^i, y_k, u_k, k) = \sup_{\varkappa \le k} \frac{\left\| W_1\,(y - \tilde{r}^i) \right\|_\varkappa^2 + \| W_2\, u \|_\varkappa^2}{\| \tilde{r}^i \|_\varkappa^2 + \epsilon} \qquad (۱)$$

در این رابطه تابع هزینه تا زمان k (گسسته) محاسبه شده و u ورودی سیستم، yخروجی سیستم، W_1 و W_2 ضرایب وزنی، ϵ ثابت مثبت و $\tilde{r}^i$ سیگنال مرجع مجازی i ام با کنترل کننده K^i است که در تعریف ۵ معرفی خواهد شد. نماد $\|.\|_\varkappa$ به مفهوم نرم برش داده شده است. در این مقاله، تمامی روابط در فضای گسسته زمان نوشته شده و نرم مورد استفاده نرم ۲ است. تابع هزینه از فرم استاندارد حساسیت ترکیبی برگرفته شده است:

$$\left\| \begin{matrix} W_1(1+PK)^{-1} \\ W_2K(1+PK)^{-1} \end{matrix} \right\|_\infty = \left\| \begin{matrix} W_1S \\ W_2KS \end{matrix} \right\|_\infty < 1 \qquad (۲)$$

که P تابع تبدیل سیستم، K تابع تبدیل کنترل‌کننده و S تابع حساسیت را نشان می‌دهد. در ادامه به معرفی تعاریفی که در کنترل ابطال‌ناپذیر استفاده می‌شود، پرداخته شده است.

تعریف ۱- سیستم $\Sigma: L_{2e} \to L_{2e}$ با ورودی v_k و خروجی w_k پایدار است اگر برای هر ورودی $v \in L_{2e}$ پارامترهای $\alpha, \beta \ge 0$ وجود داشته باشد به‌طوری‌که:

$$\|w\|_k < \beta \|v\|_k + \alpha \qquad (۳)$$

در غیر این صورت سیستم ناپایدار است. در حالت کلی α تابع شرایط اولیه سیستم است.

تعریف ۲- سیستم $\Sigma: L_{2e} \to L_{2e}$ پایدار بهره نهایی است اگر حداقل بهره Σ برابر β باشد (کوچک‌ترین β وجود داشته باشد).

تعریف ۳- مسئله کنترل تطبیقی شدنی[1] است اگر در مجموعه‌ی کنترل‌کننده‌های سیستم در هر زمانی حداقل یک کنترل‌کننده پایدارساز وجود داشته باشد.

تعریف ۴ [۴]- پایداری سیستم $\Sigma: v_k \to w_k$ ابطال‌ناپذیر است اگر با توجه به داده‌هایی که از سیستم داریم (ورودی و خروجی) پارامترهای $\alpha, \beta \ge 0$ وجود داشته باشد که در نامعادله (۳) صدق کنند.

برای ارزیابی عملکرد کنترل‌کننده‌هایی که در حلقه قرار ندارند، از مفهومی به نام سیگنال مرجع مجازی استفاده می‌شود.

تعریف ۵ [۱۲]- مطابق شکل (۲) سیگنال مرجع مجازی i ام[2]، سیگنال مرجعی است که با داده‌های موجود از سیستم تا زمان k اگر کنترل‌کننده i ام در حلقه باشد همان ورودی خروجی را تا لحظه k بدهد.

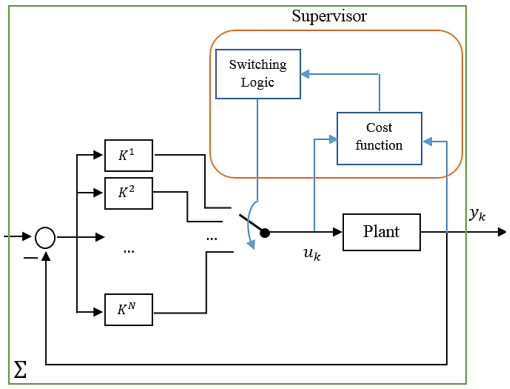
اثبات پایداری سیستم کنترلی ابطال ناپذیر بر اساس آشکارپذیری تابع هزینه انجام می‌شود.

تعریف ۶ [۱۲]- تابع هزینه V با مجموعه کنترل‌کننده $\mathbb{K}$ آشکارپذیر[3] است اگر به ازای هر $\hat{K} \in \mathbb{K}$ با تعداد محدود کلیدزنی، گزینه‌های زیر معادل هم باشند:

- $V(K_f, u_k, y_k, k)$ محدود می‌ماند وقتی $k \to \infty$ و K_f آخرین کنترل‌کننده است.
- پایداری سیستم حلقه بسته با کنترل‌کننده $\hat{K}$ با ورودی خروجی (r_k, u_k, y_k) ابطال‌ناپذیر است.

با شرط آشکارپذیری تابع هزینه، ناپایداری در سیستم علی‌رغم نامعلوم بودن شرط اولیه سیستم شناسایی می‌شود. بعد از تشکیل تابع هزینه، ناظر به‌کمک یک منطق کلیدزنی از میان کنترل‌کننده‌ها کنترل‌کننده مناسب را انتخاب می‌کند. هیسترزیس رایج‌ترین منطق کلیدزنی در کنترل ابطال‌ناپذیر است. بدین جهت به لم زیر توجه کنید.

[1] Feasible
[2] Fictitious Reference Signal
[3] Cost Detectable



شکل ۱: ساختار کلی کنترل نظارتی UAC

لم هیسترزیس [۱۳] –فرض کنید سیگنال کلیدزنی مطابق الگوریتم ۱ باشد. با فرض محدود ماندن حداقل یکی از تابع‌های هزینه، زمان نهایی t_f وجود دارد به نحوی که بعد از آن دیگر کلیدزنی وجود نخواهد داشت. در ضمن تابع هزینه آخرین کنترل‌کننده حتماً محدود است.

الگوریتم ۱–کنترل ابطال‌ناپذیر

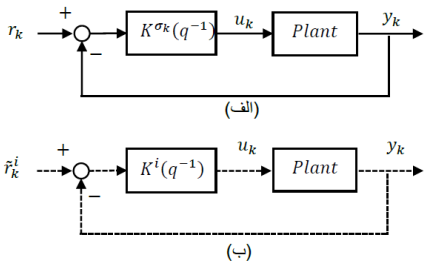
1. $Let\ t = 0, k = 0, \hat{K}_0 = K_0\ and\ choose\ h > 0$
2. $k + 1 \rightarrow k$
   $If\ \ V(\hat{K}_{k-1}, u_k, y_k, k) > \min_{K} V(K, u_k, y_k, k) + h$
   $\arg\min_{K} V(K, u_k, y_k, k) \rightarrow \hat{K}_k$
   $Else$
   $\hat{K}_{k-1} \rightarrow \hat{K}_k$
   END
3. Go to 2.

با توجه به الگوریتم ۱ کنترل‌کننده موجود در حلقه در گام بعدی نیز در حلقه می‌ماند اگر تابع هزینه آن از کمینه تابع هزینه کلیه کنترل‌کننده‌ها به اضافه h کمتر باشد. h از تعداد کلیدزنی نامحدود در زمان محدود جلوگیری می‌کند و بنابراین چرخه‌های ناپایدار احتمالی به وجود نمی‌آید.

برای پایدارسازی با کنترل‌کننده‌های ثابت و کلیدزنی در الگوریتم هیسترزیس باید شرط‌های زیر برقرار باشد [۱۲]:

- ✓ تابع هزینه یکنواخت افزایشی در زمان باشد.
- ✓ سیگنال مرجع مجازی برای همه کنترل‌کننده‌ها وجود داشته باشد.
- ✓ تابع هزینه به‌طور یکنواخت محدود باشد اگر کنترل‌کننده K پایدارساز باشد.

شرط کافی وجود سیگنال مجازی مرجع درجه نسبی صفر با صفرهای درون دایره واحد (وجود معکوس علّی و پایدار) برای



شکل ۲: (الف) سیستم حلقه بسته و (ب) سیگنال مرجع مجازی i ام

کنترل‌کننده‌ها است. بدین منظور برای کنترل‌کننده خطی تغییرناپذیر با زمان باید درجه صورت و مخرج همه کنترل‌کننده‌ها یکسان باشد. به‌طور مثال فرض کنید همه کنترل‌کننده‌ها فقط بهره ثابت K_c^i باشند. بنابراین سیگنال مرجع مجازی به‌راحتی توسط روابط زیر به دست می‌آیند

$$(r_k - y_k)\, K_c^{\sigma_k} = u_k \qquad \tilde{r}_k^i = \frac{1}{K_c^i} u_k + y_k \tag{۴}$$

برای بانک کنترلی با بینهایت عضو نیزکنترل تطبیقی ابطال‌ناپذیر تعمیم یافته است. در مرجع [۱۴] با در نظر گرفتن اینکه اگر مجموعه $\mathbb{K}$ فشرده بوده و حاصل اجتماع تعداد محدود از مجموعه‌های محدب باشد، الگوریتمی برای انتخاب کنترل‌کننده توسعه یافته است.

در [۱۵] پدیده‌ای در UAC گزارش شد که آینده‌ی این کنترل‌کننده را به خطر انداخت. در مثال ساده‌ای که عنوان شده بود سیگنال کنترلی به‌شدت در لحظات گذرا افزایش پیدا می‌کرد. این پدیده را DAL[1] نامیدند. در مثال ذکر شده، طبق رابطه (۵) برای سیستم مورد نظر کنترل‌کننده اول پایدارساز و دومی ناپایدارکننده است. محققان برای تضعیف این پدیده تلاش بسیاری کردند و هنوز مقالاتی در این زمینه به چاپ می‌رسد.

$$G(s) = \frac{1}{s-1} \qquad K_1 = 2, \quad K_2 = 0.5 \tag{۵}$$

ایده استفاده از فیلتر در تابع هزینه در سال ۲۰۰۸ در [۱۶] دنبال شده است. در این مقاله سیگنال‌های تابع هزینه مرسوم UAC از N فیلتر عبور می‌کند. هر فیلتر در پهنای باند خاصی جایابی شده و روابط به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$W(K^i, u_k, y_k, k) = \max_j \frac{\|F^j u\|_{\varkappa}^2 + \|F^j(\tilde{r}^i - y)\|_{\varkappa}^2}{\|F^j \tilde{r}^i\|_{\varkappa}^2 + \epsilon} \qquad V(K^i, u_k, y_k, k) = \max_{\varkappa \in [0,k]} W(K^i, u_k, y_k, \varkappa) \tag{۶}$$

نشان داده شده که در صورت جایابی مناسب فیلترها، با هزینه افزایش محاسبات، عملکرد سیستم حلقه بسته بهبود می‌یابد.

[1] Dehghani. Anderson and Lanzon

با اصلاح الگوریتم هیسترزیس در [۶] نیز نشان داده شد که عملکرد سیستم کنترلی بهبود پیدا می‌کند. در این الگوریتم جدید یک آستانه برای تابع هزینه در نظر گرفته شده است. بدین ترتیب که اگر تابع هزینه از سطح آستانه بیشتر باشد، در آن صورت مطابق الگوریتم هیسترزیس کلیدزنی انجام خواهد شد و در غیر این صورت کلیدزنی نخواهیم داشت. این الگوریتم THSA[1] نام‌گذاری شده است.

الگوریتم ۲-THSA

$If\ \ V(\hat{K}_{k-1}, u_k, y_k, k) > \min V(K, u_k, y_k, k) + \varepsilon$
$\quad and\ \ V(\hat{K}_{k-1}, u_k, y_k, k) > M$

$\arg\min V(K, u_k, y_k, k) \rightarrow \hat{K}_k$

$Else$

$\quad \hat{K}_{k-1} \rightarrow \hat{K}_k$

END

تابع هزینه دیگری که در [۶] پیشنهاد شده تغییر هیسترزیس جمعی به حالت ضربی است. این ساختار اولین بار در [۱۷] پیشنهاد شده است و به آن SIHSA[2] می‌گویند. در حالت جمعی مقدار پارامتر هیسترزیس کاملاً وابسته به مقدار تابع هزینه است. با پیشنهاد ضربی کردن هیسترزیس این وابستگی از بین می‌رود.

الگوریتم ۳-SIHSA

$If\ \ V(\hat{K}_{k-1}, u_k, y_k, k) > \min V(K, u_k, y_k, k)(1+h)$

$\quad \arg\min V(K, u_k, y_k, k) \rightarrow \hat{K}_k$

$Else$

$\quad \hat{K}_{k-1} \rightarrow \hat{K}_k$

END

با شبیه‌سازی نشان داده شده است که پدیده DAL برای الگوریتم‌های THSA و SIHSA کاهش چشمگیری دارد.

وجود تابع هزینه یکنوا افزایشی در الگوریتم‌های قبلی باعث افت عملکرد و محدودیت روش UAC می‌شود. در مرجع [۱۸] با ارائه دو مفهوم خود ابطال‌پذیری[3] و دگر ابطال‌پذیری[4] به رفع محدودیت یکنوا بودن پرداخته می‌شود. تعداد کنترل‌کننده‌ها در این مقاله محدود در نظر گرفته شده است. در قسمت دگر ابطال‌پذیری روند مقایسه توابع هزینه همان روند سابق UAC است. در مسئله خود ابطال‌پذیری تابع هزینه کنترل‌کننده موجود در حلقه با یک دنباله از پیش تعیین شده γ مقایسه می‌شود. در اینجا دیگر از الگوریتم هیسترزیس استفاده نمی‌شود و باید پایداری به‌طور جداگانه بررسی شود. دو الگوریتم پیشنهادی در خود ابطال‌پذیری ICLA[5] و LICLA[6] هستند.

الگوریتم ۴-ICLA

1. $Let\ j \rightarrow 1, \eta_1 \rightarrow \gamma, 0 \rightarrow k,\ K^1 \rightarrow \hat{K}_k$
2. $k+1 \rightarrow k\ collect\ r, u, y, update\ \tilde{r}_k^i, V$
3. $If\ \ V(\hat{K}_{k-1}, u_k, y_k, k) > \gamma$
   $K_{next}(\mathbb{K}, u_k, y_k) \rightarrow \hat{K}_k$
   $\eta_{j+1} \rightarrow \gamma$
   $j+1 \rightarrow j$
   Else
   $\hat{K}_{k-1} \rightarrow \hat{K}_k$
   END
4. Go to 2

در الگوریتم ۴ $\{n_j\}$ دنباله‌ای است که تابع هزینه با آن مقایسه می‌شود. این دنباله باید صعودی بوده و دارای ویژگی زیر باشد:

$$\lim_{j\rightarrow\infty} n_j = \infty \qquad (۷)$$

ایده این روش، همان‌طور که نویسنده نیز ذکر کرده، از مرجع [۱۹] آمده که در آن از جایگذاری کنترل‌کننده‌ها پشت سر هم استفاده می‌شود. مشکل اصلی الگوریتم خود ابطال‌پذیری در تعیین دنباله $\{n_j\}$ است.

الگوریتم LICLA از الگوریتم قبلی هوشمندتر عمل کرده و در جایگزینی کنترل‌کننده بعدی از کمینه سایر توابع هزینه استفاده می‌کند. در واقع این الگوریتم ترکیبی از کارهای قبلی سافانوف با الگوریتم ICLA است.

الگوریتم ۵-LICLA

1. $Let\ \eta_0 > 0, \Delta\eta > 0, \eta_0 \rightarrow \gamma, 0 \rightarrow k,\ \{K^1, .., K^N\} \rightarrow \mathbb{K}$
2. $k+1 \rightarrow k\ collect\ r, u, y, update\ \tilde{r}_k^i, V$
3. $If\ \ V(\hat{K}_{k-1}, u_k, y_k, k) > \gamma$
   $\mathbb{K} \backslash \hat{K}_{k-1} \rightarrow \mathbb{K}$
   $If\ \mathbb{K} = \emptyset$
   $\{K^1, .., K^N\} \rightarrow \mathbb{K}$
   END
   $arg\ min\ V(K, u_k, y_k, k) \rightarrow \hat{K}_k\ , \gamma + \Delta\eta \rightarrow \gamma$
   $Else$
   $\hat{K}_{k-1} \rightarrow \hat{K}_k$
   END
4. Go to 2

[1] Threshold Hysteresis Algorithm
[2] Scale-Independent Hysteresis Algorithm
[3] Self-Falsification
[4] Inter-Falsification
[5] Increasing Cost Level Algorithm
[6] Linear Increasing Cost Level Algorithm

با شبیه‌سازی نشان داده شده که خود ابطال‌پذیری احتمال و شدت وقوع پدیده DAL را کاهش می‌دهد.

۳- کنترل تطبیقی ابطال‌ناپذیر مدل چندگانه

روش MMUAC در سال ۲۰۱۰ توسط Baldi در [۵] معرفی شده است. در این روش هم از مدل برای سیستم و هم از الگوریتم ابطال‌پذیری برای کنترل‌کننده‌ها استفاده کرده است. در رویکرد MMUAC نشان داده شده وقتی که اطلاعات اولیه‌ای در مورد نامعینی وجود داشته باشد، پاسخ گذرای بهتری نسبت به کنترل تطبیقی ابطال‌ناپذیر دارد. در این روش برای سیستم خطی نامعین چندین مدل نامی در نظر گرفته می‌شود. برای مدل‌های نامی کنترل‌کننده خطی طراحی می‌شود که ضمن پایداری عملکرد مطلوب را داشته باشد. با همان ساختار کنترل نظارتی شکل (۱) کنترل تطبیقی کلیدزنی طبق رابطه زیر توصیف می‌شود.

$$\begin{aligned} y_k &= P(u_k)(k) \\ u_k &= K^{\sigma_k}(r_k - y_k)(k) \end{aligned} \qquad (۸)$$

که در آن $k \in \mathbb{Z}_+$ و $P: u_k \to y_k$ سیستم نامعین غیرخطی است. بالانویس σ_k مشخص می‌کند که کدام کنترل‌کننده در زمان k در حلقه کنترلی سیستم قرار می‌گیرد. معادله سیستم خطی را به‌صورت زیر در نظر بگیرید.

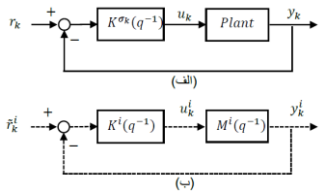
$$P: A(q^{-1})y_k = B(q^{-1})u_k \qquad (۹)$$

در این معادله y_k خروجی سیستم، u_k ورودی سیستم است. A, B نسبت به هم اول و q^{-1} اپراتور یک واحد تأخیر است. M^i مدل‌های نامی و K^i کنترل‌کننده متناظر آن‌ها است که عملکرد مطلوب را دارند. به این ترتیب حلقه‌های کاندید کنترلی با M_i ها و C_i ها مطابق شکل (۳) هستند.

$$\begin{aligned} &\text{Models} \quad A^i(q^{-1})y_k = B^i(q^{-1})u_k \\ &\text{Controllers} \quad K^i(q^{-1}) = S^i(q^{-1})/R^i(q^{-1}) \end{aligned} \qquad (۱۰)$$

هدف این است که $K^{\sigma(\cdot)}$ طوری انتخاب شود که رفتار سیستم حلقه بسته با کنترل‌کننده $K^{\sigma(\cdot)}$ شبیه یکی از حلقه‌های کاندید کنترلی شود. در واقع رفتار ایده ال ناظر کلیدزن برای سیستم نامعین که با مجموعه P نشان داده شده است، آن است که σ ویژگی‌های زیر را به همراه داشته باشد:

- سیستم حلقه بسته با کنترل‌کننده $K^{\sigma(\cdot)}$ پایدار باشد.
- رفتار سیستم حلقه بسته با کنترل‌کننده $K^{\sigma(\cdot)}$ و ورودی r شبیه یکی از حلقه‌های کاندید کنترلی با ورودی $\tilde{r}^i$ باشد.



شکل۳: (الف)سیستم حلقه بسته و (ب) حلقه های کاندید کنترلی

اگر $V(K^\sigma)$ تابع هزینه باشد، فرض‌های زیر را برای سیستم حلقه بسته با کنترل‌کننده $K^{\sigma(\cdot)}$ نظر بگیرید:

- برای هر i ، σ ، $V(K^i, y_k, u_k, k)$ حد داشته باشد حتی در بی‌نهایت $k \to \infty$.
- برای هر σ ، μ وجود دارد به‌طوری‌که V^μ محدود باشد.

این فرض‌ها با توجه به آشکارپذیری تابع هزینه در نظرگرفته شده است.

مرجع [۸] با ارزیابی توابع هزینه مختلف برای MMUAC، رابطه (۱۱) را به‌عنوان تابع هزینه برتر انتخاب کرده است. در حالتی که اغتشاشی وجود نداشته باشد، صورت تابع هزینه رابطه (۱۱) با کوچک شدن فاصله P, M کاهش پیدا می‌کند. با کوچک شدن فاصله میان $A - A_i$ و $B - B_i$ تابع هزینه به صفر میل می‌کند که به این پدیده تطابق مدل و سیستم ([۲۲] و [۲۳]) گویند. نرمال‌سازی فوق با y_k^i و u_k^i به این دلیل است که در وجود نامعینی زیاد در سیستم، تابع هزینه متفاوتی با توجه به هر ورودی خواهیم داشت. برای هر کنترل‌کننده سیگنال ورودی مرجع مجازی را حساب کرده، سپس برای مدل آن y_k^i و u_k^i را محاسبه می‌کنیم.

$$V(K^i, y_k, u_k, k) = \max_{\varkappa \le k} \frac{\left(\| y - y^i \|_\varkappa^2 + \| u - u^i \|_\varkappa^2\right)^{1/2}}{(\|y^i\|_\varkappa^2 + \| u^i \|_\varkappa^2)^{1/2} + \epsilon} \qquad (۱۱)$$

بدین ترتیب الگوریتم کنترل پیش‌بین ابطال‌ناپذیر مدل چندگانه به‌صورت زیر خلاصه می‌شود:

الگوریتم ۶-MMUAC

۱- محاسبه سیگنال مرجع مجازی.

۲- محاسبه u_k^i و y_k^i ها.

۳- محاسبه توابع هزینه.

۴- کلیدزنی بر اساس منطق هیسترزیس (الگوریتم۱).

۴- کنترل پیش‌بین ابطال‌ناپذیر مدل چندگانه

در این بخش کلیدزنی میان چند کنترل پیش‌بین با ناظر ابطال‌ناپذیر مطابق شکل (۴) ارائه می‌شود. استفاده از مدل‌های متعدد برای سیستم و در نتیجه کنترل پیش‌بین متعدد این قابلیت را ایجاد می‌کند که برای نواحی مختلف کاری و یا سیستم با نامعینی وسیع کنترل‌کننده با عملکرد مطلوب طراحی شود. از همان مدل‌هایی که در کنترل پیش‌بین به کار

رفته است در ناظر کنترل ابطال‌ناپذیر مدل چندگانه نیز استفاده می‌شود. تابع هزینه کنترل پیش‌بین تعمیم‌یافته به‌صورت رابطه زیر بیان می‌شود.

$$J = \min_{u_k} \sum_{k=N_1}^{N_2} (y_k - w_k) + \lambda \sum_{k=1}^{N_u} \Delta u_k \qquad (۱۲)$$

که در آن y_k ، w_k و u_k به ترتیب خروجی، ورودی مرجع و سیگنال کنترل است. پارامترهای N_1 ، N_2 ، N_u و λ به ترتیب حد پایین افق پیش‌بینی، حد بالای افق پیش‌بینی، افق کنترل و ضریب وزنی و $\Delta = 1 - q^{-1}$ در نظر گرفته می‌شود. معمولاً حد پایین افق پیش‌بینی برابر تأخیر و حد بالا در بازه زمان نشت انتخاب می‌شود. وجود انتگرال گیر باعث ردیابی ورودی پله و همچنین حذف اغتشاش پله می‌شود. در مرجع [۲۲] با استفاده از مدل سیستم نشان داده شده است که رابطه (۱۳) برقرار است.

$$Y = G\,U + f$$
$$Y = \begin{bmatrix} \hat{y}_{k+d+1|k} \\ \hat{y}_{k+d+2|k} \\ \cdots \\ \hat{y}_{k+d+N_p|k} \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} \Delta u_k \\ \Delta u_{k+1} \\ \cdots \\ \Delta u_{k+N_u-1} \end{bmatrix} \qquad (۱۳)$$

در این رابطه ماتریس G را می‌توان از پاسخ پله سیستم حلقه باز و یا روابط بازگشتی موجود در مرجع [۲۲] از روی مدل سیستم محاسبه کرد. همچنین f پاسخ آزاد سیستم است و با استفاده از روابط بازگشتی مرجع [۲۲] محاسبه می‌شود. با جایگذاری این رابطه در تابع هزینه بهینه‌سازی زیر به دست می‌آید.

$$J = \min_{U} \frac{1}{2}\, U^T H\, U + b^T\, U + f_0 \qquad (۱۴)$$

که در آن پارامترها به‌صورت رابطه (۱۵) بیان می‌شود. برای جزییات روابط به مرجع [۲۲] مراجعه کنید.

$$\begin{aligned} &H = 2(G^T G + \lambda\, I) \qquad , b^T = 2(f - W)^T G \\ &f_0 = (f - W)^T (f - W) \\ &W = [w_{k+d+1|k}, \quad w_{k+d+2|k}, \quad \cdots, \quad w_{k+d+N_p|k}]^T \end{aligned} \qquad (۱۵)$$

حل این مسئله در حالتی که قید فعال نباشد به‌صورت تحلیلی امکان‌پذیر است.

$$U = (\,G^T G + \lambda\, I\,)^{-1} G^T (W - f) \qquad (۱۶)$$

طبق قاعده RHC[1] فقط اولین u به دست آمده طبق رابطه (۱۷) به سیستم اعمال می‌شود.

$$R(q^{-1})\Delta u_k = T(q^{-1}) w_k - S(q^{-1}) y_k \qquad (۱۷)$$

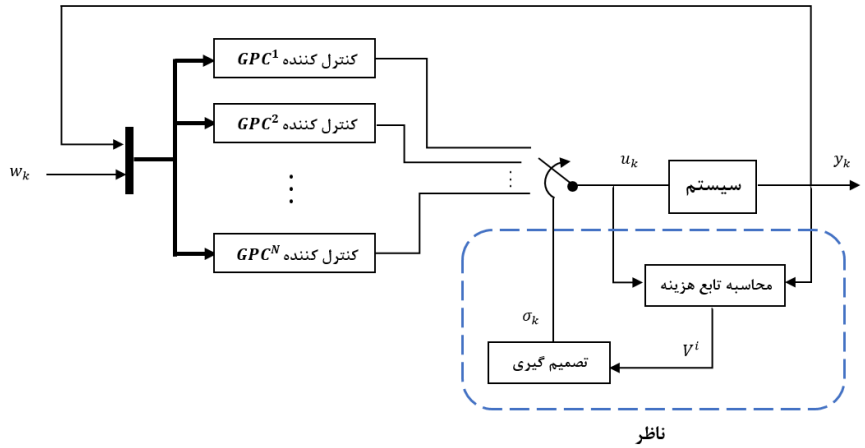
چند جمله‌ای های S،T و R در رابطه (۱۷) بطور مستقیم از رابطه (۱۶) برای اولین سیگنال کنترلی محاسبه می‌شود. برای حل مسئله کنترل پیش‌بین ابطال‌ناپذیر مدل چندگانه فرض فعال نبودن قید در نظر گفته می‌شود. برای هر GPC می‌توان R^i $i = 1, \dots, N$ ، T^i و S^i را محاسبه کرد.

۴-۱- سیگنال مجازی مرجع در MMUGPC

در این بخش سیگنال مجازی مرجع برای MMUGPC تعیین می‌شود. مطابق تعریف ۵ و همانند رابطه (۴) می‌توان سیگنال مجازی مرجع را برای MMUGPC به دست آورد. با استفاده از رابطه (۱۷) برای هر کنترل‌کننده GPC سیگنال مجازی مرجع به‌صورت قابل محاسبه است.

$$\tilde{r}_k^i = \frac{R^i\,(q^{-1})}{T^i(q^{-1})}\,\Delta u_k + \frac{S^i(q^{-1})}{T^i(q^{-1})} y_k \qquad (۱۸)$$

حال با این ورودی مرجع به محاسبه حلقه‌های کاندید کنترلی در رابطه (۱۹) پرداخته شده است. با توجه به این روابط دیده می‌شود که سیگنال مجازی مرجع قابل حذف از معادلات است و می‌توان y_k^i و u_k^i را به‌طور مستقیم از y و u مطابق رابطه (۲۰) محاسبه کرد.



شکل ۴: ساختار کنترل پیش‌بین ابطال‌ناپذیر مدل چندگانه

[1] Receding Horizon Control

$$u_k^i = \frac{T^i(q^{-1})}{R^i(q^{-1})\Delta}\,\tilde{r}_k^i - \frac{S^i(q^{-1})}{R^i(q^{-1})\Delta}\,y_k^i$$
$$y_k^i = \frac{B^i(q^{-1})}{A^i(q^{-1})}u_k^i \qquad (۱۹)$$
$$\tilde{r}_k^i = \frac{A^i(q^{-1})R^i(q^{-1})\Delta + B^i(q^{-1})S^i(q^{-1})}{A^i(q^{-1})T^i(q^{-1})}u_k^i$$

$$\left(A^i(q^{-1})R^i(q^{-1})\Delta + B^i(q^{-1})S^i(q^{-1})\right)u_k^i =$$
$$= A^i(q^{-1})R^i(q^{-1})\Delta\, u_k + A^i(q^{-1})S^i(q^{-1})\, y_k \qquad (۲۰)$$
$$\left(A^i(q^{-1})R^i(q^{-1})\Delta + B^i(q^{-1})S^i(q^{-1})\right)\, y_k^i =$$
$$= B^i(q^{-1})R^i(q^{-1})\Delta\, u_k + B^i(q^{-1})S^i(q^{-1})\, y_k$$

به این ترتیب با توجه به این رابطه الگوریتم پیشنهادی برای MMUGPC به‌صورت الگوریتم ۷ خلاصه می‌شود.

الگوریتم ۷–MMUGPC

1. $Let\ t = 0, k = 0, \hat{K}_0 = K_0\ and\ choose\ h > 0$
2. $k + 1 \to k$
3. Collect u_k , y_k and update u_k^i , y_k^i eq. (20)
4. Calculate $V(K^i)$ eq. (11)
   $If\ \ V(\hat{K}_{k-1}, u_k, y_k, k) > \min_K V(K, u_k, y_k, k) + h$
   $\arg\min_K V(K, u_k, y_k, k) \to \hat{K}_k$
   $Else$
   $\hat{K}_{k-1} \to \hat{K}_k$
   END
5. Go to 2.

در ادامه قضیه‌ای برای اثبات پایداری الگوریتم ۷ ارائه می‌شود.

قضیه– برای سیستم با رابطه (۹) تحت کنترل پیش‌بین ابطال‌ناپذیر مدل چندگانه با تابع هزینه (۱۱) و رابطه (۲۰) به شرط پایداری تمام حلقه‌های کاندید کنترلی و وجود کنترل‌کننده پایدارساز در هر زمان، گزاره‌های زیر برقرار است:

- کلیدزنی در زمان محدود متوقف می‌شود.
- پایداری سیستم حلقه بسته ابطال‌ناپذیر است.
- زمان k_0 وجود دارد به‌طوری که بعد از آن هیچ کنترل‌کننده ناپایدارساز وارد حلقه نمی‌شود. همچنین اگر h به اندازه کافی بزرگ انتخاب شود هر کنترل‌کننده حداکثر یک‌بار در حلقه وارد می‌شود و اگر کنترل‌کننده پایدارساز انتخاب شود، در حلقه می‌ماند.

اثبات– اثبات پایداری در اینجا مشابه [۵] و [۸] است. اساس اثبات بر این است که کلیدزنی در زمان محدود متوقف شده و آخرین کنترل‌کننده پایدارساز است. وجود یک کنترل‌کننده پایدارساز و شرط آشکارپذیری تابع هزینه باعث می‌شود که آخرین کنترل‌کننده پایدارساز و تابع هزینه آن محدود باشد. رابطه (۲۰) را می‌توان به‌صورت زیر هم نمایش داد:

$$\begin{pmatrix} u_k^i \\ y_k^i \end{pmatrix} = \frac{1}{A^iR^i\Delta + B^iS^i}\begin{bmatrix} A^iR^i\Delta & A^iS^i\Delta \\ B^iR^i & B^iS^i \end{bmatrix}\begin{pmatrix} u_k \\ y_k \end{pmatrix} \qquad (۲۱)$$

با در نظر گرفتن رابطه (۲۲) تابع هزینه به‌صورت رابطه (۲۳) قابل نمایش است.

$$\mathcal{H}^i = \frac{1}{A^iR^i\Delta + B^iS^i}\begin{bmatrix} A^iR^i\Delta & A^iS^i\Delta \\ B^iR^i & B^iS^i \end{bmatrix} \qquad (۲۲)$$

$$V(K^i) = \max_k \frac{\left\|(I - \mathcal{H}^i)\begin{pmatrix} u_k \\ y_k \end{pmatrix}\right\|}{\left\|\mathcal{H}^i\begin{pmatrix} u_k \\ y_k \end{pmatrix}\right\| + \epsilon} \qquad (۲۳)$$

به این ترتیب β ای وجود دارد که در رابطه زیر صدق می‌کند.

$$\left\|\begin{pmatrix} u_k \\ y_k \end{pmatrix}\right\| - \left\|\begin{pmatrix} u_k^i \\ y_k^i \end{pmatrix}\right\| \le \left\|\begin{pmatrix} u_k - u_k^i \\ y_k - y_k^i \end{pmatrix}\right\|$$
$$\le \beta\left(\left\|\begin{pmatrix} u_k^i \\ y_k^i \end{pmatrix}\right\| + \|\tilde{r}_k^i\|\right) \qquad (۲۴)$$

با ساده‌سازی به پایداری ورودی خروجی می‌رسیم.

$$\left\|\begin{pmatrix} u_k \\ y_k \end{pmatrix}\right\| \le (\beta + 1)\left\|\begin{pmatrix} u_k^i \\ y_k^i \end{pmatrix}\right\| + \beta\|\tilde{r}_k^i\| \qquad (۲۵)$$

همچنین حد بالای تعداد کلیدزنی N_{ul} از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$N_{ul} \le N\left\lceil\frac{\beta}{h}\right\rceil \qquad (۲۶)$$

به این ترتیب اثبات قضیه کامل می‌گردد.□

۵- نتایج شبیه‌سازی

در این قسمت در مثال ۱ برای یک سیستم ناپایدار با تأخیر نامعین و در مثال ۲ برای سیستم راکتور تانک همزن پیوسته(CSTR)[1] کنترل نظارتی پیش‌بین ابطال‌ناپذیر مدل چندگانه طراحی شده است.

مثال ۱: فرض کنید سیستمی نامعین با رابطه زیر داریم:

$$G = \frac{e^{-(0.95+\delta)s}}{s-2} \qquad |\delta| \le 0.05$$

برای این سیستم نامعین، سه مدل نامی به‌صورت زیر انتخاب می‌شود:

$$G_1 = \frac{e^{-0.9s}}{s-2}, \qquad G_2 = \frac{e^{-0.95s}}{s-2}, \qquad G_3 = \frac{e^{-s}}{s-2}$$

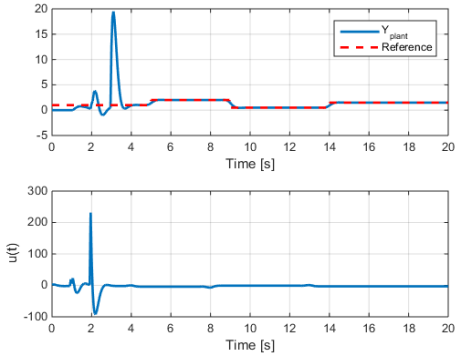
پارامترهای GPC برای هر سه مدل به‌صورت جدول ۱ انتخاب می‌شود.

[1] Continuous stirred-tank reactor

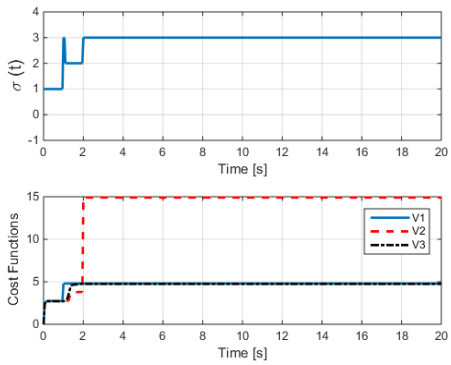
برای شبیه‌سازی اگر سیستم را همان G_3 و یا $\delta = 0.05$ قرار دهیم، بنابراین GPC^3 برای این سیستم پایدارساز ولی GPC^1 و GPC^2 ناپایدارساز است. همچنین فرض می‌کنیم در ابتدا GPC^1 در حلقه قرار بگیرد. ابتدا نتایج برای الگوریتم UAC و سپس برای الگوریتم پیشنهادی ارائه می‌شود. پارامترهای UAC و MMUGPC مطابق جدول ۱ انتخاب می‌شود. پاسخ سیستم به ورودی پله‌ای به‌صورت شکل (۵) و (۷) است. توجه کنید که در شبیه‌سازی فرض شده است که آینده سیگنال مرجع در دسترس نیست بنابراین در خروجی تأخیر سیستم دیده می‌شود. خروجی و سیگنال کنترلی در شکل (۵) و (۷) و سیگنال کلیدزنی و توابع هزینه مربوط به هر کنترل‌کننده در شکل (۶) و(۸) نشان داده شده است. با مقایسه MMUGPC و UAC مشخص است که روش پیشنهادی عملکرد بهتری دارد. در الگوریتم UAC بدلیل اینکه کنترل‌کننده پایدار ساز دیرتر در حلقه قرار می‌گیرد، سیگنال کنترل و خروجی به نسبت بزرگتر هستند.

جدول ۱- پارامترهای MMUGPC و UAC برای مثال ۱

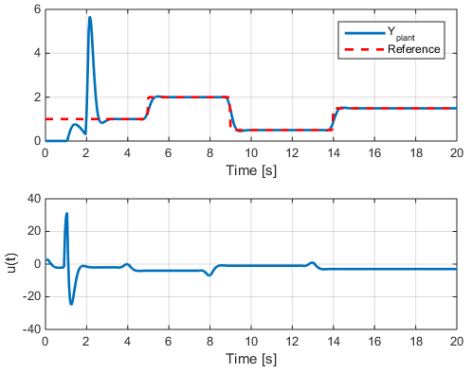
پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
T_s	۰/۰۵ ثانیه	N_1	تأخیر
λ	۰/۱	N_2	۳۰
h	۰/۱	N_u	۳۰
ϵ	۰/۱		



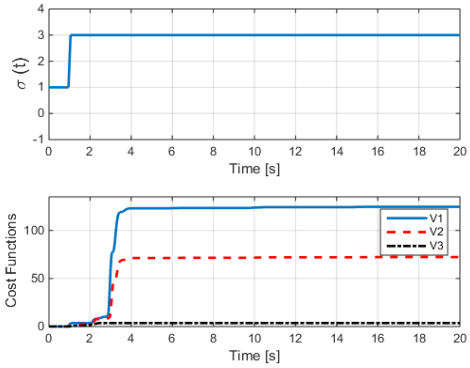
شکل ۵: خروجی و سیگنال کنترل برای UAC



شکل ۶: سیگنال کلیدزنی و توابع هزینه برای UAC



شکل ۷: خروجی و سیگنال کنترل برای MMUGPC



شکل ۸: سیگنال کلیدزنی و توابع هزینه برای MMUGPC

در الگوریتم MMUGPC در شکل (۸) در ابتدا توابع هزینه نزدیک به یکدیگر هستند ولی به محض اینکه تابع هزینه اول به اندازه h از سومی بزرگ‌تر شده است، کنترل‌کننده سوم در حلقه قرار گرفته است. تقریباً ۱ ثانیه کنترل‌کننده ناپایدار ساز GPC^1 در حلقه می‌ماند و سپس ناظر کنترل‌کننده پایدارساز GPC^3 را انتخاب می‌کند.

مثال۲: CSTR یک سیستم پرکاربرد در صنعت است. این سیستم سه ورودی دو خروجی دارد که مدل دینامیکی غیرخطی آن در مرجع [۲۳] مطابق زیر در نظر گرفته شده است.

$$\dot{C}_A = \frac{F}{V} \times (C_{Ai} - C_A) - k_0 \times e^{-\frac{E}{RT}} \times C_A$$

$$\dot{T} = \frac{F}{V} \times (T_F - T) - \left(\frac{H}{HD}\right) \times k_0 \times e^{-\frac{E}{RT}} \times C_A - \left(\frac{HA}{HD \times V}\right) \times \times (T - T_C)$$

که در آن C_{Ai}، T_F، T_c و C_A و T به ترتیب غلظت ماده ورودی، دمای ماده ورودی، دمای ماده سردکننده، غلظت ماده خروجی و دمای ماده خروجی است. بقیه پارامترها و ثابت‌ها در جدول ۲ معرفی شده‌اند. C_{Ai}، T_F و T_c ورودی‌ها و C_A و T خروجی های این سیستم هستند. در اینجا برای سادگی، ورودی‌های C_{Ai} و T_F ثابت و به ترتیب برابر ۱۰ و ۲۹۸ در نظر گرفته شده و سیستم از ورودی T_c به خروجی T کنترل می‌شود و کنترلی برای C_A بصورت جداگانه نداریم. برای طراحی کنترل کننده پیش بین تعمیم یافته دو مدل خطی در دونقطه کار متفاوت برای این سیستم در نظر گرفته و سپس برای این مدل‌های خطی GPC طراحی می-

کنیم. نقطه کار اول ($y = ۲۹۰, u = ۲۴۷/۷۵$) و نقطه کار دیگر ($y = ۳۱۰, u = ۲۹۶/۷$) معرفی می‌شود. مدل خطی سیستم در این دو نقطه کار بصورت زیر در نظر گرفته می‌شود

$$M_1 = \frac{0.29169}{13.765\,s + 1}, \qquad M_2(s) = \frac{0.61061}{21.937\,s + 1}$$

مطابق جدول ۳ برای این دو نقطه کار دو GPC طراحی می‌شود. برای اعمال هر دو GPC بروی سیستم غیرخطی کنترل‌کننده‌ها برای نقاط کاری مربوطه بایاس می‌شوند. در شبیه‌سازی خروجی مطابق شکل ۹ و تابع هزینه و سیگنال کلیدزنی مطابق شکل ۱۰ است. ابتدا ورودی مرجع برابر ۲۹۰ و بعد از ۱۵۰۰ ثانیه ورودی مرجع به ۳۰۰ تغییر می‌کند. در نیمه اول شبیه‌سازی کنترل‌کننده اول و در نیمه دوم کنترل‌کننده دوم عملکرد مناسبی دارد. در شبیه‌سازی MMUGPC در ثانیه‌های اولیه به‌درستی کنترل‌کننده اول انتخاب شده و تا ۱۷۷۰ ثانیه در حلقه می‌ماند. وقتی ورودی مرجع به ۳۱۰ تغییر می‌کند ۲۷۰ ثانیه طول می‌کشد تا کنترل‌کننده دوم انتخاب شود. به‌محض اینکه کنترل‌کننده اول در قسمت دوم از خود حالت ناپایداری نشان می‌دهد یا به بیانی تابع هزینه کنترل‌کننده اول از دومی بزرگ‌تر می‌شود، این کنترل‌کننده کنار گذاشته شده و دیگری جایگزین می‌شود.

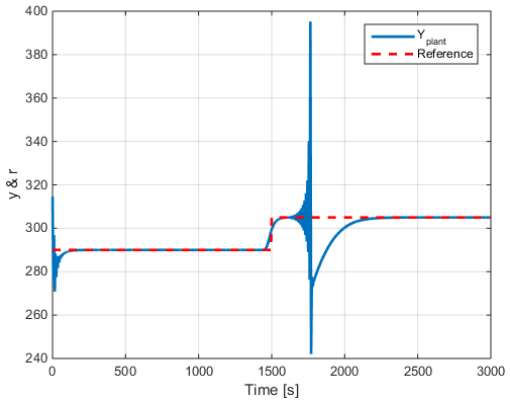
۸- نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این مقاله نخست سیستم‌های کنترل تطبیقی ابطال‌ناپذیر بررسی و نقد شده‌اند. سپس کنترل تطبیقی ابطال‌ناپذیر مدل چندگانه تشریح شده است. ایده اصلی در کنترل ابطال‌ناپذیر تشخیص کنترل‌کننده‌های ناپایدارساز تنها با داده‌ی ورودی خروجی از سیستم است. این روش‌ها از جمله روش‌های کنترل تطبیقی مقاوم ناوابسته به مدل سیستم هستند. تنها شرط اجرای الگوریتم‌ها وجود یک کنترل‌کننده پایدارساز در مخزن کنترلی است که پیش‌تر طراحی شده است. اثبات پایداری این روش‌ها موجود است و نیاز به مدل‌سازی‌های متداول ندارد.

در این مقاله، کنترل پیش‌بین ابطال‌ناپذیر مدل چندگانه برای نخستین بار پیشنهاد شده است که ترکیبی از مزایای کنترل تطبیقی ابطال‌ناپذیر و کنترل پیش‌بین را دارد. در این روش از کنترل پیش‌بین تعمیم‌یافته همراه کنترل ابطال‌ناپذیر مدل چندگانه استفاده شده است. کنترل پیش‌بین در حالتی که قید فعال نیست در نظر گرفته شده است و حالت مقید آن از زمینه‌های پژوهشی آینده است. با عملیات جبری نشان داده شد که در ساختار معرفی شده نیازی به محاسبه سیگنال مجازی مرجع نیست. در واقع روابط مستقیم میان ورودی-خروجی سیستم و تابع هزینه استخراج شده است. سرانجام عملکرد مناسب روش پیشنهادی با اجرای شبیه‌سازی نشان داده شده است.

جدول ۳- پارامترهای MMUGPC برای CSTR

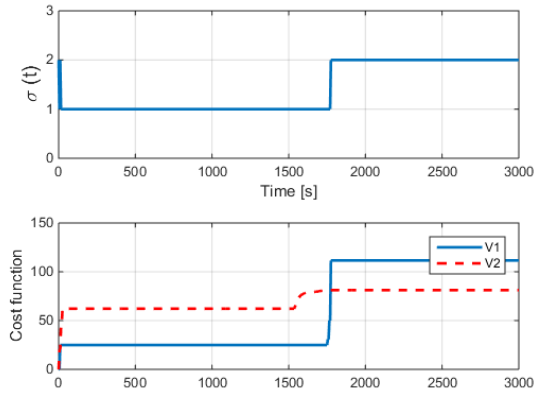
پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
T_s	۵ ثانیه	h	۰/۱
λ_{GPC1}	۱/۱	N_1	۱
λ_{GPC2}	۸	N_2	۱۰
ϵ	۰/۱	N_u	۱۰



شکل ۹: خروجی CSTR

جدول ۲- پارامترها و ثابت‌های CSTR

پارامتر	مقدار	توضیحات	واحد
F	۱	نرخ جریان حجم	$[m^3/h]$
V	۱	حجم راکتور	$[m^3]$
K_0	۳/۵×۱۰^۷	فاکتور غیرحرارتی نمایی	$[1/h]$
E	۱۱۸۵۰	انرژی فعال سازی	$[kcal/kgmol]$
R	۱/۹۸۵۸۹	ثابت بولتزمن گازها	$[kcal/(kgmol \times K)]$
H	-۵۹۶۰	گرمای واکنش	$[kcal/kgmol]$
HD	۴۸۰	ظرفیت گرمایی ضرب در چگالی	$[kcal/(m^3 \times K)]$
HA	۱۴۵	ضریب انتقال حرارت کلی ضرب در سطح	$[kcal/(K \times h)]$



شکل ۱۰: سیگنال کلیدزنی و توابع هزینه برای CSTR

مراجع

[1] K. Narendra and J. Balakrishnan, 1997, "Adaptive control using multiple models," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 42, no. 2, pp. 171–187.

[2] S. Fekri Asl, M. Athans and A. Pascoal, 2006, "Issues, progress and new results in robust adaptive control," International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, vol. 20, pp. 519–579.

[3] S. Baldi, P. A. Ioannou and E. B. Kosmatopoulos, 2012, "Adaptive mixing control with multiple estimators," International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, vol. 26, no. 8, pp. 800-820.

[4] M. Safonov and T. Tsao, 1997, "The unfalsified control concept and learning," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 42, no. 6, pp. 843–847.

[5] S. Baldi, G. Battistelli, E. Mosca and P. Tesi, 2010, "Multi-model unfalsified adaptive switching supervisory control," Automatica, vol. 46, no. 2, pp. 249–259.

[6] H. Jin, H. B. Siahaan, M. W. Chang and M. G. Safonov, 2014, "Improving the Transient Performance of Unfalsified Adaptive Control with Modified Hysteresis Algorithms," in IFAC, South Africa.

[7] K.S. Sajjanshetty, M.G. Safonov, 2014, "Unfalsified Adaptive Control: Multi-objective cost-detectable cost functions," in IEEE 53rd Annual Conference on Decision and Control (CDC), Los Angeles, USA.

[8] S. Baldi, G. Battistelli, E. Mosca and P. Tesi, 2011, "Multi-model unfalsified adaptive switching control: Test functionals for stability and performance.," International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, vol. 25, no. 7, pp. 593-612.

[9] G. Battistelli, E. Mosca and P. Tesi, 2014, "Adaptive memory in multi-model switching control of uncertain plants," Automatica, vol. 50, no. 3, pp. 874-882.

[10] G. Battistelli, D. Mari, D. Selvi, A. Tesi and P. Tesi, 2014, "Adaptive disturbance attenuation via logic-based switching," Systems & Control Letters, vol. 73, pp. 48-57.

[11] A.S. Morse, 1996, "Supervisory control of families of linear set-point controllers — Part I: exact matching," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 41, no. 10, pp. 1413–1431.

[12] R. Wang, A. Paul, M. Stefanovic and M. G. Safonov, 2007, “Cost detectability and stability of adaptive control systems,” International Journal of Robust Nonlinear Control, vol. 17, pp. 549–561.

[13] A.S. Morse, D. Mayne and G. Goodwin, 1992, "Applications of hysteresis switching in parameter adaptive control," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 37, no. 9, pp. 1343–1354.

[14] M. Stefanovic and M.G. Safonov, 2008, "Safe adaptive switching control: Stability and convergence," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 53, no. 9, pp. 2012-2021.

[15] B.D.O. Anderson and A. Dehghani, 2008, "Challenges of adaptive control–past, permanent and future," Annual reviews in control, vol. 32, no. 2, pp. 123-135.

[16] M. Chang and M. G. Safonov, 2008, "Unfalsified Adaptive Control: The Benefit of Bandpass Filters," in AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, Honolulu, USA.

[17] J. Hespanha, D. Liberzon and A.S. Morse, 2003, "Hysteresis-based switching algorithms for supervisory control of uncertain systems," Automatica, vol. 39, no. 2, pp. 263–272.

[18] H. Jin and M.G. Safonov, 2012, "Unfalsified adaptive control: Controller switching algorithms for nonmonotone cost functions," International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, vol. 26, no. 8, pp. 692-704.

[19] P. Rosa, J. S. Shamma, C. Silvestre and M. Athans, 2011, "Stability overlay for adaptive control laws," Automatica, vol. 47, no. 5, pp. 1007-1014.

[20] B.D.O. Anderson, T.S. Brinsmead, F. De Bruye, J.P. Hespanha, D. Liberzon and A.S. Morse, 2001, " Multiple model adaptive control, part 2: switching," International Journal of Robust and Nonlinear Control, vol. 11, no. 5, pp. 479–496.

[21] A.S. Morse, 1995, "Trends in control: a European perspective," in Control using logic-based switching, London, Springer, pp. 69–113.

[22] E. F. Camacho and C.B. Alba, 2013, Model predictive control, Springer Science & Business Media.

[23] D. E. Seborg, D. A. Mellichamp, T. F. Edgar, F. J. Doyle III, 2010, Process dynamics and control, John Wiley & Sons.

مجله کنترل
ISSN 2008-8345
جلد ۹، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۴، صفحه ۳۴-۲۵

آنالیز پایداری غیرخطی فیلتر شکاف دار وفقی چندتایی با استفاده از قضیه شبه پایداری لیاپانوفی و بهبود عملکرد آن در حضور اغتشاشات سینوسی

احمدرضا جناب زاده[۱]، طاهره بینازاده[۲]، بهروز صفری نژادیان[۳]

[۱] دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی شیراز، a.jenabzadeh@gmail.com

[۲] استادیار، دانشکدهٔ مهندسی برق و الکترونیک، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی شیراز، binazadeh@sutech.ac.ir

[۳] استادیار، دانشکدهٔ مهندسی برق و الکترونیک، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی شیراز، safarinejad@sutech.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۴/۱/۳۱، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۴/۵/۲۹)

چکیده: در این مقاله حالتهای مختلف پایداری فیلتر شکافدار وفقی چند تایی (MANF) بررسی می شوند. ساختار MANF از N زیر فیلتر موازی تشکیل شده است که هر زیر فیلتر پارامترهای یکی از مولفه‌های یک سیگنال شبه تناوبی شامل مجموع K سیگنال سینوسی را تخمین می‌زند. برای این ساختار سه حالت مختلف پایداری در حالتهای N=K، N>K و N<K وجود دارد که شامل پایداری نمایی در نقطه تعادل منفرد، شبه پایداری و کرانداری نهایی در حضور اغتشاش می باشد. در این مقاله از بین این حالتهای پایداری مذکور، دو حالت شبه پایداری و کرانداری نهایی در حضور اغتشاش مورد بررسی بیشتری قرار گرفته است و ضمن معرفی MANF، یک روش جدید برای اثبات شبه پایداری بر اساس تعریف تابع لیاپانوف ارائه شده است. همچنین برای حالت کرانداری نهایی در حضور اغتشاش با توجه به اینکه فرکانس تخمینی زیر فیلترها دارای بایاس هستند یک فرم کلی برای تعیین فرکانس تخمینی زیر فیلترها بدست آمده است. علاوه بر آن به منظور حذف این بایاس یک روش مبتنی بر استفاده از توابع پنجره مستطیلی در MANF ارائه شده است. شبیه سازیهای صورت گرفته نشان می‌دهند که استفاده از تابع پنجره مستطیلی عملکرد MANF را ارتقا می بخشد.

کلمات کلیدی: تخمین فرکانس، فیلتر شکاف‌دار وفقی، شبه پایداری، کرانداری نهایی، اغتشاش سینوسی.

Nonlinear Stability Analysis of Multiple Adaptive Notch Filter with Semistability Lyapunov Theorem and Performance Improvement in the Presence of Sinusoidal Disturbances

Ahmadreza Jenabzadeh, Tahereh Binazadeh, Behrooz Safarinejadian

Abstract: In this paper, different cases of the stability of Multiple Adaptive Notch Filter (MANF) are studied. The structure of MANF is composed of N parallel subfilters. Each subfilter estimates the parameters of one the components of quasi periodic signals including the sum of N periodic signals. For this structure, there are three different cases of stability for N=K, N>K and N<K, which include the exponential stability in the isolated equilibrium point, the semistability and the ultimate boundedness in the presence of disturbance. Among these cases, the second and the third cases are analyzed more specifically in this paper and therefore in this paper, in addition to the presentation of MANF, a new approach is proposed to prove the semistability based on the Lyapunov function definition. Also, according to the fact that the estimated frequency of subfilters includes a bias, a general form is obtained to determine the estimated frequency of subfilters in the case of the ultimate boundedness under disturbance. Additionally, in order to cancel this bias, a method is proposed based on the use of rectangular window functions in MANF. Simulations are carried out to demonstrate that using the rectangular window enhances the ANF performance.

Keywords: Frequency Estimation, Adaptive Notch Filter, Semistability, Ultimate Boundedness, Sinusoidal Disturbance.

۱- مقدمه

تخمین فرکانس یکی از مسائل اساسی در تئوری سیستمها و پردازش سیگنال است و کاربردهایی در زمینه‌های مختلف مهندسی برق مانند کنترل و شناسایی سیستمها، مهندسی پزشکی، کنترل و حفاظت سیستمهای قدرت، مخابرات و رادار دارد [۶-۱]. در یک دهه اخیر یک الگوریتم تخمین فرکانس مبتنی بر فیلتر شکاف دار وفقی[1] (ANF) مورد توجه محققان قرار گرفته است. یکی از ساختارهای ANF، ANF پیوسته در زمانی است که ابتدا در [۷] پیشنهاد شد. سپس، [۸] همگرایی سراسری این ANF را با انجام اصلاحاتی بر روی آن تأمین و اثبات نمود. همچنین [۹] عملکرد این ANF را بهبود بخشیده و پایداری آن را در حضور نویز و مؤلفه‌های هارمونیکی سیگنال سینوسی مورد بررسی قرار داده است. در ادامه با استفاده از ANF ارائه شده در [۹]، مرجع [۱۰] یک فیلتر شکاف دار وفقی چند تایی[2]، MANF، معرفی کرد که از N زیر فیلتر موازی تشکیل شده بود. هر زیر فیلتر پارامترهای یکی از مولفه-های یک سیگنال شبه تناوبی شامل مجموع K سیگنال سینوسی را تخمین می‌زد. در این مرجع تنها حالتی در نظر گرفته شده بود که تعداد زیر فیلترها با تعداد مؤلفه‌های سینوسی سیگنال ورودی برابر باشد، N=K. در این حالت مقادیر ویژه سیستم خطی شده MANF در سمت چپ محور موهومی است. در نتیجه فرکانسهای سیگنال شبه تناوبی ورودی، نقاط تعادل پایدار مجانبی MANF هستند. قابل ذکر است MANF معرفی شده در مرجع [۱۰] توانایی تجزیه سیگنال شبه تناوبی به مؤلفه‌های تشکیل دهنده آن و تخمین دامنه سیگنالهای سینوسی را نیز دارا می‌باشد.

همانطور که در پاراگراف قبل بیان شد مرجع [۱۰] تنها حالت N=K را در نظر گرفته و پایداری مربوط به این حالت را بررسی کرده است. در حالی که برای MANF سه حالت مختلف N=K، N>K و N<K می-توان در نظر گرفت. مرجع [۱۱] این سه حالت مختلف را در نظر گرفته و پایداری مربوط به این حالات را تحلیل کرده است. در این مرجع حالت N > K زمانی در نظر گرفته شده که تعداد زیر فیلترها بیشتر از تعداد مؤلفه‌های سینوسی سیگنال شبه تناوبی ورودی است. در این حالت، ANF چندتایی دارای پیوستاری[3] از نقاط تعادل بوده و برای اثبات پایداری این نقاط تعادل از روش خطی سازی استفاده شده است. از آنجایی که تعدادی از مقادیر ویژه سیستم خطی شده MANF در سمت چپ محور موهومی و تعدادی از آنها صفر هستند در نتیجه با استفاده از قضیه خمینه مرکزی[4]، شبه پایداری[5] این نقاط تعادل اثبات می شود. در حالت N<K، مولفه های اضافه سیگنال ورودی نسبت به تعداد زیر فیلترها همانند سیگنال اغتشاش ورودی بر روی MANF عمل کرده و باعث می شوند فرکانسهای تخمینی دارای بایاس و واریانس شوند. در این حالت کرانداری نهایی مقادیر تخمینی در حضور اغتشاش مطرح می‌باشد [۱۱].

همانطور که ذکر شد در حالت N<K فرکانسهای تخمینی زیر فیلترها دارای یک بایاس و واریانس هستند. در واقع در ورودی فیلتر سیگنالهایی هستند که به عنوان اغتشاش عمل می‌کنند و عملکرد فیلتر را تحت تاثیر قرار می دهند. بدین منظور در ساختار زیر فیلتر های MANF باید اصلاحاتی صورت گیرد تا در مقابل این اغتشاشات عملکرد بهتری داشته باشد. این اصلاحات در مرجع [۱۳] (با استفاده از ایده مطرح شده در مرجع [۱۲]) به منظور بهبود عملکرد ANF در کاهش اثر هارمونیک ها صورت گرفته است. در واقع مرجع [۱۳] حالت خاصی از N<K را مورد بررسی قرار داده و یک راهکار برای کاهش اثر هارمونیکها بر روی فرکانس تخمینی زیر فیلتر ها معرفی کرده است. این راهکار استفاده از تابع پنجره در ANF است. پنجره استفاده شده در ANF پنجره مستطیلی بوده و در حلقه تخمین فرکانس به کار گرفته شده است.

با توجه به مطالب بیان شده، رویکرد مرجع [۱۱] در حالت N > K تحلیل پایداری MANF بر اساس خطی سازی سیستم و استفاده از قضیه خمینه مرکزی برای اثبات شبه پایداری است. همانطور که در مراجع علمی معتبر آمده است خطی سازی یک مدل تقریبی از سیستم ارائه می دهد و اطلاعات دقیق سیستم در آن لحاظ نمی شود. لذا با استفاده از مدل اصلی سیستم و قضیه شبه پایداری لیاپانوفی [۱۶] می‌توان تحلیل دقیقی از پایداری در حالت N > K داشت. همچنین در حالت N<K مرجع [۱۱] صرفا به تحلیل پایداری پرداخته است و هیچ گونه مطلبی در ارتباط با اینکه فرکانس های تخمینی به چه فرکانسی همگرا شده و چگونگی حذف بایاس بوجود آمده بر اثر اغتشاشات سینوسی ارائه نکرده است. درمورد رویکرد مرجع [۱۳] نیز قابل ذکر است گر چه این مرجع یک راهکار به منظور حذف بایاس فرکانس تخمینی زیر فیلتر ها در حضور سیگنالهای نامطلوب در حالت خاصی از N<K ارائه کرده اما بحثی در ارتباط با تحلیل پایداری MANF در این حالت و اینکه فرکانس تخمینی به چه فرکانسی همگرا می شود نداشته است. لذا بر اساس مطالب ذکر شده نوآوری این مقاله در تحلیل پایداری MANF موارد زیر است:

- اثبات شبه پایداری از روش مستقیم لیاپانوف و بر اساس تعریف تابع لیاپانوف در حالت N > K
- مشخص کردن ناحیه شبه پایداری در حالت N > K
- بررسی دقیق چگونگی همگرا شدن فرکانس تخمینی زیر فیلتر ها بر اساس مقدار اولیه آنها در حالت N > K
- ارائه یک فرمول کلی برای فرکانس تخمینی زیر فیلتر ها که دارای یک بایاس می باشند در حالت N<K
- معرفی یک روش به منظور حذف بایاس فرکانس تخمینی زیر فیلتر ها در حضور سیگنالهای نامطلوب (اغتشاشات سینوسی) در حالت N<K

[1] Adaptive Notch Filter (ANF)
[2] Multi Adaptive Notch Filter (MANF)
[3] Continuum
[4] Center Manifold
[5] Semistability

در این مقاله ابتدا در بخش ۲، ANF چندتایی معرفی و حالتهای پایداری آن مطابق مراجع [۱۰] و [۱۱] مرور خواهد شد. در ادامه در بخش ۳ در حالت N > K یک روش اثبات جدید برای شبه پایداری در پیوستاری از نقاط تعادل ارائه شده است. همچنین در حالت N<K ابتدا یک فرمول کلی برای فرکانس تخمینی زیر فیلترها بدست آمده و در ادامه یک روش به منظور حذف بایاس فرکانس تخمینی زیر فیلتر ها در حضور سیگنالهای نامطلوب (اغتشاشات سینوسی) معرفی خواهد شود. روش ارائه شده مبتنی بر استفاده از تابع پنجره در حلقه تخمین فرکانس زیر فیلترهای MANF است. در انتها در بخش ۴ با استفاده از شبیه سازی های کامپیوتری مباحث تئوری ارائه شده در بخش ۳ مورد ارزیابی قرار گرفته و عملکرد مطلوب MANF اصلاح شده در کاهش اثر اغتشاشات سینوسی نشان داده خواهد شود.

۲- فیلتر شکاف دار وفقی چند تایی

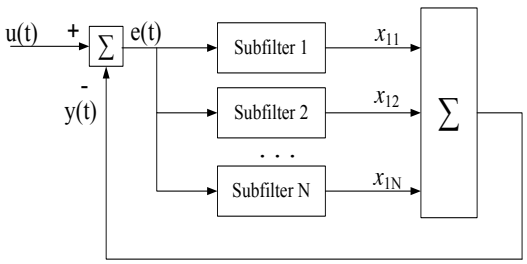
در این بخش ابتدا یک فیلتر شکاف دار وفقی چندتایی معرفی می-شود. در ادامه با استفاده از مفهوم وفقی شدن کند و قضیه میانگین گیری، فرکانس تخمینی از معادلات حالت سیستم جداسازی می شود. سپس حالتهای مختلف پایداری MANF مورد بررسی قرار می گیرد.

۲-۱ ساختار فیلتر شکاف دار وفقی چند تایی

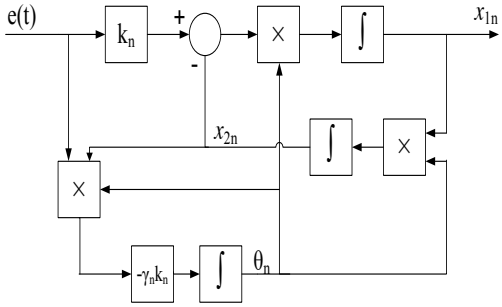
در بسیاری از موارد وقتی یک سیگنال خواص تناوبی از خود نشان می‌دهد می‌توان آن را با سیگنال شبه تناوبی (۱) مدل کرد.

$$u(t)=\sum_{i=1}^{K}U_i\sin(\omega_i t+\delta_i)=\sum_{i=1}^{K}u_i(t) \qquad (۱)$$

در این سیگنال فرکانسهای غیر صفر ω_i، دامنه‌های غیر صفر U_i و فازهای اولیه δ_i پارامترهای نامعلوم هستند. تخمین این پارامترهای نامعلوم بویژه تخمین فرکانسهای سیگنال شبه تناوبی از مسائل اساسی تئوری سیستمها و پردازش سیگنال می‌باشد که کاربردهای فراوانی در شاخه‌های مختلف مهندسی دارد. بنابراین ارائه یک الگوریتم که بتواند این پارامترهای نامعلوم را تخمین بزند همواره مورد توجه بوده است. یکی از این الگوریتمها فیلتر شکاف دار وفقی چندتایی است. این الگوریتم تعمیم منطقی فیلتر شکاف دار وفقی برای تخمین فرکانسهای سیگنال شبه تناوبی $u(t)$ است. این الگوریتم از N زیر فیلتر موازی تشکیل شده که



(a)



(b)

شکل ۱: (a) دیاگرام بلوکی فیلتر شکاف دار وفقی چند تایی. (b) جزئیات N امین زیر فیلتر

هر یک از این زیر فیلترها پارامترهای یکی از مؤلفه‌های سینوسی سیگنال $u(t)$ ، یعنی $u_i(t)$، را تخمین می‌زند و جمع خروجی همه زیر فیلترها سیگنال شبه تناوبی $u(t)$ است. معادلات حالت nامین زیر فیلتر عبارتست از :

$$\begin{cases}\dot{x}_{1n}=-\theta_n x_{2n}+k_n\theta_n e \quad n=1,2,\ldots,N\\ \dot{x}_{2n}=\theta_n x_{1n}\\ \dot{\theta}_n=-\gamma_n k_n\theta_n x_{2n}e\end{cases} \qquad (۲)$$

که در آن خطای سیستم برابر $e=u(t)-\sum_{n=1}^{N}x_{1n}$ است. همچنین θ_n ، $\gamma_n>0$ و $k_n>0$ به ترتیب فرکانس تخمینی، بهره وفقی شدن فرکانس و ضریب میرایی زیر فیلتر nام است. این ساختار بسیار شبیه به MANF ارائه شده در مرجع [۱۱] است با این تفاوت که به جای پارامتر μ_n در آن مرجع از عبارت $k_n\theta_n$ استفاده شده است. دیاگرام بلوکی MANF و جزئیات هر زیر فیلتر در شکل ۱ نشان داده شده است. در حالتی که N=K است، معادلات دیفرانسیل (۲) برای ورودی $u(t)$ با رابطه (۱) دارای مدار شبه تناوبی یکتای زیر است.

$$P(t)=\begin{bmatrix}P_1(t)\\P_2(t)\\ \cdot\\ \cdot\\ \cdot\\ P_N(t)\end{bmatrix}, \quad P_n(t)= \qquad (۳)$$

$$\begin{pmatrix}\bar{x}_{1n}\\ \bar{x}_{2n}\\ \bar{\theta}_n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}U_n\sin(\omega_n t+\delta_n)\\ -U_n\cos(\omega_n t+\delta_n)\\ \omega_n\end{pmatrix} \quad n=1,2,\ldots,N$$

در این مدار $\bar{x}_{1n}$ و $\bar{x}_{2n}$ متغیرهای حالت زیر فیلتر nام در حالت دائمی و زمانی است که $\bar{\theta}_n$ (فرکانس تخمینی) بر مقدار واقعی آن یعنی ω_n، منطبق است.

دو متغیر n امین زیر فیلتر یعنی x_{1n} و θ_n به ترتیب به تخمین مقادیر u_n و ω_n سیگنال $u(t)$ مربوط می‌شود. همچنین این فیلتر می-تواند دامنه مؤلفه‌های سینوسی سیگنال ورودی را تخمین بزند. طبق مدار

شبه تناوبی $P_n(t)$ تخمین دامنه هر زیر فیلتر با استفاده از فرمول $a_n = \sqrt{x_{1n}^2 + x_{2n}^2}$ انجام می‌شود.

به منظور تحلیل پایداری معادلات دینامیکی (۲) لازم است فرکانس تخمینی زیر فیلتر ها از متغیر های حالت جداسازی شود. بدین منظور از مفهوم منحنی انتگرال وفقی کند[1] استفاده می شود [۱۴]. بر این اساس فرکانس تخمینی زیر فیلترها (θ_n) را ثابت گرفته و پاسخ حالت دائمی متغیر های حالت n امین زیر فیلتر یعنی $\bar{x}_{1n}(t,\theta)$ و $\bar{x}_{2n}(t,\theta)$ برای ورودی (۱) به صورت زیر بدست می آید [۱۱].

$$\begin{aligned} \bar{x}_{1n}(t,\theta) &= \sum_{i=1}^{K} H_{1n}(\omega_i,\theta) U_i \sin\left(\omega_i t + \delta_i + \varphi(\omega_i,\theta)\right) \\ \bar{x}_{2n}(t,\theta) &= \sum_{i=1}^{K} H_{2n}(\omega_i,\theta) U_i \cos\left(\omega_i t + \delta_i + \varphi(\omega_i,\theta)\right) \end{aligned} \tag{۴}$$

در این معادلات ضرایب دامنه‌ها برابر است با

$$\begin{aligned} H_{1n}(\omega_i,\theta) &= \frac{k_n \theta_n \omega_i}{(\theta_n^2 - \omega_i^2)\sqrt{1 + L^2(\omega_i,\theta)}} \\ H_{2n}(\omega_i,\theta) &= \frac{k_n \theta_n^2}{(\theta_n^2 - \omega_i^2)\sqrt{1 + L^2(\omega_i,\theta)}} \end{aligned} \tag{۵}$$

همچنین در این معادلات فاز برابر با

$$\begin{aligned} \varphi(\omega_i,\theta) &= \frac{\pi}{2} - tag^{-1} L(\omega_i,\theta) \\ L(\omega_i,\theta) &= \sum_{n=1}^{N} \frac{k_n \theta_n \omega_i}{(\theta_n^2 - \omega_i^2)} \end{aligned} \tag{۶}$$

می‌باشد. برای بررسی پایداری قانون تنظیم θ روی پاسخ حالت دائمی (۴) با استفاده از قضیه میانگین‌گیری که در مرجع [۱۵] آمده است لازم است قانون وفقی تخمین فرکانس از زمان مستقل شود. در این صورت قانون وفقی به صورت زیر در می‌آید [۱۱]:

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = \gamma \bar{\boldsymbol{F}}(\omega,\theta) = \gamma[\bar{F}_1(\omega,\theta)\ \bar{F}_2(\omega,\theta) \ldots \bar{F}_N(\omega,\theta)]^T \tag{۷}$$

که در آن

$$\begin{aligned} \bar{F}_n(\omega,\theta) &= \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T f(t,\theta,\chi)\,dt \\ &= \frac{-1}{2} \sum_{i=1}^{K} \frac{k_n^2 \theta_n^3 U_i^2}{(\theta_n^2 - \omega_i^2)(1 + L^2(\omega_i,\theta))} \end{aligned} \tag{۸}$$

است. در ادامه حالتهای پایداری MANF مطابق مراجع [۱۰] و [۱۱] بررسی می‌شود.

۲-۲ پایداری MANF

بر اساس تعداد مؤلفه‌های سینوسی موجود در سیگنال ورودی یعنی K و تعداد زیر فیلترهای فیلتر شکاف دار وفقی چندتایی یعنی N می‌توان سه نوع پایداری تعریف کرد. این سه نوع پایداری در حالتهای N=K، N>K و N<K بررسی می‌شوند. حالت اول زمانی است که تعداد زیر فیلترها با تعداد مؤلفه‌های سینوسی سیگنال ورودی برابر باشد، N=K. در این حالت فرکانسهای سیگنال شبه تناوبی ورودی نقاط تعادل MANF هستند. مقادیر ویژه سیستم خطی شده حول نقطه تعادل در سمت چپ محور موهومی می‌باشند و بنابراین MANF پایدار مجانبی محلی است [۱۰].

در حالت دوم تعداد زیر فیلترها بیشتر از تعداد مؤلفه‌های سینوسی سیگنال شبه تناوبی ورودی است N > K. در این حالت فرکانس تخمینی K تا از زیر فیلترها به صورت مجانبی به سمت فرکانسهای سیگنال ورودی همگرا می‌شوند و بعد از یک زمان کوتاه به فرکانسهای مورد نظر می‌رسند. در واقع مقادیر ویژه سیستم خطی شده MANF حول نقطه تعادل در این زیر فیلتر ها در سمت چپ محور موهومی قرار گرفته اند. برای N-K تا از زیر فیلترهای باقیمانده بعد از همگرا شدن K تا زیر فیلتر، فرکانس تخمینی آنها به ثوابت نامعلوم همگرا می شوند. شایان ذکر است این فیلترها دارای مقادیر ویژه صفر هستند. وجود مقدار ویژه صفر در این حالت سبب می‌شود خطی سازی قادر به تعیین پایداری نقطه تعادل نباشد. بنابراین برای اثبات پایداری از خمینه مرکزی استفاده می شود. همچنین در معادلات حالت فرکانس تخمینی همه زیر فیلترها فاکتورهای وجود دارد که در فرکانسهای سیگنال ورودی صفر می‌شوند. وجود این فاکتورها سبب می‌شود که بعد از همگرا شدن K زیر فیلتر به فرکانسهای سیگنال ورودی صرف نظر از مقدار داشتن فرکانس تخمینی N-K زیر فیلتر، معادلات حالت همه زیر فیلترها صفر شوند. صفر شدن فرکانس تخمینی K زیر فیلتر و مقدار داشتن فرکانس تخمینی N-K زیر فیلتر باعث می‌شود نقاط تعادل به صورت پیوستاری از نقاط تعادل باشد. این نوع از نقاط تعادل نمی‌توانند پایدار مجانبی باشند و پایداری آنها با نظریه شبه پایداری بررسی می‌شود [۱۱].

در حالت سوم تعداد زیر فیلترها کمتر از تعداد مؤلفه‌های سینوسی سیگنال ورودی است، N< K. در این حالت مؤلفه های اضافی سیگنال ورودی نسبت به تعداد زیر فیلترها همانند سیگنال اغتشاش ورودی بر روی MANF عمل کرده و باعث می‌شوند فرکانسهای تخمینی دارای بایاس و واریانس شوند. در این حالت فرکانسهای سیگنال ورودی دیگر نقاط تعادل نیستند. در این صورت نه می‌توان راجع به پایداری نقطه تعادل بحث کرد و نه انتظار داشت با افزایش زمان فرکانسهای تخمینی به سمت فرکانسهای سیگنال ورودی همگرا گردد. حداکثر انتظار آن است که اثر اغتشاش بر روی سیستم بر حسب معیار خاصی کوچک باشد، آنگاه فرکانسهای تخمینی در غایت امر با مقدار کمی اختلاف نسبت به فرکانسهای سیگنال ورودی کراندار می‌ماند. این موضوع، مفهوم کرانداری نهایی در حضور اغتشاش را نتیجه می‌دهد [۱۱].

۳- بررسی بیشتر حالتهای N>K و N<K

در این بخش ابتدا برای حالت N>K چگونگی همگرا شدن فرکانس های تخمینی زیر فیلترها به فرکانس های سیگنال ورودی بیان

[1] Integral Manifold of Slow Adaptation

می شود. در ادامه یک روش اثبات جدید برای شبه پایداری بر اساس روش مستقیم لیاپانوف ارائه شده است. همچنین ناحیه ای که در آن مسیرهای فاز سیستم به این نقاط تعادل همگرا می شوند مشخص شده است. سپس در حالت N<K یک فرمول کلی برای فرکانس تخمینی زیر فیلترها که دارای بایاس می‌باشند بیان شده است. همچنین یک روش به منظور حذف این بایاس ارائه خواهد شد. روش ارائه شده مبتنی بر استفاده از تابع پنجره در حلقه تخمین فرکانس زیر فیلترهای MANF است.

۳-۱ شبه پایداری در پیوستاری از نقاط تعادل

در این حالت N>K است و مقدار اولیه فرکانس تخمینی زیر فیلترها نقش بسیار مهمی در چگونگی همگرا شدن فرکانس تخمینی به فرکانس سیگنال ورودی ایفا می کند. بر اساس مقدار اولیه زیر فیلترها دو اصل زیر را می‌توان در نظر گرفت:

۱. اولویت همگرا شدن به فرکانسهای سیگنال ورودی برای زیر فیلترهایی است که مقدار اولیه فرکانس تخمینی‌شان به فرکانسهای سیگنال ورودی نزدیکتر است.
۲. زیر فیلترهای با مقدار اولیه یکسان عملکرد یکسان دارند یعنی به یکی از فرکانسهای سیگنال ورودی همگرا می‌شوند.

بر اساس این دو اصل برای زیر فیلترها دو حالت نتیجه می‌شود: حالت اول زمانی است که زیر فیلترها مقدار اولیه یکسان نداشته باشند. در این حالت فرکانس تخمینی K تا از زیر فیلترها بر حسب اینکه مقدار اولیه نزدیک تری نسبت به بقیه زیر فیلترها به فرکانس سیگنال ورودی داشته باشد به صورت مجانبی به فرکانس سیگنال های ورودی همگرا می‌شود. همچنین فرکانس تخمینی N_1=N-K تا از آن ها با سرعت بسیار کند تغییر می کند و بعد از یک زمان نسبتاً زیاد به یکی از فرکانسهای سیگنال ورودی همگرا می‌شود. در حالت دوم بعضی از زیر فیلترها مقدار اولیه یکسان دارند. این زیر فیلترها یک زیر فیلتر حساب می‌شوند و با استفاده از اصل اول وضعیت فرکانس تخمینی آنها مشخص می شود. برای این بخش بر خلاف مرجع [۱۱] دو نوع پایداری داریم. نوع اول زمانی است که فرکانس تخمینی N_1 زیر فیلتر به فرکانس سیگنال ورودی همگرا نشده-اند. در این حالت نقاط تعادل به صورت پیوستاری از نقاط تعادل بوده و برای اثبات پایداری آن از مفهوم شبه پایداری استفاده می‌شود. نوع دیگر وقتی است که فرکانس تخمینی N_1 زیر فیلتر به فرکانس سیگنال ورودی همگرا می‌شوند. در این صورت نقطه تعادل به صورت منفرد بوده و پایدار مجانبی است. در ادامه حالت اول یعنی شبه پایداری در پیوستاری از نقاط تعادل بررسی می شود که در آن تعداد زیر فیلترها N_1 تا بیشتر از تعداد اجزاء سیگنال ورودی می‌باشد. در این صورت بردار تخمین فرکانس به صورت $\left[\theta^T\ \eta^T\right]^T$ بازنویسی می‌شود که در آن $\eta=\left[\eta_1 ... \eta_{N_1}\right]^T$ و سیستم میانگین (۷) به دو بخش (۹) و (۱۰) تبدیل می‌شود [۱۱].

$$\dot{\theta}=f_1\left(\omega,\theta,\eta\right) \tag{۹}$$

$$\dot{\eta}=f_2\left(\omega,\theta,\eta\right) \tag{۱۰}$$

اگر $\theta=\omega$ باشد با وجود مقدار داشتن η، $f_1\left(\omega,\theta,\eta\right)=0$ و $f_2\left(\omega,\theta,\eta\right)=0$ می‌شود و سیستم میانگین (۹) و (۱۰) بی شمار نقطه تعادل به شکل زنجیره‌ای از نقطه تعادل به صورت $f^{-1}(0)=\left\{\theta=\omega,\eta=const\right\}$ دارد. برای این سیستم که پیوستاری از نقاط تعادل دارد پایداری مجانبی مفهوم مناسبی نیست و شبه پایداری آن بر اساس خطی سازی سیستم میانگین و استفاده از قضیه خمینه مرکزی اثبات شده است [۱۱]. با توجه به اینکه اثبات شبه پایداری بر اساس خطی سازی بوده، در ادامه سعی شده یک روش اثبات جدید شبه پایداری بدون خطی سازی و بر اساس آنالیز غیرخطی که در آن ناحیه شبه پایداری نیز مشخص شده است ارائه شود. قبل از آن لازم است قضیه مربوط به این اثبات ذکر شود.

قضیه ۳-۱ [۱۶]. سیستم $\dot{x}=f\left(x\right),\ x\left(0\right)=x_0$ را در نظر بگیرید. فرض کنید Q یک همسایگی باز $f^{-1}\left(0\right)=\left\{x\in Q: f\left(x\right)=0\right\}$ و مدار O_x از سیستم برای هر $x\in Q$ کراندار باشد. همچنین فرض کنید که تابع پیوسته مشتق پذیر $V:Q\to R$ وجود داشته باشد که

$$V'\left(x\right)f\left(x\right)\le 0,\quad x\in Q \tag{۱۱}$$

اگر هر نقطه در بزرگترین زیر مجموعه پایای M از مجموعه $\Re=\left\{x\in Q: V'(x)f\left(x\right)=0\right\}$ پایدار لیاپانوفی باشد آنگاه سیستم شبه پایدار است.

برای استفاده از قضیه ۳-۱ لازم است برای سیستم میانگین یک تابع لیاپانوف تعریف کرده و شبه پایداری با استفاده از این تابع لیاپانوف اثبات شود. شایان ذکر است با توجه به پیچیدگی سیستم شبه پایداری را برای ساده ترین حالت یعنی N=۲ و K=۱ اثبات می‌شود. در این حالت ورودی برابر با $u(t)=U_1\sin(\omega_1 t+\delta_1)$ و پارامترهای دو زیر فیلترکاملا یکسان و برابر γ و k در نظر گرفته شده است. با استفاده از معادله (۸) قانون تنظیم فرکانس دو زیر فیلتر بدست می‌آید که برابر است با

$$\dot{x}=f\left(x\right)=f\left(\theta,\eta\right)=\begin{pmatrix}\dot{\theta}\\ \dot{\eta}\end{pmatrix}=$$

$$\begin{pmatrix}\dfrac{-\gamma}{2}\dfrac{k^2\theta^3U_1^2\left(\theta^2-\omega_1^2\right)\left(\eta^2-\omega_1^2\right)^2}{\left(\left(\theta^2-\omega_1^2\right)\left(\eta^2-\omega_1^2\right)\right)^2+\left(k\theta\omega_1\left(\eta^2-\omega_1^2\right)+k\eta\omega_1\left(\theta^2-\omega_1^2\right)\right)^2}\\ \dfrac{-\gamma}{2}\dfrac{k^2\eta^3U_1^2\left(\eta^2-\omega_1^2\right)\left(\theta^2-\omega_1^2\right)^2}{\left(\left(\theta^2-\omega_1^2\right)\left(\eta^2-\omega_1^2\right)\right)^2+\left(k\theta\omega_1\left(\eta^2-\omega_1^2\right)+k\eta\omega_1\left(\theta^2-\omega_1^2\right)\right)^2}\end{pmatrix} \tag{۱۲}$$

نقاط تعادل این سیستم برابر با $f^{-1}(0)=\left\{\theta=\omega_1,\eta=\alpha\right\}$ است که در آن α یک ثابت نامعلوم بین ۰ و ω_1 می باشد.

قضیه ۳-۲. فیلتر شکاف دار وفقی چند تایی با معادلات حالت (۱۲) را در نظر بگیرید. نقاط تعادل این فیلتر $f^{-1}(0)=\left\{\theta=\omega_1,\eta=\alpha\right\}$ شبه پایدار هستند و مسیرهای فاز سیستم برای مقادیر اولیه مثبت $(\theta(t_0),\eta(t_0))\in Q$ به این نقاط

تعادل همگرا می شوند. ناحیه Q، ناحیه بین خطوط $\theta=\eta$ و $\theta=\omega_1$ است.

اثبات: برای اثبات شبه پایداری نقاط تعادل سیستم (۱۲) تابع لیاپانوف بصورت زیر در نظر گرفته می شود.

$$V(\theta,\eta)=\frac{1}{2}(\theta-\omega_1)^2+\frac{1}{2}(\eta-\alpha)^2 \qquad (۱۳)$$

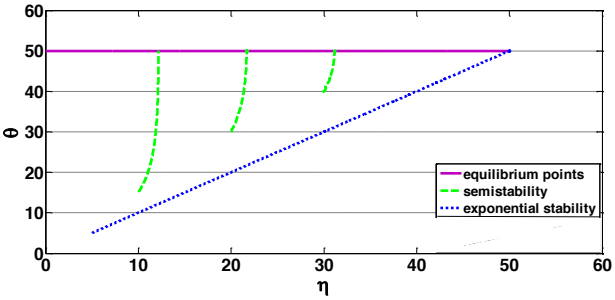
با محاسبه مشتق تابع لیاپانوف داریم:

$$\begin{aligned}\dot{V}&=(\theta-\omega_1)\dot{\theta}+(\eta-\alpha)\dot{\eta}\\&=\frac{-\gamma}{2}\frac{k^2\theta^3U_1^2(\theta-\omega_1)\left(\theta^2-\omega_1^2\right)\left(\eta^2-\omega_1^2\right)^2}{\left(\left(\theta^2-\omega_1^2\right)\left(\eta^2-\omega_1^2\right)\right)^2+\left(k\theta\omega_1\left(\eta^2-\omega_1^2\right)+k\eta\omega_1\left(\theta^2-\omega_1^2\right)\right)^2}\\&-\frac{\gamma}{2}\frac{k^2\eta^3U_1^2(\eta-\alpha)\left(\eta^2-\omega_1^2\right)\left(\theta^2-\omega_1^2\right)^2}{\left(\left(\theta^2-\omega_1^2\right)\left(\eta^2-\omega_1^2\right)\right)^2+\left(k\theta\omega_1\left(\eta^2-\omega_1^2\right)+k\eta\omega_1\left(\theta^2-\omega_1^2\right)\right)^2}\le 0\end{aligned} \qquad (۱۴)$$

برای اثبات منفی نیمه معین بودن مشتق تابع لیاپانوف کافی است جمله های $-(\theta-\omega_1)\left(\theta^2-\omega_1^2\right)$ و $-(\eta-\alpha)\left(\eta^2-\omega_1^2\right)$ منفی باشند. از آنجایی که جمله $-(\theta-\omega_1)\left(\theta^2-\omega_1^2\right)$ را می‌توان با عبارت $-(\theta-\omega_1)^2\left(\theta+\omega_1\right)$ جایگزین کرد در نتیجه برای منفی بودن این جمله لازم است عبارت $\left(\theta+\omega_1\right)$ مثبت باشد. با توجه به اینکه $\theta\left(t_0\right)$ در ناحیه Q مثبت وکوچکتر از ω_1 است با استفاده از معادله (۱۲) ثابت می شود $\dot{\theta}$ مثبت بوده در نتیجه θ و $\left(\theta+\omega_1\right)$ مثبت هستند. برای اثبات منفی بودن جمله $-(\eta-\alpha)\left(\eta^2-\omega_1^2\right)$ لازم است $\eta(0)$ در ناحیه Q در نظر گرفته شود که در این ناحیه $\dot{\eta}$ همیشه مثبت است. در نتیجه در ناحیه Q نامساوی $0<\eta(0)\le\eta\le\alpha\le\omega_1$ برقرار بوده و جمله $-(\eta-\alpha)\left(\eta^2-\omega_1^2\right)$ همیشه منفی می باشد. بنابراین ثابت شد مشتق تابع لیاپانوف نیمه معین منفی است. همچنین با توجه به اینکه نقاط تعادل $(\theta,\eta)=(\omega_1,\alpha)$ که در آن $0<\alpha\le\omega_1$ است در تابع $V(\theta,\eta)$ صدق می کند در نتیجه این نقاط تعادل پایدار لیاپانوفی هستند. در ادامه با معرفی مجموعه پایای زیر داریم:

$$\Re=\{(\theta,\eta)\in Q\,\dot{V}=0\}=\{(\theta,\eta)\in Q:\theta=\omega_1,\eta=\alpha,0<\alpha\le\omega_1\}$$

از آنجایی که $\Re$ از نقاط تعادل تشکیل شده است نتیجه می‌گیریم $M=\Re$ است. بنابراین برای هر $(\theta(0),\eta(0))\in Q$، (θ,η) به $\Re$ میل می‌کند هرگاه t به بی نهایت میل کند. بنابراین با استفاده از قضیه ۱-۳ نتیجه می شود نقاط تعادل سیستم شبه پایدار هستند.



شکل ۲: نمای فاز سیستم (۱۲) برای ورودی با فرکانس ۵۰ هرتز

برای بررسی بیشتر پایداری سیستم (۱۲) ورودی $u(t)=\sin(2\pi\times 50t)$ به این سیستم اعمال می شود. در این حالت نقاط تعادل سیستم به صورت $\theta=50, 0<\alpha\le 50$ است. شکل ۲ نمای فاز سیستم (۱۲) برای ورودی $u(t)$ را نشان می دهد. با توجه به اصلی که در ابتدای این بخش ارائه شد زیر فیلتر ها با مقدار اولیه یکسان به یک فرکانس سیگنال ورودی همگرا می‌شوند. در این شکل نیز نمودار نقطه چین که در آن مقادیر اولیه فرکانس تخمینی زیر فیلتر ها یکسان است به صورت مجانبی به فرکانس ورودی که در اینجا ۵۰ هرتز است همگرا می شوند. برای زیر فیلتر ها که مقدار اولیه فرکانس تخمینی متفاوت دارند مسیر های فاز به پیوستاری از نقاط تعادل که در اینجا $\theta=50$ است همگرا می شوند. در واقع می توان در این حالت ناحیه اعتبار شبه پایداری یعنی Q در قضیه ۳-۲ را بین خطوط $\theta=\eta$ و $\theta=50$ تعریف کرد. همچنین مسیرهای فازی که در این ناحیه شروع می شوند شبه پایدار هستند (خطوط خط چین).

۳-۲ کرانداری نهایی در حضور اغتشاش

همانطور که در بخش ۲-۲ ذکر شد در حالت N<K فرکانسهای تخمینی زیر فیلترها در غایت امر با مقدار کمی اختلاف نسبت به فرکانسهای سیگنال ورودی کراندار هستند. این موضوع، مفهوم کرانداری نهایی در حضور اغتشاش را نتیجه می‌دهد. در این بخش ابتدا مقادیری که فرکانس تخمینی زیر فیلترها به آنها همگرا می شوند بدست آورده شده سپس برای اینکه فرکانس تخمینی به فرکانس سیگنال ورودی همگرا شوند یک روش پیشنهاد می شود.

برای تعیین مقادیر تخمینی nامین زیر فیلتر θ_n، ابتدا قانون تنظیم فرکانس را بر حسب یکی از متغیرهای x_{1n} یا x_{2n} به صورت زیر بیان می شود.

$$\dot{\theta}_n=-\frac{\gamma_n}{\theta_n}x_{2n}\left(\ddot{x}_{2n}+\theta^2x_{2n}\right)\quad ,n=1,2,\ldots,N \qquad (۱۵)$$

در ادامه با فرض اینکه قانون تنظیم فرکانس در فرکانس تخمینی که بایاس دارد صفر است یعنی $\dot{\theta}_n=0$ داریم

$$x_{2n}(\ddot{x}_{2n}+\theta_n^2x_{2n})=0 \qquad (۱۶)$$

برای ساده‌تر شدن حل این معادله فرض می شود سیستم در حالت دائمی است. در این حالت $\bar{x}_{2n}$ جایگزین x_{2n} شده و خواهیم داشت

$$\sum_{i=1}^{K}\left(\theta_n^2-\omega_i^2\right)\times \left(H_{2n}\left(\omega_i,\theta\right)U_i\cos\left(\omega_i t+\delta_i+\varphi\left(\omega_i,\theta\right)\right)\right)^2=0 \quad (۱۷)$$

با میانگین گیری از طرفین معادله (۱۷) خواهیم داشت

$$\sum_{i=1}^{K}\left(\theta_n^2-\omega_i^2\right)\left(Y_i^{\,2}\right)=0,\quad Y_i=H_{2n}\left(\omega_i,\omega_j\right)U_i \quad (۱۸)$$

با استفاده از معادله (۱۸) فرکانس تخمینی nامین زیر فیلتر برابر است با

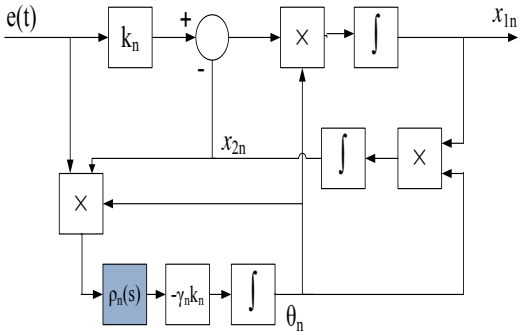
$$\theta_n=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{K}\left(\omega_i^2\right)\left(Y_i^{\,2}\right)}{\sum_{i=1}^{K}\left(Y_i^{\,2}\right)}} \quad (۱۹)$$

همچنین باید ذکر شود برای بدست آوردن فرکانس تخمینی nامین زیر فیلتری که در نزدیکی فرکانس سیگنال ورودی است با استفاده از فرمول بالا، باید ω_j را در فرمول Y_i مساوی همان فرکانس قرار داد. با توجه به اینکه فرکانس تخمینی بدست آمده در بالا برابر فرکانس های سیگنال ورودی نیست لازم است در ساختار زیر فیلترها اصلاحاتی صورت گیرد. بدین منظور از تابع پنجره در حلقه تخمین فرکانس زیر فیلترها استفاده می‌شود. در مرجع [۱۳] از مزایای تابع پنجره در ANF استفاده شده تا در مقابل هارمونیکها عملکرد این فیلتر ارتقا یابد. در این بخش از تابع پنجره در زیر فیلترهای MANF استفاده شده تا عملکرد فرکانسهای تخمینی زیر فیلترها در مقابل اغتشاشات سینوسی بهبود بخشد.

استفاده از تابع پنجره بر اساس استفاده از یک تابع هزینه و مینیمم سازی آن است. همانطورکه در بخش ۲ ذکر شد قانون تنظیم فرکانس زیر فیلتر nام به صورت $\dot{\theta}_n=-\gamma_n k_n\theta_n x_{2n}e$ می باشد. در سمت راست این قانون، سیگنال خطای سیستم e حضور دارد که می‌توان مجذور آن را به عنوان تابع هزینه سیستم در نظر گرفت. این تابع هزینه به صورت لحظه‌ای بوده و در یک لحظه کوتاه از زمان ارزیابی می‌شود. برای بهتر شدن تخمین فرکانس این تابع هزینه را به یک دوره زمانی معین گسترش می یابد. به این منظور تابع هزینه به شکل زیر تعریف می شود [۱۳].

$$J_{\rho n}=\frac{1}{2T_\rho}\int_{t-T_{\rho n}}^{t}\rho_n\left(t-\tau\right)e^2(\tau)d\tau =\frac{1}{T_{\rho n}}\rho_n\left(t\right)*\frac{1}{2}e^2\left(t\right)=\frac{1}{T_{\rho n}}\rho_n\left(t\right)*J_n \quad (۲۰)$$

در این معادله $e=u\left(t\right)-\sum_{n=1}^{N}x_{1n}$ سیگنال خطا، * علامت کانولوشن و $J_n=\frac{1}{2}e^2\left(t\right)$ تابع هزینه اولیه می‌باشد. همچنین $T_{\rho n}$ طول پنجره و $\rho_n\left(t\right)$ تابع پنجره nامین زیرفیلتر است. تابع پنجره که در این بخش استفاده شده پنجره مستطیلی است که به صورت زیر تعریف می‌شود:



شکل۳: زیر فیلتر nام MANF به همراه تابع پنجره

$$\rho_n\left(t\right)=\begin{cases}1, & 0\le t\le T_{\rho n}\\ 0, & t>T_{\rho n}\end{cases} \quad (۲۱)$$

بر اساس تابع هزینه $J_{\rho n}$ قانون تنظیم فرکانس n امین زیر فیلتر MANF به معادله (۲۲) تبدیل می‌شود.

$$\dot{\theta}_n=-\frac{1}{T_{\rho n}}\int_{t-T_{\rho n}}^{t}\rho_n\left(t-\tau\right)k_n\theta_n x_{2n}e\left(\tau\right)d\tau \quad (۲۲)$$

از معادله (۲۲) نتیجه می‌شود که در حلقه تخمین فرکانس هر زیر فیلتر به منظور به دست آوردن θ_n قبل از اینکه از عبارت $-\gamma_n k_n\theta_n x_{2n}e$ انتگرال گرفته شود باید تابع تبدیل پنجره $\rho_n\left(t\right)$ روی آن اعمال شود. شکل ۳ چگونگی قرار گرفتن تابع پنجره در زیر فیلتر nام را نشان می‌دهد. همچنین طول پنجره یعنی $T_{\rho n}$ هر چه کوچکتر باشد موثرتر است. هرچند اگر این پارامتر بیش از حد کوچک انتخاب شود می‌تواند باعث ناپایداری سیستم شود. برای جزئیات بیشتر به مرجع [۱۳] مراجعه کنید.

۴- نتایج شبیه‌سازی

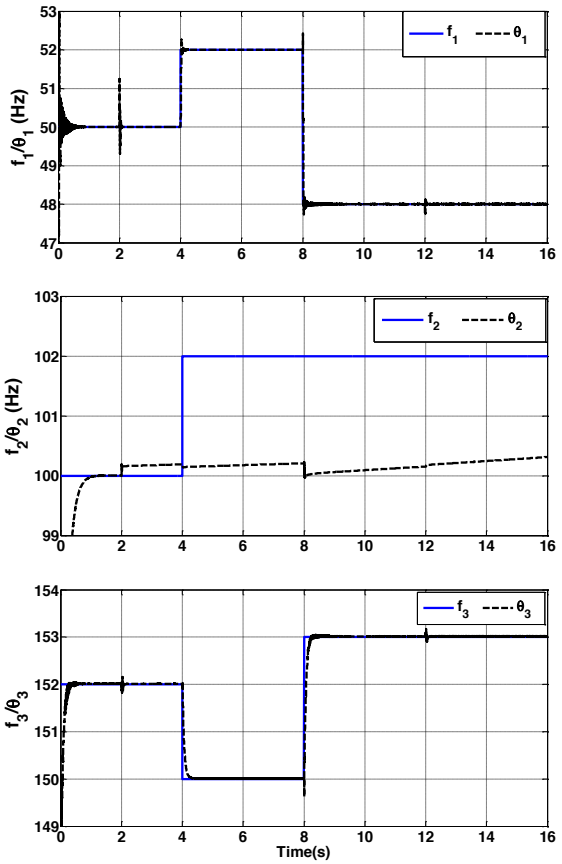
در این بخش ابتدا عملکرد MANF در تخمین فرکانس های سیگنال شبه تناوبی و حالتهای مختلف پایداری این الگوریتم بررسی می شود. سپس تاثیر استفاده از تابع پنجره در MANF نشان داده خواهد شد. شبیه سازی ها در Matlab/Simulink انجام شده است.

۴-۱ پایداری نمایی و شبه پایداری

در این بخش برای بررسی بیشتر حالتهای پایداری فیلتر شکاف دار وفقی شبیه سازی هایی انجام شده است. سیگنالی که به عنوان ورودی برای دو حالت N>K و N=K در نظر گرفته شده برابر با

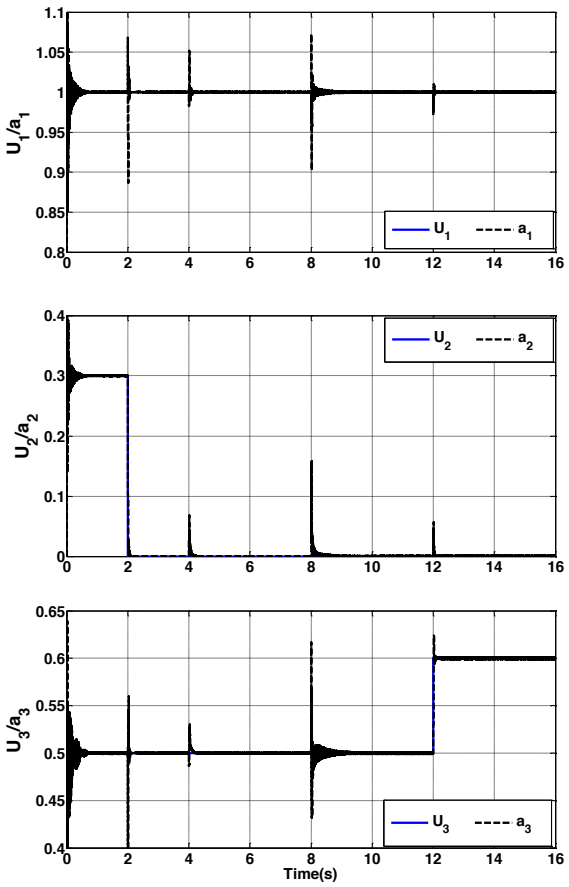
$$u\left(t\right)=\sum_{k=1}^{3}u_k\left(t\right)=\sum_{k=1}^{3}U_k\sin\left(2\pi f_k t+\delta_k\right) \quad (۲۳)$$

می‌باشد. در این شبیه سازی پارامترهای همه زیر فیلترها برابر $\gamma=20$ و $k=1$ انتخاب شده‌اند. فرکانس تخمینی θ_k با مقادیر واقعی شان f_k در شکل۴ نشان داده شده است. همچنین دامنه تخمینی مولفه‌های سینوسی سیگنال (۲۳) یعنی a_k در شکل ۵ نشان داده شده است. در زمان معین۱/۲ ثانیه N=K است در نتیجه فرکانسهای تخمینی θ_1، θ_2 و θ_3 از مقادیر اولیه ۵۰، ۱۰۰ و ۱۵۰ به مقادیر واقعی شان یعنی ۵۰، ۱۰۰ و



شکل ۴: فرکانس تخمینی و واقعی مولفه‌های سینوسی سیگنال (۲۳)

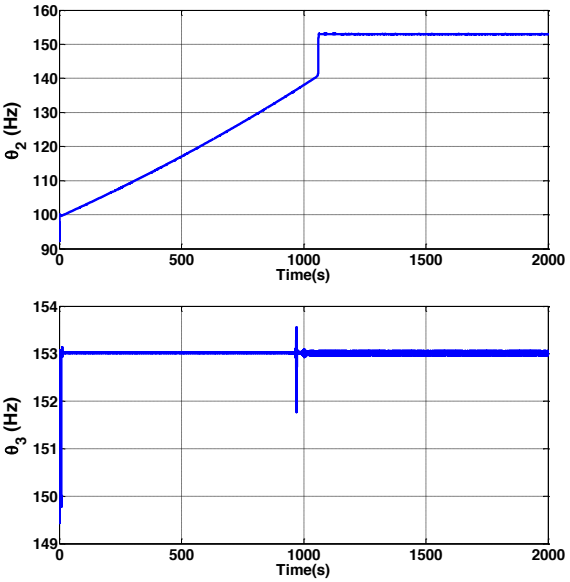
۱۵۲ به طور نمایی نزدیک می‌شوند. همچنین دامنه های تخمینی a_1، a_2 و a_3 از مقادیر اولیه ۱ به مقادیر واقعی شان یعنی ۱، ۰/۳ و۰/۵ نزدیک می‌شوند. بعد از یک زمان کوتاه فرکانسهای تخمینی برابر فرکانسهای سیگنال ورودی می‌شوند. در نتیجه طبق آنچه که در بخش ۲-۲ بیان شد در این حالت نقاط تعادل سیستم MANF همان فرکانسهای سیگنال ورودی هستند و پایداری مجانبی آنها در شکل ۴ نشان داده شده است. در زمان ۲ ثانیه دامنه سیگنال سینوسی دوم U_2 صفر می‌شود در نتیجه تعداد زیر فیلترها از تعداد مؤلفه‌های سینوسی بیشتر می‌شود. در این حالت N>K بوده و نقاط تعادل به صورت پیوستاری از نقاط تعادل می باشد. بنابراین پایداری مجانبی فیلتر شکاف دار وفقی به شبه پایداری تبدیل می شود. در زمان ۴ ثانیه فرکانسهای سیگنال ورودی بترتیب تغییرات پله‌ای به اندازه ۲، ۲ و ۲- هرتز دارند. از آنجایی که مقادیر ویژه فرکانسهای تخمینی زیر فیلترهای اول و سوم منفی هستند در نتیجه این تغییرات پله را تعقیب می‌کنند. اما با توجه به اینکه مقدار ویژه مربوط به θ_2 صفر است این فرکانس تخمینی با سرعت بسیار کم افزایش پیدا می-کند تا اینکه در ثانیه ۱۰۵۰ به فرکانس سیگنال سوم f_3 که برابر ۱۵۳ هرتز است همگرا شود. در این لحظه شبه پایداری به پایداری مجانبی تبدیل می‌شود. شکل ۶ فرکانس تخمینی زیر فیلتر دوم و سوم را تا زمان ۲۰۰۰ ثانیه نشان داده است. همانطور که از این شکل مشخص است بعد از همگرا شدن فرکانس تخمینی زیر فیلتر دوم به ۱۵۳هرتز، فرکانس تخمینی زیر فیلتر سوم یک نوسان حول ۱۵۳ پیدا کرده است.



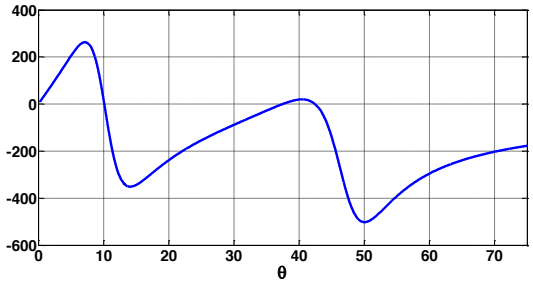
شکل ۵: دامنه تخمینی مولفه‌های سینوسی سیگنال (۲۳)

۴-۲ شبیه سازی کرانداری نهایی

شبیه سازی که برای حالت N<K در نظر گرفته شده است ساده ترین حالت یعنی K=۲ و N=۱ می‌باشد. سیگنال ورودی از دو سیگنال سینوسی با دامنه های ۱ و فرکانسهای ۱۰ و ۴۵ هرتز تشکیل شده است. در این حالت فرکانس تخمینی زیر فیلتر بر حسب اینکه چه مقدار اولیه داشته باشد به یکی از فرکانسهای سیگنال ورودی همگرا می‌شود. البته باید ذکر شود همانطور که در بخش ۳-۲ ذکر شد مقدار نهایی فرکانس تخمینی دارای یک بایاس و نوسان می‌باشد. این مقدار نهایی را می توان با استفاده از فرمول ذکر شده در آن بخش بدست آورد که برای این شبیه سازی این مقدار برابر ۴۲/۵۲ و ۱۰/۲ هرتز می‌باشد. همچنین می‌توان با رسم نمودار $\dot{\theta}$ برحسب θ هم این مقادیر را بدست آورد. این نمودار در شکل ۷ رسم شده که در آن θ بر حسب درجه است. همانطور که از این نمودار مشخص است سیستم دارای دو نقطه تعادل پایدار و دو نقطه تعادل ناپایدار است. دو نقطه پایدار همان فرکانسهای ۴۲/۵۲ و ۱۰/۲هرتز هستند و دو نقطه ناپایدار ۳۷/۴۳ و ۰ هرتز هستند. بنابراین بر حسب اینکه مقدار اولیه در ناحیه جذب کدام فرکانس سیگنال ورودی که بایاس دارند باشد به آن فرکانس همگرا می‌شود. برای فرکانس ۱۰/۲ این بازه از صفر تا ۳۷/۴۳ هرتز است و برای ۴۲/۵۲ از ۳۷/۴۳ تا بینهایت می‌باشد. برای زیر فیلتر با مقادیر اولیه ۱۵ هرتز فرکانس تخمینی به فرکانس ۱۰/۲ همگرا می‌شود که در شکل ۸ نشان داده شده است. برای مقدار اولیه ۴۰



شکل ۶: فرکانس تخمینی زیر فیلتر دوم و سوم

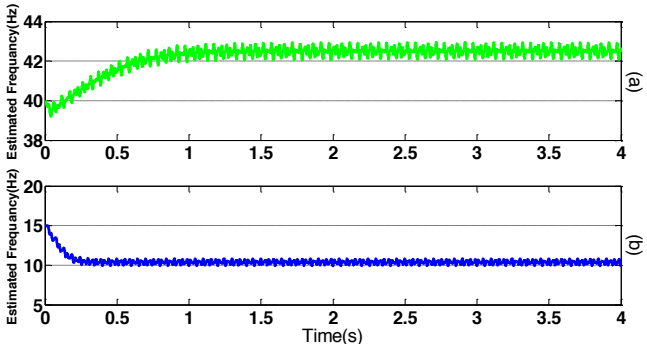


شکل ۷: نمودار $\dot{\theta}$ برحسب θ.

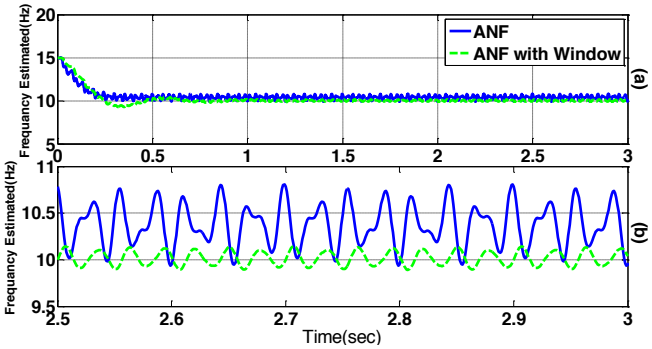
هرتز نیز فرکانس تخمینی به فرکانس ۳۸/۳۵ همگرا می‌شود که آن نیز در شکل ۸ نشان داده شده است.

برای بررسی عملکرد MANF پنجره‌ای معرفی شده در بخش ۳-۲ در حضور اغتشاشات سینوسی، از مجموع دو سیگنال سینوسی با دامنه یک و فرکانس ۱۰ و ۴۵ هرتز به عنوان ورودی استفاده می‌شود. هدف تخمین فرکانس ۱۰ هرتز می باشد و سیگنال سینوسی ۴۵ هرتز نیز به عنوان اغتشاش عمل می کند. این سیگنال سینوسی به دو زیر فیلتر MANF معمولی و پنجره‌ای اعمال می شود. مطلوب این است که با استفاده از MANF پنجره شده تخمین بهتری از فرکانس ۱۰ هرتز نسبت به MANF داشته باشیم. عملکرد این فیلترها در تخمین فرکانس ۱۰هرتز در شکل ۹ نشان داده شده است. این شکل نشان می دهد که MANF پنجره شده در مقابل MANF معمولی در حضور اغتشاش سینوسی ۴۵ هرتز تخمین فرکانس بهتری دارد.

باید ذکر شود که فرکانس تخمینی MANF پنجره ای یک نوسان حدود ۰/۱ درجه حول فرکانس ۱۰ هرتز دارد که این می تواند نتیجه نزدیک بودن فرکانس سیگنال سینوسی ۴۵ هرتز و دامنه بزرگ این سیگنال باشد. شبیه سازی ها نشان می دهد با کوچک کردن دامنه این سیگنال یا انتخاب اغتشاشات سینوسی با فرکانس بالاتر، فرکانس تخمینی زیر فیلتر MANF پنجره ای به خوبی فرکانس ۱۰ هرتز را تخمین میزند.



شکل ۸: (a) فرکانس تخمینی زیر فیلتر برای مقدار اولیه ۴۰ هرتز .
(b) فرکانس تخمینی زیر فیلتر برای مقدار اولیه ۱۵ هرتز



شکل ۹: (a) فرکانس تخمینی زیر فیلتر MANF معمولی و پنجره ای. (b) بزرگنمایی بازه زمانی ۲,۵ الی ۳ ثانیه شکل (۹-a)

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله به منظور تخمین فرکانس و استخراج مولفه‌های سینوسی یک سیگنال شبه تناوبی، یک الگوریتم تخمین فرکانس مبتنی بر فیلتر شکاف دار وفقی مورد بررسی قرار گرفت. این الگوریتم از N زیر فیلتر موازی تشکیل شده است که هر کدام از این زیر فیلترها پارامترهای یکی از مولفه‌های سینوسی را تخمین می‌زند. برای این الگوریتم سه حالت پایداری بر اساس تعداد مولفه‌های سینوسی K و تعداد زیر فیلترها N وجود دارد. این پایداریها عبارت بودند از: کرانداری نهایی در حضور اغتشاش، پایداری نمایی در نقاط تعادل منفرد و شبه پایداری در پیوستاری از نقاط تعادل. همچنین در این مقاله یک فیلتر شکاف‌دار وفقی معرفی شد که عملکرد مطلوبی در تخمین فرکانس سیگنال های سینوسی در حضور اغتشاشات سینوسی داشت. به این منظور در حلقه تخمین فرکانس ANF از تابع پنجره استفاده شد. با استفاده از شبیه سازی نشان داده شد که ANF با پنجره نسبت به ANF عملکرد بهتری در تخمین فرکانس سیگنالهای سینوسی در حضور سیگنالهای ناخواسته دارد.

مراجع

[1] R. Arablouei, K. Doğançay, and S. Werner, "Adaptive frequency estimation of three-phase power systems," Signal Processing, vol. 109, pp. 290-300, 2015.

[2] W. Zhang, K. Li, and W. Jiang, "Micro-Motion Frequency Estimation of Radar Targets with Complicated Translations," AEU-International Journal of Electronics and Communications, 2015.

[3] K.-J. Lee, J.-P. Lee, D. Shin, D.-W. Yoo, and H.-J. Kim, "A novel grid synchronization PLL method based on adaptive low-pass notch filter for grid-connected PCS," Industrial Electronics, IEEE Transactions on, vol. 61, pp. 292-301, 2014.

[4] P. Leekul, M. Krairiksh, and T. K. Sarkar, "Application of the natural frequency estimation technique for mangosteen classification," in Antennas and Propagation (APCAP), 2014 3rd Asia-Pacific Conference on, 2014, pp. 928-930.

[5] Y. Xia and D. P. Mandic, "Augmented mvdr spectrum-based frequency estimation for unbalanced power systems," Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on, vol. 62, pp. 1917-1926, 2013.

[6] C. K. Lee, K. S. Kwak, T. S. Yoon, and J. B. Park, "Cable fault localization using instantaneous frequency estimation in Gaussian-enveloped linear chirp reflectometry," Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on, vol. 62, pp. 129-139, 2013.

[7] M. Bodson and S. C. Douglas, "Adaptive algorithms for the rejection of sinusoidal disturbances with unknown frequency," Automatica, vol. 33, pp. 2213-2221, 1997.

[8] L. Hsu, R. Ortega, and G. Damm, "A globally convergent frequency estimator," Automatic Control, IEEE Transactions on, vol. 44, pp. 698-713, 1999.

[9] M. Mojiri and A. R. Bakhshai, "An adaptive notch filter for frequency estimation of a periodic signal," Automatic Control, IEEE Transactions on, vol. 49, pp. 314-318, 2004.

[10] M. Mojiri and A. R. Bakhshai, "Estimation of Frequencies Using Adaptive Notch Filter," Circuits and Systems II: Express Briefs, IEEE Transactions on, vol. 54, pp. 338-342, 2007.

[11] Z. Chu, M. Ding, S. Du, and X. Feng, "Exponential stability, semistability, and boundedness of a multi-ANF system," Circuits and Systems I: Regular Papers, IEEE Transactions on, vol. 58, pp. 326-335, 2011.

[12] M. Karimi-Ghartemani, S. A. Khajehoddin, P. K. Jain, and A. Bakhshai, "Derivation and design of in-loop filters in phase-locked loop systems," Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on, vol. 61, pp. 930-940, 2012.

[۱۳] جناب زاده، احمدرضا.، مجیری، محسن،" بهبود عملکرد فیلتر شکاف دار وفقی در تخمین فرکانس سیگنال های تناوبی"، مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز، جلد ۴۵، شماره ۱، بهار ۱۳۹۴ ، صفحه ۱-۹

[14] B. Riedle and P. V. Kokotovic, "Integral manifolds of slow adaptation," Automatic Control, IEEE Transactions on, vol. 31, pp. 316-324, 1986.

[15] H. K. Khalil, "Nonlinear systems, 3rd," New Jewsey, Prentice Hall, vol. 9, 2002.

[16] W. M. Haddad and V. Chellaboina, Nonlinear dynamical systems and control: a Lyapunov-based approach: Princeton University Press, 2008.

مجله کنترل
ISSN 2008-8345
جلد ۹، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۴، صفحه ۴۵-۳۵

طراحی کنترل‌کننده فازی سلسله مراتبی با آموزش پسخور خطا بر اساس تابع لیاپانوف برای کلاسی از سیستم‌های غیرخطی مرتبه بالا

محمد منثوری[۱]، محمد تشنه‌لب[۲]، مهدی علیاری شوره‌دلی[۳]

[۱] دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، mohammad@ee.kntu.ac.ir

[۲] استاد، دانشکده مهندسی مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی ، teshnehlab@eetd.kntu.ac.ir

[۲] استادیار، دانشکده مهندسی مهندسی برق، گروه مکاترونیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی ، aliyari@eetd.kntu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۴/۲/۵، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۴/۶/۳)

چکیده: در این نوشتار، یک کنترل‌کننده فازی سلسله مراتبی به همراه کنترل‌کننده کلاسیک PD با روش آموزش پسخور خطا برای کلاسی از سیستم‌های غیرخطی تک ورودی-تک خروجی و در حضور اغتشاش محدود ارایه شده است. برای پایداری سیستم تحت کنترل، تابع لیاپانوفی در نظر گرفته شده است که ضمن تضمین پایداری، قانون به‌روز رسانی تمامی پارامترهای تالی سیستم فازی سلسله مراتبی نیز از آن استخراج شده است. پارامترهای تالی سیستم فازی سلسله مراتبی که در بلوک‌های مختلف واقع شده‌اند به صورت غیرخطی-در-پارامتر در خروجی ظاهر می‌شوند. برای استخراج قوانین تطبیق برای آنها با قضیه مطرح شده، پارامترها به صورت خطی-در-پارامتر ظاهر شده‌اند. برای جملات تقریب زده شده، حد بالا در نظر گرفته شده است. حد بالای جملات تقریب نیز در تابع لیاپانوف در نظر گرفته شده و برای آنها قانون تطبیق استخراج شده است تا محافظه کاری تقریب کاهش پیدا کند. نشان داده شده است که قضیه ارایه شده به تمامی ساختارهای سیستم‌های فازی سلسله مراتبی با هر تعداد لایه و حتی به سیستم فازی معمول نیز قابل اعمال است. در ضمن به کار بردن سیستم فازی سلسله مراتبی باعث کاهش قواعد و در نتیجه کاهش پارامترها می‌گردد. در نهایت الگوریتم ارایه شده بر روی دو سیستم (بازوی ربات انعطاف‌پذیر و سیستم تعلیق خودرو یک چهارم فعال) شبیه‌سازی شده و نتایج آن با روش کلاسیک مدلغزشی مقایسه شده است. نتایج شبیه‌سازی بیانگر کارایی مطلوب کنترل‌کننده ارایه شده است.

کلمات کلیدی: کنترل کننده فازی سلسله مراتبی، کاهش قواعد، آموزش پسخور خطا، تابع لیاپانوف و قانون تطبیق.

Designing Hierarchical Fuzzy Controller with Feedback Error Learning Based on Lyapunov Function for a Class of High-order Nonlinear System

Mohammad Mansouri, Mohammad Teshnehlab, Mahdi Aliyari Shoorehdeli

Abstract: In this study, a hierarchical fuzzy controller associated with PD classical controller with feedback error learning method for class of canonical SISO nonlinear system in presence of bounded disturbance is presented. The stability of whole system is guaranteed through a Lyapunov function. The adaptation laws of all parameters of consequent part of hierarchical fuzzy system are derived using it. Tunable parameters of hierarchical fuzzy system are appeared in nonlinear form at the output. Using the mentioned theorem, they are appeared in linear form. There is an upper bound for the residual terms. They are considered in Lyapunov function and the adaptation law is derived for them. It is shown that, the proposed theorem is applicable to the hierarchical fuzzy system with any structure and any number of layers and even to the ordinary fuzzy systems. Also, using hierarchical fuzzy controllers leads to reduction of number of rules and parameters in a fuzzy system. Finally, the proposed method is applied on two systems (flexible joint robot and quarter

active suspension system). The results are compared with classical sliding mode method. They reveal the efficiency of the suggested algorithm.

Keywords: Hierarchical fuzzy controller, rule reduction, feedback error learning, Lyapunov function and adaptation law.

۱- مقدمه

امروزه شاهد کاربرد روز افزون سیستم‌های فازی در کنترل سیستم-های صنعتی هستیم. سیستم‌های صنعتی معمولاً سیستم‌های غیرخطی مرتبه بالا هستند. لذا، سیستم‌های فازی در کاربردهای صنعتی، مواجه با سیستم-های مرتبه بالا می‌شوند. در حالت کلی چنانچه یک سیستم فازی n ورودی و برای هر ورودی m تابع عضویت داشته باشد، تعداد کل قواعد برابر با m^n خواهد بود. بنابراین تعداد قوانین با افزایش تعداد ورودی‌ها به صورت نمایی افزایش خواهد یافت که به این پدیده " افزایش بعد[1]" گفته می‌شود. این پدیده یک مشکل اساسی در کاربرد سیستم‌های فازی در کاربردهای صنعتی می‌باشد.

برای غلبه بر این مشکل، Raju و Zhou در سال ۱۹۹۱، برای اولین بار سیستم‌های فازی سلسله مراتبی[2](HFS) را مطرح کردند [۱]. در این نوع سیستم‌های فازی، بجای استفاده از یک سیستم فازی با تعداد ورودی‌های بیشتر و در نتیجه قواعد بالا از چندین سیستم فازی با همان تعداد ورودی و در نتیجه قواعد کمتر استفاده می‌شود که موجب می‌شود تعداد قواعد با رشد ورودی‌ها به صورت خطی زیاد شود [۲]. خاصیت تقریب‌گر عمومی بودن[3] سیستم‌های فازی سلسله مراتبی نیز در مراجع [۲-۵] مورد بررسی قرار گرفته است.

امروزه، محققان بسیاری در زمینه سیستم‌های فازی سلسله مراتبی مقالات فراوانی ارایه کرده‌اند و کاربردهای این سیستم‌ها، از کارهای کلاس‌بندی تا کنترل سیستم‌ها توسعه یافته است. در مراجع [۶ و ۷] مرور نسبتاً جامعی راجع به موضوعات و تحقیقات انجام شده در سیستم‌های فازی سلسله مراتبی انجام شده است. در واقع، ویژگی کاهش قواعد سیستم‌های سلسله مراتبی منجر به کاربردها روزافزون آنها در سیستم‌های مختلف شده است.

تنظیم برخط[4] پارامترهای سیستم‌های فازی یکی از ضرورت‌های اساسی برای به کاربردن آنها در کاربردهای واقعی و کنترلی شمرده می-شود. نیاز روش‌های آموزش بر پایه گرادیان نزولی به ژاکوبین سیستم، از کاربردی بودن آنها می‌کاهد چرا که محاسبه ژاکوبین بسیار پیچیده و در مواردی غیرممکن می‌باشد. آموزش پسخور خطا[5] (FEL) یکی از روش-های مطرح شده برای غلبه بر این مشکل می‌باشد که به آموزش برخط پارامترها بدون نیاز به محاسبه ژاکوبین سیستم می‌پردازد. از نقطه‌نظر کنترلی، FEL را می‌توان کنترل‌کننده تطبیقی در نظر گرفت که به آموزش پارامترهای مسیر پیشرو با استفاده از کنترل‌کننده مسیر پسخور می‌پردازد. این استراتژی کنترلی شامل یک کنترل‌کننده هوشمند و یک کنترل‌کننده کلاسیک می‌باشد که به ترتیب در مسیر پیشرو و در مسیر فیدبک قرار دارند. Kawato برای اولین بار این استراتژی کنترلی را برای کنترل‌کننده شبکه عصبی چندلایه در کنار یک کنترل‌کننده PD به کار برد [۸]. پایداری این الگوریتم نیز در مراجع [۹ و ۱۰] بررسی شده است. در مرجع [۱۱] نیز برای کنترل فرکانس شبکه قدرت، نویسندگان از FEL برای آموزش پارامترهای شبکه عصبی پویا استفاده کرده‌اند. در [۱۲] نویسندگان پارامترهای شبکه عصبی انعطاف‌پذیر را با این روش آموزش داده‌اند.

در این تحقیق از کنترل کننده فازی سلسله مراتبی به همراه کنترل کننده کلاسیک PD با آموزش پارامترها به روش آموزش پسخور خطا استفاده شده است. کلاس سیستم غیرخطی در نظر گرفته شده یک سیستم غیرخطی تک ورودی-تک خروجی در حضور اغتشاش محدود می‌باشد که به فرم نرمال در نظر گرفته شده است. با استفاده از قضیه مطرح شده توسط نویسندگان در [۱۳] که در آن رابطه‌ای برای خطای تخمین تابع توسط سیستم فازی سلسله مراتبی ارایه شده است، خطای بین سیگنال کنترلی ایده‌آلی که با استفاده از کنترل‌کننده کلاسیک به دست آمده است با رابطه مذکور جایگزین شده است. بدین‌صورت پارامترهای سیستم فازی سلسله مراتبی که در لایه‌های میانی قرار دارند، به صورت خطی-در-پارامتر در خروجی ظاهر شده و پایداری سیستم با این کنترل-کننده ثابت می‌شود. همچنین پایداری سیستم تحت کنترل با استفاده ازتابع لیاپانوف تضمین و قانون به روزرسانی[6] پارامترهای سیستم فازی سلسله مراتبی نیز استخراج می‌شود.

ادامه مقاله بدین صورت است که: در بخش بعد به بیان مسئله و کلاسی از سیستم‌های غیرخطی مورد مطالعه و فرضیه‌های در نظر گرفته شده می‌پردازیم. سپس در بخش ۳ به معرفی روش آموزش پسخور خطا اشاره می‌شود. در بخش ۴ توضیح مختصری از سیستم‌های فازی سلسله مراتبی داده شده است. در ادامه و در بخش ۵ روش کنترل پیشنهاد شده مورد بررسی قرار گرفته و قضیه‌ای برای اثبات پایداری سیستم حلقه بسته ارایه شده است. در بخش ۶ چگونگی به‌روزرسانی مقاوم قوانین مطرح شده است. سپس روش پیشنهاد شده در بخش شبیه‌سازی بر روی دو سیستم مکانیکی اعمال شده است. در نهایت، نتایج به دست آمده از روش پیشنهادی را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

[1] Curse of dimensionality
[2] Hierarchical fuzzy systems
[3] General function approximator
[4] On-line
[5] Feedback error learning
[6] Adaptation law

۲- بیان مسئله

در این بخش به معرفی مدل ریاضی کلاسی از سیستم‌های غیرخطی که کنترل‌کننده ارایه شده را می‌توان به آن اعمال کرد و هدف کنترلی مدنظرمان می‌پردازیم. سیستم غیرخطی موردنظر یک سیستم تک ورودی-تک خروجی و به شکل نرمال است که در رابطه (۱) نشان داده شده است.

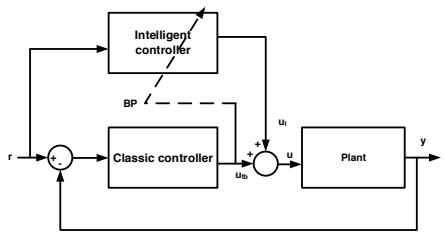
$$x^{(n)}(t) = f(X) + g(X)u(t) + d(t) \qquad (۱)$$
$$y(t) = x(t)$$

که در آن $X = [x(t)\ \dot{x}(t)\ \dots, x^{(n-1)}]$ بردار متغیرهای حالت، $u(t)$ سیگنال کنترلی، $f(X)$ تابع غیرخطی نامعلوم، $g(X)$ بهره کنترلی نامعلوم و $d(t)$ سیگنال اغتشاش محدود به طوری که $|d(t)| < D$ می‌باشند. D کران بالای اغتشاش و نامعلوم فرض شده است. هدف کنترلی این است که خروجی سیستم، y، خروجی مطلوب، y_d، را دنبال کند. به عبارت بهتر، با در نظر گرفتن خطای ردیابی به صورت $e = y_d - y$، مسئله اصلی طراحی سیگنال کنترلی $u(t)$ است به نحوی که با میل کردن زمان به سمت بینهایت، خطای ردیابی به سمت صفر همگرا شود. لازم به ذکر است که برای حذف اثر اغتشاش فرض زیر را در نظر بگیریم:

فرض: بهره کنترلی دارای کران پایین نامعلوم می‌باشد به بیان دیگر $0 < g_L < g(X)$ که در آن عدد ثابت g_L کران پایین بهره کنترلی است.

۳- آموزش پسخور خطا

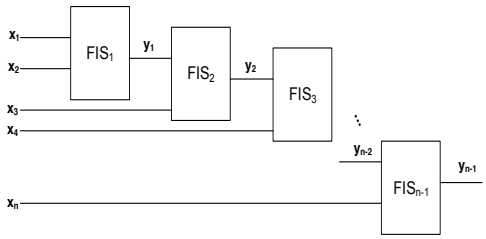
ایده اولیه آموزش پسخور خطا الهام گرفته از عملکرد مغز در پدیده‌های مختلف و اجرای کارهای کنترلی می‌باشد. عملکرد مغز را می‌توان با استفاده از ساختار کنترل دو درجه آزادی یا به عبارت بهتر با استفاده از دو کنترل‌کننده مدلسازی نمود. این ساختار را دانشمند ژاپنی به نام Kawato در سال ۱۹۸۷ مطرح کرد و آن را آموزش پسخور خطا نامگذاری کرد. در این ساختار کنترلی، یک سیستم کنترلی به عنوان معکوس سیستم تحت کنترل در مسیر پیشرو و کنترل کننده دیگر در مسیر پسخور قرار گرفته است. دلیل نامگذاری آن نیز استفاده از خطا در آموزش معکوس فرآیند می‌باشد. در شکل۱ ساختار FEL نمایش داده شده است. همان‌طور که دیده می‌شود دو کنترل‌کننده کلاسیک و هوشمند در نظر گرفته شده است که کنترل‌کننده هوشمند در مسیر پیشرو قرار دارد و هدف آن ایجاد معکوس سیستم می‌باشد. این ساختار کنترلی را می‌توان در رسته کنترل‌کننده‌های تطبیقی در نظر گرفت که دارای مزایایی است که عبارتند از: ۱) ساختار کنترل تطبیقی ارایه شده ترکیبی از ساختارهای کنترل‌کننده تطبیقی قبلی مستقیم و غیرمستقیم می‌باشد. ۲) مدل معکوس سیستم به صورت بلادرنگ و بدون نیاز به محاسبه ژاکوبین محاسبه می‌گردد. مراجع [۹ و ۱۰] پایداری ساختار ارایه شده را بررسی کرده‌اند.



شکل۱: بلوک دیاگرام کلی رهیافت پسخور خطا

۴- سیستم فازی سلسله مراتبی

در این بخش به ارایه توضیح مختصری پیرامون سیستم‌های فازی سلسله مراتبی می‌پردازیم. سیستم فازی سلسله مراتبی نمونه با n-1 لایه را به‌صورت شکل۲ در نظر بگیرید. در این سیستم در هر لایه یک بلوک فازی موجود می‌باشد و هر بلوک فازی دارای دو ورودی است. در این شکل هر FIS نشان دهنده یک سیستم فازی است. ثابت شده است که با این ساختار تعداد کل قواعد کمینه خواهد بود [۳].



شکل۲: بلوک دیاگرام سیستم فازی سلسله مراتبی

در حالت کلی، اگر بلوک‌های فازی واقع در هر لایه را سیستم فازی ممدانی با موتور استنتاج ضرب-جمع، فازی‌ساز منفرد و غیرفازی‌ساز میانگین مراکز در نظر بگیرید، خروجی لایه p-ام به صورت (۲) به دست خواهد آمد.

$$y_p = \frac{\sum_{i_p=1}^{r_p} \mu_{A_{i_p}}^{i_p}(x_{p+1}).\mu_{B_{i_p}}^{i_p}(y_{p-1})\theta_p^{i_p}}{\sum_{i_p=1}^{r_p} \mu_{A_{i_p}}^{i_p}(x_{p+1}).\mu_{B_{i_p}}^{i_p}(y_{p-1})} \qquad (۲)$$

که در آن r_p تعداد قواعد موجود در لایه p-ام، $\mu_{A_{i_p}}^{i_p}(.)$ تابع عضویت ورودی $p+1$-ام، $\mu_{B_{i_p}}^{i_p}(.)$ تابع عضویت خروجی لایه $p-1$-ام و i_p اندیس مربوط به تابع عضویتی است که در قانون r_{i_p}-ام ظاهر شده است. رابطه (۲) را می‌توان به صورت برداری (۳) نیز نوشت:

$$y_p = \theta_p^T \Gamma_p(x_{p+1}, y_{p-1}) \qquad (۳)$$

که در آن $\theta_p \epsilon R^{r_p \times 1}$ بردار مراکز دسته پارامترهای قسمت تالی و $\Gamma_p \epsilon R^{1 \times r_p}$ بردار قسمت نرمالیزه مربوط به بخش مقدم می‌باشد. همان‌طور

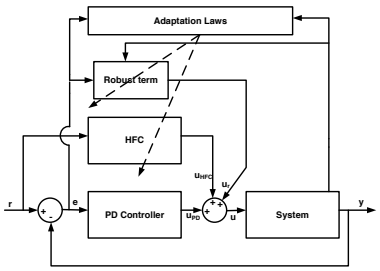
که در شکل۲ دیده می‌شود، خروجی هر بلوک فازی به همراه متغیر ورودی بعدی وارد بلوک فازی لایه بعدی می‌گردد و فقط در لایه اول ورودی‌های فازی هر دو متغیرهای ورودی می‌باشند.

فرض: در تمامی قضایای مطرح شده در این مقاله، از آنجا که به غیر صفر بودن مخرج در (۲) یا به عبارت بهتر کامل بودن قواعد و همچنین مشتق‌پذیر بودن توابع تعلق نیاز است، در نتیجه تمامی توابع عضویت به صورت گاوسی در نظر گرفته شده است.

با دقت در روابط ذکر شده مشاهده می‌شود که پارامترهای بخش تالی لایه‌های میانی به‌صورت غیرخطی-در-پارامتر ظاهر می‌شوند. بدین معنی که خروجی سیستم فازی سلسله مراتبی نسبت به پارامترها، غیرخطی است. به عبارت دیگر نمی‌توان خروجی را به صورت حاصلضرب بردار پارامترها در بردار رگرسورها نوشت که این مسئله استخراج قانون تطبیق را برای پارامترها در روش‌های تطبیقی برپایه لیاپانوف دشوار می‌سازد.

۵- الگوریتم پیشنهادی

در این بخش کنترل‌کننده پیشنهاد شده در این مقاله را توضیح خواهیم داد. بلوک دیاگرام الگوریتم پیشنهادی در شکل۳ نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل قابل مشاهده است، کنترل‌کننده فازی سلسله مراتبی در مسیر پیشرو و کنترل‌کننده کلاسیک PD به عنوان کنترل‌کننده مسیر پسخور قرار گرفته‌اند. مجموع سه جمله خروجی:کنترل‌کننده فازی سلسله مراتبی (u_{HFC})، کنترل‌کننده کلاسیک PD و جمله مربوط به کنترل‌کننده مقاوم (u_r) می‌باشد. بلوک قوانین به‌روز رسانی برپایه قضیه ارایه شده در ادامه، پارامترهای کنترل‌کننده‌های فازی سلسله مراتبی و مقاوم را به‌روز رسانی می‌کند.



شکل۳: بلوک دیاگرام الگوریتم پیشنهادی

همان‌طور که در شکل۳ قابل مشاهده است، سیگنال کنترلی که به سیستم تحت کنترل وارد می‌گردد، به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$u = u_{HFC} + u_{pd} + u_r \tag{۴}$$

که در آن، u_{HFC} سیگنال کنترلی ناشی از کنترل کننده فازی، u_{pd} سیگنال کنترلی ناشی از کنترل کننده کلاسیک تناسبی- مشتقی و u_r سیگنال کمکی برای جبران عدم قطعیت موجود می باشد. همان‌طور که قبلاً اشاره شد، خطای ردیابی به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$e = y_d - y \tag{۵}$$

خروجی کنترل‌کننده کلاسیک که تناسبی- مشتقی در نظر گرفته‌شده است به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$u_{pd} = k_p e + k_d \dot{e} \tag{۶}$$

که در آن k_p، و k_d ثابت‌های تناسبی و مشتقی هستند. بردار $\bar{u}_{pd}$ به‌صورت (۷) تعریف می‌شود:

$$\bar{u}_{pd} = \left[u_{pd}, \dot{u}_{pd}, \dots\dots, {u_{pd}}^{(n-1)}\right]^T_{n\times 1} \tag{۷}$$

با استفاده از خطی سازی فیدبک، فرمان کنترلی ایده‌آل که اثر تواع غیرخطی موجود در سیستم را حذف می‌کند، به‌صورت زیر تعریف بیان می‌شود:

$$u^* = \frac{1}{g(X)}\left[-f(X) + {y_m}^{(n)} - g(X)u_{pd} + K^T\bar{u}_{pd} + {u_{pd}}^{(n)} - e^{(n)}\right] \tag{۸}$$

که در آن، ${y_m}^{(n)}$ بیان‌کننده مشتقات زمانی n ام y_m و $K = [k_n, k_{n-1}, \dots, k_1]^T_{n\times 1}$ می‌باشد. با جایگذاری (۸) در (۱) معادله مشخصه دینامیک پسخور خطا به صورت زیر خواهد بود:

$${u_{pd}}^{(n)} + k_1{u_{pd}}^{(n-1)} + \dots + k_n u_{pd} = 0 \tag{۹}$$

بردار K طوری تعیین می‌شود که (۹) هرویتز باشد. ازآنجایی‌که u_{pd} تابعی از خطا و مشتق خطا می‌باشد، شرط هرویتز بودن (۹)، این نتیجه را حاصل می‌کند که u_{pd} و در نتیجه خطا به‌صورت مجانبی به صفر میل کنند. به‌عبارت دیگر خواهیم داشت: $y \to y_d$. با اضافه و کم کردن u^* به (۱) و جایگزین کردن مقدار آن با (۸) خواهیم داشت:

$$x^{(n)} = {y_m}^{(n)} + K^T\bar{u}_{pd} + {u_{pd}}^{(n)} - e^{(n)} + g(X)(u - u^*) + d(t) \tag{۱۰}$$

با استفاده از (۱۰) و با ساده‌سازی آن، رابطه (۱۱) به دست می آید:

$${u_{pd}}^{(n)} = -K^T\bar{u}_{pd} + g(x)[u^* - u] - d(t) \tag{۱۱}$$

که در آن، u سیگنال کنترلی اعمالی به سیستم می باشد. هنگامی که u به مقدار ایده آل خود، u^*، میل کند با استفاده از (۱۱) و (۱)، دینامیک خروجی کنترل کننده کلاسیک به صورت زیر به دست می آید:

$$\dot{\bar{u}}_{pd} = \Lambda\,\bar{u}_{pd} + B\left[u^* - u - \frac{d(t)}{g(X)}\right] \tag{۱۲}$$

که در آن ماتریس Λ به فرم همبسته و بردار B به صورت زیر به دست می آید:

$$\Lambda=\begin{bmatrix} 0 & 1 & & 0 & 0 \\ 0 & 0 & & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & \dots\dots & 1 & 0 \\ \vdots & 0 & & 0 & 1 \\ -k_n & -k_{n-1} & \dots\dots & -k_2 & -k_1 \end{bmatrix}$$

$$,\quad B=\begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ g(X) \end{bmatrix} \tag{۱۳}$$

همان‌طور که در بخش ۳ اشاره شد، پارامترهای لایه‌های میانی کنترل‌کننده فازی سلسله مراتبی به صورت غیرخطی در پارامتر در خروجی ظاهر می‌شوند. این امر سبب می‌شود تا استخراج قانون تطبیق با استفاده از تابع لیاپانوف به طور مستقیم ممکن نباشد. لذا از قضیه زیر استفاده می‌کنیم.

قضیه ۱[۱۳]: اگر خطای تخمین پارارمترها را به صورت $\tilde{\theta} \triangleq \theta^* - \hat{\theta}$ تعریف کنیم خطای تخمین تابع یعنی $\varepsilon(x) \triangleq f(x) - \hat{f}(x)$ هنگامی که از سیستم فازی سلسله مراتبی با توابع عضویت گاوسی برای تخمین تابع استفاده می‌شود به صورت (۱۴) می‌تواند بیان شود:

$$\varepsilon(x) = \tilde{\theta}_{n-1}^T\left(\hat{\Gamma}_{n-1} - \sum_{i=1}^{n-2}\frac{\partial\Gamma_{n-1}}{\partial\theta_i^*}|_{\theta=\hat{\theta}}\hat{\theta}_i\right) + \hat{\theta}_{n-1}^T\left(\sum_{i=1}^{n-2}\frac{\partial\Gamma_{n-1}}{\partial\theta_i^*}|_{\theta=\hat{\theta}}\tilde{\theta}_i\right) + R \tag{۱۴}$$

که در آن R یک عبارت باقیمانده است که شرط زیر را برقرار می‌سازد:

$$|R| \le \theta_f^{*T}.Y_f \tag{۱۵}$$

که در رابطه (۱۵) θ_f^* یک بردار ثابت نامعلوم ولی کراندار از کران‌های بالای پارامترهای بهینه و برخی حدود بالای ثابت به‌صورت $\theta_f^* = \left[\theta_{f_n}, \theta_{f_{n-1}}, \dots, \theta_{f_1}\right]^T$ که عناصر آن در روابط (۱۶)-(۱۸) تعریف شده‌اند و $Y_f = \left[1, \|\hat{\theta}_{n-1}\|, \|\hat{\theta}_{n-2}\|, \dots, \|\hat{\theta}_1\|\right]^T$ یک بردار تابعی معلوم است.

$$\theta_{f_n} = 2\bar{\theta}_{n-1}.\sum_{i=1}^{n-2} C_i.\bar{\theta}_i + \varepsilon^* + \bar{\Gamma}_{n-1}.\bar{\theta}_{n-1} \tag{۱۶}$$

$$\theta_{f_{n-1}} = \sum_{i=1}^{n-2} C_i.\bar{\theta}_i \tag{۱۷}$$

$$\theta_{f_i} = C_i\bar{\theta}_i \qquad for\ \ i = 1, \dots, n-2 \tag{۱۸}$$

که در روابط بالا $\bar{\theta}_i$ کران بالای پارامترهای بهینه i-ام، یا به عبارت بهتر $\|\theta_i^*\| \le \bar{\theta}_i$، ε^* کران بالای خطای بین سیستم فازی سلسله مراتبی ایده‌آل و تابع واقعی یا به عبارت بهتر $|\varepsilon_f(x)| \le \varepsilon^*$ که در آن $\varepsilon_f(x) \triangleq f(x) - \theta_{n-1}^{*T}\hat{\Gamma}_{n-1}$، $\bar{\Gamma}_{n-1}$ کران بالای تابع گاوسی و C_i ها کران بالای مشتق تابع گاوسی هستند.

مهمترین نتیجه‌ای که این قضیه در بر دارد، این است که برای تقریب‌های در نظر گرفته شده که ناشی از جملات مرتبه بالای بسط تیلور و برخی عبارات دیگر می‌باشد، حد بالا به صورت خطی-در-پارامتر می‌تواند بیان شود.

حال سیستم تحت کنترل با استفاده از کنترل‌کننده پیشنهادی در شکل-۳ را در نظر گرفته و پایداری الگوریتم کنترلی را مورد بررسی قرار می‌دهیم. قضیه ۲ که در ادامه مطرح می‌گردد، به این مسئله می‌پردازد. همچنین این قضیه ضمن تضمین پایداری سیستم تحت کنترل، قانون به‌روزرسانی پارامترها را نیز بیان می‌دارد.

قضیه ۲: سیستم غیرخطی مطرح شده در (۱) را تحت ساختار کنترلی شکل۳ در نظر بگیرید که در آن سیستم فازی سلسله مراتبی با توابع عضویت گاوسی در نظر گرفته شده است. اگر قوانین به‌روزرسانی پارامترها را طبق روابط (۱۹) تا (۲۳) اعمال کنیم، آنگاه تمامی متغیرهای سیستم تطبیقی محدود باقی مانده و خطای ردیابی سیستم تحت کنترل نیز به سمت صفر میل می‌کند.

$$u_r(t) = \rho.sign\left(\bar{u}_{pd}{}^T PB\right) + \hat{\theta}_f^T Y_f sign(\bar{u}_{pd}{}^T PB) \tag{۱۹}$$

$$\dot{\hat{\theta}}_{n-1} = \eta_{n-1}\bar{u}_{pd}{}^T PB.\left(\hat{\Gamma}_{n-1} - \sum_{i=1}^{n-2}\frac{\partial\Gamma_{n-1}}{\partial\theta_i^*}|_{\theta=\hat{\theta}}\hat{\theta}_i\right) \tag{۲۰}$$

$$\dot{\hat{\theta}}_i = \eta_i\bar{u}_{pd}{}^T PB.\left(\hat{\theta}_{n-1}^T\left(\frac{\partial\Gamma_{n-1}}{\partial\theta_i^*}|_{\theta=\hat{\theta}}\right)\right)^T;\ i = 1, \dots, n-2 \tag{۲۱}$$

$$\dot{\hat{\theta}}_f = \eta_f.\left|\bar{u}_{pd}{}^T PB\right|.Y_f \tag{۲۲}$$

$$\dot{\rho} = \eta_p.\left|\bar{u}_{pd}{}^T PB\right| \tag{۲۳}$$

اثبات:

تابع لیاپانوف مثبت معینی به فرم (۲۴) در نظر گرفته شده است:

$$V = \frac{1}{2}\bar{u}_{pd}{}^T P\bar{u}_{pd} + \frac{1}{2\eta_{n-1}}\tilde{\theta}_{n-1}^T\tilde{\theta}_{n-1} + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n-2}\frac{1}{\eta_i}\tilde{\theta}_i^T\,\tilde{\theta}_i + \frac{1}{2\eta_f}\tilde{\theta}_f^T\tilde{\theta}_f + \frac{1}{2\eta_p}(\tilde{\rho})^2 \tag{۲۴}$$

که در آن، $\tilde{\theta}_{n-1}$ خطای پارامترهای لایه آخر کنترل‌کننده فازی سلسله مراتبی، $\tilde{\theta}_i$ خطای پارامترهای لایه‌های میانی کنترل‌کننده فازی سلسله مراتبی، $\tilde{\theta}_f$ خطای پارامترهای مربوط به حد بالای تقریب نشان داده شده در قضیه ۱، $\tilde{\rho} = \rho - \rho^*$ خطای پارامتری هستند که جهت مقابله با اغتشاش در سیگنال کنترلی مقاوم استفاده می‌شوند و ρ^* مقدار بهینه این پارامتر است که مقداری مثبت و نامعلوم است، η_i نرخ آموزش به ازای $i = 1, \dots, n-1, f, p$، P ماتریس متقارن و مثبت معین $n \times n$ و

$\bar{u}_{pd}$ بردار پسخور خطا تعریف شده در (۷) می‌باشد. توجه شود که چون پارامترهای لایه آخر سلسله مراتبی به صورت خطی-در-پارامتر و پارامترهای لایه‌های دیگر به صورت غیرخطی-در-پارامتر می‌باشند لذا به صورت جداگانه در تابع لیاپانوف در نظر گرفته شده‌اند. با گرفتن مشتق زمانی از تابع لیاپانوف پیشنهادی، (۲۵) به دست خواهد آمد:

$$\dot{V} = \frac{1}{2}\dot{\bar{u}}_{pd}{}^T P\bar{u}_{pd} + \frac{1}{2}\bar{u}_{pd}{}^T P\dot{\bar{u}}_{pd} - \frac{1}{\eta_{n-1}}\tilde{\theta}_{n-1}^T\dot{\hat{\theta}}_{n-1} - \sum_{i=1}^{n-2}\frac{1}{\eta_i}\tilde{\theta}_i^T\dot{\hat{\theta}}_i - \frac{1}{\eta_f}\tilde{\theta}_f^T\dot{\hat{\theta}}_f + \frac{1}{\eta_p}\dot{\rho}(\rho-\rho^*) \quad (۲۵)$$

با جایگذاری دینامیک پسخور خطا از (۱۲) در (۲۲)، رابطه (۲۳) به دست می آید:

$$\dot{V} = \frac{1}{2}\bar{u}_{pd}{}^T \wedge^T P\bar{u}_{pd} + \frac{1}{2}\bar{u}_{pd}{}^T P\wedge\bar{u}_{pd} + \bar{u}_{pd}{}^T PB\left[u^* - \mathrm{u} - \frac{d(t)}{g(X)}\right] - \frac{1}{\eta_{n-1}}\tilde{\theta}_{n-1}^T\dot{\hat{\theta}}_{n-1} - \sum_{i=1}^{n-2}\frac{1}{\eta_i}\tilde{\theta}_i^T\dot{\hat{\theta}}_i - \frac{1}{\eta_f}\tilde{\theta}_f^T\dot{\hat{\theta}}_f + \frac{1}{\eta_p}\dot{\rho}(\rho-\rho^*) \quad (۲۶)$$

معادله لیاپانوف را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$\wedge^T P + P\wedge = -Q \quad (۲۷)$$

که در آن، P و Q ماتریس های مثبت معین و متقارن می باشند. با استفاده از معادله لیاپانوف تعریف شده در (۲۷) و جاگذاری آن در(۲۶)، رابطه (۲۸) به دست می‌آید:

$$\dot{V} = -\frac{1}{2}\bar{u}_{pd}{}^T Q\bar{u}_{pd} + \bar{u}_{pd}{}^T PB\left[u^* - \mathrm{u} - \frac{d(t)}{g(X)}\right] - \frac{1}{\eta_{n-1}}\tilde{\theta}_{n-1}^T\dot{\hat{\theta}}_{n-1} - \sum_{i=1}^{n-2}\frac{1}{\eta_i}\tilde{\theta}_i^T\dot{\hat{\theta}}_i - \frac{1}{\eta_f}\tilde{\theta}_f^T\dot{\hat{\theta}}_f + \frac{1}{\eta_p}\dot{\rho}(\rho-\rho^*) \quad (۲۸)$$

چنانچه u را طبق (۴) در (۲۸) جایگذاری کنیم، با توجه به اینکه سیستم فازی سلسله مراتبی سعی در تخمین سیگنال کنترلی ایده‌آل (۸) دارد، لذا با توجه به قضیه ۱ و رابطه (۱۴) به رابطه (۲۹) خواهیم رسید:

$$\begin{aligned}\dot{V} &= -\frac{1}{2}\bar{u}_{pd}{}^T Q\bar{u}_{pd} + \bar{u}_{pd}{}^T PB\left[\varepsilon - \frac{d(t)}{g(X)}\right] - \frac{1}{\eta_{n-1}}\tilde{\theta}_{n-1}^T\dot{\hat{\theta}}_{n-1} - \sum_{i=1}^{n-2}\frac{1}{\eta_i}\tilde{\theta}_i^T\dot{\hat{\theta}}_i - \frac{1}{\eta_f}\tilde{\theta}_f^T\dot{\hat{\theta}}_f + \frac{1}{\eta_p}\dot{\rho}(\rho-\rho^*) = -\frac{1}{2}\bar{u}_{pd}{}^T Q\bar{u}_{pd} + \\ &\bar{u}_{pd}{}^T PB\left[\tilde{\theta}_{n-1}^T\left(\hat{\Gamma}_{n-1} - \sum_{i=1}^{n-2}\frac{\partial\Gamma_{n-1}}{\partial\theta_i^*}|_{\theta=\hat{\theta}}\hat{\theta}_i\right) + \hat{\theta}_{n-1}^T\left(\sum_{i=1}^{n-2}\frac{\partial\Gamma_{n-1}}{\partial\theta_i^*}|_{\theta=\hat{\theta}}\tilde{\theta}_i\right) + R - \mathrm{u}_r - \frac{d(t)}{g(X)}\right] - \frac{1}{\eta_{n-1}}\tilde{\theta}_{n-1}^T\dot{\hat{\theta}}_{n-1} - \sum_{i=1}^{n-2}\frac{1}{\eta_i}\tilde{\theta}_i^T\dot{\hat{\theta}}_i - \frac{1}{\eta_f}\tilde{\theta}_f^T\dot{\hat{\theta}}_f + \frac{1}{\eta_p}\dot{\rho}(\rho-\rho^*)\end{aligned} \quad (۲۹)$$

حال، اگر روابط به‌روزرسانی (۱۹) تا (۲۳) را در (۲۹) جایگذاری کنیم، رابطه (۳۰) نتیجه خواهد شد:

$$\begin{aligned}\dot{V} &= -\frac{1}{2}\bar{u}_{pd}{}^T Q\bar{u}_{pd} + \bar{u}_{pd}{}^T PB\left[R - \mathrm{u}_r - \frac{d(t)}{g(X)}\right] - \frac{1}{\eta_f}\tilde{\theta}_f^T\dot{\hat{\theta}}_f + \frac{1}{\eta_p}\dot{\rho}(\rho-\rho^*) \le \\ &-\frac{1}{2}\bar{u}_{pd}{}^T Q\bar{u}_{pd} + \bar{u}_{pd}{}^T PBR + \bar{u}_{pd}{}^T PB\left[-\rho.sign\left(\bar{u}_{pd}{}^T PB\right) - \hat{\theta}_f^T Y_f sign\left(\bar{u}_{pd}{}^T PB\right) - \frac{d(t)}{g(X)}\right] - \frac{1}{\eta_f}\left(\theta_f^* - \hat{\theta}_f\right)^T\dot{\hat{\theta}}_f + \frac{1}{\eta_p}\dot{\rho}(\rho-\rho^*) = \\ &-\frac{1}{2}\bar{u}_{pd}{}^T Q\bar{u}_{pd} + \bar{u}_{pd}{}^T PBR - \rho.\left|\bar{u}_{pd}{}^T PB\right| - \hat{\theta}_f^T Y_f\left|\bar{u}_{pd}{}^T PB\right| - \bar{u}_{pd}{}^T PB\frac{d(t)}{g(X)} - \frac{1}{\eta_f}\left(\theta_f^* - \hat{\theta}_f\right)^T\dot{\hat{\theta}}_f + \\ &\frac{1}{\eta_p}\dot{\rho}(\rho-\rho^*) \le -\frac{1}{2}\bar{u}_{pd}{}^T Q\bar{u}_{pd} + \left|\bar{u}_{pd}{}^T PB\right||R| - \rho.\left|\bar{u}_{pd}{}^T PB\right| - \hat{\theta}_f^T Y_f\left|\bar{u}_{pd}{}^T PB\right| + \left|\bar{u}_{pd}{}^T PB\right|\frac{D}{M} - \\ &\frac{1}{\eta_f}\theta_f^{*T}\left(\eta_f\left|\bar{u}_{pd}{}^T PB\right|Y_f\right) + \frac{1}{\eta_f}\hat{\theta}_f^T\left(\eta_f\left|\bar{u}_{pd}{}^T PB\right|Y_f\right) + \frac{1}{\eta_p}\left(\eta_p\left|\bar{u}_{pd}{}^T PB\right|\right)\rho - \frac{1}{\eta_p}\rho^*\left(\eta_p\left|\bar{u}_{pd}{}^T PB\right|\right) \le \\ &-\frac{1}{2}\bar{u}_{pd}{}^T Q\bar{u}_{pd} + \left|\bar{u}_{pd}{}^T PB\right|\theta_f^{*T}Y_f - \rho\left|\bar{u}_{pd}{}^T PB\right| - \hat{\theta}_f^T Y_f\left|\bar{u}_{pd}{}^T PB\right| + \left|\bar{u}_{pd}{}^T PB\right|\frac{D}{M} - \theta_f^{*T}\left|\bar{u}_{pd}{}^T PB\right|Y_f + \\ &\hat{\theta}_f^T\left|\bar{u}_{pd}{}^T PB\right|Y_f + \rho\left|\bar{u}_{pd}{}^T PB\right| - \rho^*\left|\bar{u}_{pd}{}^T PB\right| = -\frac{1}{2}\bar{u}_{pd}{}^T Q\bar{u}_{pd} - \rho^*\left|\bar{u}_{pd}{}^T PB\right| + \frac{D}{M}\left|\bar{u}_{pd}{}^T PB\right|\end{aligned} \quad (۳۰)$$

از آنجایی که ρ^* یک عدد مثبت نامعلوم می‌باشد و می‌توان آن را طوری انتخاب کرد که $\rho^* > \frac{\mathrm{D}}{\mathrm{M}}$ برقرار باشد. در این صورت داریم:

$$\dot{V} \le -\frac{1}{2}\bar{u}_{pd}{}^T Q\bar{u}_{pd} \quad (۳۱)$$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود مشتق تابع لیاپانوف غیرمثبت، $\dot{V} \le 0$، شد. لازم به ذکر است که در (۳۰) از رابطه (۱۵) قضیه ۱ و همچنین محدود بودن سیگنال‌های اغتشاش از بالا و بهره کنترلی از پایین استفاده شده است. رابطه (۳۱) همگرایی پارامترهای تالی کنترل‌کننده فازی سلسله مراتبی را به مقادیر بهینه تضمین کرده و ضرورت صفر شدن خطای پسخور خطا را نشان می‌دهد. از آنجا که u_{PD} معادله دیفرانسیلی مرتبه اولی بر حسب خطا است، صفر شدن آن صفر شدن خطا را اثبات می‌کند. حال برای نشان دادن صفر شدن مجانبی خطا از لم باربالات استفاده می‌کنیم. بدین منظور تابع پیوسته و غیرمنفی V_1 را مانند زیر تعریف می‌شود:

$$V_1(t) = V(t) - \int_0^t\left(\dot{V}(t) + \frac{1}{2}\bar{u}_{pd}{}^T Q\bar{u}_{pd}\right)dt \quad (۳۲)$$

که نتیجه می‌دهد:

$$\dot{V}_1(t) = -\frac{1}{2}\bar{u}_{pd}{}^T Q\bar{u}_{pd} \quad (۳۳)$$

سمت راست رابطه (۱۲) از عبارات محدود تشکیل شده است. از طرف دیگر V_1 از سمت حد پایین به صفر محدود است و $\dot{V}_1 \le 0$ پس با توجه به لم باربالات هنگامی که زمان به سمت بینهایت میل نماید $\dot{V}_1$ به سمت صفر میل می‌کند و در نتیجه خطای پسخور و در نهایت خطای ردیابی به سمت صفر همگرا می‌شود. ▲

تعمیم قضیه: در قضیه بیان شده کنترل‌کننده فازی سلسله مراتبی به صورت $n-1$ در نظر گرفته شده است. اما در واقع قضیه این قابلیت را دارد که به هر کنترل‌کننده فازی سلسله مراتبی با هر تعداد لایه اعمال شود. فقط کافی است که در (۲۰) حد بالای مجموع (سیگما) که نشان دهنده تعداد لایه‌ها منهای یک است تغییر کند. مهمترین نتیجه‌ای که این تعمیم دارد این است که می‌توان آن را به کنترل‌کننده فازی کلاسیک نیز اعمال کرد. بدین صورت که چون تعداد لایه‌ها برابر ۱ است حد بالای مجموع برابر با صفر شده و مجموع صفر می‌شود و فقط پارامترهای لایه آخر به‌روز رسانی می‌شود. بنابراین همان‌طور که ملاحظه می‌گردد، قضیه حالت کلی داشته و می‌توان آن را به هر ساختاری از سیستم فازی اعمال کرد.

۶- مقاوم‌سازی قوانین تطبیق

در بخش قبل در قضیه مطرح شده فرض کردیم که سیستم فازی سلسله مراتبی کنترل‌کننده مطلوب را با تقریب بسیار خوبی تخمین می‌زند. اما در عمل خطای مدل‌سازی همیشه و به‌طور اجتناب‌ناپذیری وجود دارد که ناشی از عوامل و نامعینی‌هایی است که در نظر گرفته نشده است و ممکن است باعث ایجاد ناپایداری در روش آموزش گردند. برای اجتناب از این وضعیت، روش‌هایی برای مقاوم‌سازی روش‌های آموزشی در نظر گرفته می‌شود [۱۴]. در این مقاله از یکی از مهمترین این روش‌ها تحت عنوان $\sigma - modification$ استفاده شده است. بدین ترتیب قوانین به‌روز رسانی که در قضیه ۲ در روابط (۲۰) تا (۲۳) مطرح شدند به صورت زیر تغییر می‌کنند:

$$\dot{\hat{\theta}}_{n-1} = \eta_{n-1}\bar{u}_{pd}{}^T PB\left(\hat{\Gamma}_{n-1} - \sum_{i=1}^{n-2}\frac{\partial\Gamma_{n-1}}{\partial\theta_i^*}|_{\theta=\hat{\theta}}\hat{\theta}_i\right) - \sigma\eta_{n-1}\hat{\theta}_{n-1} \quad (۳۴)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_i = \eta_i\bar{u}_{pd}{}^T PB\left(\hat{\theta}_{n-1}^T\left(\frac{\partial\Gamma_{n-1}}{\partial\theta_i^*}|_{\theta=\hat{\theta}}\right)\right)^T - \sigma\eta_i\hat{\theta}_i;\ for\ \ i=1,\dots,n-2 \quad (۳۵)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_f = \eta_f\left|\bar{u}_{pd}{}^T PB\right|Y_f - \sigma\eta_f\hat{\theta}_f \quad (۳۶)$$

$$\dot{\rho} = \eta_p\left|\bar{u}_{pd}{}^T PB\right| - \sigma\eta_p\rho \quad (۳۷)$$

اعمال قوانین به‌روز رسانی مطرح شده در (۳۴) تا (۳۷) باعث ایجاد یک سری پارامترها اضافی شده و در نتیجه اثبات مطرح شده در قضیه ۲ را تحت تاثیر قرار می‌دهد و لازم است مجدداً تحت بررسی قرار گیرد. به عبارت دقیق‌تر رابطه (۳۰) به صورت (۳۸) درمی‌آید:

$$\dot{V} \le -\frac{1}{2}\bar{u}_{pd}{}^T Q\bar{u}_{pd} + \sigma\tilde{\theta}_{n-1}^T\hat{\theta}_{n-1} + \sigma\sum_{i=1}^{n-2}\tilde{\theta}_i^T\hat{\theta}_i + \sigma\hat{\theta}_f^T\hat{\theta}_f - \sigma\rho(\rho-\rho^*) \quad (۳۸)$$

با اندکی ساده‌سازی ریاضی خواهیم داشت:

$$\dot{V} \le -\frac{1}{2}\bar{u}_{pd}{}^T Q\bar{u}_{pd} - \frac{\sigma}{2}\left[\tilde{\theta}_{n-1}^T\tilde{\theta}_{n-1} + \hat{\theta}_{n-1}^T\hat{\theta}_{n-1} - \theta_{n-1}^*{}^T\theta_{n-1}^*\right] - \frac{\sigma}{2}\sum_{i=1}^{n-2}\left[\tilde{\theta}_i^T\tilde{\theta}_i + \hat{\theta}_i^T\hat{\theta}_i - \theta_i^{*T}\theta_i^*\right] - \frac{\sigma}{2}\left[\tilde{\theta}_f^T\tilde{\theta}_f + \hat{\theta}_f^T\hat{\theta}_f - \theta_f^{*T}\theta_f^*\right] - \frac{\sigma}{2}\left[(\rho-\rho^*)^2 + \rho^2 - \rho^{*2}\right] \quad (۳۹)$$

رابطه (۳۹) را با تعریف متغیرهای جدید و عملیات ریاضی می‌توان به صورت (۴۰) بازنویسی کرد:

$$\dot{V} \le -cV + \rho_r \quad (۴۰)$$

که در آن،

$$\rho_r = \frac{\sigma}{2}\theta_{n-1}^*{}^T\theta_{n-1}^* + \frac{\sigma}{2}\sum_{i=1}^{n-2}\theta_i^{*T}\theta_i^* + \frac{\sigma}{2}\theta_f^{*T}\theta_f^* + \frac{\sigma}{2}\rho^{*2} \quad (۴۱)$$

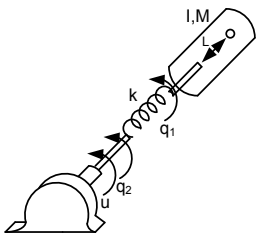
$$c = \frac{\min(\sigma,1).\min(\eta_i,\eta_f,\eta_p)}{2} \quad (۴۲)$$

بنابراین، تابع لیاپانوف تا زمانی که $V \le \rho_r/c$ است همگرا می‌شود. مقدار c مقدار کوچکتر از یک است که باعث می‌شود کسر مذکور بزرگتر شود و از آنجا که مقدار آن وابسته به نرخ‌های آموزش و σ است می‌توان این بازه را به اندازه کافی بزرگ طراحی کرد. بزرگ شدن این بازه منجر به بزرگ شدن ناحیه جذب تابع لیاپانوف می‌شود. در نتیجه با انتخاب مقدار کوچک c ناحیه جذب بزرگ می‌شود. بنابراین ناحیه‌ای از شرایط اولیه که به ازای آن‌ها می‌توان پایداری سیستم را تضمین کرد بزرگتر می‌شود.

۷- نتایج شبیه‌سازی‌ها

در این بخش به شبیه‌سازی دو مثال کاربردی می‌پردازیم و روش کنترلی پیشنهادی را بر روی آنها اعمال می‌کنیم. برای نشان دادن کارایی روش‌های پیشنهاد شده، آنها را با کنترل‌کننده کلاسیک مدلغزشی [۱۵] مقایسه کرده‌ایم. مثال اول بازوی ربات انعطاف‌پذیر است که یک سیستم مکانیکی پر استفاده در صنعت و محیط‌های دانشگاهی است. مثال دوم سیستم تعلیق خودروی یک چهارم فعال است که در صنعت و مقالات بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرد.

مثال اول: شکل۴ شماتیک کلی بازوی ربات انعطاف پذیر را نشان می‌دهد. مجموعه $q = \{q_1, \dot{q}_1, q_2, \dot{q}_2\}$ را به عنوان مجموعه مختصات توسعه یافته برای این سیستم تعریف می‌شود که در آن q_1 زاویه بازو، $q_2 = -\left(\frac{1}{m}\right)\theta_1$ تغییر زاویه ای روتور، m نسبت چرخ دنده، $q_1 - q_2$ جابجایی الاستیکی بازو می باشند [۱۶].



شکل ۴: شماتیک بازوی ربات انعطاف پذیر

با استفاده از معادلات اویلر، مدل تحلیلی بازوی انعطاف‌پذیر به صورت (۴۳) به دست می‌آید:

$$\begin{cases} I\ddot{q}_1 + MgLsin(q_1) + K(q_1 - q_2) = 0 \\ J\ddot{q}_2 - K(q_1 - q_2) = u \end{cases} \quad (۴۳)$$

معادلات فضای حالت را می‌توان به صورت (۴۴) تعریف کرد:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{MgL}{I}\sin(x_1) - \frac{K}{I}(x_1 - x_3) \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{K}{J}(x_1 - x_3) + \frac{1}{J}u \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (۴۴)$$

متغیرهای حالت به این صورت در نظر گرفته شده اند که $x_1 = q_1$ و $x_3 = q_2$. فضای حالت ارایه شده در (۴۴)، شرایط سیستم (۱) را برآورده نمی‌کند. به عبارت دیگر سیستم را باید به فرم نرمال در آوریم. سیستم به فرم نرمال در (۴۵) نشان داده شده است.

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ \dot{z}_3 &= z_4 \\ \dot{z}_4 &= -\left(\frac{MgL}{I}\cos(z_1) + \frac{K}{I} + \frac{K}{J}\right)z_3 - \\ &\frac{MgL}{I}\left(z_2^2 - \frac{K}{J}\right)\sin(z_1) + \frac{K}{IJ}u \end{aligned} \quad (۴۵)$$

که در آن متغیرهای حالت به صورت رابطه (۴۶) در نظر گرفته شده است.

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1 \\ z_2 &= x_3 \\ z_3 &= -\frac{MgL}{I}\sin(x_1) - \frac{K}{I}(x_1 - x_3) \\ z_4 &= -\frac{MgL}{I}x_2\cos(x_1) - \frac{K}{I}(x_2 - x_4) \end{aligned} \quad (۴۶)$$

مقادیر عددی در نظر گرفته شده برای پارامترها در جدول۱ آورده شده است.

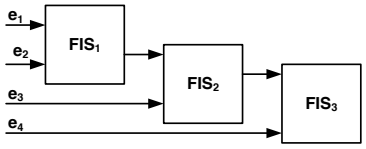
جدول ۱: مقادیر عددی پارامترهای سیستم ربات انعطاف‌پذیر[۱۶]

پارامترها	مقادیر عددی
g	$9.8\ m/s^2$
M	$1\ Kg$
K	$1\ N/m$
J	$1\ Kgm^2$
I	$1\ Kgm^2$
L	$1\ m$

اغتشاش در نظر گرفته شده برای این شبیه‌سازی به صورت رابطه (۴۷) در نظر گرفته شده است.

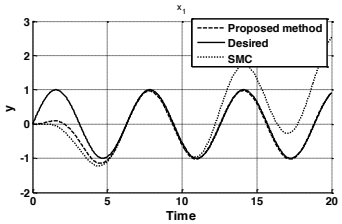
$$d(t) = \begin{cases} 4 & t > 10 \\ 0 & otherwise \end{cases} \quad (۴۷)$$

همان‌طور که در رابطه (۴۵) قابل مشاهده است سیستم داری ۴ متغیر حالت می‌باشد لذا سیستم فازی سلسله مراتبی با سه بلوک فازی مانند شکل۵ برای آن در نظر گرفته شده است.

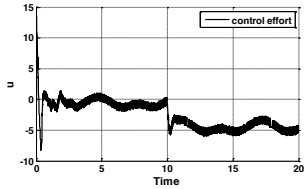


شکل ۵: بلوک دیاگرام کنترل‌کننده فازی سلسله مراتبی درنظر گرفته شده

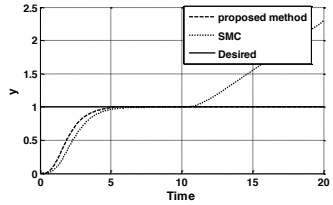
در شبیه‌سازی‌ها شرایط اولیه متغیرهای اولیه را صفر در نظر گرفتیم. سیگنال مطلوبی که جهت ردیابی مد نظر قرار داده شده است سیگنال سینوسی می‌باشد. در شکل۶ نتیجه ردیابی سیستم بازوی ربات انعطاف-پذیر به سیگنال سینوسی و در شکل ۸ پاسخ پله آن با کنترل‌کننده پیشنهاد شده و همچنین نتایج با کنترل‌کننده مدلغزشی مقایسه شده است. همان-طور که در شکل‌ها مشاهده می‌شود کنترل‌کننده پیشنهادی در مقایسه با کنترل‌کننده مدلغزشی در حضور اغتشاش جواب بسیار مطلوبی داده است. در واقع کنترل‌کننده پیشنهاد شده در مقابله با اغتشاش نسبت به کنترل‌کننده مدلغزشی مقاوم‌تر است. لازم به ذکر است که در اینجا ما اغتشاش را آنقدر بزرگ در نظر گرفته‌ایم تا به مرزی برسیم که کنترل-کننده مدلغزشی جوابگو نباشد در حالی که همان‌طور که دیده می‌شود کنترل‌کننده پیشنهادی پاسخ مطلوب می‌دهد. دلیل این امر وجود جمله‌ای در سیگنال کنترلی به عنوان جمله مقاوم و همچنین تطبیقی بودن کنترل-کننده پیشنهاد شده می‌باشد. از طرف دیگر استفاده از کنترل‌کننده فازی سلسله مراتبی در مقایسه با سیستم فازی معمولی منجر به کاهش تعداد قوانین از ۸۱ قانون به ۲۷ قانون و در نتیجه کاهش تعداد پارامترها شده است.



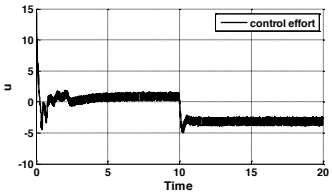
شکل ۶: ردیابی سینوسی مثال اول: (--) روش پیشنهادی. (-) سیگنال مطلوب. (...) روش مدلغزشی



شکل ۷: سیگنال کنترلی مربوط به ردیابی سینوسی مثال اول



شکل ۸: پاسخ پله مثال اول: (--) روش پیشنهادی. (-) سیگنال مطلوب. (...) روش مدلغزشی



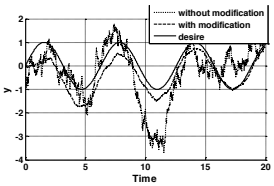
شکل ۹: سیگنال کنترلی مربوط به پاسخ پله مثال اول

لازم به توضیح است که در لحظات اولیه که پارامترهای سیستم فازی سلسله مراتبی هنوز آموزش نیافته‌اند کنترل‌کننده PD نقش اصلی در کنترل را دارد و لذا پاسخ مناسب در لحظات اولیه وابسته به طراحی پارامترهای کنترل‌کننده PD دارد. در شکل‌های ۷ و ۹ سیگنال‌های کنترلی شبیه‌سازی‌ها نشان داده شده‌اند. همان‌طور که قابل مشاهده است سیگنال کنترلی دارای نوسان زیادی است که ناشی از وجود جمله مقاوم در کنترل‌کننده است. از آنجا که این جمله داری تابع علامت sign است، پدیده وزوز[1] اتفاق می‌افتد برای اجتناب از ایجاد پدیده وزوز و از بین بردن نوسانات می‌توان از تابع اشباع sat استفاده کرد. این تابع نوسانات را از بین می‌برد ولی باعث ایجاد خطای ماندگار بسیار اندکی می‌شود.

همچنین در شکل ۱۰ برای نشان دادن کاربرد روش مقاوم‌سازی ذکر شده نویز فرآیند به سیستم اضافه کرده‌ایم بدین ترتیب معادلات سیستم در رابطه (۴۵) با رابطه (۴۸) جایگزین می‌شود.

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 + n(t) \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ \dot{z}_3 &= z_4 \\ \dot{z}_4 &= -\left(\frac{MgL}{I}\cos(z_1) + \frac{K}{I} + \frac{K}{J}\right) z_3 - \frac{MgL}{I}\left(z_2^2 - \frac{K}{J}\right)\sin(z_1) + \frac{K}{IJ}u + n(t) \end{aligned} \quad (۴۸)$$

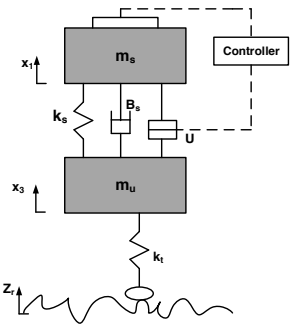
که در آن $n(t)$ با میانگین صفر و انحراف معیار ۱ است. در واقع در این شبیه‌سازی مقدار انحراف معیار نویز را به قدری افزایش می‌دهیم تا موجب بروز پدیده گریز پارامتری شود و در این حالت $\sigma - modification$ مانع خارج شدن پارامترها از ناحیه مطلوب می‌شود. همان‌طور که در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود، به دلیل مقدار قابل توجه نویز پاسخ‌ها با پاسخ مطلوب فاصله دارند اما روش مقاوم‌سازی منجر به جلوگیری از گریز پارامترها از ناحیه همگرایی شده است.



شکل ۱۰: پاسخ مثال اول در حضور نویز با و بدون استفاده از روش مقاوم‌سازی

مثال دوم: در این مثال مسئله رگولاسیون سیستم تعلیق یک چهارم خودرو را مورد بررسی قرار داده‌ایم. در شکل۱۱ شماتیک کلی این سیستم نشان داده شده است. در (۴۹) معادلات حاکم بر سیستم تعلیق یک چهارم آورده شده است [۱۷]. در این معادلات x_1 و x_2 به ترتیب جابجایی و سرعت عمودی جرم معلق و x_3 و x_4 به ترتیب جابجایی و سرعت عمودی جرم غیرمعلق، k_s ثابت مشخصه نیروی غیرخطی فنر، B_s ثابت مشخصه میرایی غیرخطی کمک‌فنر، k_t ثابت فنری تایر خودرو، Z_r دامنه دست انداز، m_s و m_u به ترتیب جرم‌های معلق و غیرمعلق می‌باشند.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{m_s}(-k_s(x_1 - x_3)^3 - B_s(x_2 - x_4)^5 + u(t)) \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{1}{m_u}(k_s(x_1 - x_3)^3 + B_s(x_2 - x_4)^5 - K_t x_3 + K_t Z_r - u(t)) + d(t) \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (۴۹)$$



شکل ۱۱: شماتیک سیستم تعلیق خودرو یک چهارم

همان‌طور که مشاهده می‌شود معادلات به فرم نرمال نشان داده شده در (۱) نیستند و مانند مثال قبل لازم است به شکل در آورده شوند. در (۵۰) روابط به شکل۱ درآمده نشان داده شده است [۱۷].

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ \dot{z}_3 &= z_4 \\ \dot{z}_4 &= -\frac{k_t}{mu}[k_s(x_1 - x_3)^3 + B_s(x_2 - x_4)^5 - k_t] + \frac{k_t}{m_u}u(t) + d(t) \end{aligned} \quad (۵۰)$$

که در آن، متغیرها به صورت زیر تعریف شده‌اند:

$$x_1 = \frac{1}{m_s}\left(z_1 + \frac{m_u z_3}{k_t}\right) \quad (۵۱)$$

[1] Chattering

$$x_2 = \frac{1}{m_s}\left(Z_2 + \frac{m_u z_4}{k_t}\right)$$

$$x_3 = -\frac{z_3}{k_t}$$

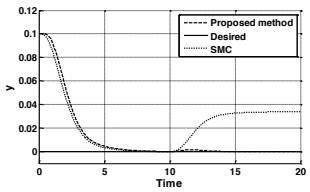
$$x_4 = -\frac{z_4}{k_t}$$

مقادیر متغیرهای سیستم نیز که در شبیه‌سازی در نظر گرفته شده‌اند در جدول۲ آمده است. از آنجا که در این مثال نیز سیستم ۴ متغیر حالت دارد، کنترل‌کننده سلسله مراتبی در این مثال نیز مانند شکل۵ است. همچنین شرایط اولیه متغیرهای حالت نیز صفر فرض شده است. همچنین اغتشاش وارد بر سیستم نیز مانند (۴۷) در نظر گرفته شده است.

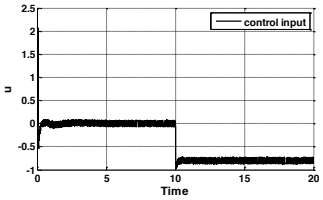
جدول ۲: مقادیر عددی پارامترهای سیستم تعلیق یک چهارم [۱۷]

پارامترها	مقادیر عددی
m_u	$40\ Kg$
m_s	$400\ Kg$
B_s	$1000\ Ns/m$
k_s	$18000\ N/m$
k_t	$200000\ N/m$

در شکل۱۲ نتایج شبیه‌سازی آورده شده است. همان‌طور که انتظار می‌رفت مقایسه کنترل کننده پیشنهادی با کنترل‌کننده مدلغزشی نشان می‌دهد که کنترل‌کننده ما نسبت به کنترل‌کننده کلاسیک در مقابل اغتشاش مقاوم‌تر می‌باشد. در این مثال نیز اغتشاش آنقدر بزرگ در نظر گرفته‌شده است تا به مرزی برسیم که کنترل‌کننده مدلغزشی جوابگو نباشد در حالی که همان‌طور که دیده می‌شود کنترل‌کننده پیشنهادی پاسخ مطلوبی می‌دهد. همچنین با استفاده از کنترل‌کننده فازی سلسله مراتبی تعداد قوانین فازی در مقایسه با سیستم فازی معمولی از ۸۱ قانون به ۲۷ قانون کاهش پیدا کرده است که منجر به کاهش تعداد کل پارامترهای آموزش‌پذیر شده است.



شکل۱۲: رگولاسیون مثال دوم: (...) روش پیشنهادی. (–) سیگنال مطلوب. (––) روش مدلغزشی



شکل۱۳: سیگنال کنترلی مربوط به مثال دوم

در این مثال شرایط اولیه جابجایی عمودی در ۱۰ سانتی‌متری قرار داده شده است. همانند آنچه که در مثال قبل ذکر شد در لحظه‌های اولیه که پارامترهای سیستم فازی سلسله مراتبی هنوز آموزش ندیده‌اند کنترل-کننده PD نقش اصلی را در کنترل دارد و درنتیجه پاسخ مناسب در شروع کار سیستم وابسته به طراحی پارامترهای کنترل‌کننده PD است. در شکل۱۳ نیز سیگنال کنترلی مربوط به این مثال نشان داده می‌شود. در این مثال نیز سیگنال کنترلی بخاطر پدیده وزوز دارای نوسان زیادی است. در اینجا نیز برای اجتناب از ایجاد پدیده وزوز و از بین بردن نوسانات می-توان از تابع اشباع sat استفاده کرد که این کار باعث ایجاد خطای ماندگار بسیار اندکی می‌شود.

۸- بحث و نتیجه‌گیری

در این تحقیق کنترل‌کننده تطبیقی فازی سلسله مراتبی در کنار کنترل‌کننده کلاسیک PD برای یک کلاس از سیستم‌های غیرخطی تک ورودی-تک خروجی در حضور اغتشاش محدود ارایه کرده‌ایم. کنترل-کننده PD در واقع برای ایجاد یک حاشیه امن در لحظات اولیه که سیستم فازی به طور کامل آموزش ندیده است بسیار مناسب می‌باشد. در واقع ایده کنترل‌کننده مطرح شده بر پایه آموزش پسخور خطا می‌باشد اما بجای آموزش پارامترهای سیستم فازی سلسله مراتبی با روش گرادیان نزولی که در آموزش پسخور خطا مرسوم است، از تابع لیاپانوف برای استخراج قوانین به‌روز رسانی پارامترها استفاده شده است. تابع لیاپانوف مطرح شده باعث تضمین پایداری سیستم تحت کنترل می‌شود. از آنجا که خطای پارامترها نیز در تابع لیاپانوف در نظر گرفته شده است لذا همگرایی پارامترها به سمت مقدار مطلوبشان نیز تضمین می‌گردد. همچنین جهت جلوگیری از خروج پارامترها از ناحیه همگرایی از روش $\sigma - modification$ استفاده شده است. اثبات مطرح شده پس از اعمال $\sigma - modification$ دوباره مورد بررسی قرار گرفته و نشان داده شده است که تابع لیاپانوف مطرح شده در ناحیه ذکر شده باعث تضمین پایداری می‌گردد. همچنین نشان داده شده است که روابط مطرح شده حالت کلی داشته و به هر سیستم فازی سلسله مراتبی با هر تعداد لایه و به خصوص به سیستم فازی معمولی قابل اعمال است. استفاده از کنترل-کننده فازی سلسله مراتبی در مقایسه با کنترل‌کننده فازی معمولی باعث کاهش تعداد قواعد و در نتیجه پارامتر می‌شود.

لذا دستاوردهای مقاله را می‌توان بدین صورت ذکر کرد:

- ارایه سیستم فازی سلسله مراتبی تطبیقی مبتنی بر آموزش پسخور خطا
- تضمین پایداری سیستم تحت کنترل در ردیابی سیگنال مرجع
- تضمین همگرایی پارامترهای سیستم فازی سلسله مراتبی به مقادیر بهینه
- افزایش مقاوم بودن الگوریتم کنترلی ارایه شده در مقایسه با کنترل‌کننده‌های کلاسیک

- کاهش تعداد قواعد و پارامترهای سیستم فازی
- قابلیت اعمال قضیه مطرح شده به هر ساختار سیستم سلسله مراتبی و حتی به سیستم‌های فازی کلاسیک
- مقاوم‌سازی قوانین به‌روز رسانی پارامترها برای اجتناب از وقوع پدیده گریز پارامتری

کنترل‌کننده پیشنهادی بر روی دو سیستم (بازوی ربات انعطاف‌پذیر و سیستم تعلیق خودرو) اعمال شده است. در شبیه‌سازی‌ها کنترل‌کننده پیشنهادی با روش مدلغزشی مقایسه شده است. نتایج شبیه‌سازی قابلیت روش پیشنهاد شده را هنگامی که دامنه اغتشاش به اندازه کافی بزرگ باشد را نشان می‌دهد.

مراجع

[1] Raju G. V. S., Zhou J., Kisner R. A., Hierarchical fuzzy control, Int. J. Control 1991;54 (5): 1201–1216.

[2] Wang L. X., Universal approximation by hierarchical fuzzy systems, Fuzzy Set Syst. 1998; 93 (2): 223–230.

[3] Wang L. X., Analysis and design of hierarchical fuzzy systems, IEEE Trans. Fuzzy Syst. 1999;7 (5): 617–624.

[4] Wei C., Wang L. X. A note on universal approximation by hierarchical fuzzy systems, Inform. Sciences 2000; 123 (3-4): 241-248.

[5] Joo M. G., Lee J. S., Universal approximation by hierarchical fuzzy system with constraints on the fuzzy rule, Fuzzy Set Syst. 2002; 130 (2): 175-188.

[6] TorraV., A Review of the construction of hierarchical fuzzy systems,Int. J. Intel. Syst. 2002; 17 (5): 531–543.

[7] Wang D., Zeng X. J., KeaneJ. A. , A Survey of Hierarchical Fuzzy Systems, Int. J. Comp. Cog. 2006; 4: 18-29.

[8] Kawato M. A, Hierarchical neural-network model for control and learning of voluntary movement, Biol. Cybernet 1987; 57 pp. 169–85.

[9] Aiko Miyamura Ideta., Stability of feedback error learning method with time delay, Neuro computing, 2006; 69(13–15) pp. 1645–54.

[10] Aiko Miyamura, Hidenori Kimura., Stability of feedback error learning scheme, Syst Control Lett, 2002; 45(4) pp. 303–16.

[11] Sabahi K., Teshnehlab M., shoorhedeli M.A., Recurrent fuzzy neural network by using feedback error learning approaches for LFC in interconnected power system Energy Conversion and Management, 2009; 50(4), pp. 938-946.

[12] Teshnehlab M., Watanabe K., Neural network controller with flexible structure based on feedback error learning approach, Journal of Intelligent and Robotic Systems 1996; 15(4): 367-387.

[13] Mansouri M., Teshnehlab M., Shoorehdeli M.A.. "Adaptive variable structure hierarchical fuzzy control for a class of high-order nonlinear dynamic systems." ISA transactions 2014.

[14] Farrell J. A., Polycarpou M. M., Adaptive Approximation Based Control: Unifying Neural, Fuzzy and Traditional Adaptive Approximation Approaches. John Wiley and Sons INC. Publication, 2006.

[15] Khalil H. K., 'Nonlinear Systems' (3rd Edition). PTR Prentice-Hall, 2001.

[16] Khanesar M. A., Teshnehlab M., Kaynak O. , Direct Model Reference Takagi–Sugeno Fuzzy Control of SISO Nonlinear Systems, IEEE Trans. on Fuzzy Syst. 2011;19 (5): 914-924.

[17] Zahiripour S. A., Jalali A. A., Designing an optimal proportional-integral sliding surface for a quarter car active suspension system with suspension components possessing uncertain constants and nonlinear characteristics, NASHRIYYAH-I MUHANDISI-I BARQ VA MUHANDISI-I KAMPYUTAR-I 2012, 10 (2).

مجله کنترل
ISSN 2008-8345
جلد ۹، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۴، صفحه ۵۸-۴۷

تحلیل پایداری دینامیکی یک مشاهده‌گر تطبیقی کاهش مرتبه یافته جدید مبتنی بر تخمین جریان روتور برای کنترل بدون سنسور DFIG

رحیم عجبی فرشباف[۱]، محمدرضا عزیزیان[۲]، وحید اسلام پناه[۳]

[۱]دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه قدرت، دانشگاه صنعتی سهند، r_ajabi@sut.ac.ir
[۲]استادیار، دانشکدهٔ مهندسی برق، گروه قدرت، دانشگاه صنعتی سهند، azizian@sut.ac.ir
[۳]فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه قدرت، دانشگاه صنعتی سهند، v_eslampanah@sut.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۴/۲/۱۷، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۴/۶/۱۰)

چکیده: روشهای متعددی برای تخمین سرعت و کنترل بدون سنسور ماشینهای القایی وجود دارد که از این میان روشهای مبتنی بر مشاهده‌گرهای کاهش مرتبه یافته عملکرد مناسبی از خود نشان داده‌اند. در این مقاله یک روش تخمین سرعت کاهش مرتبه یافته برای کنترل بدون سنسور DFIG معرفی شده که در آن از جریانهای روتور و شار استاتور به عنوان متغیرهای حالت استفاده شده است و دینامیک خطای جریانهای روتور برای مکانیزم تطابق به کار رفته است. از آنجایی که دینامیک جریان نسبت به دینامیک شار سریعتر است، این انتخاب موجب بهبود دینامیک مشاهده‌گر پیشنهادی می‌شود. پایداری دینامیکی روش پیشنهادی با استفاده از ضابطه پایداری لیاپانف به اثبات رسیده است. روش تخمین سرعت پیشنهادی علاوه بر شبیه‌سازی توسط یک مجموعه آزمایشگاهی نیز آزمایش شده است. مجموعه آزمایشگاهی مبتنی بر یک DSPIC ۱۶بیتی بوده و نتایج عملی توسط یک ماشین القائی ۲۵۰ وات استخراج گردیده است. نتایج حاصله از شبیه‌سازی‌ها و اجرای عملی موید پایداری و کارایی عملکرد روش تخمین سرعت پیشنهادی، به ویژه در تعقیب سرعت، می‌باشد.

کلمات کلیدی: ژنراتور القایی دوسو تغذیه (DFIG)، کنترل بدون سنسور سرعت، مشاهده‌گر کاهش مرتبه یافته، پایداری دینامیکی.

Dynamic Stability Analysis of a Novel Reduced-Order Adaptive Observer Based on Rotor Current Estimation for Sensorless Control of DFIG

Rahim Ajabi-Farshbaf, Mohammad Reza Azizian, Vahid Eslampanah

Abstract: Several algorithms are developed for speed estimation and sensorless control of induction machines which among them, reduced-order based methods have proved acceptable performance. In this paper, a reduced-order speed estimation method, is introduced for sensorless control of DFIGs, in which, rotor currents and stator fluxes are used as state variables and dynamic of rotor currents error is applied to extract adaptation mechanism. Since current dynamic is faster than flux dynamic, proposed observer dynamic is improved. Dynamic stability of proposed method is demonstrated using Lyapunov stability criteria. The suggested speed estimation algorithm is confirmed utilizing a laboratory setup, in addition to simulations. Laboratory setup is based on a 16-bit DSPIC and practical results are extracted using a 250 watts induction machine. Both simulation and practical results show effective and stable operation of proposed method, especially at speed tracking.

Keywords: Doubly-Fed Induction Generator (DFIG), speed sensorless control, reduced-order observer, dynamic stability.

۱- مقدمه

معمولا به منظور پیاده‌سازی اکثر روش‌های کنترلی از جمله کنترل برداری اطلاعاتی از سرعت ماشین مورد نیاز است [۱-۳]. تاکوژنراتورها، رسالورها یا انکودرهای افزایشی برای تشخیص سرعت روتور به کار برده می‌شوند. از انکودرهای نوری حساس نیز به میزان زیادی استفاده می‌شود. وجود این تجهیزات مشکلاتی نیز دارد. این سنسورها قابلیت اطمینان سیستم را به ویژه در محیط‌های خشن کم کرده و نیاز به نصب و انطباق دقیق، نگهداری، کابل‌کشی اضافی و اقدامات لازم در برابر نویز الکتریکی دارند. همچنین موقعیت‌هایی وجود دارند که پسخور موقعیت را به سختی می‌توان ایجاد کرد. نصب و تعمیرات سنسورهای سرعت در ژنراتورهای توربینهای بادی در ارتفاع بالا نیز پرهزینه و زمانبر می‌باشد و لذا حذف سنسور در این سیستمها سهولت قابل توجهی به همراه خواهد داشت. در صورت خرابی سنسور، پسخور مورد استفاده در سیستم کنترل سیگنال نادرست به کنترل‌کننده ارسال خواهد کرد و در نتیجه عملکرد سیستم مختل می‌شود و حتی در برخی موارد موجب خاموشی و از دست رفتن سیستم (توسط رله‌های حفاظتی) نیز خواهد شد [۴, ۵]. بنابراین دلایل عمده زیر را می‌توان برای حذف سنسور در اکثر روش‌های کنترلی برشمرد:

۱- وجود سنسور ساختار درایو را پیچیده‌تر و کل سیستم را نیز گرانتر می‌کند.

۲- احتمال آسیب دیدن سنسورها به ویژه سنسور سرعت در حین عملکرد ماشین (به ویژه در بعضی محیط‌ها و کاربردهای صنعتی) زیاد است لذا در این کاربردها عملکرد بدون سنسور ارجحیت دارد.

۳- در سیستمهای تحمل‌پذیر خطا، لازم است برای افزایش قابلیت اطمینان در کنار سنسورها از یک سیستم کنترلی بدون سنسور نیز استفاده نمود.

با توجه به این موضوع اخیرا استفاده از روشهای تخمین سرعت مورد توجه بیشتری قرار گرفته است. اکثر روش‌های تخمین سرعت از اطلاعات ترمینال‌های ماشین القایی جهت تخمین استفاده می‌کنند. روشهای پایه و اساسی تخمین سرعت ماشینهای القائی در [۳] مرور شده‌اند. در مورد روشهای تخمین سرعت پیشنهادی برای DFIM[1] و DFIG[2]، اکثرا روشهای پایه موجود در مراجع قبلی برای استفاده در کنترل آنها بسط داده می‌شود و ویژگی اصلی مشترک در همه آنها استفاده از پارامترهای اندازه‌گیری شده در سمت روتور است که البته به طور طبیعی برای کنترل درایو در دسترس می‌باشد. به عنوان مثال [۶] روش MRAS[3] را برای استفاده در DFIG مورد بررسی قرار داده و ساختار آن را به این منظور تغییر داده است. در [۱] یک روش کنترل بدون سنسور برای سیستمهای DFIM ارائه شده است که بر مبنای سیستم حلقه قفل فاز بوده و از اندازه‌گیری ولتاژهای استاتور و جریانهای روتور در روش مورد نظر بهره می‌برد. این روش بر مبنای ادعای مولفین مستقل از پارامترهای ماشین می‌باشد. در [۷] عملکرد چهار مشاهده‌گر MRAS که برای DFIMها طراحی شده‌اند تحلیل و مورد بررسی قرار گرفته است. این چهار مشاهده‌گر در متغیرهای حالت با هم تفاوت دارند و از آنجائی که از کمیات اندازه‌گیری شده سمت روتور می‌توان در بردار ورودی مشاهده‌گر استفاده نمود، از تخمین شار روتور یا شار استاتور بسته به ورودی مورد استفاده در مشاهده‌گر می‌توان به عنوان متغیر حالت استفاده نمود. در [۸] نیز یک مشاهده‌گر MRAS برای DFIMها در نظر گرفته شده است که ویژگی اصلی آن تخمین مستقیم گشتاور و مولفه‌های شار روتور می‌باشد. در این مقاله تحلیل حساسیت و پایداری روش مورد نظر نیز ارائه شده است. در الگوریتم [۹] که روشی نسبتا ساده می‌باشد نیازی به تخمین شار نیست. این موضوع موجب مزایایی نظیر کاهش اثرات نامطلوب انتگرالگیرها می‌گردد. در [۱۰] نیز یک روش MRAS برای DFIM ارائه شده است که در آن یک بهره ثابت در مدل تطبیقی MRAS گنجانده شده تا مشکلات مربوط به انحراف ناشی از انتگرالگیری را بهبود بخشد. در [۱۱] یک مشاهده‌گر تطبیقی برای کنترل بدون سنسور DFIM طراحی شده است. این الگوریتم، روش پایه لیونبرگر را برای استفاده در DFIG بسط داده است و متناسب با آن متغیرهای حالت را انتخاب کرده است. روش MRAS پیشنهاد شده در [۱۲] نیز بر اساس شبکه‌های عصبی طراحی گردیده است. در روش MRAS ارائه شده در [۱۳] مکانیزم تطابق جدیدی بر اساس توان راکتیو ماشین معرفی گردیده است. در [۱۴] یک مشاهده‌گر تطبیقی کاهش مرتبه یافته ارائه شده است که برای تخمین سرعت و شار استاتور به کار رفته است. در [۱۴] شار پیوندی و ولتاژالقایی با استفاده از ولتاژها و جریان‌های روتور، تخمین زده می‌شود و فقط از ولتاژ القایی تخمین زده شده برای تخمین سرعت لغزش و سپس تخمین سرعت روتور استفاده می‌شود. و شار پیوندی تخمین زده شده نیز در محاسبات توان‌های اکتیو و راکتیو استفاده می‌شود. در [۱۵] نیز روشی برای تخمین سرعت سیستمهای DFIM ارائه شده است که بر مبنای الگوریتم فیلتر کالمن می‌باشد. در این روش فیلتر کالمن سنتی برای استفاده در سیستمهای DFIM بسط یافته است و از اندازه‌گیری‌های سمت روتور برای تخمین سرعت استفاده شده است. در روش ارائه شده در [۱۶] یک الگوریتم مستقیم برای محاسبه موقعیت روتور ارائه گردیده است که فاقد محاسبات شار و انتگرالگیر می‌باشد. نمونه‌ای از این روشها که به سنتز مستقیم معروف می‌باشند نیز در [۱۷] ارائه گردیده است. روشی بر مبنای محاسبه سرعت از لغزش در [۱] ارائه شده است که روش پایه را برای استفاده در DFIG بهبود داده است. در [۱۸] یک مشاهده‌گر کاهش مرتبه یافته بر اساس اصول مشاهده‌گر لیونبرگر و با متغیرهای حالت جدید پیشنهاد شده است. در [۱۹] از استراتژی MRAS برای تخمین موقعیت و سرعت روتور DFIG استفاده شده است. در روش ارائه

[1] Doubly Fed Induction Machine
[2] Doubly Fed Induction Generator
[3] Model Reference Adaptive System

شده از EMF[1] فاصله هوایی به عنوان متغیر حالت استفاده شده است. تزریق سیگنالهای فرکانس بالا نیز یکی از روشهای تخمین سرعت می‌باشد که در [۲۰] از این روش برای تخمین سرعت DFIG استفاده شده است. این گونه روشها نیاز به تجهیزات اضافی جهت تولید و تزریق سیگنال دارند که می‌تواند از معایب این روشها به شمار آید. برخی روشها نیز از روابط ساده و صریح جهت تخمین سرعت استفاده می‌کنند که در [۲۱] نمونه ای از این روشها ارائه شده است. این گونه روشها معمولا به تغییرات پارامترها حساستر هستند و همانگونه که در این مقاله هم به آن اشاره شده است، نیاز به تخمین پارامتر نیز دارند.

از آنجایی که در DFIG و DFIM پارامترهای سمت روتور در دسترس هستند، رویکردهای جدیدی برای طراحی مشاهده‌گرهای مورد استفاده در آنها ایجاد شده است. در اکثر روشهای معرفی شده در بخش قبل از این پارامترها در ساختار مشاهده‌گر استفاده شده است. همچنین از میان انواع روشهای مختلف تخمین سرعت، روشهای تطبیقی نظیر روشهای کاهش مرتبه یافته و MRAS، بیشتر از سایر روشها مورد استفاده قرار گرفته‌اند زیرا بر اساس گزارشات حاصله می‌توان ملاحظه نمود که این مشاهده‌گرها عملکرد پایدار در بازه سرعت وسیعتری دارند و همچنین وابستگی به پارامتراهای ماشین را می‌توان به صورت مناسبی در این مشاهده‌گرها به حداقل رساند. از طرفی اجرای این روشها نیز نسبتا ساده‌تر می‌باشد. البته طراحی این مشاهده‌گرها بسیار حائز اهمیت می‌باشد و برای عملکرد پایدار لازم است، مکانیزم تطابق، ماتریس بهره خطا و ضرایب PI با استفاده از روشهای کنترلی مناسب طراحی گردند و متغیرهای حالت انتخابی به صورت دقیق و مناسب انتخاب شوند. در نتیجه بر اساس مطالب مذکور، در این مقاله یک مشاهده‌گر حالت تطبیقی جدید ارائه شده است که بر اساس معادلات ماشین القایی در قاب مرجع ساکن است و با اضافه کردن یک جبران‌ساز خطا ایجاد می‌شود. این مشاهده‌گر بر مبنای روش پایه لیونبرگر است و متغیرهای حالت آن شار استاتور و جریانهای روتور می‌باشد. ویژگی اصلی این مقاله در قیاس با سایر کارها این است که در دینامیک خطا از جریان روتور استفاده شده است. دینامیک جریان نسبت به دینامیک شار سریعتر است و این انتخاب موجب بهبود دینامیک مشاهده‌گر پیشنهادی می‌شود. بر این اساس مکانیزم تطابق طراحی شده نیز به نحوی می‌باشد که در آن از دینامیک خطای جریان استفاده شده است. توسط یک تحلیل جامع بر اساس روش پایداری لیاپانف نشان داده می‌شود که روش پیشنهادی یک روش پایدار بوده و نتایج حاصل از شبیه‌سازی و اجرای زمان حقیقی آزمایشگاهی موید آن است. این مقاله از بخشهای زیر تشکیل یافته است. در بخش دوم مدل دینامیکی DFIG تشریح شده است. در بخش سوم الگوریتم پیشنهادی ارائه گردیده است و پایداری و روش طراحی آن مورد بحث قرار گرفته است. در بخش چهارم نتایج شبیه‌سازی نشان داده شده و در بخش پنجم نیز نتایج عملی که توسط یک مجموعه آزمایشگاهی استخراج گردیده، نشان داده شده است. نتایج نهایی نیز در بخش ششم مقاله ارائه شده است.

۲- مدل ژنراتور القایی دو سو تغذیه

اگر شار استاتور و بردارهای فضایی جریان روتور به عنوان متغیرهای حالت مختلط انتخاب شوند مدل مقادیر مختلط DFIG در قاب مرجع سنکرون به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}$$

$$\mathbf{A} = \frac{1}{L_s}\begin{bmatrix} -\left(R_s\mathbf{I}_2 + \mathbf{J}L_s\omega_s\right) & R_s L_m \mathbf{I}_2 \\ \frac{R_s L_m}{\sigma L_r L_s}\mathbf{I}_2 + \mathbf{J}\frac{L_m}{\sigma L_r}\omega_r & -\frac{\left(R_s L_m^2 + R_r L_s^2\right)}{\sigma L_r L_s}\mathbf{I}_2 + \mathbf{J}\omega_{sl} \end{bmatrix} \quad (۱)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_2 & \mathbf{O}_2 \\ \frac{-L_m}{\sigma L_r L_s}\mathbf{I}_2 & \frac{1}{\sigma L_r}\mathbf{I}_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

معادله خروجی نیز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathrm{i}_r = \mathrm{C}\mathrm{x}. \quad (۱)$$

عبارت $\sigma = 1 - L_m^2 \;/\; \left(L_S L_r\right)$ نیز ضریب نشت می‌باشد.

در روابط (۱) و (۲) $\mathbf{x} = \left[\boldsymbol{\psi}_\mathbf{s}, \mathbf{i}_\mathbf{r}\right]^T$ بردار حالت است که شامل بردار ستونی جریان روتور، $\mathbf{i}_\mathbf{r} = \left[i_{rd}, i_{rq}\right]^T$ و همچنین بردار ستونی شار پیوندی استاتور، $\boldsymbol{\psi}_S = \left[\psi_{sd}, \psi_{sq}\right]^T$ می‌باشد. علاوه بر این، $\mathbf{u}$ بردار ستونی ورودی است که شامل ولتاژهای استاتور و روتور محور مستقیم و قائم می‌باشد $\mathrm{u} = \left[v_{sd}, v_{sq}, v_{rd}, v_{rq}\right]^T$، $\mathbf{A}$ ماتریس حالت می‌باشد که یک ماتریس چهار در چهار است و به سرعت $\left(\omega_r\right)$ وابسته می‌باشد. همچنین $\mathbf{B}$ ماتریس ورودی، I_2 ماتریس واحد مرتبه دو، $\mathbf{I}_2 = diag\,(1,1)$ و O_2 یک ماتریس صفر دو در دو می‌باشد. در رابطه (۲)، $\mathbf{C} = \left[\mathbf{O}_2, \mathbf{I}_2\right]$ ماتریس خروجی می‌باشد.

۳- مدل مشاهده‌گر

۳-۱ ساختار اصلی

در این بخش، یک مشاهده‌گر سرعت تطبیقی برای ژنراتور القایی دو سو تغذیه مورد بحث قرار می‌گیرد. ابتدا یک تخمین‌گر حالت توضیح داده می‌شود که می‌توان برای تخمین جریان روتور به کار برد. این تخمین‌گر سپس به گونه‌ای اصلاح می‌شود که بتواند تخمین سرعت را نیز نتیجه دهد. برای به دست آوردن یک سیستم پایدار، مکانیزم تطابق با

[1] Electro Motive Force

استفاده از روابط دینامیکی خطای حالت همراه با تئوری پایداری لیاپانف استخراج می‌شود [۳]. نحوه طراحی مشاهده‌گر نیز مورد بحث قرار خواهد گرفت. یک مشاهده‌گر حالت یک تخمین‌گر حالت بر مبنای مدل است که می‌توان برای تخمین حالت (و/یا پارامتر) یک سیستم دینامیکی غیرخطی به صورت زمان-حقیقی به کار برد. در محاسبات، حالت‌ها با استفاده از مدل ریاضی پیش‌بینی‌شده به طور پیوسته توسط یک طرح اصلاح فیدبک، اصلاح می‌شوند. این طرح، مقادیر اندازه‌گیری شده واقعی $(\mathbf{x})$ را با اضافه کردن یک عبارت اصلاحی به حالت‌های پیش‌بینی شده به کار می‌برد. این عبارت اصلاحی شامل اختلاف وزن‌دار برخی از سیگنال‌های خروجی تخمینی و اندازه‌گیری شده می‌باشد (این اختلاف در بهره فیدبک مشاهده‌گر، $\mathbf{K}$، ضرب می‌شود). بر اساس انحراف از مقدار تخمینی، مشاهده‌گر حالت یک خروجی تخمینی بهینه $(\hat{\mathbf{x}})$ در لحظه ورودی بعدی ایجاد می‌کند.

با استفاده از مدل ریاضی به دست آمده از ژنراتور القایی دو سو تغذیه، از آنجایی که در یک اجرای واقعی نیز مورد نیاز است، با اضافه کردن عبارت اصلاحی فوق‌الذکر که شامل اختلاف حالت‌های واقعی و تخمینی می‌باشد، یک مشاهده‌گر حالت مرتبه کاهش یافته را می‌توان به شکل زیر به دست آورد که جریان‌های روتور را تخمین می‌زند:

$$\frac{d\hat{\mathbf{i}}_r}{dt} = \hat{\mathbf{A}}_{21}\boldsymbol{\psi}_s + \hat{\mathbf{A}}_{22}\hat{\mathbf{i}}_r + \mathbf{B}_{21}\mathbf{v}_s + \mathbf{B}_{22}\mathbf{v}_r + \mathbf{K}\mathbf{e}_r \qquad (۳)$$

با در نظر گرفتن رابطه (۱)، شار استاتور نیز توسط رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{d\boldsymbol{\psi}_s}{dt} = \mathbf{A}_{11}\boldsymbol{\psi}_s + \mathbf{A}_{12}\mathbf{i}_r \qquad (۴)$$

که علامت ^ مقادیر تخمینی را مشخص می‌کند و داریم:

$$\mathbf{A}_{11} = \frac{-\left(R_s\mathbf{I}_2 + \mathbf{J}L_s\omega_s\right)}{L_s},\ \mathbf{A}_{12} = \frac{R_sL_m}{L_s}\mathbf{I}_2,$$

$$\hat{\mathbf{A}}_{21} = \frac{1}{L_s}\left(\frac{R_sL_m}{\sigma L_rL_s}\mathbf{I}_2 + \mathbf{J}\frac{L_m}{\sigma L_r}\hat{\omega}_r\right),$$

$$\hat{\mathbf{A}}_{22} = -\frac{1}{L_s}\left(\frac{\left(R_sL_m^2 + R_rL_s^2\right)}{\sigma L_rL_s}\mathbf{I}_2 + \mathbf{J}\hat{\omega}_{sl}\right),$$

$$\mathbf{B}_{21} = \frac{-L_m}{\sigma L_rL_s}\mathbf{I}_2, \qquad \mathbf{B}_{22} = \frac{1}{\sigma L_r}\mathbf{I}_2$$

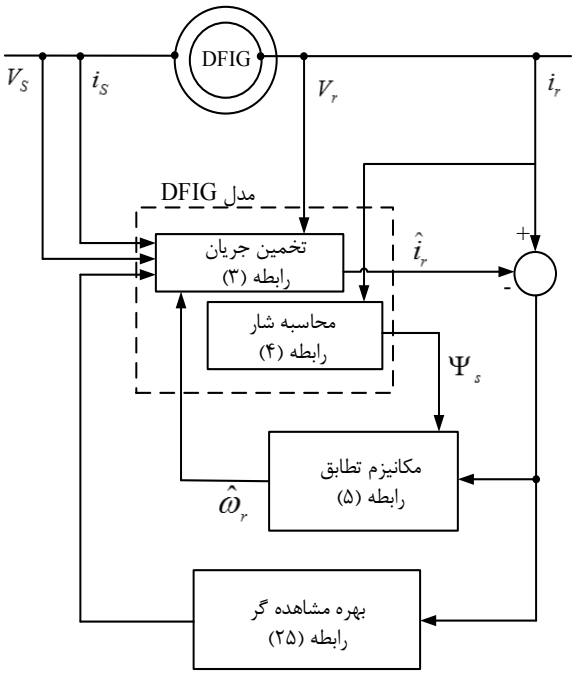
می‌توان ملاحظه نمود که ماتریسهای $\hat{\mathbf{A}}_{21}$ و $\hat{\mathbf{A}}_{22}$ مشاهده‌گر تابعی از سرعت روتور است و در یک سیستم بدون سنسور، سرعت روتور نیز باید تخمین زده شود. سرعت تخمینی روتور با $\hat{\omega}_r$ نشان داده شده است. باید توجه نمود که سرعت تخمینی به عنوان یک پارامتر در ماتریسهای $\hat{\mathbf{A}}_{21}$ و $\hat{\mathbf{A}}_{22}$ در نظر گرفته می‌شود. در رابطه (۳) $\mathbf{K}$ یک ماتریس ۲*۲ بوده و بهره مشاهده‌گر می‌باشد که باید به گونه‌ای انتخاب شود که سیستم پایدار باشد. در رابطه (۳) ماتریس بهره در بردار خطای $\mathbf{e}_r = \left(\mathbf{i}_r - \hat{\mathbf{i}}_r\right)$ ضرب می‌شود که $\mathbf{i}_r$ و $\hat{\mathbf{i}}_r$ به ترتیب بردارهای ستونی جریان روتور واقعی و تخمینی هستند $\left(\mathbf{i}_r = \left[i_{rd}, i_{rq}\right]^T, \hat{\mathbf{i}}_r = \left[\hat{i}_{rd}, \hat{i}_{rq}\right]^T\right)$. با استفاده از روابط (۳) و (۴) می‌توان تخمین‌گر سرعتی را پیاده‌سازی نمود که سرعت روتور ژنراتور القایی دو سو تغذیه را با استفاده از مشاهده‌گر حالت تطبیقی نشان داده شده در شکل (۱) تخمین می‌زند.

باید توجه نمود که در طرح پیشنهادی برای محاسبه شار استاتور در رابطه (۴) از جریان اندازه‌گیری شده روتور استفاده می‌شود و جریان تخمینی به کار برده نمی‌شود. در ماتریس خطای مشاهده‌گر نیز از خطای شار در محاسبات استفاده نشده است.

در شکل (۱) مولفه‌های شار پیوندی استاتور و مولفه‌های خطای جریان روتور برای به دست آوردن سیگنال خطای تنظیم سرعت به کار برده می‌شوند که اگر از فرم بردار فضایی استفاده شود می‌توان به شکل ساده بیان نمود: $e_\omega = \mathrm{Im}\left(\boldsymbol{\psi}_s\mathbf{e}_r^*\right)$ که $\boldsymbol{\psi}_s = \psi_{sd} + j\psi_{sq}$ و $\mathbf{e}_r = e_{rd} + je_{rq}$. سرعت تخمینی از سیگنال تنظیم سرعت با استفاده از یک کنترل‌کننده PI به دست می‌آید:

$$\begin{aligned}\hat{\omega}_r &= K_p\left(\psi_{sq}e_{rd} - \psi_{sd}e_{rq}\right)\\ &+K_i\int\left(\psi_{sq}e_{rd} - \psi_{sd}e_{rq}\right)dt\end{aligned} \qquad (۵)$$

که K_p و K_i به ترتیب بهره تناسبی و انتگرال‌گیر هستند و $e_{rd} = i_{rd} - \hat{i}_{rd}$ و $e_{rq} = i_{rq} - \hat{i}$ به ترتیب خطاهای جریان روتور در محورهای مستقیم و قائم می‌باشد. شکل (۱) بلوک دیاگرام این روش تطبیقی تخمین سرعت را نشان می‌دهد. در این شکل از رابطه (۴) برای محاسبه شار استاتور استفاده شده و رابطه (۳) نیز برای تخمین جریان به کار رفته است.



شکل ۱: مشاهده‌گر سرعت کاهش مرتبه یافته پیشنهادی.

۳-۲ تحلیل پایداری

از آنجایی که هدف به دست آوردن یک مشاهده‌گر پایدار می‌باشد، لازم است رابطه (۵) توسط معادله خطای حالت سیستم به همراه تئوری پایداری لیاپانف حاصل شود [۱]. دراین راستا لازم است پایداری دینامیک خطا مورد بررسی قرار گیرد. با استفاده از دینامیک خطا، هدف تحلیل پایداری بسیار آشکار است: حالت‌های موجود در دینامیک خطا باید به مبدا میرا شوند. برای به دست آوردن دینامیک خطا رابطه (۳) از رابطه (۱) کم می‌شود که معادله زیر حاصل می‌گردد:

$$\frac{d\mathbf{e}}{dt}=\frac{d}{dt}(\mathbf{x}-\hat{\mathbf{x}})=(\mathbf{A}-\mathbf{KC})(\mathbf{x}-\hat{\mathbf{x}})+(\mathbf{A}-\hat{\mathbf{A}})\hat{\mathbf{x}} \qquad (۶)$$
$$=(\mathbf{A}-\mathbf{KC})\mathbf{e}-\Delta\mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}$$

در رابطه (۶)، $\mathbf{e}=\mathbf{x}-\hat{\mathbf{x}}$ بردار ستونی خطای تخمین (جریان‌های روتور) است و از آنجایی که تخمینی برای شار انجام نمی‌شود $\mathbf{e}=\left[0\,0\,e_{rd}\;e_{rq}\right]^{\mathrm{T}}$ خواهد بود که $e_{rd}=i_{rd}-\hat{i}_{rd}$ و $e_{rq}=i_{rq}-\hat{i}_{rq}$ می‌باشد. همچنین داریم:

$$\hat{\mathbf{A}}=\frac{1}{L_s}\begin{bmatrix}-(R_s\mathbf{I}_2+\mathbf{J}L_s\omega_s) & R_sL_m\mathbf{I}_2\\ \frac{R_sL_m}{\sigma L_rL_s}\mathbf{I}_2+\mathbf{J}\frac{L_m}{\sigma L_r}\hat{\omega}_r & -\frac{(R_sL_m^2+R_rL_s^2)}{\sigma L_rL_s}\mathbf{I}_2+\mathbf{J}\hat{\omega}_{sl}\end{bmatrix}\rightarrow \qquad (۷)$$
$$\Delta\mathbf{A}=\mathbf{A}-\hat{\mathbf{A}}=\frac{1}{L_s}\begin{bmatrix}\mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2\\ \mathbf{J}\frac{L_m}{\sigma L_r}(\omega_r-\hat{\omega}_r) & \mathbf{J}(\omega_{sl}-\hat{\omega}_{sl})\end{bmatrix}$$

می‌توان ملاحظه نمود که دینامیک خطا با مقادیر ویژه **A-KC** توصیف می‌شود و از این مقادیر نیز می‌توان در طراحی یک مشاهده‌گر پایدار استفاده نمود. البته باید توجه داشت که در ماتریسهای **A** و **K** که نحوه طراحی ماتریس **K** در بخش بعدی ارائه خواهد شد، سرعت ماشین به عنوان متغیر ظاهر می‌شود و در نتیجه تعیین مقادیر ویژه **A-KC** دشوار است. بنابراین، می‌توان برای تعیین پایداری دینامیک خطای مشاهده‌گر، از روشهایی نظیر تئوری پایداری لیاپانف استفاده کرد که شرط کافی برای پایداری مجانبی یک سیستم غیرخطی با استفاده از تابع لیاپانف V را ایجاد می‌کند. تابع لیاپانف زیر را می‌توان معرفی نمود:

$$V=\mathbf{e}^T\mathbf{e}+\left(\omega_r-\hat{\omega}_r\right)^2/c, \qquad (۸)$$

که c یک ثابت مثبت است. این تابع هنگامی که خطا (**e**) صفر باشد و سرعت تخمینی $(\hat{\omega}_r)$ با سرعت واقعی (ω_r) برابر باشد صفر می‌شود. شرط کافی برای پایداری مجانبی این است که مشتق تابع لیاپانف، dV/dt، منفی معین باشد. با استفاده از قانون مشتق‌گیری زنجیری، از رابطه (۸) مشتق زمانی V به شکل زیر به دست می‌آید:

$$\frac{dV}{dt}=\mathbf{e}\left[\frac{d\left(\mathbf{e}^T\right)}{dt}\right]+\mathbf{e}^T\left[\frac{d\mathbf{e}}{dt}\right] \qquad (۹)$$
$$+2\frac{d\omega_r}{dt}\frac{(\omega_r-\hat{\omega}_r)}{c}$$

از جاگذاری de/dt از رابطه (۶)، رابطه (۹) به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\frac{dV}{dt}=\mathbf{e}^{\mathrm{T}}\left[(\mathbf{A}-\mathbf{KC})^T+(\mathbf{A}-\mathbf{KC})\right]\mathbf{e} \qquad (۱۰)$$
$$-\left(\hat{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}}\Delta\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{e}+\mathbf{e}^{\mathrm{T}}\Delta\mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}\right)+2\frac{d\omega_r}{dt}\frac{(\omega_r-\hat{\omega}_r)}{c}$$

اگر $\mathbf{e}=\left[0\,0\,e_{rd}\;e_{rq}\right]^{\mathrm{T}}$ و رابطه (۷) در رابطه (۱۰) جاگذاری شود که $\mathbf{i}_r=\left[i_{rd},i_{rq}\right]^T$ و $\boldsymbol{\Psi}_s=\left[\psi_{sd},\psi_{sq}\right]^T$ می‌باشد. در نهایت با توجه به اینکه مشاهده‌گر کاهش مرتبه یافته می‌باشد و فقط از دینامیک خطای جریان روتور استفاده می‌شود، مشتق تابع لیاپانف را می‌توان به شکل زیر بیان نمود:

$$\frac{dV}{dt}=\mathbf{e}^{\mathbf{T}}\left[\left(\mathbf{A}-\mathbf{KC}\right)^{T}+\left(\mathbf{A}-\mathbf{KC}\right)\right]\mathbf{e}-2\frac{L_m}{\sigma L_r}\left(\omega_r-\hat{\omega}_r\right)\frac{\left(e_{rD}\hat{\psi}_{sq}-e_{rQ}\hat{\psi}_{sd}\right)}{L_s}+\frac{2}{c}\left(\omega_r-\hat{\omega}_r\right)\frac{d\omega_r}{dt} \quad (۱۱)$$

از آنجایی که شرط کافی برای پایداری مجانبی این است که مشتق تابع لیاپانف، dV/dt، منفی معین باشد. در نتیجه هنگامی که خطا صفر نیست، V کاهش می‌یابد، که این شرط با اطمینان از صفر شدن مجموع دو عبارت آخر در معادله (۱۱) ارضاء می‌شود. با توجه به کنترل‌پذیر بودن سیستم **A** می‌توان ماتریس **K** را به گونه‌ای تعیین نمود که بخش حقیقی مقادیر ویژه **A-KC** منفی باشد و به عبارتی **A-KC** پایدار باشد. بنابراین مقادیر ویژه ترانهاده آن نیز منفی خواهد بود و در نتیجه مقادیر ویژه $\left[\left(\mathbf{A}-\mathbf{KC}\right)^{T}+\left(\mathbf{A}-\mathbf{KC}\right)\right]$ منفی خواهد شد. از آنجایی که در ماتریسهای متقارن در صورتی که تمام مقادیر ویژه منفی باشند علامت ماتریس منفی است در نتیجه عبارت $\mathbf{e}^{\mathbf{T}}\left[\left(\mathbf{A}-\mathbf{KC}\right)^{T}+\left(\mathbf{A}-\mathbf{KC}\right)\right]\mathbf{e}$ منفی خواهد بود. اگر در (۱۱) از عبارت $\left(\omega_r-\hat{\omega}_r\right)$ فاکتور گرفته شود، داریم:

$$\frac{dV}{dt}=\mathbf{e}^{\mathbf{T}}\left[\left(\mathbf{A}-\mathbf{KC}\right)^{T}+\left(\mathbf{A}-\mathbf{KC}\right)\right]\mathbf{e}+\left(\omega_r-\hat{\omega}_r\right)\left[-2\frac{L_m}{L_r}\frac{\left(e_{rD}\hat{\psi}_{sq}-e_{rQ}\hat{\psi}_{sd}\right)}{L_s}+\frac{2}{c}\frac{d\hat{\omega}_r}{dt}\right] \quad (۱۲)$$

حال برای اینکه عبارت سمت راست صفر شود باید ضریب $\left(\omega_r-\hat{\omega}_r\right)$ برابر صفر شود. در نتیجه:

$$\frac{d\hat{\omega}_r}{dt}=c\frac{L_m}{L_r}\frac{\left(e_{rD}\hat{\psi}_{sq}-e_{rQ}\hat{\psi}_{sd}\right)}{L_s} \quad (۱۳)$$

و داریم:

$$\frac{d\hat{\omega}_r}{dt}=K_i\left(e_{rD}\hat{\psi}_{sq}-e_{rQ}\hat{\psi}_{sd}\right) \quad (۱۴)$$

که $K_i=cL_m/\left(L_sL_r\right)$ است و c یک ثابت مثبت است که قبلاً معرفی شد.

در رابطه (۱۴) در محاسبه شار می‌توان از مقدار واقعی جریان روتور استفاده نمود و مقدار شار را محاسبه نمود. در نتیجه شار تخمین زده نمی‌شود و در نتیجه می‌توان رابطه سرعت تخمینی را به شکل زیر در نظر گرفت:

$$\hat{\omega}_r=K_i\int\left(e_{rD}\psi_{sq}-e_{rQ}\psi_{sd}\right)dt \quad (۱۵)$$

با این وجود، برای بهبود پاسخ مشاهده‌گر سرعت این رابطه به صورت زیر اصلاح می‌شود:

$$\hat{\omega}_r=K_p\left(e_{rd}\psi_{sq}-e_{rq}\psi_{sd}\right)+K_i\int\left(e_{rd}\psi_{sq}-e_{rq}\psi_{sd}\right)dt \quad (۱۶)$$

رابطه (۱۶) برای تخمین سرعت به کار می‌رود که معادل رابطه (۵) می‌باشد. به طور خلاصه می‌توان ملاحظه نمود که یک مشاهده‌گر تطبیقی را می‌توان برای به دست آوردن تخمین‌های جریان روتور $\left(\hat{i}_{rd},\hat{i}_{rq}\right)$ به کار برد و سرعت روتور با استفاده از شارهای پیوندی استاتور و خطاهای جریان روتور $\left(e_{rd},e_{rq}\right)$ تخمین زده می‌شود. اگر ثابت‌های K_p و K_i بلوک PI بزرگ باشند، همگرایی تخمین سرعت روتور سریع خواهد بود. با این وجود، در یک ژنراتور القایی دو سو تغذیه با تغذیه اینورتری PWM، سرعت تخمینی به دلیل اینورتر PWM دارای هارمونیک‌های بالاتر خواهد بود. بنابراین بهره‌های PI باید هنگامی که ولتاژها و جریان‌های استاتور به طور غیرسنکرون از روش PWM به دست می‌آیند، محدود در نظر گرفته شوند.

۳-۳ طراحی بهره مشاهده‌گر و تطبیق دهنده

دینامیک الکتریکی DFIG توسط دو مقیاس زمانی مشخص می‌شود. به طور کلی دینامیک جریان بسیار سریعتر از دینامیک شار است [۲۲]. به علاوه دینامیک مکانیکی آهسته‌تر از دینامیک الکتریکی است. از طرفی محاسبه بهره‌های مشاهده‌گر و تطبیق دهنده با استفاده از روابط غیرخطی بسیار دشوار است. بر اساس این فرضیات دینامیک خطا (رابطه (۶)) می‌تواند به عنوان سیستم خطی در نظر گرفته شود. از (۱) معادله دینامیکی بردار جریان روتور به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{di_r}{dt}=\left(\frac{R_sL_m}{\sigma L_rL_s}+j\frac{L_m}{\sigma L_r}\omega_r\right)\psi_s+\left(-\frac{\left(R_sL_m^2+R_rL_s^2\right)}{\sigma L_rL_s}+j\omega_{sl}\right)i_r-\frac{L_m}{\sigma L_rL_s}V_s+\frac{1}{\sigma L_r}V_r \quad (۱۷)$$

به طور مشابه معادله دینامیکی بردار جریان تخمینی روتور را می‌توان از (۳) به دست آورد:

$$\frac{d\hat{i}_r}{dt}=\left(\frac{R_sL_m}{\sigma L_rL_s}+j\frac{L_m}{\sigma L_r}\hat{\omega}_r\right)\psi_s+\left(-\frac{\left(R_sL_m^2+R_rL_s^2\right)}{\sigma L_rL_s}+j\hat{\omega}_{sl}\right)\hat{i}_r-\frac{L_m}{\sigma L_rL_s}V_s+\frac{1}{\sigma L_r}V_r+\left(k_1+jk_2\right)\Delta i_r \quad (۱۸)$$

که $\Delta i_r=\left(i_r-\hat{i}_r\right)$.

با کم کردن (۱۸) از (۱۷)، دینامیک خطای تخمین جریان روتور پس از ساده‌سازی به صورت (۱۹) حاصل می‌شود:

$$\frac{d}{dt}\Delta i_r = j\left(\frac{L_m}{\sigma L_r L_s}\psi_s + \hat{i}_r\right)\Delta\omega_r - \left(\frac{R_s L_m^2 + R_r L_s^2}{\sigma L_r L_s} + k_1 + j\left(\omega_{sl} + k_2\right)\right)\Delta i_r \quad (۱۹)$$

در نتیجه، بر اساس تئوری کنترل خطی، تابع انتقال مختلط از خطای تخمین سرعت روتور $\Delta\omega_r$ به خطای تخمین جریان روتور Δi_r برابر است با:

$$\frac{\Delta i_r}{\Delta\omega_r} = \frac{j\left(\frac{L_m}{\sigma L_r L_s}\psi_s + \hat{i}_r\right)}{s + \frac{R_s L_m^2 + R_r L_s^2}{\sigma L_r L_s^2} + k_1 + j(\omega_{sl} + k_2)} \quad (۲۰)$$

عبارت خطا به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\varepsilon = \mathrm{Im}\left\{\Delta \mathbf{i}_r \boldsymbol{\psi}_s\right\} \quad (۲۱)$$

تابع انتقال از خطای تخمین سرعت روتور $\Delta\omega_r$ به عبارت خطا ε را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$G_{sys}(s) = \frac{\varepsilon}{\Delta\omega_r} \quad (۲۲)$$

از طرفی $G_{adp}(s) = \left(k_p + \frac{k_i}{s}\right)$ به عنوان تابع انتقال بخش PI کنترل‌کننده تطبیقی تعریف می‌شود. از آنجا که $G_{adp}(s)$ برای بهبود پاسخ مشاهده‌گر (تخمین سرعت) مورد نیاز است، باید در تابع انتقال سرعت واقعی روتور به سرعت تخمینی روتور در نظر گرفته شود. شکل (۲) تابع تبدیل مشاهده‌گر پیشنهادی را به صورت خطی شده نشان می‌دهد. با توجه به بلوک دیاگرام شکل (۲) تابع انتقال حلقه باز از خطای تخمین سرعت روتور $\Delta\omega_r$ به سرعت تخمینی روتور $\hat{\omega}_r$ از روی روابط فوق به صورت زیر حاصل می‌شود:

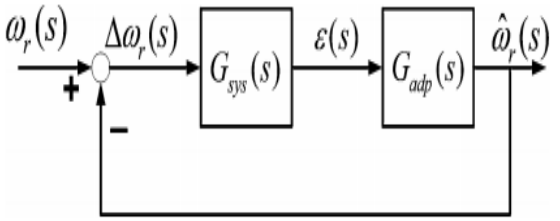
$$G_{ol}(s) = G_{sys}(s)G_{adp}(s) = \frac{s + k_1 + \frac{R_s L_m^2 + R_r L_s^2}{\sigma L_r L_s^2}}{\left(s + \frac{R_s L_m^2 + R_r L_s^2}{\sigma L_r L_s^2} + k_1\right)^2 + \left(k_2 + \omega_{sl}\right)}\left(k_p + \frac{k_i}{s}\right) \quad (۲۳)$$

در نهایت تابع انتقال حلقه بسته از سرعت واقعی روتور ω_r به سرعت تخمین زده شده روتور $\hat{\omega}_r$ به صورت زیر می‌باشد:

$$G_{cl}(s) = \frac{\hat{\omega}_r(s)}{\omega_r(s)} = \frac{G_{ol}(s)}{1 + G_{ol}(s)} \quad (۲۴)$$

روش‌های مختلفی همانند مکان هندسی ریشه‌ها و پاسخ فرکانسی بر پایه مدل مشاهده‌گر حلقه بسته را می‌توان جهت طراحی پارامترهای مشاهده‌گر به کار برد. در ادامه طراحی پارامترهای مشاهده‌گر تطبیق سرعت با مرتبه کاهش یافته مطالعه شده است. پارامترها شامل بهره فیدبک K و بهره‌های تطبیق k_p و k_i می‌باشد. باید بهره فیدبک K را به گونه‌ای تعریف کرد که تابع تبدیل حلقه باز (رابطه (۲۳)) به یک تابع تبدیل مرتبه دو با فرکانس قطع ω_{ce} تبدیل شود. بنابراین، با در نظر گرفتن بهره فیدبک به صورت زیر:

$$K = k_1 + jk_2 \Rightarrow \begin{cases} k_1 = \omega_{ce} - \dfrac{R_s L_m^2 + R_r L_s^2}{\sigma L_r L_s^2} \\ k_2 = -\omega_{sl} \end{cases} \quad (۲۵)$$



شکل ۲: تابع تبدیل مشاهده‌گر کاهش مرتبه پیشنهادی به صورت خطی شده.

تابع انتقال حلقه باز (۲۳) به صورت (۲۶) ساده می‌شود. البته باید توجه نمود که فقط صفر و قطب پایدار را می‌توان حذف نمود که با (۲۵) این امر امکان‌پذیر می‌گردد. رابطه (۲۶) از جاگذاری رابطه (۲۵) در (۲۳) حاصل می‌شود:

$$G_{ol}(s) = \frac{1}{s + \omega_{ce}}\left(k_p + \frac{k_i}{s}\right) \quad (۲۶)$$

که ω_{ce} فرکانس قطع حلقه تخمین سرعت در مشاهده‌گر می‌باشد.

بعد از رسیدن به تابع تبدیل مرتبه دو (۲۶) با استفاده از اصول کنترل خطی، بهره‌های تطبیق k_p و k_i با در نظر گرفتن پاسخ فرکانس مدل مشاهده‌گر طراحی می‌شوند. اگر DFIG کنترل‌شده باشد می‌توان فرکانس قطع را با همان مرتبه حلقه کنترل PI جریان روتور و یا یک مرتبه بزرگتر از حلقه کنترل سرعت انتخاب نمود. برای پاسخ فرکانسی سیستم حلقه بسته، تأخیر فاز در فرکانس قطع که توسط تابع تبدیل حلقه باز معرفی می‌شود باید کمتر از ۱۸۰ درجه باشد تا سیستم فیدبک حلقه بسته پایدار باشد. بر اساس دستورالعملهای طراحی ذکر شده، تابع انتقال حلقه باز باید در دو معادله زیر در فرکانس قطع صدق کند.

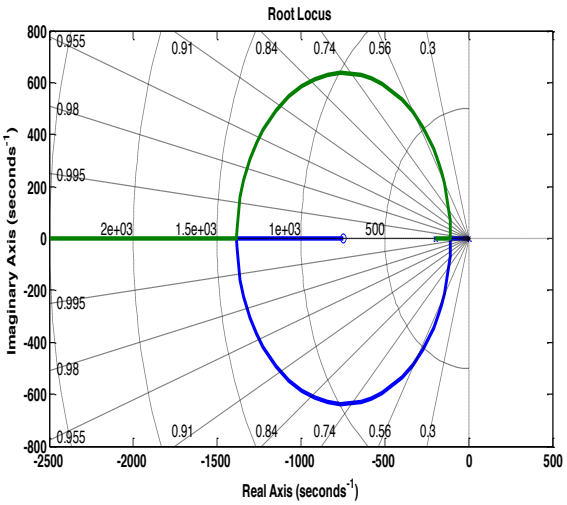
$$\left|\frac{k_i}{\omega_{ce}}\frac{1+\left(k_p/k_i\right)s}{s+\left(1+s/\omega_{ce}\right)}\right|_{s=j\omega_{ce}}=1 \qquad (۲۷)$$

$$\angle\frac{k_i}{\omega_{ce}}\frac{1+\left(k_p/k_i\right)s}{s+\left(1+s/\omega_{ce}\right)}\Bigg|_{s=j\omega_{ce}}=-180+\varphi_{pm} \qquad (۲۸)$$

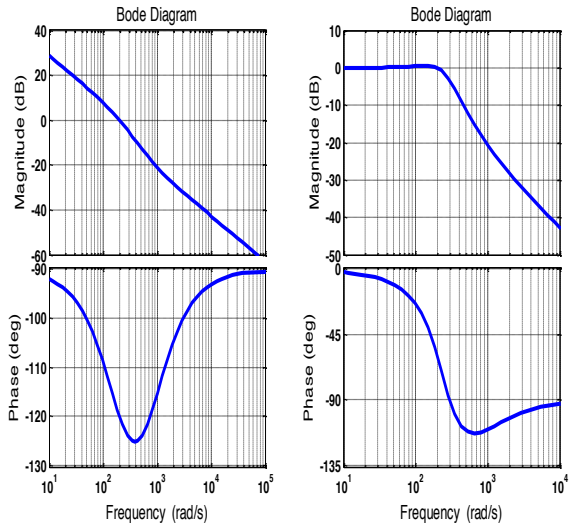
که φ_{pm} حاشیه فاز می‌باشد. می‌توان بهره‌های تطبیق کنترل کننده PI را با حل این دو معادله در فرکانس قطع و حاشیه فاز مطلوب محاسبه کرد. دیاگرام مکان هندسی ریشه‌های تابع تبدیل حلقه باز G_{ol} در شکل (۳) نشان داده شده است. بهره‌های تطبیق متناظر k_p و k_i از حل معادلات (۲۷) و (۲۸) به ازای فرکانس قطع $\omega_{ce}=200\frac{rad}{s}$ (تقریبا ۳۰ هرتز) و حاشیه فاز $\varphi_{pm}=60^\circ$ به دست آمده است. دیاگرام شکل (۳) که به ازا این مقادیر رسم شده، نشان می‌دهد که سیستم با روش طراحی ارائه شده سیستم ناپایدار نبوده و صفر و قطبهای سیستم همواره در سمت چپ نمودار می‌باشند. علاوه بر این، پاسخ فرکانسی تابع تبدیل حلقه بسته و حلقه باز در شکل (۴) رسم شده است. از این دیاگرامها نیز مینیمم فاز بودن سیستم با ضرایب k_p و k_i محاسبه شده، کاملا مشخص است. می‌توان ملاحظه نمود که سیستم حلقه باز در فرکانس قطع شرایط مطلوب یعنی فرکانس قطع $\omega_{ce}=200\frac{rad}{s}$ و حاشیه فاز $\varphi_{pm}=60^\circ$ را ارضا کرده و سیستم حلقه بسته نیز پایدار است. بنابراین زمانی که بهره‌های تطبیق و فیدبک پیشنهادی اعمال می‌شوند می‌توان پیش‌بینی کرد که مشاهده‌گر عملکرد دینامیکی مناسبی از نظر ردیابی سریع و میرایی مناسب دارد که نتایج شبیه‌سازی بخش بعد نیز موید این مطلب می‌باشد.

اعمال بهره k_2 در رابطه (۲۰) در یک سیستم کنترل برداری بدون سنسور واقعی، قابل قبول نیست زیرا سرعت واقعی روتور مورد نیاز است. با این حال با طراحی درست بهره PI تطبیق دهنده که در این قسمت بحث شد، تخمین سرعت روتور می‌تواند مقادیر واقعی بسیار دقیق را دنبال کند، از این رو یک تقریب از بهره می‌تواند به صورت زیر باشد:

$$k_2=-\hat{\omega}_{sl} \qquad (۲۹)$$



شکل ۳: مکان هندسی ریشه های تابع تبدیل حلقه باز.

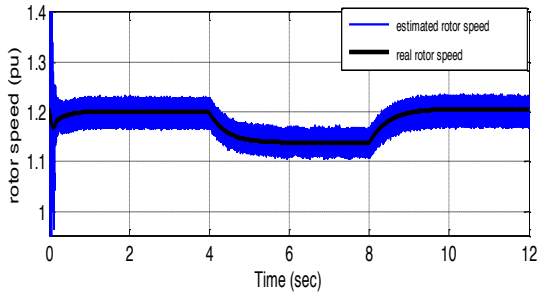


شکل ۴: پاسخ فرکانسی تابع تبدیل حلقه باز (سمت چپ) و حلقه بسته (سمت راست).

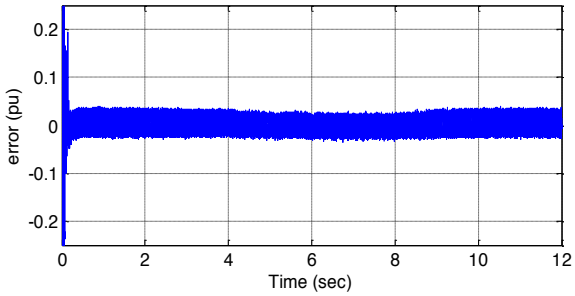
۴- نتایج شبیه سازی

در این بخش نتایج شبیه‌سازی به منظور اعتبارسنجی روش تخمین سرعت پیشنهادی در محیط MATLAB/Simulink ارائه شده است. شبیه‌سازی‌ها برای آزمایش کیفیت تعقیب تغییرات سرعت انجام یافته است. به این منظور سرعت باد به صورت فرضی تغییر یافته است که به تبع آن سرعت روتور نیز تغییر می‌یابد. سرعت باد در شبیه سازی های انجام یافته، به صورت فرضی از ۱۵ به ۱۰ کاهش یافته و مجددا به ۱۵ برگردانده شده است تا قابلیت رهگیری سرعت روتور آزمایش گردد. در شکل (۵) تغییرات سرعت روتور و تغییرات سرعت تخمینی توسط روش پیشنهادی ارائه شده است که همانگونه که ملاحظه می‌شود، نتایج حاصله، عملکرد مناسب روش تخمین سرعت را نشان می دهد و سرعت تخمینی به خوبی توانسته است سرعت واقعی را رهگیری کند. جریان روتور واقعی و جریان روتور تخمینی نیز در شکل (۶) ارائه شده است. خطای

حاصله که مقدار کمی دارد، نیز موید کارایی روش می‌باشد. توانهای اکتیو و راکتیو حاصله از DFIG نیز در شکل (۷) نشان داده شده است.



(الف)

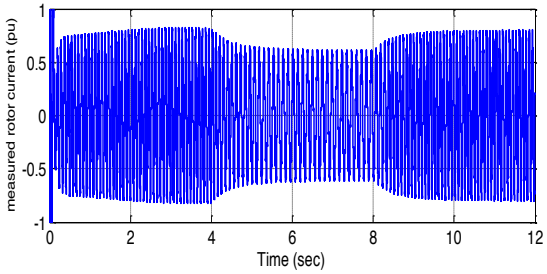


(ب)

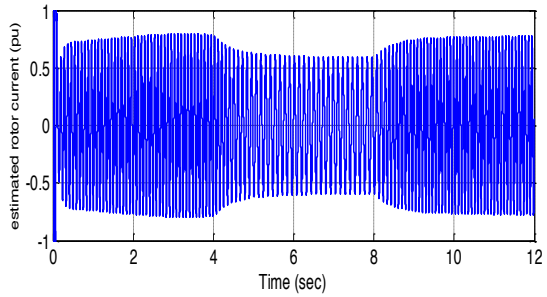
شکل ۵: (الف) تغییرات سرعت تخمینی و سرعت واقعی روتور (ب) خطای تخمین سرعت روتور.

۵- نتایج عملی

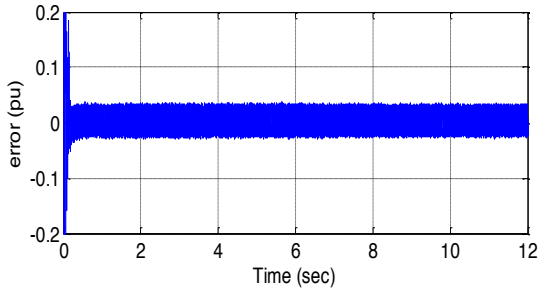
علاوه بر شبیه‌سازی‌های انجام یافته، برخی از عملکردهای دینامیکی ساختار پیشنهادی توسط یک مجموعه آزمایشگاهی مورد ارزیابی قرار گرفته است. سیستم مورد آزمایش تشکیل شده است از: (۱) یک موتور DC به منظور محرک روتور که به منزله توربین بادی در نظر گرفته می‌شود (۲) یک ماشین القایی که پارامترهای مربوط به ماشین مورد استفاده در جدول (۱) آمده است. (۳) به منظور تولید پالسهای کلیدزنی جهت درایو کردن IGBTها از یک کنترل‌کننده سیگنال دیجیتال 16-bit به عنوان dspIC30F4011 استفاده شده است [۲۳]. (۴) کارتهای مربوط به اجرای زمان حقیقی روش تخمین سرعت که برای ارتباط کنترلر و کامپیوتر بوده و شامل کارتهای Advantech PCI-1716 و Advantech PCLD-8710 I/O می‌باشند [۱۷]. مبدلهای ساخته شده در این نمونه آزمایشگاهی مبدلهای سه سطحه می‌باشند. در هر مبدل، ۱۲ سوییچ IGBT وجود دارد که هر کدام از این IGBTها بایستی توسط میکروکنترلر مذکور درایو شوند.



(الف)

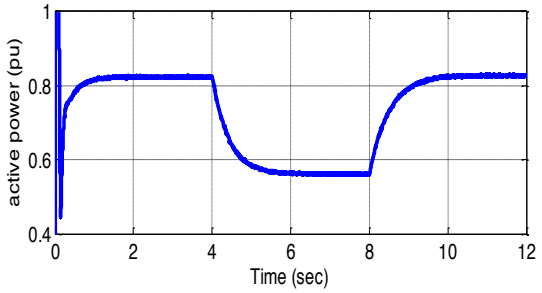


(ب)

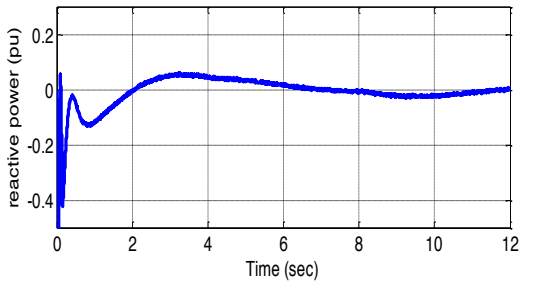


(ج)

شکل ۶: الف) جریان روتور اندازه گیری شده ب) جریان روتور تخمینی. ج) خطای تخمین جریان.



(الف)



(ب)

شکل ۷: الف) توان اکتیو و ب) توان راکتیو تولیدی DFIG.

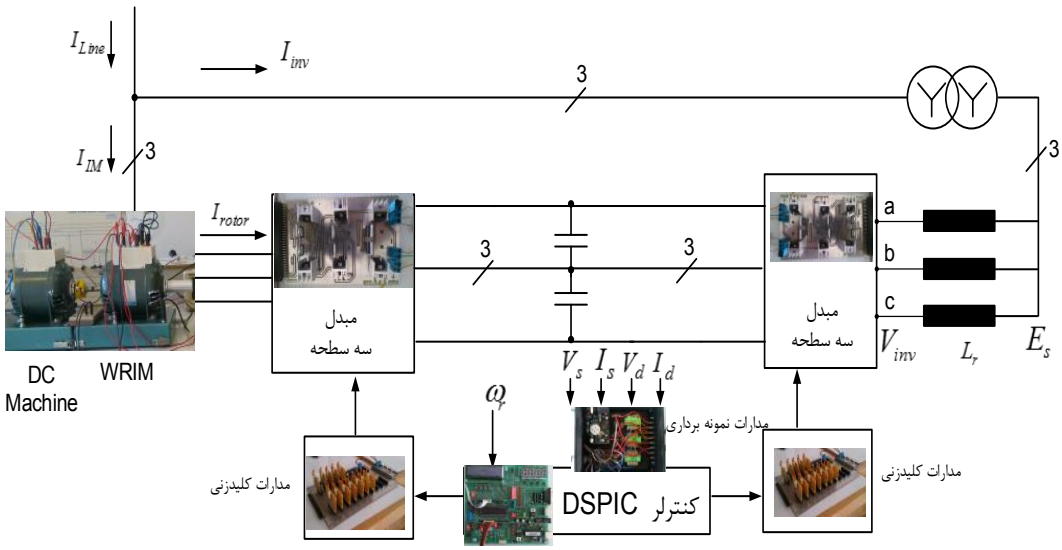
همچنین جهت فراهم نمودن ولتاژهای DC مورد نیاز برای درایو IGBTها از یک منبع تغذیه DC قابل تنظیم بهره گرفته شده است. شکل (۸) ساختار کلی مجموعه آزمایشگاهی مورد استفاده را نشان می‌دهد. در شکل (۹) نیز نحوه ارتباط بین بخشهای مختلف مجموعه آزمایشگاهی به صورت بلوک دیاگرام نشان داده شده است.

جدول ۱: مشخصات موتور مورد استفاده در آزمایشگاه.

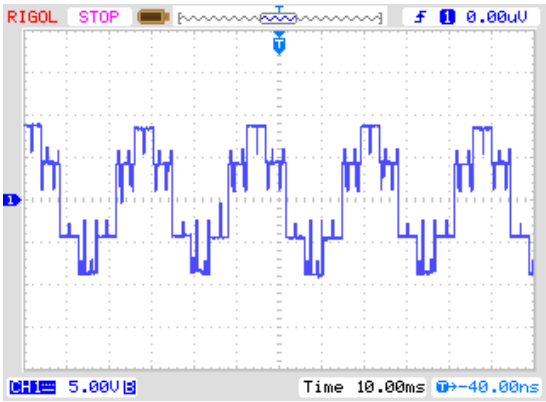
مقادیر	مشخصات
۰/۲۵ kW	توان نامی
۱۲۰ V	ولتاژ نامی
۵۰ Hz	فرکانس
۱/۷ Ω	R_s
/۰۱۲ H	L_{ls}
۱/۶ Ω	R_r
۰/۰۱۲ H	L_{lr}
۰/۳۷۹ H	L_m
۱	تعداد زوج قطب (P)
۰/۰۳ $Kg.m^2$	ممان اینرسی (J)

شکل ۸: ساختار کلی مجموعه آزمایشگاهی ساخته شده.

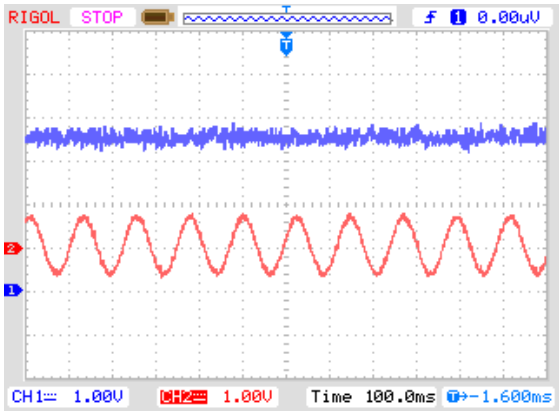
شکلهای (۱۰) و (۱۱) عملکرد سیستم را در حالت ماندگار نشان می‌دهند. در شکل (۱۰) ولتاژ سه سطحه خروجی از مبدل سه سطحه سمت شبکه نشان داده شده است و در شکل (۱۱) نیز جریان روتور و سرعت ماشین در حالت ماندگار نمایش داده شده است. در این حالت ماشین با سرعت ۳۶۰۰rpm چرخانده می‌شود که معادل لغزش ۲۰ درصد می‌باشد.



شکل ۹: ارتباط بین بخشهای مختلف مجموعه آزمایشگاهی.

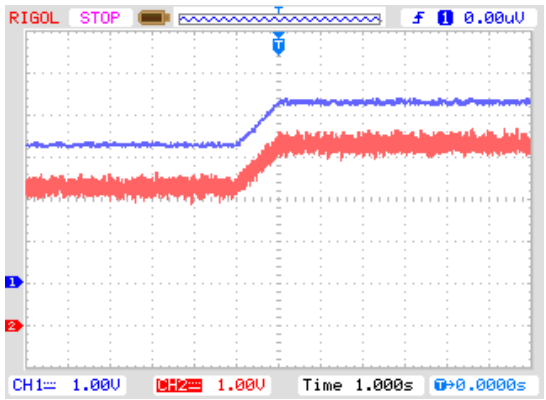


شکل ۱۰: ولتاژ مبدل سه سطحه در حالت ماندگار.



شکل ۱۱: جریان روتور (پایین) و سرعت ماشین (بالا) در حالت ماندگار.

عملکرد روش تخمین سرعت پیشنهادی و نحوه تعقیب سرعت آن نیز در شکل (۱۲) نشان داده شده است. در این آزمایش سرعت ماشین از ۳۱۰۰ به ۳۶۰۰ دور در دقیقه افزایش داده شده است که همانگونه که ملاحظه می‌شود، سرعت تخمینی به خوبی توانسته است تغییرات سرعت واقعی را تعقیب کند.



شکل ۱۲: نتایج عملی سرعت واقعی (بالا) و سرعت تخمینی (پایین).

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک روش تخمین سرعت مبتنی بر مشاهده‌گر کاهش مرتبه ارائه گردید که در آن جریانهای روتور و شار استاتور به عنوان متغیرهای حالت در نظر گرفته شدند. در این مشاهده‌گر از جریان روتور به عنوان پارامتر تخمینی استفاده شد و خطای حاصل از تخمین جریان به همراه شار استاتور در مکانیزم تطابق به کار گرفته شد. شار استاتور به عنوان متغیر دوم با استفاده از پارامترهای اندازه‌گیری شده ماشین به طور مستقیم مورد محاسبه قرار گرفت. روش ارائه شده به صورت کامل از دیدگاه پایداری مورد ارزیابی قرار گرفت. روش مطالعه پایداری دینامیکی و تئوری مورد استفاده، تئوری پایداری لیاپانف می‌باشد که یکی از روشهای کلاسیک و مطمئن در مباحث پایداری است. مکانیزم تطابق به دست آمده از تحلیل پایداری انجام یافته تضمین‌کننده پایداری روش ارائه شده است. در این مکانیزم از خطای تخمین جریان روتور و میزان محاسبه شده شار استفاده گردید. همچنین توسط یک تحلیل نسبتا جامع و ساده ضرایب تصحیح خطا نیز به روشی جدید استخراج شد. توسط مطالعات مکان ریشه‌ها و دیاگرام پاسخ فرکانسی نیز پایداری مشاهده‌گر طراحی شده نشان داده شد. مشاهده‌گر پیشنهادی، هم توسط شبیه‌سازی و هم توسط نتایج آزمایشگاهی مورد ارزیابی قرار گرفت که نتایج حاصله از هر دو بخش، به طور کاملا روشن کارایی روش ارائه شده در تعقیب تغییرات سرعت را نشان داد. همانگونه که ملاحظه گردید، بخشهای اساسی یک مشاهده‌گر، متغیرهای حالت، مدل مشاهده‌گر، مکانیزم تطابق و ماتریس اصلاح خطا است که هر گونه تغییر در هر کدام از این بخشها می‌تواند یک طرح جدید به وجود آورد. البته مشاهده‌گرهای حاصل باید از نظر پایداری تضمین شده باشند. استفاده از مدلهایی که در آنها تا حد امکان تعداد انتگرالگیرها کمتر می‌باشد، می‌تواند مورد توجه بیشتری قرار بگیرد، زیرا در این مشاهده‌گرها مشکلات ناشی از انتگرالگیرها کمتر وجود خواهد داشت. روش پیشنهادی را می‌توان در سیستمهای تشخیص و تحمل خطا[1] نیز به عنوان جایگزین سنسور سرعت در شرایط اضطراری به کار برد.

مراجع

[1] F. Akel, T. Ghennam, E. M. Berkouk, and M. Laour, "An improved sensorless decoupled power control scheme of grid connected variable speed wind turbine generator," Energy Conversion and Management, vol. 78, pp. 584-594, 2// 2014.

[2] C. Schauder, "Adaptive speed identification for vector control of induction motors without rotational transducers," Industry Applications, IEEE Transactions on, vol. 28, pp. 1054-1061, 1992.

[3] P. Vas, Sensorless Vector and Direct Torque Control: Oxford University Press, 1998.

[4] E. Kamal and A. Aitouche, "Robust fault tolerant control of DFIG wind energy systems with unknown inputs," Renewable Energy, vol. 56, pp. 2-15, 8// 2013.

[1] Fault Diagnoses and Tolerance (FDT)

[5] W. Zhong, L. Guo-jie, S. Yuanzhang, and B. T. Ooi, "Effect of Erroneous Position Measurements in Vector-Controlled Doubly Fed Induction Generator," Energy Conversion, IEEE Transactions on, vol. 25, pp. 59-69, 2010.

[6] R. Cardenas, R. Pena, J. Proboste, G. Asher, and J. Clare, "MRAS observer for sensorless control of standalone doubly fed induction generators," Energy Conversion, IEEE Transactions on, vol. 20, pp. 710-718, 2005.

[7] R. Cardenas, R. Pena, J. Clare, G. Asher, and J. Proboste, "MRAS Observers for Sensorless Control of Doubly-Fed Induction Generators," Power Electronics, IEEE Transactions on, vol. 23, pp. 1075-1084, 2008.

[8] F. C. Dezza, G. Foglia, M. F. Iacchetti, and R. Perini, "An MRAS Observer for Sensorless DFIM Drives With Direct Estimation of the Torque and Flux Rotor Current Components," Power Electronics, IEEE Transactions on, vol. 27, pp. 2576-2584, 2012.

[9] A. Karthikeyan, C. Nagamani, A. B. R. Chaudhury, and G. S. Ilango, "Implicit position and speed estimation algorithm without the flux computation for the rotor side control of doubly fed induction motor drive ",Electric Power Applications, IET, vol. 6, pp. 243-252, 2012.

[10] M. Iacchetti, M. S. Carmeli, F. Castelli Dezza, and R. Perini, "A speed sensorless control based on a MRAS applied to a double fed induction machine drive," Electrical Engineering, vol. 91 ,pp. 337-345, 2010/01/01 2010.

[11] D. G. Forchetti, G. O. Garcia, and M. I. Valla, "Adaptive Observer for Sensorless Control of Stand-Alone Doubly Fed Induction Generator," Industrial Electronics, IEEE Transactions on, vol. 56, pp. 4174-4180, 2009.

[12] J. A. Cortajarena and J. De Marcos, "Neural Network Model Reference Adaptive System Speed Estimation for Sensorless Control of a Doubly Fed Induction Generator," Electric Power Components and Systems, vol. 41, pp. 1146-1158, 2013/09/10 2013.

[13] M. P. Pattnaik and D. K. Kastha, "Adaptive Speed Observer for a Stand-Alone Doubly Fed Induction Generator Feeding Nonlinear and Unbalanced Loads," Energy Conversion, IEEE Transactions on, vol. 27, pp. 1018-1026, 2012.

[14] H. Yongsu, K. Sungmin, and H. Jung-Ik , "Sensorless vector control of doubly fed induction machine using a reduced order observer estimating," in Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 2012 IEEE, 2012, pp. 2623-2630.

[15] H. Serhoud and D. Benattous, "Sensorless optimal power control of brushless doubly-fed machine in wind power generator based on extended kalman filter," International Journal of System Assurance Engineering and Management, vol. 4, pp. 57-66, 2013/03/01 2013.

[16] A. Karthikeyan, C. Nagamani, and G. S. Ilango, "A Versatile Rotor Position Computation Algorithm for the Power Control of a Grid-Connected Doubly Fed Induction Generator," Energy Conversion, IEEE Transactions on, vol. 27, pp. 697-706, 2012.

[۱۷] م. ناصری, م. عزیزیان و ر. عجبی-فرشباف، "یک ساختار ترکیبی برای کنترل توان لغزش موتور القائی روتور سیم پیچی شده با کنترل بدون حسگر سرعت," مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز، جلد ۴۱، شماره ۲، ۱۳۹۰.

[18] Y. Sheng and V. Ajjarapu, "A Speed-Adaptive Reduced-Order Observer for Sensorless Vector Control of Doubly Fed Induction Generator-Based Variable-Speed Wind Turbines," Energy Conversion, IEEE Transactions on, vol. 25, pp. 891-900, 2010.

[19] P. K. Gayen, D. Chatterjee, and S. K. Goswami, "Stator side active and reactive power control with improved rotor position and speed estimator of a grid connected DFIG (doubly-fed induction generator)," Energy, vol. 89, pp. 461-472, 9// 2015.

[20] D. Diaz Reigosa, F. Briz, C. Blanco, and J. M. Guerrero, "Sensorless Control of Doubly Fed Induction Generators Based on Stator High-Frequency Signal Injection," Industry Applications, IEEE Transactions on, vol. 50, pp. 3382-3391, 2014.

[21] A. Parida and D. Chatterjee, "A robust parameter non-sensitive rotor position and speed estimator for DFIG," in Control, Instrumentation, Energy and Communication (CIEC), 2014 International Conference on, 2014, pp. 12-16.

[22] L. Harnefors and M. Hinkkanen, "Complete Stability of Reduced-Order and Full-Order Observers for Sensorless IM Drives," Industrial Electronics, IEEE Transactions on, vol. 55, pp.1319-1329, 2008.

[23] A. Mokhberdoran and A. Ajami, "Symmetric and Asymmetric Design and Implementation of New Cascaded Multilevel Inverter Topology," Power Electronics, IEEE Transactions on, vol. 29, pp. 6712-6724, 2014.

مجله کنترل
ISSN 2008-8345
جلد ۹، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۴، صفحه ۶۹-۵۹

تحلیل پایداری و طراحی کنترل‌کننده غیرهمزمان برای سیستم‌های کلیدزنی خطی دارای زیرسیستم‌های پایدارناپذیر با زمان اقامت میانگین

مهدی سیاوش[۱]، فرید شیخ الاسلام[۲]، جوادعسگری[۳]، شهرام حاج شیرمحمدی[۴]

[۱] فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی اصفهان، Mahdi.siavash@yahoo.com

[۲] استاد، دانشکدهٔ مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی اصفهان، Sheikh@cc.iut.ac.ir

[۳] دانشیار، دانشکدهٔ مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی اصفهان، J-askari@cc.iut.ac.ir

[۴] دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی اصفهان ، shahramhajshir@gmail.com

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۴/۲/۲۶، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۴/۶/۱۸)

چکیده: یکی از مهمترین مسائل مطرح در سیستم‌های کلیدزنی پایدارسازی سیستم‌های کلیدزنی خطی دارای زیرسیستم‌های پایدارناپذیر می‌باشد. از طرف دیگر در کنترل سیستم‌های کلیدزنی مبحث غیرهمزمانی و یا تاخیر سوئیچ سیستم نسبت به سوئیچ کنترل کننده همواره مشکلاتی در عمل برای پایداری و داشتن عملکرد مطلوب برای سیستم کلیدزنی ایجاد می‌کند. دراین مقاله به بررسی پایداری سیستم کلیدزنی خطی آهسته دارای زیرسیستم‌های پایدار و پایدار ناپذیر در حالت غیرهمزمانی دو سوئیچ پرداخته شده است. با استفاده از توابع شبه لیاپانوف شرایطی برای تضمین پایداری سیستم کلیدزنی در حالت پیوسته و گسسته بیان شده است که می‌توان با تعیین حداقل زمان لازم برای فعّالیّت زیرسیستم‌های پایدار بر حسب حداکثر زمان فعّالیّت زیرسیستم‌های ناپایدار و شیب افزایش و کاهش انرژی زیر سیستم‌ها، پایداری سیستم کلیدزنی را تضمین کرد. آخرین مسئله‌ی بررسی شده در این مقاله طرّاحی کنترل‌کننده‌های فیدبک حالتی است که بتوانند شرایط پایداری و همچنین شرایط مورد نظر طرّاح از جمله حداقل زمان فعّالیّت زیرسیستم‌های پایدار را فراهم کند. به منظور نشان دادن کارایی روش‌ها، شبیه‌سازی‌هایی در انتهای مقاله آورده شده است.

کلمات کلیدی: سیستم‌های کلیدزنی خطی، پایداری نمایی، زیرسیستم‌های پایدارنشدنی، کنترل غیرهمزمان، زمان اقامت میانگین.

Asynchronous Control and Stabilization of Linear Switched Systems with Unstabilizable Subsystems by Average Dwell Time Approach

Mahdi Siavash, Farid Sheikloleslam, Javad Askari, Shahram Hajshirmohammady

Abstract: Stabilization of switched linear systems is one of the most important problems in the field of switched systems. On the other hand, asynchronous switching between the controller and the system may lead to an unstable closed loop system or degrade the closed loop system's performance. In this paper the problem of stabilizing a switched system with both stabilizable and unstabilizable subsystems and asynchronous switching between the controller and the system is considered. Using Lyapunov-like functions, some criteria are presented to guarantee the stability of the switched system based on the activity time of the stable and unstable subsystems and maximum number of switchings in a given time interval for both discrete-time and continuous-time cases. The last issue, verified in this paper is the design of a state feedback controller which can provide stability criteria, as well as designer's desired criteria, including minimum activity time of the stable subsystems. In order to illustrate the effectiveness of the proposed method, simulation results are presented at the end of the paper.

Keywords: Linear switched systems, Exponential stability, Unstabilizable subsystem, Asynchronous switching, Average dwell time.

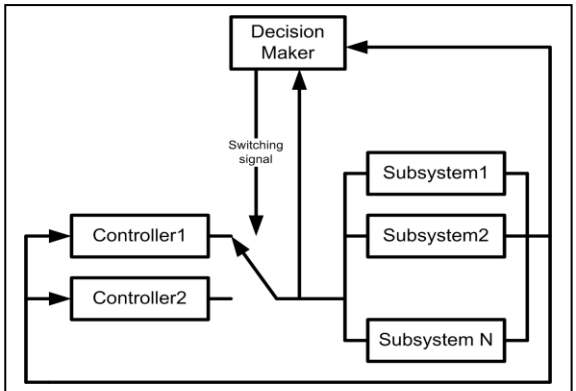
۱- مقدمه

سیستم‌های هایبرید دسته مهمی از سیستم‌های صنعتی را تشکیل می‌دهند که با استفاده از تعامل دینامیک‌های پیوسته و دینامیک‌های گسسته پیشامد توصیف می‌شوند. دسته پرکاربردی از این سیستم‌ها را سیستم کلیدزنی خطی تشکیل می‌دهد که از خانواده‌ای از زیرسیستم‌ها و یک ناظر[1] تشکیل شده است،که وظیفه آن تولید سیگنال کلیدزنی و انجام سوئیچ بین زیرسیستم‌ها می‌باشد [۱، ۲]. برای مدل‌سازی و کنترل بسیاری از فرآیندهای دینامیکی از سیستم‌های کلیدزنی استفاده می‌کنند [۳-۷]. سیستم‌های کلیدزنی براساس نوع سیگنال کلیدزنی به دو دسته دلخواه و دارای محدودیت تقسیم بندی می‌شود. روش‌های بررسی پایداری در این گونه سیستم‌ها بر اساس نوع سیستم کلیدزنی متفاوت است ولی مانند سایر سیستم‌های غیرخطی معمولاً بر اساس انتخاب تابع لیاپانوف می‌باشد. برای سیستم‌های کلیدزنی با سوئیچ دلخواه از توابع لیاپانوف مشترک[2] CLF [۸]، توابع لیاپانوف سوئیچی[3] SLF [۹] و برای سیستم‌های کلیدزنی با سوئیچ دارای محدودیت از لیاپانوف چندگانه[4] MLF [۱۰] و توابع شبه لیاپانوف[5] [۱۱] استفاده می‌کنند. سیستم‌های کلیدزنی آهسته نیز دسته وسیعی از سیستم‌های کلیدزنی دارای محدودیت می‌باشد که در آن بازه زمانی بین دو لحظه کلیدزنی باید از یک فاصله زمانی مشخص بیشتر باشد. یکی از پرکاربردترین قضایای پایداری در زمینه سیستم‌های کلیدزنی آهسته، قضیه زمان اقامت میانگین[6] ADT می‌باشد که در آن برای تضمین پایداری باید میانگین زمانی بین دو لحظه کلیدزنی از یک مقدار مشخص به نام زمان اقامت میانگین بیشتر باشد [۱۲].

فرض بسیار مرسومی که در طرّاحی کنترل‌کننده برای سیستم‌های کلیدزنی مطرح می‌شود این است که سوئیچ بین زیرسیستم‌ها و کنترل‌کننده‌ها به‌طور همزمان صورت می‌گیرد. در بسیاری از فرآیندها مشاهده می‌شود که کنترل‌کننده‌هایی که با این فرض طرّاحی می‌شوند در هنگام پیاده‌سازی قادر به پایدارسازی سیستم نمی‌باشند. در [۱۳] نمونه‌ای در مکانیزم‌های شیمیایی بیان شده است که به علت وجود این غیرهمزمانی کنترل‌کننده‌های طراحی شده در عمل سبب ناپایداری سیستم شده‌اند. همانطور که در شکل ۱ نمایی شماتیکی دسته‌ای از سیستم‌های کلیدزنی مشاهده می‌شود، این دسته از سیستم‌های کلیدزنی از تعدادی زیرسیستم و تعدادی کنترل‌کننده متناسب با هر زیرسیستم تشکیل شده است. هنگامی که زیرسیستم فعّال تغییر پیدا می‌کند واحد تصمیم‌گیری[7] و یا ناظر نیازمند مدت زمانی می‌باشد تا بتواند زیرسیستم فعّال را شناسایی کند و متناسب با آن کنترل‌کننده مربوطه را در حلقه کنترلی قرار دهد. این درحالیست که در فاصله زمانی مذکور کنترل‌کننده مربوط به زیرسیستم قبلی فعّال می‌باشد که امکان دارد برای زیرسیستم فعلی، منجر به ناپایداری شود.

بیشتر تلاش‌های انجام شده در زمینه‌ی کنترل غیرهمزمان سیستم‌های کلیدزنی مربوط به زیرسیستم‌هایی می‌باشد که پایدار می‌باشند و یا با استفاده از کنترل‌کننده‌هایی بتوان آن‌ها را پایدار کرد [۱۵، ۱۶]. در مرجع [۱۷]، با فرض اینکه تمام زیرسیستم‌ها پایدارشدنی می‌باشند شرایط پایداری بااستفاده از توابع شبه لیاپانوف و قضیه زمان توقف میانگین ADT[8] ارائه شده است.

اما در واقعیت بسیاری از سیستم‌ها ناپایدار می‌باشند که به‌طور ذاتی و یا به علّت وجود نامعینی امکان پایدارسازی آن‌ها وجود ندارد، از این رو باید بتوان شرایطی را برای تضمین پایداری سیستم‌های کلیدزنی دارای چنین زیرسیستم‌هایی پیدا کرد. زیرسیستم‌هایی که امکان پایدارسازی آن‌ها وجود ندارند را می‌توان به چند گروه تقسیم‌بندی کرد. ساده‌ترین علّتی که منجر به پایدارناپذیر شدن یک سیستم می‌شود، عدم کنترل‌پذیری سیستم‌های ناپایدار می‌باشد. گروه دوم سیستم‌های ناپایداری هستند که به‌طور ذاتی کنترل‌پذیر هستند ولی به علت نامعینی که در سیستم وجود دارد به سیستم پایدارناپذیر تبدیل می‌شود. گروه سوم در بعضی از زیرسیستم‌ها به علت بروز عیب سیستم به سمت ناپایدار شدن می‌رود. در این بازه زمانی انرژی سیستم به طور مداوم افزایش می‌یابد و سیستم به سمت ناپایدارشدن می‌رود. همچنین پایدارناپذیری زیر سیستم‌ها در بسیاری از کاربردهای کنترلی از جمله کنترل تحت شبکه[9] NCS اتفاق می‌افتد. به دلیل محدودیّت شبکه، اطلاعات کنترل‌کننده‌ها در زمان‌های خاصی روی شبکه قرار می‌گیرد و این باعث می‌شود در یک زمان نتوان



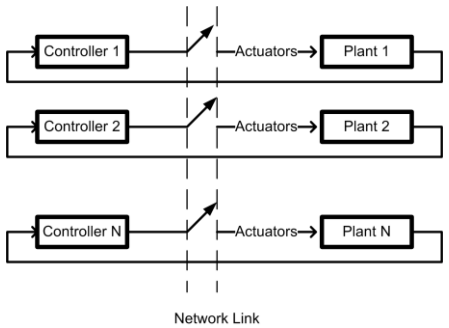
شکل۱: نمای شماتیکی دسته ای از سیستمهای کلیدزنی[۱۴]

[1] Supervisor
[2] Common Lyapunov function (CLF)
[3] Switch Lyapunov Function (SLF)
[4] Multiple Lyapunov function (MLF)
[5] Lyapunov-like function
[6] Average Dwell Time
[7] Decision Maker
[8] Average Dwell Time
[9] Network Control System

همه‌ی حلقه‌های کنترلی را بست. بنابراین در لحظاتی تعدادی از زیرسیستم‌های ممکن است ناپایدار شوند و امکان پایدارسازی آن وجود ندارد، نمایی از این روش کنترلی در شکل ۲ آورده شده است [۱۸]. یک راهکار برای این منظور مدل‌سازی به روش سیستم کلیدزنی است. زمانی- که کنترل‌کننده در دسترس نیست، سیستم حلقه باز است و امکان پایدارسازی آن نیز وجود ندارد را به عنوان یک گروه زیرسیستم ناپایدار سیستم کلیدزنی و هنگامی‌که کنترل‌کننده در دسترس است، سیستم حلقه بسته و پایدار می‌باشد را به عنوان یک گروه زیرسیستم پایدار سیستم کلیدزنی در نظر گرفت.

مراجع محدودی به بررسی همزمان دو موضوع تاخیر بین دو سوئیچ و پایدارناپذیری برخی از زیرسیستم‌ها پرداخته اند. در [۱۹] به بررسی پایداری سیستم کلیدزنی آهسته داری زیرسیستم‌های ناپایدار با استفاده از قضیه زمان اقامت[1] پرداخته شده است. از آنجایی که قضیه زمان اقامت بر خلاف قضیه زمان اقامت میانگین که بر اساس زمان میانگین بین دو لحظه کلیدزنی است، باید زمان انجام بین هر دو لحظه کلیدزنی از یک بازه زمانی مشخص بیشتر باشد محدودیت های بسیاری را در نحوه عملکر سیستم کلید زنی به سیستم تحمیل می‌کند. از این رو با توجه به بررسی-های انجام شده مقاله‌ای که به موضوع پایداری سیستم‌های کلیدزنی دارای زیرسیستم‌های پایدارناپذیر در حالت غیرهمزمانی دو سوئیچ و با استفاده از قضیه زمان اقامت میانگین یافت نشد.

در این مقاله به بررسی پایداری سیستم‌های کلیدزنی خطی دارای زیرسیستم‌های پایدارناپذیر در حضور تاخیر بین دو سوئیچ زیرسیستم و کنترل کننده با استفاده از قضیه زمان توقف میانگین پرداخته شده است. برای تضمین پایداری زیرسیستم‌های سیستم کلیدزنی را به دو دسته پایدار و ناپایدار تقسیم بندی شده است. با استفاده از توابع شبه لیاپانوف و شیب افزایش و کاهش انرژی زیرسیستم‌ها و حداکثر زمان فعّالیّت زیرسیستم-های ناپایدار، حداقل زمان لازم برای فعّالیّت زیر سیستم‌های پایدار برای تضمین پایداری نمایی یسیستم کلیدزنی محاسبه شده است. همچنین به علت اینکه از قضیه زمان اقامت میانگین به جای زمان اقامت در قضایا پایداری استفاده شده است دیگر نیازی به فعّالیّت هر یک از سیستم‌ها به میزان زمان مشخص نیست بلکه باید میانگین فعال بودن بازه زمانی آن‌ها



شکل ۲: نحوه اتصال کنترل کننده‌ها[۱۸]

از یک مقدار مشخص بیشتر باشد. در ادامه کنترل‌کننده‌های فیدبک حالتی برای تضمین پایداری و رسیدن به عمکرد مطلوب برای سیستم‌های کلیدزنی در حالت پیوسته و گسسته زمان بیان شده است. در بخش دوم مقاله به بیان پیشنیازها و تعاریف مربوط به سیستم‌های کلیدزنی پرداخته شده است. در بخش سوم قضایای مربوط به پایداری و طراحی‌کنترل کننده در حالت پیوسته زمان و در بخش چهارم نیز این قضایا در حالت گسسته زمان بیان شده است. در انتها نیز دو مثال برای نشان دادن کارآیی قضایای مطرح شده بیان شده است.

۲- بیان تعاریف و پیش‌نیازها:

تعریف ۱ - سیستم‌های کلیدزنی خطی را به فرم معادلات

$$\delta x(t) = A_{\sigma(t)} x(t) + B_{\sigma(t)} u(t) \qquad (۱)$$

$$y(t) = C_{\sigma(t)} x(t) + D_{\sigma(t)} u(t) \qquad (۲)$$

توصیف می‌شود.

نماد δ در حالتی‌که سیستم، زمان پیوسته یا زمان گسسته باشد به ترتیب به‌صورت عمل‌گر مشتق‌گیر $\delta x(t) = \dot{x}(t)$ و عمل‌گر شیفت‌دهنده $\delta x(t) = x(t+1)$ اعمال می‌شود. همچنین $\sigma(t)$ سیگنال کلیدزنی است که توسط ناظر تولید می‌شود و مقادیری از مجموعه $\mathrm{P} = \{1,\ldots,N\}$ که N نشان‌دهنده تعداد زیرسیستم‌های یک سیستم کلیدزنی است، را اختیار می‌کند. در ضمن $x(t) \in R^n$ بردار حالت، $u(t) \in R^m$ بردار ورودی کنترلی و $y(t) \in R^n$ بردار خروجی می‌باشد[۱].

تعریف ۲ - برای هر سیگنال کلیدزنی $\sigma(t)$ و هر زمان $T \geq t$ اگر تعداد سوئیچ در فاصله‌ی زمانی (t, t_0) را با $N_\sigma(t, t_0)$ نمایش داده شود؛ آنگاه بیان می‌شود سیگنال $\sigma(t)$ دارای زمان توقف میانگین τ_a خواهد بود اگر دو ثابت τ_a و N_0 وجود داشته باشد که

$$N_\sigma(t, t_0) \leq N_0 + \frac{t - t_0}{\tau_a} \qquad (۳)$$

برقرار باشد. در رابطه (۳) دو عدد τ_a و N_0 به ترتیب بیان‌گر زمان توقف میانگین و مرز برخورد[2] می‌باشد [۱].

لم شر[۲۰]: ماتریس‌های ثابت S, Q و R را با ابعاد مناسب در نظر بگیرید که Q و R ماتریس‌های متقارن می‌باشند. در نظر بگیرید. سه عبارت زیر معادل هم خواهند بود.

$$\begin{aligned} &Q(x) - S(x) R(x)^{-1} S(x)^T > 0 \\ &R(x) > 0 \end{aligned} \qquad (۴)$$

$$\begin{aligned} &R(x) - S(x)^T Q(x)^{-1} S(x) > 0 \\ &Q(x) > 0 \end{aligned} \qquad (۵)$$

[1] Dwell Time

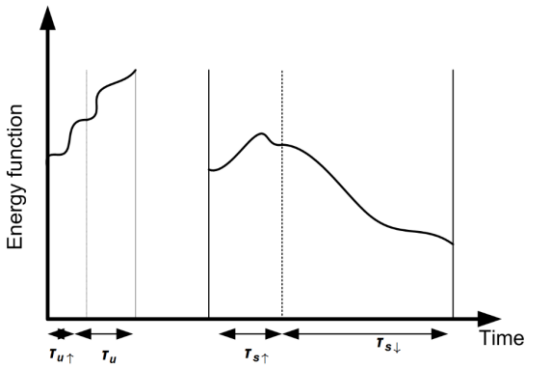
[2] Chatter bound

$$\begin{pmatrix} Q(x) & S(x) \\ S(x)^T & R(x) \end{pmatrix} < 0 \qquad (۶)$$

توجه شود نامعادلات (۴)و (۵) غیر خطی می‌باشند و با استفاده از این لم می‌توان نامعادله را بصورت خطی تبدیل کرد.

۳- قضایای پایداری و طراحی کنترل‌کننده در سیستم‌های پیوسته زمان

در این قسمت برای بررسی پایداری سیستم کلیدزنی، زیرسیستم‌ها را به دو دسته کلی زیرسیستم‌ها پایدار و ناپایدار تقسیم‌بندی می‌شود. منظور از زیرسیستم‌های پایدار، زیرسیستم‌هایی است که یا به‌طور ذاتی پایدار هستند و یا با استفاده از کنترل‌کننده می‌توان پایدار کرد و منظور از زیرسیستم‌های ناپایدار، زیرسیستم‌هایی است که به دلایل ذکر شده در مقدمه امکان پایدارسازی آن‌ها وجود ندارد. برای اثبات پایداری سیستم کلیدزنی در این حالت باید از توابع شبه لیاپانوف که اجازه افزایش انرژی زیرسیستم‌ها در هنگام فعّال بودن را می‌دهند، استفاده کرد. همانطور که بیان شد درحالت کنترل غیرهمزمان سیستم کلیدزنی، چون ناظر نیازمند مدت زمانی می‌باشد که زیرسیستم فعال را تشخیص دهد و سپس کنترل-کننده مربوط به آن زیرسیستم را در حلقه قرار دهد، کنترل‌کننده مربوط به زیرسیستم قبلی در مدار همچنان قرار دارد ودر نتیجه انرژی زیرسیستم فعال افزایش پیدا می‌کند. در چنین سیستمی تابع لیاپانوف سیستم کلیدزنی دارای دو زیرسیستم پایدار و ناپایدار، در سه قسمت در حال افزایش می-باشد و تنها در قسمتی که زیرسیستم پایدار فعّال است و با کنترل‌کننده مر بوط به خود به‌صورت همزمان فعّالیّت می‌کند، کاهش می‌یابد، نمایی از انرژی این سیستم را در شکل ۳ مشاهده می‌شود.



شکل ۳: تابع انرژی زیرسیستم‌ها در حالت کنترل غیرهمزمان

چهار بازه زمانی شکل ۳ را در حالت غیرهمزمانی $T_{u\uparrow}(t_l,t_{l+1})$ و $T_{s\uparrow}(t_l,t_{l+1})$ به ترتیب برای زیرسیستم‌های ناپایدار و پایدار و همچنین در حالت همزمانی به دو قسمت $T_u(t_l,t_{l+1})$ و $T_{s\downarrow}(t_l,t_{l+1})$ را به ترتیب برای زیرسیستم‌های ناپایدار و پایدار تقسیم-بندی می‌شود. همان طور که مشخص است توابع انرژی زیر سیستم‌ها همانند شکل ۳ به صورت مکرر وبا فعّالیّت هریک از زیر سیستم‌ها پایدار و ناپایدار در سیستم‌کلیدزنی پدید می‌آیند که در شکل ۳ فقط یک حالت آن ترسیم شده است.

قضیه ۱: سیستم کلیدزنی خطی داری روابط به فرم (۱) و ثابت‌های $\alpha > 0, \beta_1 > 0, \beta_2 > 0, \beta_3 > 0$ و $\mu \geq 1$ را در نظر بگیرید. آنگاه اگر برای هر $\sigma(t) = i \in \mathrm{P}$ که زیرسیستم پایدار و برای هر $\sigma(t) = j \in \mathrm{P}$ که زیرسیستم ناپایدار فعال می‌شود توابع لیاپانوف $V_i : R^n \to R$ و $V_j : R^n \to R$ و همچنین دو تابع κ_1 و κ_2 از کلاس κ_∞ وجود داشته باشند که

$$\begin{aligned} \kappa_1(|x_t|) \leq V_i(x_t) \leq \kappa_2(|x_t|) \\ \kappa_1(|x_t|) \leq V_j(x_t) \leq \kappa_2(|x_t|) \end{aligned} \qquad (۷)$$

$$\dot{V}_i(x_t) \leq -\alpha(V_i(x_t)), \qquad \forall t \in T_{s\downarrow}(t_l,t_{l+1}) \qquad (۸)$$

$$\dot{V}_i(x_t) \leq \beta_1(V_i(x_t)), \qquad \forall t \in T_{s\uparrow}(t_l,t_{l+1}) \qquad (۹)$$

$$\dot{V}_j(x_t) \leq \beta_2(V_j(x_t)), \qquad \forall t \in T_{u\uparrow}(t_l,t_{l+1}) \qquad (۱۰)$$

$$\dot{V}_j(x_t) \leq -\beta_3(V_j(x_t)), \qquad \forall t \in T_u(t_l,t_{l+1}) \qquad (۱۱)$$

$$V_i(x_{tl}) \leq \mu_1(V_j(x_t)), \qquad \forall (i,j) \in \mathrm{P} \times \mathrm{P}, i \neq j \qquad (۱۲)$$

آنگاه اگر رابطه (۱۳) و (۱۴) برقرار شود سیستم پایدار نمایی خواهد شد.

$$\frac{n(\ln \mu) + \beta_3 T_u + \tau_u(\beta_2 - \beta_3) + (n-1)\tau_s(\alpha + \beta_1)x(t)}{\alpha(n-1)} \leq Ts \qquad (۱۳)$$

$$\frac{K(n \ln \mu + \tau_u(\beta_2 - \beta_3) + (n-1)\tau_s(\alpha + \beta_1)}{n((K-1)\alpha - \beta_3)} \leq \tau_a \qquad (۱۴)$$

در رابطه (۱۳) اگر N_σ تعداد کل سوئیچ سیستم باشد، فرض می‌شود سیستم به تعداد N_σ / n بار به زیرسیستم‌های ناپایدار سوئیچ می‌کند. همچنین T_u ماکزیمم زمان فعّال بودن زیرسیستم ناپایدار، T_s مینیمم زمان فعّال بودن زیرسیستم پایدار و τ_u، τ_s ماکزیمم زمان غیرهمزمانی در زیرسیستم‌های ناپایدار و پایدار می‌باشند. همچنین در رابطه (۱۴) فرض شده است $1/K$ کل مدت زمان فعّالیّت سیستم، زیرسیستم ناپایدار فعّال می‌باشد.

اثبات: فرض کنیم در زمان $t \in [t_l, t_{l+1}]$ زیرسیستم پایدار فعّال می‌باشد، پس از رابطه (۸) و (۹) انتگرال گرفته می‌شود

$$\begin{aligned} V_{\sigma(t)}(x_t) \leq e^{\beta_1 \tau_s - \alpha(t - t_l - \tau_s)} V_{\sigma(t_l)}(x_{t_l}) \\ V_{\sigma(t)}(x_t) \leq e^{-\alpha(T_{L+1})} e^{\tau_s(\beta_1 + \alpha)} V_{\sigma(t_l)}(x_{t_l}) \end{aligned} \qquad (۱۵)$$

که در رابطه (۱۵)، T_{L+1}بیانگر طول بازه از t تا t_l هست.

حال اگر بازه انتگرال‌گیری را یک بازه به عقب برگردانده شود با توجه به رابطه (۱۰) و (۱۱) خواهیم داشت

$$V_{\sigma(t)}(x_t) \le e^{-\alpha(T_{L+1})} e^{\tau_s(\beta_1+\alpha)} \mu e^{\beta_2\tau_u+\beta_3(t_l-t_{l-1}\tau_u)} V_{\sigma(t_{l-1})}(x_{t_{l-1}})$$
$$V_{\sigma(t)}(x_t) \le e^{-\alpha(T_{L+1})} e^{\tau_s(\beta_1+\alpha)} \mu e^{\beta_3(T_L)} e^{\tau_u(\beta_2-\beta_3)} V_{\sigma(t_{l-1})}(x_{t_{l-1}}) \quad (۱۶)$$

که در رابطه (۱۶)، T_L بیانگر طول بازه از t_l تا t_{l+1} هست.

در ادامه اگر فرض شود تعداد N_σ/n از زیرسیستم‌ها ناپایدار باشد، آنگاه اگر بازه‌های انتگرال‌گیری را تا t_0 به عقب برگردانده شود؛ با توجه به اینکه ماکزیمم طول بازه زیرسیستم ناپایدار را T_u و مینیمم طول بازه زیرسیستم پایدار T_s تعریف شده است، رابطه

$$V_{\sigma(t)}(x_t) \le \mu^{N_\sigma} e^{\frac{N_\sigma}{n}\beta_3(T_u)} e^{\tau_u\frac{N_\sigma}{n}(\beta_2-\beta_3)} e^{-\frac{(n-1)N_\sigma}{n}\alpha(T_s)} e^{\frac{(n-1)N_\sigma}{n}(\alpha+\beta_1)\tau_s} V_{\sigma(t_0)}(x_{t_0}) \quad (۱۷)$$

بدست می‌آید و اگر N_σ را با استفاده از قضیه زمان توقف میانگین (۳) جایگذاری شود، رابطه

$$V_{\sigma(t)}(x_t) \le \mu^{N_0} e^{\frac{N_0}{n}\beta_3(T_u)} e^{\tau_u\frac{N_0}{n}(\beta_2-\beta_3)} e^{-\frac{(n-1)N_0}{n}\alpha(T_s)} e^{\frac{(n-1)N_0}{n}(\alpha+\beta_1)\tau_s} \left(\mu e^{\frac{\beta_3 T_u}{n}} e^{\frac{(\beta_2-\beta_3)\tau_u}{n}} e^{-\frac{(n-1)\alpha(T_s)}{n}} e^{\frac{(n-1)(\alpha+\beta_1)\tau_s}{n}}\right)^{\frac{t-t_0}{\tau_a}} V_{\sigma(t_0)}(x_{t_0}) \quad (۱۸)$$

حاصل می‌شود. برای برقراری پایداری مجانبی سراسری وقتی که t به سمت بینهایت برود، باید $V_{\sigma(t)}$ به سمت صفر میل کند. در رابطه (۱۸) قسمت اول عبارت زمانی‌که t به سمت بینهایت برود، عدد ثابتی است و برای اینکه $V_{\sigma(t)}$ به سمت صفر میل کند، باید مجموع توان‌های e منفی باشد یعنی

$$\ln(\mu)+\frac{\beta_3 T_u}{n}+\frac{(\beta_2-\beta_3)\tau_u}{n} -\frac{(n-1)\alpha(T_s)}{n}+\frac{(n-1)(\alpha+\beta_1)\tau_s}{n}<0 \quad (۱۹)$$

که با بردن عبارت T_s به یک سمت تساوی، رابطه (۱۳) حاصل می‌شود.

از طرفی برای رسیدن به پایداری نمایی با توجه به تعریف آن به صورت $\|x(t)\| \le c\left(\|x(t_0)\|\right)e^{-\lambda t}$ و اتّخاذ تابع لیاپانوف به صورت $V_p(x_t)=x^T px$ برای برقراری پایداری نمایی مقدار λ و c از رابطه (۲۱) و (۲۲) محاسبه می‌شود.

$$\lambda=\frac{1}{2\tau_a}\left(\ln\mu+\frac{1}{n}\beta_3(T_u)+\tau_u\frac{1}{n}(\beta_2-\beta_3) -\frac{(n-1)}{n}\alpha(T_s)+\tau_s\frac{(n-1)}{n}(\beta_1+\alpha)\right) \quad (۲۲)$$

$$c_0=\mu^{N_0}e^{\frac{N_0}{n}\beta_3(T_u)}e^{\tau_u\frac{N_0}{n}(\beta_2-\beta_3)} \times e^{-\frac{(n-1)N_0}{n}\alpha(T_s)}e^{\frac{(n-1)N_0}{n}(\alpha+\beta_1)(\tau_s)} \quad (۲۲)$$
$$c=\sqrt{\frac{c_0}{\lambda_{\min}(p)}}$$

حال برای بدست آوردن زمان اقامت میانگین مجاز بین دو سوئیچ، با توجه به اینکه فرض می‌شود $1/K$ کل مدت زمان فعّالیّت سیستم، زیرسیستم ناپایدار فعّال می‌باشد، رابطه (۱۷) را می‌توان به‌صورت

$$V_{\sigma(t)}(x_t) \le \mu^{N_\sigma} e^{\beta_3\frac{(t-t_0)}{K}} e^{\tau_u\frac{N_\sigma}{n}(\beta_2-\beta_3)} e^{-\frac{(K-1)}{K}\alpha(t-t_0)} e^{\frac{(n-1)N_\sigma}{n}(\alpha+\beta_1)\tau_s} V_{\sigma(t_0)}(x_{t_0}) \quad (۲۳)$$

بازنویسی کرد و با استفاده از رابطه (۳) می‌توان نوشت

$$V_{\sigma(t)}(x_t) \le \mu^{N_0} e^{\tau_u\frac{N_0}{n}(\beta_2-\beta_3)} e^{\frac{(n-1)N_0}{n}(\alpha+\beta_1)\tau_s} \left(\mu e^{\frac{(\beta_2-\beta_3)\tau_u}{n}} e^{\frac{(n-1)(\alpha+\beta_1)\tau_s}{n}}\right)^{\frac{t-t_0}{\tau_a}} e^{\frac{1}{K}\beta_3(t-t_0)} e^{\frac{(K-1)}{K}\alpha(t-t_0)} V_{\sigma(t_0)}(x_{t_0}) \quad (۲۴)$$

و برای برقراری پایداری نمایی زمانی که t به سمت بینهایت برود، باید $V_{\sigma(t)}$ به سمت صفر میل کند. از این رو در رابطه (۲۳) باید مجموع توان‌های شامل توان t منفی باشد، که همان رابطه (۱۴) قضیه ۱ می‌باشد.

$$\frac{K\left(n\ln\mu+\tau_u(\beta_2-\beta_3)+(n-1)\tau_s(\alpha+\beta_1)\right)}{n((K-1)\alpha-\beta_3)} \le \tau_a$$

نکته ۱: در این قضیه مشاهده می‌شود که می‌توان با کنترل مینیمم مدت زمان فعّالیّت زیرسیستم پایدار نسبت به ماکزیمم مدت زمان فعّالیّت زیرسیستم ناپایدار و ضرایب افزایش و کاهش انرژی زیرسیستم‌ها، سیستم کلیدزنی را پایدار کرد. از طرف دیگر چون در اثبات این قضیه از ADT استفاده شده است، میانگین مدت زمان سوئیچ بین زیرسیستم‌ها نیز باید از یک مقدار مشخص بیشتر باشد.

در قضیه ۱ مشاهده شد که با انتخاب تابع لیاپانوف، مقادیر α، β_1، β_2 و β_3 مشخص می‌شوند و آنگاه در روابط (۱۴،۱۳) تنها مقدار ماکزیمم و مینیمم زمان فعّال بودن زیرسیستم‌ها دست طرّاح می‌باشد. از این‌رو دنبال روش طرّاحی کنترل‌کننده فیدبک حالتی هستیم که طرّاح بتواند شیب افزایش وکاهش انرژی سیستم را نیز مشخص کند تا دارای درجه آزادی بیشتری باشد. در روش معرفی‌شده تنها مشخصات زیرسیستم وضرایب α، β_1، β_2 و β_3 به الگوریتم داده می‌شود و در نهایت توابع لیاپانوف و مقادیر کنترل‌کننده‌ها را مشخص می‌کند. بدیهی

است که این ضرایب با توجه به زیرسیستم‌ها همیشه دارای جواب نمی‌باشند و امکان دارد، نامعادلات حل ناشدنی شوند.

قضیه۲: سیستم سوئیچ خطی $\dot{x}(t)=A_{\sigma(t)}x(t)+B_{\sigma(t)}u(t)$ و ثابت‌های $\alpha>0$، $\beta_1>0$، $\beta_2>0$، $\beta_3>0$ و $\mu\geq 1$ را در نظر بگیرید. اگر ماتریس‌های مثبت معین $P_i^{-1}=S_i$ و $P_j^{-1}=S_j$ که اندیس‌های i مربوط به زیرسیستم‌های پایدار و اندیس‌های j مربوط به زیرسیستم‌های پایدار ناپذیر می‌باشند، وجود داشته باشند به نحوی که برای هر i و j نابرابر داشته باشیم

$$A_iS_i+B_iU_{ii}+S_iA_i^T+U_{ii}^TB_i^T+\alpha S_i\leq 0 \qquad (۲۵)$$

$$A_iS_i+B_iU_{ij}+S_iA_i^T+U_{ij}^TB_i^T-\beta_1S_i\leq 0 \qquad (۲۶)$$

$$A_jS_j+B_jU_{ji}+S_jA_j^T+U_{ji}^TB_j^T-\beta_2S_j\leq 0 \qquad (۲۷)$$

$$A_jS_j+B_jU_{jj}+S_jA_j^T+U_{jj}^TB_j^T-\beta_3S_j\leq 0 \qquad (۲۸)$$

$$S_j\leq \mu S_i \qquad (۲۹)$$

که در آن

$$\begin{aligned} U_{ij}&=K_jS_i, \quad U_{ii}=K_iS_j\\ U_{ij}&=K_iS_j, \quad U_{jj}=K_jS_j \end{aligned} \qquad (۳۰)$$

آنگاه یک دسته کنترل‌کننده پایدارساز وجود خواهد داشت که با هر سوئیچ دلخواه که شرط (۱۳) و (۱۴) را برآورده کند، سیستم پایدار مجانبی نمایی خواهد بود و مقدار بهره از رابطه (۳۱) محاسبه می‌شود.

$$K_i=U_{ii}S_i^{-1}, \quad K_j=U_{jj}S_j^{-1} \qquad (۳۱)$$

اثبات: بار دیگر انرژی زیرسیستم‌ها را همانند شکل (۳) در نظر بگیرید و مشاهده می‌شود برای دو دسته زیرسیستم و دو دسته کنترل‌کننده، چهار حالت حلقه کنترلی می‌تواند بسته شود. برای زیرسیستم‌های ناپایدار در حالت غیرهمزمانی، کنترل‌کننده مخصوص زیرسیستم‌های پایدار در مدار قرار می‌گیرد و در حالت همزمانی هم کنترل‌کننده مخصوص خود زیرسیستم در حلقه بسته می‌شود و به همین منوال برای زیرسیستم‌های پایدار حلقه کنترلی همراه با دو گروه کنترل‌کننده بسته می‌شود.

به همین علت دینامیک زیرسیستم‌های پایدار به همراه کنترل‌کننده فیدبک حالت به فرم $u=Kx$ برای سیستم کلیدزنی خطی می‌توان معادلات

$$\dot{x}(t)=\begin{cases} A_{ii}x(t) & \forall t\in T_{s\downarrow}(t_l,t_{l+1})\\ A_{ij}x(t) & \forall t\in T_{s\uparrow}(t_l,t_{l+1}) \end{cases} \qquad (۳۲)$$

نوشت و همچنین دینامیک زیرسیستم‌های ناپایدار به همراه کنترل‌کننده را نیز می‌توان به صورت معادله

$$\dot{x}(t)=\begin{cases} A_{jj}x(t) & \forall t\in T_{u}(t_l,t_{l+1})\\ A_{ji}x(t) & \forall t\in T_{u\uparrow}(t_l,t_{l+1}) \end{cases} \qquad (۳۳)$$

نوشت، که در آن‌ها

$$A_{ii}=A_i+B_iK_i, \quad A_{ij}=A_i+B_iK_j \qquad (۳۴)$$

$$A_{ji}=A_j+B_jK_i, \quad A_{jj}=A_j+B_jK_j \qquad (۳۵)$$

حال دو دسته توابع شبه لیاپانوف را بصورت مربعی و به شکل معادلات فرم

$$V_i=x^TP_ix, \quad V_j=x^TP_jx \qquad (۳۶)$$

در نظر گرفته می‌شود. حال عبارات

$$\dot{V}_i+\alpha V_i=x(t)^T[A_{ii}P_i+P_iA_{ii}+\alpha P_i]x(t) \qquad (۳۷)$$

$$\dot{V}_i-\beta_1V_i=x(t)^T[A_{ij}P_i+P_iA_{ij}-\beta_1P_i]x(t) \qquad (۳۸)$$

$$\dot{V}_j-\beta_2V_j=x(t)^T[A_{ji}P_j+P_jA_{ji}-\beta_2P_j]x(t) \qquad (۳۹)$$

$$\dot{V}_j-\beta_3V_j=x(t)^T[A_{jj}P_j+P_jA_{jj}-\beta_3P_j]x(t) \qquad (۴۰)$$

را تشکیل می‌دهیم. با توجه به فرضیات قضیه ۴-۱ که شرایط تضمین‌کننده پایداری را بیان می‌کند باید عبارات داخل کروشه منفی معین باشند، به بیان دیگر

$$\begin{aligned} A_{ii}P_i+P_iA_{ii}+\alpha P_i&\leq 0\\ A_{ij}P_i+P_iA_{ij}-\beta_1P_i&\leq 0 \end{aligned} \qquad (۴۱)$$

$$\begin{aligned} A_{ji}P_j+P_jA_{ji}-\beta_2P_j&\leq 0\\ A_{jj}P_j+P_jA_{jj}-\beta_3P_j&\leq 0 \end{aligned} \qquad (۴۲)$$

حال با جایگذاری A_{ii}، A_{ij}، A_{ji} در معادلات (۴۱) و (۴۲) خواهیم داشت

$$A_i^TP_i+K_i^TB_i^TP_i+P_iA_i+P_iB_iK_i+\alpha P_i\leq 0 \qquad (۴۳)$$

$$A_i^TP_i+K_j^TB_i^TP_i+P_iA_i+P_iB_iK_j-\beta_1P_i\leq 0 \qquad (۴۴)$$

$$A_j^TP_j+K_j^TB_j^TP_i+P_jA_j+P_jB_jK_j-\beta_2P_j\leq 0 \qquad (۴۵)$$

$$A_j^TP_j+K_i^TB_j^TP_j+P_jA_j+P_jB_jK_i-\beta_3P_j\leq 0 \qquad (۴۶)$$

چون در عبارت فوق دو مقدار P و K عبارات مجهولی هستند، نامساوی‌های ماتریسی به‌صورت غیرخطی ظاهر شده‌اند که برای خطی سازی آن‌ها دو طرف نامساوی (۴۳) و (۴۴) را در P_i^{-1} و دو طرف نامساوی (۴۵) و (۴۶) را در P_j^{-1} ضرب کرده و از تغییر متغیرهای $P_i^{-1}=S_i$ و $P_j^{-1}=S_j$ استفاده کرد به معادلات ۲۵ تا ۲۸ خواهیم رسید.همچنین با توجه به رابطه (۱۲) در قضیه ۱ که بیان کننده شرایط تضمین پایداری سیستم است خواهیم داشت $P_i<\mu P_j$ و یا $S_i^{-1}<S_j^{-1}$ که همان عبارت (۲۹) می‌باشد.

۴- قضایای بررسی پایداری و طراحی کنترل-کننده در سیستم‌های گسسته زمان

باتوجه به انجام محاسبات رایانه‌ای و نیاز روز افزون از استفاده از مدل‌های گسسته در زمان در تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترلی در این بخش قضایای مربوط به بررسی پایداری و طراحی کنترل‌کننده برای سیستم‌های کلیدزنی در حالت گسسته در زمان بیان شده است.

قضیه۳: سیستم کلیدزنی $x(k+1)=A_\sigma x(k)+B_\sigma u(k)$ و ثابت‌های $1>\alpha>0$، $\beta_1>0$، $\beta_2>0$ و $\beta_3>0$ و $\mu\geq 1$ را در نظر بگیرید که در آن لحظات نمونه‌برداری به ترتیب $k_0<k_1<k_2<\ldots$ می‌باشد. آنگاه اگر برای هر $\sigma(t)=i\in \mathrm{P}$ که زیرسیستم پایدار و هر $\sigma(t)=j\in \mathrm{P}$ که زیرسیستم ناپایدار فعال می‌شود $V_i:R^n\to R$ و $V_j:R^n\to R$ و همچنین دو تابع κ_1 و κ_2 از کلاس κ_∞ وجود داشته باشند که

$$\begin{aligned}\kappa_1(|x_k|)\leq V_i(x_t)\leq \kappa_2(|x_k|)\\ \kappa_1(|x_k|)\leq V_j(x_t)\leq \kappa_2(|x_k|)\end{aligned} \tag{۴۷}$$

$$\Delta V_i(x_k)\leq -\alpha(V_i(x_k)),\qquad \forall t\in T_{s\downarrow}(k_l,k_{l+1}) \tag{۴۸}$$

$$\Delta V_i(x_k)\leq \beta_1(V_i(x_k)),\qquad \forall t\in T_{s\uparrow}(k_l,k_{l+1}) \tag{۴۹}$$

$$\Delta V_j(x_k)\leq \beta_2(V_j(x_k)),\qquad \forall t\in T_{u\uparrow}(k_l,k_{l+1}) \tag{۵۰}$$

$$\Delta V_j(x_k)\leq \beta_3(V_j(x_k)),\qquad \forall t\in T_{u}(k_l,k_{l+1}) \tag{۵۱}$$

$$V_i(x_k)\leq \mu_1(V_j(x_k)),\quad \forall (i,j)\in \mathrm{P}\times\mathrm{P}, i\neq j \tag{۵۲}$$

آنگاه اگر رابطه (۵۳) برقرار شود و میانگین فواصل بین دو لحظه کلیدزنی از رابطه (۵۴) پیروی کند، سیستم پایدار مجانبی نمایی خواهد شد.

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(1-n)\ln(1-\alpha)}(n\ln(\mu)+(n-1)\ln(\frac{1+\beta_1}{1-\alpha})\tau_s\\ &+\ln(\frac{1+\beta_2}{1+\beta_3})\tau_u+k_u\ln(1+\beta_3))<k_s\end{aligned} \tag{۵۳}$$

$$\frac{K(n\ln\mu+\tau_u\ln(\frac{1+\beta_2}{1+\beta_3})+(n-1)\tau_s\ln(\frac{1+\beta_1}{1-\alpha}))}{n((1-K)\ln(1-\alpha)-\ln(1+\beta_3))}<\tau_a \tag{۵۴}$$

که در آن k_s مینیمم بازه فعّال بودن یک زیرسیستم پایدار و k_u ماکزیمم بازه فعّال بودن یک زیرسیستم ناپایدار است. همچنین τ_u و τ_s ماکزیمم بازه غیرهمزمانی در زیرسیستم‌های ناپایدار و پایدار می‌باشند و همچنین به نسبت $1/K$ کل بازه‌های سوئیچ که با $k-k_0$ نمایش داده می‌شود، زیرسیستم‌های ناپایدار فعال باشند.

اثبات: روند اثبات همانند قضیه ۱ می‌باشد. به‌طوری‌که در ابتدا فرض می‌شود سیستم در یک زیر بازه پایدار و یا ناپایدار باشد و سپس به بازه‌های سوئیچ عقب‌تر باز می‌گردیم تا به بازه اولیه برسیم. آنگاه اگر هنگامی‌که k به سمت بی‌نهایت برود، مقدار $V_{\sigma(k)}$ به سمت صفر میل کند، سیستم پایدار مجانبی سراسری خواهد بود و چون این روند کاهشی بصورت نمایی باشد سیستم پایدار نمایی سراسری خواهد شد .

قضیه۴: سیستم کلیدزنی $x(k+1)=A_\sigma x(k)+B_\sigma u(k)$ و ثابت‌های $1>\alpha>0$، $\beta_1>0$، $\beta_2>0$، $\beta_3>0$ و $\mu\geq 1$ را در نظر بگیرید. اگر ماتریس‌های مثبت معین $P_i^{-1}=S_i$ و $P_j^{-1}=S_j$ که اندیس‌های i مربوط به زیرسیستم‌های پایدار و اندیس‌های j مربوط به زیرسیستم‌های پایدار ناپذیر می‌باشند، وجود داشته باشند به نحوی‌که برای هر i و j نابرابر داشته باشیم $S_j<\mu S_i$

$$\begin{aligned}&\begin{pmatrix}-S_i & A_iS_i+B_iU_{ii}\\ * & -(1-\alpha)S_i\end{pmatrix}\leq 0\\ &\begin{pmatrix}-S_i & A_iS_i+B_iU_{ij}\\ * & (1+\beta_1)S_i\end{pmatrix}\leq 0\end{aligned} \tag{۵۵}$$

$$\begin{aligned}&\begin{pmatrix}-S_j & A_jS_j+B_jU_{ji}\\ * & (1+\beta_2)S_j\end{pmatrix}\leq 0\\ &\begin{pmatrix}-S_j & A_jS_j+B_jU_{jj}\\ * & (1+\beta_3)S_j\end{pmatrix}\leq 0\end{aligned} \tag{۵۶}$$

برقرار باشند. آنگاه یک دسته کنترل‌کننده پایدارساز وجود خواهد داشت که با هر سوئیچ دلخواه که شرط (۵۳) و (۵۴) را برآورده کند، سیستم پایدار مجانبی نمایی یکنواخت سراسری خواهد بود.

اثبات: برای طرّاحی یک دسته کنترل‌کننده وابسته به زیرسیستم به‌صورت فیدبک حالت، همانند حالت پیوسته به چهار صورت، حلقه کنترلی بسته می‌شود و معادلات دینامیکی سیستم به همراه کنترل‌کننده برای زیرسیستم پایدار به‌صورت زیر می‌شود.

$$x(k+1)=\begin{cases}A_{ii}x(k) & \forall t\in T_{s\downarrow}(k_l,k_{l+1})\\ A_{ij}x(k) & \forall t\in T_{s\uparrow}(k_l,k_{l+1})\end{cases} \tag{۵۷}$$

و برای زیرسیستم ناپایدار نیز به همین صورت تحقق می‌یابد.

$$x(k+1)=\begin{cases}A_{jj}x(k) & \forall t\in T_{u}(k_l,k_{l+1})\\ A_{ji}x(k) & \forall t\in T_{u\uparrow}(k_l,k_{l+1})\end{cases} \tag{۵۸}$$

و اگر توابع لیاپانوف را به صورت $V_i=x^TP_ix,\ V_j=x^TP_jx$ در نظر گرفته شود می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}&\Delta V_i(x_k)+\alpha V_i(x_k)=\\ &x_k^T(A_{ii}^TP_iA_{ii}+\alpha P_i-P_i)x_k\end{aligned} \tag{۵۹}$$

$$\begin{aligned}&\Delta V_i(x_k)-\beta_1 V_i(x_k)=\\ &x_k^T(A_{ij}^TP_iA_{ij}-\beta_1 P_i-P_i)x_k\end{aligned} \tag{۶۱}$$

$$\Delta V_j(x_k) - \beta_2 V_j(x_k) = x_k^T (A_{ji}^T P_j A_{ji} - \beta_2 P_j - P_j) x_k \quad (۶۲)$$

$$\Delta V_j(x_k) - \beta_3 V_j(x_k) = x_k^T (A_{jj}^T P_j A_{jj} - \beta_3 P_j - P_j) x_k \quad (۶۳)$$

حال با جایگذاری A_{ii}، A_{ij}، A_{ji} و A_{jj} به روابط

$$\Delta V_i(x_k) + \alpha V_i(x_k) = x_k^T ((A_i + B_i K_i)^T P_i (A_i + B_i K_i) + (\alpha - 1) P_i) x_k \quad (۶۴)$$

$$\Delta V_i(x_k) - \beta_1 V_i(x_k) = x_k^T ((A_i + B_i K_j)^T P_i (A_i + B_i K_j) - (\beta_1 + 1) P_i) x_k \quad (۶۵)$$

$$\Delta V_j(x_k) - \beta_2 V_j(x_k) = x_k^T ((A_j + B_j K_i)^T P_j (A_j + B_i K_i) - (\beta_2 + 1) P_j) x_k \quad (۶۶)$$

$$\Delta V_j(x_k) - \beta_3 V_j(x_k) = x_k^T ((A_j + B_j K_j)^T P_j (A_j + B_j K_j) - (\beta_3 + 1) P_j) x_k \quad (۶۷)$$

خواهیم رسید که با استفاده از لم شر معادلات (۶۸) تا (۶۹) بدست می‌آیند.

$$\begin{pmatrix} -P_i & P_i A_i + P_i B_i K_i \\ * & -(1-\alpha) P_i \end{pmatrix} \le 0 \qquad \begin{pmatrix} -P_i & P_i A_i + P_i B_i K_i \\ * & (1+\beta_1) P_i \end{pmatrix} \le 0 \quad (۶۸)$$

$$\begin{pmatrix} -P_j & P_j A_j + P_j B_j K_i \\ * & (1+\beta_2) P_j \end{pmatrix} \le 0 \qquad \begin{pmatrix} -P_j & P_j A_j + P_j B_j K_j \\ * & (1+\beta_3) P_j \end{pmatrix} \le 0 \quad (۶۹)$$

و با انجام تغییر متغیرهای $P_i^{-1} = S_i$ و $P_j^{-1} = S_j$ به روابط (۷۰) تا (۷۱) می‌توان رسید.

$$\begin{pmatrix} -S_i^{-1} & S_i^{-1} A_i + S_i^{-1} U_{ii} \\ * & -(1-\alpha) S_i^{-1} \end{pmatrix} \le 0 \qquad \begin{pmatrix} -S_i^{-1} & S_i^{-1} A_i + S_i^{-1} U_{ij} \\ * & (1+\beta_1) S_i^{-1} \end{pmatrix} \le 0 \quad (۷۰)$$

$$\begin{pmatrix} -S_j^{-1} & S_j^{-1} A_j + S_i^{-1} U_{ji} \\ * & (1+\beta_2) S_j^{-1} \end{pmatrix} \le 0 \qquad \begin{pmatrix} -S_j^{-1} & S_j^{-1} A_j + S_j^{-1} U_{jj} \\ * & (1+\beta_3) S_j^{-1} \end{pmatrix} \le 0 \quad (۷۱)$$

و با انجام عملیات مزدوج ترانهاده و ضرب کردن (۷۰) در $\begin{pmatrix} S_i & 0 \\ 0 & S_i \end{pmatrix}$ و (۷۱) در $\begin{pmatrix} S_j & 0 \\ 0 & S_j \end{pmatrix}$ روابط (۵۵) و (۵۶) حاصل خواهد شد.

همچنین با توجه به (۵۲) در قضیه ۳ که بیان کننده شرایط پایداری سیستم است خواهیم داشت $P_i < \mu P_j$ و یا $S_i^{-1} < \mu S_j^{-1}$ که همان $S_j < \mu S_i$ می‌باشد.

۵- نتایج شبیه‌سازی

مثال۵-۱) یک سیستم کلیدزنی دارای دو زیرسیستم پیوسته

$$A_1 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} \qquad A_2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (۷۲)$$

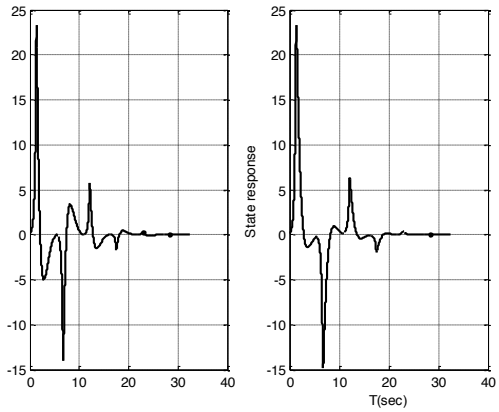
را در نظر بگیرید. زیرسیستم اول کنترل‌ناپذیر و دارای دو مقدار ویژه ناپایدار و مساوی ۱ می‌باشد ولی زیرسیستم دوم با وجود ناپایداری کنترل ناپذیر می‌باشد. هدف این مثال بدست آوردن کنترل‌کننده‌هایی است که مینیمم زمان لازم برای فعّالیّت یک زیرسیستم پایدار که به عنوان مثال ۴٫۲ ثانیه باشد را برآورده کنند. این کار با استفاده از انتخاب مناسب ضرایب α، β_1، β_2 و β_3 امکان‌پذیر می‌شود. مقادیر شبیه‌سازی $T_u = 1.3s$، $\tau_u = 0.12s$، $\tau_s = 0.12s$، $n = 2$، $k = 4.2$، $\mu = 1.2$ و همچنین ضرایب افزایش و کاهش انرژی زیرسیستم هم بصورت $\alpha = 1$، $\beta_1 = 2$ و $\beta_2 = 8$ انتخاب می‌شوند. برای اینکه زیرسیستم با مینیمم زمان ۴٫۲ ثانیه پایدار شود، بنابر قضیه ۴-۱ مقدار β_3 باید برابر ۲٫۱ انتخاب شود. با این ضرایب، توابع لیاپانوف با استفاده از قضیه ۵-۱ و نرم افزار یالمیپ [۲۰] به صورت

$$V_1 = \begin{bmatrix} 2.58 & 1.51 \\ 1.51 & 1.25 \end{bmatrix}, V_2 = \begin{bmatrix} 0.75 & -0.63 \\ -0.63 & 1.70 \end{bmatrix} \quad (۷۳)$$

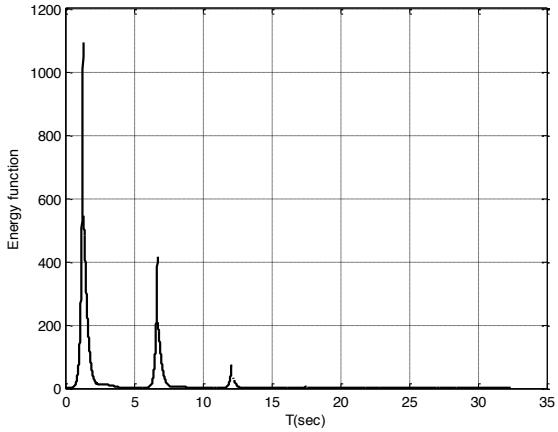
و معادلات کنترل‌کننده بصورت

$$k_1 = [-0.774 \ -2.247], k_2 = [-2.0884 \ -2.045] \quad (۷۴)$$

بدست می‌آیند. در شکل ۴ و ۵ پاسخ حالت و انرژی زیرسیستم هنگامی‌که مینیمم زمان فعّال بودن زیرسیستم پایدار ۴٫۲ ثانیه باشدآورده شده است، که نشانگر کارآیی قضایای معرفی شده می‌باشد. همچنین بنابر قضیه ۱ مینیمم میانگین زمان بین دو سوئیچ باید از ۱٫۹۹ ثانیه بیشتر باشد که در شبیه‌سازی ۲٫۷ ثانیه است که از مقدار مینیمم بیشتر است. البته در شکل ۴ سیستم با توجه به نحوه انتخاب شرایط اولیه و همچنین ضرایب α، β_1، β_2 و β_3 دارای بالازدگی‌های مختلفی خواهد بود که قابل توجیه نیز می‌باشد.

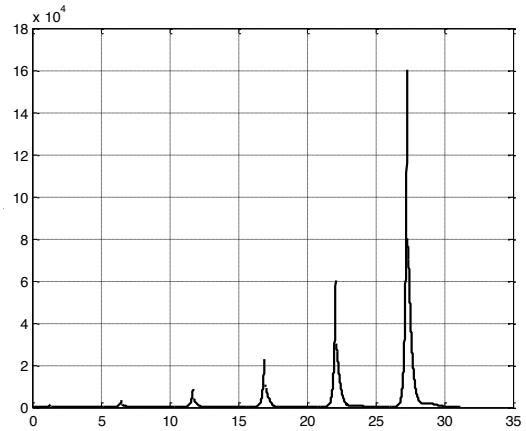


شکل ۴: پاسخ حالت مثال ۱-۵ با Ts برابر ۴٫۲ ثانیه



شکل۵: انرژی سیستم مثال ۱-۵ با Ts برابر ۴٫۲ ثانیه

همچنین در شکل ۶ نمودار انرژی سیستم هنگامی‌که مینیمم زمان فعّال بودن زیرسیستم پایدار کمتر از ۴٫۲ ثانیه آورده شده است و مشاهده می‌شود که انرژی سیستم رو به افزایش می‌رود و یا به عبارت دیگر سیستم ناپایدار شده است.



شکل ۶: انرژی سیستم مثال ۱ با Ts برابر۳٫۹ ثانیه

نکته ۲: همان‌طور که در مثال ۵-۱ اشاره شد حداقل زمان میانگین بین دو سوئیچ برای تضمین پایداری بنابر قضیه ۱، ۱٫۹۹ ثانیه می‌باشد که در این مثال مقدار ۲٫۷۷ ثانیه لحاظ شده است. این در حالیست که حداکثر زمان فعالیت زیر سیستم ناپایدار ۱٫۴۲ ثانیه می‌باشد که کمتر از حداقل زمان میانگین بین دو سوئیچ است. این نکته بیان‌گر برتری کارایی قضیه زمان توقف میانگین و قضایای مطرح شده بر اساس آن در این مقاله بر قضیه زمان توقف که در مقالات دیگر مطرح شده، می‌باشد. زیرا با استفاده از قضایای ۱ و ۲ توانسته شد حداقل زمان لازم فعالیت زیرسیستم-های پایدار را به طوریکه میانگین زمان بین دو سوئیچ بیشتر از مقدار مشخصی که از قضایای پایداری حاصل شده است، را بدست آورد باشد.

مثال۵-۲) یک سیستم کلیدزنی دارای دو زیرسیستم گسسته

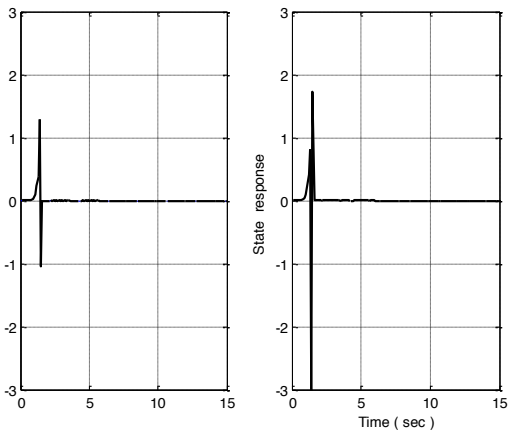
$$A_1=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 0 & 2\end{bmatrix}, B_1=\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}$$
$$A_2=\begin{bmatrix}4 & 1\\ -1 & -2\end{bmatrix}, B_2=\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix} \qquad (۷۵)$$

را در نظر بگیرید. زیرسیستم اول که کنترل‌ناپذیر است و دارای دو مقدار ویژه ناپایدار ۱ و ۲ می‌باشد ولی زیرسیستم دوم با وجود ناپایداری کنترل پذیر می‌باشد. زمان نمونه برداری را در این مثال ۰٫۱ ثانیه در نظر گرفته شده است. هدف این مثال بدست آوردن کنترل‌کننده‌هایی می‌باشد که مینیمم زمان لازم برای فعّالیّت یک زیرسیستم پایدار که به عنوان مثال ۰٫۶ ثانیه می‌باشد را برآورده کنند. این کار با استفاده از انتخاب مناسب ضرایب α، β_1، β_2 و β_3 امکان‌پذیر می‌شود. مقادیر شبیه‌سازی $T_u=1.2s$، $\tau_u=0.12s$، $\tau_s=0.1s$، $n=2$، $k=4.2$، $\mu=1.2$ و همچنین ضرایب افزایش و کاهش انرژی زیرسیستم هم بصورت $\beta_1=2$، $\beta_2=3.5$ و $\beta_3=3$ انتخاب می‌شود. برای اینکه زیرسیستم با مینیمم زمان ۰٫۶ ثانیه پایدار شود، بنابر قضیه ۴-۲ مقدار α باید برابر ۰٫۹۵ انتخاب شود. با این ضرایب، توابع لیاپانوف و کنترل-کننده‌ها بصورت

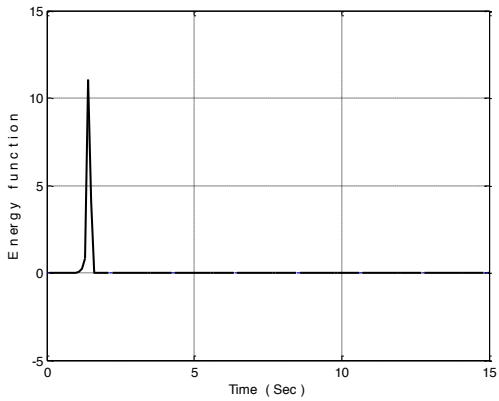
$$V_1=\begin{bmatrix}0.05 & -0.035\\ 0.035 & 0.226\end{bmatrix}, V_2=\begin{bmatrix}1.25 & 0.75\\ 0.75 & 0.45\end{bmatrix} \qquad (۷۶)$$

$$k_1=[-3.18\ \ 0.19]\quad k_2=[-2.12\ \ 0.12] \qquad (۷۷)$$

بدست می‌آید. همان‌طور که مشخص است توسط کنترل‌کننده k_2 زیر سیستم ناپایدار دوم تبدیل به زیرسیستم پایدار می‌شود. شکل ۷ و۸ پاسخ حالت و انرژی زیرسیستم هنگامی‌که مینیمم زمان فعّال بودن زیرسیستم پایدار۰٫۷ثانیه باشد آورده شده است، که نشانگر کارآیی قضایای معرفی شده می‌باشند. همچنین بنابر قضیه ۳ حداقل میانگین زمان بین دو سوئیچ باید از ۰٫۳۳ ثانیه بیشتر باشد که در شبیه‌سازی این مثال، ۱٫۱ ثانیه است که از مقدار مینیمم بیشتر است.



شکل ۷: پاسخ متغیر اول حالت مثال ۵-۲ با Ts برابر با ۰٫۷ ثانیه



شکل ۸: انرژی سیستم مثال ۵-۲ با Ts برابر۰٫۷ثانیه

نکته۳: انتخاب ضرایب α، β_1، β_2 و β_3 در این مثال‌ها به صورت دلخواه صورت گرفته است. ولی نحوه انتخاب این ضرایب تاثیر مستقیمی بر پاسخ‌های گذرا خواهند گذاشت. به عنوان مثال اگر حداکثر شیب ممکن برای افزایش تابع انرژی در حالت زیرسیستم ناپایدار را کاهش داده و یا زمان فعالیت زیر سیستم ناپایدار را کاهش دهیم، بالازدگی نیز کاسته خواهد شد. از طرفی دیگر در صورت انتخاب نامناسب این ضرایب نامساوی‌های ماتریسی خطی دیگر دارای جواب نخواهند بود.

۸- نتیجه‌گیری

در این مقاله شرایط پایداری سیستم کلیدزنی دارای زیرسیستم‌های پایدارناپذیر در حضور غیرهمزمانی سوئیچ سیستم و کنترل‌کننده بیان شده است. این موضوع با استفاده از توابع شبه لیاپانوف و اجازه دادن به زیرسیستم به افزایش یافتن انرژی به صورت محدود بدست آمده است. این قضایا با توجه به ماکزیمم زمان فعّالیّت زیرسیستم ناپایدار و ضرایب افزایش و کاهش انرژی زیرسیستم‌ها و مینیمم زمان فعّالیّت زیرسیستم‌های پایدار بدست آمده است. به بیان دیگر هرمقدار که بازه زمانی فعّالیّت زیرسیستم‌های ناپایدار بیشتر باشد برای تضمین پایداری مینیمم زمان فعّالیّت زیرسیستم‌های پایدار نیز باید افزایش یابد. از طرف دیگر چون در این مقاله از قضیه زمان اقامت میانگین برای اثبات پایداری استفاده شده است، حداقل زمان اقامت میانگین نیز بر اساس پارامترهای سیستم محاسبه شد. همچنین از آنجایی‌که همواره تمام حالت‌ها سیستم در اختیار طراح نمی‌باشد، به عنوان پیشنهاد برای کارهای آتی طراحی کنترل‌کننده فیدبک خروجی می‌توان مدّنظر قرار گرفت. همچنین همانطور که اشاره شد ضرایب طراحی در شبیه‌سازی ها کاملا دلخواه در نظر گرفته شده است، می‌توان با در نظر گرفتن یک معیار بهینگی، این ضرایب را طوری انتخاب کرد که در نهایت پاسخ گذرای سیستم مطلوب تر شود که می‌توان برای تحقیقات بعدی مدنظر قرار داد.

مراجع

[1] D. Liberzon, *Switching in systems and control*, Brikhauser, Boston, MA, 2003.

[2] P. J. Antsaklis, “A brief introduction to the theory and application of hybrid systems,” *In Proc IEEE. Special Issue on Hybrid Systems: Theory and Applications*, 2000.

[3] M. F. Testroi, A. M. Karlsson, S. P. Svensson, and I. Lundstrom, “A model for switched-like phenomena in biological systems,” *Biophysical chemistry*, vol. 94, no. 1, pp. 1-9, 2001.

[4] Z. Jia, C. Dong, H. Cheng, and Q. Wang, "A robust fault detection for control system of morphing aerial vehicle based on switched system approach, " In *Control and Decision Conference (CCDC), 2015 27th Chinese*, pp. 3147-3152, 2015.

[5] J. D. Boskovic, R. K. Mehra, “Multi-mode switching in flight control,” *In Proceedings of the 19th Digital Avionics Systems Conference*, Philadlphia, 2000.

[6] J. D. Boskovic, and R. K. Mehra, “Multivariable adaptive controller design for a class of non-affine models arising in flight control,” *In Proceedings of the 40th Conference on Decision and Control*, Florida, 2001.

[7] E. Palmer and G. Ledwich, “Switching control for power systems with line losses,” *In IEEE Proceedings Generation, Transmition and Distribution*, 1999, vol. 146, pp. 435-440.

[8] K. S. Narenda and J. Balakrishnan, “A common Lyapunov function for stable LTI systems with commuting A-matrices,” Automatic Control, IEEE Transaction on, vol. 39, no. 12, pp.2469-2471, 1994.

[9] J. Daafouz, P. Riedinger, and C. Iung, "Stability analysis and control synthesis for switched systems: a switched Lyapunov function approach," *Automatic Control, IEEE Transactions on* vol. 47, no. 11, pp.1883-1887, 2002

[10] M. S. Branicky, “Multiple Lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems,” Automatic Control, IEEE Transactions on, vol. 43, no. 4, pp. 475-482, 1998.

[11] L. Zhang, Lixian and P. Shi, "Stability,-gain and asynchronous control of discrete-time switched systems with average dwell time," *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 54, no. 9, pp. 2192-2199, 2009.

[12] J. P. Hespanha, "Stability of switched systems with average dwell-time," In *Decision and Control, 1999. Proceedings of the 38th IEEE Conference on*, vol. 3, pp. 2655-2660, 1999.

[13] P. Mhaskar, N. H., El-Farra and P. D. Christofides, "Robust predictive control of switched systems: satisfying uncertain schedules subject to state and control constraints," *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. *22*, no. 2, pp. 161-179, 2008.

[14] Z., Sun, *Switched linear system control and design*, Springer, London, 2005.

[15] R. Wang, J. Xing, C. Zhou, P. Wang, and Q. Yang. "Finite-time asynchronously switched control of switched systems with sampled-data feedback," *Circuits, Systems, and Signal Processing*, vol.33, no. 12, pp: 3713-3738, 2014.

[16] C. Yuan, and F. Wu, "Asynchronous switching output feedback control of discrete-time switched linear systems," *International Journal of Control* ahead-of-print, pp: 1-9, 2015.

[17] L. Zhang, and H. Gao, "Asynchronously switched control of switched linear systems with average dwell time," *Automatica*, vol. 46, no. 5, pp, 953-958, 2010.

[18] H. Lin, G. Zhai, L. Fang and P. J. Antsaklis, “Stability and H∞ performance preserving scheduling policy for networked control systems,” *InProc. 16th IFAC World Congress on Automatic Control*, 2005.

[19] H. Zhang, Y. Mao, and Y. Gao, "Exponential Stability and Asynchronous Stabilization of Switched Systems With Stable and Unstable Subsystems," *Asian Journal of Control*, vol.15, no. 5, pp. 1426-1433, 2013.

[20] S. Boyd, L. El-Ghaoui, E. Feron, V. Balakrishnan, and E. E. Yaz. "Linear matrix inequalities in system and control theory,"Proceedings of the IEEE vol.85, no. 4, pp. 698-699, 1997.

[21] J. Löfberg, "YALMIP: A toolbox for modeling and optimization in MATLAB," In Computer Aided Control Systems Design, 2004 IEEE International Symposium on, pp. 284-289, 2004.

Industrial Control Center of Excellence
K.N. Toosi University of Technology

Journal of Control
(ISSN 2008-8345)

A Joint Publication of the Iranian Society of Instrument and Control Engineers and the Industrial Control Center of Excellence of K.N. Toosi University of Technology, Vol. 9, No. 2, Summer 2015.

Publisher: **I**ranian **S**ociety of **I**nstrumentation and **C**ontrol **E**ngineers

Managing Director: Prof. Iraj Goodarznia

Editor-in-Chief: Prof. Ali Khaki-Sedigh

Tel: 84062317

Email: sedigh@kntu.ac.ir

Assistant Editor: Prof. Hamid Khaloozadeh, Dr. Mahdi Aliyari Shoorehdeli

Executive Director: Dr. Mahdi Aliyari Shoorehdeli, Tel: 84062403, Email: aliyari@kntu.ac.ir

Editorial Board:

Prof. A. Khaki-Sedigh, Prof. I. Goodarznia, Prof. H. Khaloozadeh, Prof. P. Jabedar-Maralani, Prof. A. Ghafari, Dr. H.R. Momeni (Associate Prof), Prof. S.K. Nikravesh, Prof. M. Shafiee, Prof. B. Moshiri.

Advisory Board:

Dr. H. Khaloozadeh, Dr. M. Ayati, Dr. F. Farivar, Dr. M. Mansouri, Dr. M.J. Khosrowjerdi, Dr. A. Fatehi, Dr. M.R. Aravan, Dr. B. Moaveni, Dr. M. Aliyari Shoorehdeli, Dr. R. Amjadifard, Dr. P. Bagheri, Dr. M. Farrokhi, Dr. M. Maboudi, Dr. V. Majd, Dr. J. Heyrani Nobari, Dr. A. Ramezani, Dr. B. Tavassoli, Dr. R. Shahnazi, Dr. M. Haeri, Dr. R. Havangi, Dr. M.A.A. Golkar, Dr. I. Mohammad-zaman, Dr. M.R. Haeri yazdi, Dr. M. Ahmadi khanehsar, Dr. M. Teshnelab, Dr. D. Asemani, Dr. A. Nikanjam, Dr. M. Pourgholi, Dr. O. Namaki, Dr. M. Haghparast, Mr. A. Hosseinpour, Dr. S.H. Khaste, Dr. H.R. Kebravi, Dr. F. Abdollahi, Dr. M.R. Ramezani Al, Dr. N. Pariz, Dr. M. Sojoudi, Dr. T. Amraee, Dr. V. Derhami, Ms. A. Keshavarz-mohammadian, Dr. H. Moradi, Dr. A. Alefi, Dr. I. Izadi, Dr. S.M. Mirtaheri, Dr. A. Keymasi, Dr. Z. Nasiri, Dr. S.K. Mousavi Mashhadi, Mr. A. Masah, Dr. M.T. Beheshti, Dr. A.R. Ghasemi, Dr. M. Eghtesad, Dr. B. Moshiri, Dr. Y. Batmani, Dr. M. Tavakoli Kakhki, Dr. H.R. Momeni, Dr. H.R. Taghirad, Dr. S. Ozgoli.

The ISICE Board of Director:

Prof. Masoud Shafiee., Dr. Mohammad Reza Jahed Motlagh, Prof. Iraj Goodarznia, Prof. Behzad Moshiri, Prof. Ali Akbar Safavi, Dr. Mehrdad Javadi, Dr. Iman Mohammadzaman, Dr. Ali Ashrafmodarres, Ali Kiani.

Site Manager: Nasibeh Farahani

Page Editor: Kiyan Khaloozadeh

I S I C E

Journal of Control

ISSN 2008-8345

Industrial Control Center of Excellence
K.N. Toosi University of Technology

A Joint Publication of the Iranian Society of Instrument and Control Engineers and the Industrial Control Center of Excellence of K.N. Toosi University of Technology

Vol. 9, No. 2, Summer 2015

Contents

Modeling and Real-time Traffic Regulation in Metro Loop Lines using Nonlinear Model Predictive Control 1
Sima Najafi, Bijan Moaveni

Multi-Model Unfalsified Predictive Supervisory Control 13
Mojtaba Nouri Manzar, Ali Khaki Sedigh

Nonlinear Stability Analysis of Multiple Adaptive Notch Filter with Semistability Lyapunov Theorem and Performance Improvement in the Presence of Sinusoidal Disturbances 25
Ahmadreza Jenabzadeh, Tahereh Binazadeh, Behrooz Safarinejadian

Designing Hierarchical Fuzzy Controller with Feedback Error Learning Based on Lyapunov Function for a Class of High-order Nonlinear System 35
Mohammad Mansouri, Mohammad Teshnehlab, Mahdi Aliyari Shoorehdeli

Dynamic Stability Analysis of a Novel Reduced-Order Adaptive Observer Based on Rotor Current Estimation for Sensorless Control of DFIG 47
Rahim Ajabi-Farshbaf, Mohammad Reza Azizian, Vahid Eslampanah

Asynchronous Control and Stabilization of Linear Switched Systems with Unstabilizable Subsystems by Average Dwell Time Approach 59
Mahdi Siavash, Farid Sheikloleslam, Javad Askari, Shahram Hajshirmohammady

www.joc-isice.ir