



مجله کنترل

ISSN 2008-8345



نشریه علمی - پژوهشی
انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران - دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
جلد ۴، شماره ۲، تابستان ۱۳۸۹

فهرست مقالات

- | | |
|----|--|
| ۱ | افزایش زمان بحرانی سیستمهای غیر خطی بوسیله گسترش جهت دار ناحیه جذب
ریحانه کاردهی مقدم، ناصر پریرز، حسن مدیر شانه چی، علی وحیدیان کامیاد |
| ۱۱ | طراحی قانون هدایت تناسبی-انتهگرای با استفاده از ملاک دایره
ایمان محمدزمان، حمیدرضا مومنی |
| ۲۰ | جابجایی اجسام ظریف دوبعدی بوسیله یک پنجه با دو انگشت سه بندی
حبیب احمدی، جعفر صدیق |
| ۳۶ | مدلسازی غیرخطی یک عملگر هیدرولیکی با در نظر گرفتن عامل اشباع در دامنه و سرعت فرامین
پوریا سرحدی، نعمت... قهرمانی، رضا میریوسفی اول |
| ۴۴ | مدل سازی تباری واحدهای تولیدی در بازار برق با کمک نظریه بازی ها
محمد عظیم آرمین، حبیب رجی مشهدی، محمدرضا لطفعلی پور |
| ۵۵ | کنترل فرآیندهای دارای تاخیر زمان در سیستمهای چند ورودی چند خروجی با استفاده از مفهوم بهره غالب
منصوره اسماعیلی، منصور شیروانی |
| ۶۶ | مدل سازی غیر خطی و طراحی سیستم کنترل PID برای یک مولد بخار استوانه دار
مهدی الوندی، عباس فدایی |



نشریه علمی- پژوهشی، انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران- دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی،

جلد ۴، شماره ۲، تابستان ۱۳۸۹

پست الکترونیکی: control@isice.ir

صاحب امتیاز: انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران

مدیر مسئول: پروفسور ایرج گودرزنیا

سردبیر: پروفسور علی خاکی صدیق- تلفن: ۸۴۰۶۲۳۱۷- پست الکترونیکی: sedigh@kntu.ac.ir

آدرس محل کار: خیابان دکتر شریعتی، پل سیدخندان، دانشکده برق دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
سمت: استاد دانشگاه

شورای سردبیری: پروفسور علی خاکی صدیق، دکتر حمید خالوزاده، دکتر علیرضا فاتحی

دبیر اجرایی: دکتر حمید خالوزاده

هیأت تحریریه:

پروفسور علی خاکی صدیق (استاد)- پروفسور ایرج گودرزنیا (استاد)- دکتر حمید خالوزاده (دانشیار) - پروفسور پرویز جبه دار مارالانی (استاد)- پروفسور علی غفاری (استاد)- دکتر حمیدرضا مومنی (دانشیار)- پروفسور سید کمال الدین نیکروش (استاد)- پروفسور مسعود شفیعی (استاد)- پروفسور بهزاد مشیری (استاد)

هیأت مشاوران:

دکتر حمیدرضا مومنی، پروفسور بهزاد مشیری، پروفسور مسعود شفیعی، پروفسور علی خاکی صدیق، پروفسور پرویز جبه دار مارالانی، پروفسور علی غفاری، دکتر حمید خالوزاده، دکتر حمیدرضا تقی راد، دکتر کیوان مسروری، دکتر محمدتقی بطحایی، دکتر محمدتقی بهشتی، دکتر فرزاد جعفر کاظمی، دکتر رویا امجدی فرد، دکتر سید علی اکبر موسویان، دکتر محمد تشنه لب، پروفسور محمد حایری، دکتر سید علی اکبر صفوی، پروفسور حسین سیفی، دکتر احد کاظمی، دکتر علیرضا فاتحی، دکتر محمدرضا اکبرزاده توتونچی، دکتر مسعود علی اکبر گلکار، دکتر ناصر پریز، دکتر مهرداد جوادی، دکتر جعفر حیرانی نوبری، پروفسور فرامرز حسین بابایی، دکتر بیژن معاونی، دکتر مهدی علیاری شوره دلی، دکتر محمد عاروان، دکتر محمد توکلی بینا.

هیأت مدیره انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق:

مهندس عباس شعری مقدم، پروفسور مسعود شفیعی، دکتر حمیدرضا مومنی، دکتر حمید خالوزاده، دکتر مهرداد جوادی، دکتر داود کریم زادگان، مهندس علی کیانی.

تهران، خیابان انقلاب، میدان فردوسی، خیابان عباس موسوی (فرصت)، پلاک ۷۱، طبقه دوم، اتاق ۲۴۱

فاکس: ۸۸۳۲۴۹۷۹

تلفن: ۸۸۱۳۰۰۲

صندوق پستی: ۱۵۸۱۵-۳۵۹۵

www.isice.ir

فهرست مقالات

- ۱ افزایش زمان بحرانی سیستمهای غیر خطی بوسیله گسترش جهت دار ناحیه جذب
ریحانه کاردهی مقدم، ناصر پریرز، حسن مدیر شانه چی، علی وحیدیان کامیاد
- ۱۱ طراحی قانون هدایت تناسبی-انتگرالی با استفاده از ملاک دایره
ایمان محمدزمان، حمیدرضا مومنی
- ۲۰ جابجایی اجسام ظریف دوبعدی بوسیله یک پنجه با دو انگشت سه‌بندی
حبیب احمدی، جعفر صدیق
- ۳۶ مدل‌سازی غیرخطی یک عملگر هیدرولیکی با در نظر گرفتن عامل اشباع در دامنه و سرعت فرامین
پوریا سرحدی، نعمت‌ا... قهرمانی، رضا میریوسفی‌اول
- ۴۴ مدل‌سازی تباری واحدهای تولیدی در بازار برق با کمک نظریه بازی‌ها
محمد عظیم آرمین، حبیب رجبی مشهدی، محمد رضا لطفعلی‌پور
- ۵۵ کنترل فرآیندهای دارای تاخیر زمان در سیستمهای چند ورودی چند خروجی با استفاده از مفهوم بهره
غالب
منصوره اسماعیلی، منصور شیروانی
- ۶۶ مدل‌سازی غیر خطی و طراحی سیستم کنترل PID برای یک مولد بخار استوانه دار
مهدی الوندی، عباس فدایی

مجله کنترل، مجله ای علمی - پژوهشی است که در برگیرنده تازه ترین نتایج تحقیقات نظری و کاربردی در علوم مختلف مرتبط با مهندسی کنترل و ابزار دقیق می باشد. مقالات ارسالی به مجله کنترل می بایست به زبان فارسی و دارای چکیده انگلیسی باشند. از میان مباحث مورد نظر این مجله میتوان به موارد زیر اشاره نمود:

- (۱) مدلسازی، شناسایی، شبیه سازی و بهینه سازی سیستمها.
- (۲) تحلیل و طراحی سیستم های کنترل پیشرفته همچون سیستم های کنترل خطی و غیرخطی، سیستمهای کنترل تطبیقی، کنترل مقاوم و کنترل بهینه، سیستمهای کنترل هوشمند، سیستمهای کنترل تصادفی، سیستمهای کنترل گسسته پیشامد و ترکیبی، سیستمهای ابعاد وسیع.
- (۳) مکاترونیک و رباتیک.
- (۴) ابزار دقیق و سیستمهای ترکیب داده و اطلاعات سنسوری.
- (۵) اتوماسیون صنعتی همچون سیستمهای کنترل گسترده، رابط انسان - ماشین، سیستمهای ایمنی و تشخیص خطا، سیستمهای زمان حقیقی و سیستمهای کنترل سوپروایزری.

کاربردهای مورد علاقه این مجله، وسیع بوده و می تواند در برگیرنده موارد زیر باشد:

- (۱) سیستمهای هدایت و ناوبری.
- (۲) فرآیندهای صنعتی شامل فرآیندهای شیمیایی و بیوتکنولوژی.
- (۳) فرآیندهای استخراج و فراوری موارد معدنی.
- (۴) سیستمهای حمل و نقل و خودروهای خودکار.
- (۵) تولید و توزیع نیروی برق.
- (۶) مهندسی محیط زیست و هواشناسی.
- (۷) مهندسی تکنولوژی تولید.
- (۸) سیستمهای اقتصادی و مالی.
- (۹) سیستمهای اطلاعاتی، مخابراتی و شبکه های صنعتی.
- (۱۰) مهندسی پزشکی.
- (۱۱) سیستمهای آموزش هوشمند.

از کلیه پژوهشگران و کارشناسان فعال در زمینه های مرتبط با مهندسی کنترل و ابزار دقیق دعوت بعمل می آید تا مقالات و نتایج آخرین دستاوردهای علمی و پژوهشی خود را به این مجله ارسال نمایند. خواهشمند است مقالات خود را به صورت الکترونیکی به آدرس control@isice.ir ارسال فرمایید. برای کسب اطلاعات بیشتر و دریافت نحوه تهیه و ارسال مقالات می توانید به سایت مجله با آدرس www.isice.ir مراجعه نمایید.

شیوه تدوین

متن مقالات شامل چکیده، بدنه مقاله، مراجع و زیرنویسها باید با فونت ۱۲ B Zar و با فاصله double میان خطوط، در صفحات A4 یک ستونی و تحت نرم افزار Word تهیه گردد.

آدرس نویسندگان

آدرس پستی کامل همه نویسندگان همراه با شماره تلفن و دورنگار (فکس) و نشانی پیام نگار (email) نویسنده عهده دار مکاتبات در بر گه مستقلى چاپ و به همراه مقاله ارسال گردد.

چکیده

هر مقاله باید شامل، عنوان (فارسی و انگلیسی)، چکیده (فارسی و انگلیسی) مقاله در حداکثر ۲۰۰ واژه، کلیدواژه (فارسی و انگلیسی) در حداکثر ۵ واژه باشد.

تصاویر و عکسها

در هنگام ارسال مقاله جهت داوری نیازی به ارسال اصل تصاویر و عکسها نمی باشد، ولی رونوشت ارسالی باید واضح باشد. پس از تایید مقاله، ارسال اصل تصاویر و عکسها جهت چاپ مقاله ضروری می باشد.

مراجع

به کلیه مراجع باید در متن ارجاع داده شده باشد. مراجع باید با شماره مشخص گردند و جزئیات آنها به شرح زیر در پایان مقاله به ترتیب حروف الفبای نویسندگان ظاهر گردد:

مقالات: [شماره مرجع] نام خانوادگی و علامت اختصاری اول نام، سال انتشار یا تاریخ برگزاری، "عنوان مقاله"، نام کامل نشریه یا کنفرانس، شماره مجله یا شماره جلد، شماره صفحات.

کتابها: [شماره مرجع] نام خانوادگی و نام کامل همه نویسندگان، عنوان کتاب، نام مترجم (در صورت وجود)، نام کامل ناشر، سال انتشار.

واحدها: کلیه مقالات باید از واحد استاندارد SI (متریک) در تمام بخشهای مقاله استفاده نمایند. در کنار واحد SI می‌توان از واحد انگلیسی در داخل پرانتز نیز استفاده نمود.

طول مقالات

حداکثر حجم مقالات در هنگام چاپ ۱۵ صفحه می‌باشد که معادل حدود ۷۵۰۰ واژه می‌باشد. برای چاپ صفحات بیشتر و یا رنگی لازم است هزینه‌ای معادل ۲۵۰,۰۰۰ ریال (۲۵ دلار آمریکا) برای هر صفحه به حساب مجله واریز گردد.

فرایند ارسال مقاله

مقالات قابل چاپ در مجله شامل مقالات کامل پژوهشی، مقالات کوتاه و یادداشتهای پژوهشی می‌باشد. مقالات ارسالی نباید در هیچ مجله داخلی و یا خارجی چاپ شده باشد و یا در حال داوری باشد.

- لازم است نسخه الکترونیکی مقاله به شکل pdf و word جهت داوری به نشانی مجله control@isice.ir ارسال شود.
- مقالات جهت داوری به داوران متخصص ارسال میگردد. در پایان تایید یا رد هر مقاله توسط هیئت تحریریه مجله انجام خواهد پذیرفت. سردبیر مجله نتیجه داوری را برای نویسنده عهده‌دار مکاتبات ارسال خواهد نمود.
- در صورتی که نیاز به تصحیح مقاله باشد، تصحیحات باید منحصرأ محدود به موارد ذکر شده باشد. در سایر موارد نویسنده لازم است سردبیر را در جریان هر گونه تغییر و یا تصحیح دیگری قرار دهد. در هر صورت مسئولیت صحت و سقم مطالب بر عهده نویسنده خواهد بود.
- در صورتی که مقاله جهت چاپ پذیرفته شود، یک نسخه از مجله همراه با ۵ نسخه از مقاله به هر یک از نویسندگان اهدا خواهد گردید.

حق کپی: در صورت تایید مقاله، نویسندگان لازم است فرم انتقال حق انتشار آن به "انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران" را تکمیل و به همراه اصل مقاله ارسال نمایند. نویسندگان لازم است موافقت کتبی دارندگان حق کپی بخشهایی از مقاله که از مراجع و منابع دیگر نسخه‌برداری شده است را دریافت و به دفتر مجله ارسال نمایند.

بدینوسیله از کلیه اساتید، پژوهشگران و کارشناسان مهندسی کنترل و ابزار دقیق جهت ارائه مقالات خود در این نشریه دعوت به عمل می‌آورد. خواهشمند است مقالات خود را به صورت الکترونیکی به آدرس: control@isice.ir ارسال فرمایید. برای کسب اطلاعات بیشتر میتوانید به سایت: <http://www.isice.ir> مراجعه نمایید.

افزایش زمان بحرانی سیستمهای غیر خطی بوسیله گسترش جهت دار ناحیه جذب

ریحانه کاردهی مقدم^۱، ناصر پریرز^۲، حسن مدیر شانه چی^۳، علی وحیدیان کامیاد^۴

^۱ دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه فردوسی مشهد، rkardehi_moghaddam@yahoo.com

^۲ دانشیار، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه فردوسی مشهد، n-pariz@ferdowsi.um.ac.ir

^۳ دانشیار، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه ایلینویز، shanechi@iit.edu

^۴ استاد تمام، دانشکده ریاضی، دانشگاه فردوسی مشهد، kamyad@math.um.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۸۸/۱۱/۳۰، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۸۹/۴/۳۰)

چکیده: در این مقاله ایده جدید گسترش جهت دار ناحیه جذب برای افزایش زمان بحرانی سیستم های غیر خطی ارائه می شود. برای محاسبه مقادیر بهینه پارامترهای کنترلی گسترش دهنده ناحیه جذب، از تئوری اندازه استفاده کرده ایم. بوسیله این روش می توان مسئله بهینه سازی غیر خطی گسترش جهتدار ناحیه جذب را به یک مسئله بهینه سازی خطی با ساختار استاندارد تبدیل کرد. در این مقاله ابتدا راستای خروج مسیر حالت سیستم از حوزه جذب نقطه تعادل مورد نظر به عنوان جهت بحرانی در نظر گرفته می شود و سپس پارامترهای کنترلی سیستم به گونه ای تعیین می شوند که ناحیه جذب در این راستا بیشترین گستردگی را داشته باشد. در بخش شبیه سازی روش ارائه شده جهت افزایش زمان بحرانی یک سیستم قدرت چهار ماشینه- پنج خط اعمال شده است.

کلمات کلیدی: گسترش جهتدار ناحیه جذب، تئوری اندازه، بهینه سازی، افزایش زمان بحرانی، سیستم قدرت

Using Directional Enlargement of Domain of Attraction to Increase Critical Clearing Time of Nonlinear Systems

Reihaneh Kardehi Moghaddam, Naser Pariz, Hasan Modir Shanechi, Ali Vahidian Kamyad

Abstract: In this work we use directional enlargement of domain of attraction to increase critical clearing time of nonlinear systems. To find the optimal control parameters, we use measure theory which converts the enlargement problem to a linear programming problem. At first step we find the critical directions of system, along them the system instability happens. After that we find optimal controlling parameters to extend domain of attraction along directions of interest. The efficiency of the proposed method is verified in simulation part for increasing critical clearing time of a power system with four machines.

Keywords: DA enlargement, measure theory, optimization, increasing critical clearing time, power systems

۱- مقدمه

پایداری سیستم را تهدید نمی کند و عموماً به صورت سیستماتیک اثر آن رفع می شود. اما در سیستمهای با ناحیه جذب محدود، افزایش زمان مجاز رفع اختلال بسیار مهم است. دراکثر مراجعی که تاکنون به این مسئله پرداخته اند [۱ تا ۴]، ناحیه جذب در همه جهات وسعت یافته است و روشی برای تغییر شکل دلخواه آن ارائه نشده است. هدف این مقاله

توسیع ناحیه جذب یک سیستم غیر خطی بوسیله تعیین مقادیر مناسب پارامترهای کنترلی یا طراحی کنترل کننده بهینه از دیرباز مورد توجه طراحان بوده است. در سیستمهای با ناحیه جذب همه جایی، بروز اختلال،

$$f(0, \alpha, t) = 0$$

$$x(t=0) = x_0$$

که در آن α بردار پارامتر کنترلی قابل تنظیم است و فرض می شود مقدار آن بر نقطه تعادل سیستم که در اینجا صفر است بی تاثیر است. همچنین X و X_0 به ترتیب بردار حالت و مقدار اولیه آن را نشان می دهد. فرض کنید $X(x_0, \alpha_0, t)$ پاسخ منحصر بفرد سیستم برای شرایط اولیه x_0 و α_0 باشد.

تعریف ۱: پایداری

الف- نقطه تعادل پایدار است هر گاه به ازای هر $\varepsilon > 0$ وجود داشته باشد $\delta(\varepsilon) > 0$ به گونه ای که

$$\|x_0\| < \delta \Rightarrow \|x(x_0, \alpha_0, t)\| < \varepsilon \quad \forall t \geq 0$$

ب- نقطه تعادل ناپایدار است هر گاه پایدار نباشد.

ج- نقطه تعادل پایدار مجانبی است هر گاه پایدار باشد و مقدار محدودی مانند $C > 0$ وجود داشته باشد به صورتی که

$$\|x_0\| < c \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(x_0, \alpha_0, t) = 0$$

تعریف ۲: ناحیه جذب [۱۲]

ناحیه جذب نقطه تعادل در سیستم فوق، مکان هندسی نقاطی از فضای حالت است که چنانچه سیستم از آن نقاط رها شود با گذشت زمان به نقطه تعادل میل می کند.

$$DA = \{x_0 \mid x_0 \in D, \lim_{t \rightarrow \infty} x(x_0, \alpha_0, t) = 0\} \quad (2)$$

تعریف ۳: راستای خروج

راستای خروج بردار نرمالی است در جهت برداری که نقطه تعادل سیستم را به محل برخورد مسیر حالت سیستم مختل شده با مرز ناحیه جذب سیستم بدون اختلال، متصل می کند.

تعریف ۴: مجموعه فشرده

(بر اساس قضیه هاین-بورل^۷) یک زیر مجموعه از فضای اقلیدسی را فشرده^۸ گویند اگر و فقط اگر بسته و کراندار باشد [۱۳].

تعریف ۵: تابع محمل فشرده

تابع $h: X \rightarrow R$ را محمل فشرده^۹ گویند هر گاه بستر محمل آن یعنی بستر مجموعه $\{x \in X : h(x) \neq 0\}$ فشرده باشد [۱۳].

تعریف ۶: فضای هاسدورف

فضای توپولوژیک X هاسدورف^{۱۰} نامیده می شود هر گاه برای هر دو نقطه دلخواه از آن مانند $x, y \in X$ همسایگی های U از X و V از Y وجود داشته باشد که جدا از هم باشند یا به عبارتی در رابطه $U \cap V = \emptyset$ صدق کنند [۱۳ یا ۱۷].

افزایش بهینه ناحیه جذب در راستاهای بحرانی سیستم است که با عنوان توسیع جهت دار مطرح شده است. گسترش جهت دار در مقایسه با روشهای مبتنی بر توسعه کلی ناحیه جذب، دارای مزایایی همچون صرف هزینه کنترلی کمتر، تعیین ساده ترو سریعتر مقادیر مناسب پارامترهای کنترلی و قابلیت کاربرد در جهت افزایش زمان بحرانی است که به تفصیل در بخش شبیه سازی مورد ارزیابی قرار خواهد گرفت.

با توجه به کاربرد وسیع سیستمهای قدرت، تحلیل دینامیکی این سیستمها و بررسی پایداری آنها در هنگام ایجاد خطا و پس از رفع خطا از اهمیت ویژه ای برخوردار است. یکی از رویکردهای بررسی سیستمهای قدرت، تحلیل پایداری سیستم پس از خطا^۱ از طریق تعیین ناحیه جذب و یا محاسبه زمان بحرانی رفع خطا^۲ می باشد. تحلیل زمان بحرانی رفع خطا در منابع و مقالاتی که به تحلیل سیستم های قدرت پرداخته اند از دو دیدگاه مورد توجه قرار گرفته است. دسته ای از این مراجع به ارائه روشهایی برای افزایش دقت یا سرعت محاسبه این زمان پرداخته اند [۶ و ۷] و در دسته ای دیگر روشهایی برای افزایش زمان بحرانی ارائه شده است [۲، ۱۰ و ۱۷]. زمان بحرانی، حداکثر مدت زمان بعد از بروز خطا است که اگر خطا قبل از آن مدت برطرف شود سیستم همچنان پایدار باقی می ماند [۸]. بنابراین افزایش زمان بحرانی، در حقیقت افزایش فرصت سیستم برای تحمل خطا و گامی موثر در تامین ایمنی پایداری سیستمهای قدرت می باشد. روشهای ارائه شده در مقالاتی که به افزایش زمان بحرانی رفع خطا پرداخته اند، عموماً به دو دسته زیر تفکیک می شوند:

۱- روشهای کاهش دهنده طول مسیر سیستم خطا دار، مانند استفاده از رگولاتورهای ولتاژ سریع^۳، مقاومتهای ترمز^۴ [۹] و یا دیواره بستن خط^۵ [۱۰].

۲- روشهای تعیین کنترل کننده مناسب برای گسترش همه جایی ناحیه جذب^۶ پس از خطا [۹ و ۷].

این مقاله شامل پنج بخش است. پس از بیان تعاریف اولیه در بخش دوم، روشی برای تعیین مقادیر بهینه پارامترهای کنترلی و توسیع جهت دار ناحیه جذب در بخش سوم ارائه شده است و پس از ارائه روش حل مسئله بوسیله تئوری اندازه در بخش چهارم، تاثیر این دستاورد بر افزایش زمان بحرانی سیستمهای قدرت با شبیه سازی یک سیستم ۴ ماشینه-۵ خطه در بخش پنجم بررسی شده است.

۲- تعاریف اولیه

سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{x} = f(x, \alpha, t) \quad f: D \times P \times R^+ \rightarrow R^n \quad (1)$$

$$x \in D \subseteq R^n, \alpha \in P \subseteq R^l$$

⁷ - Heine Borel

⁸ - compact

⁹ - Compact support

¹⁰ - Hausdorff

¹ - post fault system

² - critical clearing time(cct)

³ - fast voltage regulators

⁴ - break resistor

⁵ - line reclosing

⁶ - Domain of Attraction (DA)

تبدیل غیر خطی مناسب، به مسئله ای که همه متغیرها در آن کراندار هستند یا عبارت دیگر به مسئله ای با کران محدود تبدیل می شود و سپس با معرفی و استفاده از یک نگاشت، مسئله (۳) به مسئله ای با قیود انتگرالی تبدیل می شود که آنهم بر اساس قضیه نمایش ریس در فضای اندازه به صورت یک مسئله برنامه ریزی خطی با بعد بینهایت بیان می شود. در نهایت با استفاده از قضایای تقریب در فضای اندازه مسئله برنامه ریزی خطی به مسئله ای با قیود محدود تبدیل می شود که اندازه بهینه صادق در آن بوسیله ترکیبی خطی و محدود از اندازه های اتمیک تعیین می شود.

۴-۱- تبدیل مسئله به یک مسئله کران محدود

با توجه به اینکه تئوری اندازه برای حل مسائلی با کران محدود به کار می رود [۱۱] و اینکه تمام متغیرها بغیر از زمان در مسئله (۳) کراندار هستند، می توان با استفاده از یک تابع یک به یک و پوششی از بازه $[0, \infty)$ به بازه $J = [0, 1]$ مانند $\theta = \frac{t}{t+1}$ مسئله را به مسئله کراندار زیر تبدیل نمود:

$$\begin{aligned} & \underset{\alpha \in P}{\text{Maximize}} \quad \gamma \\ & \text{s.t.: } \dot{y} = g(y, \alpha, \theta); \quad \theta \in J = [0, 1] \\ & y_0 = y(\theta = 0) = \gamma e \\ & \lim_{\theta \rightarrow 1^-} y(\theta) = 0 \\ & \gamma \geq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

در رابطه فوق y, g به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\begin{aligned} y(\theta) &= x(t) = x\left(\frac{\theta}{1-\theta}\right) \\ g(y, \theta, \alpha) &= f(y(\theta), \alpha) \frac{1}{(1-\theta)^2} \\ g: D \times P \times J &\rightarrow R^n; y \in D; \theta \in J \end{aligned} \quad (5)$$

گرچه تبدیل غیر خطی فوق، مسئله نا متغیر با زمان (۳) را به مسئله ای وابسته به زمان تبدیل می کند ولی مسئله جدید دارای ساختار استاندارد در تئوری اندازه می باشد و به سادگی قابل حل است.

تعریف ۲: پاسخ قابل قبول

زوج $w = [y(\cdot), \alpha]$ را پاسخ قابل قبول برای مسئله گسترش جهت دار ناحیه جذب می نامیم هرگاه در شرایط زیر صدق کند:

الف- $y(\cdot)$ مشتق پذیر باشد و در رابطه $\dot{y} = g(y, \alpha, \theta)$ صدق کند.

ب- بردار پارامترهای کنترلی α متعلق به P باشد.

ج- شرط حدی $\lim_{\theta \rightarrow 1^-} y = 0$ برقرار باشد.

د- $y_0 = y(\theta = 0) = \gamma e$ و $\gamma \geq 0$ باشد.

با توجه به تعریف سیستم در رابطه (۳)، نقطه $w = (0, \alpha)$ همواره یکی از پاسخ قابل قبول این سیستم است و بنا براین مجموعه زوجهای قابل قبول W برای کلاسی از سیستمهای غیر خطی که در رابطه (۳) صادقند نا تهی است.

۳- توسعه جهتدار ناحیه جذب

بررسی سیستمهای غیر خطی، از جمله سیستمهای قدرت، نشان می دهد که عموماً انحراف از نقطه تعادل به دلیل بروز خطاهای رایج در سیستم، در جهت خاصی صورت می گیرد. بنابراین شناسایی این راستا و تلاش برای گسترش ناحیه جذب در آن جهت، گامی موثر در دستیابی به کنترل کارآمدتر سیستم با صرف هزینه کمتر است. یکی از کاربردهای توسیع جهتدار ناحیه جذب افزایش زمان بحرانی سیستم های غیر خطی است که در بخش شبیه سازی برای یک سیستم قدرت به کار رفته است.

فرض کنید که $e \in R^n$ راستای خروج مسیر حالت سیستم (۱) باشد. در این صورت مسئله توسیع جهت دار ناحیه جذب برای افزایش زمان بحرانی عبارت است از تعیین مقدار بهینه بردار پارامترهای کنترلی $\alpha = [\alpha_1 \dots \alpha_l]^T$ برای افزایش ناحیه جذب در راستای e .
لم ۱: توسیع جهت دار ناحیه جذب در راستای بردار e را می توان در قالب یک مسئله بهینه سازی به صورت زیر بیان کرد:

$$\begin{aligned} & \underset{\alpha \in P}{\text{Maximize}} \quad \gamma \\ & \text{s.t.: } \dot{x} = f(x, \alpha, t) \quad f: D \times P \times R^+ \rightarrow R^n \\ & f(0, \alpha, t) = 0 \\ & x_0 = \gamma e \\ & \lim_{t \rightarrow \infty} x(x_0, \alpha, t) = 0 \\ & \gamma \geq 0 \end{aligned} \quad (3)$$

که در آن D و P بسته و کراندار هستند و تابع f لپشیتز محلی است.

اثبات:

واضح است که فاصله نقطه شروع مسیر حالت سیستم ($x_0 = \gamma e$) از نقطه تعادل، $\|x_0\| = \gamma$ می باشد لذا با انتخاب α مناسب در حوزه P برای ماکزیمم کردن γ و تحت شرایط قید شده، نقطه x_0 دورترین نقطه در راستای e خواهد بود که در حوزه جذب نقطه تعادل قرار خواهد گرفت.

از آنجا که مقدار بدست آمده برای γ نشان دهنده میزان تاثیر بردار کنترلی بر توسیع ناحیه جذب در راستای e است، از این پس آن را ضریب گسترش ناحیه جذب می نامیم.

۴- محاسبه مقادیر بهینه پارامترهای کنترلی با استفاده

از تئوری اندازه

در بخش قبل توسیع جهت دار ناحیه جذب در قالب مسئله بهینه سازی با ساختاری معین (رابطه ۳) بیان گردید که حل آن با استفاده از روشهای مرسوم به سادگی امکان پذیر نیست. در این بخش روشی مبتنی بر تئوری اندازه برای حل آن ارائه می گردد.

تئوری اندازه روشی کارآمد برای حل مسائل بهینه سازی با ساختار غیر خطی یا نا هموار است. در این بخش ابتدا مسئله با استفاده از یک

$$F(y, \alpha, \theta) \in C_c(\Omega), F(y_1, \alpha, \theta) = \begin{cases} 0 & \theta \notin J_\theta \\ h_1(\theta) > 0 & \theta \in J_\theta \end{cases}$$

$$F(y_2, \alpha, \theta) = \begin{cases} 0 & \theta \notin J_\theta \\ h_2(\theta) < 0 & \theta \in J_\theta \end{cases}$$

برای چنین تابعی رابطه زیر برقرار است:

$$\Lambda_{w_1}(F) = \int_J F(w_1, \theta) d\theta = \int_{J_\theta} F(y_1, \alpha, \theta) d\theta > 0$$

$$\Lambda_{w_2}(F) = \int_J F(w_2, \theta) d\theta = \int_{J_\theta} F(y_2, \alpha, \theta) d\theta < 0$$

عبارت فوق هم ارز با رابطه $\Lambda_{w_1} \neq \Lambda_{w_2}$ است.

با توجه به یک به یک بودن نگاشت Λ_w ، از این پس می توان بجای پاسخ قابل قبول در مسئله گسترش جهت دار ناحیه جذب از تابعک خطی هم ارز آن در Λ_w استفاده کرد. بنابر این با تبدیل قیود مسئله به صورت انتگرالی در بخش بعد ساختار کلی مسئله را به شکل انتگرالی تغییر می دهیم سپس در بخش ۴-۴ نشان خواهیم داد که بنا به قضیه ریس این انتگرال با یک اندازه بول منحصر بفرد قابل بیان است.

۳-۴- تبدیل قیود به ساختار انتگرالی

برای تبدیل مسئله (۴) به یک مسئله برنامه ریزی خطی که متغیرهای آن تابعک های خطی اند لازم است تابع هدف و قیود به صورت تابعک های خطی بیان شوند. با توجه به اینکه تابع هدف در مسئله مذکور تابعک خطی است (مقداری ثابت دارد که به سادگی می توان آن را به صورت انتگرالی بیان کرد) کافی است قیود مسئله به شکل تابعک خطی بیان شوند. برای تعیین یک تابعک خطی که تمام قیود را شامل شود، به صورت زیر عمل می کنیم.

همانطور که برای تعیین دقیق تابع $y = f(x)$ به بینهایت نقطه X از دامنه تابع نیاز داریم، برای تعیین تابعک $y = f(x(t))$ نیز به بینهایت تابع $X(t)$ از دامنه تابعک نیاز داریم. بنا بر این در ادامه برای تعیین تابعک خطی مذکور از بی نهایت تابع با ساختار ϕ که به صورت زیر تعریف می شود استفاده خواهیم کرد. لازم به ذکر است که ساختار پیشنهاد شده در رابطه (۷) فقط به ساده سازی ساختار انتگرالی (۸) و در نتیجه کاهش محاسبات در روند تعیین تابعک کمک خواهد کرد.

فرض کنید $B, D \times P \times J \subset B$ یک گوی باز در فضای R^{n+l+1} و همچنین $CD(B)$ فضای همه توابع اسکالر کراندار، مقدار حقیقی و به طور پیوسته مشتق پذیر^۱ روی B باشد. فرض کنید ϕ تابع دلخواه در $CD(B)$ باشد، ϕ^g را که به صورت زیر تعریف می شود در نظر می گیریم.

مسئله (۴) با استفاده از روشهای کلاسیک به آسانی قابل حل نیست، از طرفی تخمین عددی زوج بهینه مشکل است، بنا بر این در بخشهای بعد تغییراتی در ساختار مسئله ایجاد می شود تا به صورت یک مسئله برنامه ریزی خطی در فضای اندازه بیان گردد.

۲-۴- نگاشت خطی $I(\Lambda_w)$ و تابعک خطی Λ_w

ایده اصلی جهت حل مسئله (۴) بر اساس تئوری اندازه این است که می توان هر زوج قابل قبول $W = [y(\cdot), \alpha]$ را بوسیله یک نگاشت خطی، به یک تابعک خطی که قابل تبدیل به اندازه های بول است جایگزین نمود. چنانچه ثابت شود این تبدیل یک به یک است می توان به جای تعیین زوجهای قابل قبول، تابعک خطی هم ارز با آن را تعیین کرد. مزیت استفاده از تابعک هم ارز به جای تعیین زوجهای قابل قبول اولیه، امکان تبدیل مسئله اصلی که یک مسئله بهینه سازی غیر خطی است به یک مسئله برنامه ریزی خطی می باشد.

مجموعه $\Omega = D \times P \times J$ را در نظر بگیرید و فرض کنید که $C_c(\Omega)$ مجموعه توابع کراندار، پیوسته و محمل فشرده روی Ω باشد. نگاشت $I(\Lambda_w)$ به صورت زیر تعریف می شود:

$$I(\Lambda_w): F \in C_c(\Omega), [y(\cdot), \alpha] \in W \longrightarrow \Lambda_w(F) = \int_J F(y, \alpha, \theta) d\theta \quad (6)$$

این نگاشت هر تابع $F(y, \alpha, \theta) \in C_c(\Omega)$ از زوج قابل قبول را به تابعک $\Lambda_w(F)$ در Λ_w تصویر می کند.

گزاره ۱: نگاشت $I(\Lambda_w)$ یک نگاشت خطی است به عبارتی:

$$\forall F, G \in C_c(\Omega), \forall \alpha, \beta \in R: \Lambda_w(\alpha F + \beta G) = \alpha \Lambda_w(F) + \beta \Lambda_w(G)$$

گزاره ۲: نگاشت $I(\Lambda_w)$ یک نگاشت مثبت است [۱۳] به عبارتی:

$$\forall (y, \alpha, \theta) \in \Omega: F(y, \alpha, \theta) \geq 0 \rightarrow \Lambda_w(F) \geq 0$$

قضیه ۱: نگاشت $I(\Lambda_w): W \rightarrow \Lambda_w$ یک نگاشت یک به یک است.

اثبات:

برای اثبات قضیه، کافی است نشان دهیم اگر $w_1 \neq w_2$ آنگاه $\Lambda_{w_1} \neq \Lambda_{w_2}$.

فرض کنید $w_1 = [y_1(\cdot), \alpha]$ و $w_2 = [y_2(\cdot), \alpha]$ با توجه به پیوستگی $y_1(\cdot)$ و $y_2(\cdot)$ بازه های مانند $J_\theta \in J$ وجود دارد به صورتیکه $y_1(\theta) \neq y_2(\theta) \quad \forall \theta \in J_\theta$. حال می توان تابع پیوسته و دلخواه F را به صورت زیر در نظر گرفت:

¹ - continually differentiable

۴-۴- نمایش مسئله در فضای اندازه بر اساس قضیه نمایش ریس^۱

با استفاده از قضیه نمایش ریس می توان هر تابعک بیان شده در مسئله گسترش جهت دار را با اندازه بول هم ارز آن بیان کرد.

قضیه ۲ (قضیه نمایش ریس):

فرض کنید Ω یک فضای هاسدورف فشرده باشد و Λ یک تابعک خطی مثبت روی $C_c(\Omega)$ باشد، در این صورت اندازه بول یکتایی مانند μ روی Ω وجود دارد به طوری که:

$$F \in C_c(\Omega) \quad \Lambda(F) = \int_{\Omega} F d\mu = \mu(F)$$

اثبات: به [۱۱] یا [۱۶] مراجعه شود.

با توجه به اینکه Ω یک مجموعه بسته نیست و شرط لازم برای استفاده از قضیه نمایش ریس، فشرده گی Ω است، ابتدا آن را با مجموعه بسته Ω_m به صورت زیر تقریب می زنیم:

$$\Omega_m = D \times P \times J_m; \quad J_m = [0, \theta_m]; \quad \theta_m < 1; \quad \lim_{m \rightarrow \infty} \theta_m = 1$$

بر اساس رابطه فوق Ω_m مجموعه ای بسته است از طرفی با توجه به کراندار بودن مجموعه های D ، P و J_m ، می توان نتیجه گرفت Ω_m مجموعه ی بسته و کراندار در فضای اقلیدسی است و بنا بر این فشرده است [۱۳]. از طرفی به سادگی می توان ثابت کرد که Ω_m یک فضای هاسدورف است چرا که $q = 1, 2, \dots$ هاسدورف است و هر زیر مجموعه از یک فضای هاسدورف، هاسدورف است [۱۷]، پس $\Omega_m = D \times P \times J_m \subset R^{n+l+1}$ نیز هاسدورف است.

بنا بر این مشابه بخش قبل در فضای Ω_m نیز می توان به ازای هر زوج پاسخ قابل قبول، نگاشت متناظر با آن را به صورت زیر تعریف کرد و آن را با اندازه بول هم ارزش نشان داد.

$$I(\Lambda_{m_w}): F \in C_c(\Omega_m), [y, \alpha] \in W \longrightarrow \Lambda_{m_w} = \int_{J_m} F(y, \alpha, \theta) d\theta \quad (14)$$

که $C_c(\Omega_m)$ مجموعه توابع کراندار، پیوسته و محمل فشرده روی Ω_m و Λ_{m_w} نیز یک تابعک خطی، مثبت و پیوسته در $C_c(\Omega_m)$ است که از این پس برای سادگی به صورت $\Lambda_m(F)$ نمایش داده می شود. در این صورت بنا به قضیه نمایش ریس اندازه بولی مانند μ_m وجود دارد که در رابطه زیر صدق می کند [۱۵]:

$$\Lambda_m(F) = \int_{J_m} F(y(\theta), \alpha, \theta) d\theta = \int_{\Omega_m} F d\mu_m = \mu_m(F) \quad F \in C_c(\Omega_m) \quad (15)$$

$$\phi^g = \left[\frac{\partial \phi}{\partial y} \right]^T \cdot g + \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = \phi_y^T \cdot g + \phi_\theta \quad (7)$$

فرض کنید $W \in W$ باشد، داریم:

$$\begin{aligned} \Lambda_w(\phi^g) &= \int_{[0,1]} \phi^g d\theta = \lim_{\theta_m \rightarrow 1} \int_{[0, \theta_m]} (\phi_y^T \cdot g + \phi_\theta) d\theta \\ &= \lim_{\theta_m \rightarrow 1} \int_{[0, \theta_m]} \left(\left[\frac{\partial \phi}{\partial y} \right]^T \cdot g + \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) d\theta = \lim_{\theta_m \rightarrow 1} \int_{[0, \theta_m]} \left(\left[\frac{\partial \phi}{\partial y} \right]^T \cdot \frac{dy}{d\theta} + \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) d\theta \quad (8) \\ &= \int_{[0, \theta_m]} \left(\frac{d\phi}{d\theta} \right) d\theta = \lim_{\theta_m \rightarrow 1} \phi(y(\theta_m), \theta_m) - \phi(y(0), 0) = \Delta \phi \end{aligned}$$

با توجه به حدود مرزی مسئله (۴) $y_0 = ye, \lim_{\theta \rightarrow 1^-} y(\theta) = 0$ و جایگذاری آن در رابطه فوق، نتیجه زیر بدست می آید:

$$\Lambda_w(\phi^g) = \int_{[0,1]} \phi^g d\theta = \phi(0, \theta_m) - \phi(ye, 0) = \Delta \phi \quad (9)$$

می توان با انتخاب دسته خاصی از توابع ϕ به صورت $\phi = y_j \psi$ در آن $\psi(y, \theta = 0) = \psi(y, \theta = 1) = 0$ رابطه انتگرالی ساده تری بدست آورد، ψ تابعی در فضای $S(\Omega)$ و $S(\Omega)$ فضای توابع کراندار، مشتق پذیر، محمل فشرده و مقدار حقیقی است. در این مقاله برای ساده تر کردن روابط و بدون از دست دادن کلیت مسئله، ψ را به صورت تابعی از θ بکار خواهیم برد.

هر گاه g_j و y_j به ترتیب مولفه های j ام g و y باشد، دسته توابع ζ_j را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$\zeta_j = y_j \frac{\partial \psi}{\partial \theta} + g_j \psi \quad j = 1, \dots, n \quad \forall \psi \in S(\Omega) \quad (10)$$

برای هر $[y(\cdot), \theta] \in W$ داریم:

$$\begin{aligned} \Lambda_w(\zeta_j) &= \int_{[0,1]} \zeta_j(y, \theta) d\theta = \lim_{\theta_m \rightarrow 1} \int_{[0, \theta_m]} (y_j \frac{\partial \psi}{\partial \theta} + g_j \psi) d\theta = \\ &= \lim_{\theta_m \rightarrow 1} \{ y_j \psi \} \Big|_{[0, \theta_m]} - \lim_{\theta_m \rightarrow 1} \int_{[0, \theta_m]} \{ y_j - g_j \} \psi d\theta \quad (11) \end{aligned}$$

با توجه به اینکه $[y(\cdot), \alpha]$ یک پاسخ قابل قبول برای مسئله (۴) است، رابطه $\dot{y}_j = g_j$ برقرار بوده و از طرفی طبق تعریف $\psi(y, \theta = 0) = \psi(y, \theta = 1) = 0$ می باشد. بنابراین انتگرال فوق برابر صفر است.

$$\Lambda_w(\zeta_j) = \int_{[0,1]} \zeta_j(y, \theta) d\theta = 0 \quad (12)$$

با توجه به اینکه قیود به تابعک خطی تبدیل شده اند مسئله بهینه سازی غیر خطی (۴) به مسئله بر نامه ریزی خطی زیر با بعد بینهایت و تعداد قید بینهایت تبدیل می گردد.

$$\begin{aligned} &\text{maximize } \gamma \\ &\Lambda_w(\phi_g) = \phi(0, \theta_m) - \phi(ye, 0) = \Delta \phi \quad \phi \in CD(B) \quad (13) \\ &\Lambda_w(\zeta_j) = 0 \quad j = 1, \dots, n \quad \forall \psi \in S(\Omega) \end{aligned}$$

¹ - Riesz Representation theorem

۲.۲

هر گاه فضای همه اندازه های مثبت رادن در Ω_m را با $M^+(\Omega_m)$ نشان دهیم مسئله گسترش جهت دار ناحیه جذب در این فضا معادل است با:

$$\begin{aligned} & \text{Maximize } \gamma \\ & \mu_m \in M^+(\Omega_m) \\ \text{s.t.: } & \mu_m(\phi_g) = \phi(0,1) - \phi(\gamma e, 0) \quad \forall \phi \in CD(B) \\ & \mu_m(\zeta_j) = 0 \quad \forall \psi \in S(\Omega_m), \quad j=1, \dots, n \\ & \gamma \geq 0, \mu_m \in M^+(\Omega_m) \end{aligned} \quad (16)$$

اثبات: چنانچه قیود ۱۳ با ساختار ۱۵ جایگزین شود اثبات واضح است.

در ادامه فضای تمام اندازه های مثبت رادن $(M^+(\Omega_m))$ که در قیود مسئله (۱۶) صدق می کنند را با A_m نشان می دهیم و ثابت می کنیم مسئله (۱۶) در آن دارای پاسخی بهینه است.

قضیه ۳:

یک اندازه بهینه مانند μ_{opt} در A_m وجود دارد که به ازای آن مقدار γ ماکزیمم شود. اثبات:

بنا بر [۱۳]، هر تابع پیوسته روی یک مجموعه فشرده دارای اکسترمم است. بنا بر این کافی است ثابت کنیم γ روی A_m پیوسته است و مجموعه A_m فشرده است. از پیوستگی γ روی $M^+(\Omega_m)$ می توان نتیجه گرفت γ روی هر زیر مجموعه از $M^+(\Omega_m)$ مانند A_m پیوسته است [۱۳] و فشردگی A_m به صورت زیر ثابت می شود:

بر اساس [۱۴]، از فشردگی Ω_m می توان نتیجه گرفت $G_m = \{\mu_m : \mu_m \in M^+(\Omega_m), \mu_m(1) = \theta_m\}$ نیز فشرده است. از طرفی $A_m \subset G_m$ (برای اثبات کافی است تابع دلخواه $\phi = \theta$ را در نظر بگیریم و در رابطه (۷) قرار دهیم که $\phi^g = 1$ را نتیجه می دهد و با جایگذاری ϕ^g در (۸) خواهیم داشت $\mu(1) = \theta_m$ و $\Delta\phi = \mu(\phi^g) = \mu(1) = \theta_m$ هر زیر مجموعه بسته از یک مجموعه فشرده، فشرده است [۱۳]، پس برای اثبات فشردگی A_m کافی است ثابت کنیم بسته است. فرض کنید $\{(\mu_m)_i\}$ دنباله ای کوشی در A_m باشد، با توجه به اینکه $A_m \subset M^+(\Omega_m)$ ، می توان نتیجه گرفت $\{(\mu_m)_i\}$ دنباله ای در $M^+(\Omega_m)$ نیز هست. از طرفی با توجه به فشردگی Ω_m ، $M^+(\Omega_m)$ یک فضای کامل است بنابراین هر دنباله کوشی در آن به مقداری مانند μ_{opt} همگراست $(\mu_m)_i \rightarrow \mu_{opt}$. براساس رابطه زیر می توان اثبات کرد که $\mu_{opt} \in A_m$:

$$\begin{aligned} \mu_{opt}(\phi_g) &= \lim_{i \rightarrow \infty} (\mu_m(\phi_g))_i = \phi(0,1) - \phi(\gamma e, 0) \\ \mu_{opt}(\zeta_j) &= \lim_{k \rightarrow \infty} (\mu_m(\zeta_j))_k = 0 \\ \mu_{opt} &\in A_m \text{ پس هر دنباله کوشی در } A_m \text{ به عضوی مانند } A_m \\ &\text{همگراست. پس } A_m \text{ کامل و در نتیجه بسته است (هر مجموعه کامل بسته است [۱۳]).} \end{aligned}$$

۴-۵- تقریب پاسخ مسئله گسترش جهت دار

ناحیه جذب

معادله (۱۶) یک برنامه ریزی خطی با بعد نامتناهی است چرا که تعداد بینهایت تابع از نوع ϕ و ψ وجود دارد و در نتیجه بینهایت شرط لازم برای مسئله بهینه سازی می توان در نظر گرفت. بنا بر این برای تعیین پاسخ بهینه مسئله گسترش ناحیه جذب لازم است از چند تقریب در مسئله استفاده شود تا بعد مسئله محدود شود.

در ابتدا فرض می کنیم مسئله می نیم سازی (۱۶) روی A_m انجام نشود بلکه روی زیر فضایی از $M^+(\Omega_m)$ ، به نام $A_m(N_1, N_2)$ ، که تنها در تعداد متناهی از شرایط مسئله صادق است انجام گیرد.

با توجه به اینکه هر تابع هموار را می توان با بسط جملات سینوسی و یا چند جمله ای نشان داد و از طرفی انتگرال گیری و مشتق گیری از این توابع ساده است در این مقاله توابع ϕ و ψ به صورت چند جمله ای و سینوسی در نظر گرفته می شود. اولین مجموعه از دسته شرایط مسئله (۱۶) را در نظر بگیرید و فرض کنید به جای بینهایت تابع، تعداد N_1 تابع ϕ به صورت ϕ_i ، $i = 1, \dots, N_1$ تعریف کنیم به گونه ای که ترکیب خطی $\phi_i \in CD(B)$ با توپولوژی همگرایی یکنواخت در $CD(B)$ چگال باشد. به عنوان مثال در این مقاله ϕ_i به صورت چند جمله ای هایی از مولفه بردار n تایی y و یا متغیر θ انتخاب می شود. همچنین فرض کنید تعداد N_2 تابع $\zeta_{j,h}$ در $S(\Omega_m)$ به صورت زیر تعریف کنیم:

$$\zeta_{j,h} = y_j \frac{\partial \psi_h}{\partial \theta} + g_j \psi_h \quad j=1, \dots, n, \quad h=1, \dots, N_2$$

$\psi_h \in \{\sin(2\pi\theta), 1 - \cos(2\pi\theta)\} \quad r=1, 2, \dots$ با توجه به لم ۳ می توان اثبات کرد اگر چه برای محاسبه پاسخ دقیق مسئله (۱۶) به بینهایت قید نیاز داریم اما با تعداد محدودی از این قیود نیز می توان تقریب خوبی از پاسخ را بدست آورد و با زیاد شدن تعداد این قیود پاسخ تخمینی مسئله گسترش جهت دار ناحیه جذب به مقدار واقعی میل می کند.

۳.۳

مسئله ماکسیمم سازی $\|\gamma\|$ بر روی مجموعه $A_m(N_1, N_2)$ که در روابط زیر صادق هستند را در نظر بگیرید.

$$\begin{aligned}\mu_m(\phi_i^g) &= \phi_i(0, \theta_m) - \phi_i(\gamma e, 0) & i=1, \dots, N_1 \\ \mu_m(\zeta_{j,h}^g) &= 0 & h=1, \dots, N_2, \quad j=1, \dots, n\end{aligned}$$

در این صورت رابطه حدی زیر برقرار است:

$$\lim_{N_1, N_2 \rightarrow \infty} \sup_{A_m(N_1, N_2)} (\|\gamma\|) = \sup_{A_m} (\|\gamma\|)$$

اثبات: به گزاره III.1 مرجع ۱۱ مراجعه شود.

با استفاده از نظریه اساسی اندازه (روزن بلوم)^۱ می توان پاسخ مسئله (۱۶) را بر اساس لم ۴ محاسبه کرد [۱۵].

لم ۴:

اندازه بهینه μ_{opt} در مجموعه $A_m(N_1, N_2)$ که به ازای آن تابع $\|\gamma\|$ مقدار ماکزیمم خود را اختیار می کند را می توان به صورت مقابل بیان کرد:

$\mu_{opt} = \sum_{k=1}^N \beta_k^* \delta(z_k^*)$ $\beta_k^* \geq 0, z_k^* \in \Omega_m, N = N_1 + N_2$
در لم ۴، سه تایی (y, α, θ) با Z_k^* نمایش داده می شود و $\delta(z) \in M^+(\Omega_m)$ اندازه اتمیک واحد است. اندازه اتمیک تابعی مانند F براساس رابطه زیر تعریف می شود:

$$\delta(z)F = F(z) \quad F \in C_c(\Omega_m), z \in \Omega_m$$

با توجه به لم ۴، مسئله گسترش ناحیه جذب به یک مسئله برنامه ریزی خطی تبدیل می شود که در آن β_k^* ، Z_k^* و α مجهولند، اما بنا به قضیه زیر می توان با تقریب Z_k^* به صورت یک مجموعه چگال در Ω_m تعداد مجهولات مسئله را کم کرد.

قضیه ۴:

فرض کنید که Z_{Ω_m} یک مجموعه شمارا و چگال در Ω_m باشد و فرض کنید $\mathcal{E}$ مقداری دلخواه و معین است. آنگاه اندازه ای مانند $U \in M^+(\Omega_m)$ وجود دارد که در روابط زیر صادق است:

$$|(\mu_{opt} - U)\phi_i^g| < \mathcal{E} \quad i=1, \dots, N_1$$

$$|(\mu_{opt} - U)\zeta_{j,h}^g| < \mathcal{E} \quad j=1, \dots, n, h=1, \dots, N_2$$

که عبارت است از $U = \sum_{k=1}^N \beta_k^* \delta(z_k)$ و $z_k \in Z_{\Omega_m}$.

اثبات:

با توجه به پیوستگی ϕ_i^g و $\zeta_{j,h}^g$ می توان یک $Z_k \in Z_{\Omega_m}$ به اندازه کافی نزدیک به Z_k^* در نظر گرفت به طوریکه روابط زیر برقرار باشد:

$$|\phi_i^g(z_k^*) - \phi_i^g(z_k)| < \frac{\mathcal{E}}{\theta_m} \quad i=1, \dots, N_1$$

$$|\zeta_{j,h}^g(z_k^*) - \zeta_{j,h}^g(z_k)| < \frac{\mathcal{E}}{\theta_m} \quad j=1, \dots, n, h=1, \dots, N_2$$

با توجه به اینکه $\mu_{opt}(1) = \theta_m$ (در قضیه ۳ اثبات شد)، می توان نتیجه

گرفت $\sum_{k=0}^N \beta_k^* = \theta_m$ بنا بر این رابطه زیر برقرار است:

$$\begin{aligned} |(\mu_{opt} - U)\phi_i^g| &= \left| \sum_{k=1}^N \beta_k^* (\phi_i^g(z_k^*) - \phi_i^g(z_k)) \right| \\ \left| \sum_{k=1}^N \beta_k^* (\phi_i^g(z_k^*) - \phi_i^g(z_k)) \right| &\leq \sum_{k=1}^N \beta_k^* \max_{i,k} |\phi_i^g(z_k^*) - \phi_i^g(z_k)| \\ \sum_{k=1}^N \beta_k^* \max_{i,k} |\phi_i^g(z_k^*) - \phi_i^g(z_k)| &< \mathcal{E} \\ |(\mu_{opt} - U)\zeta_{j,h}^g| &= \left| \sum_{k=1}^N \beta_k^* (\zeta_{j,h}^g(z_k^*) - \zeta_{j,h}^g(z_k)) \right| \\ \left| \sum_{k=1}^N \beta_k^* (\zeta_{j,h}^g(z_k^*) - \zeta_{j,h}^g(z_k)) \right| &\leq \sum_{k=1}^N \beta_k^* \max_h |\zeta_{j,h}^g(z_k^*) - \zeta_{j,h}^g(z_k)| \\ \sum_{k=1}^N \beta_k^* \max_h |\zeta_{j,h}^g(z_k^*) - \zeta_{j,h}^g(z_k)| &< \mathcal{E} \end{aligned}$$

براساس لم ۴ و قضیه ۴ مسئله (۱۶) را می توان به ساختار یک برنامه ریزی خطی با قیود محدود به صورت زیر تبدیل کرد:

$$\text{Maximize } \|\gamma\|$$

$$\text{s.t.:} \quad -\mathcal{E} \leq \sum_{k=1}^N \beta_k^* \phi_i^g(z_k) - \phi_i(0,1) + \phi_i(\gamma e, 0) \leq \mathcal{E} \quad i=1, \dots, N_1$$

$$-\mathcal{E} \leq \sum_{k=1}^N \beta_k^* \zeta_{j,h}^g(z_k) \leq \mathcal{E} \quad j=1, \dots, n, h=1, \dots, N_2$$

(۱۷)

لازم به ذکر است که مجهولات مسئله فوق عبارتند از γ, β_k^* و همچنین پارامترهای کنترلی α که در ساختار $\phi_i^g(z_k)$ و $\zeta_{j,h}^g(z_k)$ ظاهر می شوند. در این مقاله برای تعیین (Z_k) ابتدا با انتخاب N دلخواه، یک افراز N تایی در Ω_m در نظر می گیریم و سپس هر Z_k را نقطه ای درون یک افراز انتخاب می کنیم. واضح است که با انتخاب مقادیر به اندازه کافی کوچک از $\mathcal{E}$ پاسخ مسئله بهینه سازی فوق به مسئله گسترش جهت دار ناحیه جذب همگرا خواهد شد.

۵- شبیه سازی

این بخش تاثیر روش ارائه شده در بخش قبل بر افزایش زمان بحرانی یک سیستم قدرت ۴ ماشینه و ۵ خطی مورد بررسی قرار می گیرد.

سیستم قدرت ۴ ماشینه و ۵ خطه زیر را در نظر بگیرید:

بر اساس مسیرهای بحرانی سیستم که در شکل ۲ ترسیم شده است، می توان مسیرهای خروج را تعیین کرد و سپس با استفاده از پاسخ مسئله گسترش جهتدار، مقدار بهینه بهره سیستم تحریک را برای گسترش جهت دار ناحیه جذب در راستای هر یک از این مسیرها محاسبه کرد. در جدول زیر راستای خروج بر اساس تعریف ۳ تعیین شده و بهره سیستم تحریک (پارامترهای کنترلی) بهینه بدست آمده برای هر یک از بردارها بر اساس تئوری اندازه معین شده است. مراحل محاسبه بهره بهینه سیستم تحریک در پیوست ذکر شده است.

جدول ۱: بهره بهینه سیستم تحریک

خطا	راستای خروج	بهره بهینه سیستم تحریک
اتصال کوتاه باس ۵	$e_1 = [-0.35 \quad -0.85 \quad -0.39]$	$k_1 = [92 \quad 90 \quad 92 \quad 90]$
اتصال کوتاه باس ۶	$e_2 = [0.3 \quad 0.6 \quad 0.74]$	$k_2 = [87 \quad 87 \quad 87 \quad 87]$
مدار باز خط ۵-۶	$e_3 = [-0.24 \quad -0.85 \quad -0.46]$	$k_3 = [102 \quad 123 \quad 101 \quad 123]$

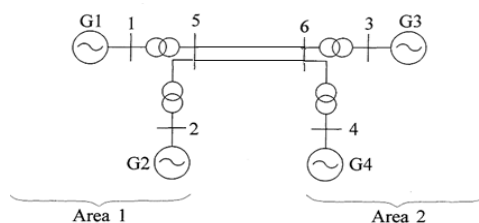
در جدول زیر تاثیر توسع جهت دار بر افزایش زمان بحرانی مورد بررسی قرار گرفته است. همانطور که مشاهده می شود بهترین زمان بحرانی برای هر خطا به ازای بهره بهینه بدست آمده است و در هر سه حالت زمان بحرانی نسبت به مقدار نامی آن افزایش یافته است.

جدول ۲: تغییرات زمان بحرانی نسبت به بهره سیستم تحریک

k_1	k_2	k_3	k_A	
۰.۰۰۲۲۵	۰.۰۰۲	۰.۰۰۳۳	۰.۰۰۱۲	زمان بحرانی (اتصال کوتاه باس ۵)
۰.۰۰۲۲۵	۰.۰۰۳۶	۰.۰۰۲۸	۰.۰۰۱۲	زمان بحرانی (اتصال کوتاه باس ۶)
۰.۳۴۳	۰.۲۰۸	۰.۲۳	۰.۲۱	زمان بحرانی (مدار باز خط ۵-۶)

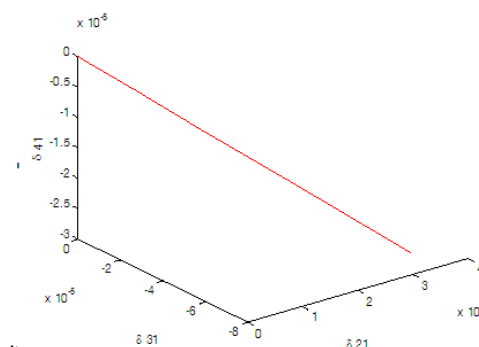
۶- نتیجه گیری و پیشنهاد

در این مقاله روشی نوین برای افزایش زمان بحرانی سیستمهای غیر خطی ارائه می شود. در روش مذکور، ابتدا خطاهای رایج سیستم و در نتیجه راستهایی که خروج از نقطه تعادل در طول آن شایع تر است بوسیله شبیه سازی معین می شود و سپس به جای صرف هزینه کنترلی برای گسترش جهت دار محافظه کارانه ناحیه جذب در همه جهات، به تعیین پارامترهای کنترلی برای توسع در جهت های بحرانی می پردازیم. علاوه بر صرف هزینه کنترلی کمتر در مقایسه با توسع همه جایی ناحیه جذب، می توان به مزایای دیگری همچون قابلیت تبدیل روش به یک مسئله برنامه ریزی خطی با استفاده از تئوری اندازه اشاره کرد. از این روش می توان برای توسع چند جهت ناحیه جذب و همچنین تعیین حساسیت ناحیه جذب به

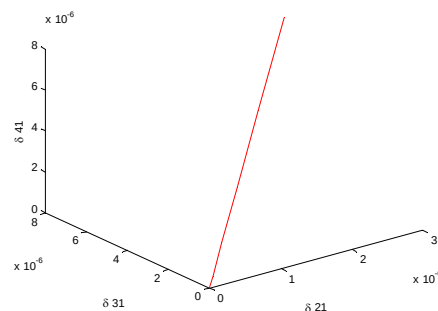


شکل ۱: سیستم ۴ ژنراتور و ۵ خطه

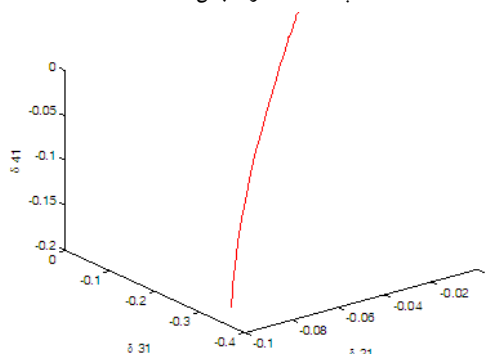
معدلات ژنراتورها و سیستم تحریک در پیوست آمده است. مقدار نامی بهره سیستم تحریک در این سیستم $k_A = [200 \quad 200 \quad 200 \quad 200]$ است. با ایجاد خطای اتصال کوتاه باس ۵ و ۶ و مدار باز خط ۵-۶، مسیر خروج از نقطه تعادل (مبدأ) به شکل زیر است.



ف- اتصال کوتاه باس ۶



ب- اتصال کوتاه باس ۵



ج- مدار باز خط ۵-۶

شکل ۲: مسیر خروج از نقطه تعادل

با تبدیل مسئله به کران محدود دسته معادلات (۱۸) و (۱۹) به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$\begin{aligned}\dot{E}'_{qi-\theta} &= \left(\frac{1}{\tau'_{di}} (E_{FDi-\theta} - E'_{qi-\theta} + (x_{di} - x'_{di}) I_{di}) \right) \frac{1}{(1-\theta)^2} \\ \dot{E}'_{di-\theta} &= \left(\frac{1}{\tau'_{qi}} (-E'_{di-\theta} + (x_{qi} - x'_{qi}) I_{qi}) \right) \frac{1}{(1-\theta)^2} \\ \dot{\omega}_{i-\theta} &= \left(\frac{1}{M_i} (P_{mi} - (I_{di} E'_{di-\theta} + I_{qi} E'_{qi-\theta})) + (x_{qi} - x'_{qi}) I_{di} I_{qi} \right. \\ &\quad \left. - D(\omega_{i-\theta} - \omega_s) \right) \frac{1}{(1-\theta)^2} \\ \dot{\delta}_{j1-\theta} &= (\omega_b(\omega_{j-\theta} - \omega_{i-\theta})) \frac{1}{(1-\theta)^2} \\ \dot{E}'_{FDi-\theta} &= \left(\frac{K_{Ai} K_{E2i}}{T_{Ai}} - \frac{1}{T_{Ai}} E_{FDi-\theta} \right) \frac{1}{(1-\theta)^2} \\ \dot{X}_{E1i-\theta} &= \left(-\frac{1}{T_{Ri}} X_{E1i-\theta} + \frac{1}{T_{Ri}} V_{Ti} \right) \frac{1}{(1-\theta)^2} \\ \dot{X}_{E2i-\theta} &= \left(-\frac{1}{T_{Bi}} \left(\frac{T_{Ci}}{T_{Ri}} - 1 \right) X_{E1i-\theta} - \frac{1}{T_{Bi}} X_{E2i-\theta} - \frac{T_{Ci}}{T_{Bi} T_{Ri}} V_{Ti} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{T_{Bi}} V_{refi} \right) \frac{1}{(1-\theta)^2}\end{aligned}$$

۳-۷- انتخاب توابع ψ و ϕ

با توجه به آنچه در بخش ۳-۴ بیان شد، دسته توابع ϕ را بصورت چند جمله ای هایی از حالات بصورت زیر تعریف می کنیم:

$$\phi = \{\delta_{j1}^2, \omega_i^2, \delta_{j1}\omega_i\} \quad j = 2, 3, 4; i = 1, \dots, 4$$

سپس تابعی های ϕ^g را بر اساس رابطه (۷) محاسبه می کنیم. به عنوان مثال برای $\phi = \omega_1^2$ تابعی ϕ^g عبارت است از:

$$\begin{aligned}\phi^g &= 2\omega_1 \left(\frac{1}{M_1} (P_{m1} - (I_{d1} E'_{d1-\theta} + I_{q1} E'_{q1-\theta})) + (x_{q1} - x'_{q1}) I_{d1} I_{q1} \right. \\ &\quad \left. - D(\omega_{1-\theta} - \omega_s) \right) \frac{1}{(1-\theta)^2}\end{aligned}$$

دسته توابع ψ_h را بصورت زیر تعریف می کنیم:

$$\psi_h \in \{\sin(2\pi\theta), 1 - \cos(2\pi\theta) \quad r = 1, 2, \dots\}$$

و در نتیجه از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$\zeta_{j,h} = y_j \frac{\partial \psi_h}{\partial \theta} + g_j \psi_h \quad j = 1, \dots, 28, h = 1, \dots, 2$$

پس از تعیین این دسته توابع و جایگذاری آنها در (۱۶)، مسئله بهینه سازی (۱۶) برای ۳ راستای متفاوت خروج از سیستم که بر اساس ستون دوم جدول ۱ مشخص شده توسط نرم افزار MATLAB حل شده است. با توجه به بردار حالات و جدول ۱، بردار خروج از نقطه تعادل برای ۳ خطای اتصال کوتاه باس ۶ و مدار باز خط ۵-۶ (به ترتیب) به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}e_1 &= [0.39 \quad -0.85 \quad -0.35 \quad 0 \dots 0]^T_{1 \times 27} \\ e_2 &= [0.3 \quad 0.6 \quad 0.74 \quad 0 \dots 0]^T_{1 \times 27} \\ e_3 &= [-0.24 \quad -0.85 \quad -0.46 \quad 0 \dots 0]^T_{1 \times 27}\end{aligned}$$

تغییر پارامترهای کنترلی در راستایی مشخص نیز استفاده کرد که در پژوهشهای بعد مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

۷- پیوست: محاسبه بهره بهینه سیستم تحریک سیستم قدرت ۴ ماشین

۷-۱- معادلات سیستم

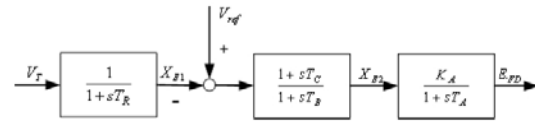
در قسمت شبیه سازی از یک سیستم دوناحیه ای چهار ژنراتور که یکی از سیستمهای استاندارد معرفی شده در IEEE است استفاده کرده ایم [۱۸]. معادلات حالات ژنراتورها به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}\dot{E}'_{qi} &= \frac{1}{\tau'_{di}} (E_{FDi} - E'_{qi} + (x_{di} - x'_{di}) I_{di}) \\ \dot{E}'_{di} &= \frac{1}{\tau'_{qi}} (-E'_{di} + (x_{qi} - x'_{qi}) I_{qi}) \\ \dot{\omega}_i &= \frac{1}{M_i} (P_{mi} - (I_{di} E'_{di} + I_{qi} E'_{qi})) + (x_{qi} - x'_{qi}) I_{di} I_{qi} - D(\omega_i - \omega_s) \\ \dot{\delta}_{j1-\theta} &= \omega_b(\omega_j - \omega_i) \quad j = 2, 3, 4; i = 1, \dots, 4\end{aligned} \quad (18)$$

بغیر از ضرایب دمپینگ بقیه پارامترها در ژنراتورها مشابه اند و بر حسب پایه ۱۰۰ مگاوات آمپر و ۲۰ کیلو ولت بصورت زیر مقدار دهی شده اند:

$$\begin{aligned}x_{di} &= 1.8 \text{ pu}, x_{qi} = 1.7 \text{ pu} \\ x'_{di} &= 0.3 \text{ pu}, x'_{qi} = 0.55 \text{ pu} \\ \tau'_{di} &= 8 \text{ sec}, \tau'_{qi} = .4 \text{ sec}\end{aligned}$$

سیستمهای تحریک نیز مشابه و بر اساس مرجع [۱۸] انتخاب شده اند. بلوک دیاگرام سیستم تحریک و معادلات آن بصورت زیر است:



شکل ۳: بلوک دیاگرام سیستم تحریک

$$\dot{E}_{FDi} = \frac{K_{Ai} K_{E2i}}{T_{Ai}} - \frac{1}{T_{Ai}} E_{FDi} \quad (19)$$

$$\begin{aligned}\dot{X}_{E1i} &= -\frac{1}{T_{Ri}} X_{E1i} + \frac{1}{T_{Ri}} V_{Ti} \\ \dot{X}_{E2i} &= -\frac{1}{T_{Bi}} \left(\frac{T_{Ci}}{T_{Ri}} - 1 \right) X_{E1i} - \frac{1}{T_{Bi}} X_{E2i} - \frac{T_{Ci}}{T_{Bi} T_{Ri}} V_{Ti} + \frac{1}{T_{Bi}} V_{refi} \\ T_A &= T_R = 0.01, T_B = 10, T_C = 1\end{aligned}$$

۷-۲- تبدیل مسئله به کران محدود

با توجه به روابط (۱۸) و (۱۹) بردار حالت به صورت زیر تعریف می شود:

$$\begin{aligned}&[\delta_{21}, \delta_{31}, \delta_{41}, \omega_1, \dots, \omega_4, E'_{q1}, \dots, E'_{q4}, E'_{d1}, \dots, E'_{d4}, \\ &E'_{FD1}, \dots, E'_{FD4}, X_{E11}, \dots, X_{E14}, X_{E21}, \dots, X_{E24}]^T\end{aligned}$$

مراجع

- [7] A. S. Bazanella, P. Kototovic, A. S. Silva, 2004, "A dynamic extension for $L_g V$ controllers", IEEE trans on automatic control, pp.588-592.
- [8] M. A. Pai, 1981, "Power system stability", North-Holland publication company.
- [9] M. Galaz, R. Ortega, A. S. Bazanella, A. M. Stankovic, 2003, "An energy shaping approach to
- [10] A. G. Babbah, A. A. Girgis, 1999, "An investigation on the effect of line reclosing on transient stability assessment for multi-machine power systems", IEEE, Power Engineering Society Summer Meeting, pp. 1082-1087.
- [11] J. E. Rubio, 1986, "Control and Optimization: The Linear Treatment of Nonlinear Problems", Manchester University Press, Manchester, and John Wiley, New York and London.
- [12] H. K. Khalil, 1996, "Nonlinear systems", Prentice Hall, 2nd Edition.
- [13] Walter Rudin, 1986, "Real and complex analysis", McGraw-Hill publisher.
- [14] G. Choque, 1996, "Lectures on Analysis. New York: Benjamin".
- [15] A. V. Kamyad, M. Keyanpour, M. H. Farahi, 2007, "A New Approach for Solving of Optimal Nonlinear Control Problems.", Appl. Math And Computations.
- [16] Barra G, 1981, "Measure theory and integration", John Wiley and sons.
- [17] J. Munkres, 2000, "Topology", published by Prentice Hall; 2nd edition.
- [1] R. W. Brockett, Hongyi L, December 2003, "A light weight rotary double pendulum: maximizing the domain of attraction", Proceeding of 42nd IEEE conference on decision and control, pp 3299-4404.
- [2] Y. Cao, Z. Li, D.G. Ward, January 2002, "An antiwindup approach to enlarging domain of attraction for linear systems subject to actuator saturation", IEEE transactions on automatic control, vol. 47, no.1, pp 140-145.
- [3] G. chesi, 2004, "computing output feedback controllers to enlarge the domain of attraction in polynomial system", IEEE Trans. On automatic control, vol. 49, no. 1, pp. 1846-1850.
- [4] F. Hashemzade, M. J. Yazdanpanah, 2006, "Semi-global enlargement of domain of attraction for a class of affine nonlinear systems", IEEE, International conference on control applications, pp. 2257-2262.
- [5] Trong B. Ngye, M. A. Pai, I. A. Hisken, 2000, "Direct computation of critical clearing time using trajectory sensitivities", IEEE, Power engineering society summer meeting, vol 1, pp. 604-608.
- [6] S. Jiriwibhakorn, A.H. Coonick, 2000, "Fast critical clearing time estimation of a large power system using neural networks and Sobol sequences", IEEE, Power Engineering Society Summer Meeting, pp 522-527, vol. 1.

طراحی قانون هدایت تناسبی-انتگرالی با استفاده از ملاک دایره

ایمان محمدزمان^۱، حمیدرضا مومنی^۲

^۱ دانشجوی دکتری مهندسی برق، دانشگاه تربیت مدرس، mohammadzaman@modares.ac.ir

^۲ دانشیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تربیت مدرس، momeni_h@modares.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۸۹/۳/۷، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۸۹/۵/۱۸)

چکیده: در این مقاله یک قانون هدایت تناسبی-انتگرالی به منظور صفر کردن نرخ چرخش خط دید ارائه شده که در آن شرط پایداری حلقه هدایت در حضور دینامیک خودخلبان و جستجوگر با استفاده از ملاک دایره مورد ارزیابی قرار گرفته است. شرط ارائه شده یک محدوده برای زمان باقیمانده تا برخورد ارائه نموده که می تواند علاوه بر تضمین پایداری به عنوان ابزار طراحی پارامترهای قانون هدایت، خودخلبان و جستجوگر در نظر گرفته شود. شرط پایداری قانون هدایت جدید نسبت به قانون ناوبری تناسبی دارای فضای پایداری بیشتری بوده و از محافظه کاری کمتری برخوردار است. نتایج شبیه سازی نشان دهنده آن است که قانون هدایت جدید نسبت به قانون ناوبری تناسبی دارای قوام بیشتری نسبت به مانور هدف بوده و عملکرد بهتری از خود نشان داده است

کلمات کلیدی: هدایت تناسبی-انتگرالی، ملاک دایره، دینامیک خودخلبان.

PI Guidance Law Design using Circle Criterion

I. Mohammadzaman, H. Momeni

Abstract: In this paper, a PI guidance law is proposed to nullify the LOS rate. Stability of the guidance dynamics including autopilot and seeker dynamics is analyzed by employing circle criterion. Stability conditions give an analytical bound for the time of the flight up to which stability can be assured. The stability bound of the new guidance law is less conservatism than PN guidance law. Also, this approach can be used as a tool for Guidance, Autopilot and seeker parameters design. Simulation results show the effectiveness and robustness of the proposed guidance law against maneuvering target as compared to PN.

Keywords: PI Guidance, Circle criterion, Autopilot Dynamic.

فهرست علائم

a : شتاب	R : فاصله نسبی رهگیر و هدف
c : مقدار مرجع	r : نرخ چرخش خط دید رهگیر و هدف
m : رهگیر	t : زمان
M : مقدار اندازه گیری شده	t_f : زمان پرواز
r : راستای طولی خط دید رهگیر و هدف	t_{go} : زمان باقیمانده پرواز
t : هدف	V_C : سرعت نزدیک شونگی رهگیر و هدف
θ : راستای جانبی خط دید رهگیر و هدف	γ : ضریب میرایی
0 : مقدار اولیه	τ_1 : ثابت زمانی رهگیر
	ω : فرکانس
	ω_n : فرکانس طبیعی

۱- مقدمه

قوانین موجود در زمینه هدایت رهگیرها در اکثر مقالات و تحقیقات و کاربردهای عملی از ناوبری تناسبی استفاده کرده و این روش به عنوان یک معیار برای ارزیابی قوانین هدایت جدید مطرح می‌باشد [۱]-[۳]. علت عمده استفاده از آن سادگی، عملکرد خوب و پیاده‌سازی آسان آن است. لذا بهبود این روش همواره مد نظر محققین بوده است. در سال‌های اخیر روش‌های مختلفی به منظور بهبود قانون ناوبری تناسبی ارائه شده است. در مرجع [۴]-[۷] کلاس جدیدی از قوانین ناوبری تناسبی با استفاده از روش لیاپانوف و حل مساله پایداری با فرض ایده‌آل بودن دینامیک رهگیر به دست آمده است. تابع لیاپانوف در این حالت، مربع نرخ چرخش خط دید در نظر گرفته شده است. در [۸] یک قانون هدایت با استفاده از ایده ناوبری تناسبی و کنترل مد لغزشی پیشنهاد شده است. سطح لغزش متناسب با نرخ چرخش خط دید انتخاب شده و مانور هدف به صورت نامعینی محدود، در نظر گرفته شده است. در [۹] با ارائه رویکرد جدیدی از پایداری زمان محدود، یک قانون هدایت با همگرایی زمان محدود بر اساس نامسای دیفرانسیلی لیاپانوف ارائه شده است. این قانون در حالت‌های خاص مشابه قانون هدایت مد لغزشی بوده و شرط پایداری زمان محدود را نیز ارضا می‌کند. در [۱۰] یک بهره متغیر با زمان با استفاده از پارامتریزاسیون یولا و استفاده از سیستم منجمد ارائه کرده که عملکرد بهتری نسبت به ناوبری تناسبی دارد.

روش‌های ذکر شده در بالا با فرض دینامیک ایده‌آل رهگیر توسعه داده شده است. این روش‌ها برای حالتی که در آن دینامیک جستجوگر، وسیله پرنده، خودخلبان و عملگر ایده‌آل بوده و تاخیری بین نرخ چرخش خط دید رهگیر و هدف و شتاب رهگیر وجود ندارد، عملکرد مناسبی داشته و منجر به برخورد نقطه‌ای بین رهگیر و هدف بدون مانور می‌گردد. ولیکن در حالت واقعی با در نظر گرفتن دینامیک رهگیر، در انتهای مسیر برخورد، نرخ چرخش خط دید به سمت واگرایی میل کرده و لذا شتاب رهگیر نیز افزایش می‌یابد و حلقه هدایت به سمت ناپایداری حرکت می‌کند. این واگرایی تاثیر زیادی در فاصله از دست‌دهی^۱ گذاشته و عملکرد حلقه هدایت را کاهش می‌دهد. در [۱۱]-[۱۳] قانون هدایت با در نظر گرفتن دینامیک رهگیر با استفاده از تئوری مد لغزشی طراحی شده است. ولیکن کاربرد آن در سیستم‌های عملی به علت وجود نوسان، محدود می‌باشد. از آن‌جا که در بیشتر موارد قانون هدایت

بایستی منجر به یک فرمان شتاب نرم و بدون نوسان برای رهگیر شود، تمامی قوانین هدایت مد لغزشی دارای مراحل هموارسازی بوده که منجر به ازدست دادن جزئی قوام نسبت به اغتشاش و نامعینی می‌شود. این مساله در کنترل مد لغزشی مرتبه بالا مورد توجه قرار گرفته است. در [۱۴] و [۱۵] الگوریتم هدایت بر پایه کنترل مد لغزشی مرتبه دوم مجانبی هموار به منظور ساختن سیستم هدایت و کنترل یکپارچه استفاده شده است. در این روش با وجود مانور هدف، سطح لغزش وابسته به شتاب هدف می‌باشد و لذا تخمینی از مانور هدف برای آن اجتناب ناپذیر است. همچنین با توجه به پیچیدگی قوانین بدست آمده با این روش، استفاده از آن در سیستم‌های عملی محدود می‌باشد. در [۱۶] و [۱۷] با استفاده از ایده ناوبری تناسبی یک قانون هدایت پیش‌فاز برای رسیدن به فاصله ازدست‌دهی صفر با در نظر گرفتن دینامیک رهگیر ارائه کرده است. ولیکن این قانون نسبت به نویز حلقه هدایت دارای حساسیت زیادی بوده و فرضیات در نظر گرفته شده در این حالت، باعث کاهش عملکرد این قانون در حالت واقعی خواهد شد. بطوریکه عملکرد مناسب آن با در نظر گرفتن معادلات سینماتیک غیرخطی و در حضور مانور هدف سوال برانگیز می‌باشد و پیاده‌سازی عملی آن نیز با مشکلاتی همراه خواهد بود.

در این مقاله از هدایت تناسبی-انتگرالی برای طراحی قانون هدایت استفاده شده است. این قانون بدون اضافه کردن سنسور جدید به سیستم، از نرخ چرخش خط دید و زاویه خط دید (انتگرال نرخ چرخش خط دید) برای محاسبه قانون هدایت استفاده نموده و مشکلات پیاده‌سازی نیز در آن وجود ندارد.

در [۱۸] از روش ملاک دایره برای تحلیل حلقه هدایت با در نظر گرفتن قانون ناوبری تناسبی استفاده شده و شروط کافی برای پایداری بدست آمده است. از آن‌جا که می‌توان حلقه هدایت را بصورت یک سیستم خطی غیر متغیر با زمان و یک بهره متغیر با زمان مدل نمود، ملاک دایره می‌تواند یک ابزار مناسب برای تعیین ناحیه پایداری آن باشد. در این مقاله با استفاده از ملاک دایره، قانون هدایت تناسبی-انتگرالی مناسب برای صفر کردن نرخ چرخش خط دید و تضمین پایداری حلقه هدایت با وجود دینامیک خودخلبان و جستجوگر طراحی شده است. با استفاده از شرط بدست آمده می‌توان بهره‌های قانون هدایت تناسبی-انتگرالی را طوری تنظیم نمود که ناحیه همگرایی قانون هدایت جدید نسبت به ناحیه همگرایی قانون ناوبری تناسبی ارائه شده در [۱۸] افزایش یابد. همچنین تحلیل پایداری حلقه هدایت نشان داده است

¹ Miss distance

انتگرال نرخ چرخش خط دید نیز استفاده کرده و قانون هدایت تناسبی-انتگرالی بصورت زیر می‌باشد:

$$a_c = \left(\frac{K_1}{s} + K_2\right) V_C r_M \quad (6)$$

که در آن K_1 و K_2 ضرایب قابل تنظیم قانون هدایت و r_M نرخ چرخش خط دید اندازه‌گیری شده توسط جستجوگر می‌باشد. در بسیاری از مقالات، دینامیک رهگیر و خودخلبان را بصورت ایده‌آل در نظر گرفته و همان فرمان شتاب ایجاد شده توسط قانون هدایت می‌باشد. ولیکن در حالت واقعی، سیستم پرند شامل دینامیک جستجوگر، وسیله پرند، خودخلبان و عملگر می‌باشد و در نظر نگرفتن این دینامیک در طراحی قانون هدایت ممکن است حتی منجر به ناپایداری حلقه هدایت شود. بطور کلی دینامیک جستجوگر می‌تواند بصورت زیر مدل شود:

$$G_1(s) = \frac{r_M(s)}{r(s)} \quad (7)$$

همچنین دینامیک رهگیر در حالت حلقه بسته و با وجود خودخلبان

را می‌توان بصورت زیر نمایش داد:

$$G_2(s) = \frac{a_{m_0}(s)}{a_c(s)} \quad (8)$$

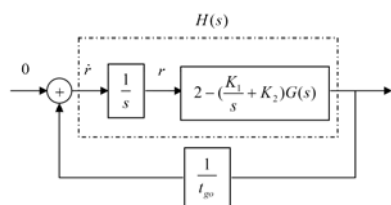
با استفاده از روابط (۶) الی (۸)، شتاب رهگیر بصورت زیر بدست می‌آید:

$$a_{m_0} = G_1(s)G_2(s)\left(\frac{K_1}{s} + K_2\right)V_C r \quad (9)$$

که در آن $G(s) = G_1(s)G_2(s)$ پایدار مجانبی می‌باشد. با قرار دادن رابطه (۹) در معادله (۵)، سینماتیک نسبی خطی شده رهگیر و هدف با فرض هدف بدون مانور بصورت زیر بدست می‌آید:

$$t_{go} \dot{r} = \left[2 - \left(\frac{K_1}{s} + K_2\right)G(s)\right]r \quad (10)$$

در شکل (۲)، حلقه هدایت تناسبی-انتگرالی که از یک سیستم خطی غیر متغیر با زمان $H(s)$ و یک بهره متغیر با زمان $1/t_{go}$ تشکیل شده نشان داده شده است. در این شکل مانور هدف a_{t_0} برابر با صفر فرض شده است.



شکل ۲: حلقه هدایت تناسبی-انتگرالی

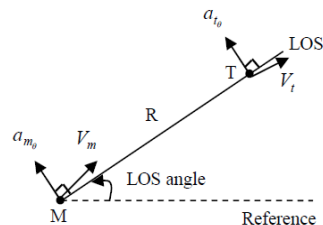
که پایداری قانون هدایت تناسبی-انتگرالی از محافظه کاری کمتری نسبت به پایداری قانون ناوبری تناسبی ارائه شده در [۱۸] برخوردار است.

۲- سینماتیک نسبی بین رهگیر و هدف

با توجه به شکل (۱)، سینماتیک نسبی بین رهگیر و هدف در مختصات دو بعدی را می‌توان به صورت زیر نوشت [۲۰]:

$$\ddot{R}R = r^2 R + a_{t_r} - a_{m_r} \quad (1)$$

$$\dot{r} = -2\frac{\dot{R}}{R}r + \frac{1}{R}(a_{t_\theta} - a_{m_\theta}) \quad (2)$$



شکل ۱: سینماتیک نسبی رهگیر و هدف در مختصات دو بعدی

که در آن R فاصله نسبی رهگیر و هدف، $\dot{R}$ و $\ddot{R}$ مشتق اول و دوم فاصله نسبی هدف و رهگیر نسبت به زمان، r نرخ چرخش خط دید، a_{t_r} و a_{m_r} به ترتیب شتاب هدف و رهگیر در راستای خط دید و a_{t_θ} و a_{m_θ} به ترتیب شتاب هدف و رهگیر در راستای عمود بر خط دید می‌باشند. اگر رهگیر با سرعت نزدیک شوندگی ثابت $V_C = -\dot{R}$ به هدف برخورد نماید، می‌توان نوشت:

$$R = V_C t_{go} \quad (3)$$

که در آن t_{go} نشان‌دهنده زمان باقیمانده تا برخورد بین رهگیر و هدف می‌باشد و از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$t_{go} = t_f - t, \quad t_f = R_0 / V_C \quad (4)$$

با استفاده از رابطه (۳)، معادله غیرخطی (۲) تبدیل به معادله خطی زیر می‌گردد:

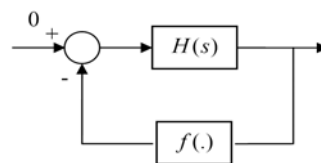
$$V_C t_{go} \dot{r} - 2V_C r = -a_{m_\theta} + a_{t_\theta} \quad (5)$$

با توجه به ایده ناوبری موازی، اگر جهت خط دید نسبت به فضای اینرسی ثابت نگه داشته شود یا به عبارت دیگر خط دید در هر لحظه موازی خط دید اولیه نگه داشته شود و فاصله هدف و رهگیر نیز در حال کم شدن باشد ($\dot{R} < 0$)، رهگیر در مسیر برخورد قرار داشته و برخورد بین رهگیر و هدف حتمی خواهد بود [۲]. به عبارت دیگر بایستی نرخ چرخش خط دید صفر گردد. در قانون هدایت تناسبی، از نرخ چرخش خط دید برای تعقیب بین رهگیر و هدف استفاده می‌شود. در این مقاله قانون هدایت پیشنهادی علاوه بر استفاده از نرخ چرخش خط دید، از

۳- روابط ریاضی ملاک دایره

یک سیستم حلقه بسته مطابق شکل ۳ که شامل ورودی صفر، تابع تبدیل سیستم خطی غیر متغیر با زمان در مسیر پیشرو و بهره غیرخطی متغیر با زمان مثبت در مسیر فیدبک است را در نظر بگیرید. فرض کنید [۱۹]:

فرض ۱: در تابع تبدیل $H(s) = q(s)/p(s)$ چند جمله ای های $p(s)$ و $q(s)$ نسبت به هم اول، $q(s)$ مونیک^۱ و سیستم اکیدا سره^۲ باشد.



شکل ۳: فرم کلی سیستم در نظر گرفته شده

فرض ۲: $f(.)$ تابعی از زمان و متغیرهای حالت بوده و برای تضمین وجود و یکنایی پاسخ معادله دیفرانسیل برای هر شرایط اولیه، این تابع به اندازه کافی هموار باشد.

اطلاعات پایداری سیستم حلقه بسته از اعمال ملاک دایره به تابع غیرخطی $f(.)$ بدست می آید و این تابع دارای محدودیت زیر می باشد:

$$0 \leq \alpha \leq f(x, t) \leq \beta < \infty, \quad \forall x \in R^n, \quad \forall t \geq t_0 \quad (11)$$

با این فرضیات و با استفاده از ملاک دایره، قضیه زیر شرایط کافی برای پایداری مطلق فراگیر^۳ را بیان می کند:

قضیه ۱: سیستم حلقه بسته نشان داده شده در شکل ۳ با فرضیات ارائه شده در بالا پایدار مطلق فراگیر است اگر [۱۹]:

الف) $p(s) + kq(s)$ برای $\forall k \in [\alpha, \beta]$ ، صفرهایی در نیم صفحه سمت راست $\text{Re}[s] > 0$ نداشته باشد.

ب) رابطه زیر به ازای $\forall \omega \in R$ برقرار باشد:

$$\text{Re}\{[p(-j\omega) + \alpha q(-j\omega)][p(j\omega) + \beta q(j\omega)]\} \geq 0 \quad (12)$$

با استفاده از این قضیه می توان شرطهای کافی بر روی المان غیرخطی $f(x, t)$ را برای تضمین پایداری سیستم حلقه بسته بدست آورد.

۴- پایداری قانون هدایت تناسبی-انتگرالی

ملاک دایره بیشتر از آن که برای بررسی پایداری مورد استفاده قرار گیرد می تواند به عنوان یک ابزار طراحی در نظر گرفته شده و از آن برای محدود کردن حدود بالا و پایین المان غیرخطی $f(x, t)$ استفاده کرد. به عبارت دیگر در مساله پایداری حلقه هدایت از آنجا که المان غیرخطی مطابق شکل ۲ بر اساس زمان باقیمانده تا برخورد t_{go} می باشد، می توان حدود بالا و پایین زمان باقیمانده تا برخورد را به منظور تضمین پایداری حلقه هدایت بدست آورد. با توجه به شکل ۲ می توان نوشت:

$$H(s) = q(s)/p(s) = (1/s) \left(2 - \left(\frac{K_1}{s} + K_2 \right) G(s) \right) \quad (13)$$

همچنین تابع غیرخطی $f(x, t)$ بصورت زیر می باشد:

$$0 \leq \alpha = 1/t_f \leq 1/t_{go} \leq \beta \quad (14)$$

که در آن β حد بالای تابع غیرخطی یا به عبارت دیگر کوتاهترین زمان باقیمانده تا برخورد بوده که پایداری حلقه هدایت تضمین می باشد. لذا بدست آوردن حد β برای تحلیل پایداری حلقه هدایت از اهمیت خاصی برخوردار است. به منظور استفاده از قضیه ۱ بایستی ابتدا فرضیات لازم آن را بررسی نمود.

لم ۱: تابع تبدیل $G(s) = n(s)/d(s)$ که در آن $n(s)$ و $d(s)$ نسبت به هم اول هستند را در نظر بگیرید. مطابق رابطه (۱۳) در تابع تبدیل $H(s) = q(s)/p(s)$ ، $p(s)$ و $q(s)$ نسبت به هم اول هستند اگر شرایط زیر برقرار باشد:

$$n(s)|_{s=0} \neq 0 \quad (15)$$

$$d(s)|_{s=-K_1/K_2} \neq 0 \quad (16)$$

$$K_1 \neq 0 \quad (17)$$

اثبات: برای اثبات لم ۱ از لم زیر استفاده می شود:

لم ۲: دو چند جمله ای نسبت به هم اول $a(z)$ و $b(z)$ که در آن $\deg a(z) < \deg b(z)$ بوده و ثابت های c_1, c_2, c_3, c_4 که در آن $c_1 c_4 - c_2 c_3 \neq 0$ می باشد را در نظر بگیرید. آن گاه چندجمله ای های $c_1 a(z) + c_2 b(z)$ و $c_3 a(z) + c_4 b(z)$ نیز نسبت به هم اول می باشند [۱۸].

با استفاده از رابطه (۱۳) می توان نوشت:

$$sq(s) = -2sd(s) + (K_1 + K_2 s)n(s) \quad (18)$$

$$p(s) = sd(s) \quad (19)$$

¹ Monic

² Strictly Proper

³ Global Absolute Stability

قضیه ۲: حلقه هدایت شکل ۲ با قانون هدایت تناسبی-انتهائی پایدار است اگر شرایط (۱۵)، (۱۶)، (۱۷) و (۲۴) برقرار بوده و محدوده پایداری از رابطه زیر بدست می آید:

$$t_{go} > \max\{A_1, A_2\}$$

$$A_1 = \max_i \left\{ \frac{b_{n-i-2}}{2b_{n-i-1} - K_1 a_{n-j-i} - K_2 a_{n-j-i-1}} \right\}$$

$$A_2 = \max_{\omega} \left\{ \frac{(K_1/\omega^2) \operatorname{Re}[G(j\omega)] - K_2 \operatorname{Re}[G(j\omega)/j\omega] + \alpha |H(j\omega)|^2}{1 + (\alpha K_1/\omega^2) \operatorname{Re}[G(j\omega)] - \alpha K_2 \operatorname{Re}[G(j\omega)/j\omega]} \right\}$$

(۲۶)

در رابطه بالا، شرط A_1 از بررسی شرط قضیه ۱ الف و رابطه (۲۴) بدست آمده و به بررسی پایداری سیستم فریز شده می پردازد. شرط A_2 نیز از بررسی شرط قضیه ۱ ب و جایگذاری رابطه (۱۳) در رابطه (۲۵) استخراج شده است.

۵- نتایج شبیه سازی

در این قسمت به شبیه سازی قانون هدایت ارائه شده و مقایسه آن با ناوبری تناسبی پرداخته می شود. تابع تبدیل دینامیک جستجوگر و خودخلبان به صورت فرم کلی زیر در نظر گرفته می شود:

$$G(s) = \frac{1}{(\tau_1 s + 1)(s^2/\omega_n^2 + 2\xi s/\omega_n + 1)} \quad (۲۷)$$

شرط پایداری سیستم فریز شده با توجه به رابطه (۲۴) و شرط A_1 در رابطه (۲۶) بصورت زیر بدست می آید:

$$K_1 > 0, \quad K_2 > 2 \quad (۲۸)$$

$$t_{go} > \frac{2(2\tau_1 \xi/\omega_n + 1/\omega_n^2)}{\tau_1 + 2\xi/\omega_n} \quad (۲۹)$$

$$t_{go} > \frac{2\tau_1}{\omega_n^2} \quad (۳۰)$$

اگر $\omega_n = 10$ و $\xi = 0.5$ ، $\tau_1 = 0.3$ ، $K_2 = 4$ ، $K_1 = 2$ مطابق قضیه ۲ می توان شرط های پایداری سیستم را بدست آورده و با هم مقایسه نمود. اگر شرط پایداری نرمالیزه شده سیستم فریز شده بصورت $\delta_f = A_1/t_f$ در نظر گرفته شود می توان به بررسی شروط کافی پایداری (۲۵) و ارتباط بین آن ها پرداخت. در شکل (۴) مقادیر δ_f و $\delta = A_2/t_f$ بر حسب زمان پرواز نشان داده شده است. با توجه به شکل مشاهده می شود که شرط پایداری (۲۵) یک شرط محافظه کارانه تر از شرط پایداری سیستم فریز شده می باشد و بررسی پایداری سیستم فریز شده برای تضمین پایداری سیستم حلقه بسته کافی نیست.

در شکل (۵) شرط پایداری A_2 در معادله (۲۶) به ازای پارامترهای ذکر شده در بالا و $\alpha = 0$ در فرکانس های مختلف و به

از آن جا که $n(s)$ و $d(s)$ نسبت به هم اول هستند به منظور این که $sd(s)$ و $(K_1 + K_2)s$ نسبت به هم اول باشند بایستی هیچ ریشه مشترکی نداشته باشند و لذا بایستی شرط (۱۵) و (۱۶) برقرار باشد. اگر این دو عبارت نسبت به هم اول باشند با توجه به لم ۲، $p(s)$ و $sq(s)$ نیز نسبت به هم اول هستند. همچنین اگر $K_1 \neq 0$ باشد، آن گاه $K_1 n(0) \neq 0$ بوده و با استفاده از رابطه (۱۸) و (۱۹) می توان گفت، $p(s)$ و $q(s)$ نسبت به هم اول هستند.

معادله مشخصه سیستم حلقه بسته شکل ۲ که در آن بهره متغیر با زمان $f(\cdot)$ بصورت فریز شده با مقدار $k \in [\alpha, \beta]$ نشان داده شده است، بصورت زیر می باشد:

$$1 + kH(s) = 1 + (k/s) \left(2 - \left(\frac{K_1}{s} + K_2 \right) G(s) \right) \quad (۲۰)$$

فرض کنید $G(s) = n(s)/d(s)$ بصورت زیر باشد:

$$n(s) = a_{n-j} s^{n-j} + a_{n-j-1} s^{n-j-1} + \dots + a_1 s + a_0 \quad (۲۱)$$

$$d(s) = b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0 \quad (۲۲)$$

که در آن j اختلاف درجه بین صورت و مخرج تابع تبدیل $G(s)$ می باشد. رابطه (۲۰) را می توان با جایگذاری (۲۱) و (۲۲) بصورت زیر نوشت:

$$s^2 d(s) + k((K_1 + K_2)s n(s) - 2sd(s)) = 0 \quad (۲۳)$$

به منظور بررسی شرط الف در قضیه ۱، شرط لازم و کافی برای این که عبارت بالا دارای هیچ صفری در سمت راست محور موهومی نباشد آن است که تمام ضرایب چندجمله ای بالا هم علامت باشند و لذا می توان نوشت:

$$b_{n-i-2} + kK_1 a_{n-j-i} - 2kb_{n-i-1} + kK_2 a_{n-j-i-1} > 0 \quad (۲۴)$$

که در آن $i = 0, 1, \dots, n$ می باشد. لذا شرط بالا می تواند محدودیت بر روی k گذاشته و منجر به محدودیت در محدوده تغییرات t_{go} شود. شرط پایداری (۲۴) با توجه به فریز کردن المان غیرخطی بدست آمده است.

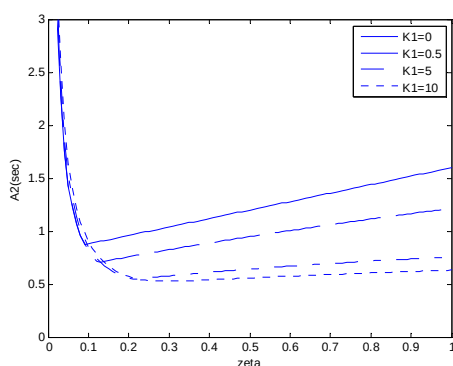
همچنین به منظور بررسی شرط ب در قضیه ۱، در [۱۸] اثبات شده است که شرط پایداری سیستم شکل ۳ با وجود سیستم خطی غیرمتغیر با زمان $H(s)$ در مسیر پیشرو و المان غیرخطی $1/t_{go}$ در مسیر فیدبک آن است که رابطه زیر برقرار باشد:

$$t_{go} \geq - \frac{\operatorname{Re}[H(j\omega)] + \alpha |H(j\omega)|^2}{1 + \alpha \operatorname{Re}[H(j\omega)]}, \quad \forall \omega \neq 0 \quad (۲۵)$$

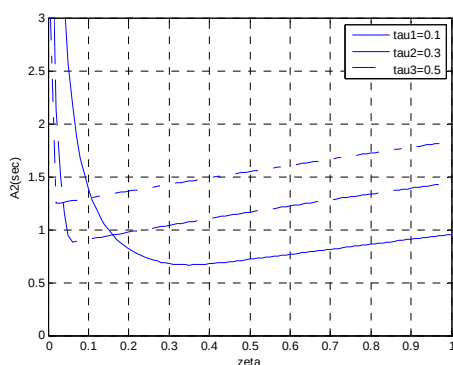
با استفاده از موارد ذکر شده در بالا و استفاده از روابط (۲۴) و (۲۵) می توان قضیه زیر را بیان نمود:

شکل ۶: شرط پایداری نرمالیزه شده بر حسب زمان پرواز به ازای $K_2 = 4$ ، $\tau_1 = 0.3$ ، $\xi = 0.5$ و $\omega_n = 10$ و مقادیر مختلف K_1

در شکل (۷) شرط پایداری A_2 بر حسب ضریب میرایی خودخلبان و به ازای مقادیر مختلف بهره K_1 نشان داده شده است. با توجه به شکل مشاهده می‌شود که با افزایش بهره K_1 محدوده پایداری افزایش یافته است. همچنین می‌توان از شکل (۷) برای طراحی ضریب میرایی خودخلبان استفاده نمود. مثلاً برای یک سیستم با بهره $K_1 = 5$ می‌توان با انتخاب و طراحی $\xi = 0.2$ به بیشترین ناحیه پایداری در حلقه هدایت رسید. در شکل (۸) شرط پایداری A_2 بر حسب ثابت زمانی جستجوگر و در شکل (۹) بر حسب فرکانس طبیعی خودخلبان به ازای مقادیر مختلف بهره K_1 نشان داده شده است. در این حالت نیز می‌توان از این شکل‌ها برای طراحی بهترین ضریب میرایی خودخلبان به منظور افزایش ناحیه پایداری استفاده نمود.

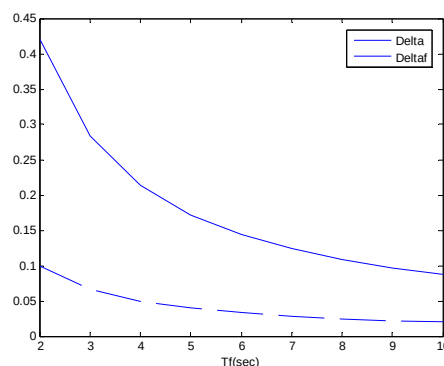


شکل ۷: شرط پایداری A_2 بر حسب ξ به ازای $\alpha = 0$ ، $K_2 = 4$ ، $\tau_1 = 0.2$ و $\omega_n = 10$ مقادیر مختلف K_1

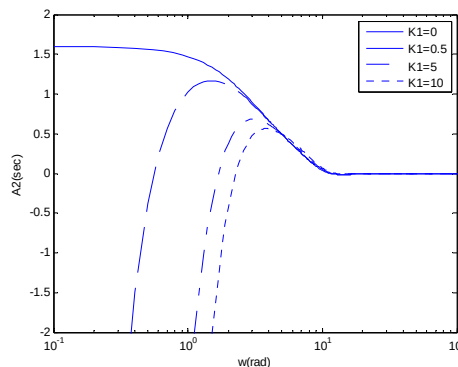


شکل ۸: شرط پایداری A_2 بر حسب ξ به ازای $\alpha = 0$ ، $K_2 = 4$ و $\omega_n = 10$ و مقادیر مختلف τ_1

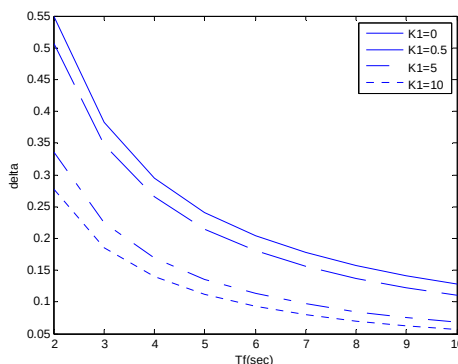
ازای مقادیر مختلف بهره K_1 نشان داده شده است. با توجه به شکل مشاهده می‌شود که با افزایش بهره K_1 مقدار بیشینه شرط پایداری کاهش یافته و لذا ناحیه پایداری در شرط A_2 افزایش می‌یابد. در شکل (۶) شرط پایداری نرمالیزه شده (۲۶) به ازای مقادیر مختلف بهره K_1 نشان داده شده است. با توجه به شکل، قانون هدایت جدید دارای محدوده پایداری بیشتری نسبت به ناوبری تناسبی ($K_1 = 0$) بوده و با افزایش بهره انتگرالی، ناحیه پایداری افزایش یافته است.



شکل ۹: نمایش δ_f و δ بر حسب زمان پرواز به ازای $K_1 = 2$ ، $K_2 = 4$ ، $\tau_1 = 0.3$ ، $\xi = 0.5$ و $\omega_n = 10$



شکل ۱۱: شرط پایداری A_2 به ازای $\alpha = 0$ ، $K_2 = 4$ ، $\tau_1 = 0.3$ و $\xi = 0.5$ مقادیر مختلف K_1

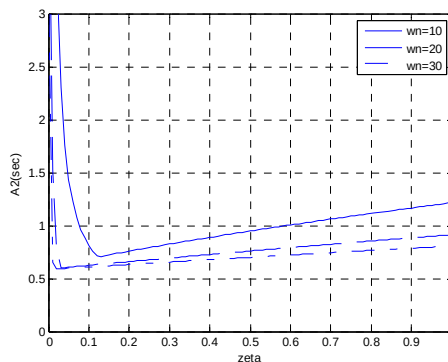


جدول ۱: مقایسه مشخصات بدست آمده توسط قانون هدایت تناسبی و هدایت

تناسبی-انترگالی در سناریوی اول

انرژی کنترلی	زمان برخورد(ثانیه)	ناوبری تناسبی
۱۶۴۸	۲۲/۴۳	تناسبی
۱۴۷۰	۲۱	تناسبی-انترگالی

در سناریوی دوم مانور هدف در دستگاه قطبی به صورت $a_{t_r} = 5$, $a_{t_\theta} = 15 \text{ m/s}^2$ می باشد. در این حالت، با اعمال قانون هدایت تناسبی، رهگیر به هدف برخورد نکرده و در ثانیه ۱۸/۶۷، $\dot{R} > 0$ می گردد و منجر به از دست دادن هدف و فاصله ازدست دهی ۵۳۰ متر می گردد. ولی با اعمال قانون هدایت پیشنهادشده، رهگیر و هدف با یکدیگر برخورد کرده و منجر به فاصله ازدست دهی صفر می گردد. در شکل (۱۰) شتاب اعمال شده به رهگیر توسط قانون هدایت پیشنهادشده و قانون هدایت تناسبی نشان داده شده است. با توجه به شکل مشاهده می شود که با نزدیک شدن سرعت نزدیک شونده گی رهگیر به هدف به سمت صفر، شتاب اعمالی نیز کاهش یافته و به صفر نزدیک می گردد. در شکل (۱۱)، سرعت نزدیک شونده گی رهگیر به هدف نشان داده شده است. با توجه به این شکل، در قانون هدایت تناسبی در این سناریوی پروازی $\dot{R} > 0$ شده که نشان دهنده ناپایدار شدن سیستم بوده و رهگیر قادر به تعقیب هدف نمی باشد. در شکل (۱۲) نرخ چرخش خط دید در هر دو قانون نشان داده شده است. همان طور که از شکل مشخص است، قانون هدایت جدید باعث قرار گرفتن موشک در نزدیک خط دید شده و لذا نرخ چرخش خط دید نسبت به قانون ناوبری تناسبی به صفر نزدیک تر است. این مساله از آنجا حایز اهمیت است که در سناریوی واقعی و شبیه سازی غیرخطی و متغیر با زمان پرواز، یکی از مسایل مهم در پایداری موشک سریع صفر شدن نرخ چرخش خط دید است که منجر به ثابت ماندن سرعت نزدیک شونده گی موشک و هدف می باشد. لذا سیستم قوام بیشتری در برابر مانور هدف خواهد داشت. در جدول (۲) مشخصات به دست آمده توسط هر دو قانون در سناریوی دوم نشان داده شده است. با توجه به این سناریو می توان مشاهده کرد که قانون هدایت جدید، ناحیه درگیری بین رهگیر و هدف را افزایش داده است.



شکل ۹: شرط پایداری A_2 بر حسب ξ به ازای $K_1 = 0.5$, $\alpha = 0$

$\tau_1 = 0.2$ و $K_2 = 4$ و مقادیر مختلف ω_n

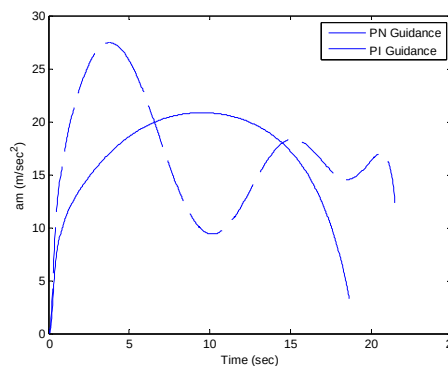
در این قسمت به شبیه سازی غیرخطی قانون هدایت جدید در مختصات دوبعدی برای دو سناریوی پروازی مختلف پرداخته و نتایج به دست آمده با قانون ناوبری تناسبی مقایسه می گردد. در سناریوی اول، هدف در فاصله حدود ۲۲۰۰ متری از رهگیر در نظر گرفته شده و مکان اولیه هدف و رهگیر در مختصات کارتزین $R_{m_0} = [0 \ 0]^T \text{ m}$, $R_{t_0} = [2000 \ 1000]^T \text{ m}$ و $v_{m_0} = [169.9 \ 107.3]^T \text{ m/s}$ و $v_{t_0} = [13.4 \ 62.6]^T \text{ m/s}$ و مانور هدف در دستگاه قطبی به صورت $a_{t_r} = 5$, $a_{t_\theta} = 5 \text{ m/s}^2$ می باشد. شرط توقف شبیه سازی رسیدن به فاصله ازدست دهی صفر و یا همان برخورد بین رهگیر و هدف می باشد. ضریب ناوبری در قانون ناوبری تناسبی، $K_1 = 0$ و $K_2 = 4$ در نظر گرفته شده است و ضرایب موجود در قانون هدایت جدید به صورت $K_1 = 2$ و $K_2 = 4$ می باشد. در جدول (۱) مشخصات به دست آمده با اعمال این دو قانون آورده شده است. با توجه به شبیه سازی انجام شده، زمان لازم به منظور برخورد بین رهگیر و هدف در قانون هدایت جدید نسبت به ناوبری تناسبی کمتر می باشد. همچنین یکی دیگر از معیارهای مقایسه بین قوانین هدایت مختلف، مقدار انرژی مورد نیاز برای اعمال سیگنال کنترلی می باشد. در این مساله، انترگال مجذور شتاب جانبی اعمال شده به رهگیر به عنوان معیاری برای مقایسه انرژی در نظر گرفته شده است. مطابق جدول (۱) مشاهده می گردد که انرژی مورد نیاز در قانون هدایت جدید کمتر از مقدار انرژی مورد نیاز با استفاده از قانون هدایت تناسبی می باشد.

۶- نتیجه گیری

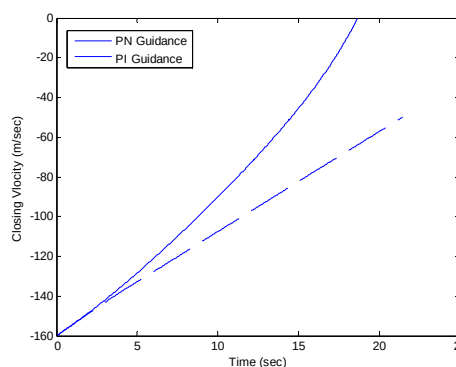
در این مقاله یک قانون هدایت تناسبی-انتهگالی ارائه شد و تحلیل پایداری آن با در نظر گرفتن دینامیک خودخلبان و جستجوگر با استفاده از ملاک دایره صورت پذیرفت. از آنجا که مساله هدایت یک مساله زمان محدود بوده، با استفاده از ملاک دایره و به ازای زمان پرواز محدود، حد پایین پایداری حلقه هدایت بر اساس زمان باقیمانده تا برخورد بدست آمده است. از شروط پایداری بدست آمده می توان برای طراحی ضرایب قانون هدایت و تعیین پارامترهای مناسب خودخلبان و جستجوگر استفاده نمود. حد پایداری بدست آمده برای قانون جدید دارای محافظه کاری کمتری نسبت به ناوبری تناسبی بوده و دارای ناحیه پایداری بیشتری می باشد. نتایج شبیه سازی غیرخطی نشان می دهد که با استفاده از قانون هدایت جدید، رهگیر در مدت زمان کمتری به هدف برخورد کرده و از انرژی کمتری استفاده می نماید. همچنین با استفاده از شبیه سازی یک سناریوی پروازی مشاهده می گردد که ناحیه درگیری در این حالت نسبت به قانون هدایت تناسبی افزایش یافته است.

مراجع

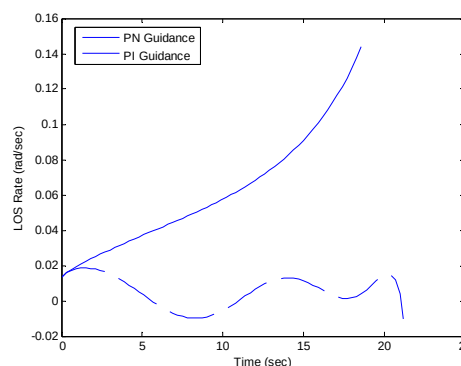
- [1] Zarchan, P. "Tactical and Strategic Missile Guidance", AIAA Series, Vol. 199, 2002.
- [2] Shneydor, N.A., "Missile Guidance and Pursuit; Kinematics, Dynamics and Control", Horwood Series in Engineering Science, 1998.
- [3] Yanushevsky, R.; "Modern Missile Guidance", CRC Press, Taylor&Francis Group, 2008.
- [4] Yanushevsky, R. and Boord, W., 2005, "Lyapunov approach to guidance laws design", *Nonlinear Analysis*, 743-749.
- [5] Yanushevsky, R. and Boord, W., 2005, "New approach to guidance law design", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 28, No.1, 162-166.
- [6] Lechevin, N. and Rabbath, C.A., 2005, "Lyapunov-based nonlinear missile guidance", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 27, No.6, 1096-1102.
- [7] Yanushevsky, R., 2006, "Concerning Lyapunov-based guidance", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 29, No.2, 509-511.
- [8] Moon, J., Kim, K. and Kim, J., 2001, "Design of missile Guidance law via variable structure control", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 24, No.4, 659-664.



شکل ۱۰: شتاب جانبی اعمال شده به رهگیر در سناریوی دوم



شکل ۱۱: سرعت نزدیک شونده گی رهگیر به هدف در سناریوی دوم



شکل ۱۲: نرخ چرخش خط دید در سناریوی دوم

جدول ۲: مقایسه مشخصات بدست آمده توسط قانون هدایت جدید و هدایت

تناسبی در سناریوی دوم

فاصله از دست دهی	زمان اتمام شبیه سازی (ثانیه)	تناسبی
۵۳۰ (متر)	۱۸/۶۷	ناوبری تناسبی
صفر	۲۱/۵	تناسبی-انتهگالی

- [15] Shtesell, Y.B and Shkolnikov, I.A., 2003 "Integrated guidance and control of advanced interceptors using second order sliding modes", *Proceeding of 42nd IEEE Conference on Decision and Control*, Maui, Hawaii, USA, 4587-4592.
- [16] Gurfil, P., Jodorkovsky, M. and Guelman, M., 2001, "Neoclassical Guidance for homing missiles", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 24, No.3, 452-459.
- [17] Gurfil, P., 2003, "Zero-miss-distance guidance law based on line-of-sight rate measurement only", *Control Engineering Practice*, Vol. 11, 819-832.
- [18] Gurfil, P., Jodorkovsky, M., and Guelman, M., 1998, "Finite Time Stability Approach to Proportional Navigation Systems Analysis", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 21, No. 6, 853-861.
- [19] Curran, P.F., 1993, "Proof of the circle criterion for state space systems via quadratic Lyapunov functions — Part 2", *International Journal of Control*, Vol. 57, No. 4, 957-9691.
- [20] حیرانی نویری، جعفر، ۱۳۸۱، "نگرش نوین به هندسه درگیری با الهام از هدایت ناویری تناسبی"، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی.
- [9] Zhou, D., and Sun, S., 2009 "Guidance Laws with Finite Time Convergence", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 32, No. 6, 1838-1846.
- [10] محمدزمان. ایمان، مومنی، حمیدرضا. ۱۳۸۷، "طراحی قانون هدایت جدید به منظور مقابله با اهداف مانوردار"، شانزدهمین کنفرانس مهندسی برق/ایران، دانشگاه تربیت مدرس، ۴۰-۴۷.
- [11] Shima, T., Idan, M. and Golan, O.M., 2006, "Sliding mode control for integrated missile autopilot guidance," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol.29, No.2, 250-260.
- [12] Lum, K.Y., Xu, J.X, Abidi, K. and Xu, H., 2008, "Sliding Mode Guidance Law for Delayed LOS Rate Measurement," *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, Honolulu, Hawaii.
- [13] Koren, A., Idan, M. and Golan, O.M., 2008, "Integrated Sliding Mode Guidance and Control for a Missile with On-Off Actuators," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 31, No.1, 204-214.
- [14] Shtesell, Y.B and Tournes, C.H., 2009, "Integrated Higher-Order Sliding Mode Guidance and Autopilot for Dual-Control Missiles," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 32, No. 6, 1838-1846.

جابجایی اجسام ظریف دوبعدی بوسیله یک پنجه با دو انگشت سه‌بندی

حبیب احمدی^۱، جعفر صدیق^۲

^۱ دانشجوی دکتری، دانشکده مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان habibahmadif@gmail.com

^۲ استادیار، دانشکده مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، mjsadigh@cc.iut.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۸۹/۴/۲۷، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۸۹/۶/۱۵)

چکیده: گرفتن و جابجایی اجسام ظریف توسط ربات‌ها نیازمند الگوریتم کنترلی پیشرفته‌ای است تا موجب شود جسم با اعمال حداقل نیروی عمودی مهار شود. گرچه تا کنون الگوریتم‌های متعددی برای گرفتن اجسام توسط دست چند انگشتی ارائه شده‌است لیکن موضوع گرفتن اجسام ظریف و جابجایی آنها توسط انگشتان که نیازمند امکان کنترل موقعیت در راستای اعمال نیرو است موضوعی است که تا کنون راه حلی برای آن ارائه نشده‌است. به عبارت دیگر عمده الگوریتم‌های کنترل نیرو-موقعیت که تا کنون معرفی شده‌اند فضای کار را به دو زیر فضا تقسیم کرده و در یک زیرفضا موقعیت و در زیرفضای دیگر نیرو را کنترل می‌نمایند. این مقاله الگوریتم کنترلی جدیدی ارائه می‌نماید که برای نگهداری جسم با حداقل نیرو، تنها بر مبنای اندازه‌گیری نیروهای تماسی بین نوک انگشت و جسم جابجا شونده عمل می‌نماید. با توجه به ساختار کنترلر پیشنهادی و وابستگی آن به اطلاع از ضریب اصطکاک روش تخمین ضریب اصطکاک بر مبنای اندازه‌گیری صرف نیروهای تماسی ارائه شده‌است. کارایی کنترلر با ارائه شبیه‌سازی عددی بر اساس مدل دینامیکی کامل اصطکاک کولمبی در فازهای مختلف لغزش و عدم لغزش برای حرکت جسم توسط میج و انگشتان مورد بررسی قرار گرفته‌است.

کلمات کلیدی: گرفتن ایمن، اصطکاک چندفازی، دست چندانگشته، جابجایی و کنترلر.

Safe Grasping and Manipulation of Delicate Object by a Two Fingers Dexterous Hand

Habib Ahmadi, Jafar Sadigh

Abstract: Safe grasping and handling delicate object with fingertips need a sophisticated control algorithm capable of position and force control in one direction. Most of position-force control algorithms proposed so far divide the work space of manipulators into two subspace and control position in one subspace and force in the other one. Meanwhile, for safe grasping purpose we should apply force at minimum necessary level which itself is not a known quantity during motion, so the desired value of normal force is not known beforehand. This paper propose a new position-force algorithm and employ that to accomplish pinching and moving delicate object with two multi-link fingers. Performance issues and parameters robustness with respect to friction coefficient is also addressed. Several numerical examples are provided to show versatility of the proposed method.

Keywords: Safe Grasping, Multi-phase Friction, Dexterous Hand, Fine Manipulation and Controller.

۱- مقدمه

همزمان با توسعه و خودکارسازی سیستم‌های رباتیک، پدیده گرفتن اهمیت زیادی پیدا کرده و توجه بیشتری به آن معطوف شده است. گرفتن و نگهداری اجسام ظریفی چون لیوان آب توسط پنجه ربات، مفهوم گرفتن ایمن را روشن می‌سازد. برای این منظور، وقتی ربات جسم را گرفته و جایجا می‌نماید، بایستی به طریقی مناسب و با اعمال حداقل نیرو برای اجتناب از شکستگی و یا تغییر شکل جسم، از سر خوردن آن جلوگیری کرده و به‌طور پایدار آن را جایجا کند. بنابراین با توجه به مطالب فوق اگر مفهوم گرفتن ایمن را به معنی ممانعت از رها شدن جسم و در عین حال جلوگیری از صدمه رسیدن به آن در نظر بگیریم، مشخص می‌شود که جسم باید توسط ربات با حداقل نیروی فشاری ممکن گرفته شود و این موضوع به معنی امکان لغزش جسم در پاره‌ای از زمان‌ها در طی حرکت خواهد بود.

در دو دهه اخیر تحقیقات بسیاری در حوزه گرفتن و جایجایی اجسام با استفاده از سنسورهای لامسی انجام شده است. دو دسته از تحقیقات در این حوزه قابل ملاحظه می‌باشند، که مورد اول آن، شناسایی لغزش جسم و مورد دوم، کنترل نیرویی انگشتان است. تعدادی از محققین روی موضوع شناسایی لغزش مطالعه نموده‌اند [۱-۵]، غالب این محققین با استفاده از یک آرایه حسگر نیرویی که بوسیله یک لایه از ماده پیزوالکتریک پوشانده شده، جایجایی نسبی را محاسبه نموده و همچنین با اندازه‌گیری و محاسبه فرکانس دانسته انرژی غالب برای نیروهای اندازه‌گیری شده، آستانه لغزش را مشخص می‌نمایند. مرور نتایج فوق مبین این است که در حال حاضر، اندازه‌گیری نیروهای تماسی و نیز کشف آستانه لغزش با دقت خوبی قابل انجام می‌باشد. هر چند در این حوزه هنوز مشکل ابعاد سنسورها برای استفاده در انگشتان ظریف خودنمایی می‌کند.

از سوی دیگر تعدادی از محققین نیز در مورد کنترل نیرو برای گرفتن مطالعه نموده‌اند که به عنوان مثال می‌توان به تحقیقات جازی و همکاران [۶]، ناکازاوا و همکاران [۷]، لویز و همکاران [۸] و آریموتو [۹] اشاره نمود. در غالب این تحقیقات هدف صرفاً جلوگیری از لغزش بوده و کنترل نیروی عمودی در حداقل، مورد توجه نبوده است. برخی از محققین نیز تحقیقات خود را معطوف به حداقل سازی نیروی لازم برای عمل گرفتن نموده‌اند که از آن میان می‌توان به تحقیقات الکالاف [۱۰]، باس و همکاران [۱۱] لی و همکاران [۱۲]، هاسگاو و همکاران [۱۳]، ترینکل و همکاران [۱۴] و هان و همکاران [۱۵] اشاره نمود. غالب این تحقیقات متکی به روش بهینه‌سازی عددی بوده که برای پیاده‌سازی

برخط مناسب به نظر نمی‌رسند. به علاوه در عمده این روش‌ها اطلاع از جرم و توزیع جرم نیز برای بکارگیری روش پیشنهادی یک الزام است. تعدادی از محققین نیز به بررسی امکان تخمین ضریب اصطکاک در اجسام لغزنده پرداخته‌اند که از آن جمله می‌توان به کار ترمبلی و همکاران [۱۶] و مانتو [۱۷] اشاره نمود. روش‌های ارائه شده عمدتاً متکی به اندازه‌گیری شتاب و یا سرعت نسبی بوده که اندازه‌گیری آنها کار ساده‌ای نخواهد بود. صدیق و احمدی [۱۸] و [۱۹] با ارائه الگوریتمی در این خصوص روش کنترل و تخمین ضریب اصطکاک را به گونه‌ای پیشنهاد کردند که تنها نیازمند اندازه‌گیری نیروی عمودی و اصطکاک است.

در برخی از کاربردهای رباتیک مثل مونتاژ، سنگ‌زنی و گرفتن اشیاء علاوه بر اینکه نیاز است ربات مسیر مطلوبی را طی نماید، لازم است نیروی مطلوبی را نیز به محیط وارد نماید. چنین کاربردهایی نیازمند یک الگوریتم کنترل همزمان نیرو و موقعیت است. این موضوع اولین بار توسط ریبرت و اسپانگ [۲۰] مورد بررسی قرار گرفت. در ادامه مک‌کالی‌مورچ و وانگ [۲۱] الگوریتم کنترلی را بر مبنای یک دسته معادلات کاهش مرتبه یافته بر مبنای حرکت مقید پنجه ربات ارائه نمودند. هوگان [۲۲] و اندرسون و اسپانگ [۲۳] تعاملات محیطی مختلف را تحت عنوان انواع امیداندس معرفی کرده و با توجه به نوع امیداندس محیطی، استراتژی متناسب کنترل نیرویی را معرفی نمودند. در سال‌های اخیر محققین دیگری [۲۴-۲۷] در خصوص الگوریتم‌های مختلف وفقی کنترل موقعیت نیرو تحقیق کرده‌اند. غالب تحقیقات مطرح در خصوص کنترل نیرو- موقعیت بر مبنای تقسیم فضای کار به دو زیرفضا و کنترل موقعیت در یکی و کنترل نیرو در دیگری طراحی شده‌اند و امکان کنترل همزمان نیرو و موقعیت در یک راستای واحد را ندارند.

بررسی دقیق‌تر مقالات نشان می‌دهد در بسیاری از موارد، محققین از فرض تک‌فازی یا به عبارتی مدل ساده شده اصطکاکی برای مدل- سازی بهره می‌گیرند. در پاره‌ای از موارد، استفاده از این مدل ساده شده اصطکاک باعث می‌شود کنترل‌های مبتنی بر اندازه‌گیری و بازخورد اطلاعات حرکت نسبی، توانایی خوبی در کاهش نیروی عمودی از خود نشان دهند. صدیق و احمدی [۱۸] و [۱۹] نشان دادند این نوع کنترل‌ها که با استفاده از مدل ساده اصطکاکی، قادر به ارائه نتایج مطلوبی بود با استفاده از مدل واقعی اصطکاک چندفازی نتایج مطلوبی را به دست نمی‌دهند. بطور مثال آنها نشان دادند که نتایج ارائه شده توسط گلاسار و آسپراگاتوس [۵] در خصوص کاهش نیروی عمودی به خاطر خطایی است که در اثر ساده‌سازی روی مدل اصطکاکی کولمب رخ داده است.

سرعت نسبی بین جسم و انگشتان ربات مزیت مهمی محسوب می‌گردد. با توجه به وابستگی عملکرد کنترلر ارائه شده به ضریب اصطکاک، تخمین‌گر لازم برای محاسبه ضریب اصطکاک نیز بر مبنای اندازه‌گیری نیروهای تماسی ارائه شده‌است.

در ادامه، ابتدا مدل‌سازی دینامیکی برای یک زنجیره سری جهت جابجایی یک جسم روی سطح قائم انجام شده است. سپس، کنترلر مورد نیاز برای گرفتن ایمن جسم و جابجایی آن در یک مسیر مطلوب ارائه گردیده است. در بخش‌های بعدی نیز روش تخمین پارامترهای کنترلر، تخمین‌گر ضریب اصطکاک و در نهایت نتایج شبیه‌سازی جهت اثبات کارایی کنترلر ارائه شده‌اند.

۲- مدل‌سازی دینامیکی

مسئله مورد مطالعه در این مقاله تشکیل شده از یک دست دو انگشته مطابق شکل (۱-ا) که قرار است جسمی را در حین حرکت میج و پنجه بصورت ایمن نگه دارد، یعنی اینکه با اعمال حداقل نیروی عمودی جسم را در مسیر مورد نظر توسط پنجه حرکت دهد. انگشتان ربات دارای سه لینک بوده و دارای مفاصل چرخشی هستند. سیستم مشتمل بر زنجیره‌ها مطابق شکل (۱-ا) در صفحه $X-Y$ قرار داشته و جسم را در داخل صفحه و در راستای محور Y و یا X حمل می‌نمایند. علاوه‌براین میج نیز می‌تواند جسم و زنجیره را در صفحه $Y-Z$ جابجا نماید. لازم بذکر است که فرض می‌شود انگشتان و جسم از تقارن کامل برخوردار بوده و امتداد خط اثر نیروی عمودی انگشتان از مرکز جرم می‌گذرد^۱. با توجه به فروض فوق جسم فقط دارای سه درجه آزادی انتقالی خواهد بود و امکان دوران نخواهد داشت.

علاوه بر این در تحلیل و بررسی مسئله فرضهای ذیل برای سیستم فوق در نظر گرفته شده است:

۱. سطح مقطع اجسام گرفته شده یکنواخت بوده به نحوی که در اثر لغزش سطح مقطع ناحیه گرفته شده تغییر نمی‌کند.

از سوی دیگر لغزش و سرعت نسبی بین جسم و گیربر در بسیاری از تحقیقات فوق به عنوان ورودی در نظر گرفته شده‌است که این کمیات به راحتی قابل اندازه‌گیری نیستند. صدیق و احمدی [۱۸] و [۱۹] با ارائه کنترلری که صرفاً بر پایه بازخوردهای نیروی عمودی و اصطکاکی استوار است نتایج خوبی را در جلوگیری از لغزش و کاهش نیرو به حداقل مقدار ممکن در فرآیند گرفتن توسط یک گیربر دارای فک موازی ارائه نمودند. این الگوریتم نقش کلیدی در مطالعه حاضر ایفا نموده و به عنوان بخشی از الگوریتم کنترلی معرفی شده در این مقاله وظیفه تنظیم نیروی عمودی اعمالی از طریق نوک انگشت را به عهده دارد.

انگیزه اصلی تحقیق حاضر ارائه الگوریتم کنترلی است که به کمک آن بتوان یک جسم ظریف را مهار نموده و توسط نوک انگشتان جابجا نمود. نامعین بودن میزان نیروی عمودی لازم از یک سو و الزام کاهش آن به حداقل مطلوب از سوی دیگر و نیز لزوم کنترل نیرو در راستای جابجایی نوک انگشت دو چالش اصلی برای برآورده نمودن هدف تحقیق حاضر محسوب می‌شود. حل این مسئله مستلزم معرفی الگوریتم کنترلی است که دارای خواص زیر باشد:

قادر باشد نیروی مناسب را در هر راستای دلخواه به جسم اعمال نموده و در عین حال قابلیت کنترل جابجایی را نیز در تمامی امتدادها داشته باشد.

قادر به تامین نیروی عمودی لازم برای تامین اصطکاک کافی برای حفظ تعادل جسم باشد به نحوی که مقدار این نیروی عمودی همواره در حداقل ممکن حفظ شود.

خواسته اول از طریق معرفی یک کنترلر سه جزئی مدار بسته موقعیت-مدار باز نیرو که با یک جزء تنظیم‌کننده نیروی عمود بر سطح تقویت شده [۲۸] برآورده می‌شود. برای تامین خواسته دوم لازم است توجه کنیم که اولاً برای حل این مسئله مقدار نیروی عمودی مطلوب نامشخص است و ثانیاً مقدار نیروی اصطکاک نیز یک کمیت نامعلوم است و به این جهت استفاده از الگوریتم‌های معمول کنترل نیرو که لازمه آنها اطلاع از مقدار نیروی مطلوب است، در اینجا امکان‌پذیر نیست. با توجه به خواسته مسئله مبنی بر اعمال نیروی عمودی در حد کفایت برای تامین اصطکاک لازم و با الهام‌گیری از کنترلر معرفی شده توسط صدیق و احمدی [۲۹] کنترلی پیشنهاد شده که مقدار نیروی عمودی را در حداقل لازم برای جلوگیری از لغزش تامین می‌نماید. این کنترلر صرفاً نیازمند اندازه‌گیری نیروی اصطکاکی و عمودی بین جسم و گیربر است که با توجه به مشکلات عملی اندازه‌گیری لغزش و

^۱ عبور خط اثر نیروی عمودی از مرکز جرم شرط گرفتن متعادل یک جسم در صفحه قائم به حساب می‌آید. این پدیده در رفتار انسان نیز در هنگام گرفتن اشیاء مشاهده می‌شود و اعمال آن معمولاً از طریق آموزش و حدس نقطه مناسب گرفتن برای هر شیئی ممکن می‌گردد. البته در مورد اشیاء کوچک مثل یک خودکار که توسط نوک انگشتان گرفته می‌شود این شرط به سادگی ارضاء می‌شود.

که در معادله فوق l ، $M_i(3 \times 3)$ ، $h_i(3 \times 1)$ و $J_i(3 \times 2)$ به ترتیب اندیس نشان‌دهنده انگشت سمت چپ، اندیس نشان‌دهنده انگشت سمت راست، ماتریس اینرسی، بردار ثقلی-سانتریفوژ-کوریولیس و ماتریس ژاکوبین سرعت پنجه در راستای اعمال نیروهای عمود بر سطح و اصطکاک برای زنجیره‌های سمت راست و چپ می‌باشند. در ضمن $\tau_l = [\tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3]^T$ و $\tau_r = [\tau_4 \ \tau_5 \ \tau_6]^T$ بردار گشتاور مفاصل، $q_l = [q_1 \ q_2 \ q_3]^T$ ، $q_r = [q_4 \ q_5 \ q_6]^T$ و $F_l = [N_l \ f_{ly}]^T$ و $F_r = [N_r \ f_{ry}]^T$ بردارهایی در صفحه X- γ می‌باشند. لازم بذکر است N_l و N_r نیروی عمودی اعمالی بر جسم از طرف انگشتان چپ و راست و همچنین f_{ly} و f_{ry} نیروی اصطکاکی در نقاط تماس و در راستای γ هستند. در اینجا توجه به این نکته لازم است که علی‌رغم اعمال مولفه‌های نیروی اصطکاک در راستای Z به نوک انگشت، بدلیل انحصار حرکت انگشتان در صفحه X- γ مولفه Z نیروی اصطکاک در معادلات حرکت انگشت ظاهر نمی‌شود. در ضمن با توجه به فرض حرکت متقارن سیستم، تنها سه درجه آزادی x_0 ، y_0 و z_0 را برای جسم در نظر می‌گیریم، زیرا در این حالت با توجه به فرض‌های مسئله جسم فاقد چرخش در نظر گرفته شده‌است. بنابراین معادلات حرکت جسم را می‌توان بصورت زیر نمایش داد.

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_0 \\ \ddot{y}_0 \\ \ddot{z}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_l - N_r \\ 2f_y \\ 2f_z - w \end{bmatrix} \quad (2)$$

که در معادله فوق f_y و f_z نشان‌دهنده مولفه نیروی اصطکاکی اعمالی بر هر یک از سطوح سمت چپ و راست جسم در راستای محورهای Z و γ هستند و w و m معرف وزن و جرم جسم هستند.

معادلات (۱) و (۲) شامل ۹ معادله و ۱۳ مجهول q_1 ، q_2 ، q_3 ، q_4 ، q_5 ، q_6 ، x_0 ، y_0 ، z_0 ، N_l ، N_r ، f_y و f_z هستند. برای حل این معادلات با توجه به تعداد بیشتر مجهولات نیاز به معادلات دیگری است که در ادامه ارائه می‌شوند. لازم به ذکر است این معادلات تکمیلی، برای بدست آوردن پارامترهای نیرویی خواهند بود، لذا در ادامه ابتدا معادلاتی را برای بدست آوردن نیروی عمودی بدست آورده و سپس به تشریح روش بدست آوردن نیروهای اصطکاکی خواهیم پرداخت.

۲. ضریب اصطکاک جسم و انگشت‌ها نامشخص اما محدوده آن معلوم است.

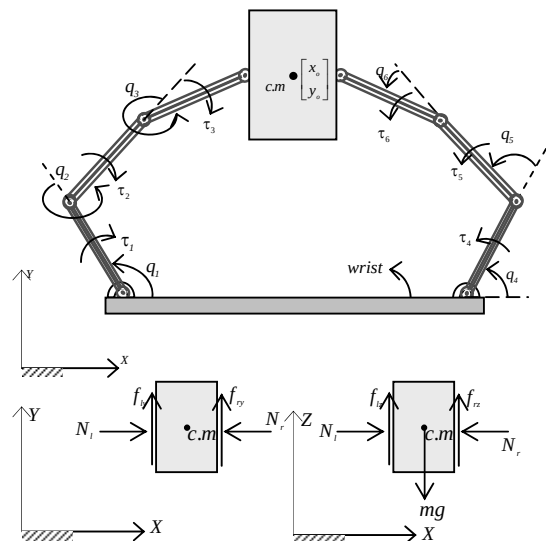
۳. جسم گرفته شده صلب است اما تماس انگشت و جسم بصورت الاستیک خطی در نظر گرفته می‌شود. این خاصیت الاستیک می‌تواند مجموعه‌ای از انعطاف‌پذیری موجود در انگشت و یا سطح تماس باشد که نهایتاً بعنوان یک فنر معادل‌سازی شده‌است.

۴. نیروی اصطکاکی و عمودی بین جسم و انگشت توسط سنسورهای لامسی تعبیه شده در انگشتان قابل اندازه‌گیری و یا محاسبه است.

۵. دوانگشت در صفحاتی موازی با صفحه X- γ حرکت نموده و راستای ثقلی در جهت محور Z می‌باشد.

۶. حرکت میج (بازو) حرکتی معلوم بوده و جزء درجات آزادی سیستم محسوب نمی‌شود.

۷. ضریب اصطکاک بین جسم و نوک انگشتان در دو طرف یکسان است.



شکل (۱) شماتیک سیستم مورد مطالعه و دیاگرام آزاد جسم گرفته شده

با توجه به فرض‌های فوق و با استفاده از روش لاگرانژ می‌توان معادلات انگشت و جسم را برای مسئله تعریف شده بدست آورد. با توجه به اینکه انگشتان تنها در صفحه X- γ حرکت می‌کنند (صرف‌نظر از حرکت کلی که سیستم به واسطه حرکت میج در راستای Z و γ دارد) سه درجه آزادی q_1 ، q_2 و q_3 را برای مفاصل انگشت سمت چپ و سه درجه آزادی q_4 ، q_5 و q_6 را برای مفاصل انگشت سمت راستی خواهیم داشت. معادله حرکت انگشتان به فرم کلی زیر قابل استخراج هستند [۳۰]:

$$M_i \ddot{q}_i + h_i = \tau_i - J_i^T F_i \quad , i = l, r \quad (1)$$

برای محاسبه نیروی عمودی با توجه به مطالب ارائه شده در مقدمه و نظر به فرض تقارن ($N = N_l = N_r$) معادله زیر را برای محاسبه نیروی عمودی خواهیم داشت:

$$N_l = N_r = N = k_e \delta \quad (۳)$$

در رابطه فوق k_e سختی معادل برای انعطاف پذیری سیستم مورد مطالعه بوده و δ که بیانگر میزان فشردگی انگشتان در فرآیند گرفتن است توسط رابطه زیر داده می‌شود:

$$\delta = x_r - x_l - b \quad (۴)$$

در رابطه فوق b عرض جسم بوده و x_l و x_r موقعیت سینماتیکی پنجه چپ و راست را در وضعیتی که مانعی سر راه حرکت پنجه نباشد، نشان می‌دهند.

باتوجه به اینکه هدف مسئله نگهداری جسم با اعمال حداقل نیرو است و با توجه به اینکه جسم در معرض مانورهای مختلف پنجه و میج قرار می‌گیرد وضعیت‌های مختلف حرکتی بین جسم و پنجه ایجاد می‌شود. این وضعیت‌ها شامل رهایی جسم، آستانه لغزش بین جسم و پنجه، لغزش بین آنها و در نهایت عدم لغزش بین جسم و پنجه می‌باشند. لازم بذکر است نیروی اصطکاکی ایجاد شده در هرکدام از این وضعیت‌ها متفاوت خواهد بود که در ادامه به نحوه بدست آوردن آنها اشاره می‌شود، لذا وضعیت‌های مختلف تماسی بین جسم و پنجه را می‌توان در دسته‌بندی‌های زیر لحاظ کرد:

الف) لغزش در نقاط تماس:

در صورت لغزش در نقاط تماس سرعت نسبی جسم نسبت به پنجه مخالف صفر خواهد بود که این شرط را می‌توان بصورت زیر بیان نمود:

$$|\mathbf{v}_r| = |\dot{\mathbf{y}}_r \mathbf{i} + \dot{\mathbf{z}}_r \mathbf{j}| > 0 \quad (۵)$$

در رابطه فوق $\mathbf{v}_r$ سرعت نسبی انگشتان نسبت به جسم و $\dot{\mathbf{y}}_r = \dot{\mathbf{y}}_g - \dot{\mathbf{y}}_o$ و $\dot{\mathbf{z}}_r = \dot{\mathbf{z}}_g - \dot{\mathbf{z}}_o$ بترتیب مولفه‌های آن در راستای محور Y و Z می‌باشند. لازم بذکر است $\dot{\mathbf{y}}_g$ و $\dot{\mathbf{z}}_g$ مولفه‌های سرعت انگشتان در راستای Y و Z هستند. شرط فوق به معنی وجود لغزش بین جسم و گیربر بوده و در نتیجه برآیند نیروهای اصطکاکی در هر سطح با استفاده از رابطه اصطکاک کولمبی یعنی μN بدست می‌آید که در دو طرف جسم برابر خواهد بود. حال برای اینکه بتوان مولفه‌های نیروی اصطکاکی را در جهات Y و Z بدست آورد باید به این نکته توجه کرد که بعلا وجود سرعت نسبی بین جسم و انگشتان، راستای نیروی اصطکاکی و سرعت نسبی در هر سمت هم‌ارز می‌باشد، لذا می‌توان مولفه‌های نیروی اصطکاک را با توجه به راستای مولفه‌های سرعت نسبی بدست آورد. بنابراین با توجه به اینکه $\dot{\mathbf{y}}_r = \dot{\mathbf{y}}_g - \dot{\mathbf{y}}_o$

$$f_y = -\dot{\mathbf{y}}_r / \sqrt{\dot{\mathbf{y}}_r^2 + \dot{\mathbf{z}}_r^2} \times |\mu N| \quad (۶)$$

$$f_z = -\dot{\mathbf{z}}_r / \sqrt{\dot{\mathbf{y}}_r^2 + \dot{\mathbf{z}}_r^2} \times |\mu N|$$

لازم بذکر است معادلات فوق با فرض تقارن حرکت دو انگشت در دو طرف بدست آمده‌است.

ب) عدم لغزش:

در حالتی که نیروی عمودی کافی جهت مهار جسم توسط پنجه اعمال شود، شتاب جسم با شتاب انگشتان برابر شده و در نتیجه هر حرکت پنجه مستقیماً به جسم اعمال می‌شود. بنابراین در این وضعیت دو قید زیر بر رفتار سیستم حاکم خواهد بود.

$$\begin{aligned} y_o &= y_g \\ z_o &= z_g \end{aligned} \quad (۷)$$

لذا با توجه به برقراری قیود فوق می‌توان شتاب جسم را بدست آورده و با لحاظ فرض تقارن در سیستم، معادلات حرکت جسم را برای بدست آوردن نیروهای اصطکاکی بکار برد.

ج) آستانه لغزش:

اگر شرط $|\mathbf{a}_r| = |\ddot{\mathbf{y}}_r \mathbf{i} + \ddot{\mathbf{z}}_r \mathbf{j}| \neq 0$ و $|\mathbf{v}_r| = |\dot{\mathbf{y}}_r \mathbf{i} + \dot{\mathbf{z}}_r \mathbf{j}| = 0$ برقرار باشد علی‌رغم سرعت نسبی صفر بین جسم و گیربر مجموع نیروهای اعمالی بر جسم از ظرفیت اصطکاکی در نقاط تماس بیشتر شده و با ایجاد یک شتاب نسبی، جسم را در آستانه لغزش قرار می‌دهد. در این وضعیت نیز رابطه اصطکاک کولمبی برای محاسبه نیروی اصطکاکی برقرار خواهد بود با این تفاوت که جهت و راستای آن با توجه به اینکه سرعت نسبی صفر است تابعی از شتاب جسم نسبت به انگشتان خواهد بود. با توجه به اینکه اندازه برآیند نیروی اصطکاکی در هر سطح برابر μN است، می‌توان نیروهای اصطکاکی f_y و f_z را با توجه به راستای شتاب نسبی بصورت زیر تعریف کرد:

$$f_y = \ddot{\mathbf{y}}_r / \sqrt{\ddot{\mathbf{y}}_r^2 + \ddot{\mathbf{z}}_r^2} \times |\mu N| \quad (۸)$$

$$f_z = \ddot{\mathbf{z}}_r / \sqrt{\ddot{\mathbf{y}}_r^2 + \ddot{\mathbf{z}}_r^2} \times |\mu N|$$

لازم به توضیح است، با توجه به اینکه فاز آستانه لغزش مرزی است بین فاز لغزش و عدم لغزش می‌توان این فاز را معادل با فاز عدم لغزش و یا لغزش فرض نمود، لذا هر دو دسته معادلات در فازهای فوق برای فاز آستانه لغزش نیز صادق خواهند بود. خلاصه مباحث فوق برای محاسبه نیروهای اصطکاکی در جدول (۱) آمده است. بنابراین با حل ۱۳ معادله

ترم اول رابطه فوق که یک کنترلر مدار بسته موقعیت به روش گشتاور محاسبه‌شده است وظیفه کنترل انگشت برای تعقیب مسیر مطلوب را به‌عهده دارد و بصورت زیر تعریف می‌شود [۳۰]:

$$\tau_p = B^{-1}(M\ddot{q}_d + M\dot{k}_v\dot{e} + M\dot{k}_p e + h) \quad (10)$$

در این رابطه، q_d نشان‌دهنده مسیر مطلوب انگشت بوده و $e = q_d - q$ ، k_p و k_v ماتریس‌های قطری ضرایب بهره تناسبی و مشتقی متناظر با متغیرهای مفصل می‌باشند. ترم دوم رابطه (۹)، یک کنترلر مدار باز برای تامین نیروی عمودی و اصطکاکی در نوک انگشت بوده و بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tau_F = B^{-1}J^T F \quad (11)$$

ترم‌های اول و دوم معادله (۹) برای کنترلر حلقه بسته موقعیت و کنترلر مدار باز نیرو استفاده می‌شود، این بدان مفهوم است که اگر مقدار نیروی مورد نظر با مقدار بازخورد شده برابر نباشد، کنترلر فوق قادر به ایجاد نیروی لازم برای نگهداری جسم نخواهد بود، بنابراین لازم است مقدار نیروی مورد نیاز در اینحالت توسط عبارت دیگری در کنترلر فوق که تابعی از اختلاف نیروی مورد نیاز در پنجه نسبت به مقدار مورد نظر آن است تامین شود، لذا ترم سوم معادله (۹) با الهام‌گیری از کنترلر نیرو-پایه معرفی شده توسط صدیق-احمدی [۱۹] برای تنظیم نیروی عمودی، جهت همگرا شدن آن به نیروی عمودی مطلوب جهت نگهداری ایمن جسم بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\hat{\tau} = B^{-1}J_1^T k_h (N_0 - (N - k_\mu |f| / \mu)) \quad (12)$$

که در آن، J_1^T ستون اول ماتریس ژاکوبین $J^T = [J_1^T \quad J_2^T]$ می‌باشد. در رابطه فوق، پارامتر N_0 همواره تمایلی ثابت برای حرکت نوک انگشتان به سمت دیواره جسم جهت فشردن و افزایش نیرو به سطح آن را ایجاد می‌کند و این تمایل در صورتی که N بزرگتر از $k_\mu |f| / \mu$ باشد، کاهش می‌یابد و اگر کوچکتر از آن باشد، افزایش می‌یابد. ترم $B^{-1}J_1^T k_h N_0$ موجود در کنترلر تمایلی ثابت برای افزایش نیروی عمودی-حرکت انگشتان به سمت دیواره جسم-ایجاد می‌نماید در حالی که ترم دوم آن یعنی $B^{-1}J_1^T k_h (N - k_\mu |f| / \mu)$ مادامیکه نیروی عمودی بیشتر از مقدار مورد نیاز باشد تمایلی برای کاهش نیروی عمودی-دور شدن انگشتان از دیواره جسم-ایجاد می‌نماید و این عمل تا زمان ایجاد نیروی عمودی مورد نیاز برای نگهداری و جلوگیری از لغزش جسم ادامه خواهد یافت. شکل (۲) نمودار بلوکی کنترلر پیشنهادی را ارائه می‌نماید:

شامل روابط (۱)، (۲) و (۳) و یکی از دسته معادلات (۶)، (۷) و یا (۸) با لحاظ فرض تقارن، می‌توان ۱۳ مجهول $q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, x_o, y_o, z_o, N_l, N_r, f_y$ و f_z را بطور همزمان بدست آورد.

۳- کنترلر هیبرید موقعیت-نیرو

با توجه به اینکه در مسئله تعریف شده جابجایی اجسام ظریف مد نظر می‌باشد، بحث ایمنی جسم در برابر نیروهای اعمالی بر آن و همچنین جلوگیری از لغزش یا سقوط جسم مطرح می‌شود، لذا در

جدول (۱) بدست آوردن رابطه لازم جهت تکمیل معادلات حرکت با توجه به

وضعیت‌های مختلف حرکتی

نیروی اصطکاک یا رابطه سینماتیکی مورد نیاز	شرایط تعویض بین مدهای حرکت	مود حرکت
$f_y = -\dot{y}_r / \sqrt{\dot{y}_r^2 + \dot{z}_r^2} \times \mu N $ $f_z = -\dot{z}_r / \sqrt{\dot{y}_r^2 + \dot{z}_r^2} \times \mu N $	$v_r = \dot{y}_r \mathbf{i} + \dot{z}_r \mathbf{j} \neq 0$	لغزش
$y_o = y_g$ $z_o = z_g$ $f_{ty} = f_{ry}$ $f_{tz} = f_{rz}$	$v_r = \dot{y}_r \mathbf{i} + \dot{z}_r \mathbf{j} = 0$ و $a_r = \ddot{y}_r \mathbf{i} + \ddot{z}_r \mathbf{j} = 0$	عدم لغزش
$f_y = \ddot{y}_r / \sqrt{\ddot{y}_r^2 + \ddot{z}_r^2} \times \mu N $ $f_z = \ddot{z}_r / \sqrt{\ddot{y}_r^2 + \ddot{z}_r^2} \times \mu N $	$v_r = \dot{y}_r \mathbf{i} + \dot{z}_r \mathbf{j} = 0$ و $a_r = \ddot{y}_r \mathbf{i} + \ddot{z}_r \mathbf{j} \neq 0$	آستانه لغزش

گرفتن ایمن نیاز به الگوریتمی است که مقدار نیروی عمودی را به نحوی تنظیم نماید که اولاً مانع لغزش شود و ثانیاً مقدار آن از حد مشخصی تجاوز ننماید و در حالت دائم نیز به حداقل مجاز کاهش یابد، این بدین معنی است که ما با یک مسئله گرفتن و جابجایی مواجه هستیم که در آن مقدار نیروی عمودی را نمی‌دانیم، از طرفی اندازه‌گیری مقدار لغزش و سرعت نسبی بین جسم و گیربر کار آسانی نیست و بنابراین برای گرفتن از فیدبک نیرو در کنترلر استفاده می‌کنیم. لذا در این قسمت، کنترلری پیشنهاد شده که با استفاده از آن، امکان حرکت جسم توسط حرکت نوک انگشت و کاهش نیروی عمودی اعمالی بر آن محقق می‌شود. در این راستا کنترلری ترکیبی به شکل زیر برای سیستم مورد بررسی پیشنهاد می‌شود:

$$\tau = \tau_p + \tau_F + \hat{\tau} \quad (9)$$

$$\ddot{N} / \Delta t = k_e (v - k_N (N - k_\mu |f| / \mu)) \quad (15)$$

که در رابطه فوق، Δt متوسط زمان فاصله دو اندازه‌گیری متوالی نیروی عمودی می‌باشد. با مقایسه دو معادله (۱۳) و (۱۵)، روابط زیر برای محاسبه پارامترهای کنترل ارائه شده در این مقاله (رابطه ۱۳) بر حسب پارامترهای کنترل ارائه شده توسط صدیق و احمدی (رابطه ۱۴) حاصل خواهد شد:

$$k_h = k_N k_e \Delta t \quad (16)$$

$$N_0 = v / k_N \quad (17)$$

بنابراین با توجه به روابط تخمین ارائه شده برای کنترل (۱۴) توسط صدیق و احمدی و نیز با توجه به روابط (۱۶) و (۱۷) و در نظر گرفتن مقدار 0.001 به عنوان یک مقدار متوسط برای Δt معادلات زیر برای تخمین اولیه پارامترهای کنترل پیشنهادی این مقاله بدست می‌آیند:

$$N_0 = ((k_\mu - 1)\bar{N}) / ((2\mu)(N_{pd} / \bar{N} - 1)) \quad (18)$$

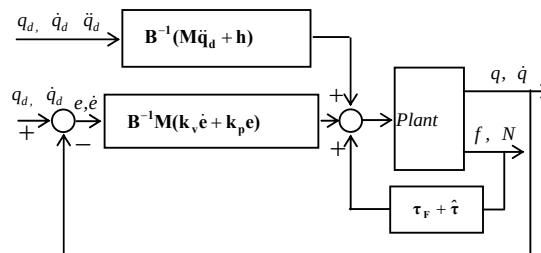
$$k_h = \sqrt{5} \times 0.001 \bar{N} / (2\sqrt{s_d} N_0) \quad (19)$$

$$k_\mu = (N_{fd} - N_0) / \bar{N} \quad (20)$$

که در روابط فوق، $\bar{N}$ بیانگر می‌نیم مقدار نیروی عمودی می‌باشد که می‌تواند با فرض ضریب اطمینان صفر جسم را در آستانه لغزش نگهداری نماید. همچنین در این روابط N_{pd} ، S_d و N_{fd} به ترتیب مقدار قله مطلوب برای نیروی عمودی، فاصله لغزش مطلوب و مقدار نیروی عمودی مطلوب در حالت پایدار حرکت و بدون شتاب است. اختلاف N_{fd} با $\bar{N}$ نشان‌دهنده حاشیه اطمینان نیروی عمودی است. جزئیات بیشتر در این خصوص در مرجع [۲۹] قابل تعقیب خواهد بود. لازم بذکر است که مقادیر پیشنهادی فوق تنها می‌توانند بعنوان مقادیر اولیه برای پارامترهای کنترل مورد استفاده قرار گیرند. مقدار مناسب پارامترها می‌بایست با توجه به جهت گیری رفتار سیستم بر حسب تغییر پارامترها در حین عمل (و یا شبیه سازی) تصحیح گردد.

۵- تخمین گر ضریب اصطکاک

همانطور که از ساختار معادله (۱۲) مشخص است، کنترل پیشنهادی تابعی از ضریب اصطکاک می‌باشد. ذکر این نکته لازم است که ضریب اصطکاک ذاتا مقداری است نامعلوم و از طریق آزمایش و با توجه به شرایط تعریف شده در محیط آزمایش بدست می‌آید. از طرفی تغییرات ضریب اصطکاک به لحاظ کاربردی در بعضی موارد از جمله مسائل سایشی و یا روانکاری و موارد مشابه، امری اجتناب‌ناپذیر می‌باشد. لازم به توضیح است که بررسی‌ها نشان داد کنترلر نسبت به تغییرات ضریب



شکل (۲) بلوک دیاگرام

۴- بررسی تاثیر پارامترها بر عملکرد کنترلر

همان‌طور که در قسمت قبلی توضیح داده‌شد، کنترلر ارائه شده توسط رابطه (۹) از سه قسمت اصلی تشکیل شده‌است. قسمت اول آن، که توسط رابطه (۱۰) بیان شده‌است، وظیفه تعقیب مسیر را دارد، قسمت دوم آن یعنی رابطه (۱۱)، یک کنترلر مدار باز برای تامین نیروی عمودی و اصطکاک اندازه‌گیری شده در نوک انگشت می‌باشد و قسمت آخر کنترلر برای جبران اختلاف نیروی عمودی اندازه‌گیری شده نسبت به نیروی عمودی مطلوب می‌باشد. بنابراین رابطه قسمت سوم کنترلر را می‌توان بصورت زیر بازنویسی نمود:

$$\begin{aligned} \hat{\tau} &= B^{-1} J_1^T k_h (N_0 - (N - k_\mu |f| / \mu)) \\ &= B^{-1} J_1^T \tilde{N} \end{aligned} \quad (13)$$

که در رابطه فوق، $\tilde{N}$ بیانگر اختلاف نیروی عمودی اندازه‌گیری شده نسبت به نیروی مطلوب می‌باشد. طبیعی است که عملکرد این کنترلر در کاهش $\tilde{N}$ به صفر، یعنی میل دادن مقدار نیروی عمودی به حداقل نیروی لازم، تابع انتخاب مناسب پارامترهای کنترلر مدار بسته فوق یعنی N_0 و k_μ خواهد بود. پارامترهای مهم عملکردی این کنترلر را می‌توان شامل مقدار حداکثر نیروی عمودی ایجاد شده در فرآیند گرفتن، حداکثر فاصله لغزش جسم نسبت به انگشت در طی فرآیند لغزش و مقدار خطای ماندگار نیروی عمودی نسبت به نیروی مطلوب دانست. برای ارائه تخمین‌های مناسب در خصوص پارامترهای کنترلر فوق و نحوه تاثیرگذاری آنها بر عملکرد سیستم از تخمین‌های ارائه شده توسط صدیق و احمدی [۲۹] استفاده شده‌است. صدیق و احمدی [۲۹] برای گرفتن ایمن جسم توسط یک گیربر فک-موازی، کنترلری به صورت زیر برای کنترل نیروی عمودی اعمالی به جسم، N معرفی نمودند:

$$\dot{N} = k_e (v - k_N (N - k_\mu |f| / \mu)) \quad (14)$$

رابطه (۱۴) را در یک بازه زمانی کوچک می‌توان بصورت زیر تقریب زد:

N_{i-1} نیز مقایسه شوند و فقط اگر این دو مقدار متفاوت باشند مقدار $\hat{\mu}$ با f_i / N_i به‌هنگام‌سازی شود.

در الگوریتم فوق $\hat{\mu}$ بهترین مقدار ارزیابی صورت گرفته تا پایان مرحله آم اندازه‌گیری را نشان می‌دهد. در واقع این مقدار در کنترلر مورد استفاده قرار می‌گیرد. از سوی دیگر $\hat{\mu}_i$ نشان‌دهنده بهترین ارزیابی ضریب اصطکاک در مرحله آم اندازه‌گیری است. منطق الگوریتم فوق این است که هرگاه لغزشی در سیستم رخ می‌دهد، سریعاً ضریب اصطکاک را محاسبه و برای استفاده در کنترلر آماده می‌نماید، لازم بذکر است با توجه به اینکه کنترلر نیرویی ارائه شده نیروی اعمالی را در حداقل خود نگه می‌دارد، هرگاه ضریب اصطکاک در مرحله‌ای از حرکت بطور اتفاقی و بر اثر عوامل مختلف مثل روانکاری کاهش یابد، سیستم دچار لغزش شده و با توجه به منطق ارائه شده برای الگوریتم تخمین ضریب اصطکاک، مقدار جدید ضریب اصطکاک مورد محاسبه قرار گرفته و ضریب اصطکاک بکار رفته در کنترلر بر اساس آن اصلاح می‌شود. جزئیات بیشتر در این خصوص در مرجع [۱۹] قابل تعقیب خواهد بود.

۶- صحت سنجی عملکرد کنترلر

همانطور که در بخش مدل‌سازی دینامیکی مطرح شد سیستم مورد مطالعه بر اثر حرکت مچ، حرکتی کلی در صفحه Y-Z داشته و حرکت توسط انگشتان، زنجیره‌ای سه‌بندی، محدود به صفحه X-Y می‌باشد. جهت بررسی دقیق‌تر حرکت‌های مختلف متصور برای سیستم و همچنین بررسی عملکرد کنترلر در فرآیند گرفتن و جایجایی جسم، شبیه‌سازی برای حالت‌های زیر صورت پذیرفته است:

الف- گرفتن جسمی که تنها تحت تاثیر وزن خود شروع به حرکت می‌کند. لازم بذکر است این حرکت برای جسم در راستای Z بوده و انگشتان برای اعمال نیروی عمودی در صفحه‌ای به موازات صفحه X-Y حرکت خواهند کرد.

ب- گرفتن و جایجایی جسم در مسیر مطلوب (در امتداد Y داخل صفحه X-Y) توسط انگشتان. در این حالت لغزش جسم در دو راستای Y و Z اتفاق می‌افتد.

ج- گرفتن و جایجایی جسم در مسیر مطلوب (در امتداد X داخل صفحه X-Y) توسط انگشتان. در این حالت کنترلر باید نیروی عمودی اعمالی و جایجایی نوک پنجه را در راستای X بصورت همزمان کنترل کند.

اصطکاک مقاوم نبوده و لذا برای داشتن عملکرد مطلوب، با الگوگیری از مقاله ارائه شده توسط صدیق و احمدی [۱۹] آنرا مجهز به الگوریتمی جهت تخمین مقدار صحیح ضریب اصطکاک می‌نمائیم. الگوریتمی که بدین منظور پیشنهاد می‌شود بر اساس خواص اصطکاک کولمبی پایه‌گذاری شده و با اندازه‌گیری نیروهای اصطکاک و عمودی، ضریب اصطکاک را محاسبه می‌نماید. طراحی این تخمین‌گر بر پایه دو واقعیت زیر استوار است:

۱- مقدار ضریب اصطکاک یک حد بالایی برای نسبت اصطکاک به نیروی عمودی است یعنی $\mu \geq f / N$

۲- در شرایط لغزش (و یا آستانه لغزش) نسبت f / N مستقل از هرگونه تغییر در نیروی عمودی ثابت می‌ماند و این ثابت برابر ضریب اصطکاک دینامیکی دو سطح است.

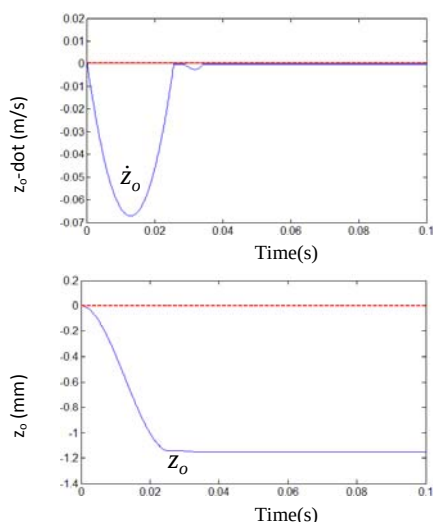
بر اساس دو اصل فوق الگوریتم زیر برای تخمین ضریب اصطکاک پیشنهاد می‌شود.

قدم اول: مقدار ضریب اصطکاک را بر اساس بهترین اطلاع خود از سیستم انتخاب می‌کنیم (با توجه به جنس و شرایط سطوح).

قدم دوم: در هر مرحله اندازه‌گیری نیروهای تماسی، بهترین مقدار ارزیابی شده تا مرحله قبل یعنی $\hat{\mu}$ را با مقدار f_i / N_i مقایسه می‌کنیم. اگر مقدار f_i / N_i بزرگتر یا مساوی $\hat{\mu}$ است، مقدار $\hat{\mu}$ را با f_i / N_i به‌هنگام می‌کنیم در غیر این صورت مقدار f_i / N_i را با مقدار f_{i-1} / N_{i-1} مقایسه می‌کنیم، اگر این دو مقدار متفاوت هستند به این معنی است که سیستم در حالت عدم لغزش است و لذا تغییری در مقدار $\hat{\mu}$ نمی‌دهیم. اما اگر دو مقدار مذکور تفاوت ندارند، این‌را می‌توان به عنوان لغزش تلقی نموده و بنابراین مقدار $\hat{\mu}$ را با f_i / N_i به‌هنگام نمود. در اینجا ذکر دو نکته نیز لازم است.

۱- اگر مقدار N_i در یک مرحله اندازه‌گیری برابر صفر باشد اطلاعات این مرحله اندازه‌گیری را در تخمین ضریب اصطکاک استفاده نمی‌کنیم.

۲- در حالت خاص که $f_{i-1} / N_{i-1} = f_i / N_i$ باشد و واقعا جسم در حال لغزش نباشد تخمین‌گر فوق به اشتباه ضریب اصطکاک را با f_i / N_i که کوچکتر از مقدار واقعی ضریب اصطکاک است به‌هنگام می‌کند. این اشتباه موجب می‌شود که گریپر جسم را با نیروی اضافه‌تر از مقدار واقعی نگهدارد که با خواسته گرفتن ایمن یعنی گرفتن با حداقل نیروی ممکن متناقض است. لذا لازم است این به‌هنگام‌سازی با دقت بیشتری صورت گیرد. به این منظور لازم است مقدار N_i و



شکل (۳) سرعت و موقعیت مطلق مرکز جرم جسم در راستای شتاب ثقل بخاطر اثر وزن جسم دچار لغزش شده‌است. لازم بذکر است این لغزش در حوالی $t = 0.05 \text{ Sec}$ به پایان رسیده و جسم توسط انگشتان مهار می‌شود. مقدار این لغزش مطابق شکل فوق حدود 1 mm می‌باشد. بطور خلاصه نتایج شکل فوق نشان می‌دهند که کنترلر قادر به مهار جسم بوده و از ادامه لغزش آن جلوگیری می‌نماید. نکته قابل توجه در این مثال اعمال نیروی عمودی تا حدود دو برابر مقدار حداقل مورد نیاز در زمان لغزش است که می‌تواند در پاره‌ای موارد نامطلوب باشد. صدیق و احمدی [۲۹] ضمن بررسی کامل رابطه عملکرد این کنترلر با پارامترهای آن نشان می‌دهند که این مقدار حداکثر با کاهش مقدار k_{μ} کاهش می‌یابد که البته این امر با هزینه افزایش زمان و مقدار لغزش صورت می‌پذیرد. به عنوان نمونه در مثال ذکر شده در مرجع فوق کاهش سی درصدی k_{μ} موجب کاهش سی درصدی نیروی عمودی و افزایش صد درصدی زمان لغزش شده‌است. این موضوع نشان می‌دهد که مشابه حالت گرفتن توسط انگشتان انسان در صورت وجود مقاومت لازم در جسم گرفته شده می‌توان انگشت‌ها را با نیروی بیشتر و سریع‌تر بست و مانع از لغزش شد و بر عکس این فرآیند برای اجسام ظریف‌تر باید آهسته‌تر انجام شده که در نتیجه آن مقدار لغزش قبل از مهار جسم بیشتر خواهد شد.

نتایج شکل (۴) که موقعیت مجازی نوک انگشت را در شرایط عدم تماس با جسم نشان می‌دهند، مبین حرکت انگشتان به سمت جسم در جهت مهار لغزش است. حرکت انگشتان در جهت ۷ مطابق شکل فوق نشان می‌دهد که حرکت در این راستا به خوبی کنترل شده و مقدار آن نزدیک صفر است. از سوی دیگر تقارن در دو طرف نیز در طی حرکت بهم نخورده است. شکل (۵) نشان می‌دهد که پنجه توانسته

د- گرفتن و جابجایی همزمان جسم در صفحه X-Y توسط انگشتان و در صفحه Y-Z توسط میج. در این مسئله نیز حرکت انگشتان برای اعمال نیروی عمودی در صفحه‌ای به موازات صفحه X-Y خواهد بود و لغزش جسم مجدداً در دو راستای Y و Z اتفاق می‌افتد. لازم بذکر است که مقادیر پارامترها در شبیه‌سازی مطابق با جدول (۲) لحاظ شده و فرض براین است که انگشتان در لحظه شروع حرکت، فشردگی نداشته و در تماس با جسم قرار داشته باشند. در ادامه نتایج شبیه‌سازی برای چهار مسئله فوق ارائه شده‌است.

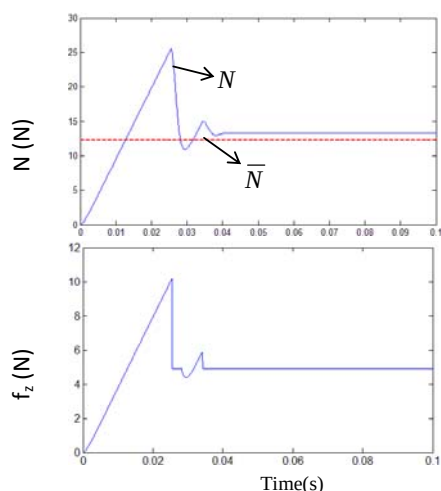
۶-۱ مهار لغزش جسم تحت تاثیر وزن

در بخش اول از شبیه‌سازی، عملکرد کنترلر در نگهداری جسمی

جدول (۲) مقادیر عددی پارامترهای مسئله مورد مطالعه

$m = 1 \text{ kg}$	جرم جسم
$I_o = 0.004 \text{ kgm}^2$	ممان اینرسی جرم
$\mu_{i,r} = 0.4$	ضریب اصطکاک دو سطح
$m_i = 0.01 \text{ kg}$, $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$	جرم اعضای زنجیره
$l_i = 0.2 \text{ m}$, $i = 1..6$	طول اعضا زنجیره
$I_i = 0.004 \text{ kgm}^2$, $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$	ممان اینرسی اعضا
$b = 0.1 \text{ m}$	عرض جسم
$k_e = 10000 \text{ N / m}$	سختی معادل سیستم
$k_p = 10$	بهره تناسبی در کنترلر
$k_v = 1000$	بهره مشتقی در کنترلر
$k_{\mu} = 1$	ضریب اطمینان نیروی عمودی در کنترلر
$k_h = 8$	بهره نیرویی در کنترلر
$N_0 = 1 \text{ N}$	مقدار ثابت نیرویی در کنترلر

که تحت تاثیر وزن خود در حال لغزش است مورد بررسی قرار می‌گیرد، نتایج مربوطه در شکل‌های (۳) تا (۵) ارائه شده‌است. همانطور که قبلاً اشاره شد در این قسمت از شبیه‌سازی هیچ حرکت از پیش تعریف شده‌ای برای میج و انگشتان در نظر گرفته نشده‌است، لذا در این حالت جسم تنها به خاطر اثر وزن خود در راستای Z حرکت کرده و هدف مورد نظر در اینجا جلوگیری از لغزش جسم بصورت ایمن می‌باشد. بدین منظور کنترلر بایستی انگشتان را به سمت جسم حرکت داده تا نیروی عمودی مناسب برای مهار لغزش جسم ایجاد شود. نتایج شکل (۳) مشخص می‌نماید که جسم در جهت Z و در ابتدای حرکت



شکل (۵) نیروهای تماسی در حرکت جسم تحت تاثیر وزن آن

گرچه موضوع اعمال نیروی عمودی لازم جهت مهار جسم قبل از توسط الگوریتم‌های دیگر به انجام رسیده و توسط سایر محققین گزارش شده لیکن موضوع کاهش نیروی عمودی پس از مهار کامل جسم که در اثر جزء سوم در رابطه کنترل به انجام می‌رسد سابقه کمتری دارد. صدیق و احمدی [۲۹] ضمن مقایسه نتایج الگوریتم‌های معمول با الگوریتم کاهش نیروی جزء سوم کنترلر، عدم موفقیت الگوریتم‌هایی که بر پایه بازخورد از سرعت و شتاب نسبی برای جلوگیری از لغزش پایه‌گذاری شده‌اند را در کاهش نیروی عمودی نشان داده‌اند.

۶-۲ مهار جسم و جایجایی آن توسط حرکت انگشتان در

امتداد محور Y

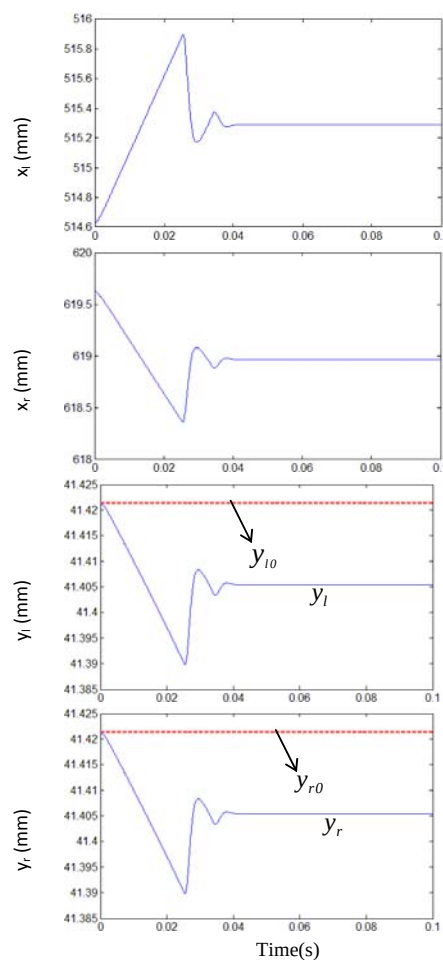
در این قسمت از شبیه‌سازی عملکرد کنترلر در گرفتن جسم برای جایجایی توسط انگشت در صفحه X-Y مورد بررسی قرار می‌گیرد. لازم بذکر است در اینجا فرض بر این است که میچ دارای مانور حرکتی نبوده و تنها اثر جایجایی توسط انگشت مورد بررسی قرار می‌گیرد. فرض می‌کنیم که انگشتان بخواهند جسم را در مسیر زیر حرکت دهند:

$$\bar{y}_0 = \begin{cases} 0.4146 - 0.3732 \cos(\pi/2) & t < 0.2 \\ 0.0597 & t > 0.2 \end{cases} \quad (21)$$

$$\bar{x}_0 = 0.5671$$

در رابطه فوق $\bar{y}_0$ و $\bar{x}_0$ مسیر مطلوب را برای جایجایی جسم توسط انگشتان نشان می‌دهند، نتایج شبیه‌سازی در شکل‌های (۶) تا (۹) ارائه شده‌است. شکل (۶) نشان می‌دهد که جسم در ابتدای حرکت در

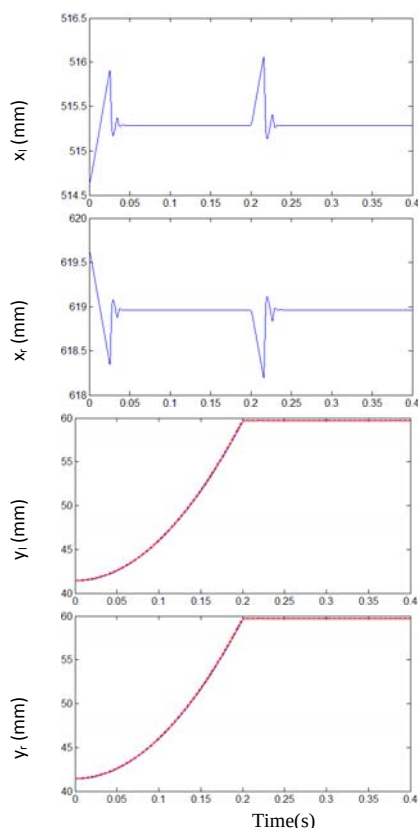
نیروی عمودی و اصطکاکی مورد نظر را جهت نگهداری جسم تامین و آن را تا حداقل مورد نیاز کاهش دهد. لازم بذکر است خطای ماندگار نیروی عمودی نهایی نسبت به حداقل مورد نیاز آن که در شکل با منحنی خط چین نمایش داده شده‌است بخاطر وجود ترم N_0 در کنترلر معرفی شده می‌باشد. این موضوع به این دلیل است که ترم سوم کنترلر در وضعیت پایدار باعث می‌شود نیروی عمودی به سمت $N_0 + k_\mu |f|/\mu$ میل نماید که این موضوع خطای ماندگار N_0 را نسبت به حالت مطلوب نیروی عمودی یعنی $k_\mu |f|/\mu$ ایجاد خواهد نمود. البته ترم N_0 به نوعی نقش ضریب اطمینان را برای نیروی عمودی بازی می‌کند تا بتواند جسم را با نیرویی بالاتر از حد آستانه لغزش نگهداری نماید.



شکل (۶) موقعیت انگشتان در حرکت جسم تحت تاثیر وزن آن

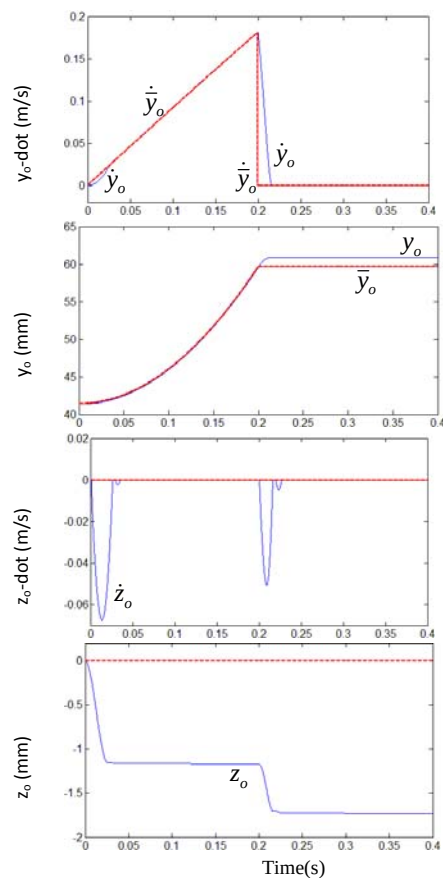
که راستای ثقلی در جهت Z بوده و زمانیکه جسم در راستای Y شروع به لغزش نمود بخاطر وجود شتاب ثقل در راستای Z نیز حرکت خواهد کرد، مطابق شکل فوق میزان این لغزش در جهت Z حدود 1.75mm در انتهای مسیر می‌باشد. نتایج شکل (۷) نشان می‌دهند که انگشتان چپ و راست برای ایجاد نیروی عمودی و مهار لغزش در راستای عمود بر سطح یعنی جهت X حرکت کرده و فشردگی لازم را در سیستم ایجاد نموده و مسیر مطلوب را در راستای Y تعقیب نموده‌اند، لازم بذکر است در شکل‌های فوق مسیر مطلوب و مسیر انگشتان تقریباً روی هم قرار گرفته‌اند. نتایج شکل (۸) تغییرات نیروی اصطکاکی را در راستای Y و Z نمایش می‌دهد، بررسی شکل فوق نشان می‌دهد که در انتهای مسیر نیروی اصطکاکی تنها در راستای Z مقدار دارد. دلیل این موضوع حذف شتاب‌های ناشی از مانور حرکتی در در راستای Y می‌باشد. نتایج شکل (۹) نیز نشان می‌دهد که بعد از مهار لغزش توسط انگشت نیروی عمودی تا حداقل مورد نیاز خود جهت نگهداری جسم

اثر جابجایی در جهت Y توسط انگشتان و همچنین صفر شدن سرعت مطلوب در $t = 0.2\text{Sec}$ دچار لغزش شده‌است، لازم بذکر است این لغزش با اعمال نیروی عمودی بر جسم مهار شده و مطابق شکل فوق سرعت انگشتان به خوبی توسط سرعت جسم تعقیب شده‌است. لازم بذکر است میزان لغزش جسم یا خطای تعقیب مسیر توسط جسم مطابق با شکل فوق حدود 1.5mm در انتهای مسیر می‌باشد. یادآوری این نکته ضروری است که وظیفه کنترل پیشنهادی در این مقاله گرفتن و جابجایی جسم توسط انگشتان است و لذا این کنترلر قادر به جبران خطای ناشی از لغزش جسم نخواهد بود. هرچند این خطا را می‌توان به سادگی با افزودن یک ترم تنظیم‌گر^۱ به کنترلر بازو جبران نمود. همچنین بررسی شکل فوق نشان می‌دهد که لغزش در راستای Y باعث ایجاد لغزشی در جهت Z نیز شده است. این موضوع به این دلیل است



شکل (۷) موقعیت نوک انگشتان چپ و راست در مانور حرکت جسم توسط انگشتان در

امتداد محور Y



شکل (۶) موقعیت و سرعت جسم در مانور حرکت آن توسط انگشتان در امتداد محور Y)

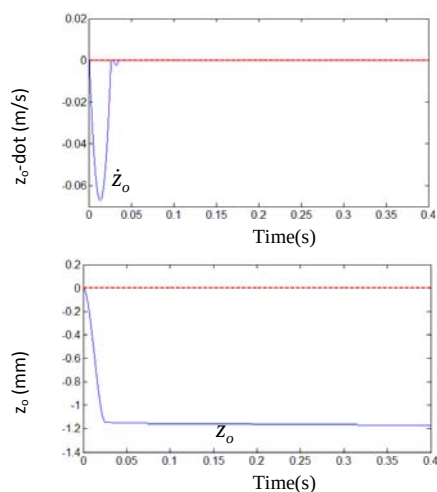
مقادیر مطلوب بصورت خط چین و مقادیر واقعی با خطوط پر نشان داده شده‌اند

¹ reset

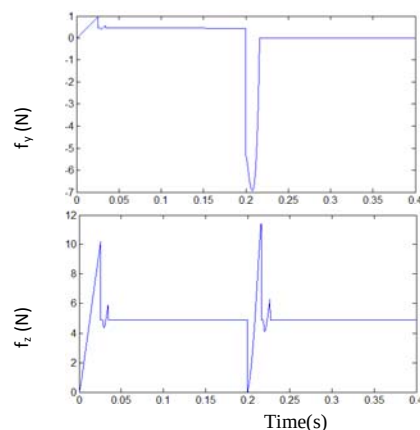
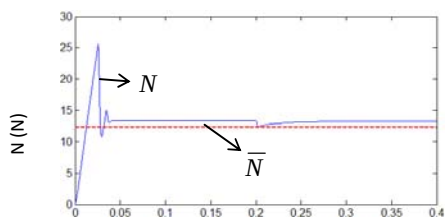
$$\bar{x}_0 = \begin{cases} 0.6652 - 0.1\cos(\pi/2) & t < 0.2 \\ 0.5701 & t > 0.2 \end{cases} \quad (22)$$

$$\bar{y}_0 = 0.0414$$

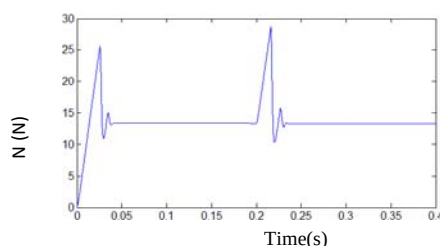
در رابطه فوق $\bar{x}_0$ و $\bar{y}_0$ مسیر مطلوب برای جابجایی جسم توسط انگشتان را نشان می‌دهند، نتایج شبیه‌سازی در شکل‌های (۱۰) تا (۱۲) ارائه شده‌است. شکل (۱۰) نشان می‌دهد که جسم در ابتدای حرکت تحت اثر وزن خود در جهت Z دچار لغزش شده‌است، لازم بذکر است این لغزش با اعمال نیروی عمودی بر جسم مهار شده و مطابق شکل فوق سرعت انگشت به خوبی توسط سرعت جسم تعقیب شده‌است. بررسی این شکل نشان می‌دهد که حرکت در راستای X باعث ایجاد لغزشی در جهت Z شده‌است. این موضوع به این دلیل است که راستای ثقلی در جهت Z بوده و زمانیکه جسم در راستای X شروع به حرکت می‌نماید، بخاطر وجود شتاب ثقل در راستای Z نیز حرکت خواهد کرد، میزان این لغزش در جهت Z حدود 1.2mm در انتهای مسیر می‌باشد. بررسی نتایج شکل (۱۱) نشان می‌دهد که بعد از مهار لغزش توسط انگشت نیروی عمودی تا حداقل مورد نیاز خود جهت نگهداری جسم کاهش یافته‌است و نیروی اصطکاکی مورد نظر را در راستای محور Z ایجاد نموده‌است.



شکل (۱۰) موقعیت و سرعت جسم (در مانور حرکت آن توسط انگشتان در راستای محور X)



شکل (۸) نیروهای تماسی در مانور حرکت جسم توسط انگشتان در امتداد محور Y



شکل (۹) نیروی عمود بر سطح در مانور حرکت جسم توسط انگشتان در امتداد محور Y

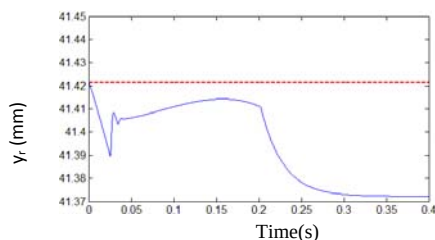
کاهش یافته‌است. بنابراین بطور خلاصه و با توجه به نتایج این بخش می‌توان گفت که کنترلر توانسته‌است جسم را با اعمال حداقل نیروی عمودی لازم مهار کرده و حرکت مورد نظر را به انجام رساند

۳-۶ مهار جسم و جابجایی آن توسط حرکت انگشتان در

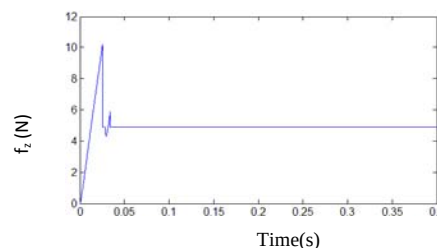
امتداد محور X

در این قسمت عملکرد کنترلر برای مهار جسم و جابجایی آن توسط انگشت در صفحه X-Y در راستای محور X مورد بررسی قرار می‌گیرد. لازم بذکر است در اینجا فرض بر این است که میج فاقد حرکت بوده و تنها اثر جابجایی توسط انگشتان مورد بررسی قرار می‌گیرد. این مانور به طور خاص توانایی کنترلر پیشنهادی را در کنترل همزمان موقعیت و نیرو در راستای محور X به اثبات می‌رساند. لازم بذکر است که حرکت در جهت X یک حرکت شبه ساکن^۱ فرض شده و یا به عبارتی از اثر شتاب در جهت X بر اختلاف نیروی عمودی دو طرف که می‌تواند موجب اختلاف نیروی اصطکاک شده و موجب دوران جسم گردد صرف‌نظر شده‌است. مسیر مطلوب حرکت جسم عبارت است از:

^۱ quasi static



شکل (۱۲) موقعیت انگشت در مانور حرکت جسم توسط انگشتان در راستای محور X (مقادیر مطلوب بصورت خط چین و مقادیر واقعی با خطوط پر نشان داده شده‌اند)



شکل (۱۱) نیروهای اصطکاکی (در مانور حرکت جسم توسط انگشتان در راستای محور X)

۴-۶ مهار جسم و جابجایی آن توسط حرکت ترکیبی

مچ و انگشتان

در این قسمت از شبیه‌سازی عملکرد کنترلر در نگهداری جسم در جابجایی توسط انگشت و همچنین جابجایی در اثر حرکت مچ مورد بررسی قرار می‌گیرد. لازم بذکر است معادلات مسیر در این قسمت معادل روابط مسیر ارائه شده در دو قسمت قبلی و معادله جدیدی در امتداد محور Z می‌باشد، لذا روابط زیر را برای مسیرهای مورد نظر در این قسمت خواهیم داشت:

$$\begin{cases} y_b = 0 & t < 0.09 \\ y_b = 5(t - 0.09)^2 & 0.09 < t < 0.1 \\ y_b = 0.1(t - 0.1) + 0.0005 & t > 0.1 \end{cases} \quad (23)$$

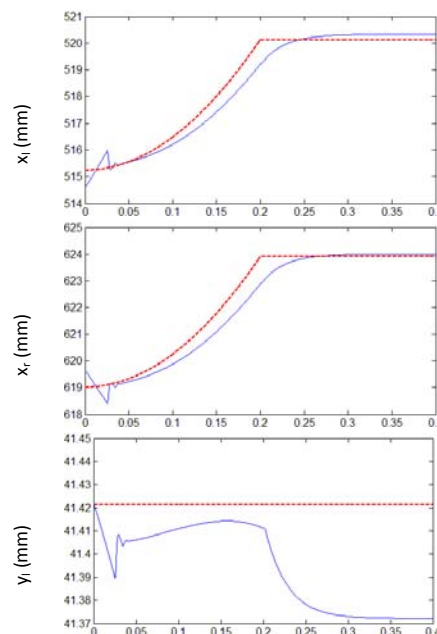
$$\bar{y}_o = \begin{cases} 0.4146 - 0.3732 \cos(\pi/2) & t < 0.2 \\ 0.0597 & t > 0.2 \end{cases} \quad (24)$$

$$\bar{x}_o = 0.5671$$

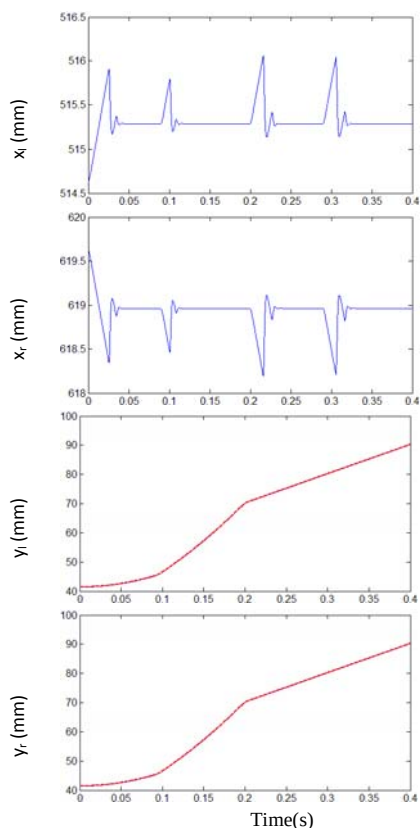
$$\begin{cases} z_b = 0 & t < 0.29 \\ z_b = 5(t - 0.29)^2 & 0.29 < t < 0.3 \\ z_b = 0.1(t - 0.3) + 0.0005 & t > 0.3 \end{cases} \quad (25)$$

بنابراین با توجه به مسیرهای فوق که مسیر مطلوب برای جابجایی جسم است، نتایج شبیه‌سازی در شکل‌های (۱۳) تا (۱۶) ارائه شده‌است. همانطور که در بالا اشاره شد مانور تعریف شده در این قسمت ترکیب مانورهای معرفی شده در دو قسمت قبلی است و با توجه به نتایج حاصله در آن قسمت‌ها می‌توان گفت که کنترلر بخوبی توانسته لغزش جسم را در اثر حرکت مچ و انگشت مهار و نیروی عمودی اعمالی بر سطح جسم را تا حداقل مورد نیاز کاهش دهد، بطور مشابه نتایج شبیه‌سازی در این قسمت هم نشان می‌دهند که لغزش جسم مطابق شکل (۱۳) مهار شده و نیروی عمودی مطابق شکل (۱۴) تا حداقل مورد نیاز آن کاهش یافته و نیروی اصطکاکی نیز جهت نگهداری و جابجایی جسم مطابق شکل (۱۵) ایجاد شده‌است.

نتایج شکل (۱۲) نشان می‌دهند که انگشت چپ و راست برای ایجاد نیروی عمودی و مهار لغزش در راستای عمود بر سطح یعنی جهت X حرکت کرده و علاوه بر اینکه مسیر مورد نظر را در این راستا تعقیب می‌نمایند، فشردگی لازم را نیز در سیستم ایجاد می‌نمایند، اختلاف بین مسیر مطلوب و منحنی تعقیب معرف این فشردگی می‌باشد. نتایج این شکل نشان می‌دهد که انگشت با تقریب خوبی مسیر مطلوب را در راستای Y تعقیب نموده است. بنابراین بطور خلاصه و با توجه به نتایج این بخش می‌توان گفت که کنترلر توانسته است جسم را با اعمال حداقل نیروی عمودی لازم مهار کرده و آنرا در مسیر مورد نظر جابجا نماید. گرچه نتایج مشابه نتایج مثال‌های قبلی در سایر تحقیقات قابل مشاهده است لیکن نتایج این مثال که در قالب آن یک جسم گرفته شده در راستای عمود بر سطح تماس توسط حرکت انگشتان جابجا شود بدیع بوده و برای اولین بار گزارش شده‌است.



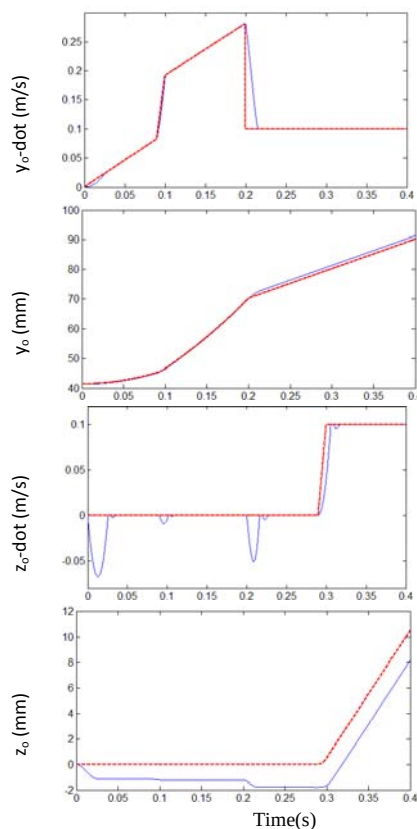
همچنین انگشت چپ و راست مطابق با شکل (۱۶) فشرده‌گی لازم را در سیستم ایجاد نموده تا نیروی اصطکاکی و عمودی لازم ایجاد شود.



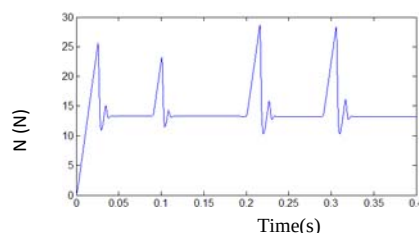
شکل (۱۶) موقعیت انگشتان در مانور ترکیبی جسم توسط میج و انگشتان

۷- نتیجه‌گیری

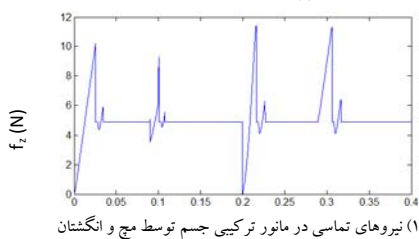
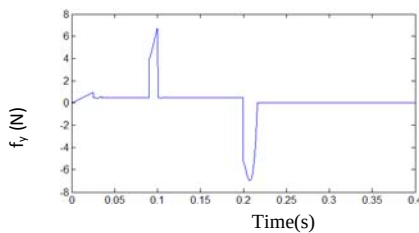
در این مقاله مهار و جایجایی اجسام توسط دست چندانگشتی مورد توجه قرار گرفته و با توجه به اشکال الگوریتم‌های کنترلی نیرو-موقعیت قبلی در تقسیم فضای کار به دو زیر فضا و کنترل موقعیت و نیرو در هر زیر فضا بطور جداگانه در این مقاله الگوریتم کنترلی ارائه شده است که برای نگهداری جسم با حداقل نیرو، بجای بازخورد از حرکت نسبی که در عمل دشوار می‌باشد، تنها بر مبنای اندازه‌گیری نیروهای تماسی بین نوک انگشت و جسم جایجا شونده عمل نموده و امکان کنترل موقعیت در راستای اعمال نیرو را فراهم کرده‌است. کنترلر ارائه شده دارای ساختار ترکیبی بوده و نیرو و موقعیت را بصورت حلقه بسته و بطور همزمان کنترل می‌نماید. با توجه به وابستگی کنترلر به مقدار صحیح ضریب اصطکاک، یک روش تخمین ضریب اصطکاک بر مبنای اندازه‌گیری نیروهای تماسی پیشنهاد شده‌است. به منظور اطمینان از



شکل (۱۳) موقعیت و سرعت جسم در مانور ترکیبی آن توسط میج و انگشتان (مقادیر مطلوب بصورت خط چین و مقادیر واقعی با خطوط پر نشان داده شده‌اند)



شکل (۱۴) نیروی عمود بر سطح در مانور ترکیبی جسم توسط میج و انگشتان



شکل (۱۵) نیروهای تماسی در مانور ترکیبی جسم توسط میج و انگشتان

- [10] Al-Gallaf, E.A., 2006, "Multi-fingered robot hand optimal task force distribution Neural inverse kinematics approach", Robotics and Autonomous Systems, vol. 54, pp. 34-51
- [11] Buss M., Hashimoto H., and Moore J.B., 1996, "Dexterous Hand Grasping Force Optimization", IEEE Trans. on R.&A., Vol. 12(3), pp:406-418
- [12] Li Z.X., Qin Z., Jiang S. and Han L., 1998, "coordinated Motion Generation and Real-Time Grasping Force Control for Multifingered Manipulation", in Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation, Leuven, Belgium, pp:3631-3638
- [13] Murakami K., Hasegawa T., "Novel Fingertip Equipped with Soft Skin and Hard Nail for Dexterous Multi-fingered Robotic Manipulation", Fukuoka 812-8581 Japan.
- [14] J. Trinkle, J.S Pang, S. Sudarsky, and G. Lo., 1994, "Complementarity Formulations and Existence of Solutions of Dynamic Multi-Rigid-Body Contact Problem with Coulomb Friction"
- [15] Han L., Trinkle J. C., and Li Z. X., 2000, "Grasp Analysis as Linear Matrix Inequality Problems", IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 16, No. 6
- [16] Tremblay M.R., Cutkosky M.R., 1993, "Estimating Friction Using Incipient Slip a Manipulation Task", in Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation, Stanford University, Atlanta, GA, USA, vol.1, pp: 429 - 434
- [17] Maeno T., Kawamura T., and Cheng S.C., 2004, "Friction Estimation by Pressing an Elastic Finger-Shaped Sensor against a Surface", IEEE Transaction on Robotics and Automation, Vol. 20, No. 2, pp: 222-228
- [18] Ahmadi H., and Sadigh M.J., 2008, "Safe Grasping in Presence of Multi Phase Friction", in Proc. International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision, Hanoi, Vietnam, pp: 155-160
- [19] Sadigh M.J., and Ahmadi H., H., 2009, "Robust Control Algorithm for Safe Grasping Based on Force Sensing", in Proc. IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, Bangkok, Thailand, Page(s):1279 - 1284
- [20] Raibert, M. and Craig, J., 1981, "Hybrid position/force control of manipulators", ASME J. Dynamic Syst., Meas., Control, 102, 126-132, June.
- [21] McClamroch, N. and Wang, D., Feedback stabilization and tracking of constrained robots, IEEE Transactions on Automatic Control, 33, 5, 419-426, May 1988.
- عملکرد کنترلر موضوع مهار و جابجایی جسم در طی حرکت و تغییر سرعت ناگهانی در راستاهای متعامد در صفحه انگشتان مورد بررسی قرار گرفت و نشان داده شد که کنترلر پیشنهادی علاوه بر موفقیت در مهار جسمی که توسط حرکت میج جابجا می‌شود توانایی کنترل مناسب انگشتان برای مهار و جابجایی نوک انگشتی جسم را نیز داراست.

مراجع

- [1] Shinoda, H. and Ando, S. A., 1996, "Tactile sensor with 5-D deformation sensing, in Proc. the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Minneapolis", MN, USA, vol. 1, pp. 7-12
- [2] Jockush, J., Walter, J., and Ritter, H, 1997, "A tactile sensor system for a three-fingered robot manipulator", in Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation, Albuquerque, NM, USA, pp. 3080-6
- [3] Holweg, E., Hoeve, H., Jongkind W.: L Marconi, C Melchiorri, and C. Bonivento., 1996, "Slip detection by tactile sensor: algorithms and experimental result", in Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation, Minneapolis, MN, USA, pp. 3234-9
- [4] Trembly, M. R., Packard, W.J., and Cutkosky, M.R., 1992, "Utilizing sensed incipient slip signals for grasp force control", in Proc. Japan-USA Symposium on Flexible Automation, San Francisco, California pp: 1237-1243
- [5] Glossas, N.I. , and Aspragathos N.A, 2001, "Fuzzy logic grasp control using tactile sensors", Mechatronics, vol. 11, pp.899-920
- [6] Hadian, H., Keshmiri, M., and Sheikholeslam, F., 2008, "A new approach on object slippage control in a cooperating manipulators system", Advanced Robotics, Vol. 22, No. 13-14 pp. 1559-1584(26)
- [7] Nakazava, N., Kim, I., Inooka, H., and Ikeura, R., 2001, "Force control of a robot gripper based on human grasping schemes", Control Engineering Practice, vol. 9, pp.735-742
- [8] Lopez, J.A.D., Damper, R.I., Crowder, R.M., and Harris, C.J., 2004, "Adaptive neurofuzzy control of a robotic gripper with on-line machine learning", Robotics and Autonomous Systems, vol. 48, pp: 93-110
- [9] Arimoto, S., 2004, "Intelligent control of multi-fingered hands", Annual Reviews in Control, vol. 28, pp.75-85

- [27] Arimoto, S., Naniwa, T., and Liu, Y.-H., 1995, "Model-based adaptive hybrid control of manipulators with geometric endpoint constraint", *Advanced Robotics*, 9, 1, 67–80.
- [28] جعفر صدیق، حبیب احمدی، ۱۳۸۹، "جابجایی اجسام ظریف دو بعدی بوسیله یک ربات سری روی سطح به کمک اصطکاک"، *کنفرانس کنترل، ابزار دقیق و اتوماسیون*، ۵-۶ خردادماه، تهران، کد مقاله: ۱۰۲۶۷
- [29] Sadigh M.J., and Ahmadi H., 2009, "Robust Control Algorithm for Safe Grasping Based on Measurement of Contact Forces", Submitted to *Mechanic & Aerospace Journal*.
- [30] Lewis, F.L., Abdallah, C.T., and Dawson, D.M., 2004, "Control of Robot Manipulators", Macmillan, NewYork.
- [22] Hogan, N., 1987, "Stable execution of contact tasks using impedance control", *Proceedings of the IEEE Conference on Robotics and Automation*, Raleigh, NC, 595–601, March.
- [23] Anderson, R. and Spong, M., 1988, "Hybrid impedance control of robotic manipulators", *J. Robotics Automation*, 4, 5, 549–556, Oct.
- [24] Carelli, R. and Kelly, R., 1989, "Adaptive control of constrained robots modeled by singular system", *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, 2635–2640, Dec.
- [25] Jean, J.H. and Fu, L.-C., 1991, "Efficient adaptive hybrid control strategies for robots in constrained manipulators", *Proceedings of the IEEE Conference on Robotics and Automation*, 1681–1686.
- [26] Su, C.Y., Leung, T.P., and Zhou, Q.J., 1990, "Adaptive control of robot manipulators under constrained motion", *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, 2650–2655, Dec.

مدلسازی غیرخطی یک عملگر هیدرولیکی با در نظر گرفتن عامل اشباع در دامنه و سرعت فرامین

پوریا سرحدی^۱، نعمت‌الله قهرمانی^۲، رضا میریوسفی‌اول^۳

^۱ فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق-کنترل، دانشگاه آزاد واحد تهران جنوب، pouria.sarhadi@gmail.com

^۲ استادیار، مجتمع برق و الکترونیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، ghahramani@aut.ac.ir

^۳ فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق-کنترل، دانشگاه آزاد واحد تهران جنوب، miryousefi.reza@gmail.com

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۸۹/۴/۱۸، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۸۹/۶/۱۲)

چکیده: در این مقاله مدل غیرخطی یک عملگر هیدرولیکی با در نظر گرفتن عامل اشباع دامنه و سرعت شناسایی شده است. ابتدا مدل عملگر با یک تابع تبدیل درجه یک و توابع غیرخطی اشباع با پارامترهای مجهول در نظر گرفته شده، سپس با تعریف دو تابع هدف مناسب و بهینه‌سازی عددی آنها، پارامترهای مجهول تخمین زده شده‌اند. مدل معرفی شده به خوبی رفتار غیرخطی عملگر را نشان داده و نسبت به مدل‌های مرسوم خطی دقت بالاتری دارد. مقایسه نتایج شبیه‌سازی غیرخطی با استفاده از مدل جدید و آزمایشات تجربی، صحت مدل جدید را به اثبات می‌رساند. این مدل در طراحی اتوپایلوٹ برای اجسام پرنده کاربرد فراوانی دارد، به‌علاوه می‌توان از آن، در آزمایشگاه شبیه‌سازی به جای عملگرهای گران‌قیمت واقعی استفاده نمود.

کلمات کلیدی: مدل‌سازی غیرخطی، اشباع، عملگر، اتوپایلوٹ.

Nonlinear Modeling of a Hydraulic Actuator Considering Saturations in Amplitude and Rate Commands

Pouria Sarhadi, Nemat Ollah Ghahramani, Reza Miryousefi Aval

Abstract: In this paper, nonlinear model of a hydraulic actuator considering amplitude and rate saturations is identified. First actuator model with a first order transfer function and nonlinear functions of saturation with unknown parameters are taken in account, then by defining two suitable destination functions and numerically optimization of them, unknown parameters are estimated. Introduced model appropriately has described the nonlinear behavior of the actuator and has higher accuracy due to conventional linear models. Comparison between nonlinear simulation results using new model and the experimental tests, show the fidelity of this model. This model has large applications in flying systems autopilot designing, also it could be used as the costly real actuators in simulation laboratory.

Keywords: Nonlinear Modelling, Saturation, Actuator, Autopilot.

اتوپایلوٹ اجسام پرنده می‌باشد. برای طراحی یک کنترل‌کننده مطلوب،

بایستی تمامی اجزای سیستم، به طور دقیق مدلسازی و شناسایی گردند.

در طراحی، خطا در مدل عملگر می‌تواند کارآئی حلقه‌بسته سیستم را

۱- مقدمه

عملگرها یکی از اجزای مهم حلقه‌های کنترل اجسام پرنده می‌باشند. مدلسازی عملگر با دقت بالا، یکی از مراحل مهم در طراحی

دارای اشباع در دامنه و سرعت ورودی یا فرامین می‌باشند. مواجهه با دینامیک این نوع از عملگرها جزء موضوعات مورد علاقه در نوشتجات کنترل می‌باشد [۱، ۸-۱۳]، اما در بیشتر مراجع از مدل ساده خطی برای مدلسازی و طراحی استفاده شده است [۴-۷]. در مراجعی هم که از مدل‌های غیرخطی استفاده شده، در مورد چگونگی شناسایی پارامترهای مدل مانند میزان اشباع، کمتر بحث شده است.

در این مقاله یک مدل ورودی-خروجی دقیق برای عملگر هیدرولیکی سیستمهای پرواز، پیشنهاد گردیده و با استفاده از بهینه‌سازی عددی، پارامترهای مدل مذکور تخمین زده شده و کارایی این مدل جدید در آزمایشگاه به اثبات رسیده است. نتایج شبیه‌سازی نشان از بهبود تقریباً دو برابری عملکرد مدل جدید نسبت به مدل‌های معمول خطی داشته و خروجی مدل جدید تا ۹۶٪ بر خروجی سیستم واقعی انطباق دارد. از این روش می‌توان برای شناسایی مدل عملگرهای هیدرولیکی اجسام پرنده استفاده نموده و در طراحی اتوپیلوت مورد استفاده قرار داد.

در بخش ۲ این مقاله، با بیان صورت مسئله یک مدل جدید معرفی شده است. در بخش ۳، روش عددی تخمین معرفی شده و نتایج آن با خروجی مدل عملگر مقایسه شده است. در بخش ۴، از مدل جدید در شبیه‌سازی غیرخطی یک جسم پرنده استفاده شده و نتایج آن با حالت استفاده از یکی از مدل‌های مرسوم مقایسه شده است.

۲- بیان مسئله

اغلب برای سادگی، عملگرها با مدل‌های FOPDT یا SOPDT مدلسازی می‌شوند. اما این مدل‌ها معمولاً تا زمانی که عملگر در ناحیه خطی عمل می‌کنند، معتبر می‌باشند. در عملگر بکار رفته در این مقاله نیز، با افزایش دامنه فرامین عملگر وارد ناحیه غیرخطی شده و رفتار دینامیکی و سرعت پاسخ‌دهی آن تغییر می‌کند. با توجه به نتایج شبیه‌سازی می‌توان دریافت که بزرگ شدن دامنه فرامین، باعث افزایش خطای مابین خروجی مدل و خروجی عملگر واقعی می‌باشد. زمان صعود افزایش یافته و پاسخ حالت گذرا مانند یک تابع شیب می‌شود. برای بررسی مدل خطی عملگر مدل FOPDT، را بصورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$G(s) = \frac{e^{-0.01s}}{0.1s + 1} \quad (1)$$

کاهش داده و حتی آن را ناپایدار نماید [۱]. در مدل‌هایی که برای طراحی کنترل‌کننده مورد استفاده قرار می‌گیرند، به مدلسازی جزء به جزء عملگر احتیاج نبوده و مدل بکاربرده شده هرچه ساده‌تر و دقیق‌تر باشد، می‌تواند مطلوب طراحی قرار گیرد. وجود نویز، عدم قطعیت در سطوح کوانتیزاسیون و وجود مشخصات غیرخطی از جمله اشباع در دامنه و نرخ زاویه عملگر، عملاً شناسایی دقیق یک عملگر را با مشکلاتی مواجه می‌کند. اگر محدوده غیرخطی در یک سیستم کوچک باشد، مدل‌های خطی می‌توانند آن را به خوبی توصیف نمایند، با افزایش این محدوده مدل‌های خطی کارآیی خود را از دست می‌دهند. این عناصر غیرخطی می‌توانند یک اشباع^۱، ناحیه مرده^۲، لقی^۳ و... باشند. در اغلب اوقات نبود این عناصر غیرخطی در مدل، باعث خشنودی مهندسان کنترل می‌گردد [۲]. اشباع در دامنه عملگرها، از عناصر غیرخطی می‌باشد که همواره در سیستمهای واقعی وجود دارند. عدم وجود اشباع در دامنه یک عملگر به معنی داشتن انرژی کنترل بینهایت می‌باشد. علاوه بر اشباع دامنه ورودی، برخی از عملگرها دارای اشباع بر روی سرعت ورودی عملگر نیز می‌باشند [۳]. این دو اشباع باعث ایجاد محدودیت در توانایی سیستم کنترل بر اجرای فرامین و دفع اغتشاشات می‌گردند. معمولاً اشباع سرعت در مدل‌ها در نظر گرفته نمی‌شود و این مسئله مشکلاتی را در طراحی اتوپیلوت ایجاد می‌کند. محدودیت‌های دیگر مانند سطح کوانتیزاسیون سیگنال ورودی و پسماند^۴ در عملگرها، نقش ضعیفتری در میان این غیرخطی‌گriها دارند [۳]. برای مدل‌سازی دقیق عملگرها، ابتدا یک ساختار مناسب برای آن انتخاب شده، سپس سعی بر تخمین پارامترهای آن با استفاده از توابع هدف گوناگون می‌باشد.

اغلب در مدلسازی عملگرها، یک مدل ساده خطی درجه یک همراه با تأخیر زمانی (FOPDT)^۵، یا مدل خطی درجه دو همراه با تأخیر (SOPDT)^۶ در نظر گرفته می‌شود [۴-۷]. خواهیم دید این انتخاب برای مدلسازی تمامی عملگرها مناسب نمی‌باشد. در این مدل‌ها با بزرگتر شدن فرامین، خروجی مدل خطی و عملگر واقعی از هم فاصله گرفته و خطای مدلسازی افزایش می‌یابد. در این حالت زمان صعود افزایش یافته و رفتار دینامیکی حالت گذرا کاملاً عوض می‌شود. همانطور که گفته شد عملگرهای مورد استفاده در این تحقیق از نوع هیدرولیکی و

¹ Saturation

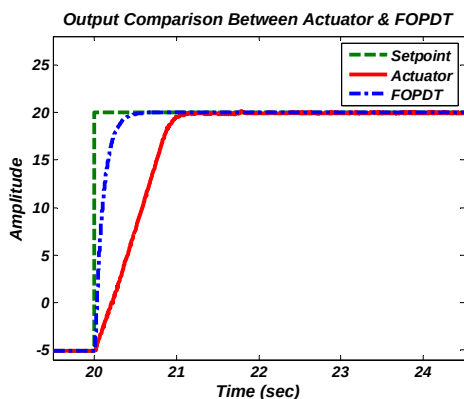
² Dead Zone

³ Backlash

⁴ Hysteresis

⁵ First Order Plus Dead Time

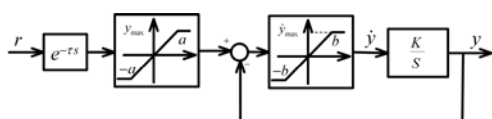
⁶ Second Order Plus Dead Time



تصویر ۳- مقایسه خروجی عملگر واقعی و مدل (۱) در ازای فرمان ۲۵ درجه

می‌توان گفت که تقریباً مدل FOPDT در فرامین با دامنه کم (فرامینی با دامنه کوچکتر از ۴) تقریب مناسبی از عملگر واقعی می‌باشد (تصویر ۲). اما همیشه این مدل مناسب نیست. در تصویر ۳، خروجی عملگر و مدل (۱) در ازای اعمال فرمان با دامنه ۲۵ بزرگنمایی شده است. با توجه به این تصویر، تغییر در رفتار عملگر به وضوح قابل مقایسه می‌باشد. هم رفتار حالت گذرا تغییر یافته و هم زمان صعود تقریباً دو برابر شده است. برای مقایسه بیشتر، می‌توان دوباره به تصویر ۱ رجوع نمود.

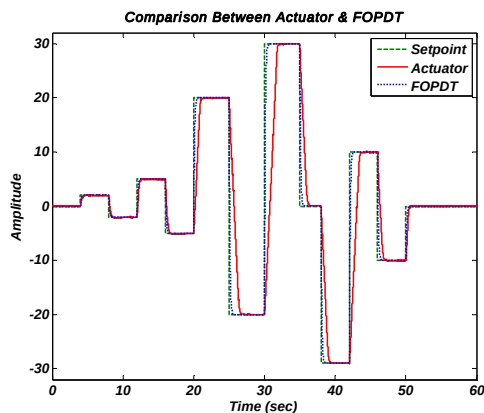
در نظر نگرفتن این رفتار در طراحی، می‌تواند باعث ناپایداری کنترل‌کننده بشود [۱].^۱ برای جلوگیری از این مشکل مدلی غیرخطی به صورت تصویر ۴ در نظر گرفته شده که شامل دو عنصر اشباع دامنه و سرعت است که با یک تابع تبدیل خطی به همراه یک تأخیر در هم آمیخته شده است:



تصویر ۴- مدل در نظر گرفته شده برای عملگر به همراه اشباع سرعت و دامنه

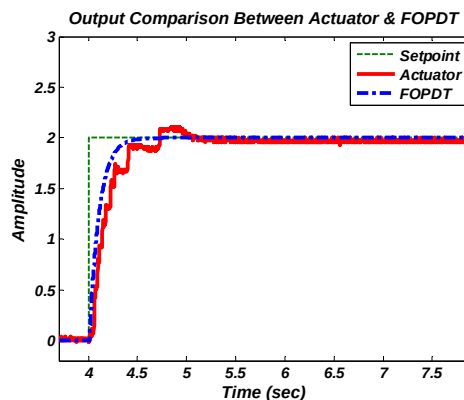
در تصویر ۴، r ورودی مطلوب به عملگر و y پاسخ عملگر به آن می‌باشد. همچنین k برابر با ثابت زمانی مدل در حالت عملکرد خطی، a میزان اشباع دامنه، b میزان اشباع سرعت و τ میزان تأخیر عملگر می‌باشند. ساختاری مشابه با مدل تصویر ۴ در مقالات مختلف مورد استفاده قرار گرفته، اما راجع به نحوه بدست آوردن پارامترهای آن بحث نشده است [۸-۱۳]. نکته جالب اینکه اگر توابع اشباع از تصویر ۴

برای بیان موضوع، یک سری ورودی پله با دامنه‌های مختلف به عملگر اعمال می‌کنیم. با مقایسه مدل (۱) و خروجی عملگر در تصویر ۱، می‌توان مشاهده نمود که در فرامین با دامنه کوچک، مدل با رفتار عملگر تطبیق دارد. اما با بزرگتر شدن دامنه پله‌ها، عملگر وارد ناحیه غیرخطی شده و اختلاف زیادی مابین خروجی آن و خروجی مدل (۱) بوجود می‌آید:



تصویر ۱- مقایسه خروجی مدل‌های عملگر واقعی و مدل (۱)

در تصاویر ۲ و ۳، به ترتیب بزرگنمایی شده ناحیه خطی و غیرخطی عملگر با خروجی مدل خطی مقایسه شده‌اند.



تصویر ۲- مقایسه خروجی عملگر واقعی و مدل (۱) در ازای فرمان ۲ درجه

^۱ در صورت طراحی کنترل‌کننده با استفاده از مدل FOPDT و در شرایط عملکرد

در ناحیه غیرخطی، احتمال بروز این اتفاق زیاد می‌باشد.

این معیار برای بدست آوردن درصد مطابقت خروجی دو مدل در جعبه‌ابزارهای شناسائی سیستم و کنترل پیش‌بین نرم‌افزار MATLAB مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱۷] و به صورت زیر بیان می‌شود:

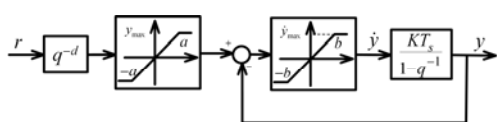
$$FIT = 100 \left(\frac{1 - \|\hat{y} - y\|}{\|y - \mu(y)\|} \right) \quad (۳)$$

که در آن $\|\cdot\|$ نرم دو یک بردار و $\mu(\cdot)$ میانگین آن بوده و برای بردار y به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\mu(y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i$$

$$\|y\| = \sqrt{\sum_{i=1}^N y_i^2}$$

بنابراین سعی بر آن است که پارامترهای مجهول به طریقی بدست آید تا به طور همزمان معیار MSE حداقل و معیار FIT حداکثر شود. در اینجا پارامترهای مجهول را به دلیل استفاده برای شبیه‌سازی، در فضای گسسته بدست خواهیم آورد. بدین سبب با گسسته کردن رابطه ورودی-خروجی تصویر ۴ بلوک دیاگرامی مانند تصویر ۵ بدست می‌آید.



تصویر ۵- مقایسه خروجی عملگر واقعی و مدل (۱) در ازای فرمان ۴۰ درجه

در تصویر ۵، q اپراتور شیفت زمانی و d میزان تأخیر می‌باشد. حال بایستی به طریقی پارامترهای مجهول بدست آیند. در این مدل میزان اشباع دامنه برابر با $y_{\max} = \pm 30$ بوده و از قبل مشخص می‌باشد به همین علت نیازی به تخمین آن نیست. در آزمایش تصویر ۱ نیز ورودی با دامنه بزرگتر از ۳۰ به عملگر اعمال نشده است. دلیل این امر اثرات مخربی است که اینکار می‌تواند بر روی عملگر باقی بگذارد. از اینرو $Model(b, K, d)$ مدلی با پارامترهای مجهول دامنه اشباع (b)، بهره (K) و تأخیر (d) می‌باشد.

حال با یک حدس اولیه از پارامترهای مجهول و با استفاده از یک الگوریتم بهینه‌سازی تکرارکننده، می‌توان به پارامترهای نزدیک بهینه دست یافت. حالت نزدیک بهینه حالتی است که در آن معیار MSE حداقل و معیار FIT حداکثر گردد. انتخاب اولیه برای پارامترهای مجهول به سادگی از طریق مشاهده پاسخ پله سیستم امکان پذیر می‌باشد. به عنوان مثال ثابت زمانی یک سیستم با رفتاری مشابه با یک

حذف کردند، این مدل تبدیل به ساختار خطی FOPDT می‌شود. این مزیت باعث می‌شود تا بتوان مدل خطی سیستم را با تقریب و دقت خوبی از روی آزمایشات در ناحیه خطی عملگر بدست آورد. مدل در نظر گرفته شده شاید مدلی واقعی داخلی و جزء به جزء سیستم نباشد اما اینگونه از مدلها به مدلهای شبه فیزیکی شهرت دارند که قابلیت بیان مناسب رابطه ورودی-خروجی سیستم را دارا می‌باشند [۱۵، ۱۴]. معمولاً برای شناسائی اینگونه از سیستمها، آنها را به صورت مدلهای وینر^۱ یا هامرستین^۲ در نظر گرفته و از این طریق مدلسازی می‌کنند. اما بایستی در نظر گرفت که شناسائی مدل این سیستمها مشکلاتی مواجه می‌باشد. وجود دو عامل غیرخطی باعث می‌شود تا نتوان این مدل را به صورت یک مدل غیرخطی اما خطی در پارامتر بیان نموده و با استفاده از روشهای مرسوم شناسائی به تخمین پارامترهای آن پرداخت. همچنین مشخصات نویز متغیربازمان و سطوح کوانتیزاسیون بر مشکلات شناسائی سیستم می‌افزاید. در قسمت بعدی روشی ارائه شده که در آن پارامترهای مدل جدید به نحو مناسبی شناسائی شده است.

۳- روش تخمین پارامترهای مدل جدید

۳-۱- روش تخمین

بیشتر روشهای شناسائی پارامتری با تعریف یک تابع هدف طوری بهینه‌سازی را انجام می‌دهند که پارامترها به مقادیر واقعی خود همگرا شده و خروجی مدل مشابه با خروجی سیستم واقعی گردد. در این تحقیق نیز از دو تابع هدف کاربردی زیر استفاده شده است:

• مجموع مربعات خطا (MSE)^۳

استفاده از این تابع هزینه در اکثر روشهای شناسائی سیستم مرسوم بوده و روشهای حداقل‌سازی مختلف آن، الگوریتمهای تخمین متفاوتی را بوجود می‌آورد [۱۶-۱۴]. این تابع به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$J = \sum_{t=1}^L e(t)^2 \quad (۲)$$

$$e(t) = y(t) - \hat{y}(t)$$

که در آن $y(t)$ خروجی و $\hat{y}(t)$ خروجی تخمین زده شده مدل در هر لحظه از زمان می‌باشند.

• درصد انطباق (FIT)

^۱ Wiener

^۲ Hammerstein

^۳ Mean Square Error

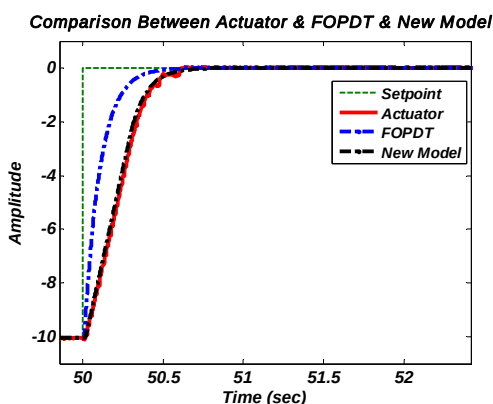
سیستم مرتبه اول، مدت زمانی است که طول می کشد تا سیستم به ۶۳٪ مقدار نهائی خود برسد. همانطور که اشاره شد مدل در نظر گرفته شده در ناحیه خطی یعنی ناحیه ای که اشباع های دامنه و سرعت وارد مدل نمی شوند، رفتاری مانند مدل FOPDT بیان شده در رابطه (۱) دارد. با توجه به تصاویر ۲ و ۳ مقدار ثابت زمانی مدل در حدود ۰/۱ ثانیه می باشد این مقدار با توجه به مقایسه این تصاویر با رفتار تابع تبدیل (۱) قابل نتیجه گیری می باشد. میزان تأخیر نیز برابر با تأخیر مدل ۱ در نظر گرفته می شود. در هر صورت صحت انتخاب های اولیه با آزمایش توابع هزینه معلوم خواهد شد و این تنها یک حدس اولیه برای الگوریتم بهینه سازی می باشد. لازم به ذکر است، انتخابی دور از پارامترهای واقعی، تنها سرعت همگرایی الگوریتم را کاهش می دهد. حال با استفاده از نرم افزار تهیه شده بر پایه الگوریتم تکرار کننده زیر، پارامترهای نزدیک بهینه بدست می آیند:

$$K = 10, q = 2, \dot{y}_{\max} = 2.71, y_{\max} = 30$$

لازم به ذکر است که به دلیل سادگی الگوریتم و نرم افزاری بودن آن، می توان مشخصات عملگرهای مشابه را نیز از طریق آن بدست آورد.

۳-۳- مقایسه مدل بدست آمده با عملگر واقعی و مدل FOPDT:

در این قسمت خروجی مدل جدید بدست آمده را با خروجی عملگر و مدل FOPDT مقایسه خواهیم نمود. در ناحیه خطی فرامین پاسخ مدل جدید و مدل (۱) عیناً مانند هم و نزدیک به خروجی عملگر می باشد. ولی با بزرگتر شدن فرامین عملگر، خروجی مدل (۱) از خروجی عملگر فاصله گرفته و خطای مدلسازی افزایش می یابد. در تصاویر ۷-۱۰ این مقایسه به نمایش گذاشته شده است.



تصویر ۷- مقایسه خروجی عملگر واقعی، مدل (۱) و مدل جدید در ازای اعمال فرمان ۱۰ درجه

۳-۲- الگوریتم بهینه سازی عددی تخمینگر

در این بخش مراحل بهینه سازی معیارهای MSE و FIT را برای این مورد خاص توضیح می دهیم:

مرحله ۱- پارامترهای اولیه را انتخاب می کنیم. بدین منظور یک مقدار از بازه های معرفی شده در جدول ۱ را به دلخواه برمی گیریم:

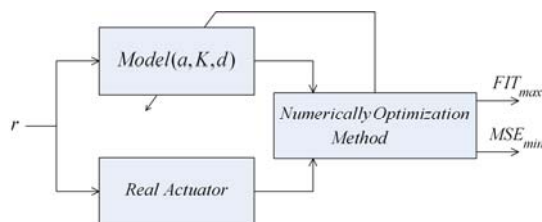
جدول ۱- بازه تغییرات برای پارامترهای مجهول

$0.5 < K < 1.5$	ثابت زمانی
$0 < q < 3$	میزان تأخیر
$0.5 < b < 5$	دامنه اشباع سرعت

مرحله ۲- یک پارامتر را متغیر و بقیه پارامترها را ثابت در نظر گرفته، پارامتر متغیر را در بازه مربوطه (با گام های معین) تغییر می دهیم و نقطه ای را که در آن توابع هدف بهینه می باشند می یابیم؛

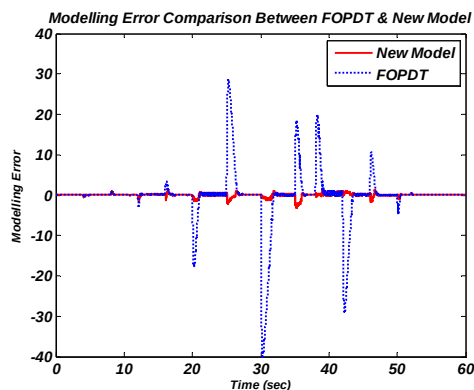
مرحله ۳- مرحله ۲ را برای بقیه پارامترها تکرار می کنیم؛

مرحله ۴- مراحل ۲ و ۳ را با کوچکتر نمودن گامها، آنقدر تکرار می کنیم تا مقادیر آستانه تعریف شده برای توابع هدف را ارضاء نمایند. بلوک دیاگرام این الگوریتم در تصویر ۶ آمده است.



تصویر ۶- بلوک دیاگرام بهینه سازی پارامترهای مدل

مدل قدیم ۵۲ درصد بوده که با مقایسه این نتایج، دقت بالای مدل جدید معلوم می‌شود. برای توضیح بیشتر این موضوع، خطای مدلسازی این آزمایش، برای مدل خطی و جدید در تصویر ۱۱ با هم مقایسه شده‌اند. با توجه به این تصویر می‌توان کاهش خطا را در نواحی غیرخطی، به میزان قابل توجه‌ای مشاهده نمود.



تصویر ۱۱- مقایسه خطای مدلسازی برای مدل FOPDT و مدل جدید

۳-۴- اعتبارسنجی مدل:

در اینجا برای اعتبارسنجی مدل جدید، از دو معیار تعریف شده MSE و FIT استفاده شده است. در این اعتبارسنجی، در هر یک از پارامترها به طور جداگانه تغییرات جزئی اعمال کرده و با ثابت در نظر گرفتن پارامترهای دیگر دو معیار هدف با حالت قبل و بعد از اعمال تغییر مقایسه شده‌اند. نتایج در جدول ۱ آمده است. همانطور که از نتایج این جدول می‌توان مشاهده نمود، هر تغییر جزئی در پارامترهای نهایی باعث کاهش بهینگی در توابع هدف می‌شود. با توجه به این موارد صحت اعتبار مدل جدید، معلوم می‌گردد.

جدول ۱- جدول مقایسه اعمال تغییرات در پارامترهای مجهول و توابع

هدف متناظر

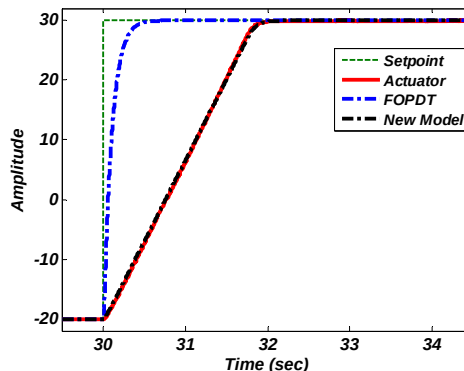
ردیف	پارامتر متغیر	مقدار اولیه	مقدار جدید	معیار MSE		معیار FIT (درصد)
				مقدار قبلی	مقدار جدید	
۱	تاخیر (d)	۰.۰۲	۰.۰۱	۰.۱۹۷۵	۰.۰۲۰۳۱	۹۶.۶۶۶۶
۲	تاخیر (d)	۰.۰۲	۰.۰۳	۰.۱۹۷۵	۰.۰۲۲۲۶	۹۶.۶۶۶۶
۳	بهره (K)	۰.۱	۰.۰۹۵	۰.۱۹۷۵	۰.۰۳۵۶۹	۹۶.۶۶۶۶
۴	بهره (K)	۰.۱	۰.۱۰۵	۰.۱۹۷۵	۰.۰۳۵۶۹	۹۶.۶۶۶۶
۵	اشباع ($\hat{U}_{max}$)	۲.۷۱	۲.۷۲	۰.۱۹۷۵	۰.۰۲۰۷۲	۹۶.۶۶۶۶
۶	اشباع ($\hat{U}_{max}$)	۲.۷۱	۲.۷۰	۰.۱۹۷۵	۰.۰۲۰۷۹	۹۶.۶۶۶۶

۴- استفاده از مدل‌های خطی و غیرخطی در

طراحی کنترل کننده و شبیه‌سازی پرواز

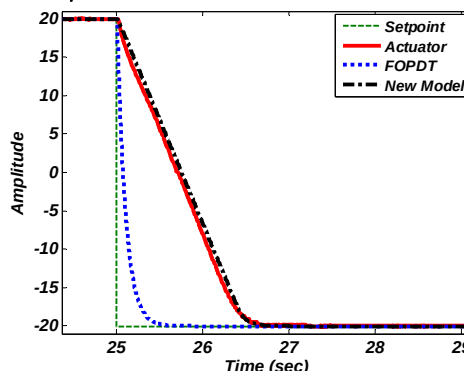
در این قسمت مدل جدید و قدیم عملگر در شبیه‌سازی غیرخطی دینامیک یک جسم پرنده در حضور حلقه‌های هدایت و کنترل آزمایش شده‌اند. اینجا می‌خواهیم تأثیر گمراه کننده مدلسازی غیردقیق عملگر را

Comparison Between Actuator & FOPDT & New Model



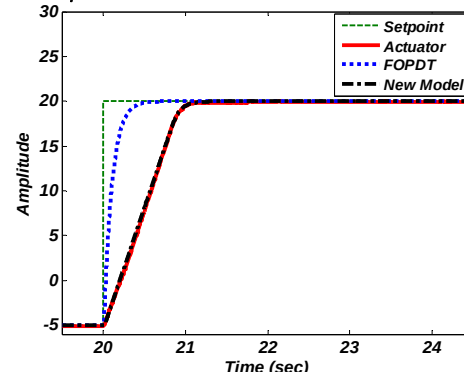
تصویر ۸- مقایسه خروجی عملگر واقعی، مدل (۱) و مدل جدید در ازای اعمال فرمان ۵۰ درجه

Comparison Between Actuator & FOPDT & New Model



تصویر ۹- مقایسه خروجی عملگر واقعی، مدل (۱) و مدل جدید در ازای اعمال فرمان ۴۰ درجه

Comparison Between Actuator & FOPDT & New Model

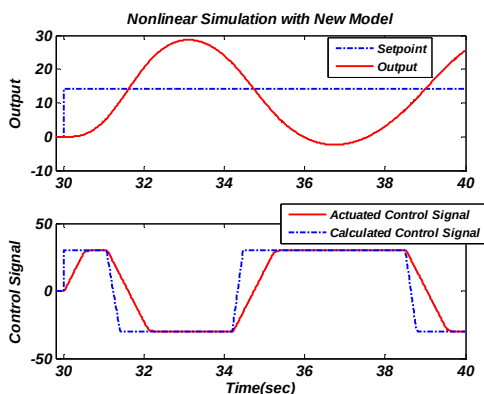


تصویر ۱۰- مقایسه خروجی عملگر واقعی، مدل (۱) و مدل جدید در ازای اعمال فرمان ۲۵ درجه

این تصاویر نشان می‌دهند که با افزایش دامنه ورودی، مدل جدید به خوبی با رفتار عملگر واقعی تطابق داشته و عملکردی عالی در تمامی نقاط کار غیرخطی به نمایش گذاشته است.

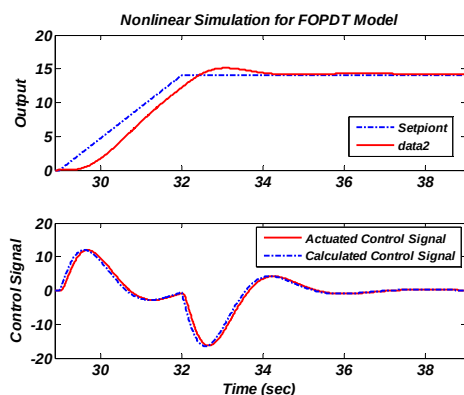
نکته مهمی که در مدلسازی مدل جدید وجود دارد آن است که، این مدل تا ۹۶/۶ درصد بر رفتار عملگر منطبق می‌باشد. این تطابق برای

انتخاب مدل جدید شبیه‌سازی‌ها واقعی‌تر شده و اتوپایلویت برای یک مدل دقیق از سیستم طراحی می‌شود.



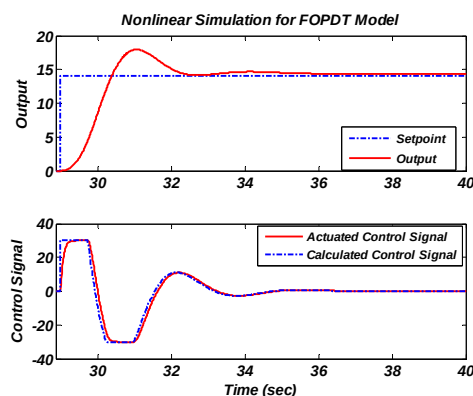
تصویر ۱۳- شبیه‌سازی غیرخطی برای ورودی پله با دامنه ۱۴ در کانال فراز-فرمان-خپچین و خروجی خط‌پر در تصویر بالا) و سیگنال کنترل(فرمان-خپچین و خروجی عملگر در تصویر پائین) با مدل غیرخطی جدید

حال اتوپایلویت را با در نظر گرفتن مدل جدید طراحی می‌نمائیم. در عمل ممکن است فرامین هدایت خیلی افزایش یابد، بطوریکه بیشتر وارد ناحیه اشباع سرعت عملگر گردیم؛ بنابراین به عنوان یک راهکار می‌توانیم ورودی‌های هدایت را با شیب ملایم‌تری به اتوپایلویت اعمال می‌کنیم. به عنوان مثال در تصویر ۱۴، ورودی با در نظر گرفته شدن مدل جدید، به صورت یک تابع شیب‌دار به سیستم اعمال شده است. می‌توان ملاحظه نمود که به دلیل عدم ورود به ناحیه غیرخطی اشباع سرعت، در این حالت هیچ اشباعی رخ نداده و اتوپایلویت به خوبی سیستم را کنترل نموده است. با نگاهی به سیگنال کنترل در این حالت می‌توان عملکرد مناسب اتوپایلویت طراحی شده را در شرایط واقعی ملاحظه نمود.



تصویر ۱۴- شبیه‌سازی غیرخطی برای ورودی پله با دامنه ۱۴ در کانال فراز(فرمان-خپچین و خروجی خط‌پر در تصویر بالا) و سیگنال کنترل(فرمان-خپچین و خروجی عملگر در تصویر پائین) با مدل غیرخطی جدید و اعمال فرمان به صورت شیب‌دار

در طراحی اتوپایلویت یک جسم پرنده مشاهده نمائیم. در اولین شبیه‌سازی در ثانیه ۲۹ پرواز به سیستم دارای عملگر خطی یک ورودی پله با دامنه ۱۴ درجه در کانال فراز اعمال شده است. نتایج در تصویر ۱۲ آمده است. لازم به تذکر است که در این تصاویر این بخش، شکل بالا مربوط به فرمان زاویه فراز و پاسخ خروجی سیستم به آن و شکل پائین سیگنال کنترل محاسبه شده و پاسخ عملگر به آن می‌باشد. همچنین زاویه فراز در حالت مانا صفر نبوده، اما برای درک بهتر موضوع، خروجی‌ها را به نقطه صفر انتقال داده‌ایم. با توجه به این تصویر اتوپایلویت توانسته است ورودی مرجع را به خوبی ردیابی نماید.



تصویر ۱۲- شبیه‌سازی غیرخطی برای ورودی پله با دامنه ۱۴ در کانال فراز(فرمان-خپچین و خروجی خط‌پر در تصویر بالا) و سیگنال کنترل(فرمان-خپچین و خروجی عملگر در تصویر پائین) با مدل خطی قدیم

اما با اعمال مدل غیرخطی (یعنی مدل تقریباً واقعی) در تصویر ۱۳ مشاهده می‌شود که کنترل‌کننده نمی‌تواند به ورودی مذکور در آن لحظه پاسخ دهد و ناپایداری در اتوپایلویت رخ داده است^۱. این اتفاق برای کنترل‌کننده‌هایی که با در نظر گرفتن شبیه‌سازی شش درجه آزادی همراه با مدل خطی طراحی شده و به آزمایشگاه می‌روند، به وفور مشاهده می‌شود. بایستی برای جلوگیری از این مشکل، راهکار دیگری در طراحی اتوپایلویت در نظر گرفته شود. این اتفاق لزوم مدلسازی با دقت بالا را در سیستمهای کنترل را به نمایش می‌گذارد. در صورتی که طراحی بر پایه مدل خطی انجام پذیرد، یک خطای بزرگ به سیستم کنترل اضافه می‌شود و این خطا باعث می‌شود که در هنگام عملکرد واقعی، یا در آزمایشگاه سخت‌افزار در حلقه، کنترل‌کننده طراحی شده ناپایدار گردد. در این حالت می‌گوئیم که نتایج بدست آمده از طراحی اتوپایلویت در شبیه‌سازی، گمراه‌کننده است. بنابراین با

^۱ به دلیل دقت بالای مدل بدست آمده، بروز این اتفاق در عمل نیز قابل انتظار است.

۸- نتیجه گیری

در این مقاله یک مدل غیرخطی مناسب برای عملگرهای هیدرولیکی سیستمهای پرواز ارائه شده است. برای بدست آوردن این مدل ترکیبی از روشهای شناسائی سیستم و روشهای مهندسی در هم آمیخته شده است تا با استفاده از آن بتوانیم، یکی از مشکلات طراحی سیستمهای کنترل اجسام پرنده را کاهش دهیم. مدل جدید می تواند در تمام بازه های ورودی عملگر رفتار آن را توصیف نماید. نتایج شبیه سازی شش درجه آزادی در آزمایشگاه سخت افزار در حلقه کار آئی بالای این مدل را نشان می دهد. مدل ارائه شده تا ۹۶ درصد بر دینامیک غیرخطی عملگرها تطبیق داشته و می توان از آن در طراحی اتوپایلویت اجسام پرنده استفاده نمود، در حالیکه مدلهای خطی متناظر، در نواحی غیرخطی عملگر، کمتر از ۵۰٪ با رفتار واقعی آنها تطابق دارند. از اینرو استفاده از مدل جدید، از میزان عدم قطعیت در طراحی کنترل کننده برای اجسام پرنده کاسته و دقت طراحی اتوپایلویت را در عمل افزایش می دهد. همچنین می توان از مدل بدست آمده به جای عملگرهای واقعی گران قیمت، در آزمایشگاههای سخت افزار در حلقه استفاده نمود. نتایج این تحقیق، در طراحی کنترل کننده واقعی نیز مورد استفاده قرار گرفته و کار آئی روش ارائه شده به اثبات رسیده است.

مراجع

- [8] Lauvdal, T., 1998, "Disturbance Stabilization of Linear Systems with Input Magnitude and Rate Saturations", PHD Thesis, Department of Engineering Cybernetics, Norwegian University of Science and Technology.
- [9] Jabbari, F., 2001, "Disturbance Attenuation of LPV Systems with Bounded Inputs", *Dynamics and Control*, 11, 133-150.
- [10] Hardt, M., Helton J.W., Delgado, K.K., 2000, "Numerical Solution of Nonlinear H_2 and H_∞ Control Problems with Application to Jet Engine Compressors", *IEEE Transaction on Automatic Control*.
- [11] Bruyere, L., Tsourdos, A., White, B.A., 2006, "Quasilinear Parameter-Varying Autopilot Design Using Polynomial Eigenstructure Assignment with Actuator Constraints", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*.
- [12] Chen, P.C., Shamma, J.S., 2000, "Gain-scheduled L_1 optimal control for boiler-turbine dynamics with actuator saturation", *Journal of Process Control*.
- [13] Galeani, S., Onori, S., Teel, A.R., Zaccarian, L., 2008, "magnitude and rate saturation model and its use in the solution of a static anti-windup problem", *Systems & Control Letters*.
- [14] Soderstrom, T., Stoica, P., "System Identification", Prentice Hall, 1989.
- [15] Ljung, L., "System Identification: Theory for the user", 2nd ed., Prentice Hall, 1999.
- [16] Landau, I.D., Zito, G., "Digital Control Systems", Springer: London, 2002.
- [17] MATLAB 7.9, Mathworks Inc, 2009.
- [1] Kapila, V., Grigoriadis, K.M., "Actuator Saturation Control", Marcel Dekker, 2002.
- [2] Atherton, D.P., *Applied Nonlinear Control*, London, 1982.
- [3] Bernstein, D.S., 1995, "A Chronological Bibliography on Saturating Actuators", *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 5, 375-380.
- [4] Roshanian, J., Saleh, A.R., 8 August 2006, "On the Design of Adaptive Autopilots for a Launch Vehicle", *Proceeding of IMechE, Part I: Systems and Control Engineering*, 221, 27-38.
- [5] Shamma, J. S., Cloutier, J.R., 1993, "Gain-scheduled missile autopilot design using LPV transformations", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*.
- [6] Tsourdos, A., Hughes, E.J., White, B.A., 2004, "Lateral Acceleration Control Design of a Non-Linear Homing Missile using Multi-Objective Evolution Strategies", *American Control Conference*.
- [7] Berg, J.M., Hammet, K.D., Schwartz, C.A., 1996, "An Analysis of the Destabilizing Effect of Daisy Chained Rate-Limited Actuators", *IEEE Transaction On Control System Technology*.

مدل سازی تبانی واحدهای تولیدی در بازار برق با کمک نظریه بازی ها

محمد عظیم آرمین^۱، حبیب رجیبی مشهدی^۲، محمدرضا لطفعلی پور^۳

^۱دانشجوی دکتری برق قدرت، دانشگاه فردوسی مشهد، az.armin@gmail.com

^۲دانشیار گروه برق دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، h_mashhadi@um.ac.ir

^۳دانشیار گروه اقتصاد دانشکده علوم اداری و اقتصاد، دانشگاه فردوسی مشهد، lotfalipour@Eco.um.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۸۹/۵/۹، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۸۹/۶/۱۵)

چکیده: بازار برق، به دلیل ویژگی های خود نمی تواند به شکل یک بازار رقابت کامل در نظر گرفته شود. به ویژه به دلیل تعداد نسبتاً کم تولیدکنندگان می توان آن را یک بازار رقابت چندجانبه نامید. این مسئله با بروز بحران هایی در دهه ۹۰ میلادی و سال ۲۰۰۱ در بازارهای برق در جهان نمود بیشتری یافت. در این حالت قدرت عوامل تشکیل دهنده، قیمت بازار را از مقدار رقابتی افزایش خواهد داد. از طرفی امکان تبانی بین واحدهای بازار نیز وجود دارد که موجب خواهد شد تا قیمت ها در بازار بالاتر رود. از سویی، بالا رفتن قیمت در تبانی متاثر از وابستگی بار به قیمت در بازار است. در این مقاله، نخست ویژگی های بازار برق در ارتباط با تبانی به همراه برخی موارد دیده شده از تبانی در بازارهای برق دنیا تشریح شده است. سپس، یک مدل تحلیلی بر پایه نظریه بازی ها، برای رفتار بازیگران بازار در شرایط رقابتی و شکل گیری تبانی ارائه شده است. با کمک مدل ارائه شده، تغییرات قیمت بازار در شرایط رقابتی و هم چنین در شکل گیری تبانی مورد مطالعه قرار گرفته است و اثر کشش تقاضا بر نقطه تعادل تبانی بررسی شده است. به علاوه، با کمک نتایج عددی بدست آمده از این مدل، تبانی با حالت انحصاری بازار مقایسه شده است و تفاوت های آنها نشان داده شده است.

کلمات کلیدی: نظریه بازی ها، تعادل نش، بازار برق، بازار رقابت چندگانه، تبانی، انحصار

Analysis of Collusive Behavior of Generation Companies in Power Market using Game Theory

Mohammad Azim Armin, Habib Rajabi Mashhadi, Mohammadreza Lotalipour

Abstract: Power Market, due to unique characteristics of power system, can not be considered as a competitive market. It is much more like an oligopoly market where small numbers of Generation Companies (GenCos) compete to supply the market demand. It became more obvious in 1990s and 2001 as some major crisis hit power markets around the globe. In such a situation, the ability of market participants could raise prices over the competitive level. On the other hand, there is also possible GenCos collude and as a result the market prices rise. The ability of raising the price in collusion is highly dependent on price elasticity of demand. In this paper, at first several reported recent research works related to the collusive behavior in the power market are reviewed. Then, an analytic model based on game theory is proposed to analyze the behavior of participants in competitive and collusive market states. Using the proposed model on a simple system, variation of the market price in both competitive & collusive states are investigated and effects of price elasticity on equilibrium point in a collusive state are studied. Furthermore, the numerical results obtained from the proposed collusion model and a monopolistic model of the market, are compared and the differences are interpreted.

Keyword: Game Theory, Nash Equilibrium, Power Market, Oligopoly, Collusion, Monopoly

فهرست پارامترها

$\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$	ضرایب تابع هزینه
P_i	میزان تولید واحد
P_d	میزان تقاضای بازار
P_i^0	تولید در یک بازار کاملاً رقابتی
$C_i(P_i)$	هزینه واحد تولیدی
λ, μ_i, μ_i'	ضرایب قیود در تابع لاگرانژ
$B_i(P_i)$	پیشنهاد قیمت یک واحد
ρ	قیمت در بازار
β_{bi}	عرض از مبدا تابع پیشنهاد قیمت یک واحد
$\Delta\beta_i$	تغییر در مقدار پیشنهاد قیمت در بازار رقابتی
$\Delta\beta^c$	تغییر توافق شده در مقدار پیشنهاد قیمت در تباری
$\Delta\pi_i$	تغییر در میزان سود واحد

۱- مقدمه

در یک بازار رقابتی برق، واحدهای نیروگاهی نمی‌توانند قیمت بازار را تحت تاثیر قرار دهند و به بیان دیگر آن‌ها قیمت را از بازار دریافت خواهند کرد^۱. در چنین حالتی آن‌ها تلاش خواهند کرد تا مقدار تولید خود را با توجه به قیمت بازار تعیین کنند [۱]. در این شرایط مقدار بهینه تولید بر اساس نقطه تلاقی منحنی هزینه نهایی واحد با قیمت بازار محاسبه می‌شود. اما در یک بازار بر پایه رقابت چندگانه این امکان برای واحدها وجود دارد تا قیمت بازار را تحت تاثیر قرار دهند. واحدی که خواستار افزایش قیمت بازار است می‌تواند این عمل را با افزایش قیمت پیشنهادی خود انجام دهد^۲. او می‌تواند این هدف را به شکل غیرمستقیم از کاهش تولید خود^۳ نیز برآورده سازد یا این که هر دو عمل مذکور را هم‌زمان انجام دهد [۲].

در این حالت بازار مشابه یک سیستم اقتصادی است که بازیگران آن تمایل به کنترل آن دارند. واحدی در بازار که قابلیت تاثیرگذاری به یکی از دو طریق فوق بر قیمت بازار را دارد و می‌تواند آن را از سطح رقابتی بالاتر ببرد، دارای قدرت بازار است. این عمل باید به شکل سودمندانه انجام گرفته باشد یعنی از بالا رفتن قیمت و کاهش مقدار

فروش واحد، سودی نصیب او شده باشد. علاوه بر بالا بردن قیمت از سطح رقابتی، توانایی واحد در حفظ این قیمت برای دوره‌ای از زمان نیز اهمیت دارد. اقتصاددانان و به تبع آن‌ها مهندسين بر پایه این دو نکته، مفهوم قدرت بازار را تعریف کرده‌اند [۲].

افزایش قیمت بازار علاوه بر سوءاستفاده از قدرت بازار توسط برخی از واحدها، می‌تواند از تصمیم مشترک تمامی واحدها یا بخش بزرگی از آن‌ها در افزایش قیمت خود ناشی گردد. در این حالت تباری به شکل ضمنی^۴ یا به صورت صریح صورت گرفته است. در یک تباری ضمنی، ارتباطی بین واحدها وجود ندارد و واحدها صرفاً بر اساس برداشتی که از نحوه قیمت‌دهی یکدیگر دارند، قیمت‌ها را در جهت سود بالاتر تنظیم می‌کنند. ممکن است تباری با توافقی صریح شکل بگیرد که در این حالت واحدها برای کنترل قیمت با هم ارتباط می‌گیرند. بر خلاف آن‌چه در اعمال قدرت بازار قابل مشاهده است، تباری بایستی در یک فرآیند زمان‌بر انجام گیرد. در یک تباری (ویژه اگر تباری به شکل ضمنی باشد) بایستی مراحل شناسایی و دوره اولیه بازار سپری گردد. هم‌چنین در اعمال قدرت بازار، شرایط مانند سطح بار و ساختار می‌تواند تاثیرگذار باشد، در حالی که در تباری این امکان وجود دارد که واحدها در صورت همکاری بتوانند، حتی در شرایطی مانند پایین بودن سطح بار و یا سایر شرایط شبکه نیز مقدار قیمت بالایی را طلب کنند.

اما به هر حال در شکل‌گیری یک تباری و عملیاتی شدن آن نیز عواملی می‌توانند تاثیرگذار باشند. به عنوان مثال مقدار تقاضا در صورت کاهش می‌تواند شرایطی را فراهم بیاورد که انجام تباری چندان سودآور نباشد. در این حالت، واحدها تمایل دارند تا با کاهش قیمت خود سود بیشتری از بازار را بدست آورند. به عبارت دیگر کاهش قیمت می‌تواند تا حد یک قیمت ویژه ادامه یابد و پایداری تباری را تهدید کند. به عبارت دیگر، این کاهش قیمت که به دلیل کاهش تقاضا صورت گرفته است دیگر برای افراد درون یک تباری سودآور نخواهد بود. در برخی از بازارها، بروز دوره‌هایی از جنگ قیمت و تباری بین واحدهای بازار مشاهده شده است که طی آن‌ها، تباری به حالت تعلیق درآمده و پس از دوره‌هایی دوباره از سر گرفته شده است [۳].

بازار برق از بسیاری جهات یک بازار ویژه به شمار می‌رود. تعداد بازیگران آن در بیشتر بازارها اندک است و ماهیت کالای تولیدی آن همگن است و از این رو محلی ایده‌آل برای تباری به شمار می‌رود. بطور کلی بالا بودن کشش تقاضا در بازار می‌تواند به سخت‌تر شدن شرایطی

¹ Price Taker

² Financial Withholding

³ Physical Withholding

⁴ Tacit

به تفاوت های تباری با یک انحصار، سوالاتی در مورد این فرض مطرح است.

در [۱۵] به جای شبیه سازی از تحلیل احتمالی بازار در چند حالت مشخص بار و قیمت در یک بازار دوگانه استفاده شده است. در این مقاله نیز مشخص نشده است که چه مقدار از افزایش قیمت حاصل از یک توافق برای تباری در بازار است.

در ادامه، در بخش دوم، کلیاتی در مورد نظریه بازیها و تباری بیان می شود. در بخش سوم با بیان معادلات مربوط به سود واحدها در بازار رقابتی تصمیمات هر یک در چنین فضایی مشخص شده است و سپس در بخش چهارم با در نظر گرفتن تباری بین واحدها نحوه تصمیم گیری هر یک مدل شده است. برای روشن شدن بیشتر موضوع، از نتایج حاصل در بخش سوم و چهارم در بخش پنجم، برای محاسبه نحوه قیمت دهی واحدهای یک مثال عددی استفاده شده است.

۲- نظریه بازیها و تباری در بازار برق

از دیدگاه غالب در این دوره، در یک بازار، آنچه برای یک شرکت کننده اهمیت خواهد داشت، افزایش سود ناشی از فروش محصولات تولید شده در بازار است. در این میان، خواست یک تولید کننده در بازار (یا به شکل کلی بازیگر بازار) در برآوردن این هدف تنها عامل تعیین کننده نخواهد بود. از آنجا که منابع تامین سود در هر بازاری محدود است و بایستی به نحوی در بین شرکت کنندگان در بازار تقسیم گردد، تمایل یک بازیگر به بالا بردن سهم خود از سود بازار به معنای کاهش سهم دیگری از مقداری از سود است. از این جاست که تصمیم دیگر بازیگران بر این فرایند تاثیر می گذارد. برای یافتن استراتژی بهینه، در چنین تصمیم گیری هایی می توان از نظریه بازیها استفاده نمود.

نظریه بازیها، شاخه ای از ریاضیات کاربردی است که در حوزه های مختلفی و بویژه در اقتصاد به کار می رود. نظریه بازیها تلاش می کند با ارائه روش های ریاضی بهترین انتخابها و حرکات را برای بازیگران^۵ تعیین کند. هر بازی دارای یک مجموعه از بازیگران و یک مجموعه از استراتژیها و یا حرکتها است. انتخاب حرکت و استراتژی از سوی هر یک از بازیگران بازار با توجه به رفتار رقبای صورت می پذیرد. هر یک از بازیگران سعی خواهد کرد مقدار تابع پرداختی^۶ به خود را بیشینه کند. نتیجه بازی در صورت رفتار عقلانی^۷ و منطقی هر

که تباری بایستی طی آن صورت گیرد، کمک کند. اگر چه مقدار کشش تقاضا در بازار برق برای انواع تقاضاهای مختلف از خانگی تا تجاری و صنعتی متفاوت است، اما به هر حال مقدار آن در بازار برق در کوتاه مدت، اندک است و قابل توجه نمی باشد. تفاوت توابع هزینه واحدها و اختلاف بین تکنولوژی آنها، نیز یک مشکل اساسی در برقراری تباری است. هر چه تکنولوژی های بکار رفته در واحدهای تولیدی متفاوت تر و در نتیجه اختلاف بین تابع هزینه آنها بیشتر باشد، امکان دستیابی به سود و ولی در برخی از بازارهای برق مانند بازار انگلستان و ولز، این توابع هزینه تقریباً مشابه هستند [۱].

نمونه ای از تباریها در بازارهای برق در سراسر جهان دیده شده است. در بازار برق انگلستان و ولز در دهه ۱۹۹۰ دو شرکت بزرگ *National Power* و *PowerGen* بدون رقابت واقعی با یکدیگر قیمت ها را بالاتر از هزینه نهایی بازار نگاه داشته بودند [۴]. در کالیفرنیا در سال های ۲۰۰۰ و ۲۰۰۱ اقدام مشترک بسیاری از شرکت ها در کاهش سطح تولید یک بحران جدی را بوجود آورد [۵]. در اسپانیا دو شرکت بزرگ *Endesa* و *Iberdrola* از رقابت با یکدیگر خودداری می کردند و برای کاهش قیمت بازار تلاشی انجام نمی دادند [۶]. در شانگهای شش شرکت بزرگ تامین انرژی با ارائه پیشنهادات قیمت بالاتر و کاهش مقدار تولید خود، سعی در بالا بردن قیمت بازار به نفع خود داشته اند [۷].

با این حال کارهای انجام گرفته در این زمینه چندان زیاد نیست. بیشتر کارهای تحقیقاتی انجام شده در این زمینه در چند سال اخیر بویژه پس از بروز بحران کالیفرنیا در سال ۲۰۰۰ و ۲۰۰۱، انجام شده است. کارهای انجام شده دارای دو رویکرد کلی به مسئله تباری است. برخی از مقالات [۴، ۸، ۹ و ۱۰]، از دید تئوری به بررسی بازار پرداخته اند. در این مقالات به بررسی توصیفی شرایط، وضعیت بازار و امکان بروز تباری پرداخته شده است. هم چنین در ادامه به بررسی شاخص های نظارتی و ارائه پیشنهاداتی برای بهتر کردن فضای رقابت اشاره شده است. در رویکرد دوم جنبه تاثیر تباری بر فرآیندهای بازار مانند قیمت دهی واحدها، بیشتر مورد توجه بوده است. در اکثر مقالات سعی شده با ارائه روش های عموماً مبتنی بر شبیه سازی، این فرآیندها به صورت واقعی شبیه سازی شده و اثر تباری بر روی قیمت های خروجی در بازار مورد مطالعه قرار گیرد [۱۱، ۱۲ و ۱۳]. در این شبیه سازیها، افزایش قیمت بازار از مقدار رقابتی (هزینه حدی بازار) معادل افزایش قیمت در تباری پنداشته شده است و در مورد تفاوت تباری با قدرت بازار بحث نشده است. در [۱۴]، تباری معادل نوعی انحصار فرض شده است که با توجه

⁵ Players

⁶ Payoff Function

⁷ Rational

صورت سودی اضافه نیز کسب خواهند کرد. مقدار نشان داده شده در هر خانه از جدول سود دریافتی به ترتیب برای شرکت A و B است. در این حالت نتایج یک بازی همکارانه^{۱۴} با یک بازی غیرهمکارانه^{۱۵} متفاوت است.

۳- مدل بازار با فرض رقابت بین واحدها

تعداد واحدها در یک بازار انحصار چندگانه دو واحد یا بیشتر است. اما بهر حال تعداد آن ها در مقایسه با یک بازار رقابت کامل بسیار اندک می باشد. وضعیت بازار برق نیز یک بازار انحصار چندگانه است. در این نوع از بازارها، واحدها امکان تاثیر گذاری بر قیمت را خواهند داشت و از این رو می توانند قیمت را به میزان دلخواه تغییر دهند. برای بررسی میزان تاثیر گذاری یک واحد نیروگاهی بر قیمت در یک بازار انحصار چندگانه مدل زیر ارائه شده است. نیروگاهی را با تابع هزینه ی درجه دو در نظر بگیرید:

$$C_i(P_i) = \frac{\alpha_i}{2} P_i^2 + \beta_i P_i + \gamma_i \quad (1)$$

این واحد پیشنهاد قیمت خود را برای فروش برق به بازار بر اساس معادله (۲) بیان می کند.

$$B_i(P_i) = \alpha_i P_i + \beta_{bi} \quad (2)$$

با تغییر مقدار β_{bi} واحد فوق مقدار قیمت خود را تغییر می دهد. با بالابردن عرض از مبدا پیشنهادی مقدار قیمت را افزایش می دهد و یا برعکس با کاهش آن میزان قیمت کالای خود در بازار را کاهش می دهد. از دید اپراتور بازار باید تولید به گونه ای بین واحدهای بازار تقسیم گردد تا هزینه تامین انرژی کمینه باشد. به بیان دیگر:

$$\min_{P_i} \sum_{i=1}^N (\alpha_i P_i + \beta_{bi}) dP_i \quad (3)$$

در معادله (۳)، N تعداد شرکت های تامین کننده انرژی است. برای مسئله بهینه سازی فوق، مقدار تولید و مصرف باید برابر باشد و به عبارت دیگر قید تولید به شکل زیر بایستی برقرار باشد:

$$\sum_{i=1}^N P_i = P_d \quad (4)$$

هم چنین برای هر واحد قیودی برای مقدار حداقل و حداکثر تولید ممکن باید در نظر گرفته شود. که در این صورت:

$$P_i \leq P_i^{\max} \quad (5)$$

و

$$P_i \geq P_i^{\min} \quad (6)$$

یک از بازیگران بازار باید منجر به یک نقطه یا دسته ای از نقاط تعادل^۸ گردد که طی آن ها بیشترین سود کسب شود و یا کمترین ضرر به بازیگران تحمیل گردد. حرکات بازیگران بر اساس اصل خردمندانه بودن^۹ رفتار آن ها انتخاب می شود. در این شرایط بازیگران می توانند نتایج انتخاب خود را از قبل بدانند و بدین ترتیب بهترین انتخاب را انجام دهند. اگر بتوان استراتژی بهینه را مستقل از رفتار سایر بازیگران انتخاب کرد، بازی دارای یک نقطه تعادل غالب^{۱۰} خواهد بود.

بالا بودن قیمت ها خریداران را ناامید خواهد ساخت و سطح مصرف آن ها را بالطبع کاهش می دهد. در چنین حالتی خریداران به دنبال محصولات جایگزین یا با نرخ کمتر، بازار فعلی یا بازارهای دیگر مناطق جغرافیایی را جستجو خواهند کرد. این مسئله تولیدکنندگان فعلی را نیز وسوسه خواهد کرد که در یک اقدام یک جانبه قیمت محصولات خود را کاهش دهند یا سطح تولید را چنان افزایش دهند تا بتوانند فروش و در نتیجه سود خود را افزایش دهند. این مشکلی است که همواره تولیدکنندگان را در اتخاذ تصمیم برای شرکت در یک تبانی یا ترک آن به منظور رقابت، مردد می کند و یا توافقاتی انجام شده را با خطر فروپاشی روبرو می سازد. از این منظر مسئله تبانی شبیه به مسئله باز و کبوتر^{۱۱} در تئوری بازی هاست [۱۶]. اگر بنگاه های حاضر در بازار اقدام به تبانی نمایند، سود بالاتر از حالت رقابتی کسب خواهند کرد. اما همیشه این امکان وجود دارد که یکی از شرکا با تولید بیش از توافق یا پیشنهاد قیمت کمتر از مقدار تعیین شده، خواستار آن باشد تا سهم بیشتری از بازار را از آن خود کند. در این شرایط می توان جدول بازی را به شکل جدول ۱ تشکیل داد.

جدول ۱- بازی یک بازار دو شرکتی

	Compete	Collude
Compete	0,0	2,-1
Collude	-1,2	1,1

در این جا استراتژی شرکت A در سطر و استراتژی شرکت B در ستون جدول نشان داده شده است. واحدها ممکن است با یکدیگر رقابت کنند^{۱۲} که در این صورت سود اندکی و عادی بازار را بدست خواهند آورد یا در یک توافق با یکدیگر به همکاری^{۱۳}، مثلاً افزایش قیمت یا کاهش سطح تولید برای بالارفتن قیمت ها، بپردازند که در این

⁸ Equilibrium

⁹ Rationality

¹⁰ Dominant Strategy Equilibrium

¹¹ Hawk & Dove Problem

¹² compete

¹³ collude

¹⁴ cooperative game

¹⁵ non-cooperative game

تابع لاگرانژ برای این مسئله به شکل زیر تشکیل خواهد شد:

$$L = \sum_{i=1}^N \int (\alpha_i P_i + \beta_{bi}) dP_i - \lambda \left(\sum_{i=1}^N P_i - P_d \right) + \sum_{i=1}^N \left(\mu_i (P_i - P_i^{\max}) + \mu'_i (P_i^{\min} - P_i) \right) \quad (۷)$$

جهت پرهیز از بالا رفتن حجم معادلات و جلوگیری از پیچیدگی، فرض می شود که تمام قیود نامعادله ای غیر فعال باشند. با مشتق گیری از معادله فوق نسبت به پارامتر بهینه سازی (P_i)، مسئله معادله دستگاه معادلات (۸) بدست می آید:

$$\begin{cases} \alpha_1 P_1 + \beta_{b1} = \lambda \\ \vdots \\ \alpha_N P_N + \beta_{bN} = \lambda \\ \sum_{i=1}^N P_i = P_d \end{cases} \quad (۸)$$

در بحث بهینه سازی معمولاً از متغیر λ به عنوان ضریب تابع لاگرانژ استفاده می کنند که از نظر کاربردی، بیانگر قیمت بازار است. اما در مباحث اقتصادی از متغیر ρ برای قیمت استفاده می شود. برای هماهنگی با سایر منابع در این مقاله نیز از ρ به جای λ استفاده شده است. وابستگی بار به قیمت بر اساس معادله (۹) در نظر گرفته شده است:

$$P_d = -a\rho + b \quad (۹)$$

در این معادله ρ قیمت تسویه بازار است. با ترکیب معادله (۸) و معادله (۹) می توان دستگاه معادلات (۸) را به شکل ماتریسی زیر نوشت:

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & \cdots & 0 & -1 \\ 0 & & & \vdots & \\ \vdots & & & 0 & \\ 0 & \cdots & 0 & \alpha_N & -1 \\ -1 & & -1 & -a & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ P_N \\ \rho \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\beta_{b1} \\ \vdots \\ \vdots \\ -\beta_{bN} \\ -b \end{bmatrix} \quad (۱۰)$$

اگر بازار، یک بازار کاملاً رقابتی تصور شود، واحدها برای دریافت حداکثر سود ممکن، باید مقدار تولید خود را به گونه ای تقسیم کنند تا هزینه افزایشی آن ها با قیمت بازار برابر شود. بیان دیگر این موضوع در معادله (۱۱) نشان داده شده است.

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & \cdots & 0 & -1 \\ 0 & & & \vdots & \\ \vdots & & & 0 & \\ 0 & \cdots & 0 & \alpha_N & -1 \\ -1 & & -1 & -a & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1^0 \\ \vdots \\ \vdots \\ P_N^0 \\ \rho^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\beta_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ -\beta_N \\ -b \end{bmatrix} \quad (۱۱)$$

در این معادله β_i ضریب جمله درجه اول در معادله (۱) است. (بایستی به تفاوت آن با که مقدار عرض از مبدا در تابع پیشنهاد قیمت است، دقت شود). بالا نویسی ۰ در معادله (۱۱) به این معناست که مقدار بدست آمده برای حالتی است که واحدها پیشنهاد قیمتی برابر با هزینه

حدی خود ارائه کنند. اختلاف تولید محاسبه شده برای هر واحد در معادله (۱۱) و (۱۰)، از معادله (۱۲) به دست می آید:

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & \cdots & 0 & -1 \\ 0 & & & \vdots & \\ \vdots & & & 0 & \\ 0 & \cdots & 0 & \alpha_N & -1 \\ -1 & & -1 & -a & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta P_N \\ \Delta \rho \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\Delta \beta_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ -\Delta \beta_N \\ 0 \end{bmatrix} \quad (۱۲)$$

تغییرات حول نقطه کار را می توان به شکل زیر نوشت:

$$\begin{cases} \alpha_1 \Delta P_1 + \Delta \beta_1 = \Delta \rho \\ \vdots \\ \alpha_i \Delta P_i + \Delta \beta_i = \Delta \rho \\ \vdots \\ \alpha_N \Delta P_N + \Delta \beta_N = \Delta \rho \end{cases} \quad (۱۳)$$

و:

$$\Delta P_d = \sum_{j=1}^N \Delta P_j = -a\rho \quad (۱۴)$$

با انتقال اجزای معادلات (۱۳) به سمت چپ، تغییرات تولید بر حسب قیمت بدست خواهد آمد:

$$\begin{cases} \Delta P_1 = \frac{1}{\alpha_1} \Delta \rho - \frac{1}{\alpha_1} \Delta \beta_1 \\ \vdots \\ \Delta P_i = \frac{1}{\alpha_i} \Delta \rho - \frac{1}{\alpha_i} \Delta \beta_i \\ \vdots \\ \Delta P_n = \frac{1}{\alpha_n} \Delta \rho - \frac{1}{\alpha_n} \Delta \beta_n \end{cases} \quad (۱۵)$$

با جمع معادلات می توان نوشت:

$$\begin{cases} \Delta P_i = \frac{\Delta \rho}{\alpha_i} - \frac{\Delta \beta_i}{\alpha_i} \\ \sum_{j \neq i} \Delta P_j = \left(\sum_{j \neq i} \frac{1}{\alpha_j} \right) \Delta \rho - \sum_{j \neq i} \frac{\Delta \beta_j}{\alpha_j} \end{cases} \quad (۱۶)$$

که برای معادله فوق تعریف می شود:

$$\begin{aligned} \alpha_{-i} &= \left(\sum_{j \neq i} \frac{1}{\alpha_j} \right)^{-1} \\ \frac{\Delta \beta_{-i}}{\alpha_{-i}} &= \sum_{j \neq i} \frac{\Delta \beta_j}{\alpha_j} \\ \Delta P_{-i} &= \sum_{j \neq i} \Delta P_j \end{aligned} \quad (۱۷)$$

با تعریف انجام شده در (۱۷) می توان معادلات (۱۶) را به شکل زیر

بازنویسی کرد:

$$\begin{cases} \alpha_i \Delta P_i + \Delta \beta_i = \Delta \rho \\ \alpha_{-i} \Delta P_{-i} + \Delta \beta_{-i} = \Delta \rho \\ \Delta P_i + \Delta P_{-i} = -a\rho \end{cases} \quad (۱۸)$$

مجموعه بازیگران، پاسخ هر یک (تغییر قیمت هر یک) از حل دستگاه معادلات (۲۵) منتج خواهد شد.

۴- بازار با فرض تباری بین واحدها

گفته شد که هیچ یک از واحدهای بازار نمی توانند به تنهایی سود خود را از بازار افزایش دهند. این مسئله از نگاه به معادلات (۱۹) نیز قابل دریافت است. چرا که افزایش مقدار پیشنهاد قیمت واحد i منجر به کاهش تولید آن واحد خواهد شد. این کاهش تولید می تواند تا حدودی سودآور باشد (تا نقطه تعادل نش) اما ادامه این روند به ضرر واحد i خواهد بود زیرا که کاهش تولید آن واحد از سوی دیگر بازیگران بازار تامین خواهد شد.

اما اگر تمامی واحدها در یک تصمیم مشترک اقدام به افزایش قیمت خود نمایند، مقدار افزایش قیمت می تواند بر میزان کاهش تولید هر واحد پیشی گرفته و سودی را عاید واحدهای بازار کند. کاهش تولید در این حالت نتیجه رقابت واحدهای بازار و جایگزین شدن تولید دیگر واحدها به جای واحدهای رقیب نیست بلکه از واکنش مصرف کنندگان و از تابع تقاضای آن ها حاصل خواهد شد.

بدین ترتیب واحدهای بازار به شکل زیر عمل خواهند کرد:

$$\begin{aligned}\Delta\beta_i &= \Delta\beta_i^* + \Delta\beta^c \\ \Delta\beta_{-i} &= \Delta\beta_{-i}^* + \Delta\beta^c\end{aligned}\quad (24)$$

در معادله (۲۴) $\Delta\beta_i^*$ میزان افزایش قیمت واحد i در نقطه تعادل نش در بازار رقابتی است و مقدار افزایش قیمت توافق شده در تباری است. آن چنان که از معادله (۲۴) مشخص است و در واقع نیز چنین است، هر گونه توافق برای بالا بردن قیمت در یک تباری پس از طی مراحل ابتدایی بازار صورت خواهد گرفت. با این تغییر در میزان افزایش پیشنهاد قیمت بازیگران میزان فروش و قیمت بازار به شکل معادله (۲۵) تغییر خواهد کرد:

$$\begin{aligned}\Delta\rho &= \frac{\alpha_i\Delta\beta_{-i} + \alpha_{-i}\Delta\beta_i}{\alpha_i + \alpha_{-i} + a\alpha_i\alpha_{-i}} \\ &= \frac{\alpha_i\Delta\beta_{-i}^* + \alpha_{-i}\Delta\beta_i^*}{\alpha_i + \alpha_{-i} + a\alpha_i\alpha_{-i}} + \frac{\alpha_i + \alpha_{-i}}{\alpha_i + \alpha_{-i} + a\alpha_i\alpha_{-i}}\Delta\beta^c \\ &= \Delta\rho^* + \Delta\rho^c \\ \Delta P_i &= \frac{\Delta\beta_{-i} - \Delta\beta_i}{\alpha_i + \alpha_{-i} + a\alpha_i\alpha_{-i}} - \frac{a\alpha_{-i}}{\alpha_i + \alpha_{-i} + a\alpha_i\alpha_{-i}}\Delta\beta_i \\ &= \Delta P_i^* - \Delta P_i^c \\ \Delta P_{-i} &= \frac{\Delta\beta_i - \Delta\beta_{-i}}{\alpha_i + \alpha_{-i} + a\alpha_i\alpha_{-i}} - \frac{a\alpha_i}{\alpha_i + \alpha_{-i} + a\alpha_i\alpha_{-i}}\Delta\beta_{-i} \\ &= \Delta P_{-i}^* - \Delta P_{-i}^c\end{aligned}\quad (25)$$

همان طور که گفته شده است و در معادله (۲۵) نیز قابل مشاهده است در این حالت تنها واکنش مصرف کنندگان منجر به کاهش سطح

اگر هدف تعیین مقدار تغییر در قیمت به شکلی باشد که منجر به بالارفتن سود شود، می توان از این دسته معادلات استفاده کرد. با ترکیب معادلات فوق مقدار تغییر بهینه در قیمت یک واحد از معادله زیر بدست می آید:

$$-[2\alpha_{-i} + \alpha_i + a\alpha_{-i}(2\alpha_i + 2\alpha_{-i} + a\alpha_i\alpha_{-i})]\Delta\beta_i + (\alpha_i + \alpha_{-i} + a\alpha_i\alpha_{-i})\alpha_{-i}P_i^0 + \alpha_{-i}\Delta\beta_{-i} = 0 \quad (19)$$

نحوه دست یابی و اثبات این معادله در ضمیمه آورده شده است. با بسط معادلات و نوشتن آن برای همه واحدهای بازار تعداد N معادله وجود خواهد داشت. اگر تعریف شود:

$$A = \begin{bmatrix} \alpha_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \alpha_n \end{bmatrix} \quad (20)$$

و

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \alpha_{-1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \alpha_{-n} \end{bmatrix} \quad (21)$$

و

$$K = 2(I_{n \times n} + a(A + \bar{A})) + A(\bar{A}^{-1} + a^2\bar{A}) - \bar{A} \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} A^{-1} \quad (22)$$

پس معادله (۱۹) را می توان به شکل زیر نوشت:

$$K \begin{bmatrix} \Delta\beta_1 \\ \Delta\beta_2 \\ \vdots \\ \Delta\beta_n \end{bmatrix} = (A + \bar{A} + aA\bar{A}) \begin{bmatrix} P_1^0 \\ P_2^0 \\ \vdots \\ P_n^0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

حل معادله فوق منجر به یافتن مقدار تغییرات قیمت برای همه واحدها خواهد بود، به نحوی که هیچ یک از واحدها با انحراف از این تغییر قیمت خود به شکل انفرادی نمی تواند سود خود را افزایش دهد. این موضوع همان مفهوم نقطه تعادل نش است. در یک بازی n بازیگر، چنان چه همه بازیگران در جهت کسب حداکثر سود خود حرکت کنند، هر یک باید بهترین پاسخ ممکن را با توجه به مجموعه حرکات رقیبان خود انتخاب کند و بهترین حرکت را انجام دهد. انتخاب مجموعه بهترین پاسخ ها از سوی همه بازیگران به نقطه تعادل نش منجر خواهد شد و هر تلاشی برای بهتر کردن تابع سود برای هر یک از بازیگران غیر منطقی و عبث خواهد بود.

بهترین پاسخ برای واحد n ، یعنی مقدار تغییری که باید در پیشنهاد قیمت خویش بدهد، از حل معادله (۱۹) بدست خواهد آمد و برای

۵- بررسی عددی نتایج

برای روشن شدن بیشتر روابط ارائه یک مثال عددی می تواند مفید باشد. مثال عددی از مرجع [۱۷] استفاده شده است. نتایج این بخش در دو زیربخش ارائه شده است. در زیربخش اول با استفاده از روابط ارائه شده، عملکرد دو واحد در شرایط رقابتی و تباری بیان شده است. در زیربخش دوم، تباری با حالت انحصاری مقایسه شده است و نشان داده شده است، معادل انگاشتن تباری با یک انحصار چنان که در [۱۸] بکار رفته نادرست است.

۵-۱- رقابت بین واحدهای بازار

دو نیروگاه با سوخت فسیلی با تابع هزینه درجه دومی به شکل زیر برای تامین ۸۵۰ مگاوات بار در یک باس به کار می روند.

$$\begin{cases} C_1(P_1) = 561 + 7.92P_1 + 0.001562P_1^2 \\ C_2(P_2) = 310 + 7.85P_2 + 0.001940P_2^2 \end{cases}$$

تابع تقاضای زیر در نظر بگیرید:

$$P_d^t = -50 \times \rho^t + 1350$$

مقدار حساسیت در این مثال بالا انتخاب شده است. این مقدار از شرایط واقعی دور است اما برای ایجاد فاصله و اختلاف ملموس بین شرایط بازار با کشش تقاضا نسبت به بازار با بار ثابت، این انتخاب ضروری است. حل مسئله به شکل زیر امکان پذیر است:

$$\begin{bmatrix} 0.003124 & 0 & -1 \\ 0 & 0.00388 & -1 \\ -1 & -1 & -50 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \rho \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7.92 \\ -7.85 \\ -1350 \end{bmatrix}$$

حل معادلات فوق به نتایج زیر می انجامد:

$$P_1 = 477.20, P_2 = 402.26 \text{ (MW)}, \rho = 9.41 \text{ (\$/)}$$

برای افزایش سود در بازار انحصار چندگانه، نقطه تعادل از معادله

(۲۵) بدست خواهد آمد:

$$\begin{bmatrix} 3.5359 & -1 \\ -1 & 3.9727 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\beta_1^* \\ \Delta\beta_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0076 & 0 \\ 0 & 0.0076 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 477.20 \\ 402.26 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Delta\beta_1^* = 1.34, \Delta\beta_2^* = 1.11 \text{ (\$/)}$$

که در نتیجه آن مقدار قیمت بازار تغییر خواهد کرد:

$$\Delta\rho_1^* = 1.14 \text{ (\$/)}$$

در اثر این تغییر در قیمت پیشنهادی، مقدار تولید هر یک از واحدها

به نحو زیر تغییر خواهد کرد:

$$\Delta P_1^* = -64.71, \Delta P_2^* = 7.80 \text{ (MW)}$$

مشخص است در این شرایط مقدار ۵۶/۹۱ مگاوات از کل تقاضای

بازار کاهش یافته که متناسب با افزایش قیمت بازار است. بیشتر این

میزان توان از تولید واحد یک کسر شده است.

تولید خواهد بود. قیمت به یک نسبت در بازار افزایش خواهد داشت و این افزایش قیمت می تواند تا حدودی کاهش درآمد حاصل از افت فروش را جبران کند. برای واحد i میزان سود در این حالت قابل محاسبه است:

$$\begin{aligned} \Delta\pi_i &= P_i^0 \Delta\rho + \left(\frac{\alpha_i}{2} \Delta P_i + \Delta\beta_i \right) \Delta P_i \\ &= P_i^0 (\Delta\rho^* + \Delta\rho^c) \\ &\quad + \left(\frac{\alpha_i}{2} (\Delta P_i^* - \Delta P_i^c) + (\Delta\beta_i^* + \Delta\beta^c) \right) (\Delta P_i^* - \Delta P_i^c) \\ &= P_i^0 \Delta\rho^* + \left(\frac{\alpha_i}{2} \Delta P_i^* + \Delta\beta_i^* \right) \Delta P_i^* + P_i^0 \Delta\rho^c \\ &\quad + \left(-\frac{\alpha_i}{2} \Delta P_i^c + \Delta\beta^c \right) \\ &\quad + \left(\frac{\alpha_i}{2} \Delta P_i^* + \Delta\beta_i^* \right) (-\Delta P_i^c) \\ &\quad + \left(-\frac{\alpha_i}{2} \Delta P_i^c + \Delta\beta^c \right) (-\Delta P_i^c) \\ &= \Delta\pi_i^* + \Delta\pi_i^c \end{aligned} \quad (26)$$

$\Delta\pi_i^*$ میزان افزایش سود در نتیجه اقدام واحد به صورت مستقل در بالا بردن قیمت خود است (تا نقطه تعادل نش) و از معادلات بیان شده در بخش پیش قابل محاسبه است. مقدار افزایش سود در نتیجه شرکت جستن واحد در یک تباری برای بالا بردن قیمت است. که بدین ترتیب:

$$\begin{aligned} \Delta\pi_i^c &= (P_i^0 + \Delta P_i^*) \frac{\alpha_i + \alpha_{-i}}{\alpha_i + \alpha_{-i} + a\alpha_i\alpha_{-i}} \Delta\beta^c \\ &\quad + \left(\frac{-a\alpha_{-i}}{\alpha_i + \alpha_{-i} + a\alpha_i\alpha_{-i}} \right) \Delta\beta_i^* \Delta\beta^c \\ &\quad + (-a\alpha_{-i}) \left(\frac{\alpha_i + \alpha_{-i} + \frac{a\alpha_i\alpha_{-i}}{2}}{(\alpha_i + \alpha_{-i} + a\alpha_i\alpha_{-i})^2} \right) \Delta\beta^c \end{aligned} \quad (27)$$

برای واحد i میزان سود حاصل از شرکت در تباری باید بیشینه باشد.

پس از مشتق گیر نسبت $\Delta\beta^c$ بدست خواهد آمد:

$$\frac{\partial \Delta\pi_i^c}{\partial \Delta\beta^c} = 0 \Rightarrow$$

$$\Delta\beta_i^c = \frac{\alpha_i + \alpha_{-i} + a\alpha_i\alpha_{-i}}{2\alpha_i + 2\alpha_{-i} + a\alpha_i\alpha_{-i}} \left[\frac{\alpha_i + \alpha_{-i}}{a\alpha_{-i}} (P_i^0 + \Delta P_i^*) - \Delta\beta_i^* \right] \quad (28)$$

دقت در معادله (۲۸) نشان می دهد که مقدار افزایش قیمت بهینه در

یک تباری برای واحد i می تواند با مقدار بهینه افزایش قیمت برای دیگر واحدهای بازار برابر نباشد. از این جاست که مسئله چانه زنی بین واحدهای حاضر در یک تباری برای نزدیک کردن توافق به سمت مقدار بهینه خود آن ها قابل طرح است.

۲-۵- تبانی بین واحدهای بازار

ممکن است دو واحد در این شرایط به توافقی دست یابند که با افزایش مقدار قیمت پیشنهادی خود سعی در بالا بردن مقدار قیمت بازار داشته باشند. می توان معادلات مرتبط به سود خالص هریک از واحدها را از حضور در تبانی با کمک از معادله (۲۹) نوشت:

$$\Delta\pi_1^c = 345.7806 \times \Delta\beta^c - 24.4775 \times \Delta\beta^{c^2}$$

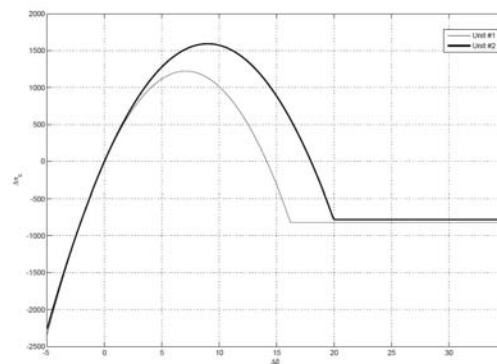
$$\Delta\pi_2^c = 354.2897 \times \Delta\beta^c - 19.7082 \times \Delta\beta^{c^2}$$

دو معادله نوشته شده فوق بیان گر میزان تغییر سود حاصل از تبانی بین واحدها را نشان می دهد. رسم این دو معادله در محور مختصات می تواند نشان دهنده تغییر سود با افزایش قیمت و تفاوت بین نقطه بهینه برای دو واحد در بازار باشد. شکل ۱ این روند را نشان می دهند.

مقدار بیشینه این سود برای هر یک از واحدهای بازار چنان که از شکل های رسم شده نیز مشخص است بر اساس معادله (۳۰) قابل محاسبه است:

$$\Delta\beta_1^c = 7.06, \Delta\beta_2^c = 8.99 (\$)$$

مشخص است که به دلیل تفاوت موجود در مقدار نقطه بهینه برای دو واحد بازار این امکان وجود نخواهد داشت تا هم زمان سود بیشینه برای واحدها فراهم آید. برای واحد دو مقدار بهینه در حدود ۹ دلار است در حالی که واحد یک در این حالت سعی خواهد کرد تا توافق انجام شده را به سمت مقدار ۷ دلار کاهش دهد.



شکل ۱- میزان تغییر سود حاصل از تبانی برای واحدهای بازار با افزایش قیمت

این امکان وجود دارد که هر دو واحد اختلافات را کنار گذاشته و در یک مقدار قیمت بینایی (مثلا ۸ دلار) توافق کنند. اما باز هم در تولیدکننده دوم این تمایل وجود دارد تا قیمت را افزایش دهد و برعکس برای تولیدکننده اول، تلاش در جهت کاهش قیمت انجام می گیرد. این تمایلات و اختلاف نظرها اگر منجر به شکست تبانی

نگردد ولی بهر حال در مجمع تصمیم گیری یا در جلسات خصوصی مطرح خواهد شد.

در صورتی که توافقی در افزایش قیمت ۸ دلار صورت بگیرد به کمک معادلات (۲۷) می توان تغییرات قیمت و تولید را بدست آورد. در نتیجه حل این معادلات کاهش تولید هر یک از واحدها محاسبه شده است:

$$\Delta P_1^c = 203.94, \Delta P_2^c = 164.20 (MW)$$

در چنین قیمت سود واحدهای بازار نیز به مقدار زیر است:

$$\pi_1 = 1458.1, \pi_2 = 2043.4 (\$)$$

مقادیر فوق نشان می دهد که هریک از واحدها در این مقدار تقریباً نصف تولید خود را متوقف کرده اند. این توقف تولید از یک سو موجبات کاهش هزینه های متغیر را فراهم آورده و از سوی دیگر بالا بردن قیمت، درآمد کسر شده را جبران کرده است. گرچه از لحاظ تئوری هر مقدار قیمت و یا تولید در دسترس است. اما در عمل ممکن است این مقدار کاهش تولید به صرفه نباشد. این ممکن است مربوط به مواردی باشد که سرمایه گذاری برای مقدار خاصی از تولید صورت گرفته است یا خروج از محدوده نامی برای دستگاه ها و تجهیزات مشکل ساز و هزینه بر است. این مسائل به گونه ای باید در تابع هزینه دیده شود که در اینجا از آن صرف نظر شده است.

۳-۵- تبانی در مقایسه انحصار

اگر افزایش قیمت تبانی ۸ دلار باشد قیمت نهایی در بازار برابر با ۱۷/۹۱ دلار خواهد بود. فرض کنید دو واحد مستقل حاضر در بازار با یک انحصارگر جایگزین شوند. یا به بیان بهتر این دو واحد نیروگاهی زیر نظر یک شرکت فعالیت کنند. مسئله از دید انحصارگر به مسئله زیر تبدیل می شود:

$$\max_p (R - C)$$

R درآمد انحصارگر و C هزینه آن است. با قبول فرضیات پیشین مسئله به شکل زیر تبدیل می شود:

$$\max_p \left(\rho(-a\rho + b) - \sum \left(\frac{\alpha_i}{2} P_i^2 + \beta_i P_i + \gamma_i \right) \right)$$

که قید تامین بار برای آن برقرار است:

$$\sum P_i = -a\rho + b$$

با این شرایط معادله لاگرانژ نوشته می شود:

$$L = \sum \left(\frac{\alpha_i}{2} P_i^2 + \beta_i P_i + \gamma_i \right) - \rho(-a\rho + b) - \lambda \left(\sum P_i + a\rho - b \right)$$

از مشتق تابع لاگرانژ نسبت پارامترهای آن دستگاه معادلات زیر حاصل خواهد شد:

بررسی قرار گرفت و معادلاتی برای بدست آوردن افزایش قیمت حاصل از رقابت در فضای انحصار چندگانه و هم‌چنین مدلی بررسی رفتار واحدها در تباری، ارائه شد. نکات اصلی این تحقیق در زیر آورده شده است:

- قیمت در یک بازار چندگانه با محاسبه نقطه تعادل بازار در شرایط رقابتی و با کمک روش بهترین پاسخ در حل بازی‌های استاتیک مورد بررسی قرار گرفت. نشان داده شده در این شرایط هر یک از واحدها بسته به میزان قدرت خود در بازار می‌تواند با تغییر قیمت پیشنهادی یا سطح تولید، تغییری در مقدار قیمت بازار دهد به نحوی که سود خود را افزایش دهد. میزان افزایش قیمت در اثر قدرت بازار واحدها به مقدار بار، تابع هزینه واحدها و کشش تقاضا وابسته است. این مسئله با یک معادله ریاضی ارائه شد.

- افزایش قیمت در یک تباری پس از طی دوره گذرای بازار و با معین شدن میزان قدرت واحدهای بازار تعیین می‌گردد.

- میزان افزایش قیمت تباری، بدون دخالت دولت و نهادهای نظارتی توسط کشش تقاضا محدود می‌شود.

- این افزایش قیمت در بازار بر اساس توافق واحدها معین می‌گردد، اما باید توجه کرد که مقدار بهینه این افزایش قیمت برای همه واحدها یکسان نیست. از آن‌جا که بایستی توافق در یک مقدار مشخص افزایش قیمت صورت پذیرد، واحدهای بازار تمایل دارند که این مقدار برابر با مقدار پیشنهادی خود آن‌ها باشد. این امر منجر به چانه‌زنی واحدها برای راضی ساختن شرکا در قبول قیمت پیشنهادی ایشان است. بسته به وزن و موقعیت واحدها در بازار، افزایش قیمت نهایی تعیین می‌گردد. به هر صورت لازم است تا این قیمت در بخش مثبت منحنی مازاد سود تمام واحدها قرار داشته باشد.

- در تباری بالا بردن قیمت توسط واحدها به منظور افزایش سود خود واحد صورت می‌گیرد. به همین دلیل ممکن است بخشی از تولید واحدهای ارزان‌تر کاهش یابد و به میزان تولید واحدهای گران‌تر افزوده گردد. از این نظر انحصار که همه واحدهای بازار را در اختیار دارد بهتر از تباری می‌تواند میزان تولید هر واحد را تعیین کند. در یک جمله سود انحصار از تباری بیشتر است. با یک مثال عددی نشان داده شد که اگرچه قیمت در حالت تباری نسبت به حالت انحصاری افزایش کمی یافته است ولی مقدار فروش کل و میزان سود مجموعه انحصار از مقدار تباری بیشتر است.

$$\begin{cases} \alpha_i P_i + \beta_i - \lambda = 0 \\ 2a\rho - b - a\lambda = 0 \\ \sum P_i + a\rho - b = 0 \end{cases}$$

حل دستگاه فوق به شکل زیر نیز ممکن است:

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 & \cdots & 0 \\ a & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \alpha_n \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_n \end{pmatrix} = b - a \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_n \end{pmatrix}$$

$$\rho = \frac{b}{a} - \frac{\sum P_i}{a}$$

برای مثال عددی داده شده با جایگذاری اعداد در معادلات فوق قیمت بهینه برای انحصارگر و میزان تولید هر کدام از واحدها در بازار تعیین می‌شود:

$$P_1 = 243.71, P_2 = 214.26 \text{ (MW)}, \rho = 17.84$$

برای مقایسه در حالت تباری واحدها، تولید و قیمت به شکل زیر

است:

$$P_1 = 208.5, P_2 = 245.82 \text{ (MW)}, \rho = 17.91$$

می‌توان دید که قیمت در انحصار اندکی نسبت به حالت نهایی تباری کمتر است. این مسئله منجر به افزایش کمی در تقاضا شده است. اما آن‌چه تفاوت اساسی نشان می‌دهد نحوه انجام پخش بار اقتصادی بین واحدهای بازار است. برخلاف تباری در حالت انحصار، واحد یک که دارای تابع هزینه ارزان‌تری است تولید بیشتری را انجام می‌دهد. اگر سود انحصار محاسبه گردد، چنین بدست می‌آید:

$$\pi_1 + \pi_2 = 1780.8 + 1756.4 = 3537.2$$

مقدار این سود از مجموع سود در تباری (۳۵۰۰ دلار) بیشتر است که نشان دهنده افزایش سود در حالت انحصار نسبت به تباری در بازار است. در واقع از مقایسه تمامی این اعداد می‌توان دریافت که از آن‌جا که در تباری تلاش واحدها برای سود بیشتر به شکل مستقل صورت می‌گیرد، نتیجه حاصل ممکن است بهینه نباشد. در این حالت هرچند میزان قیمت از حد انحصار هم بیشتر شده است اما مقدار سود نتوانسته به آن میزان بالا باشد.

۶- نتیجه گیری

بازار برق به مانند بسیاری از بازارهای دیگر، بایستی به شکل یک بازار انحصار چندگانه دیده شود. در چنین بازاری افزایش قیمت ممکن است حاصل از یک رقابت یا به میزان بیشتری منتج از تباری بین واحدهای بازار باشد. اما نمی‌توان تمام افزایش قیمت را حاصل از تباری دانست و چنان‌که در بخش سوم این مقاله نشان داده شد، واحدهای بازار با تکیه به قدرت بازار خود، می‌توانند قیمت بازار را چنان‌جا که کنند که سود خود را در بازار افزایش دهند. در این مقاله این موضوع مورد

مراجع

- [11] Frezzi, P.; Garces, F.; Haubrich, H.J. "Analysis of Short-Term Bidding Strategies in Power Markets." IEEE Power Tech, pp. 971-976, 2007
- [12] Tellidou, A.C.; Bakirtzis, A.G. "Agent-Based Analysis of Capacity Withholding and Tacit Collusion in Electricity Markets", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 22, pp. 1735-1742, 2007
- [13] Feng Kong; Hongyan Liu. "Analysis of Market Power of Oligopolistic Generators." IEEE International Conference on Services Systems and Services Management, vol. 1, pp. 7-10, 2005
- [14] Cau, T. D. H.; Anderson, Edward J. "A Co-Evolutionary Approach to the Tacit Collusion of Generators in Oligopolistic Electricity Markets: Piecewise Linear Bidding Structure Case." IEEE Congress on Evolutionary Computation, vol. 4, pp. 2306-2313, 2003
- [15] Cain, M.B.; Alvarado, F.L. "The Impact of Uncertainty on Incentives to Collude In Electricity Markets." IEEE International Conference on Probabilistic Methods Applied To Power Systems, pp. 433-438, 2004
- [۱۶] اصغرپور، محمدجواد. تصمیم‌گیری گروهی و نظریه بازی‌ها با نگرش "تحقیق در عملیات" و ... تهران: موسسه انتشارات و چاپ دانشگاه تهران، ۱۳۸۲
- [17] Wood, Allen J.; Wollenberg, Bruce. Power Generation, Operation, and Control. 2nd Edition, New York: Wiley, 1996
- [۱۸] هندرسن، جیمز میچل. کوانت، ریچارد. "تئوری اقتصاد خرد" مترجم : جمشید پژویان، مرتضی قره باغیان، تهران، نشر رسا، چاپ دوم ۱۳۸۶
- [1] Emmanuel, Rafael; Macatangay A. "Tacit Collusion in the Frequently Repeated Multi-Unit Uniform Price Auction for Wholesale Electricity in England and Wales." European Journal of Law and Economics, vol.13, pp. 257-273 2002
- [2] Stoft, Steven. Power System Economics: Designing Markets for Electricity. New York: Wiley/ IEEE Press. 2002
- [3] Harrington, Joseph. "How Do Cartels Operate?" Foundations and Trends in Microeconomics, Vol. 2, No 1, pp. 1-105, 2006
- [4] Sweeting, Andrew. "Market Power in the England and Wales Wholesale Electricity." MIT Center for Energy and Environmental Research, Aug 2004
- [5] Jaskow, Paul. "California's Electricity Crisis." Oxford Review of Economic Policy, vol. 17, No. 3, pp. 365-388, 2001
- [6] Fabra, Natalia; Toro, Juan. "Price War and Collusion in the Spanish Electricity Market." International Journal of Industrial Organization, vol. 23, pp. 155-181, 2005
- [7] Liu Dun-nan; He Guang-yu; Li Rui-qing; Chen Xue-qing. "Analytical method of Supplier's Behaviors in Electricity Market." IEEE Conference on Power Systems Conference and Exposition, vol. 2, pp. 881-885, 2004
- [8] Xiaohong Guan. "Gaming and Price Spikes in Electric Power Markets and Possible Remedies." IEEE International Conference on Power System Technology, vol. 21, pp. 58-58, 2002
- [9] Liu Dun-Nan; Wu Ya-Guang; Jiang Xiao-Liang; He Guang-Yu; Zhang Hua-Qing. "Key Performance Indices To Monitor Bidding Behaviors In Electricity Market." IEEE Power Systems Conference And Exposition (PSCE '06), pp. 1156-1161, 2006
- [10] Wu Wei-Ku; Wen Dan-Hui. "Preventing Tacit Collusion in Chinese Electricity Reform," IEEE International Conference on Service Systems and Service Management, pp. 1-5, June 2007

ضمیمه A

معادله (۲۰) به شکل زیر است:

$$\begin{cases} \alpha_i \Delta P_i + \Delta \beta_i = \Delta \rho \\ \alpha_{-i} \Delta P_{-i} + \Delta \beta_{-i} = \Delta \rho \\ \Delta P_i + \Delta P_{-i} = -a \rho \end{cases} \quad (1-A)$$

در معادله (۲۰) $\Delta \beta_{-i}$ تغییرات تولید مربوط به واحدهای بازار به غیر از واحد i را نمایش می دهد. به عبارت دیگر در این معادله یک بازار با n بازیگر به یک بازار دوتایی تبدیل شده است. در این صورت:

$$\begin{cases} \Delta \rho = \frac{\alpha_i \Delta \beta_{-i} + \alpha_{-i} \Delta \beta_i}{\alpha_i + \alpha_{-i} + a \alpha_i \alpha_{-i}} \\ \Delta P_i = \frac{\Delta \beta_{-i} - \Delta \beta_i}{\alpha_i + \alpha_{-i} + a \alpha_i \alpha_{-i}} - \frac{a \alpha_{-i}}{\alpha_i + \alpha_{-i} + a \alpha_i \alpha_{-i}} \Delta \beta_i \\ \Delta P_{-i} = \frac{\Delta \beta_i - \Delta \beta_{-i}}{\alpha_i + \alpha_{-i} + a \alpha_i \alpha_{-i}} - \frac{a \alpha_i}{\alpha_i + \alpha_{-i} + a \alpha_i \alpha_{-i}} \Delta \beta_{-i} \end{cases} \quad (2-A)$$

می توان مازاد درآمد واحد i از تغییر پیشنهاد قیمت خود را محاسبه کرد:

$$\begin{aligned} \Delta R_i &= P_i \rho - P_i^0 \rho^0 \\ &= (P_i^0 + \Delta P_i)(\rho^0 + \Delta \lambda) - P_i^0 \rho^0 \\ &= P_i^0 \Delta \rho + \Delta P_i \rho^0 + \Delta P_i \Delta \rho \end{aligned} \quad (3-A)$$

در این حال هزینه های واحد i به دلیل تغییر در سطح تولید نیز تغییر خواهد کرد:

$$\begin{aligned} \Delta C_i &= \\ &= \frac{\alpha_i}{2} (P_i^n)^2 + \beta_i P_i^n + \gamma - \frac{\alpha_i}{2} (P_i^0)^2 - \beta_i P_i^0 - \gamma \\ &= \rho^0 \Delta P_i + \frac{\alpha_i}{2} \Delta P_i^2 \end{aligned} \quad (4-A)$$

اکنون به سادگی می توان مقدار تغییر سود برای یک واحد را محاسبه کرد:

$$\Delta \pi_i = \Delta R_i - \Delta C_i = P_i^0 \Delta \rho + \Delta P_i \Delta \rho - \frac{\alpha_i}{2} \Delta P_i^2 \quad (5-A)$$

با جایگذاری مجموعه معادلات (۱-A) در معادله (۵-A) تغییرات سود بر اساس تغییر در پیشنهاد قیمت واحدهای بازار محاسبه خواهد شد:

$$\begin{aligned} \Delta \pi_i &= P_i^0 \Delta \rho + \left(\frac{\alpha_i}{2} \Delta P_i + \Delta \beta_i \right) \Delta P_i \\ &= \frac{\left(\alpha_{-i} + \alpha_i / 2 + a \alpha_i \alpha_{-i} + a^2 \alpha_i^2 \alpha_{-i} / 2 + a \alpha_{-i}^2 \right)}{(\alpha_i + \alpha_{-i} + a \alpha_i \alpha_{-i})^2} \times \Delta \beta_i^2 \\ &+ \left(\frac{\alpha_{-i} P_i^0}{\alpha_i + \alpha_{-i} + a \alpha_i \alpha_{-i}} + \frac{\alpha_{-i} \Delta \beta_{-i}}{(\alpha_i + \alpha_{-i} + a \alpha_i \alpha_{-i})^2} \right) \times \Delta \beta_i \quad (6-A) \\ &+ \frac{\alpha_{-i} P_i^0}{\alpha_i + \alpha_{-i} + a \alpha_i \alpha_{-i}} \times \Delta \beta_{-i} \\ &+ \frac{\alpha_i / 2}{(\alpha_i + \alpha_{-i} + a \alpha_i \alpha_{-i})^2} \times \Delta \beta_{-i}^2 \end{aligned}$$

این معادله میزان سودی است که واحد i با تغییر در مقدار قیمت خود بدست خواهد آورد و بایستی در ارتباط با پیشنهاد کردن مقدار آن تلاش کند. مشتق دوم این معادله نسبت به تغییرات قیمت واحد i منفی است و در نتیجه معادله حتما دارای یک نقطه ماکزیمم است. با مشتق گیری از این معادله نسبت به $\Delta \beta_i$ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} &-[2\alpha_{-i} + \alpha_i + a\alpha_{-i}(2\alpha_i + 2\alpha_{-i} + a\alpha_i\alpha_{-i})]\Delta\beta_i \\ &+ (\alpha_i + \alpha_{-i} + a\alpha_i\alpha_{-i})\alpha_{-i}P_i^0 + \alpha_{-i}\Delta\beta_{-i} = 0 \end{aligned} \quad (7-A)$$

کنترل فرآیندهای دارای تاخیر زمان در سیستمهای چند ورودی چند خروجی با استفاده از جبرانگر بهره غالب

منصوره اسماعیلی^۱، منصور شیروانی^۲

^۱ دانشجوی دکترا مهندسی شیمی، گروه کنترل، دانشگاه علم و صنعت ایران، m.esmaeli@nipc.net

^۲ استادیار، دانشکده مهندسی شیمی، دانشگاه علم و صنعت ایران، shirvani.m@iust.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۸۹/۳/۲۸، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۸۹/۶/۲۷)

چکیده: در این مقاله روشی نوین برای بهبود عملکرد سیستمهای چند ورودی چند خروجی دارای تاخیر زمان ارائه شده است. در این روش، در هر حلقه کنترل، بر اساس مفهوم بهره غالب، تابع خاصی به تابع انتقال حلقه باز افزوده می شود و بدین طریق رفتار تابع حلقه باز کلي، از وضعیت غیر حداقل فاز^۱ به حداقل فاز^۲ تبدیل می شود. در موقع بکار بردن جبرانگر پیشنهادی برای مقاوم شدن حلقه، کافی است که جبرانگر مورد نظر نسبت به بالاترین نرم محدوده خطای مدل، به صورت بهره غالب طراحی شود. روش پیشنهادی، روشی کاربردی بوده و به راحتی می تواند در یک حلقه پس خور رایج مورد استفاده قرار بگیرد.

کلمات کلیدی: چند ورودی چند خروجی، تاخیر زمان، کنترل مقاوم، مفهوم بهره غالب.

Time Delay MIMO System Control Using Dominant Gain Compensator

Mansoureh Esmaeli, Mansour Shirvani

Abstract: A new method is presented in this paper to improve the performance of time delay Multiple-Input Multiple-Output systems. The method uses a specific compensator for each of the control loops by which the non-minimum phase characteristic of the open loop function changes to minimum phase. When using the proposed added compensator for robustness of the system it is sufficient that compensator becomes dominant gain with respect to the upper norm of the uncertainty of the process. The proposed method is applicable easily in a conventional feedback control loop.

Keywords: MIMO Systems, Time Delay, Robustness, Dominant Gain Concept.

^۱ Non minimum phase

^۲ Minimum phase

۱- مقدمه

بسیاری از فرآیندها در صنایع شیمیایی دارای تأخیر زمان می باشند. وجود تأخیر زمان در فرآیند باعث غیر حداقل فاز شدن رفتار تابع حلقه باز سیستم کنترل می شود و به همین دلیل کنترل این سیستمها مشکل می باشد. در سیستمهای تک ورودی تک خروجی استفاده از پیش بین کننده اسمیت [۱] برای فرآیندهایی که دارای تأخیر زمان طولانی هستند می تواند در بهبود پاسخ سیستم، موثر واقع شود. در این روش با پیش بینی مدل فرآیند، پارامتر تأخیر زمان از معادله مشخصه حذف می شود. از مشکلات این روش می توان به حساسیت زیاد آن نسبت به خطای مدل، وجود افت کنترل^۱ در پاسخ، به هنگام بروز آشفتگی در کنترل فرآیندهای انتگرالی و ناتوانی در کنترل فرآیندهای ناپایدار، اشاره کرد [۲]. بسیاری از محققان برای رفع این مشکلات روشهای مختلفی ارائه داده اند که به جبران کننده های تأخیر زمان^۲ معروف شده اند [3-7]. در [8, 9] نیز دو روش جدید کلی که بر اساس پیش بینی خروجی بدون تأخیر می باشد در قالب سیستمهای کنترل گسسته زمان ارائه شده است. در تعدادی از مراجع سعی در بسط دادن روش اسمیت برای سیستمهای چند ورودی - چند خروجی شده است [۱۰-۱۴]. اما واقعیت این است که کاربرد این روش برای چنین سیستمهایی، دارای محدودیتهای بیشتری نسبت به سیستمهای تک ورودی تک خروجی است. وجود اثرات تداخلی بین حلقه های کنترل یکی از بزرگترین محدودیتهای این روشها میباشد. برای جلوگیری از این اثرات حتی اگر بخواهیم از دکوپلرها استفاده کنیم، به دلیل حساسیت زیاد روش اسمیت نسبت به خطای مدل، مدل انتخاب شده نباید خطای زیادی داشته باشد زیرا باعث ناپایدارتر شدن سیستم کنترل خواهد شد. بعلاوه نسبت به یک روش پس خور معمولی، برای جلوگیری از اثرات متقابل بین حلقه ها، علاوه بر حاصلضرب تابع انتقال فرآیند در کنترل کننده $G_p(s)G_c(s)$ (که شرط نبود اثرات متقابل بین حلقه ها در روش پس خور معمولی می باشد)، حاصلضرب تابع انتقال فرآیند بدون تأخیر زمان در کنترل کننده $G_p^0(s)G_c(s)$ نیز باید یک ماتریس قطری باشد. گذشته از این، روش اسمیت برای فرآیندهایی که پارامتر تأخیر زمان قابل تفکیک از تابع انتقال فرآیند نباشد، قابل کاربرد نیست. لذا با توجه به محدودیتهای ذکر شده، کاربرد روش اسمیت برای کنترل سیستمهای چند ورودی چند خروجی دارای تأخیر زمان، خیلی مورد توجه محققین قرار نگرفته و در اغلب موارد محققین از همان سیستم راجع پس خور معمولی، برای کنترل این سیستمها استفاده می کنند.

برای تنظیم پارامترهای کنترل کننده ها در سیستمهای MIMO، روشهای طراحی بسیاری در مراجع ذکر شده اند که بطور کلی به ۵ دسته زیر قابل تقسیم هستند:

۱. روشهای Detuning [15,16]

۲. روشهای بستن حلقه ها به صورت متوالی [17-20]

۳. روشهای تکراری^۳ یا حدس و خطا [21,22]

۴. روشهای حل همزمان معادلات یا بهینه سازی [23,24]

۵. روشهای مستقل [25-28]

در روشهای Detuning هر کنترل کننده در سیستم، بر اساس عنصر قطری منطبق با آن طراحی شده و از اثرات متقابل حلقه ها بر یکدیگر صرف نظر می شود. سپس کنترل کننده با در نظر گرفتن اثرات تداخلی حلقه ها، دوباره تنظیم می شود. روشهای تنظیم BLT^۴ برای کنترل کننده های PI و PID نمونه ای از این روشها هستند [15,16]. سادگی این روشها اصلی ترین مزیت آنها است اما عیب آنها ناشی از این حقیقت است که عملکرد حلقه و پایداری آن به طور روشن و صریح در این روشها در نظر گرفته نشده است.

در روش دوم، حلقه ها به صورت متوالی بسته و تنظیم می شوند. معمولاً این کار با سریعترین حلقه آغاز می شود و بنابراین اثرات متقابل دینامیکی این حلقه در تنظیم کنترل کننده حلقه بعدی در نظر گرفته می شود و برای بقیه نیز به همین نحو عمل می گردد. نمونه هایی از این روشها در [17-19] ذکر شده است. بعضی از معایب این روش در [23,27] گزارش شده است. از جمله این معایب وابسته بودن طراحی آخرین کنترل کننده به ترتیبی که کنترل کننده ها طراحی شده اند و همچنین، تأثیر بسزای انتخاب روشهای تکرار در پاسخ حلقه های طراحی شده می باشند.

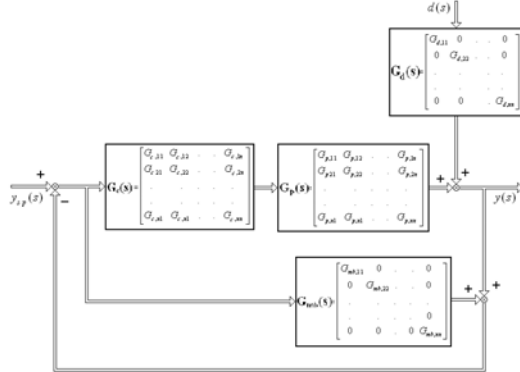
در روشهای تکراری (روش سوم)، ابتدا مشابه روش بستن حلقه ها به صورت متوالی، پارامترهای کنترل کننده تنظیم می شوند و بعد از اینکه همه حلقه ها بسته شدند کنترل کننده ها دوباره یکی پس از دیگری تنظیم می شوند. این روش آنقدر ادامه می یابد تا اینکه جوابها همگرا شوند [۲۱]. در روش حدس و خطا، پارامترهای کنترل کننده PID به صورت مرحله ای طوری تعیین می شود که پایداری سیستم تضمین شود. این نوع از طراحی معمولاً همراه با آزمایشات فید بک رله^۵ همراه می باشد که به نام متغیرهای خود تنظیم^۶ مرسومند. از معایب اصلی آن این است که این روش نه تنها نیاز به آزمایشات موفقیت آمیز رله فیدبک دارد بلکه در این روش رابطه محکمی بین تنظیم پارامترها و عملکرد سیستم وجود ندارد.

طراحی کنترل کننده در حلقه های چند ورودی - چند خروجی از طریق حل هم زمان معادلات (روش چهارم) به صورت عددی مشکل و پیچیده است. در [۲۳]، در همین راستا، یک روش طراحی برای کنترل

³ Iterative⁴ Biggest Log Modulus⁵ Relay Feedback⁶ Auto-Tuning Variations (ATV)¹ Offset² Dead Time Compensators (DTCs)

۲- تحلیل کاربرد سیگنال MBPL در کنترل سیستمهای MIMO دارای تاخیر زمان

در شکل (۲)، سیستم کنترل پیشنهادی برای یک سیستم MIMO نمایش داده شده است.



شکل ۲. ساختار کنترل پیشنهادی در سیستمهای چند ورودی چند خروجی

توابع انتقال حلقه بسته این سیستم به صورت روابط (۱) و (۲) می باشند.

$$(Y_n(s))(Y_{sp,n}(s))^{-1} = (G_{p,n}(s)G_{c,n}(s) + (1 + G_{mb,n}(s) + G_{p,n}(s)G_{c,n}(s))^{-1} \quad (1)$$

$$(Y_n(s))(d_n(s))^{-1} = (G_{d,n}(s) + G_{mb,n}(s)G_{d,n}(s)) + (1 + G_{mb,n}(s) + G_{c,n}(s)G_{p,n}(s))^{-1} \quad (2)$$

در روابط بالا

$Y_n(s)$, $Y_{sp,n}(s)$, $d_n(s)$, $G_{mb,n}(s)$, $G_{p,n}(s)$, $G_{c,n}(s)$ از چپ به راست به ترتیب نشان دهنده ماتریس پاسخ، ماتریس ورودیهای مرجع، ماتریس آشفتگیهای ورودی، ماتریس توابع پیش بین کننده، ماتریس توابع فرآیندی و ماتریس کنترل کننده های سیستم کنترل می باشند.

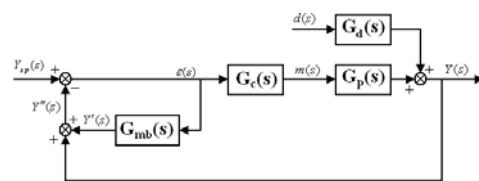
در این سیستم نیز همانند سیستم کنترل پیشنهادی در سیستمهای تک ورودی تک خروجی، تابع $G_{mb,n}(s)$ که پیش بین کننده حلقه n ام در سیستم کنترل می باشد باید یک تابع با رفتار حداقل فاز و دارای بهره غالب نسبت به توابع دیگر، در تابع حلقه باز مربوط به آن حلقه باشد. به عنوان مثال برای یک سیستم کنترل 2×2 که ساده ترین سیستم چند ورودی چند خروجی است، داریم:

$$\begin{aligned} open\ loop &= G_{mb,2}(s) + G_{p,2}(s)G_{c,2}(s) \\ &= \begin{bmatrix} G_{mb,11}(s) & 0 \\ 0 & G_{mb,22}(s) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} G_{p11}(s) & G_{p12}(s) \\ G_{p21}(s) & G_{p22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{c11}(s) & G_{c12}(s) \\ G_{c21}(s) & G_{c22}(s) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

حالت مطلوب در کنترل سیستمهای چند ورودی چند خروجی، نبود اثر متقابل حلقه ها بر یکدیگر است. این حالت زمانی اتفاق می افتد که

کننده های PI/PID در حلقه های چند ورودی - چند خروجی ارائه شده است. در این مرجع از روش اصلاح شده زیگلر نیکولز استفاده شده و اثرات تداخل بین حلقه ها در آن در نظر گرفته شده است اما برای وجود جواب، هیچ تضمینی وجود ندارد. چون محاسبات غیر خطی و پیچیده هستند این روش تنها برای سیستمهای ۲ ورودی ۲ خروجی بکار رفته است و بسط آن برای سیستمهای با ابعاد بالاتر به نظر مشکل می رسد و تا بحال گزارش نشده است. در [۲۴] طراحی چند حلقه ایها، به عنوان یک مساله بهینه سازی غیر خطی مطرح شده است. اما این فرمولاسیون شامل سیستمهایی که دارای تاخیرهای متفاوت هستند نیست. بهینه کردن هم زمان معادلات سیستمهای چند ورودی - چند خروجی به صورت عددی، بسیار مشکل می باشد و نتایج آن بسیار وابسته به شرایط تعریف شده در تابع هدف می باشد و اگر حلقه ها با ترتیبهای متفاوت بسته شوند ممکن است که نهایتاً سیستم ناپایدار شود. در [25-28] روشهای طراحی مستقل (روش پنجم) بکار برده شده است. در این روشها کنترل کننده ها به صورت جداگانه و با در نظر گرفتن محدوده هایی خاص برای تضمین پایداری و عملکرد مناسب، طراحی می شوند. اما جزئیات اطلاعات درباره دینامیک کنترل کننده ها در حلقه های دیگر مورد استفاده قرار نمی گیرد و بنابراین ممکن است عملکرد نهایی ضعیف باشد.

در [۲۹] روشی جدید برای کنترل فرآیندهای دارای تاخیر زمان، در سیستمهای تک ورودی - تک خروجی ارائه شده است. در این روش تابع $G_{mb}(s)$ که اغلب یک تابع درجه یک با بهره غالب و یا مساوی، نسبت به تابع حلقه باز سیستم کنترل می باشد، به تابع حلقه باز سیستم کنترل افزوده می شود و بدین ترتیب کلیه صفرهای سمت راست ناشی از تاخیر زمان تابع حلقه باز، به سمت چپ منتقل می شوند و بدین طریق عملکرد سیستم کنترل بهبود می یابد. روش مذکور در شکل (۱) نمایش داده شده است.



شکل ۱. روش پیشنهادی در [۲۹]

در این مقاله، روش مذکور برای سیستمهای چند ورودی چند خروجی بسط داده شده و در پایان، کاربرد روش مذکور در کنترل یک برج تقطیر مورد بررسی قرار گرفته و پاسخ آن با روشهای دیگر، مورد مقایسه قرار گرفته است. همچنین، تاثیر خطا در پارامتر تاخیر زمان، در پاسخها مورد بررسی قرار گرفته است.

برای هر حلقه به صورت جداگانه و نسبت به تابع حلقه باز همان حلقه انتخاب می کنیم لذا انتخاب درجه این تابع نیز همانند سیستمهای تک ورودی تک خروجی است که در ذیل راجع به آن بحث خواهد شد. در مورد این سیستمها، تابع کلی حلقه باز را می توان به صورت معادله (۹) نمایش داد:

overall open loop transfer function = (۹)

$$G_{oo,j}(s) = G_{mb,j}(s) + G_{sol,j}(s) \\ = \frac{K_{mb,j}}{D_{mb,j}^{(pb)}(s)} + \frac{K_{sol,j} N_{sol,j}^{(mo)}(s)}{D_{sol,j}^{(po)}(s)} e^{-s t_{d,j}}, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

در رابطه بالا $G_{sol,j}(s)$ تابع حلقه باز ساده در حلقه j ام است. همچنین، $G_{mb,j}(s)$ تابع حلقه باز کلی برای حلقه j ام است. $K_{mb,j}$ و $K_{sol,j}$ به ترتیب بهره های جبران کننده MBPL و تابع حلقه باز ساده هستند و po ، pb ، mo درجات پلی نومیالها می باشند. بدین ترتیب معادله مشخصه روش پیشنهادی به صورت رابطه (۱۰) خواهد شد.

$$K_{mb,j} D_{sol,j}^{(po)}(s) + K_{sol,j} N_{sol,j}^{(mo)}(s) D_{mb,j}^{(pb)} e^{-s t_{d,j}} = 0 \quad (۱۰)$$

برای اینکه شرط بهره غالب در تابع حلقه باز کلی هر حلقه برقرار باشد می بایست رابطه (۱۱) صادق باشد

$$po \geq mo + pb \Rightarrow pb \leq po - mo \quad (۱۱)$$

حال اگر $G_{sol,j}(s)$ یک تابع مناسب^۱ باشد، یعنی $po = mo$ ، برای غالب شدن تابع دارای رفتار مینیم فاز در رابطه (۱۰)، یعنی $K_{mb,j} D_{sol,j}^{(po)}(s)$ می بایست $pb = 0$ باشد. در حالیکه اگر $G_{sol,j}(s)$ یک تابع اکیدا مناسب^۲ باشد برای غالب شدن تابع دارای رفتار مینیم فاز در رابطه (۱۰) می بایست $po > mo$ باشد که در آن صورت داریم $pb \geq 1$. در این مورد مطلوبترین درجه $pb = 1$ است چرا که توابع درجه یک، دارای فاز محدود بوده و منحنی فاز آنها هرگز به -۱۸۰ نخواهد رسید لذا همواره پایدار می باشند. بطور کلی شرط از بین رفتن کلیه صفرهای سمت راست ناشی از پارامتر تاخیر زمان از تابع کلی حلقه باز برقراری رابطه (۱۲) می باشد.

$$\left| K_{mb,j} D_{sol,j}^{(po)}(j\omega) \right| \geq \left| K_{sol,j} N_{sol,j}^{(mo)}(j\omega) D_{mb}^{(pb)}(j\omega) e^{-j\omega t_{d,j}} \right| \quad (۱۲)$$

که معادل آن رابطه (۱۳) است.

$$\left| G_{mb,j}(j\omega) \right| \geq \left| G_{sol,j}(j\omega) \right| \quad (۱۳)$$

ماتریس $G_{p,2}(s)G_{c,2}(s)$ یک ماتریس قطری باشد که در این صورت ماتریس تابع انتقال حلقه باز سیستم کنترل پیشنهادی به صورت معادله زیر خواهد شد:

$$\chi(s) = \begin{bmatrix} G_{mb1}(s) + G_{p11}(s)G_{c11}(s) \\ G_{mb2}(s) + G_{p22}(s)G_{c22}(s) \end{bmatrix} \quad (۴)$$

برای برقراری شرایط مفهوم بهره غالب باید شرایط معادلات (۵) و (۶) در حلقه ها، بطوری برقرار باشد که نمودارهای فاز در تمام فرکانسها از محدوده ۰ تا -۱۸۰ درجه تجاوز ننماید.

$$\left| G_{mb1}(s) \right| \geq \left| G_{p11}(s)G_{c11}(s) \right| \quad (۵)$$

$$\left| G_{mb2}(s) \right| \geq \left| G_{p22}(s)G_{c22}(s) \right| \quad (۶)$$

این روش به خوبی قابل بسط برای سیستمهای با ابعاد بالاتر نیز می باشد و تنها کافی است که شرایط لازم برای ایجاد قید بهره غالب در تابع حلقه باز هر حلقه کنترل برقرار باشد [۲۹].

اگر بین حلقه ها اثرات تداخلی متقابل وجود داشته باشد در این صورت، به عنوان مثال، در یک سیستم کنترل 2×2 تابع حلقه باز سیستم کنترل به صورت زیر به دست می آید:

$$Q(s) = (1 + G_{mb,11}(s) + G_{p11}(s)G_{c11}(s)) \\ (1 + G_{mb,22}(s) + G_{p22}(s)G_{c22}(s)) \\ - G_{p12}(s)G_{p21}(s)G_{c11}(s)G_{c22}(s) \quad (۷)$$

که برای برقراری قید بهره غالب می بایست رابطه زیر در همه فرکانسها و یا اغلب آنها، به نحوی که نمودار فاز تابع حلقه باز سیستم کنترل حول نمودار تابع غیر حداقل فاز نوسان نکرده و از -۱۸۰ درجه عبور نکند، برقرار باشد:

$$\left| G_{mb,11}(s) + G_{mb,22}(s) + G_{mb,11}(s)G_{mb,22}(s) \right| \geq \left| G_{p22}(s)G_{c22}(s) + G_{p11}(s)G_{c11}(s) \right. \\ \left. + G_{p11}(s)G_{p22}(s)G_{c11}(s)G_{c22}(s) \right. \\ \left. + G_{p11}(s)G_{c11}(s)G_{mb,22}(s) \right. \\ \left. + G_{p22}(s)G_{c22}(s)G_{mb,11}(s) \right. \\ \left. - G_{p11}(s)G_{p21}(s)G_{c11}(s)G_{c22}(s) \right| \quad (۸)$$

البته برای کاربرد روش پیشنهادی در کنترل سیستمهایی که حلقه ها دارای اثرات متقابل می باشند، می توان از روش ساده تری نیز استفاده کرد. در این روش ابتدا اثرات متقابل حلقه ها از روشهای مختلف، مثل روشهای تنظیم کنترل کننده ها، از بین رفته و سپس روش پیشنهادی برای سیستم مفروض بکار می رود. در مثالی که در این مقاله آورده شده است این روش بکار رفته است.

در مورد انتخاب درجه تابع $G_{mb,j}$ ، $j = 1, 2, \dots, n$ با توجه به اینکه در سیستمهای چند ورودی چند خروجی تابع $G_{mb,n}(s)$ را

¹ Proper
² Strictly Proper

از مقایسه (۱۶) و (۱۷) می توان به این نتیجه رسید که در شرایط مساوی، نرم بالاترین محدوده خطای مدل در روش پیشنهادی به دلیل وجود تابع $G_{mb,n}(s)$ بزرگتر از یک حلقه پس خور معمولی می باشد و بدین ترتیب می توان نتیجه گرفت روش پیشنهادی نسبت به خطای مدل مقاومتر می باشد و هرچه بهره $G_{mb,n}(s)$ بیشتر شود این نرم بیشتر شده و مقاومت روش پیشنهادی نسبت به خطای مدل یستر می شود که بنابراین می توان نتیجه گرفت روش پیشنهادی قابل انعطافتر از نظر دفع خطا های مدل می باشد.

۴- شبیه سازی

در ذیل، مثالی برای استفاده از سیستم پیشنهادی در کنترل فرآیندهای چند ورودی چند خروجی آورده شده و نحوه کاربرد آن برای این سیستمها شرح داده شده است.

مثال - تابع فرآیندی برج تقطیر Wood-Berry که یک تابع مشهور در زمینه سیستمهای چند ورودی چند خروجی می باشد به صورت زیر در نظر گرفته می شود [۳۰]:

$$G_p(s) = \begin{bmatrix} \frac{12.8e^{-s}}{16.7s+1} & \frac{-18.9e^{-3s}}{21s+1} \\ \frac{6.6e^{-7s}}{10.9s+1} & \frac{-19.4e^{-3s}}{14.4s+1} \end{bmatrix}$$

اولین نکته ای که در حل این مسائل باید در نظر گرفت تاثیر متقابل حلقه های کنترل بر یکدیگر است. برای اینکه حلقه ها بر یکدیگر اثرمتقابل نداشته باشند باید حاصلضرب $G_p \times G_c$ یک ماتریس قطری باشد. برای قطری کردن ماتریس تابع حلقه باز سیستم کنترل، از روشهای گوناگون استفاده می شود. در بعضی از مراجع با استفاده از دکوپلرها [۳۱-۳۵] و در بعضی دیگر با تنظیم پارامترهای کنترل کننده [۳۶-۴۰] این عمل انجام می شود. در این مثال از روش دوم استفاده شده است. در [۳۷] روشی ارائه شده است که بر اساس آن پارامترهای کنترل کننده ها طوری تنظیم می شوند که حلقه ها بریکدیگر تاثیر متقابل نداشته باشند. براساس این روش، برای این مثال پارامترهای کنترل کننده ها برای دو حلقه کنترل به صورت $G_{c1} = 0.547 + \frac{0.0915}{s}$ و $G_{c2} = -0.107 - \frac{0.021}{s}$ PI به دست آمده اند.

در روش پیشنهادی، برای طراحی ساختار کنترل ابتدا باید تابع $G_{mb,n}(s)$ را انتخاب کنیم. با توجه به اینکه در این مثال می خواهیم مقاوم بودن روش پیشنهادی را نسبت به خطای مدل نشان دهیم، برای تمامی پارامترهای تاخیر زمان در $G_{pij}(s)$ احتمال خطای تا ۵۰+

اگر بین حلقه های کنترل اثرات تداخلی وجود داشته باشد در این صورت با استفاده از معادله (۸) و کاربرد روشی مشابه آنچه در بالا ذکر شد، می توان درجه و بهره مناسب تابع جبران کننده را پیدا کرد.

۳- مقاوم بودن روش پیشنهادی در مقابل خطای مدل

در این بخش، مقاوم بودن روش پیشنهادی نسبت به خطای مدل مورد بررسی قرار می گیرد. برای سادگی بحث را برای زمانیکه اثرات متقابل در سیستم کنترل بین حلقه ها وجود ندارد انجام می دهیم بدیهی است روش مذکور به راحتی قابل تعمیم به سیستمهای دارای اثرات متقابل است. معادله مشخصه سیستم پیشنهادی در صورتیکه اثرات متقابل در سیستم کنترل وجود نداشته باشد به صورت رابطه (۱۴) می باشد.

$$1 + G_{mb,n}(s) + G_{p,n}(s)G_{c,n}(s) = 0 \quad (14)$$

خطا در مدل را می توان به صورت $\delta G_{p,n}(j\omega) = G_{p,n}(j\omega) - G_{n,n}(j\omega)$ نمایش داد. $\delta G_{p,n}(j\omega)$ تفاوت بین مدل واقعی $G_{p,n}(j\omega)$ و مدل اسمی $G_{n,n}(j\omega)$ می باشد. با جایگذاری $\delta G_{p,n}(j\omega)$ در معادله (۱۴) به معادله (۱۵) خواهیم رسید.

$$1 + G_{mb,n}(j\omega) + G_{n,n}(j\omega)G_{c,n}(j\omega) + \delta G_{p,n}(j\omega)G_{c,n}(j\omega) = 0 \quad (15)$$

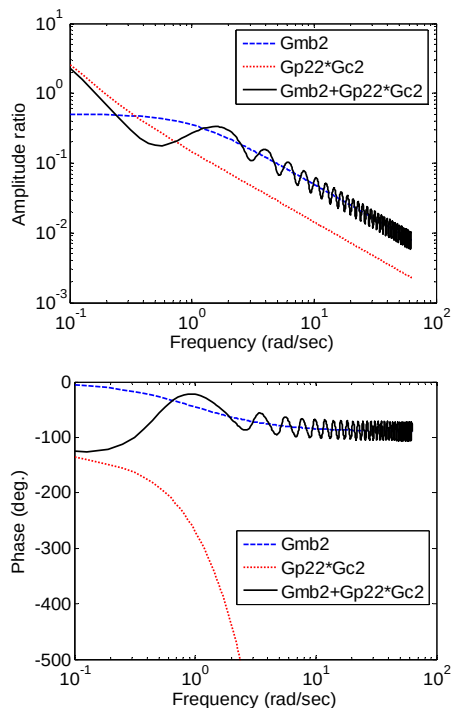
از طریق معادله (۱۵) می توان نرم بالاترین محدوده خطای مدل^۱ را به دست آورد که رابطه (۱۶) خواهد شد

$$|\delta G_{p,n}(j\omega)| = \frac{|1 + G_{mb,n}(j\omega) + G_{n,n}(j\omega)G_{c,n}(j\omega)|}{|G_{c,n}(j\omega)|} \quad (16)$$

به همین طریق می توان این نرم را برای یک حلقه پس خور معمولی به دست آورد:

$$|\delta G_{p,n}(j\omega)| = \frac{|1 + G_{n,n}(j\omega)G_{c,n}(j\omega)|}{|G_{c,n}(j\omega)|} \quad (17)$$

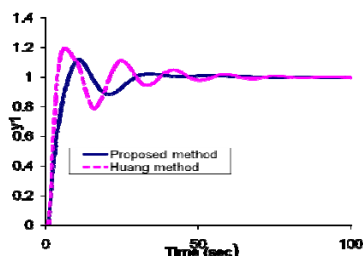
^۱ Upper Norm Bound Uncertainty



شکل ۴. نمودار پاسخ فرکانسی برای تابع حلقه باز حلقه دوم

همانطور که در این شکلها دیده می شود شرط برتر بودن بهره $G_{mb,n}(s)$ در اغلب فرکانسها به نحوی که نمودار فاز قبل از رسیدن به نقطه -180° درجه محدود شود، در این دو حلقه برقرار است. بنابراین می توان به این نتیجه رسید که انتخاب $G_{mb,ii}(s)$ در هر دو حلقه مناسب بوده است. همچنین مینیمم فاز بودن رفتار تابع حلقه باز در روش پیشنهادی یکی از مزایای این روش نسبت به روشهایی است که در آنها تابع حلقه باز سیستم کنترل دارای رفتار غیرمینیمم فاز (مانند روش هوآنگ) است.

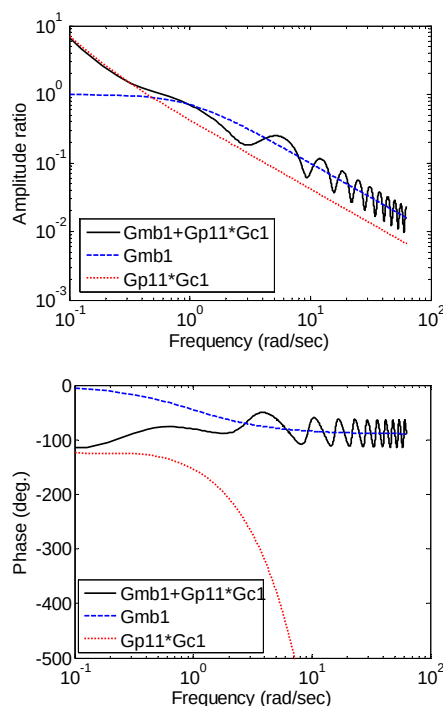
پاسخ های مربوط به روش پیشنهادی و روش Huang برای حلقه های اول و دوم به ترتیب در شکلهای (۵) و (۶) نمایش داده شده اند.



شکل ۵. مقایسه پاسخهای خروجی از سیستم کنترل حلقه اول، به هنگام

تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقه اول

درصد را در نظر می گیریم. در روش پیشنهادی، تابع $G_{mb,n}(s)$ را می بایست طوری انتخاب کنیم که توانایی پوشش بالاترین حد خطا را داشته باشد به طوریکه در بیشتر فرکانسها، شرط بهره غالب رعایت شده و تابع حلقه باز، رفتار حداقل فاز داشته باشد. با انتخاب $G_{mb1}(s) = \frac{1}{s+1}$ برای حلقه اول و $G_{mb2}(s) = \frac{0.5}{s+1}$ برای حلقه دوم، همانطور که در اشکال ۳ و ۴ نشان داده شده است، شرط بهره غالب برای بالاترین نرم محدوده خطای مدل، با شرایط ذکر شده، رعایت شده است. در شکل (۳) نمودار پاسخ فرکانسی برای تابع حلقه باز حلقه اول در ساختار کنترل پیشنهادی و روش هوآنگ^۱ [۳۷] که به ترتیب $G_{p11}(s)G_{c1}(s)$ و $G_{mb1}(s) + G_{p11}(s)G_{c1}(s)$ می باشند، ترسیم شده اند.

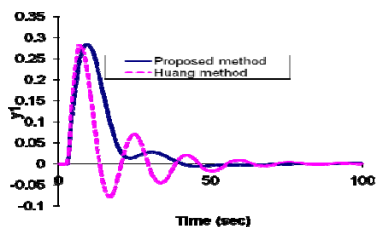


شکل ۳. نمودار پاسخ فرکانسی برای تابع حلقه باز حلقه اول

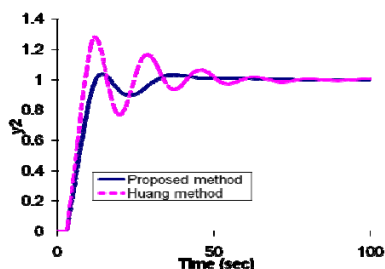
همچنین در شکل (۴) نمودار پاسخ فرکانسی برای تابع حلقه باز حلقه دوم در ساختار کنترل پیشنهادی و روش هوآنگ^۱ که به ترتیب $G_{p22}(s)G_{c2}(s)$ و $G_{mb2}(s) + G_{p22}(s)G_{c2}(s)$ می باشند، ترسیم شده اند.

¹ Huang

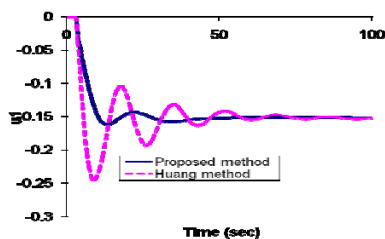
همچنین در شکلهای (۹) و (۱۰) خروجی هر دو حلقه در صورت تغییر پله ای واحد در مقدار مقرر برای حلقه دوم در روش پیشنهادی و روش هوانگ مقایسه شده اند. در شکلهای (۱۱) و (۱۲) نیز خروجی از کنترل کننده ها به ترتیب، برای حلقه های اول و دوم نمایش داده شده اند.



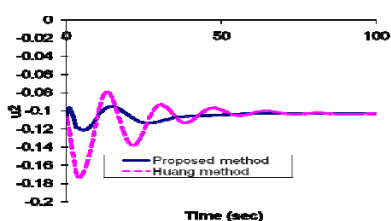
شکل ۸. مقایسه پاسخهای خروجی از سیستم کنترل حلقه اول، به هنگام تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقه دوم



شکل ۹. مقایسه پاسخهای خروجی از سیستم کنترل حلقه دوم، به هنگام تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقه دوم

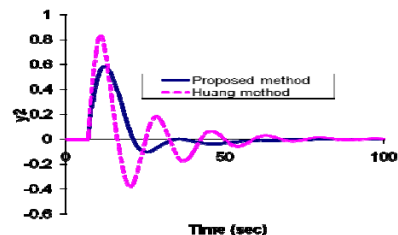


شکل ۱۰. مقایسه پاسخهای خروجی از سیستم کنترل حلقه اول، به هنگام تغییر پله ای واحد در مقدار مقرر حلقه دوم

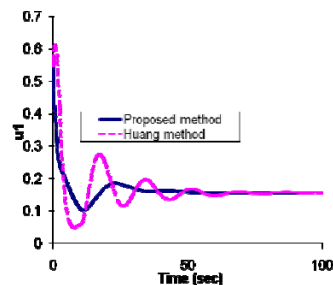


شکل ۱۱. مقایسه پاسخهای خروجی از سیستم کنترل حلقه دوم، به هنگام تغییر پله ای واحد در مقدار مقرر حلقه دوم

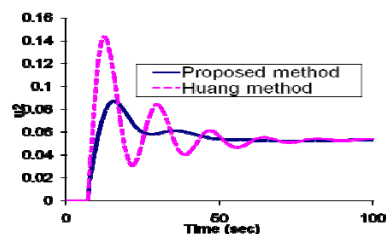
همچنین خروجی از کنترل کننده ها برای حلقه های اول و دوم به ترتیب در شکلهای (۷) و (۸) نمایش داده شده اند.



شکل ۶. مقایسه پاسخهای خروجی از سیستم کنترل حلقه دوم، به هنگام تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقه اول



شکل ۷. مقایسه خروجیهای کنترل کننده حلقه اول، به هنگام تغییر پله ای واحد در مقدار مقرر حلقه اول



شکل ۸. مقایسه خروجیهای کنترل کننده حلقه دوم، به هنگام تغییر پله ای واحد در مقدار مقرر حلقه اول

همانطور که در شکلهای بالا مشخص است پاسخهای مربوط به روش پیشنهادی نسبت به روش هوانگ دارای نوسانات کمتر می باشد. در جدول ۱، مقادیر IAE و ISE برای پاسخهای حلقه اول و دوم در شکلهای (۵) و (۶) آورده شده است. همانطور که از مقادیر در جدول مشخص است پاسخهای روش پیشنهادی نسبت به روش هوانگ مطلوبتر می باشند.

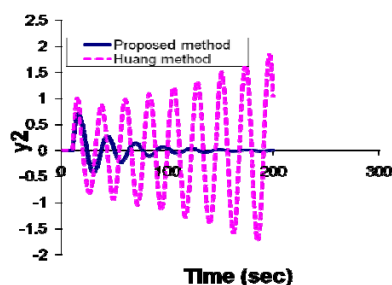
جدول ۱. مقادیر IAE و ISE برای پاسخهای حلقه اول و دوم در

شکل های ۵ و ۶

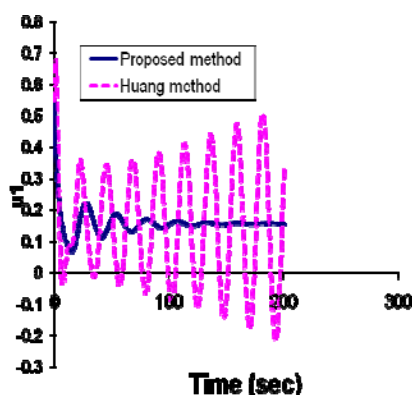
نام روش	Y1		Y2	
	IAE	ISE	IAE	ISE
پیشنهادی	۱۳/۳۲	۱۰/۴	۸۱	۷۹/۳
هوانگ	۱۴	۹/۵	۸۱/۶	۸۲/۱۶

تمامی پارامترهای تاخیر زمان به میزان $+50\%$ درصد، در روش پیشنهادی

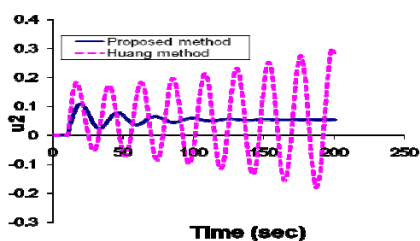
و روش هوآنگ



شکل ۱۴. مقایسه پاسخهای خروجی از سیستم کنترل حلقه دوم به هنگام تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقه اول، در صورت وجود خطا در تمامی پارامترهای تاخیر زمان به میزان $+50\%$ درصد، در روش پیشنهادی و روش هوآنگ



شکل ۱۵. مقایسه خروجیهای کنترل کننده از سیستم کنترل حلقه اول به هنگام تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقه اول، در صورت وجود خطا در تمامی پارامترهای تاخیر زمان به میزان $+50\%$ درصد، در روش پیشنهادی و روش هوآنگ



شکل ۱۶. مقایسه خروجیهای کنترل کننده از سیستم کنترل حلقه دوم به هنگام تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقه اول، در صورت وجود خطا در تمامی پارامترهای تاخیر زمان به میزان $+50\%$ درصد، در روش پیشنهادی و روش هوآنگ

همچنین در شکلهای (۱۷) تا (۲۰) پاسخهای خروجی از حلقه اول و دوم و خروجیهای کنترل کننده ها در روش پیشنهادی و روش

در این مورد هم همانطور که در شکلها مشخص است، پاسخهای مربوط به روش پیشنهادی نسبت به روش هوآنگ دارای نوسانات کمتر بوده و از این جهت مطلوبتر می باشد. در جدول ۲ مقادیر IAE و ISE برای پاسخهای حلقه اول و دوم در شکلهای (۹) و (۱۰) آورده شده است. مقادیر جدول نشان می دهد که پاسخهای روش پیشنهادی نسبت به روش هوآنگ مطلوبتر می باشند.

جدول ۲. مقادیر IAE و ISE برای پاسخهای حلقه اول و دوم در شکلهای ۹

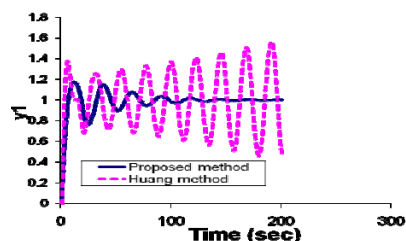
و ۱۰

نام روش	Y1		Y2	
	IAE	ISE	IAE	ISE
پیشنهادی	۷۸/۸	۷۶/۲	۱۷/۱	۱۴/۴
هوآنگ	۸۰/۴	۷۹/۲	۱۸/۸	۱۴/۶

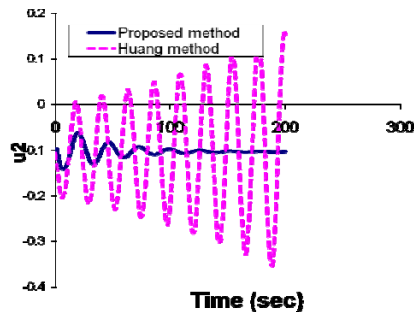
مقاوم بودن روش پیشنهادی نسبت به خطای مدل

در این بخش مقاوم بودن روش پیشنهادی نسبت به خطای مدل مورد بررسی قرار خواهد گرفت. همانطور که قبلاً نیز اشاره شد، روش پیشنهادی نسبت به خطای مدل مقاوم می باشد و این مقاومت بستگی به مقدار بهره های تابع $G_{mb,n}(s)$ دارد. هر چه این مقدار بیشتر باشد مقدار بالاترین نرم محدوده خطا بیشتر بوده و در نتیجه پایداری سیستم کنترل در مقابل مقدار خطای بیشتر تضمین خواهد شد. لازم به ذکر است که چون مقدار $G_{mb,n}(s)$ با توجه به نمودار پاسخ فرکانسی تعیین می شود بنابراین برای هر دو مورد خطای ساختاری و غیر ساختاری می توان سیستم کنترل را با افزایش مقدار بهره $G_{mb,n}(s)$ نسبت به خطای مدل مقاوم کرد. به عنوان مثال اگر در مثال قبل، در مقادیر تاخیر زمان $+50\%$ درصد خطا وجود داشته باشد روش هوآنگ ناپایدار خواهد شد اما برای روش پیشنهادی چنین مشکلی به وجود نخواهد آمد.

در شکلهای (۱۳) تا (۱۶) پاسخهای خروجی از حلقه اول و دوم و خروجیهای کنترل کننده ها در روش پیشنهادی و روش هوآنگ به هنگام ایجاد یک تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقه اول و وجود خطا در تمامی پارامترهای تاخیر زمان به میزان $+50\%$ درصد، نمایش داده شده اند.



شکل ۱۷. مقایسه پاسخهای خروجی از سیستم کنترل حلقه اول به هنگام تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقه اول، در صورت وجود خطا در



شکل ۱۶. مقایسه پاسخهای خروجی از سیستم کنترل حلقه دوم به هنگام تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقه دوم، در صورت وجود خطا در تمامی پارامترهای تاخیر زمان به میزان ۵۰ درصد، در روش پیشنهادی و روش هوآنگ

بنابراین با مقایسه شکلهای موجود می توان نتیجه گرفت روش پیشنهادی در مقابل خطای موجود در مدل مقاوم بوده و ناپایدار نمی شود.

۵- نتیجه گیری

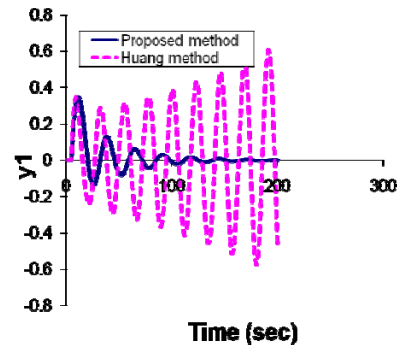
در این مقاله روشی که در [۲۹] برای کنترل فرآیندهای دارای تاخیر زمان ارائه شده است، برای سیستمهای چند ورودی چند خروجی بسط داده شده است. بدیهی است که کلیه خواص روش مذکور که شامل توانایی کنترل فرآیندهای پارامتر گسترده و انتگرالی می باشد، با استفاده از روش مذکور، قابل تعمیم به سیستمهای چند ورودی چند خروجی می باشد. در این مقاله نشان داده شده است که روش مذکور نسبت به خطای مدل مقاوم می باشد و برای کاربرد آن نیاز به دانستن مدل دقیقی از فرآیند نمی باشد. چرا که برای استفاده از روش مذکور، تنها شناخت بالاترین باند خطا کافی است.

همچنین مزیت دیگر روش پیشنهادی کاربرد ساده آن می باشد. اگر یک تابع انتقال درجه یک باشد و با یک کنترل کننده PI ترکیب شود، یک کنترل کننده PID واقعی حاصل می شود. این مطلب در معادله (۱۸) نشان داده شده است.

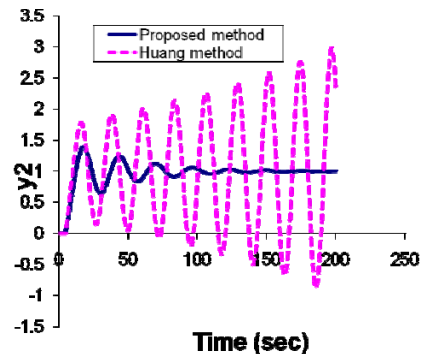
$$\frac{G_{c_{pid}}(s)}{1 + G_{mbn}(s)} = \frac{K_{cn} + \frac{\tau_{in}}{s}}{1 + \frac{K_{mbn}}{s+1}} = G_{c_{pid}} = [K'_{cn} + \frac{\tau'_{in}}{s} + \frac{\tau_{Dn}s}{\tau_{fn}s + 1}] \quad (18)$$

بنابراین روش مذکور به راحتی در حلقه های پس خور معمولی قابل کاربرد می باشد.

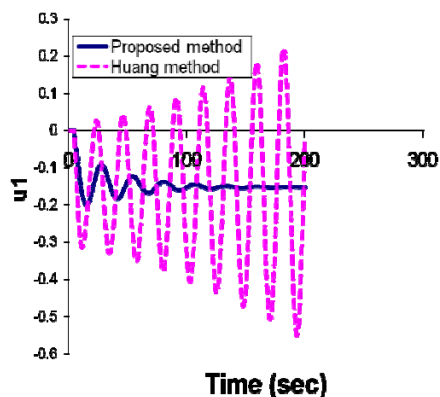
هوآنگ به هنگام ایجاد یک تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقه دوم نمایش داده شده اند.



شکل ۱۷. مقایسه پاسخهای خروجی از سیستم کنترل حلقه اول به هنگام تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقه دوم، در صورت وجود خطا در تمامی پارامترهای تاخیر زمان به میزان ۵۰ درصد، در روش پیشنهادی و روش هوآنگ



شکل ۱۸. مقایسه پاسخهای خروجی از سیستم کنترل حلقه دوم به هنگام تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقه دوم، در صورت وجود خطا در تمامی پارامترهای تاخیر زمان به میزان ۵۰ درصد، در روش پیشنهادی و روش هوآنگ



شکل ۱۹. مقایسه پاسخهای خروجی از کنترل کننده حلقه اول، به هنگام تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقه دوم، در صورت وجود خطا در تمامی پارامترهای تاخیر زمان به میزان ۵۰ درصد، در روش پیشنهادی و روش هوآنگ

مراجع

- [16] T.J. Monica, C.C. Yu, W.L. Luyben, 1988, "Improved multiloop single-input/single-output (SISO) controllers for multivariable processes", *Ind. Eng. Chem. Res.*, 27, 969-973.
- [17] D.Q. Mayne, 1973, "The design of linear multivariable systems", *Automatica*, 9, 201-207.
- [18] M.S. Chiu, Y. Arkun, 1992, "A methodology for sequential design of robust decentralized control systems", *Automatica*, 28, 5, 997-1001.
- [19] M. Hovd, S. Skogestad, 1994, "Sequential design of decentralized controllers", *Automatica*, 30, 10, 1601-1607.
- [20] S.J. Shiu, S.H. Hwang, 1998, "Sequential design method for multivariable decoupling and multiloop PID controllers", *Ind. Eng. Chem. Res.*, 37, 107-119.
- [21] S.H. Shen, C.C. Yu, 1994, "Use of relay-feedback test for automatic tuning of multivariable systems", *AIChE Journal*, 40, 4, 627-646.
- [22] J. Lee, W. Cho, T.F. Edgar, 1998, "Multiloop PI controller tuning for interacting multivariable processes", *Comp. Chem. Eng.*, 22, 11, 1711-1723.
- [23] Q.G. Wang, T.H. Lee, Y. Zhang, 1998, "Multi-loop version of the modified Ziegler-Nichols method for two input two output process", *Ind. Eng. Chem. Res.*, 37, 4725-4733.
- [24] J. Bao, J.F. Forbes, P.J. McLellan, 1999, "Robust multiloop PID controller design: a successive semidefinite programming approach", *Ind. Eng. Chem. Res.*, 38, 3407-3419.
- [25] C.G. Economou, M. Morari, 1986, internal model control: 6. Multiloop design, *Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev.* 25, 411-419.
- [26] P. Grosdidier, M. Morari, 1986, "Interaction measures for systems under decentralized control", *Automatica*, 22, 309-319.
- [27] S. Skogestad, M. Morari, 1989, "Robust performance of decentralized control systems by independent designs", *Automatica*, 25, 1, 119-125.
- [28] M. Hovd, S. Skogestad, 1993, "Improved independent design of robust decentralized controllers", *J. Process Control*, 3, 1, 43-51.
- [29] M. Esmaeli, M. Shirvani, 2008, "A new method for time delay compensation in control systems", *IJCCE*, 27, 4, 49-64.
- [30] R.K. Wood, M.W. Berry, 1973, "Terminal composition control of a binary distillation column", *Chem. Eng. Sci.*, 28, 1707-1717.
- [31] D. Pomerleau, A. Pomerleau, 2001, "Guide lines for the tuning and the evaluation of decentralized and
- [1] Smith, O. J. M., 1959, "A controller to overcome dead time", *ISA Journal*, 6, 2, 28-33.
- [2] Normey-Rico J.E. & Camacho F., Eduardo. 2008, "Dead-time compensators: A survey.", *Control engineering practice*, 16, 4, 407-428.
- [3] Astrom, K., Hang, C. C., & Lim, B. C. 1994, "A New Smith Predictor for Controlling a Process with an Integrator and Long Dead-Time", *IEEE Transactions on Automatic Control*, 39, 2, 343-345
- [4] Mataušek, M. R. and A. D. Micić. 1999, "On the Modified Smith Predictor for Controlling a Process with an Integrator and Long Dead-Time", *IEEE Trans. Automat. Cont.*, 44, 8, 1603-1606.
- [5] Majhi, S. and D. P. Atherton. 2000, "Obtaining Controller Parameters for a New Smith Predictor Using Auto Tuning". *Automatica*, 36, 11, 1651-1658.
- [6] Majhi, S. and D. P. Atherton, 2000, "Obtaining Controller Parameters for a New Smith Predictor Using Auto Tuning". *Automatica*, 36, 11, 1651-1658.
- [7] Xiang, Lu., Yang, Y., Wang, Q and Zheng, W., 2005 "A Double Two - Degree - of - Freedom Control Scheme for Improved Control of Unstable Delay Processes", *Journal of Process Control*, 15, 5, 605 - 614.
- [8] P. Garcia, P. Albertos, T. Hagglund, 2006, "Control of unstable non-minimum-phase delayed systems", *Journal of Process Control*, 16, 10, 1099-1111.
- [9] J.E. Normey-Rico, E.F. Camacho, 2009, "Unified approach for robust dead-time compensator design", *Journal of Process Control*, 19, 1, 38-47.
- [10] C. Moore, C. Smith, P. Murriel, 1970, "Improved algorithm for DDC", *Instrumentation Control Systems*, 43, 1.
- [11] B.Ogunnaike, W.Ray, 1979, "Multivariable controller design for linear systems having multiple time delays", 25, 1043-1057.
- [12] Q. Wang, B. Zou, Y. Zhang, 2000, "Decoupling Smith predictor design for multivariable systems with multiple time delays", *Chemical Engineering Research and Design Transactions*, Part A, 78, 4565-572.
- [13] R.S. Sanchez-Peña, Y. Bolea, V. Puig, 2009, "MIMO smith predictor: global and structured robust performance analysis", *Journal of Process Control*, 19, 1, 163-177.
- [14] P. Garcia, P. Albertos, 2010, "Dead time compensator for unstable MIMO systems with multiple time delays", 20, 7, 877-884.
- [15] W.L. Luyben, 1986, "Simple method for tuning SISO controllers in multivariable systems", *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, 25, 654-660.

- decoupling controllers for processes with recirculation", *ISA Trans.* 40, 4, 341–351.
- [32] M. Wallter, J.B. Wallter, K.V. Wallter, 2003, "Decoupling revisited", *Ind. Eng. Chem. Res.* 42, 20, 4575–4577.
- [33] D. Chen, D.E. Seborg, 2003, "Design of decentralized PI control systems based on Nyquist stability analysis", *J. Process Control*, 13, 1, 27–39.
- [34] A.F. Gilbert, A. Yousef, K. Natarajan, S. Deighton, 2003, "Tuning of PI controllers with one-way decoupling in 2×2 MIMO systems based on finite frequency response data", *J. Process Control*, 13, 6, 553–567.
- [35] J. Lee, D.H. Kim, T.F. Edgar, 2005, "Static decouplers for control of multivariable processes", *AIChE J.*, 51, 10, 2712–2720.
- [36] A. Desbiens, A. Pomerleau, D. Hodouin, 1996, "Frequency based tuning of SISO controllers for two-by-two processes", *IEE Proc.—Control Theory Appl.*, 143, 1, 25–32.
- [37] H. P. Huang, J. C. Jeng, C.H. Chiang, W. Pan, 2003, "A direct method for multi-loop PI/PID controller design", *J. Process Control*, 13, 8, 769–786.
- [38] T. Liu, W.D. Zhang, D.Y. Gu, 2006, "Analytical design of decoupling internal model control (IMC) scheme for two-input-two-output (TITO) processes with time delays", *Ind. Eng. Chem. Res.*, 45, 9, 3149–3160.
- [39] T. Liu, W. Zhang, F. Gao, 2007, "Analytical decoupling control strategy using a unity feedback control structure for MIMO processes with time delays", *J. Process Control*, 17, 2, 173–186.
- [40] Q. Xiong, W. J. Cai, M. J. He, 2007, "Equivalent transfer function method for PI/PID controller design of MIMO processes", *J. Process Control*, 17, 8, 665–673.

مدل سازی غیر خطی و طراحی سیستم کنترل PID برای یک مولد بخار استوانه دار

مهدی الوندی^۱، عباس فدایی^۲

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، malvandi@mech.sharif.ir

^۲ استادیار، گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا، abbasfadaee@yahoo.com

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۸۸/۵/۴، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۸۹/۶/۳۰)

چکیده: در این مقاله، مدل سازی غیر خطی و کنترل یک مولد بخار استوانه دار مورد بررسی قرار گرفته است. ابتدا معادلات دینامیکی حاکم بر مولد بخار با توجه به اصول و پارامترهای فیزیکی استخراج شده است. در واقع ترکیب جدیدی از مدل های ارائه شده در ادبیات موجود، مد نظر قرار گرفته است تا بتوان یک مدل قوی تر از دینامیک مولد بخار را که صرفاً مبتنی بر پارامترهای فیزیکی باشد، به دست آورد. سپس این مدل با روش های عددی حل شده است و پاسخ های حلقه باز سیستم مولد بخار که به طور ذاتی ناپایدار است، به دست آمده و تحلیل شده اند. همچنین با انتخاب سبک بویلر پیرو به عنوان سبک کنترل، دو کنترلر PID یکی برای کنترل فشار بخار خروجی مافوق گرم کن ها و دیگری برای کنترل سطح آب استوانه، با استفاده از قواعد تنظیم زیگلر-نیکولز طراحی شده است. همچنین برهم کنش بین فشار بخار و سطح آب نیز بررسی و توضیح داده شده است. این مدل می تواند برای تحقیق و مطالعه در زمینه بهینه سازی دینامیک مولد بخار و اعمال تئوری های مختلف کنترل مدرن بر روی آن، مورد استفاده قرار گیرد.

کلمات کلیدی: مدل سازی غیر خطی، مولد بخار، فشار بخار، سطح آب استوانه، کنترل PID

Nonlinear Modeling and PID Control System Design for a Typical Drum Steam Generator

Mehdi Alvandi, Abbas Fadaee

Abstract: In this paper, nonlinear modeling and control of a typical drum steam generator are studied. At first, dynamics equations governing the steam generator are derived using physical principles and parameters. In fact, it is intended to combine some models presented in existing literature in order to construct a stronger model, which is to be based only on physical parameters, of steam generator dynamics. Next, these equations are simulated using numerical methods and open-loop responses of the steam generator system, which is inherently unstable, are obtained and investigated. Furthermore, considering boiler-follow mode as the main control mode, two PID controllers are designed using Ziegler-Nichols tuning rules. The Controllers are individually applied to the main steam pressure and the drum water level loops. During design process, the interaction between the steam pressure and the water level is well investigated and explained. This model can be used in researches and studies on the steam generator dynamics optimization and also on the different modern control theories applications.

Keywords: Nonlinear modeling, steam generator, steam pressure, drum water level, PID control

۱- مقدمه

سیستم کنترل قدرتمندتر و دقیق تر، به امری اجتناب ناپذیر تبدیل شده است. پس در طراحی سیستم های کنترل، باید به طور علمی تر عمل کرده و مدل ساده تجهیزات را با مدل های واقعی تر و قدرتمندتر جایگزین نمود [۱]. اگر بتوان یک مدل دینامیکی را بر مبنای اصول و پارامترهای فیزیکی ارائه نمود که

در سالیان اخیر، به دلیل امر خصوصی سازی، در اکثر کشور های جهان تغییرات چشم گیری در صنعت تولید برق به وقوع پیوسته است [۱۲]. در حقیقت، تغییر بار سریع نیروگاه ها برای تولید توان رو به افزایش بوده و مجهز کردن نیروگاه ها به

کوره را نیز به مدل افزوده و برای کنترل سطح آب استوانه، یک کنترلگر PI در حالت فشار-حلقه‌باز طراحی نمودند.

De Mello [۴]، نیز در کار خود به مدل کردن سطح آب و فشار استوانه، کوره و مافوق‌گرم‌کن‌ها پرداخت که البته از توزیع بخار در استوانه، که بر دینامیک سطح آب استوانه تاثیر اساسی می‌گذارد، صرف نظر نمود. در واقع در این مدل سیال موجود در زیر سطح، تماماً مایع فرض شده است.

در این مقاله، ابتدا به استخراج معادلات دینامیکی مربوط به فشار بخار خروجی مافوق‌گرم‌کن‌ها و سطح آب استوانه پرداخته شده است. برای مدل‌سازی استوانه، لوله‌های پایین‌آورنده^۵ و بالابرنده^۶ از [۱] استفاده شده است. اما در معادلات مربوط به توزیع بخار در استوانه که در [۱] ارائه شده است، یکی از پارامترها مبهم تعریف شده و تعیین یکی دیگر از آنها به پاسخ تجربی وابسته است. به همین دلیل برای مدل‌سازی توزیع بخار در استوانه، از مدل توزیع بخار ارائه شده در [۲] و [۳] بهره گرفته شده است. در واقع یک ترکیب قوی‌تر از مدل‌های [۱] و [۳] مد نظر قرار گرفته است تا همه پارامترهای لازم برای تعریف مدل، صرفاً فیزیکی باشند. برای شبیه‌سازی مافوق‌گرم‌کن‌ها از [۴] استفاده شده است. برای کوره و شیرهای کنترل، مدل‌هایی ساده به کمک [۴]، [۱۰] و [۱۱] در مدل کلی گنجانده شده است. معادلات استخراج شده در نرم افزار MATLAB شبیه‌سازی گردیده و پاسخ‌های حلقه‌باز سیستم مولد بخار در بار^۷ ۵۰ درصد به دست آمده است. نتایج عددی شبیه‌سازی با نتایج ارائه شده در [۱] همخوانی قابل قبولی دارد و می‌توان ادعا کرد که معادلات ترکیبی جدید، دینامیک مولد بخار را به طور صحیح مدل می‌کند. از طرف دیگر، با توجه به غیر خطی بودن سیستم، مولد بخار فقط در بار ۵۰٪ شبیه‌سازی شده و طبق قوانین زیگلر-نیکولز، دو کنترلگر PID یکی برای کنترل فشار بخار خروجی و دیگری برای سطح آب طراحی شده است تا به این ترتیب مولد بخار پایدار گردد. در طی روند طراحی، برهم‌کنش^۸ بین سطح آب استوانه و فشار مولد بخار نیز بررسی و توضیح داده شده است.

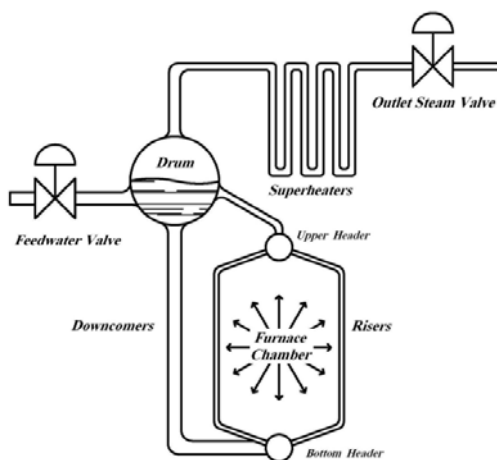
پدیده‌های غیر خطی موجود در یک سیستم را به خوبی نشان دهد، می‌توان از آن برای بررسی مشخصه‌های مهم کارکرد بهره گرفت [۳].

نیروگاه‌های بخار، با وجود توسعه روز افزون نیروگاه‌های هیدروالکتریک، بادی، هسته‌ای و ... سهم چشم‌گیری را در صنعت تولید برق به خود اختصاص داده‌اند. از طرف دیگر مهم‌ترین بخش کنترل در یک نیروگاه بخار، کنترل سیستم تولید بخار می‌باشد. در مولد‌های بخار^۱ پارامترهای مختلفی از جمله فشار بخار خروجی مافوق‌گرم‌کن‌ها^۲، دمای بخار، سطح آب استوانه^۳، میزان آلودگی ناشی از احتراق و ... کنترل می‌گردد [۹]. اما پیچیده‌ترین کنترل مربوط به فشار بخار و مخصوصاً سطح آب استوانه می‌باشد به طوری که در بعضی از نیروگاه‌ها حدود ۳۰٪ از توقف‌های اضطراری مربوط به کنترل ضعیف سطح آب استوانه مولد بخار می‌باشد [۱]. طی سالیان اخیر، افراد مختلفی، مدل‌هایی گوناگون از ساده تا پیچیده را بر مبنای تئوری و آزمایش برای بررسی و کنترل این دو پارامتر ارائه کرده‌اند. Astrom به همراه Bell و Eklund [۵] و [۶]، ابتدا یک مدل ساده غیر خطی برای فشار مولد بخار با استفاده از پاسخ‌های تجربی ارائه کردند. سپس طی سالها تحقیق و بررسی، این مدل را توسعه دادند و با دخالت دادن پارامترهای فیزیکی و حرارتی بیشتر، مدل‌های واقعی‌تری از مرتبه‌های دو، سه و چهار به دست آوردند [۷]. در نهایت یک مدل کلی برای بررسی سطح آب و فشار استوانه مولد بخار ارائه کردند [۱] و آن را یک مدل کامل نامیدند. در این مدل، تاثیر پدیده تورم و جمع‌شدگی^۴ بخار موجود در سیستم بر سطح آب استوانه، به خوبی نشان داده شده است. O'Malley و Flynn [۸]، برای مدل کردن سطح آب و فشار استوانه از معادلات ساده مرتبه دو استفاده کردند اما در عوض مدلی از شیرهای کنترل و کوره را نیز در کار خود دخالت دادند. Adam و Marchetti [۳]، برای مدل‌سازی دینامیک سطح آب استوانه از معادلات حاکم بر جدایش فازها در یک جریان دو فازیه بهره گرفتند. علاوه بر این، معادلات مربوط به فشار استوانه و انتقال حرارت در

^۵ - Downcomers^۶ - Risers^۷ - Load^۸ - Interaction^۱ - Steam generators^۲ - Main Steam (or Throttle) Pressure^۳ - Drum water level^۴ - Swell and Shrinkage

۲- مولد بخار و سیستم های کنترل

مولد بخار نیروگاهی استوانه دار، متشکل از اجزاء مختلفی نظیر صرفه جو^۱، استوانه بخار، مافوق گرم کن^۲، کوره^۳ و ... می باشد. مطابق با شکل ۱، آب که از پمپ های آب تغذیه^۴ با فشار بالا خارج شده و در صرفه جو تقریباً به مایع اشباع تبدیل شده است، وارد استوانه بخار می شود. آب توسط لوله های عایق پایین آورنده که در خارج از کوره قرار گرفته اند، از استوانه به مقسم^۵ پایینی جریان می یابد. مقسم به لوله های بالابرنده^۶ که دیواره های کوره را پوشانده اند، مربوط می شود. آب موجود در لوله ها گرما را از گاز های حاصل از احتراق دریافت می کند و تبخیر می شود.



شکل ۱ طرحواره ای از اجزاء موثر بر دینامیک مولد بخار

اکنون مخلوط دو فازي وارد استوانه می شود و در آنجا بخار از مایع جدا شده و به مافوق گرم کن ها می رود. اگر گردش آب در حلقه لوله های پایین آورنده و بالابرنده، فقط ناشی از اختلاف چگالی بخار و مایع باشد، آن را گردش طبیعی^۷ می نامند [۹] و [۱۷]. کنترل سطح آب، بوسیله کنترل کننده های مناسب در مولد بخار انجام می گیرد تا به این ترتیب از پایین آمدن بیش از حد سطح آب که خطرناک است و یا از انتقال ذرات مایع به همراه بخار به مافوق گرم کن ها جلوگیری شود. به طور مثال برای استوانه یک بویلر با ظرفیت تولید بخار

22 kg/s، تغییر سطح آب نباید از $\pm 250\text{mm}$ تجاوز نماید [۱۲]. در عمل، فرایند تغییر بار در نیروگاه به سه سبک^۸ کلی صورت می پذیرد [۱۲]: سبک بویلر پیرو^۹، سبک توربین پیرو^{۱۰} و سبک هماهنگ^{۱۱}. در سبک بویلر پیرو، که در این مقاله مد نظر است، ابتدا فرمان افزایش دبی به شیر کنترل بخار خروجی مافوق گرم کن ها صادر می شود. متعاقب این عمل، سیستم کنترل مولد بخار وارد عمل شده و با اقدامات جبرانی خود سعی می کند پارامتر های لازم را در محدوده قابل قبولی نگه دارد [۱۲] و [۱۳].

۳- مدل سازی

با توجه به شکل ۱، برای مدل سازی، کل سیستم مولد بخار را ترکیبی از چند زیرسیستم در نظر می گیریم. استوانه بخار، لوله های پایین آورنده و لوله های بالابرنده، زیرسیستم اول را تشکیل می دهند. زیرسیستم دوم نیز از لوله های واسط بین استوانه و مافوق گرم کن ها، مافوق گرم کن ها و بقیه لوله ها تا شیر کنترل بخار خروجی، تشکیل می شود. کوره، شیر کنترل بخارخروجی و شیر کنترل آب تغذیه به ترتیب زیرسیستم های سوم، چهارم و پنجم در نظر گرفته شده اند.

۳.۱. مدل سازی زیرسیستم اول

اکنون به موازنه جرم و انرژی زیرسیستم اول می پردازیم. ورودی های زیرسیستم عبارتند از: نرخ انتقال حرارت، دبی جرمی آب تغذیه و دبی جرمی بخار خروجی از استوانه. خروجی های زیرسیستم را نیز می توان فشار بخار و سطح آب استوانه در نظر گرفت.

موازنه جرم و انرژی کلی برای زیرسیستم اول

برای موازنه جرم خواهیم داشت [۱]:

$$\frac{d}{dt}[\rho_s V_{st} + \rho_w V_{wt}] = \dot{m}_f - \dot{m}_d$$

که در آن ρ_s و V_{st} به ترتیب چگالی و حجم کل بخار اشباع موجود در زیرسیستم اول، ρ_w و V_{wt} چگالی و حجم کل مایع اشباع در زیرسیستم اول، $\dot{m}_f$ دبی جرمی آب تغذیه و $\dot{m}_d$ دبی جرمی بخار خروجی از استوانه می باشند.

¹ - Economizer

² - Superheater

³ - Furnace

⁴ - Feedwater

⁵ - Header

⁶ - Risers

⁷ - Natural Circulation

⁸ - Mode

⁹ - Boiler-Follow Mode

¹⁰ - Turbine-Follow Mode

¹¹ - Coordinated Mode

برای موازنه انرژی خواهیم داشت [۱]:

$$\frac{d}{dt} [\rho_s u_s V_{st} + \rho_w u_w V_{wt} + M_t C T_{sat}] = \dot{Q} + \dot{m}_f h_f - \dot{m}_d h_s$$

که در آن u_s انرژی داخلی بخار اشباع، u_w انرژی داخلی مایع اشباع، T_{sat} دمای اشباع، M_t جرم کل بدنه های فلزی زیرسیستم اول (مجموع جرم استوانه، لوله های پایین آورنده و لوله های بالا برنده)، C ظرفیت حرارتی فلز ها، $\dot{Q}$ نرخ انتقال حرارت دریافت شده توسط لوله های بالا برنده از گاز های داغ محفظه احتراق، h_f آنتالپی آب تغذیه و h_s آنتالپی بخار اشباع خارج شده از استوانه می باشند. هر دو معادله به دست آمده مرتبه اول هستند. برای انتخاب دو متغیر حالت بهتر است فشار استوانه (P_d) و حجم آب کل (V_{wt}) را انتخاب نمائیم. بنابراین می توان دو معادله اخیر را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\frac{d}{dt} [\rho_s V_t + \rho_{ws} V_{wt}] = \dot{m}_f - \dot{m}_d \quad (۱)$$

$$\frac{d}{dt} [\rho_s u_s V_t + (\rho u)_{ws} V_{wt} + M_t C T_{sat}] = \dot{Q} + \dot{m}_f h_f - \dot{m}_d h_s \quad (۲)$$

که در این دو معادله

$$V_t = V_{wt} + V_{st}$$

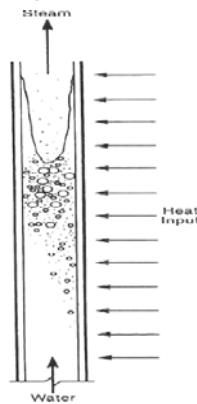
$$\rho_{ws} = \rho_w - \rho_s$$

$$(\rho u)_{ws} = \rho_w u_w - \rho_s u_s$$

می باشد. V_t حجم کل زیرسیستم اول می باشد. در این دو معادله ρ_s ، ρ_{ws} ، $\rho_s u_s$ ، $(\rho u)_{ws}$ ، T_{sat} و h_s به حالت دو فازی آب و بخار مربوط می شوند و فقط به فشار استوانه بستگی دارند. تاکنون زیرسیستم اول مدل شده است و با مدلسازی زیرسیستم دوم می توان ادعا کرد که دینامیک موثر بر فشار بخار خروجی مافوق گرم کن ها مدل شده است. اما از طرف دیگر، برای مطالعه دینامیک سطح آب استوانه، این معادلات کافی نیست. در حقیقت، برای دستیابی به مدلی که بتواند رفتار سطح استوانه را توصیف کند باید توزیع آب و بخار را در کل زیرسیستم اول بررسی کرد. زیرا باز توزیع آب و بخار در زیرسیستم اول، موجب پدیده تورم و جمع شدگی در بخار می شود [۱]. به این ترتیب استخراج معادلات را با بررسی دینامیک آب و بخار در لوله های بالا برنده و استوانه ادامه می دهیم.

موازنه جرم و انرژی در لوله های بالا برنده

لوله های بالا برنده که به آنها دیوارهای آبی^۱ نیز گفته می شود، شود، به دیواره کوره چسبیده اند (شکل ۲).



شکل ۲ تبخیر آب در لوله بالا برنده [۱۲]

اگر معادلات موازنه جرم و انرژی را برای لوله های بالا برنده بنویسیم [۱]، به ترتیب خواهیم داشت:

$$\frac{d}{dt} [\rho_s \bar{\alpha}_v V_r + \rho_w (1 - \bar{\alpha}_v) V_r] = \dot{m}_{dc} - \dot{m}_r$$

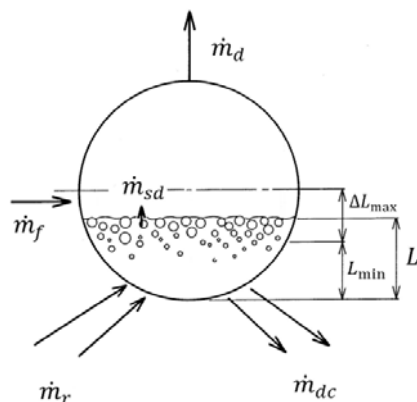
که در آن V_r حجم لوله های بالا برنده، $\bar{\alpha}_v$ جزء بخار میانگین در کل لوله های بالا برنده، $\dot{m}_{dc}$ دبی جرمی دریافتی از لوله های پایین آورنده و $\dot{m}_r$ دبی جرمی خروجی از لوله های بالا برنده می باشند، و

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} [\rho_s u_s \bar{\alpha}_v V_r + \rho_w u_w (1 - \bar{\alpha}_v) V_r + M_r C T_{sat}] \\ = \dot{Q} + \dot{m}_{dc} h_w \\ - \dot{m}_r (h_w + x_r h_{ws}) \end{aligned}$$

که در آن M_r جرم کل لوله های بالا برنده، h_w آنتالپی مایع اشباع، h_{ws} اختلاف آنتالپی بخار و مایع اشباع، $\dot{Q}$ نرخ حرارت داده شده به لوله های بالا برنده و x_r کیفیت بخار خروجی از لوله های بالا برنده می باشند. در معادله اخیر، دو پارامتر x_r و $\bar{\alpha}_v$ به هم مرتبط هستند. ارتباط این دو پارامتر را باید از معادلات مشتق جزئی به دست آورد. مطالعات و آزمایشات گوناگون نشان داده است اگر ارتباط این دو، از معادلات مشتق جزئی حاکم بر لوله های تحت شار گرما، در حالت ماندگار^۲ استخراج شود، جواب همخوانی قابل قبولی با داده های تجربی دارد [۱]. پس با نوشتن معادلات مشتق جزئی بقای جرم و انرژی

^۱ - Waterwalls

^۲ - Steady State



شکل ۳ مخلوط دو فاز و جدایش مایع و بخار در استوانه

فرایندی که در استوانه اتفاق می افتد بسیار پیچیده است. جریان دو فاز آب و بخار از لوله های بالابرنده، و آب تقریباً اشباع از لوله های آب تغذیه وارد استوانه می شوند. مکانیزم کلی، جدایش فاز بخار و آب می باشد که در زیر سطح استوانه اتفاق می افتد. در واقع، حباب های بخار به دلیل اختلاف چگالی که با آب دارند، به طرف بالا حرکت کرده و از سطح خارج شده و وارد قسمت کاملاً بخار استوانه می شوند و سپس به مافوق گرم کن ها جریان می یابند. در این مقاله فرض شده است که جدایش فاز ها به صورت کاملاً ثقیلی و در زیر سطح آب استوانه اتفاق می افتد. در مولد های بخار، معمولاً سطح استوانه را به صورت زیر تعریف می کنند [۱]:

$$l = \frac{V_{sd}^* - V_{sd}}{A_d} \quad (8)$$

که در آن V_{sd} حجم لحظه ای بخار بالای سطح، V_{sd}^* حجم بخار بالای سطح در حالت تعادل نرمال و A_d سطح مرطوب استوانه در حجم V_{sd}^* می باشند. همان گونه که در مقدمه گفته شد، در معادله توزیع آب و بخار استوانه در [۱]، یکی از پارامتر ها (V_{sd}^0 در [۱]) مبهم تعریف شده است. یکی دیگر از پارامتر ها (T_d در [۱]) نیز با استفاده از پاسخ تجربی تعیین می شود؛ زیرا یک پارامتر فیزیکی قابل اندازه گیری (مانند جرم، حجم و ...) نمی باشد. برای مثال در [۱۵] که به [۱] ارجاع داده شده است، نویسندگان، پارامتر مبهم مذکور را مغایر با آنچه که در [۱] گفته شده است، برداشت کرده اند. بنابراین برای مدل سازی توزیع آب و بخار از [۲] و [۳] بهره می گیریم تا تمام پارامتر های تعریف کننده مدل توزیع بخار فیزیکی باشند. با موازنه جرم برای بخار بالای سطح خواهیم داشت:

$$\frac{d}{dt} [\rho_s V_{sd}] = \dot{m}_{sd} - \dot{m}_d \quad (9)$$

برای یک لوله که در معرض حرارت یکنواخت است، خواهیم داشت [۱] و [۹]:

$$x_r = \frac{\dot{Q}}{\dot{m} h_{ws}} \quad (3)$$

$$\bar{\alpha} = \frac{\rho_w}{\rho_{ws}} \left[1 - \frac{\rho_s}{\rho_{ws} x_r} \ln \left(1 + \frac{\rho_{ws}}{\rho_s} x_r \right) \right] \quad (4)$$

که در این دو معادله $\dot{Q}$ گرمای یکنواخت داده شده به لوله، $\dot{m}$ دبی جرمی، x_r کیفیت جریان دو فاز خروجی از لوله و $\bar{\alpha}$ جزء بخار میانگین در کل لوله می باشند. هر دو معادله دینامیکی اخیر، مرتبه اول هستند. برای انتخاب دو متغیر حالت سوم و چهارم بهتر است جزء بخار کل ($\bar{\alpha}_V$) و جرم خروجی از لوله ها ($\dot{m}_r$) انتخاب گردد. بنابراین می توان معادلات جرم و انرژی لوله ها را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$V_r \frac{d}{dt} [\rho_w - \bar{\alpha}_V \rho_{ws}] = \dot{m}_{dc} - \dot{m}_r \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} [V_r (\rho_w u_w - \bar{\alpha}_V (\rho u)_{ws}) + M_r C T_{sat}] \\ = \dot{Q} + (\dot{m}_{dc} - \dot{m}_r) h_w + \dot{m}_r x_r \end{aligned} \quad (6)$$

جریان جرم در گردش طبیعی

معادله موازنه مومنوم برای حلقه لوله های پایین آورنده و بالابرنده به صورت زیر نوشته می شود:

$$(L_{dc} + L_r) \frac{d\dot{m}_{dc}}{dt} = \rho_{ws} \bar{\alpha}_V V_r g - \frac{k}{2} \frac{\dot{m}_{dc}^2}{\rho_w A_{dc}}$$

که در آن L_{dc} و L_r به ترتیب طول لوله پایین آورنده و بالابرنده، A_{dc} سطح مقطع لوله پایین آورنده، g شتاب جاذبه و k ضریب اصطکاک معادل برای افت های ناشی از اصطکاک و اتصالات در لوله می باشند. این معادله مرتبه اول می باشد و معمولاً ثابت زمانی آن در مقایسه با پاسخ کل مولد بخار در داده های تجربی، ناچیز است و می توان این معادله را مستقل از زمان در نظر گرفت [۱]. پس معادله اخیر به یک معادله جبری تبدیل و به صورت زیر نوشته می شود:

$$\dot{m}_{dc}^2 = \frac{2}{k} \rho_w A_{dc} \rho_{ws} \bar{\alpha}_V V_r g \quad (7)$$

توزیع بخار در استوانه

برای درک بیشتر، شکل ۳ را در نظر بگیرید.

معادلات مربوط به لوله های بالابرنده در حالت تعادل:

$$\begin{aligned} \dot{m}_{dc} &= \dot{m}_r \\ \dot{Q} &= \dot{m}_{dc} x_r h_{ws} \\ \bar{\alpha} &= \frac{\rho_w}{\rho_{ws}} \left[1 - \frac{\rho_s}{\rho_{ws} x_r} \ln \left(1 + \frac{\rho_{ws}}{\rho_s} x_r \right) \right] \end{aligned} \quad (۱۶)$$

معادله موازنه مومنتوم برای لوله های پایین آورنده در حالت تعادل:

$$\dot{m}_{dc} = \sqrt{\frac{2}{k}} \rho_w A_{dc} \rho_{ws} \bar{\alpha} V_r g \quad (۱۷)$$

با ترکیب معادلات (۱۶) و (۱۷) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} & \left[x_r^2 - \frac{\rho_s x_r}{\rho_{ws}} \ln \left(1 + \frac{\rho_{ws}}{\rho_s} x_r \right) \right] \\ &= \frac{k}{2} \frac{\dot{Q}^2}{V_r g A_{dc} (\rho_w h_{ws})^2} \end{aligned} \quad (۱۸)$$

با حل معادله اخیر به روش تکرار، x_r در حالت تعادل محاسبه می شود و در نهایت با جایگذاری در معادله (۱۶)، $\bar{\alpha}$ در حالت تعادل به دست می آید.

معادله موازنه جرم برای جدایی فازها در استوانه بخار در حالت تعادل:

با توجه به اینکه در حالت تعادل $V_{sd} = V_{sd}^*$ می باشد، می توان مقدار اولیه دومین متغیر حالت V_{wt} را با استفاده از معادله (۱۴) محاسبه نمود:

$$\begin{aligned} V_{wt} &= V_t - \bar{\alpha} V_r - V_{sd}^* \\ &- \frac{\dot{m}_d (V_d - V_{sd}^*)}{1.41 \rho_s A_d \left(\frac{\sigma g \rho_{ws}}{\rho_w^2} \right)^{\frac{1}{4}} + \dot{m}_d} \end{aligned} \quad (۱۹)$$

۳.۳ مدل سازی زیرسیستم دوم

علت بررسی دینامیک زیرسیستم دوم به قابلیت ذخیره بخار در آن و افت فشار بخار گذرنده از آن مربوط می شود. در واقع، هر چه دبی بخار خروجی زیاد می شود، این افت فشار زیادتیر شده و برای جبران آن لازم است استوانه در فشار بالاتری کار کند. رفتار غیرخطی مولد بخار در بارهای مختلف نیز عمدتاً به این دلیل است. با موازنه جرم در مافوق گرم کن ها، خواهیم داشت (شکل ۴):

$$\frac{d}{dt} [\rho_{SH} V_{SH}] = \dot{m}_s - \dot{m}_d \quad (۲۰)$$

که در آن $\dot{m}_s$ دبی جرمی بخار خروجی از شیر کنترل روی توربین، V_{SH} حجم کل مافوق گرم کن ها و ρ_{SH} چگالی بخار موجود در مافوق گرم کن ها می باشند.

که در آن $\dot{m}_d$ دبی جرمی بخار خروجی از استوانه به سمت مافوق گرم کن ها و $\dot{m}_{sd}$ دبی جرمی بخار خارج شده از سطح مخلوط آب و بخار استوانه می باشند. این معادله مرتبه یک می باشد. با توجه به معادله (۸) می توان l را متغیر حالت پنجم در نظر گرفت. از طرف دیگر $\dot{m}_{sd}$ نیز این گونه تعریف می شود [۳]:

$$\dot{m}_{sd} = \rho_s v_{Drift} A_d \alpha_m \quad (۱۰)$$

که در آن α_m جزء بخار مخلوط آب و بخار زیر سطح استوانه و v_{Drift} سرعت درگ مربوط به فاز بخار می باشند. α_m به صورت زیر تعریف می شود:

$$\alpha_m = \frac{V_{ms}}{V_m} \quad (۱۱)$$

که در آن V_{ms} حجم بخار موجود در زیر سطح استوانه و V_m نیز حجم مخلوط آب و بخار در زیر سطح استوانه می باشند. این دو پارامتر اخیر را با استفاده از داده های ساختمانی مولد بخار و متغیرهای حالتی که تاکنون تعریف کرده ایم، می توانیم بازنویسی نمائیم:

$$\begin{aligned} V_{ms} &= V_t - V_{wt} - \bar{\alpha} V_r - V_{sd} \\ V_m &= V_d - V_{sd} \end{aligned} \quad (۱۲)$$

که در معادلات (۱۲)، V_d حجم استوانه می باشد. v_{Drift} نیز این گونه تعریف می شود [۲]:

$$v_{Drift} = \frac{1.41}{1 - \alpha_m} \left(\frac{\sigma g \rho_{ws}}{\rho_w^2} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (۱۳)$$

که در آن σ کشش سطحی بین آب و بخار می باشد. با جایگذاری معادلات (۱۰) تا (۱۳) در معادله (۹) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} [\rho_s V_{sd}] \\ &= 1.41 \rho_s A_d \left(\frac{\sigma g \rho_{ws}}{\rho_w^2} \right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{1}{1 - \frac{V_t - V_{wt} - \bar{\alpha} V_r - V_{sd}}{V_d - V_{sd}}} - 1 \right) \\ & - \dot{m}_d \end{aligned} \quad (۱۴)$$

به این ترتیب معادله دینامیکی توزیع بخار در استوانه به دست می آید. شبیه سازی مدل های دینامیکی به مقادیر یا شرایط اولیه نیاز دارد. پس باید معادلات را برای حالت تعادل ساده کرد و متغیرهای حالت اولیه را با توجه به اطلاعات مربوط به نقطه کارکرد (تعادل)، محاسبه نمود.

۳.۲ شرایط اولیه برای زیرسیستم اول

معادلات موازنه کلی جرم و انرژی در حالت تعادل:

$$\begin{aligned} \dot{m}_f &= \dot{m}_d \\ \dot{Q} &= \dot{m}_s h_s - \dot{m}_f h_f \end{aligned} \quad (۱۵)$$

۳.۵. مدل سازی زیرسیستم های سوم تا پنجم

برای مدل سازی کوره، شیر کنترل بخار خروجی و شیر کنترل آب تغذیه از مدل درجه یک با تاخیر زمانی بهره گرفته شده است که به صورت زیر نشان داده می شود:

$$T(s) = \frac{ce^{-t_d s}}{\tau s + 1} \quad (24)$$

که در آن τ ثابت زمانی، t_d تاخیر زمانی و C عدد ثابت می باشند.

۴. نتایج عددی سیستم حلقه باز

معادلات دینامیکی استخراج شده، در نرم افزار MATLAB شبیه سازی و با روش رانگ-کوتا مرتبه چهار با گام زمانی حداکثر 0.1 ثانیه حل شده اند. سپس پاسخ حلقه باز مولد بخار تحت تاثیر تغییرات بار، از مدل استخراج و ارائه گردیده است. پارامترها و اطلاعات لازم برای مولد بخار شبیه سازی شده در ذیل آمده اند [۱]:

$$\begin{aligned} V_t &= 88 \text{ m}^3 & A_{dc} &= 0.382 \text{ m}^2 \\ h_f &= 1038 \text{ kJ/kg} & M_r &= 160000 \text{ kg} \\ M_t &= 300000 \text{ kg} & V_{sd}^* &= 16 \text{ m}^3 \\ C &= 0.46 \text{ kJ/kg-k} & A_d &= 20 \text{ m}^2 \\ \dot{m}_f &= \dot{m}_d = 50 \text{ kg/s} & Load &= 50\% \\ \dot{m}_{sd} &= \dot{m}_s = 50 \text{ kg/s} & V_d &= 40 \text{ m}^2 \\ P_s &= 8000 \text{ kPa} & k &= 25 \\ V_r &= 36 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

مقادیر زیر توسط نگارنده و با توجه به کاربرد های مهندسی فرض شده اند:

$$\begin{aligned} f_1 &= 0.1 \text{ kPa/kg}^2 \\ f_2 &= 0.1 \text{ kPa/kg}^2 \\ V_{SH} &= 20 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

برای مدل سازی کوره نیز از [۴] بهره گرفته می شود. با توجه به اینکه در اینجا کوره گاز سوز فرض می شود، تاخیر فقط مربوط به جذب حرارت توسط لوله ها می باشد. پس با توجه معادله (۲۴) داریم [۴]:

$$T_F(s) = \frac{1}{7s + 1}$$

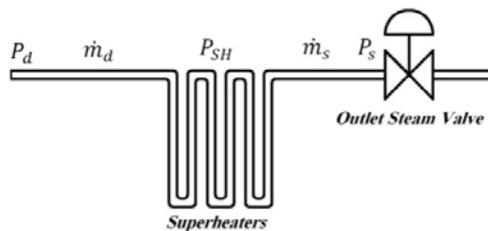
مدل شیر کنترل آب تغذیه [۱۰]:

$$T_{fwb}(s) = \frac{1}{s + 1}$$

مدل شیر کنترل بخار خروجی [۱۱]:

$$T_{TV}(s) = \frac{1}{2.5s + 1}$$

برای تعریف آرایه های خواص ترمودینامیکی آب در MATLAB، از برنامه Xsteam که در آن خواص



شکل ۴. مافوق گرم کن ها و شیر کنترل بخار خروجی

فرض می کنیم کنترلگر دما در مافوق گرم کن ها به صورت اتوماتیک عمل می کند. پس فرایندی را که بخار در مافوق گرم کن ها طی می کند، از نظر دمایی پایدار در نظر می گیریم. بنابراین فقط وابسته به فشار بوده و دمای آن نیز میانگین دمای ورود (اشباع) و خروج از مافوق گرم کن ها (معمولاً 540 °C) در نظر می گیریم [۹]. با توجه به مرتبه اول بودن معادله بالا، فشار مافوق گرم کن ها را به عنوان متغیر حالت ششم انتخاب می کنیم. برای سادگی فرض می کنیم بخش اول افت فشار تا مافوق گرم کن ها و بخش دوم آن بعد از مافوق گرم کن ها اتفاق می افتد. به این ترتیب فشار مافوق گرم کن ها نیز میانگین فشار ورود و خروج در نظر گرفته می شود. بنابراین، با توجه معادلات مکانیک سیالات، خواهیم داشت [۴]:

$$P_d - P_{SH} = f_1 \dot{m}_d^2 \quad (21)$$

$$P_{SH} - P_s = f_2 \dot{m}_s^2 \quad (22)$$

که در این دو معادله f_1 و f_2 ضرایب ثابت مربوط به افت فشار در مافوق گرم کن ها و لوله های رابط، P_{SH} فشار میانگین بخار در مافوق گرم کن ها و P_s فشار بخار خروجی از مافوق گرم کن ها روی شیر کنترل می باشند. مسئله کنترل فشار در نیروگاه ها نیز به حفظ و کنترل فشار P_s پیرامون مقدار مطلوب آن^۱ مربوط می شود.

۳.۴. زیرسیستم دوم در حالت تعادل

معادلات حاکم بر زیرسیستم دوم به هنگام تعادل به صورت زیر نوشته می شوند:

$$\begin{aligned} \dot{m}_s &= \dot{m}_d \\ P_d - P_{SH} &= f_1 \dot{m}_d^2 \\ P_{SH} - P_s &= f_2 \dot{m}_s^2 \end{aligned} \quad (23)$$

^۱ - Steam Pressure Set Point

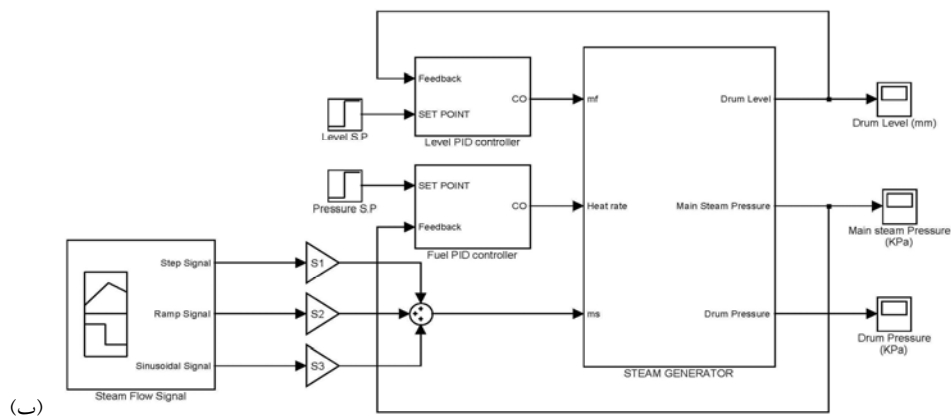
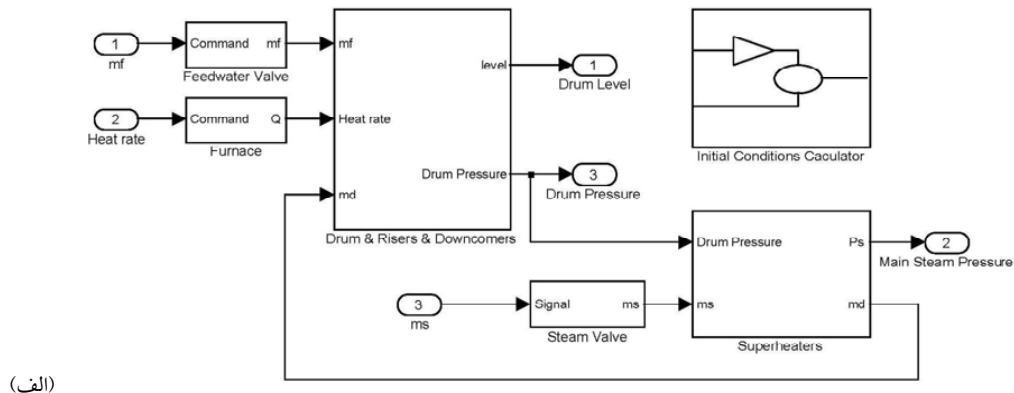
در بار های کاری مختلف محاسبه گردیده اند اما معادلات مربوط به مدل حاضر به صورت غیر خطی و با روش تکرار در هر گام زمانی حل شده اند. علت اختلاف بین پاسخ دو مدل نیز به این موضوع و البته تفاوت مدل های توزیع بخار مربوط می شود. همچنین، معادلات تقریبی خواص ترمودینامیکی مورد استفاده در محاسبات مربوط به دو مدل نیز می تواند در این اختلاف تاثیر گذار باشد. در ادامه، چون سیستم در بار ۵۰ درصد شبیه سازی می شود، مقدار تغییر در ورودی های سیستم، ۱۰ درصد مقدار متناظر با حالت تعادل که متناظر به ۵٪ درصد تغییر بار است، در نظر گرفته و پاسخ های حلقه باز سیستم به تغییرات دبی جرمی ورودی و خروجی و نرخ انتقال حرارت استخراج می شوند. در هر مرحله، دو ورودی دیگر صفر در نظر گرفته می شوند.

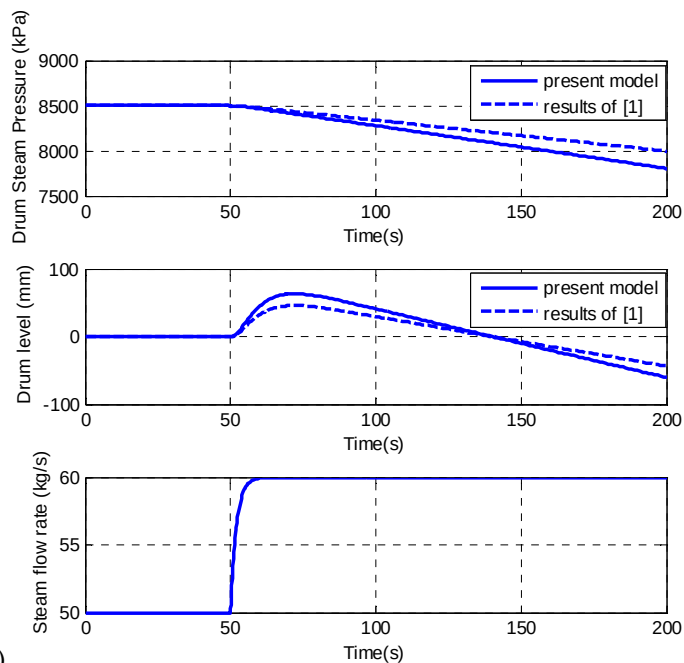
با توجه به شکل ۶، با افزایش دبی بخار خروجی به میزان kg/s ۵ تغییر پله ای در مقدار متناظر به بار ۵۰٪، فشار استوانه و فشار بخار خروجی هر دو کاهش می یابند. این کاهش فشار ناشی از خروج آنتالپی از سیستم مولد بخار می باشد.

ترمودینامیکی آب بر اساس استاندارد IAPWS IF-97 نوشته شده است، استفاده شده است. با حل همزمان دو معادله (۱) و (۲)، دو متغیر حالت P_d و V_{wt} محاسبه می شوند. معادلات دینامیکی دیگر با مشخص بودن این دو متغیر و ورودی های دینامیکی خود، حل شده و روند شبیه سازی کامل می شود. در شکل ۵-الف) نمودار بلوکی کل مولد بخار حلقه باز نشان داده شده است. این مدل دارای دو ورودی (از نظر ریاضی) آب تغذیه و نرخ انتقال حرارت، و یک اغتشاش بخار خروجی می باشد. خروجی ها نیز فشار بخار خروجی مافوق گرم کن ها و سطح آب استوانه می باشند.

۴.۱. پاسخ حلقه باز مولد بخار

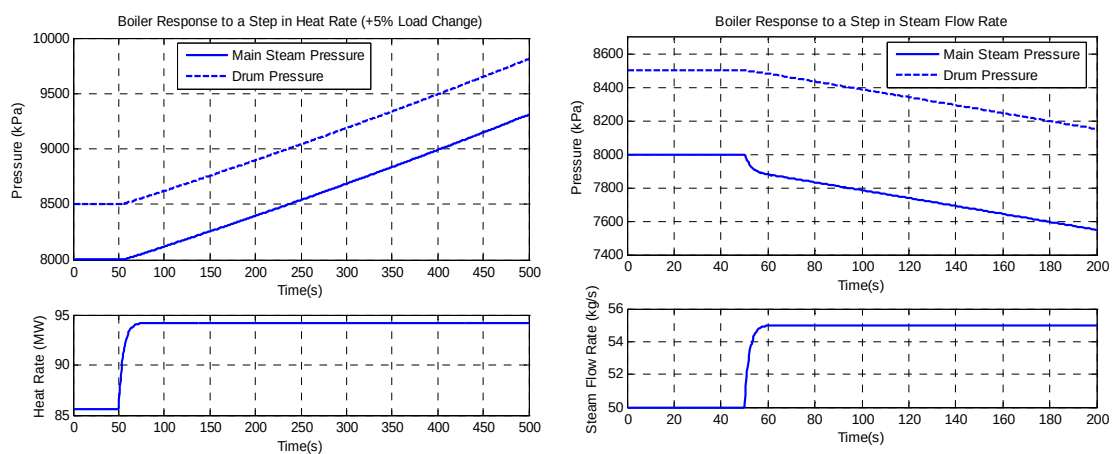
اکنون می توان پاسخ حلقه باز مولد بخار را به دست آورد. ابتدا برای صحت یابی، پاسخ حلقه باز مولد بخار به $10 kg/s$ تغییر پله ای در دبی جرم خروجی متناظر به بار ۵۰ درصد، استخراج و با نتایج عددی [۱] مقایسه شده است. همانگونه که در شکل ۵-ج) مشاهده می شود، پاسخ ها همخوانی قابل قبولی با یکدیگر دارند و می توان ادعا کرد که معادلات ترکیبی جدید، دینامیک مولد بخار را به طور صحیح مدل می کند. البته لازم به ذکر است، پاسخ های به دست آمده در [۱] پس از خطی سازی



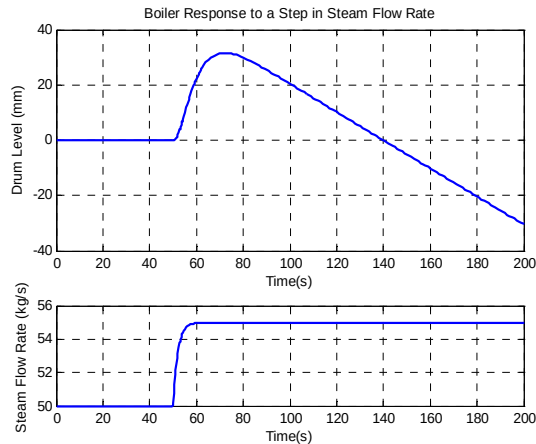


(ج)

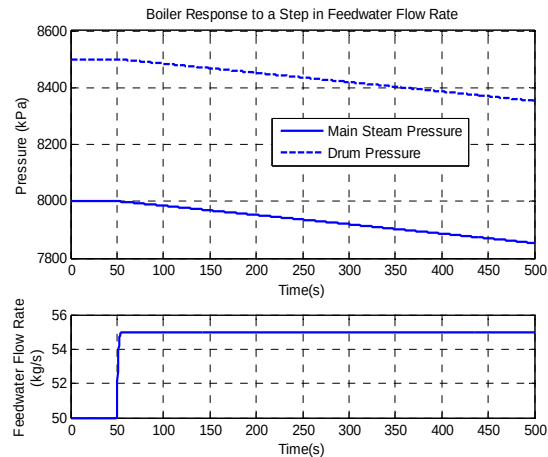
شکل ۵ (الف) مولد بخار حلقه باز در MATLAB (ب) مولد بخار، کنترلگر فشار بخار، کنترلگر سطح آب و بلوک صدور سیگنال تغییر دبی جرم خروجی (ج) نمودار پاسخ مولد بخار حلقه باز به 10 kg/s تغییر پله ای در دبی جرم بخارخروجی مربوط به بار 50% درصد (منحنی مماس مربوط به مدل حاضر، منحنی خط چین مربوط به مدل مرجع [۱])



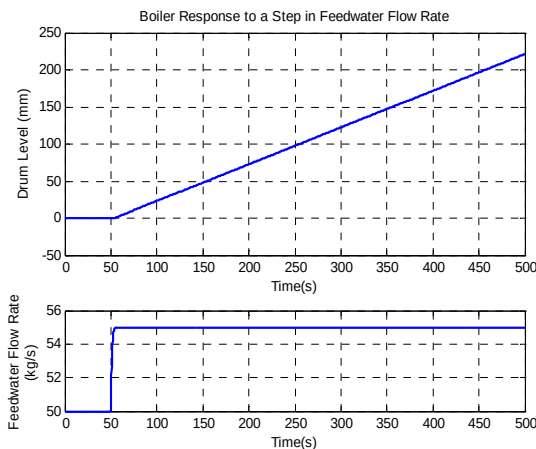
شکل ۶ پاسخ حلقه باز فشار مولد بخار به 5 kg/s تغییر پله ای در دبی جرمی بخار
شکل ۷ پاسخ حلقه باز فشار مولد بخار به 10% درصد تغییر پله ای در نرخ انتقال حرارت



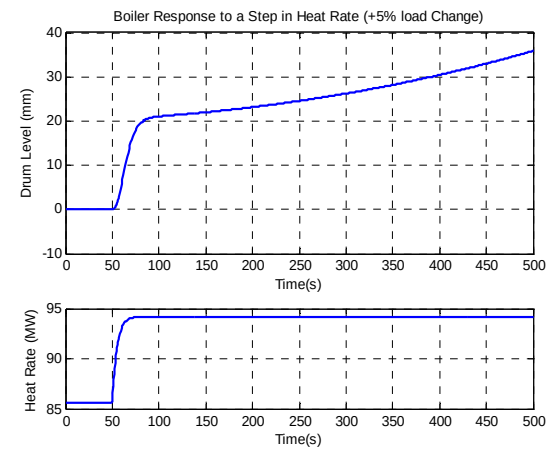
شکل ۹ پاسخ حلقه‌باز سطح آب استوانه مولد بخار به 5 kg/s تغییر پله ای در دبی جرمی بخار خروجی



شکل ۸ پاسخ حلقه‌باز فشار مولد بخار به 5 kg/s تغییر پله ای در دبی جرمی آب تغذیه



شکل ۱۱ پاسخ حلقه‌باز سطح آب استوانه مولد بخار به 5 kg/s تغییر پله ای در دبی جرمی آب تغذیه



شکل ۱۰ پاسخ حلقه‌باز سطح آب استوانه مولد بخار به ۱۰ درصد تغییر پله ای در نرخ انتقال حرارت

می شود. در واقع هنگامی که شیر بخار خروجی باز می شود چون فشار استوانه افت می کند، سطح آب استوانه به دلیل تورم حباب های بخار موجود در زیر سطح بالا می آید. اما در ادامه به دلیل خارج شدن بخار و در نتیجه کاهش آب مایع در کل سیستم، سطح آب استوانه رو به کاهش می گذارد. این پدیده کنترل سطح آب را دشوار نموده است.

با توجه به شکل ۱۰، با افزایش نرخ انتقال حرارت به میزان ۱۰٪ تغییر پله ای، سطح آب استوانه افزایش می یابد. علت این است که با افزایش نرخ انتقال حرارت، کیفیت بخار خروجی از لوله های بالابرنده و در نتیجه حجم بخار موجود در زیر سطح آب استوانه افزایش می یابد.

با توجه به شکل ۱۱، با افزایش دبی آب تغذیه به میزان 5 kg/s تغییر پله ای، سطح آب استوانه بدون تغییرات ناگهانی افزایش

الته به دلیل افت فشار در لوله ها، فشار بخار خروجی بیشتر از فشار استوانه افت می کند.

با توجه به شکل ۷، با افزایش نرخ انتقال حرارت به میزان ۱۰٪ تغییر پله ای، فشار استوانه و فشار بخار خروجی هر دو افزایش می یابند. این افزایش فشار ناشی از افزایش آنتالپی کل سیستم مولد بخار می باشد.

با توجه به شکل ۸، با افزایش دبی آب تغذیه به میزان 5 kg/s تغییر پله ای، فشار استوانه و فشار بخار خروجی هر دو به میزان تقریباً یکسان کاهش می یابند. این کاهش فشار ناشی از ورود آنتالپی سرد به سیستم مولد بخار می باشد.

با توجه به شکل ۹، با افزایش دبی بخار خروجی به میزان 5 kg/s تغییر پله ای، ابتدا سطح آب استوانه افزایش و سپس کاهش می یابد. این تغییرات به پدیده تورم و جمع شدگی بخار مربوط

$$K_{cr1} = 4535; P_{cr1} = 12.69$$

در گام بعدی، سطح آب استوانه را حلقه‌بسته کرده و سپس در حالی که فشار بخار خروجی حلقه‌باز است، مقادیر بهره بحرانی و پریود بحرانی متناظر را برای کنترلگر سطح آب استوانه که با زیرنویس ۲ نشان می‌دهیم، به صورت زیر استخراج می‌کنیم:

$$K_{cr2} = 13; P_{cr2} = 16.4$$

همان گونه که مشاهده می‌شود پریود بحرانی مربوط به فشار بخار خروجی از پریود بحرانی مربوط به سطح آب استوانه کمتر می‌باشد. بنابراین پاسخ آزاد حلقه فشار سریع‌تر از حلقه دیگر رخ می‌دهد. پس بدیهی است، ابتدا باید فقط حلقه فشار را بسته و کنترلگر فشار را تنظیم نمود. در مرحله بعد، در حالی که فشار بخار تحت کنترل می‌باشد، سطح آب استوانه را نیز حلقه‌بسته کرده و با استفاده از مشخصه‌های پاسخ آزاد، کنترلگر سطح آب استوانه را تنظیم کرد.

۵.۱. پاسخ سیستم مولد بخار در وضعیت فشار-

حلقه‌بسته و سطح آب-حلقه‌باز

اکنون، با توجه به مقادیر K_{cr1} و P_{cr1} ، ضرایب کنترلگر PID زیگلر-نیکولز را محاسبه می‌کنیم [۱۶]. اگر کنترلگر فشار را به مدل اعمال کنیم، می‌توانیم پاسخ مولد بخار را به اغتشاشات ناشی از دبی جرمی خروجی به دست آوریم. لازم به ذکر است، کنترلگرهای تناسبی و تناسبی-انتگرالی نیز اعمال شدند، اما اولی به دلیل وجود خطای حالت ماندگار و دومی به دلیل ناپایدار کردن سیستم غیر قابل قبول هستند. البته در ادامه به مزیت‌های کنترلگر PID نسبت به کنترلگر تناسبی اشاره خواهد شد. پاسخ سیستم به کنترلگر PID فشار در ادامه آورده شده‌اند.

همان گونه که در شکل ۱۲ مشاهده می‌شود، با اعمال کنترلگر PID پیشنهاد شده توسط زیگلر و نیکولز، واضح است که کنترلگر PID خطای حالت ماندگار را (نسبت به کنترلگر P) در پاسخ پله صفر نموده است. زمان نشست در این کنترلگر تقریباً ۴۰ ثانیه و در کنترلگر P تقریباً ۱۲۰ ثانیه می‌باشد. پس کنترلگر PID زمان نشست را تقریباً به یک سوم مقدار متناظر به کنترلگر P کاهش داده است.

با بررسی و مقایسه سطح آب استوانه متوجه می‌شویم که ماکزیمم مقدار سطح استوانه از حدود ۳۰mm در شکل ۹ به حدود ۱۰۰mm در شکل ۱۲ رسیده است که این اتفاق مهمترین نکته در طراحی کنترلگر سطح آب استوانه محسوب می‌شود. در واقع کنترلگر سطح باید هنگامی طراحی شود که

می‌یابد. این افزایش سطح ناشی از ورود آب مایع به مولد بخار و افزایش آب مایع کل سیستم است. از طرفی چون آب مایعی که وارد سیستم می‌شود، محتوای بخار را چندان تغییر نمی‌دهد به همین دلیل تغییرات ناگهانی در سطح آب به وجود نمی‌آید. با بررسی پاسخ‌ها، واضح است که سیستم حلقه‌باز به طور ذاتی ناپایدار می‌باشد.

۴.۲. انتخاب متغیرهای دستکاری شونده

با بررسی پاسخ‌های حلقه‌باز، مشاهده می‌شود که به ازای تغییرات نسبی یکسان در ورودی‌ها، فشار خروجی و سطح آب به یک اندازه تغییر نمی‌کنند. مقدار تغییر فشار در یک بازه زمانی دلخواه به ازای تغییر نرخ انتقال حرارت نسبت به تغییر دو ورودی دیگر بیشتر است. همچنین مقدار تغییر سطح آب به ازای تغییر دبی جرمی آب تغذیه ماکزیمم است. در واقع حساسیت فشار بخار خروجی نسبت به نرخ انتقال حرارت و حساسیت سطح آب نسبت به جرمی آب تغذیه، ماکزیمم است. بنابراین برای نگه‌داری و کنترل به هنگام تغییر بار، می‌توان نرخ انتقال حرارت را به عنوان متغیر دستکاری شونده^۱ برای کنترلگر فشار و دبی جرمی آب تغذیه را به عنوان متغیر دستکاری شونده برای سطح آب انتخاب کرد.

۵- طراحی سیستم کنترل PID برای مولد بخار

و تحلیل آن

اکنون سیستم مولد بخار را در بار ۵۰٪ شبیه‌سازی و کنترلگرها را طبق قواعد تنظیم زیگلر-نیکولز طراحی می‌کنیم. سبک بویلرپیرو به عنوان سبک کنترل فرض شده است. نرخ انتقال حرارت و دبی آب تغذیه به عنوان ورودی، فشار بخار خروجی و سطح آب استوانه به عنوان متغیرهای تحت کنترل و دبی جرمی بخار خروجی از مافوق گرم‌کن‌ها به عنوان اغتشاش‌گر در نظر گرفته می‌شوند. نمودار بلوکی سیستم کنترل حلقه‌بسته مولد بخار به همراه بلوک صادرکننده سیگنال تغییر دبی جرم خروجی، در شکل ۵- (ب) نشان داده شده است. اکنون، ابتدا فشار بخار خروجی را حلقه‌بسته کرده و در حالی که سطح استوانه حلقه‌باز است، با دستکاری بهره تناسبی، مقادیر بهره بحرانی و پریود بحرانی متناظر را که با زیرنویس ۱ نشان می‌دهیم، به صورت زیر استخراج می‌کنیم:

^۱ - Manipulated Variable

اکنون فشار بخار خروجی مولد بخار تحت کنترل است اما همچنان سطح استوانه مولد بخار ناپایدار می باشد.

۵.۲. تحلیل پاسخ مولد بخار در وضعیت فشار-

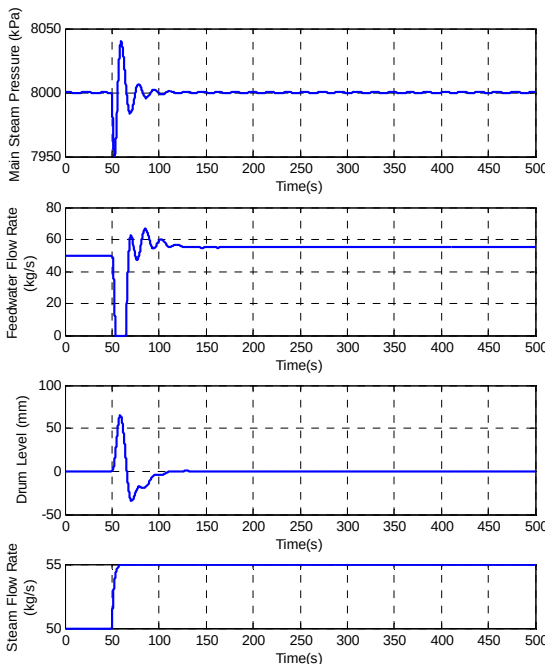
حلقه بسته و سطح-حلقه بسته

اکنون، سطح آب استوانه را نیز حلقه بسته کرده و مشخصه های پاسخ آزاد در بهره بحرانی را در این حالت استخراج نماییم. مقادیر استخراج شده در ذیل آمده اند:

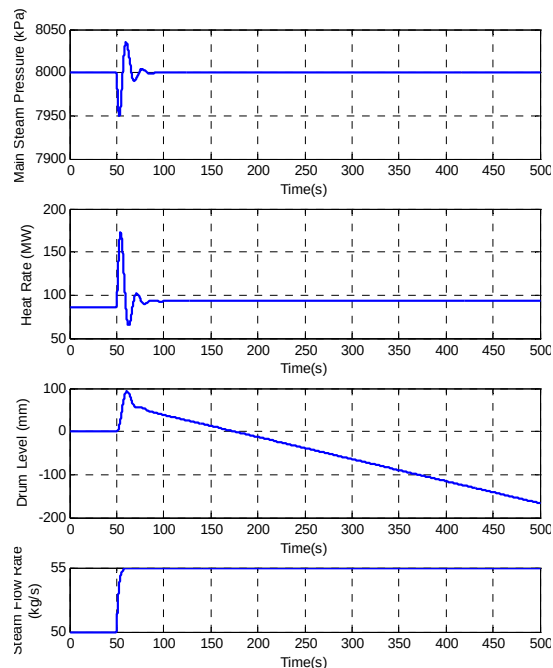
$$K_{cr2} = 2.6; P_{cr2} = 18.44$$

همان گونه که مشاهده می شود، بهره تناسبی بحرانی از مقدار 13 به مقدار 2.6 تقلیل پیدا کرده است. این کاهش بر گفته های پیشین صحت می گذارد. به عبارت دیگر، اگر کنترلگر سطح آب استوانه در وضعیت فشار-حلقه باز طراحی شود، با حلقه بسته کردن فشار بخار، بهره بحرانی به یک پنجم مقدار اولیه کاهش می یابد و بطور حتم پایداری سیستم به مقدار قابل توجهی کاهش می یابد.

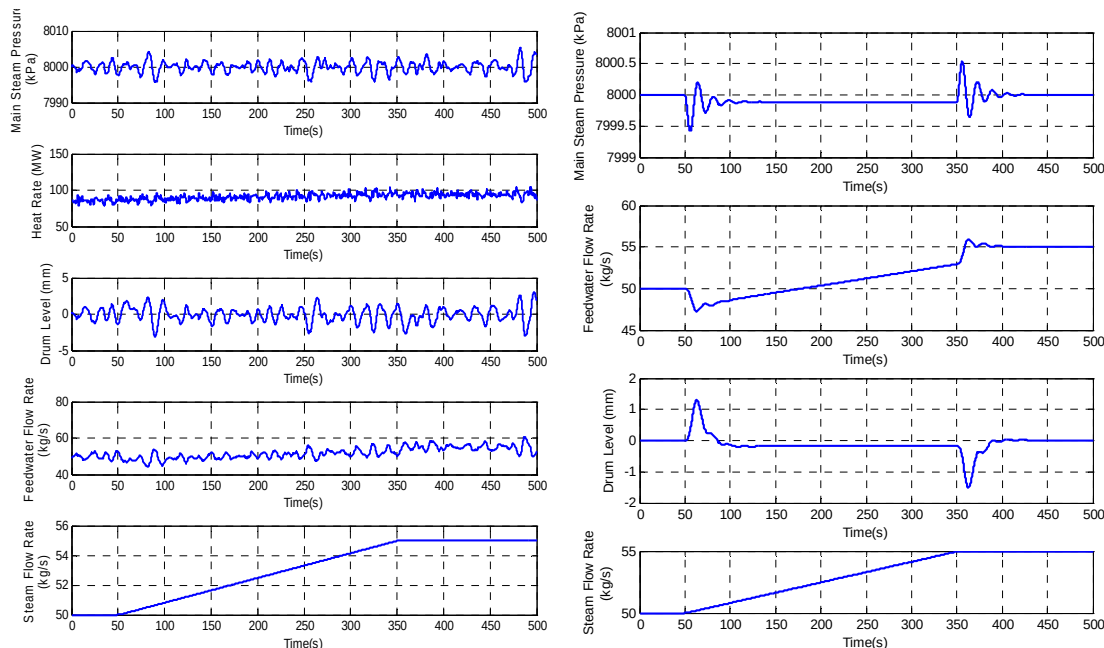
فشار بخار خروجی حلقه بسته باشد. علت به اقدامات جبرانی کنترلگر فشار بخار مربوط می شود. به هنگام افزایش دبی جرم خروجی، فشار افت می کند که متعاقب آن کنترلگر فشار با افزایش نرخ انتقال حرارت در صدد جبران بر می آید. از طرف دیگر، همان گونه که در شکل های ۹ و ۱۰ مشاهده می شود، افزایش دبی جرم خروجی و نرخ انتقال حرارت هر دو باعث می شوند که سطح آب استوانه افزایش یابد. به عبارت دیگر افزایش بار و به دنبال آن اقدامات جبرانی کنترلگر فشار بخار خروجی، تأثیرات مضاعفی بر روی سطح آب استوانه گذاشته و باعث می شوند که سطح آب تا حدود سه برابر نسبت به حالت فشار-حلقه باز بالا بیاید که لحاظ نمودن این نکته در طراحی کنترلگر سطح آب، بسیار ضروری است. همچنین، فراجش نرخ انتقال حرارت (شکل ۱۲) بسیار زیاد می باشد به طوریکه در عرض ۱۰ ثانیه فراجش به مقدار نرخ انتقال حرارت در بار ۱۰۰٪ می رسد. افزایش ناگهانی شار حرارتی باعث سوختن و آسیب دیدن لوله های بالابرنده می شود. به همین دلیل مناسب ترین شکل تغییر بار در نیروگاه ها، تغییرات شیب می باشد.



شکل ۱۳ پاسخ مولد بخار به ۵ kg/s تغییر پله ای در دبی جرمی بخار خروجی



شکل ۱۴ پاسخ مولد بخار به ۵ kg/s تغییر پله ای در دبی جرمی بخار خروجی



شکل ۱۴ پاسخ مولد بخار به ۵ kg/s تغییر شیب در دبی جرمی بخار خروجی

شکل ۱۵ پاسخ سیستم کنترل مولد بخار به ۵٪ تغییر بار شیب با در نظر گرفتن ۱۰ درصد نوسان در نرخ انتقال حرارت

گرفتن ۱۰٪ نوسان در حرارت دریافتی، مجدداً پاسخ سیستم مولد بخار را به تغییرات شیب در دبی جرمی بخار خروجی، به دست می آوریم. مقدار تغییر دبی جرمی ۵ kg/s می باشد. در پاسخ، همان گونه که در شکل ۱۵ نشان داده شده است، عملاً تغییرات ناشی از تغییر بار در فشار بخار خروجی و سطح آب استوانه نامشخص شده است. به عبارت دیگر، این تغییرات در درون تاثیر نوسانات نرخ انتقال حرارت ناپدید یا به عبارتی در آن حل شده اند. به این ترتیب می توان گفت سیستم کنترل طراحی شده، قابل قبول اما غیر بهینه می باشد.

۶- نتیجه گیری

در این مقاله، معادلات حاکم بر دینامیک مولد بخار استوانه دار استخراج شد. این مدل شامل شش متغیر حالت فشار بخار خروجی مافوق گرم کن ها، فشار بخار استوانه، سطح آب استوانه، جزء بخار در لوله های تبخیر کننده، حجم کل آب موجود در سیستم و دبی خروجی از لوله های بالابرنده است. این مدل با روش های عددی حل شد و پاسخ های حلقه باز سیستم مولد بخار به دست آمدند. در ادامه دو کنترلر PID یکی برای کنترل فشار خروجی مافوق گرم کن ها و دیگری برای کنترل سطح آب استوانه، با استفاده از قواعد تنظیم زیگلر

همان گونه که در شکل ۱۳ مشاهده می شود، با محاسبه ضرایب PID پیشنهاد شده توسط زیگلر و نیکولز و اعمال کنترلر به سیستم مولد بخار، واضح است که کنترلر PID خطای حالت ماندگار را (نسبت به کنترلر P) در پاسخ سطح آب به تغییر پله صفر نموده است. مقدار زمان نشست ۶۰ ثانیه می باشد. فراجش سطح آب استوانه در تغییر بار پله، از ۷۰ mm در کنترلر P به حدود ۶۰ mm در کنترلر PID رسیده است. در شکل ۱۴ پاسخ مولد بخار به تغییر شیب نشان داده شده است، انحراف سطح آب در حدود ۱ میلی متر و انحراف فشار بخار در حدود ۰.۵ کیلو پاسکال می باشد. البته کنترلر PID در تغییر بار شیب، نمی تواند خطا را به هنگام گذار به صفر برساند. در عمل، برای کاهش این خطا، کنترلر Feedforward را به سیستم کنترل Feedback افزوده و خطا را تا حدودی به صفر می رسانند.

۵.۳. یک تحلیل واقعی تر از سیستم کنترل مولد بخار

در یک مولد بخار واقعی، به دلیل نوسانات فشار سوخت، عدم یکنواختی ترکیب سوخت و ... در سیستم احتراق، معمولاً نوساناتی^{۲۴} در حرارت دریافتی رخ می دهد. اکنون با در نظر

[۹] الوکیل، محمد، "نیروگاه‌های حرارتی"، ترجمه کاظم سربایجی، مرکز نشر دانشگاهی، تهران، ۱۳۷۵.

[10] "Control Valve Handbook", 4nd edition, Fisher Controls International LLC, 2005.

[11] Bulletin: "Steam Throttle Valve for Steam Turbines", BAFCO, Inc. P.O. Box 2428, 717 Mearns Road, Warminster, PA 18974 USA.

[12] Lindsley, D. "Power-plant control and instrumentation: The control of boilers and HRSG systems", The Institution of Electrical Engineers, Michael Faraday House, Six Hills Way, Stevenage, Herts. SG1 2AY, United Kingdom, 2000.

[13] Flynn, D. "Thermal power plant simulation and control", The Institution of Engineering and Technology, Michael Faraday House, Six Hills Way, Stevenage, Herts. SG1 2AY, United Kingdom, 2003.

[14] Anderson, S. "Modeling of a Drum Boiler Using MATLAB-Simulink", MSc Thesis, Youngstown State University, May, 2008.

[15] Mrunalini, K. and Others, "State Space Model for Drum Boiler System", IE (I) Journal-EL, 2006, Vol 86, 260-267.

[16] Ogata, K. "Modern Control Engineering", 3nded, Prentice-Hall inc., Upper Saddle River, Nj, 1997.

[۱۷] ون وایلن، گوردون جان، "مبانی ترمودینامیک"، ویرایش ششم، ترجمه غلامرضا ملک زاده و محمد حسین کاشانی حصار، نشر نما، مشهد، ۱۳۸۴.

نیکولز طراحی گردید. برهم کنش بین فشار بخار و سطح آب بخار نیز بررسی و توضیح داده شد.

منابع

[1] Astrom, K. J., and Bell, R. D., "Drum-Boiler Dynamics", Automatica, 2000, vol. 36, 363-378.

[2] Zuber, N., and Findlay, J.A., "Average volumetric concentration in two-phase flow systems", Journal of Heat Transfer, 1965, Vol.87, 453-468.

[3] Adam, E.J. , and Marchetti, J.L., "Dynamic simulation of large boilers with natural recirculation", Computers and Chemical Engineering, 1999, Vol.23, 1031-1040.

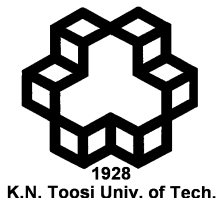
[4] De Mello, F. P., "Boiler Model for System Dynamics Performance Studies", IEEE Transaction on Power System, 1991, Vol. 6, No. 1, 66-77.

[5] Astrom, K. J., & Eklund, K., "A simplified non-linear model for a drum boiler -Turbine unit". International Journal of Control, 1972, Vol. 16, 145-169.

[6] Astrom, K. J., & Eklund, K., "A simple non-linear drum-boiler model". International Journal of Control, 1975, Vol. 22, 739-740.

[7] Bell, R. D. & Astrom, K. J., "A fourth order non-linear model for drum-boiler dynamics" In IFAC '96, Preprints 13th World Congress of IFAC, 1996, vol. O, San Francisco, CA, 31-36.

[8] Flynn, M. E. and O' Malley, M. J., "A Drum Boiler Model for Long Term Power System Dynamic Simulation", IEEE Transactions on Power Systems, 1999, Vol. 14, No. 1.



Journal of Control (ISSN 2008-8345)



A Joint Publication of the Iranian Society of Instrumentation and Control Engineers and the K.N. Toosi University of Technology, Vol. 4, No. 2, Summer 2010.

Publisher: Iranian Society of Instrumentation and Control Engineers

Managing Director: Prof. Iraj Goodarznia

Editor-in-Chief: Prof. Ali Khaki-Sedigh

Tel: 84062317

Email: sedigh@kntu.ac.ir

Assistant Editor: Dr. Hamid Khaloozadeh, Dr. Alireza Fatehi

Executive Director: Dr. Hamid Khaloozadeh

Editorial Board:

Prof. A. Khaki-Sedigh, Prof. I. Goodarznia, Dr. H. Khaloozadeh (Associate Prof.), Prof. P. Jabedar-Maralani, Prof. A. Ghafari, Dr. H.R. Momeni (Associate Prof), Prof. S.K. Nikraves, Prof. M. Shafiee, Prof. B. Moshiri.

Advisory Board:

Dr. H.R. Momeni, Prof. B. Moshiri, Prof. M. Shafiee, Prof. A. Khaki-Sedigh, Prof. P. Jabedar-Maralani, Prof. A. Ghaffari, Dr. H. Khaloozadeh, Dr. H.R. Taghirad, Dr. K. Masroori, Dr. M.T. Bathaei, Dr. M.T. Hamidi-Beheshti, Dr. F. Jafarkazemi, Dr. R. Amjadifard, Dr. S.A. Mousavian, Dr. M. Teshnelab, Prof. M. Haeri, Dr. S.A. Safavi, Prof. H. Seifi, Dr. A. Kazemi, Dr. A. Fatehi, Dr. M.R. Akbarzadeh-Toutounchi, Dr. M. Golkar, Dr. N. Pariz, Dr. M. Javadi, Dr. J. Heirani-Nobari, Prof. F. Hossein-Babaei, Dr. B. Moaveni, Dr. M. Aliari-Shourehdeli, Dr. M. Arvan, Dr. M. Tavakoli-Bina.

The ISICE Board of Director:

Abbas. Sheri-Moghadam, Prof. Masoud Shafiee., Dr. Hamid Reza Momeni, Dr. Hamid Khaloozadeh, Dr. Mehrdad Javadi, Dr. Davod Karimzadegan, Ali Kiani.

Address: Room 241, 2nd floor, No.71, Mousavi Ave. Ferdowsi Sq. Enghelab St. Tehran, Iran.
P.O. Box: 15815-3595 Tel: (+9821) 88813002 Fax: (+9821) 88324979
<http://www.isice.ir>



**A Joint Publication of the Iranian Society of Instrument and Control
Engineers and the K.N. Toosi University of Technology**
Vol. 4, No. 2, Summer 2010

Contents

Using Directional Enlargement of Domain of Attraction to Increase Critical Clearing Time of Nonlinear Systems	1
Reihaneh Kardehi Moghaddam, Naser Pariz, Hasan Modir Shanechi, Ali Vahidian Kamyad	
PI Guidance Law Design using Circle Criterion	11
Iman Mohammadzaman, Hamid Reza Momeni	
Safe Grasping and Manipulation of Delicate Object by a Two Fingers Dexterous Hand	20
Habib Ahmadi, Jafar Sadigh	
Nonlinear Modeling of a Hydraulic Actuator Considering Saturations in Amplitude and Rate Commands	36
Pouria Sarhadi, Nematollah Ghahramani, Reza Miryousefi Aval	
Analysis of Collusive Behavior of Generation Companies in Power Market using Game Theory	44
Mohammad Azim Armin, Habib Rajabi Mashhadi, Mohammadreza Lotfalipour	
Time Delay MIMO System Control Using Dominant Gain Compensator	55
Mansoureh Esmaeli, Mansour Shirvani	
Nonlinear Modeling and PID Control System Design for a Typical Drum Steam Generator	66
Mahdi Alvandi, Abbas Fadaee	