

I
S
I
C
E

مجله کنترل



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

ISSN 2008-8345

نشریه علمی - پژوهشی

انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران - دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

جلد ۵، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۰

فهرست مقالات

- ۱ همزمان‌سازی سیستم‌های مرتبه کسری آشوبی جنسیو تسی و کولت با استفاده از کنترل کننده تطبیقی مرتبه کسری

علی فیاضی، حسین احمدی نوبری، حسن فاتحی مرج

- ۱۲ کنترل تطبیقی پیش‌بین تابعی دمای بخار سوپرھیت مبتنی بر استفاده از توابع لاغر در شناسایی غیرساختاری سیستم

رضا دادخواه تهرانی، محمدحسین فردوسی

- ۲۰ مروار و مقایسه سیستم‌های کوانتمی: مدل‌سازی، پایداری و کنترل‌پذیری

ابوالقاسم دائمی‌چیان، فرید شیخ‌الاسلام

- ۳۲ کنترل و تخمین غیرخطی لغزش طولی تایر جهت استفاده در سیستم ترمز ضدفل

مهدي ميرزاي، حسين ميرزاي نژاد، سياوش وحيدی، داود حيدريان، محمد جواد خسروجردي

- ۴۲ طراحی و پیاده‌سازی سیستم کنترلی بھینه و هوشمند برای توانبخشی اندام‌های پایین بیماران ناتوان حرکتی با استفاده از یک روبات موازی ۶ درجه آزادی

وهاب اميني آذر، فرید نجفي، محمد علي نکوبی

- ۵۲ مدل مدل‌سازی تبدیل فاز و کنترل ورقی مقاوم سوئیچینگ عملگرهایی از جنس آلیاژ حافظه‌دار با و بدون در نظر گرفتن اثر تاخیر زمانی این عملگرها

حسين چهاردولی، محمد اقتصاد، مهرداد فرید

- ۶۵ تخمین پارامترهای سیگنال سینوسی میرا با استفاده از شناساننده تطبیقی

محمد علي قدیری مدرس ، محسن مجیری، بهرام کریمی



نشریه علمی - پژوهشی، انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران - دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی،

جلد ۵، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۰

پست الکترونیک: control@isice.ir

صاحب امتیاز: انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران

مدیر مسئول: پروفسور ایرج گودرزنا

سردبیر: پروفسور علی خاکی صدیق - تلفن: ۸۴۰۶۲۳۱۷ - پست الکترونیکی: sedigh@kntu.ac.ir

آدرس محل کار: خیابان دکتر شریعتی، پل سیدخدان، دانشکده برق دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

سمت: استاد دانشگاه

شورای سردبیری: پروفسور علی خاکی صدیق، دکتر حمید خالو زاده، دکتر علیرضا فاتحی

دیر اجرایی: دکتر حمید خالو زاده

هیأت تحریریه:

پروفسور علی خاکی صدیق (استاد) - پروفسور ایرج گودرزنا (استاد) - دکتر حمید خالو زاده (دانشیار) - پروفسور پرویز جبه دار مارالانی (استاد) - پروفسور

علی غفاری (استاد) - دکتر حمیدرضا مومنی (دانشیار) - پروفسور سید کمال الدین نیکروش (استاد) - پروفسور مسعود شفیعی (استاد) - پروفسور بهزاد مشیری

(استاد)

هیأت مشاوران:

دکتر حمیدرضا مومنی، پروفسور بهزاد مشیری، پروفسور مسعود شفیعی، پروفسور پرویز جبه دار مارالانی، پروفسور علی غفاری،

دکتر حمید خالو زاده، دکتر حمیدرضا تقی راد، دکتر کیوان مسوروی، دکتر محمد تقی بطحایی، دکتر محمد تقی بهشتی، دکتر فرزاد جعفر کاظمی، دکتر رویا

امجدی فرد، دکتر سید علی اکبر موسویان، دکتر محمد تشنہ لب، پروفسور محمد حایری، دکتر سید علی اکبر صفوی، پروفسور حسین سیفی، دکتر احمد

کاظمی، دکتر علیرضا فاتحی، دکتر محمدرضا اکبرزاده توتوچی، دکتر مسعود علی اکبر گلکار، دکتر ناصر پریز، دکتر مهرداد جوادی، دکتر جعفر حیرانی

نوبری، پروفسور فرامرز حسین بابایی، دکتر بیژن معاونی، دکتر مهدی علیاری شوره دلی، دکتر محمد عاروان، دکتر محمد توکلی بینا.

هیأت مدیره انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق:

مهندس عباس شعری مقدم، پروفسور مسعود شفیعی، دکتر حمیدرضا مومنی، دکتر مهرداد جوادی، دکتر داود کریم زادگان، مهندس علی

کیانی.

ایران - تهران، صندوق پستی ۱۵۸۱۵-۳۵۹۵

تلفن : ۸۱۰۳۲۲۳۱

فاکس: ۸۱۰۳۲۲۰۰

به نام خدا

فهرست مقالات

- ۱ همزمانسازی سیستم‌های مرتبه کسری آشوبی جنسیو تسى و کولت با استفاده از کنترل کننده تطبیقی مرتبه کسری
علی فیاضی، حسین احمدی نوبری، حسن فاتحی مرج
- ۱۲ کنترل تطبیقی پیش‌بین تابعی دمای بخار سوپرهیت مبتنی بر استفاده از توابع لاغر در شناسایی غیرساختاری سیستم
رضا دادخواه تهرانی، محمدحسین فردوسی
- ۲۰ مرور و مقایسه سیستم‌های کوانتموی: مدل‌سازی، پایداری و کنترل پذیری
ابوالقاسم دائی چیان، فرید شیخ‌الاسلام
- ۳۲ کنترل و تخمین غیرخطی لغزش طولی تایر جهت استفاده در سیستم ترمز ضدفل
مهدی میرزائی، حسین میرزائی نژاد، سیاوش وحیدی، داود حیدریان، محمد جواد خسروجردی
- ۴۲ طراحی و پیاده‌سازی سیستم کنترلی بهینه و هوشمند برای توانبخشی اندام‌های پایین بیماران ناتوان حرکتی با استفاده از یک روبات موازی ۶ درجه آزادی
وهاب امینی آذر، فرید نجفی، محمد علی نکویی
- ۵۲ مدل مدل‌سازی تبدیل فاز و کنترل وفقی مقاوم سوئیچینگ عملگرها بی از جنس آلیاژ حافظه‌دار با و بدون در نظر گرفتن اثر تاخیر زمانی این عملگرها
حسین چهاردولی، محمد اقتصاد، مهرداد فرید
- ۶۵ تخمین پارامترهای سیگنال سینوسی میرا با استفاده از شناساننده تطبیقی
محمد علی قدیری مدرس، محسن مجیری، بهرام کریمی

مجله کنترل، مجله‌ای علمی – پژوهشی است که در برگیرنده تازه‌ترین نتایج تحقیقات نظری و کاربردی در علوم مختلف مرتبط با مهندسی کنترل و ابزار دقیق می‌باشد. مقالات ارسالی به مجله کنترل می‌بایست به زبان فارسی و دارای چکیده انگلیسی باشند. از میان مباحث مورد نظر این مجله میتوان به موارد زیر اشاره نمود:

- (۱) مدلسازی، شناسایی، شبیه سازی، پیش‌بینی، بهینه سازی و پایش عملکرد سیستم‌ها.
- (۲) تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل پیشرفته از قبیل سیستم‌های کنترل خطی و غیرخطی، سیستم‌های کنترل تطبیقی، کنترل مقاوم و کنترل بهینه، سیستم‌های کنترل هوشمند، سیستم‌های کنترل تصادفی، سیستم‌های کنترل گسسته پیشامد و ترکیبی، سیستم‌های ابعاد وسیع، سیستم‌های کنترل چندمنغیره.
- (۳) مکاترونیک و رباتیک.
- (۴) ابزار دقیق و سیستم‌های ترکیب داده و اطلاعات سنسوری.
- (۵) اتوماسیون صنعتی از قبیل سیستم‌های کنترل گسترده، رابط انسان – ماشین، سیستم‌های ایمنی و تشخیص خطا، تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل کسری، شناسایی و تشخیص عیب در سیستم‌ها، سیستم‌های کنترل پیچیده، سیستم‌های زمان حقيقی و سیستم‌های کنترل سوپر واپرایزی.

کاربردهای مورد علاقه این مجله، وسیع بوده و می‌تواند در برگیرنده موارد زیر باشد:

- (۱) سیستم‌های هدایت و ناوبری.
- (۲) فرآیندهای صنعتی شامل فرآیندهای شیمیایی و بیوتکنولوژی.
- (۳) تولید و توزیع نیروی برق.
- (۴) مهندسی محیط زیست و هواشناسی.
- (۵) سیستمهای اقتصادی و مالی.
- (۶) سیستمهای اطلاعاتی، مخابراتی و شبکه‌های صنعتی.
- (۷) مهندسی پزشکی.

از کلیه پژوهشگران و کارشناسان فعال در زمینه‌های مرتبط با مهندسی کنترل و ابزار دقیق دعوت بعمل می‌آید تا مقالات و نتایج آخرین دستاوردهای علمی و پژوهشی خود را به این مجله ارسال نمایند. خواهشمند است مقالات خود را به صورت الکترونیکی به آدرس control@isice.ir ارسال فرماید. برای کسب اطلاعات بیشتر و دریافت نحوه تهیه و ارسال مقالات می‌توانید به سایت مجله با آدرس www.isice.ir مراجعه نمایید.

شیوه تدوین

متن مقالات شامل چکیده، بدنه مقاله، مراجع و زیرنویسها باید با فونت ۱۲ Zar B و با فاصله double میان خطوط، در صفحات A4 یک ستونی و تحت نرم افزار Word تهیه گردد.

آدرس نویسنده‌گان

آدرس پستی کامل همه نویسنده‌گان همراه با شماره تلفن و دورنگار (فکس) و نشانی پست الکترونیک (email) نویسنده عهده‌دار مکاتبات در برگه مستقلی چاپ و به همراه مقاله ارسال گردد.

چکیده

هر مقاله باید شامل، عنوان (فارسی و انگلیسی)، چکیده (فارسی و انگلیسی) مقاله در حداکثر ۲۰۰ واژه، کلیدواژه (فارسی و انگلیسی) در حداکثر ۵ واژه باشد.

تصاویر و عکسها

در هنگام ارسال مقاله جهت داوری نیازی به ارسال اصل تصاویر و عکسها نمی‌باشد، ولی رونوشت ارسالی باید واضح باشد. پس از تایید مقاله، ارسال اصل تصاویر و عکسها جهت چاپ مقاله ضروری می‌باشد.

مراجع

به کلیه مراجع باید در متن ارجاع داده شده باشد. مراجع باید با شماره مشخص گردند و جزئیات آنها به شرح زیر در پایان مقاله به ترتیب حروف الفبای نویسنده‌گان ظاهر گردد:

مقالات: [شماره مرجع] نام خانوادگی و علامت اختصاری اول نام، سال انتشار یا تاریخ برگزاری، "عنوان مقاله"، نام کامل نشریه یا کنفرانس، شماره مجله یا شماره جلد، شماره صفحات.

كتابها: [شماره مرجع] نام خانوادگی و نام کامل همه نویسنده‌گان، عنوان کتاب، نام مترجم (در صورت وجود)، نام کامل ناشر، سال انتشار.

واحدها: کلیه مقالات باید از واحد استاندارد SI (متريک) در تمام بخش‌های مقاله استفاده نمایند. در کنار واحد SI می‌توان از واحد انگلیسی در داخل پرانتز نيز استفاده نمود.

طول مقالات

حداکثر حجم مقالات در هنگام چاپ ۱۵ صفحه می‌باشد که معادل حدود ۷۵۰۰ واژه می‌باشد. برای چاپ صفحات بیشتر و یا رنگی لازم است هزینه‌ای معادل ۲۵۰,۰۰۰ ریال (۲۵ دلار آمریکا) برای هر صفحه به حساب مجله واریز گردد.

فرایند ارسال مقاله

مقالات قابل چاپ در مجله شامل مقالات کامل پژوهشی، مقالات کوتاه و یادداشت‌های پژوهشی می‌باشد. مقالات ارسالی نباید در هیچ مجله داخلی و یا خارجی چاپ شده باشد و یا در حال داوری باشد.

- لازم است نسخه الکترونیکی مقاله به شکل pdf و word جهت داوری به نشانی مجله control@isice.ir ارسال شود.
- مقالات جهت داوری به داوران متخصص ارسال می‌گردد. در پایان تایید یا رد هر مقاله توسط هیئت تحریریه مجله انجام خواهد پذیرفت. سردبیر مجله نتیجه داوری را برای نویسنده عهده‌دار مکاتبات ارسال خواهد نمود.
- در صورتی که نیاز به تصحیح مقاله باشد، تصحیحات باید منحصراً محدود به موارد ذکر شده باشد. در سایر موارد نویسنده لازم است سردبیر را در جریان هر گونه تغییر و یا تصحیح دیگری قرار دهد. در هر صورت مسئولیت صحت و سقم مطالب بر عهده نویسنده خواهد بود.
- در صورتی که مقاله جهت چاپ پذیرفته شود، یک نسخه از مجله همراه با ۵ نسخه از مقاله به هر یک از نویسنندگان اهدا خواهد گردید.

حق کپی: در صورت تایید مقاله، نویسنندگان لازم است فرم انتقال حق انتشار آن به "انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران" را تکمیل و به همراه اصل مقاله ارسال نمایند. نویسنندگان لازم است موافقت کتبی دارندگان حق کپی بخشایی از مقاله که از مراجع و منابع دیگر نسخه برداری شده است را دریافت و به دفتر مجله ارسال نمایند.

بدینوسیله از کلیه اساتید، پژوهشگران و کارشناسان مهندسی کنترل و ابزار دقیق جهت ارائه مقالات خود در این نشریه دعوت به عمل می‌آورد. خواهشمند است مقالات خود را به صورت الکترونیکی به آدرس control@isice.ir ارسال فرمایید. برای کسب اطلاعات بیشتر میتوانید به سایت: <http://www.isice.ir> مراجعه نمایید.

همزمانسازی سیستم‌های مرتبه کسری آشوبی جنسیو تسی و کولت با استفاده از کنترل کننده تطبیقی مرتبه کسری

علی فیاضی^۱، حسین احمدی نوباری^۲، حسن فاتحی مرج^۳

^۱ عضو هیئت علمی، دانشکده فنی و مهندسی، گروه مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه ولی عصر (ع) رفسنجان، a.fayazi@vru.ac.ir

^۲ دانشیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، قطب علمی کنترل و پردازش هوشمند، دانشگاه تهران، noubari@ece.ubc.ca

^۳ استادیار، دانشکده فنی و مهندسی، گروه مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه ولی عصر (ع) رفسنجان، h.fatehi@vru.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۰/۵/۱۲، تاریخ پذیرش مقاله ۱۰/۵/۱۳۹۰)

چکیده: در این مقاله یک کنترل کننده تطبیقی مرتبه کسری بر مبنای مد لغزشی برای همزمانسازی سیستم‌های آشوبی مرتبه کسری با پارامترهای مناسب، با دینامیک کسری پیشنهاد شده است. این کنترل کننده تطبیقی یک PID مرتبه کسری است که ضرایب آن با یک مکانیزم تطبیق مناسب تنظیم خواهد شد. با انتخاب یک سطح لغزش مناسب، ضرایب کنترل کننده با استفاده از روش گرادیان به روز می‌شوند. به منظور بررسی صحت عملکرد کنترل کننده، کنترل کننده پیشنهادی بر روی سیستم‌های مرتبه کسری آشوبی جنسیو تسی و کولت اعمال شده است و عملکرد آن به لحاظ خطای همزمانسازی و سیگنال کنترلی با کنترل کننده‌های تطبیقی مرتبه صحیح و کنترل کننده مد لغزشی مقایسه گردیده است. نتایج شبیه سازی کارایی کنترل کننده پیشنهادی را نشان می‌دهد.

کلمات کلیدی: کنترل کننده تطبیقی مرتبه کسری، کنترل مد لغزشی، سیستم مرتبه کسری آشوبی جنسیو- تسی و کولت، سیستم

پایه و پیرو، همزمانسازی

Synchronization of Chaotic Fractional-Order Genesio Tessi -Coullet Systems via Fractional-Order Adaptive Controller

Ali Fayazi, Hossein Ahmadi Noubari, Hasan Fatehi Marj

Abstract: This paper presents a fractional-order adaptive controller based on sliding mode control for synchronization of commensurate fractional-order chaotic systems. The adaptive controller is a fractional PID controller, which the coefficients will be tuned according to a proper adaptation mechanism. Fractional PID coefficients are updated using the gradient method when a proper sliding surface is chosen. To illustrate the effectiveness and performance of the controller, the proposed controller is implemented on chaotic fractional-order Genesio Tessi and Coullet systems. Performance of fractional-order PID adaptive controller ($P^{\alpha}I^{\beta}D^{\gamma}$) based on synchronization error, and control signal is compared with the conventional adaptive controller (PID) and sliding mode controller (SMC). The simulation results show the efficiency of the proposed controller.

Keywords: Fractional-Order Adaptive Controller, Sliding Mode Control, Chaotic Fractional-Order Genesio-Tessi and Coullet systems, Master and Slave System, Synchronization.

۱- مقدمه

مرتبه کسری بررسی شده است. در [۲۱]، مساله کنترل آشوب و همزمان‌سازی یک سیستم مکانیکی چرخشی با دینامیک کسری بحث شده است. در این مقاله بر مبنای مدل لغزشی یک کنترل کننده PID تطبیقی مرتبه کسری با استفاده از روش گرادیان جهت همزمان‌سازی سیستم‌های آشوبی جنسیو‌تسی و کولت پیشنهاد شده است. در این روش به ازای یک مرتبه کسری مشخص از دینامیک سیستم که سبب ایجاد رفتار آشوبی در سیستم شده است با انتخاب یک سطح لغزش و نرخ یادگیری مناسب، ضرایب PID با استفاده از روش گرادیان توسط یک قانون تطبیق مناسب به روز می‌شوند.

این مقاله به صورت زیر مرتب شده است. در ادامه و در بخش دوم به معرفی عملگر کسری و مفاهیم پایه مربوط به محاسبات کسری و تحلیل پایداری سیستم‌های کسری پرداخته شده است. بخش سوم مقاله به طراحی کنترل کننده تطبیقی مرتبه کسری جهت همزمان‌سازی دو سیستم همسان و غیرهمسان با دینامیک کسری می‌پردازد. در بخش چهارم مدل دینامیکی دو سیستم آشوبی جنسیو-تسی و کولت معرفی می‌گردد. بخش پنجم به شیوه سازی مساله همزمان‌سازی دو سیستم همسان جنسیو-تسی و همچنین همزمان‌سازی دو سیستم غیر همسان جنسیو-تسی و کولت با استفاده از روش پیشنهادی اختصاص یافته است. در پایان نتایج بدست آمده در بخش ششم جمع‌بندی شده است.

۲- معرفی عملگر کسری

۱-۲ مفاهیم و تعاریف پایه

نمایش کلی عملگر مشتق گیر-انتگرال گیر مرتبه کسری را در نظر بگیرید [۲۲]:

$${}_a D_t^q = \begin{cases} \frac{d^q}{dt^q}, & q > 0 \\ 1, & q = 0 \\ \int_a^t (d\tau)^{-q}, & q < 0 \end{cases} \quad (1)$$

که در آن q مرتبه کسری و ثابت a مربوط به شرایط اولیه است. این عملگر نمادی از عملگر مشتق گیر و انتگرال گیر کسری است. به این ترتیب، که برای q های مثبت عملگر ${}_a D_t^q$ نماینده عملگر مشتق گیر و برای q های منفی عملگر ${}_a D_t^q$ نماینده عملگر انتگرال گیر است. تعاریفی که به طور معمول برای مشتق بیان می‌گردد شامل ریمان-لیویل^۵، گرانوال-لتیکوف^۶ و کاپوتو^۷ است.

محاسبات مرتبه کسری نقش بسیار مهمی در زمینه‌های گوناگون علمی دارد، به خصوص در دهه اخیر کاربرد کنترل مرتبه کسری (FOC) در مهندسی کنترل به عنوان یک موضوع مهم در عرصه تحقیقات بین المللی مطرح شده است [۲۱ و ۲]. اخیراً دانشمندان نشان دادند که معادلات مرتبه کسری قادرند پدیده‌های گوناگون را مناسب‌تر از مرتبه صحیح آن مدل کنند و یک ابزار قدرتمند جهت توصیف ساختارهای یک سیستم با دینامیک پیچیده می‌باشند. اکثر سیستم‌های موجود در طبیعت با دینامیک کسری بوده و با تقریب، مرتبه آنها صحیح در نظر گرفته می‌شود. تئوری الکترو مغناطیس [۳] حرکت براونی کسری [۴] دینامیک محیط متخال [۵] تئوری راه رفت تصادفی با پیوستگی زمانی [۶] و تئوری آشوب جزو این دسته از سیستم‌ها هستند. رفتار آشوبی در زمینه‌های مختلف علوم و مهندسی مانند مکانیک، برق، فیزیک، پزشکی، زیست‌شناسی، اقتصاد و ... مشاهده شده است. آشوب در بسیاری از سیستم‌های کسری وجود دارد و کنترل سیستم آشوبی و همچنین همزمان‌سازی^۸ دو سیستم آشوبی در سیستم‌های با دینامیک کسری بسیار حائز اهمیت و پرکاربرد است. از عملده کاربردهای آن می‌توان به همزمان‌سازی سیستم‌های آشوبی در مخابرات امن اشاره نمود. یک هدف مهم در کنترل آشوب متوقف نمودن نوسان‌های آشوبی و یا کاهش آنها به نوسان‌های معمول است. سیستم‌های مرتبه کسری برای کنترل موثرشان معمولاً به کنترل کننده‌های مرتبه کسری نیاز دارند. کنترل کننده PID ساخته‌ای طولانی در مهندسی کنترل دارد و بدليل سادگی ساختار آن از این کنترل کننده برای کنترل بسیاری از فرآیندهای واقعی استفاده می‌کنند. علیرغم اینکه تاکنون تکنیک‌های جدید کنترل بسیاری پیشنهاد شده است، اما هنوز در بسیاری از برنامه‌های کاربردی واقعی صنعتی از کنترل کننده PID بطور گستردۀ استفاده می‌شود. بعد از معرفی اولین روش همزمان‌سازی توسط پکورا و کارول، روش‌های مختلف کنترل برای همزمان‌سازی سیستم‌های آشوبی شامل روش خطی سازی فیدبک [۷]، روش‌های کنترل فازی [۸ و ۹]، روش ضربه‌ای [۱۰]، روش گام به عقب^{۱۱}، کنترل مدل لغزشی [۱۲]، کنترل مدل لغزشی فعال [۱۳ و ۱۴]، کنترل تطبیقی [۱۵]، ارایه شده است.

در زمینه همزمان‌سازی از عملگر کسری جهت معرفی کنترل کننده‌های کسری و ایجاد یک قانون کنترل جدید و مناسب برای همزمان‌سازی سیستم‌های آشوبی با دینامیک کسری استفاده می‌گردد [۲۱-۲۲].

در [۱۶]، همزمان‌سازی سیستم‌های آشوبی مرتبه کسری بحث شده است. در [۱۷]، همزمان‌سازی دو سیستم همسان کسری لو^۴ ارایه شده است. در [۲۰]، مساله همزمان‌سازی برای یک دسته از سیستم‌های آشوبی

^۱ Synchronization

^۲ Impulsive Method

^۳ Backstepping

^۴ Lü

^۵ Riemann-Liouville

^۶ Grunwald-Letnikov

^۷ Caputo

متناسب^۱ کسری است. اگر $q_1 = q_2 = \dots = q_n = q$ سیستم تعريف شده در رابطه (۷) معرف یک سیستم مرتبه کسری با پارامترهای متناسب است. در غیر این صورت یک سیستم مرتبه کسری با پارامترهای نامتناسب^۲ خواهیم داشت.

۲-۲ آنالیز پایداری برای سیستم‌های مرتبه کسری

پایداری یکی از مهمترین مباحث در طراحی کنترل‌کننده‌ها در سیستم‌های کسری می‌باشد. در این بخش دو قضیه مهم در پایداری سیستم‌های کسری مطرح شده است. در این قضايا پایداری سیستم‌های مرتبه کسری با پارامترهای متناسب^۳ و نامتناسب^۴ بررسی شده است. قضیه ۱ برای سیستم‌های مرتبه کسری با پارامترهای متناسب مطرح می‌شود در ادامه پایداری سیستم‌های مرتبه کسری با پارامترهای نامتناسب را در قضیه ۲ خواهیم داشت.

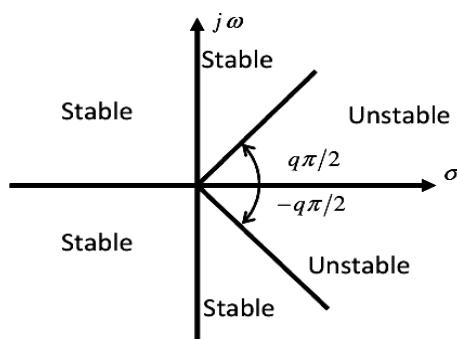
قضیه ۱: سیستم خودکار زیر را در نظر بگیرید

$$D_x^q x = Ax, \quad x(0) = x_0 \quad (8)$$

که در آن $0 < q \leq 1$ است. این سیستم بطور مجانبی پایدار است اگر و تنها اگر شرط زیر برای همه مقادیر ویژه λ ماتریس A برقرار باشد [۲۶].

$$|\arg(\lambda)| > q\pi/2 \quad (9)$$

با برقراری شرط فوق تمام حالت‌هایی که به فرم t^{-q} می‌باشند به سمت صفر میل می‌کنند. افزون بر این، اگر $|\arg(\lambda)| > q\pi/2$ ، سیستم پایدار است. و مقادیر ویژه بحرانی که به ازای آنها $|\arg(\lambda)| = q\pi/2$ می‌رز پایداری و ناپایداری را تعیین می‌کنند. در شکل ۱ محدوده پایداری به ازای $0 < q < 1$ نمایش داده شده است.



شکل ۱: محدوده پایداری برای سیستم مرتبه کسری خطی با مرتبه $0 < q < 1$

یک سیستم مرتبه کسری با پارامترهای متناسب را در نظر بگیرید.

تعویف ۱- مشتق ریمان-لیوویل به عنوان ساده ترین تعريف مطابق رابطه زیر در نظر بگیرید [۲۳]:

$${}_{RL}^a D_t^q f(t) = \frac{1}{\Gamma(m-q)} \int_a^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{1-(m-q)}} d\tau \quad (2)$$

که در آن $m-1 < q < m$ اولین عدد صحیح بزرگتر از q است. همچنین (Γ) تابع معروف گاما است. عملگر

$${}^{GL}_a D_t^q f(t) = \frac{d^q f(t)}{dt^q}$$

تعویف ۲- مشتق گرانوال-لتنيکوف طبق رابطه زیر بیان شده است [۲۴]:

$${}^{GL}_a D_t^q f(t) \equiv \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\left(\frac{N}{t} \right)^q \sum_{j=1}^N \left(\frac{\Gamma(j-q)}{\Gamma(-q)\Gamma(j+1)} \right) \left(f \left(\frac{(N-j)t}{N} \right) \right) \right] \quad (3)$$

تعویف ۳- مشتق کاپوتونو طبق رابطه زیر بیان شده است [۲۵]:

$$\begin{cases} {}^c_a D_t^q f(t) = \\ \frac{1}{\Gamma(m-q)} \int_a^t \frac{f^{(m)}(\tau)}{(t-\tau)^{1-(m-q)}} d\tau, \quad m-1 < q < m \\ \frac{d^m}{dt^m} f(t), \quad q = m \end{cases} \quad (4)$$

که در آن m اولین عدد صحیح بزرگتر از q است. تبدیل لاپلاس

مشتق کسری کاپوتونو مطابق رابطه زیر بیان می‌شود:

$$L \left\{ \frac{d^q f(t)}{dt^q} \right\} = s^q L \{ f(t) \} - \sum_{k=0}^{m-1} s^{q-1-k} f^{(k)}(0) \quad (5)$$

$m-1 < q \leq m \in N$

برخلاف مشتق ریمان-لیوویل فقط مشتق‌های مرتبه صحیح تابع f در تبدیل لاپلاس کسری کاپوتونو ظاهر می‌شود. به ازای شرایط اولیه صفر داریم

$$L \left\{ \frac{d^q f(t)}{dt^q} \right\} = s^q L \{ f(t) \} \quad (6)$$

در ادامه با توجه به تعريف عملگر مشتق گیر در رابطه (۱) نماد $D^q x(t)$ به عنوان عملگر مشتق کسری کاپوتونو از مرتبه q معرفی می‌شود. نمایش کلی یک سیستم مرتبه کسری خطی تغییر ناپذیر با زمان را در نظر بگیرید.

$$\begin{cases} D^q x(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (7)$$

که $y \in R^p$ ، $u \in R^m$ و $x \in R^n$ به ترتیب بردارهای حالت، بردارهای ورودی و بردارهای خروجی سیستم می‌باشند و $A \in R^{n \times n}$ ، $C \in R^{p \times n}$ ، $B \in R^{n \times m}$ معرف مرتبه‌های $q = [q_1, q_2, \dots, q_n]$ و

¹ Commensurate Orders

² Incommensurate Order System

³ Commensurate

⁴ Incommensurate

$$\begin{bmatrix} \frac{d^{q_1}x_1}{dt^{q_1}} \\ \frac{d^{q_2}x_2}{dt^{q_2}} \\ \vdots \\ \frac{d^{q_n}x_n}{dt^{q_n}} \end{bmatrix} = JX \quad (15)$$

که J ماتریس ژاکوبین سیستم (۱۴) می‌باشد. نقاط $x^* = [x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*]$ به صورت مجانبی پایدار هستند اگر شرط زیر برقرار باشد.

$$|\arg(\lambda)| > \frac{\pi}{2M} \quad (16)$$

$\det(diag([\lambda^{Mq_1} \lambda^{Mq_2} \dots \lambda^{Mq_n}]) - J) = 0$ ریشه‌های λ بوده و M کوچکترین مضرب مشترک u_i و q_i می‌باشد. همچنین $diag([m_1 m_2 \dots m_n])$ نشان دهنده ماتریس قطری زیر می‌باشد.

$$diag([m_1 m_2 \dots m_n]) = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & m_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & m_n \end{bmatrix} \quad (17)$$

مهترین مزیت بیان کسری یک سیستم در تحلیل پایداری این است که تمام پارامترهای سیستم در محدوده پایداری می‌توانند تحت تاثیر مرتبه q قرار گیرند و این بدین معنی است که بیان مرتبه کسری از یک سیستم در مقایسه با بیان مرتبه صحیح آن در شرایط یکسان می‌تواند شرایط بهتری از نظر تحلیل پایداری و فرآیند طراحی فراهم کند. در سیستم‌های مرتبه کسری ناحیه پایداری به صورت قطاعی می‌باشد و با تغییر پارامترهای کسری در سیستم‌های مرتبه کسری وضعیت پایداری یا ناپایداری آن‌ها تغییر خواهد کرد. در این مقاله سیستم‌های آشوبی مرتبه کسری با پارامترهای متناسب^۱ بررسی شده است.

۳- طراحی کنترل کننده تطبیقی مرتبه کسری

در این بخش روش طراحی کنترل کننده PID تطبیقی کسری به منظور همزمان‌سازی دو سیستم آشوبی همسان و همچنین همزمان‌سازی دو سیستم آشوبی غیرهمسان با دینامیک کسری ارائه شده است. در این روش ضرایب کنترل کننده PID با یک قانون تطبیق متناسب و با تکنیک گرادیان محاسبه می‌شوند. پایداری حلقه بسته سیستم در حضور کنترل-کننده PID تطبیقی تضمین شده است.^[۳۰]

همزمان‌سازی برای دو حالت زیر انجام خواهد شد.

$$D^q x = f(x) \quad (10)$$

که $1 < q < n$. نقاط تعادل سیستم با حل معادله زیر بدست می‌آید

$$f(x) = 0 \quad (11)$$

این نقاط به صورت محلی و مجانبی پایدار می‌باشند اگر تمام مقادیر ویژه ماتریس ژاکوبین $A = \frac{\partial f}{\partial x}$ که در این نقاط تعادل محاسبه شده اند شرط ذکر شده در رابطه (۹) را ارضاء کنند [۲۶ و ۲۷]:

قضیه ۲: سیستم خطی کسری n بعدی زیر را در نظر بگیرید.

$$\begin{cases} \frac{d^{q_1}x_1}{dt^{q_1}} = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \\ \frac{d^{q_2}x_2}{dt^{q_2}} = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \\ \vdots \\ \frac{d^{q_n}x_n}{dt^{q_n}} = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n \end{cases} \quad (12)$$

که $1 < q_i < 0$. فرض کنید M کوچکترین مضرب مشترک مخرج‌های (u_i) متناظر با q_i ها باشد. به طوریکه $q_i = v_i/u_i$, $(u_i, v_i) = 1$, $u_i, v_i \in Z^+$, for $i = 1, 2, \dots, n$ در این وضعیت، معادله مشخصه $\Delta(\lambda)$ مربوط به سیستم فوق مطابق رابطه زیر تعریف می‌گردد

$$\Delta(\lambda) = \begin{pmatrix} \lambda^{Mq_1} - a_{11} & -a_{12} & \cdots & -a_{1n} \\ -a_{21} & \lambda^{Mq_2} - a_{22} & \cdots & -a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \cdots & \lambda^{Mq_n} - a_{nn} \end{pmatrix} \quad (13)$$

آنگاه پاسخ صفر سیستم (۱۲) پایدار مجانبی کلی به بیان لیاپانوف است، اگر همه λ_i را یعنی ریشه‌های معادله $\det(\Delta(\lambda)) = 0$ در رابطه $|\arg(\lambda)| > \frac{\pi}{2M}$ صدق کنند. $\Delta(s)$ ماتریس مشخصه و $\det(\Delta(\lambda)) = 0$ چند جمله‌ای مشخصه سیستم (۱۲) نامیده می‌شود [۲۸]. حال سیستم غیرخطی با پارامتر کسری نامتناسب زیر را در نظر بگیرید [۲۹].

$$\frac{d^{q_i}x_i}{dt^{q_i}} = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \text{ for } i = 1, 2, \dots, n \quad (14)$$

با فرض اینکه $x^* = [x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*]$ نقاط تعادل سیستم باشند و سیستم خطی‌سازی شده حول این نقاط به صورت زیر باشد

^۱ Commensurate fractional-order chaotic system

کنترل کننده PID با دینامیک کسری با توجه به خطای دینامیکی سیستم
به صورت زیر است:

$$u_{PID}(t) = K_p D^\alpha e_1(t) + K_I D^\lambda e_1(t) + K_D D^\mu e_1(t) \quad (21)$$

که در آن $u = u_{PID}$ و ضرایب PID با استفاده از الگوریتمی بر مبنای روش گرادیان تنظیم خواهد شد. واضح است با قرار دادن $\alpha = 0, \lambda = -1, \mu = 1$ کنترل کننده PID مرتبه صحیح خواهیم داشت. بنابراین با اضافه شدن سه پارامتر به سیستم، درجه آزادی کنترل-کننده بیشتر خواهد شد و آزادی عمل بیشتری در طراحی یک کنترل-کننده پایدار خواهیم داشت. محدوده پارامترهای کنترل کننده کسری به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} -1 &\leq \alpha < 0 \\ -1 &\leq \lambda < -2 \\ 0 &\leq \mu < 1 \end{aligned} \quad (22)$$

به منظور تعیین قانون تطبیق سیگنال طراحی y_r را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$D^{nq} y_r = D^{nq} x_n + \dots + k_2 D^q e_1 + k_1 e_1 \quad (23)$$

همچنین سطح لغزشی به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$S = y_n - y_r \quad (24)$$

مد لغزشی به ازای $S = 0$ فعال خواهد بود و به این ترتیب داریم:

$$y_n = y_r \quad (25)$$

لذا، با جایگذاری (25) در (23) خواهیم داشت:

$$D^{nq} e_1 + \dots + k_2 D^q e_1 + k_1 e_1 = 0 \quad (26)$$

فرم فضای حالت رابطه فوق به صورت زیر است:

$$\begin{cases} D^q e_1 = e_2 \\ D^q e_2 = e_3 \\ \vdots \\ D^q e_n = -k_1 e_1 - k_2 e_2 - \dots - k_n e_n \end{cases} \Rightarrow D^q E = AE \quad (27)$$

که A ماتریس ضرایب بردار خطای سیستم E است. بنابراین، ماتریس A و ماتریس E را می‌توان به ترتیب (28) و (29) به صورت زیر بیان نمود:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -k_1 & -k_2 & -k_3 & \dots & -k_n \end{bmatrix} \quad (28)$$

حالات اول: دو سیستم آشوبی همسان با دینامیک یکسان و شرایط اولیه متفاوت می‌باشند. یک سیستم به عنوان سیستم پایه^۱ و دیگری به عنوان سیستم پیرو^۲ انتخاب خواهد شد.

حالات دوم: دو سیستم آشوبی غیرهمسان با دینامیک متفاوت و شرایط اولیه متفاوت می‌باشد. یک سیستم به عنوان سیستم پایه و دیگری به عنوان سیستم پیرو انتخاب خواهد شد.

در هر دو حالت فوق از دیدگاه کنترل هدف طراحی کننده‌ای می‌باشد که در یک مدت زمان معقول رفتار حالت‌های سیستم پیرو را همانند سیستم پایه نماید. به منظور طراحی کنترل کننده جهت تحقق هدف تعریف شده، دو سیستم مرتبه n با دینامیک کسری را مطابق معادلات زیر به ترتیب به عنوان سیستم پایه و سیستم پیرو معرفی می‌کنیم:

$$\begin{aligned} D^q x_1 &= x_2 \\ D^q x_2 &= x_3 \\ &\vdots \\ D^q x_n &= f_1(X, t), \end{aligned} \quad (18)$$

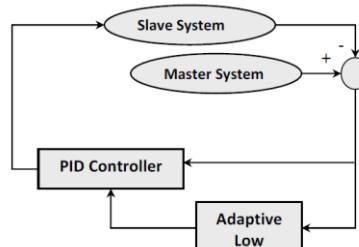
$$\begin{aligned} D^q y_1 &= y_2 \\ D^q y_2 &= y_3 \\ &\vdots \\ D^q y_n &= f_2(Y, t) + u(t) \end{aligned} \quad (19)$$

که $Y = [y_1, y_2, \dots, y_n]^T$ و $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ به ترتیب حالت‌های سیستم پایه و سیستم پیرو می‌باشند و $0 < q < 1$. توابع غیر خطی $f_1(X, t)$ و $f_2(Y, t)$ به ترتیب معرف دینامیک سیستم های پایه و پیرو می‌باشند. $u(t)$ معرف سیگنال کنترلی است که جهت همزمان‌سازی سیستم‌های پایه و پیرو، توسط کنترل کننده پیشنهادی فراهم خواهد شد.

به منظور رسیدن به سیگنال کنترلی مناسب (u) خطای همزمان‌سازی را تعریف می‌کنیم:

$$e_i = x_i - y_i, \text{ for } i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (20)$$

نمایش بلوکی سیستم حلقه بسته در شکل ۲ نمایش داده شده است.



شکل ۲: نمایش بلوکی سیستم حلقه بسته کنترل کننده تطبیقی PID مرتبه کسری

¹ Master
² Slave

و همچنین شرایط اولیه ضرایب PID در پایداری تاثیر گذار خواهد بود.
بدیهی است با قراردادن $q = 1$ در معادلات فوق مکانیزم کلاسیک
تطبیق حاصل خواهد شد [۳۰]. برای داشتن یک قانون تطبیق غیر کسری و
برای سادگی محاسبات، مقادیر کسری کنترل کننده PID به صورت زیر

انتخاب می‌شوند:

$$\begin{aligned}\alpha &= q - 1 \\ \lambda &= q - 2 \\ \mu &= q\end{aligned}\quad (۳۶)$$

به این ترتیب، (۳۵) به عنوان قانون تطبیق به صورت زیر ساده خواهد شد:

$$\begin{aligned}\dot{K}_P &= -\gamma S e_1(t) \\ \dot{K}_I &= -\gamma S \int_0^t e_1(\tau) d\tau \\ \dot{K}_D &= -\gamma S \frac{d}{dt} e_1(t)\end{aligned}\quad (۳۷)$$

با توجه به روابط فوق مشاهده می‌شود که با انتخاب پارامترهای α ، λ و μ مطابق (۳۷) قانون تطبیق سیاست خواهد شد. با این وجود
باید توجه داشت که برای پارامترهای آزادی سیستم محدودیت ایجاد
شده است. البته این محدودیت در شیوه سازی اعمال نشده است. بلکه با
استفاده از روش سعی و خطایکی از مناسبترین مقادیر برای پارامترهای
کسری کنترل کننده انتخاب شده است.

۴- معرفی دینامیک سیستم‌های آشوبی جنسیو-تسی و کولت

معادلات دینامیکی دو سیستم آشوبی جنسیو-تسی و کولت به ترتیب
در نظر گیرید [۳۱ و ۳۲] (۳۸) و (۳۹):

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ \dot{x}_3 &= a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + x_1^2 \\ \dot{y}_1 &= y_2 \\ \dot{y}_2 &= y_3 \\ \dot{y}_3 &= b_1 y_1 + b_2 y_2 + b_3 y_3 - y_1^3\end{aligned}\quad (۳۸)$$

این دو سیستم به ازای $a_3 = b_3 = -0.45 < 0$ و $a_1 = -1 < 0$, $b_1 = 0.8 > 0$ و $a_2 = b_2 = -1.1 < 0$
آشوبی از خود نشان می‌دهند. نمودار صفحه فاز سیستم آشوبی جنسیو-
تسی و کولت، که معرف جاذب‌های آشوبی در این سیستم‌ها است. به ترتیب در شکل ۳ و ۴ نمایش داده شده‌اند.

$$E = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix} \quad (۴۹)$$

با انتخاب مناسب مقادیر k_i شرط پایداری سیستم با دینامیک
کسری $|arg(\lambda)| > q\pi/2$ ارضاء خواهد شد به گونه‌ای که برای
 $t \rightarrow \infty$ مقدار خطای صفر می‌خواهد کرد. برای برقراری شرط لغزش
به منظور تأمین پایداری کنترل کننده تابع لیپانوف را به صورت زیر
معرفی می‌کنیم:

$$V(t) = \frac{1}{2} S^2(t) \quad (۴۰)$$

شرط لغزش به صورت رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\dot{V}(t) = S(t) \dot{S}(t) < 0 \quad (۴۱)$$

در صورت برقراری شرط بالا داریم:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} S(t) \rightarrow 0 \quad (۴۲)$$

برای رسیدن به یک مکانیزم تطبیق مناسب برای تعیین ضرایب PID
روش گرادیان به منظور کمینه کردن شرط لغزش اعمال می‌شود.
الگوریتم جستجوی گرادیان برخلاف مسیر انرژی محاسبه خواهد شد و
در نتیجه همگرایی ضرایب کنترل کننده تضمین می‌گردد [۳۰]. همچنین
تحت این قانون تطبیق ضرایب کنترل کننده بدست خواهد آمد. با در نظر
گرفتن $\dot{S}S$ ، به عنوان تابع خطای [۳۰] با استفاده از (۱۹) و (۲۴) رابطه زیر
بدست می‌آید.

$$\dot{S}(t) = \dot{y}_n - \dot{y}_r = D^{1-q}(D^q(y_n)) - \dot{y}_r = D^{1-q}(f(Y, t) + u_{PID}(t)) - \dot{y}_r \quad (۴۳)$$

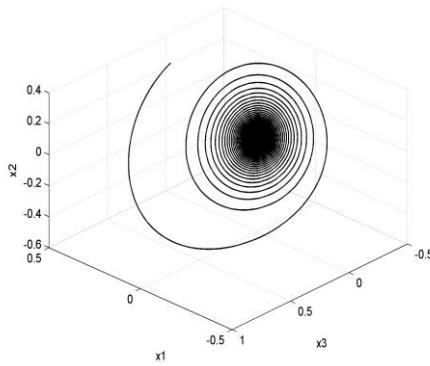
با ضرب طرفین (۴۳) در S داریم:

$$S(t) \dot{S}(t) = S(t) [D^{1-q}(f(Y, t) + u_{PID}(t)) - \dot{y}_r] \quad (۴۴)$$

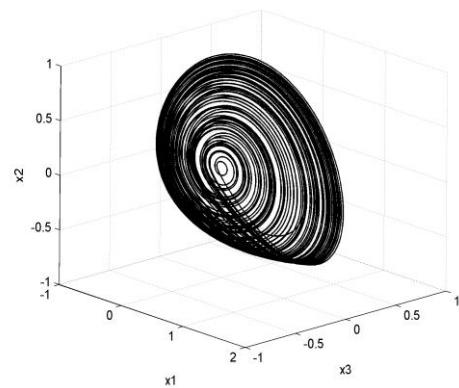
در نهایت با استفاده از روش گرادیان ضرایب PID به صورت رابطه
زیر به روز می‌شوند:

$$\begin{aligned}\dot{K}_P &= -\gamma \frac{\partial S\dot{S}}{\partial K_P} = -\gamma \frac{\partial S\dot{S}}{\partial u_{PID}} \frac{\partial u_{PID}}{\partial K_P} = -\gamma SD^{1-q}(D^\alpha e_1(t)) \\ \dot{K}_I &= -\gamma \frac{\partial S\dot{S}}{\partial K_I} = -\gamma \frac{\partial S\dot{S}}{\partial u_{PID}} \frac{\partial u_{PID}}{\partial K_I} = -\gamma SD^{1-q}(D^\beta e_1(t)) \\ \dot{K}_D &= -\gamma \frac{\partial S\dot{S}}{\partial K_D} = -\gamma \frac{\partial S\dot{S}}{\partial u_{PID}} \frac{\partial u_{PID}}{\partial K_D} = -\gamma SD^{1-q}(D^\mu e_1(t))\end{aligned}\quad (۴۵)$$

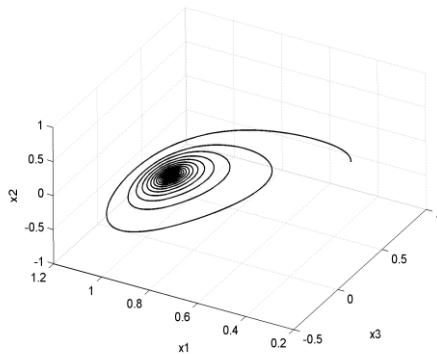
که γ در (۴۵) تعیین کننده نرخ یادگیری است و باید با توجه به
شرایط مساله بطور مناسب انتخاب گردد. انتخاب نامناسب نرخ یادگیری



شکل ۵: رفتار غیر آشوبی سیستم جنسیو-تسی با دینامیک کسری به ازای $q=0.91$

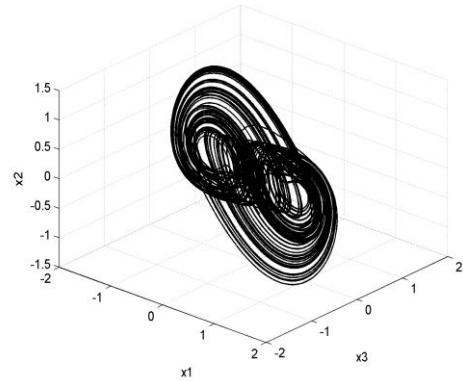


شکل ۶: منحنی جاذب آشوبی سیستم جنسیو-تسی



شکل ۷: رفتار غیر آشوبی سیستم کولت با دینامیک کسری به ازای $q=0.86$

با توجه به شکل‌های ۵ و ۶ مشاهده می‌شود با انتخاب q کمتر از محدوده تعیین شده در (۴۲) و (۴۳) به ترتیب سیستم آشوبی جنسیو-تسی و کولت خاصیت آشوبی خود را از دست داده و به سمت پایداری میل می‌کنند. به منظور ارزیابی عملکرد کنترل کننده پیشنهادی در بخش بعد الگوریتم پیشنهادی جهت همزمان‌سازی دو سیستم آشوبی همسان جنسیو-تسی با مقادیر اولیه متفاوت و همچنین همزمان‌سازی دو سیستم آشوبی غیرهمسان جنسیو-تسی و کولت با مقادیر اولیه متفاوت پیاده سازی خواهد شد.



شکل ۸: منحنی جاذب آشوبی سیستم کولت

دینامیک کسری سیستم‌های جنسیو-تسی و کولت را به ترتیب (۴۰) و (۴۱) در نظر می‌گیریم.

$$\begin{aligned} D^q x_1 &= x_2 \\ D^q x_2 &= x_3 \\ D^q x_3 &= a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + x_1^2 \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} D^q y_1 &= y_2 \\ D^q y_2 &= y_3 \\ D^q y_3 &= b_1 y_1 + b_2 y_2 + b_3 y_3 - y_1^3 \end{aligned} \quad (41)$$

با توجه به (۹) محدوده q برای داشتن رفتار آشوبی در سیستم‌های جنسیو-تسی و کولت به ترتیب (۴۲) و (۴۳) بدست می‌آید.

$$q > 0.9262 \quad (42)$$

$$q > 0.8656 \quad (43)$$

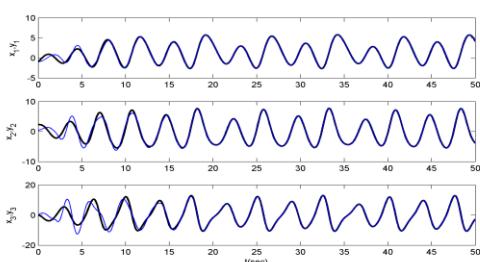
نمودار صفحه فاز سیستم جنسیو-تسی و کولت با دینامیک کسری، به ترتیب به ازای $q=0.91$ و $q=0.86$ در شکل ۵ و ۶ نشان داده شده‌اند.

۵- شبیه‌سازی

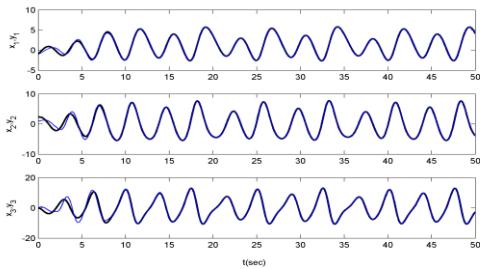
شبیه‌سازی عددی با استفاده از سیمولینک مطلب انجام شده است و برای حل مجموعه معادلات دیفرانسیل مرتبه کسری مربوط به سیستم‌های پایه و پیرو از جمعه ابزار CRONE و حل کننده رانگ-کوتا^۱ با اندازه گام‌های ثابت^۲ ۰.۰۰۰۱ استفاده شده است. قابل ذکر است مقادیر پارامترهای شبیه‌سازی بر اساس سعی و خطای محاسبه شده است و سعی شده است در شرایط یکسان یک پاسخ مطلوب برای هر دو حالت بدست آید. البته این مقادیر بهینه نمی‌باشند. برای محاسبه مقادیر بهینه می‌توان از

¹ Runge-Kutta solver

² Fixed step size



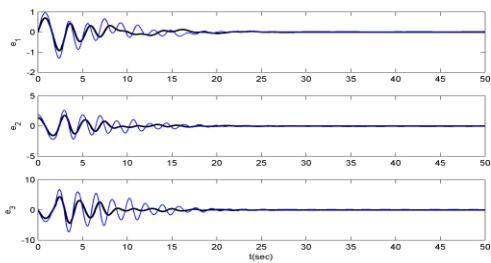
شکل ۷: پاسخ زمانی متغیرهای حالت سیستم پایه و پیرو همزمان‌سازی شده با اعمال کنترل کننده تطبیقی مرتبه کسری در $t=2 \text{ sec}$



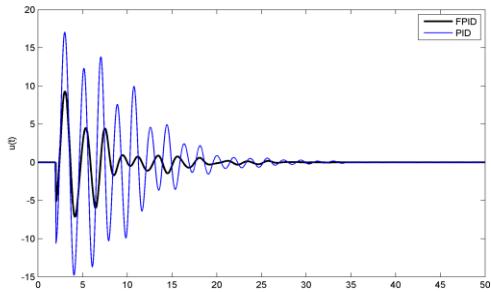
شکل ۸: پاسخ زمانی متغیرهای حالت سیستم پایه و پیرو همزمان‌سازی شده با اعمال کنترل کننده تطبیقی مرتبه کسری در $t=2 \text{ sec}$

همان‌گونه که از شکل‌های ۷ و ۸ مشاهده می‌گردد، با فعال شدن سیگنال کنترلی در لحظه $t = 2 \text{ sec}$ متغیرهای حالت سیستم پایه و پیرو همیگر را به خوبی دنبال می‌کنند. خطای همزمان‌سازی مربوط به کنترل کننده تطبیقی مرتبه صحیح و کنترل کننده تطبیقی مرتبه کسری در شکل ۹ نشان داده شده است.

همچنین سیگنال کنترلی مربوط به کنترل کننده تطبیقی مرتبه صحیح و کنترل کننده تطبیقی مرتبه کسری در شکل ۱۰ نشان داده شده است.



شکل ۹: خطای بین متغیرهای حالت سیستم پایه و پیرو با اعمال کنترل کننده تطبیقی صحیح و کنترل کننده تطبیقی مرتبه کسری



شکل ۱۰: سیگنال کنترلی مربوط کننده تطبیقی صحیح و کنترل کننده تطبیقی مرتبه کسری

روش الگوریتم ژنتیک استفاده نمود. در هر صورت با وجود اینکه مقادیر بدست آمده برای پارامترهای کنترل کننده پیشنهادی بهینه نمی‌باشد تفاوت میان کنترل کننده مرتبه صحیح (PID) و کنترل کننده تطبیقی مرتبه کسری ($P^{\alpha}I^{\lambda}D^{\mu}$) برای دو حالت براحتی مشهود است.

۱-۵ همزمان‌سازی دو سیستم آشوبی همسان جنسیو

تسی با دینامیک کسری

یکی از مهمترین خواصی که در مورد سیستم‌های آشوبی مطرح می‌گردد حساسیت این سیستم‌ها به مقادیر اولیه است. بنابراین همزمان‌سازی دو سیستم آشوبی همسان با شرایط اولیه متفاوت دارای اهمیت است. به منظور همزمان‌سازی دو سیستم آشوبی همسان جنسیو-تسی با دینامیک کسری، یک سیستم را به عنوان سیستم پایه و دیگری به عنوان سیستم پیرو در نظر گرفته و سیگنال کنترلی ($u(t)$) را به سیستم پیرو اضافه می‌کنیم. سیگنال کنترلی جهت همزمان‌سازی سیستم‌های پایه و پیرو می‌باشد. هدف از طراحی کنترل کننده همزمان‌سازی سیستم‌های پایه و پیرو می‌باشد. بنابراین، سیستم‌های پایه و پیرو را به ترتیب به صورت رابطه‌های زیر در نظر می‌گیریم.

$$\begin{aligned} D^q x_1 &= x_2 \\ D^q x_2 &= x_3 \\ D^q x_3 &= -x_1 - 1.1x_2 - 0.45x_3 + x_1^2 \end{aligned} \quad (44)$$

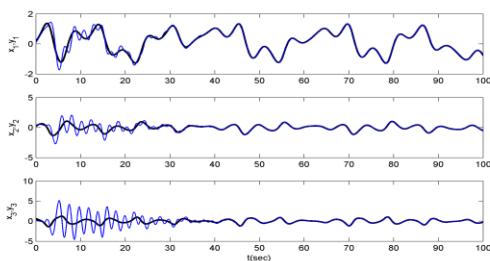
$$\begin{aligned} D^q y_1 &= y_2 \\ D^q y_2 &= y_3 \\ D^q y_3 &= -y_1 - 1.1y_2 - 0.45y_3 + y_1^2 + u(t) \end{aligned} \quad (45)$$

پارامترهای شبیه سازی برای دو سیستم آشوبی جنسیو-تسی پایه و پیرو با دینامیک کسری به ترتیب $a_1 = -1, a_2 = -1.1, a_3 = -0.45$ انتخاب شده است. مقادیر اولیه حالت‌ها برای دو سیستم متفاوت و به صورت $[x_1(0), x_2(0), x_3(0)] = [-1.0038, 2.3548, -0.086]$ و $[y_1(0), y_2(0), y_3(0)] = [-1, 0.5, 0]$ انتخاب شده اند. همچنین مقادیر اولیه ضرایب کنترل کننده تطبیقی مرتبه کسری ($P^{\alpha}I^{\lambda}D^{\mu}$) مطابق جدول ۱ انتخاب گردیده اند.

جدول ۱: مقادیر پارامترهای شبیه سازی مربوط به کنترل کننده برای حالت اول

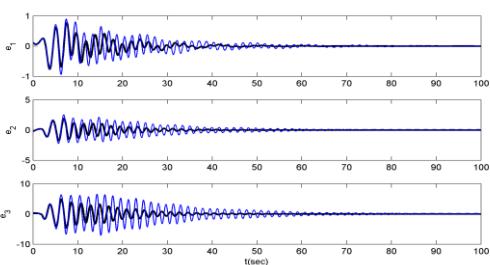
Simulation Parameters	γ	$k_p(0)$	$k_I(0)$	$k_D(0)$	α	λ	μ
Value	0.1	5	5	5	-0.7	-1.2	0.98

شکل‌های ۷ و ۸ به ترتیب پاسخ زمانی متغیرهای حالت دو سیستم پایه و پیرو مربوط به کنترل کننده تطبیقی مرتبه صحیح (PID) و کنترل کننده تطبیقی مرتبه کسری ($P^{\alpha}I^{\lambda}D^{\mu}$) را به ازای $q = 0.98$ نشان می‌دهند.



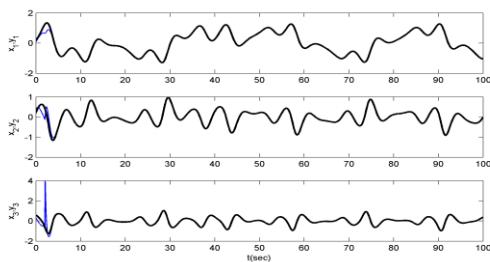
شکل ۱۲: پاسخ زمانی متغیرهای حالت سیستم پایه و پیرو همزمان‌سازی شده با اعمال کنترل کننده تطبیقی مرتبه کسری در $t=2 \text{ sec}$

همان‌گونه که از شکل‌های ۱۱ و ۱۲ مشاهده می‌گردد، با فعال شدن سیگنال کنترلی در لحظه $t=2 \text{ sec}$ متغیرهای حالت سیستم پایه و پیرو همدیگر را به خوبی دنبال می‌کنند. خطای همزمان‌سازی مربوط به کنترل کننده تطبیقی مرتبه صحیح و کنترل کننده تطبیقی مرتبه کسری در شکل ۱۳ نشان داده شده است.



شکل ۱۳: خطای بین متغیرهای حالت سیستم پایه و پیرو با اعمال کنترل کننده تطبیقی صحیح و کنترل کننده تطبیقی مرتبه کسری

همان‌گونه از شکل ۱۳ ملاحظه می‌گردد، با وجود این که خطای همزمان‌سازی به ازای کنترل کننده تطبیقی با دینامیک کسری این خطای بسیار کمتر شده است. خطای کمترین مربعات بین حالت‌های سیستم‌های پایه و پیرو به ازای کنترل کننده تطبیقی مرتبه صحیح، کنترل کننده تطبیقی مرتبه کسری و کنترل کننده مدل لغزشی به صورت کمی در جدول ۳ مقایسه شده است. همچنین نتایج همزمان‌سازی مربوط به کنترل کننده مدل لغزشی به ازای $q=0.98$ در شکل ۱۴ نشان داده شده است.



شکل ۱۴: پاسخ زمانی متغیرهای حالت سیستم پایه و پیرو همزمان‌سازی شده با اعمال کنترل کننده مدل لغزشی

همچنین سیگنال کنترلی مربوط به کنترل کننده مدل لغزشی، کنترل کننده تطبیقی صحیح و کنترل کننده تطبیقی مرتبه کسری در شکل ۱۵ نشان داده شده است.

۲-۵ همزمان‌سازی دو سیستم آشوبی غیرهمسان

جنسیو-تسی و کولت با دینامیک کسری

به منظور همزمان‌سازی دو سیستم جنسیو-تسی و کولت با دینامیک کسری، سیستم آشوبی کولت با مقادیر اولیه $[x_1(0), x_2(0), x_3(0)] = [0.22, 0.21, 0.61]$ به عنوان سیستم پایه و سیستم آشوبی جنسیو-تسی، با مقادیر اولیه $[y_1(0), y_2(0), y_3(0)] = [0.1, 0.41, 0.31]$ به عنوان سیستم $U(t)$ را به سیستم جنسیو-نظر گرفته شده است. بنابراین ورودی کنترل $U(t)$ را به سیستم جنسیو-تسی اضافه می‌کنیم. سیگنال کنترلی جهت همزمان‌سازی سیستم‌های پایه و پیرو می‌باشد. هدف از طراحی کنترل کننده همزمان‌سازی سیستم‌های پایه و پیرو می‌باشد بنابراین، سیستم‌های پایه و پیرو را به ترتیب به صورت رابطه‌های زیر در نظر می‌گیریم.

$$\begin{aligned} D^q x_1 &= x_2 \\ D^q x_2 &= x_3 \\ D^q x_3 &= 0.8x_1 - 1.1x_2 - 0.45x_3 - x_1^3 \end{aligned} \quad (46)$$

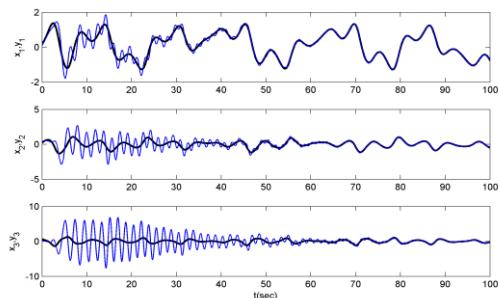
$$\begin{aligned} D^q y_1 &= y_2 \\ D^q y_2 &= y_3 \\ D^q y_3 &= -y_1 - 1.1y_2 - 0.45y_3 + y_1^2 + u(t) \end{aligned} \quad (47)$$

پارامترهای شبیه سازی برای سیستم جنسیو-تسی با دینامیک کسری و پارامترهای سیستم کولت با دینامیک کسری مطابق بخش ۴ انتخاب شده است. مقادیر اولیه ضرایب کنترل کننده تطبیقی مرتبه کسری مطابق جدول ۲ انتخاب گردیده اند.

جدول ۲: مقادیر پارامترهای شبیه سازی مربوط به کنترل کننده برای حالت دوم

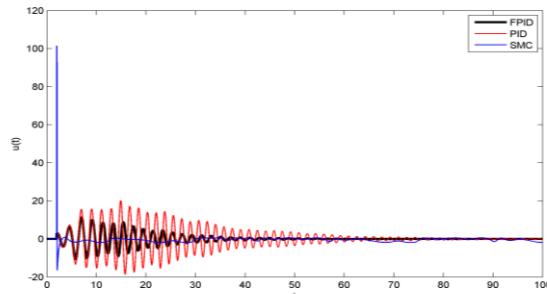
Simulation Parameters	γ	$k_p(0)$	$k_i(0)$	$k_d(0)$	α	λ	μ
Value	0.1	5	5	5	-0.5	-1.2	0.98

نتایج همزمان‌سازی سیستم پایه و پیرو مربوط به کنترل کننده تطبیقی مرتبه صحیح و کنترل کننده تطبیقی مرتبه کسری به ازای $q=0.98$ به ترتیب در شکل‌های ۱۱ و ۱۲ نشان داده شده است.



شکل ۱۱: پاسخ زمانی متغیرهای حالت سیستم پایه و پیرو همزمان‌سازی شده با اعمال کنترل کننده تطبیقی مرتبه صحیح در $t=2 \text{ sec}$

کننده PID تطبیقی مرتبه کسری به لحاظ بیشینه سیگنال کنترلی نسبت به کنترل کننده PID تطبیقی مرتبه صحیح و کنترل کننده مد لغزشی عملکرد بهتری دارد و برای همزمان‌سازی به دامنه سیگنال کنترلی کوچک‌تر نیاز دارد. ضمن اینکه کنترل کننده مد لغزشی به لحاظ سرعت همزمان‌سازی و پایدارسازی نسبت به کنترل کننده پیشنهادی عملکرد مناسب‌تر دارد اما دامنه سیگنال کنترلی آن نسبت به کنترل کننده پیشنهادی بسیار بزرگ است. بنابراین در مواردی از مسائل همزمان‌سازی که در آن دامنه سیگنال کنترلی اهمیت دارد، استفاده از کنترل کننده تطبیقی مناسب است. ضمن اینکه با توجه به شرایط و خواص‌های موجود می‌توان از هر سه کنترل-کننده مد لغزشی، تطبیقی مرتبه صحیح و تطبیقی مرتبه کسری استفاده مفید و بهینه نمود.



شکل ۱۵: سیگنال کنترلی مربوط کنترل کننده تطبیقی صحیح و کنترل کننده تطبیقی مرتبه کسری و کنترل کننده مد لغزشی

همان‌گونه که از شکل ۱۴ ملاحظه می‌گردد، سرعت همزمان‌سازی کنترل کننده مد لغزشی نسبت به کنترل کننده پیشنهادی بیشتر است. اما با توجه به شکل ۱۵ ملاحظه می‌شود که بیشینه سیگنال کنترلی در کنترل-کننده مد لغزشی نسبت به کنترل کننده پیشنهادی ($P^{q,1}D^{\mu}$) بسیار بزرگ‌تر است. مقادیر بیشینه سیگنال کنترلی در کنترل کننده تطبیقی مرتبه صحیح، کنترل کننده تطبیقی مرتبه کسری و کنترل کننده مد لغزشی به صورت کمی در جدول ۴ مقایسه شده است.

جدول ۳: خطای کمترین مریعات بین حالت‌های سیستم‌های پایه و پیرو به ازای کنترل کننده تطبیقی مرتبه صحیح (PID)، کنترل کننده تطبیقی مرتبه کسری (SMC) و کنترل کننده مد لغزشی ($P^{q,1}D^{\mu}$)

q		$q=0.98$	$q=0.96$	$q=0.95$	$q=0.93$
Controller Type	e_1	0.0403	0.0225	0.0172	0.0183
	e_2	0.3439	0.1836	0.1389	0.0769
	e_3	3.5146	1.9931	1.6026	1.1237
FPID	e_1	0.0234	0.0162	0.0148	0.0152
	e_2	0.1467	0.1127	0.1155	0.1023
	e_3	1.1291	0.7339	0.6789	0.4359
SMC	e_1	0.0043	0.0038	0.0035	0.0030
	e_2	0.0044	0.0039	0.0037	0.0032
	e_3	0.0331	0.0315	0.0308	0.0225

جدول ۴: بیشینه سیگنال کنترلی مربوط به کنترل کننده تطبیقی مرتبه صحیح (PID)، کنترل کننده تطبیقی مرتبه کسری (SMC) و کنترل کننده مد لغزشی (L)

q		$q=0.98$	$q=0.96$	$q=0.95$	$q=0.93$
Controller Type	PID	23.1487	22.1743	21.5946	20.4491
	FPID	11.5679	10.5274	10.0259	8.0398
	SMC	101.5685	100.0968	98.7933	96.3575

۶- نتیجه گیری

در این مقاله یک کنترل کننده PID تطبیقی مرتبه کسری بر مبنای مد لغزشی برای همزمان‌سازی دو سیستم آشوبی همسان جنسیو-تسی با دینامیک کسری و همچنین همزمان‌سازی دو سیستم آشوبی غیرهمسان جنسیو-تسی و کولت طراحی گردید. نتایج شیوه سازی نشان داد کنترل-

- [23] K. Miller, B. Ross, *An Introduction to the Fractional Calculus and Fractional Differential Equations*, A Wiley-Interscience Publication, San Francisco, 1993.
- [24] I. Podlubny, *Fractional Differential Equations*, Academic Press, New York, 1999.
- [25] M. Caputo, "Linear models of dissipation whose Q is almost frequency independent-II" *Geophys, JR Astron. Soc*, Vol. 13, pp. 529-539, 1967.
- [26] D. Matignon, "Stability results for fractional differential equations with applications to control processing", in: *Computational Engineering in Systems Applications*, in: IEEE-SMC, Vol. 2, pp. 963-968, 1996.
- [27] E. Ahmed, A. M. A. El-Sayed and H. A. A. El-Saka, "Equilibrium points, stability and numerical solutions of fractional order predator-prey and rabies models", *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, Vol. 325, No. 1, pp. 542-553, 2007.
- [28] W. Deng, C. Li and J. Lü, "Stability analysis of linear fractional differential system with multiple time delays," *Nonlinear Dynamics*, Vol. 48, pp. 409-416, 2007.
- [29] M. S. Tavazoei and M. Haeri, "Chaotic attractors in incommensurate fractional order systems," *Physica D*, Vol. 237, pp. 2628-2637, 2008.
- [30] W. D Chang and J. J Yan, "Adaptive robust PID controller design based on a sliding mode for uncertain chaotic systems" *Chaos, Solitons & Fractals*, Vol. 26, No. 1, pp. 167-175, 2005.
- [31] R. Genesio and A. Tesi, "harmonic balance methods for the analysis of chaotic dynamics in nonlinear systems" *Automatica*, Vol. 28, No. 3, pp. 531-548, 1992.
- [32] A. Arnéodo, P. Coullet and C. Tresser, "Possible new strange attractors with spiral structure" *Communication in Mathematical Physics*, Vol. 79, No. 4, pp. 573-579, 1981.
- [33] Jian-Bing Hu, Han Yan, Zhao Ling-Dong, "Synchronization in the Genesio-Tesi and Coullet systems using the backstepping approach," *Journal of Physics*, Vol. 96, pp. 1-6, 2008.
- [34] Zh. Hao, Ma. Xi Kui and Liu. Wei Zeng, "Synchronization of chaotic systems with parametric uncertainty using active sliding mode control," *Chaos, Solitons & Fractals*, Vol. 21, No. 3, pp. 1249-1257, 2004.
- [35] M. S. Tavazoei and M. Haeri, "Determination of active sliding mode controller parameters in synchronizing different chaotic systems," *Chaos, Solitons & Fractals*, Vol. 32, No. 2, pp. 583-591, 2007.
- [36] M. S. Tavazoei and M. Haeri, "Synchronization of chaotic fractional-order systems via active sliding mode controller," *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 387, Issue 1, pp. 57-70, 2008.
- [37] H. T Yau, "Design of adaptive sliding mode controller for chaos synchronization with uncertainties," *Chaos, Solitons & Fractals*, Vol. 22, No. 2, pp. 341-347, 2004.
- [38] C. Li, X. Liao, J. Yu, "Synchronization of fractional order chaotic systems," *Physical Review E*, Vol. 68, pp. 067203, 2003.
- [39] W. Deng, C. Li, "Chaos synchronization of the fractional Lü system," *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 353, Issues. 1-4, pp. 61-72, 2005.
- [40] J. Wang, Y. Zhang, "Designing synchronization schemes for chaotic fractional-order unified systems," *Chaos, Solitons & Fractals*, Vol. 30, No. 5, pp. 1265-1272, 2006.
- [41] L. Pan, W. Zhou, J. Fang, D. Li, "Synchronization and anti-synchronization of new uncertain fractional-order modified unified chaotic systems via novel active pinning control," *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Vol. 15, No. 12, pp. 3754-3762, 2010.
- [42] J. Lu, "Synchronization of a class of fractional-order chaotic systems via a scalar transmitted signal," *Chaos, Solitons & Fractals*, Vol. 27, No. 2, pp. 519-525, 2006.
- [43] Z. Ge, WR. Jhuang, "Chaos control and synchronization of a fractional order rotational mechanical system with a centrifugal governor," *Chaos, Solitons & Fractals*, Vol. 33, No. 1, pp. 270-289, 2007.
- [44] A. J. Calderón, B. M. Vinagre and V. Feliu, "Fractional order control strategies for power electronic buck converters", *Signal Processing*, Vol. 86 , No. 10 , pp. 2803-2819, 2006.

کنترل تطبیقی پیش‌بین تابعی دمای بخار سوپر‌هیت مبتنی بر استفاده از توابع لاغر در شناسایی غیرساختاری سیستم

رضا دادخواه تهرانی^۱، محمدحسین فردوسی^۲

^۱ فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی کنترل، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر تهران، r.dadkhah1388@gmail.com

^۲ استادیار، دانشکده مهندسی برق و الکترونیک، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر تهران، ferdowsi@mut.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۰/۹/۵، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۰/۱۱/۱۷)

چکیده: در این مقاله الگوریتم کنترلی جدیدی ارایه می‌گردد که در آن کنترل تطبیقی پیش‌بین تابعی از سری‌های تابعی تابعی لاغر برای شناسایی و مدل‌سازی سیستم استفاده می‌کند و از این الگوریتم برای کنترل سیستم دمای بخار سوپر‌هیت یک نیروگاه حرارتی استفاده شده است. ترکیب کنترل تطبیقی پیش‌بین تابعی با شناسایی توسط سری‌های لاغر، منجر به برتری‌هایی نظیر کاهش حجم محاسبات روی خط، دقت بالا و عدم نیاز به مدل دقیقی از فرآیند برای طراحی کنترل کننده می‌شود. کنترل کننده تطبیقی پیشنهاد شده در این مقاله این توانایی را دارد که خود را با تغییرات بزرگ فرآیند تطبیق دهد، سیستم‌های نامینیمم فاز را کنترل کند و در مواجهه با سیستم‌های با زمان تأخیر بزرگ عملکرد مناسبی داشته باشد. الگوریتم کنترلی پیشنهادی بر روی سیستم کنترل دمای بخار سوپر‌هیت یک نیروگاه حرارتی که با تغییر بار واحد نیروگاهی دارای تغییرات بزرگی در مدل است، شبیه‌سازی شده است. برای ارزیابی روش کنترل، نتایج شبیه‌سازی با نتایج کنترل کننده PID که دو تنظیم متفاوت برای کنترل بهتر دما در تغییرات بار واحد دارد، مقایسه شده و نشان‌دهنده عملکرد بهتر کنترل کننده پیشنهادی است.

کلمات کلیدی: کنترل پیش‌بین تابعی، شناسایی غیرساختاری سیستم، توابع لاغر، سری‌های تابعی متعامد یکه، سیستم سوپر‌هیتر بخار.

Superheated Steam Temperature Control with Adaptive Predictive Functional Controller Based on Unstructured Identification Using Laguerre Functions

Reza Dadkhah Tehrani, Mohammad Hossein Ferdowsi

Abstract: in this paper, a new adaptive predictive functional controller based on unstructured identification using Laguerre functions is presented and this algorithm is used to control of the superheated steam temperature in a thermal power plant. Combining predictive functional control with Laguerre series for constructing plant model leads to lower computational efforts and higher tracking precision. There is no requirement for accurate model in controller design. The designed controller can be adapted to big process variations and has high performance for controlling non-minimum phase and time delayed systems. The proposed algorithm is applied to superheated steam temperature control in a thermal power plant which has great variations in model with changing load unit. The proposed method is compared to a PID controller which has two set of adjusted coefficients with load variations. Simulation results show better performance for the applied control method.

Keywords: predictive functional control, unstructured system identification, Laguerre functions, orthonormal functional series, superheater steam system.

لحظه‌ای از تغییرات بار است و پارامترها و ساختار تابع تبدیل آن با زمان تغییر می‌کنند. همسو با سایر فرآیندهای صنعتی که در آن‌ها فاکتورهای نامعین وجود دارد، سیستم اصلی دمای بخار، برای مدل‌سازی و کنترل دارای دشواری‌هایی است. خصوصیات دینامیکی این سیستم به تابعی کاری وابسته است. کنترل کننده‌های PI هنوز هم معروف‌ترین کنترل کننده‌هایی هستند که برای کنترل سیستم‌های بویلر-بخار استفاده می‌شوند و در اکثر سیستم‌های کنترل توزع شده^{۱۱} (DCS) که در اتفاق کنترل نیروگاه‌ها نصب می‌شوند، وجود دارند. این کنترل کننده‌ها، عموماً توسط داشت تجربی و با آزمون و خطای تنظیم می‌شوند^{۱۲}. علاوه بر صرف زمان طولانی، کارایی این کنترل کننده‌ها همیشه رضایت‌بخش نیست و بویژه در مواردی که تغییرات بزرگی در بار یا نقطه کار وجود داشته باشد، با مشکل مواجه می‌شوند. کنترل کننده‌های PI آبشاری^{۱۳} نیز که برای یک بار ثابت تنظیم می‌شوند، برای کنترل دمای بخار در نیروگاه‌ها رایج هستند. با این حال، هنگامی که تغییرات بار زیاد باشد، برای رسیدن به کارایی بهتر اغلب از کاربران برای تنظیم کنترل کننده‌ها استفاده می‌شود. این کنترل کننده‌ها شامل دو روش کنترل آبشاری حلقه‌ای^{۱۴} و کنترل آبشاری زیربخشی^{۱۵} می‌باشد که هر دو کنترل کننده از نوع PI یا PID هستند. در این کنترل کننده‌ها اطمینان از این که عملکرد کنترل کننده در همه نواحی کاری دارای کیفیت مطلوب باشد، بسیار دشوار است. الگوریتم مدل‌های چندگانه با پیش‌بینی اسمیت^{۱۶} به نتایج بهتری ختم می‌شود، اما این روش نیازمند داشتن تأخیر سیستم، در همه زمان‌هاست. استفاده از ترکیب کنترل کننده‌های PID با روش‌های شناسایی هوشمند نظری روش‌های فازی و شبکه‌های عصبی نیز در سال‌های اخیر مورد توجه قرار گرفته است. در [۱۶] از روش کنترل پیش‌بین تطبیقی که با کنترل PID-TRکیب شده است، برای کنترل دمای بخار سوپرھیت استفاده شده است و کنترل GPC برای کنترل دمای بخار سوپرھیت در [۱۷] پیشنهاد شده است.

در این مقاله در مورد روش جدیدی از کنترل تطبیقی پیش‌بین تابعی که مبتنی بر مدل لagger فرآیند می‌باشد و این مدل با استفاده از تقریب تابعی متعامد یکه بدست می‌آید، بحث می‌کنیم. هم‌چنین عملکرد سیستم حلقه بسته مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. نتایج شیوه‌سازی بر روی سیستم کنترل دمای بخار سوپرھیت نیز نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی در این مقاله می‌تواند حجم محاسبات روی خط^{۱۸} را کاهش دهد و در برابر انحراف مدل مقاوم باشد.

در ادامه این مقاله، در بخش دوم، شناسایی سیستم با استفاده از توابع لagger تشریح می‌شود. در بخش سوم، اصول کنترل PFC، بیان می‌شود و

۱- مقدمه

کنترل تطبیقی پیش‌بین تابعی^۱ (PFC) که توسط ریچالت^۲ و کانتز^۳ معرفی شد و به خانواده کنترل پیش‌بین مدل‌پایه تعلق دارد [۱۰][۹]، در سال‌های اخیر حوزه وسیعی از تحقیقات را به خود اختصاص داده است. این روش دارای مزایای زیادی مانند الگوریتم ساده، حجم محاسبات کم و دقت کنترلی بالا می‌باشد. علاوه بر این، کنترل پیش‌بین تابعی در برابر خطاهای مدل‌سازی مقاوم می‌باشد. با این حال این روش در مواردی از دارای تغییرات بزرگی است، ناکارآمد می‌باشد [۱]. امروزه در مواردی از شبکه‌های عصبی و مدل‌های فازی برای حل این مشکل استفاده شده است.

از سوی دیگر، استفاده از توابع متعامد یکه مانند توابع لagger^۴ و توابع کاتس^۵ به منظور تقریب، مدل‌سازی، شناسایی و کنترل فرآیندهای مختلف در سال‌های اخیر مورد توجه قرار گرفته است [۲]. با توجه به سادگی تخمین Pade، سری‌های تابعی متعامد یکه^۶ (OFS)، دارای برتری‌هایی مانند توانایی تقریب خوب برای سیستم‌های کنترلی با زمان تأخیر متغیر هستند. علاوه بر این، با ترکیب این سری‌ها با سری‌های ولترا^۷، این سری‌ها می‌توانند به سادگی به حوزه کنترل پیش‌بین غیرخطی گسترش داده شود. بنابراین این روش برای سیستم‌های کنترلی نسبت به سایر مدل‌های خطی رایج مانند ARMA و ... کاربردی‌تر است [۳]. در سال ۱۹۹۵ میلادی، هویرگر^۸ [۴] و والبرگ^۹ [۵] به ترتیب، خلاصه‌ای از چگونگی تقریب دینامیک سیستم‌های خطی توسط OFS را در حوزه Z و S ارایه کردند که پایه کنترل تطبیقی با استفاده از OFS به حساب می‌آید.

سری‌های لagger یکی از رایج‌ترین تکنیک‌های OFS می‌باشند. در سال ۱۹۸۸ میلادی، الگوریتم کنترلی پیش‌بین مدل‌پایه جدیدی برای سیستم‌های خطی بر مبنای سری‌های لagger پیشنهاد شد و در ۱۹۹۱ این الگوریتم برای نخستین بار کاربرد صنعتی پیدا کرد و به نتایج مطلوب تری در قیاس با روش‌های کنترلی رایج مانند کنترل کننده PID دست یافت [۶][۷]. در سال ۲۰۰۴ میلادی، ونگ^{۱۰} روش طراحی را از حالت زمان پیوسته به حالت زمان گستته توسعه داد و پایداری سیستم حلقه بسته را با اعمال قیود حالت نهایی اثبات کرد [۸].

سیستم اصلی بخار سوپرھیت در نیروگاه‌های حرارتی، به لحاظ ایمنی و اقتصادی بسیار حائز اهمیت است [۱۳]. تابع تبدیل سیستم اصلی بخار سوپرھیت دارای تأخیر و نامعینی زیاد است. این سیستم، تابعی

^۱ Predictive Functional Control

^۲ Richalet

^۳ Kuntze

^۴ Laguerre

^۵ Kautz

^۶ Orthonormal Functional Series

^۷ Volterra Series

^۸ Heuberger

^۹ Wahlberg

^{۱۰} Wang

^{۱۱} Distributed Control System

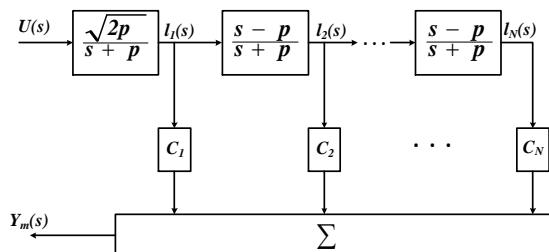
^{۱۲} Cascade

^{۱۳} Loop Cascade Control

^{۱۴} Subsection Cascade Control

^{۱۵} Smith forecast

^{۱۶} Online



شکل ۱: ساختار نردنی شبکه لاغر

در بخش چهارم نیز نحوه استخراج قانون کنترل بیان می‌گردد. بخش پنجم به تحلیل پایداری کنترل کننده ارایه شده اختصاص دارد. در بخش ششم سیستم کنترل دمای بخار سوپرھیت یک نیروگاه حرارتی تشریح می‌شود و الگوریتم کنترلی پیشنهادی در این مقاله برای کنترل این سیستم شبیه‌سازی می‌گردد. در پایان، در بخش هفتم، جمع‌بندی کلی از مقاله ارایه می‌گردد.

۲- شناسایی سیستم با استفاده از توابع لاغر

اگر T دوره نمونه‌برداری سیستم باشد و

$$\begin{aligned} \tau_1 &= e^{-pT} \\ \tau_2 &= T + \frac{2}{p}(e^{-pT} - 1) \\ \tau_3 &= -Te^{-pT} - \frac{2}{p}(e^{-pT} - 1) \\ \tau_4 &= \sqrt{2p} \frac{(1 - \tau_1)}{p} \\ \alpha &= \tau_1\tau_2 + \tau_3 \end{aligned} \quad (5)$$

سپس ماتریس‌های توصیف کننده سیستم بصورت زیر بیان می‌شوند:

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} \tau_1 & 0 & \dots & 0 \\ -\frac{\alpha}{T} & \tau_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{(-1)^{N-1}\tau_2^{N-2}\alpha}{T^{N-1}} & \dots & -\frac{\alpha}{T} & \tau_1 \end{bmatrix}^T \\ B &= \left[\tau_1 \left(\frac{-\tau_2}{T} \right) \tau_4 \dots \left(\frac{-\tau_2}{T} \right)^{N-1} \tau_4 \right]^T \\ L(k) &= [l_1(k) \ l_2(k) \ \dots \ l_N(k)]^T \\ C &= [c_1 \ c_2 \ \dots \ c_N] \end{aligned} \quad (6)$$

بردار C که بردار ضرایب رویتگر سیستم با ابعاد $N \times 1$ است، برای بیان رابطه بین مدل لاغر و سیستم مورد نظر بصورت روی خط و با استفاده از الگوریتم بازگشتی مربعات خطاطا (RLS) تعیین می‌شود. عبارت دیگر

$$\begin{aligned} C(k) &= C(k-1) + \{M(k)[y(k) - C(k-1)L(k)]\}^T \\ M(k) &= \frac{P(k-1)L(k)}{\lambda + L^T(k)P(k-1)L(k)} \\ P(k) &= \frac{1}{\lambda}[P(k-1) - M(k)L^T(k)P(k-1)] \end{aligned} \quad (7)$$

که در این رابطه λ همان ضریب فراموشی است و $0 < \lambda \leq 1$

در اینجا دو فرض زیر را برای ادامه کار در نظر می‌گیریم:

فرض ۱: پارامترهای بردار C محدود^۲ باشند، و سیستم فضای حالت (۴) پایدار ($p > 0$)، مشاهده‌پذیر^۳ و کنترل‌پذیر^۴ باشد.

فرض ۲: توابع لاغر، توصیف دقیقی از سیستم باشند.

توابع لاغر، مجموعه‌ای کامل از توابع متعامد یکه در فضای $L_2(0, \infty)$ هستند که بدليل بیان ساده و آسانی تحقیق شبکه آن، کاربرد زیادی یافته‌اند. این توابع بصورت یک سری تابعی بفرم

$$\Phi_i(t) = \sqrt{2p} \frac{e^{pt}}{(i-1)!} \frac{d^{i-1}}{dt^{i-1}} [t^{i-1} \cdot e^{2pt}], \quad i = 1, 2, \dots, \infty \quad (1)$$

تعریف می‌شوند، که در آن p ثابتی است که آنرا فاکتور مقیاس زمانی^۱ می‌نامند و $t \in [0, \infty)$ نیز متغیر زمان می‌باشد. تبدیل لاپلاس توابع لاغر بصورت رابطه (۲) می‌باشد.

$$\begin{aligned} \Phi_i(s) &= L\{\Phi_i(t)\} = \sqrt{2p} \frac{(s-p)^{i-1}}{(s+p)^i}, \quad i \\ &= 1, 2, \dots, \infty \end{aligned} \quad (2)$$

هر سیستم حلقه باز پایدار را می‌توان با استفاده از یک سری لاغر مرتبه n همانند آنچه در شکل (۱) و رابطه (۳) نشان داده شده است، تقریب زد.

$$Y_m(s) = \sum_{i=1}^n C_i \Phi_i(s) U(s) = \sum_{i=1}^N C_i l_i(s) \quad (1)$$

برای بیان شبکه نردنی لاغر، چند راه وجود دارد. اما برای ما مطلوب این است که شبکه نردنی لاغر را بفرم فضای حالت بیان کنیم، تا امکان بیان پیش‌بینی خروجی‌های سیستم بصورت مستقیم وجود داشته باشد. بیان فضای حالت سیستم با استفاده از توابع لاغر پس از گسته‌سازی بصورت زیر است:

$$\begin{aligned} L(k+1) &= AL(k) + Bu(k) \\ y(k) &= CL(k) \end{aligned} \quad (2)$$

در رابطه فوق $L(k)$ بردار حالت سیستم از مرتبه n می‌باشد و $u(k)$ ورودی سیستم است. ماتریس A ماتریسی پایین مثلثی با ابعاد $N \times N$ می‌باشد. همچنین B ماتریس ضرایب ورودی سیستم با ابعاد $1 \times N$ است که درایه‌های آنها بصورت off-line تعیین می‌شود. بدین ترتیب میزان محاسبات تا حد زیادی کاهش می‌یابد.

² Bounded

³ Observable

⁴ Controllable

¹ Time scaling factor

توسط مشاهدات فیلتر شده روى افق گذشته توسط بروندیابی چند جمله-
ای زیر بدست می‌آید:

$$e(k+i) = y(k) - y_m(k) \quad (12)$$

۴- محاسبه قانون کنترل

PFC یک استراتژی کنترلی است که بطور کاملاً آشکار از مدل فرآیند برای پیش‌بینی رفتار آینده خروجی فرآیند، در یک افق محدود استفاده می‌کند و تلاش کنترلی با کمینه کردن تفاضل بین خروجی پیش-
بینی شده مدل و دنباله مرجع در یک افق زمانی معین بدست می‌آید [۱۱]. قانون کنترل پیش‌بین در حالت کلی، با کمینه کردن معیار زیر محاسبه می‌شود:

$$J = \sum_{i=H_1}^{H_2} [y_m(k+i) + e(k+i) - y_r(k+i)]^2 \quad (13)$$

در رابطه مربوط به تلاش کنترلی، تنها دو ضریب توابع پایه، یعنی μ_1 و μ_2 نامشخص هستند. به منظور تعیین این پارامترهای نامشخص، رابطه فوق را بصورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\begin{aligned} J = & [y_m(k+H_1) + e(k+H_1) - y_r(k+H_1)]^2 \\ & + [y_m(k+H_2) \\ & + e(k+H_2) \\ & - y_r(k+H_2)]^2 \end{aligned} \quad (14)$$

که با جایگزینی روابط مربوط به دنباله مرجع و پیش‌بینی خروجی فرآیند در رابطه فوق، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} J = & [X_1(k) + M_{11}\mu_1(k) + M_{12}\mu_2(k)]^2 + [X_2(k) + \\ & M_{21}\mu_1(k) + M_{22}\mu_2(k)]^2 \end{aligned} \quad (15)$$

که در این رابطه

$$\begin{aligned} X_1(k) &= CA^{H_1}L(k) + e(k+H_1) - y_r(k+H_1) \\ X_2(k) &= CA^{H_2}L(k) + e(k+H_2) - y_r(k+H_2) \\ M_{11} &= C(A^{H_1-1} + A^{H_1-2} + \dots + I)B \\ M_{12} &= C(A^{H_1-2} + 2A^{H_1-3} + \dots + (H_1-1)I)B \\ M_{21} &= C(A^{H_2-1} + A^{H_2-2} + \dots + I)B \\ M_{22} &= C(A^{H_2-2} + 2A^{H_2-3} + \dots + (H_2-1)I)B \end{aligned} \quad (16)$$

حال با مشتق گیری از رابطه (15) نسبت به پارامترهای مجھول $\mu_1(k)$ و $\mu_2(k)$ بدست می‌آوریم:

$$\mu_1(k) = S_y y(k) + S_L L(k) + S_w w(k) \quad (17)$$

که در این رابطه:

۳- کنترل پیش‌بین تابعی

کنترل پیش‌بین تابعی دارای قوانین مشابه با کنترل پیش‌بین کلاسیک است، مانند این که هر دو روش از یک مدل برای پیش‌بینی آینده خروجی سیستم استفاده می‌کنند. کنترل پیش‌بین تابعی، ساختار قانون کنترل را بصورت یک ترکیب خطی از مجموعه‌ای از توابع پایه در نظر می‌گیرد. و در ادامه می‌بایست وزن ضرایب توابع پایه در ترکیب خطی را محاسبه کرد. انتخاب توابع پایه نیز بر اساس خصوصیات فرآیند و ورودی مرجع مورد نظر صورت می‌گیرد. ساختار قانون کنترل را می‌توان بصورت زیر در نظر گرفت:

$$u(k+i) = \sum_{n=1}^N \mu_n u_{bn}(i) \quad (8)$$

که در آن u_{bn} ضرایب توابع پایه در ترکیب خطی هستند و N تعداد توابع پایه را مشخص می‌کند. (i) مقادیر توابع پایه در لحظه $k+i$ هستند. انتخاب این توابع پایه، بستگی به طبیعت فرآیند و ورودی مرجع دارد و در حالت کلی از توابع پله، شب و سهموی استفاده می‌شود. البته در اکثر موارد استفاده از دو تابع پایه پله و شب کافی است:

$$u(k+i) = \mu_1(k) + \mu_2(k) \times i \quad (9)$$

الگوریتم PFC، مجموعه‌ای از متغیرهای کنترلی آینده را به گونه‌ای پیدا می‌کند که خروجی فرآیند تا آن‌جا که امکان دارد به دنباله مرجع نزدیک شود. دنباله مرجع نیز توسط یک رابطه نمایی محاسبه می‌شود:

$$y_r(k+i) = w(k+i) - \lambda^i [w(k) - y(k)] \quad (10)$$

که در آن $i=1,2,\dots$ تعداد کل نقاط تطبیق هستند. $y_r(k+i)$ مقادیر دنباله مرجع در زمان $k+i$ است. $w(k)$ نیز مقادیر نقاط تنظیم^۱ است و $y(k)$ نیز خروجی‌های فرآیند است. $\lambda^i = e^{-T_s/T_r}$ است که T_s زمان نمونه-برداری است و T_r زمان مورد انتظار پاسخ به دنباله مرجع است.

بدین ترتیب خروجی آینده سیستم بواسطه رابطه زیر که از ترکیب روابط (۴) و (۹) به دست آمده است، قابل محاسبه خواهد بود:

$$\begin{aligned} y_m(k+i) &= CA^i L(k) \\ &+ C[A^{i-1} + A^{i-2} + \dots \\ &+ I]B\mu_1(k) + C[A^{i-2} \\ &+ 2A^{i-3} + \dots + (i-1)I]B\mu_2(k) \end{aligned} \quad (11)$$

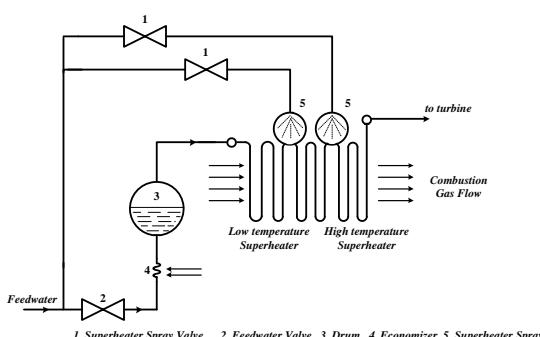
که در این رابطه $y_m(k+i)$ خروجی مدل در لحظه $k+i$ است. (i) نیز تفاضل پیش‌بینی شده بین خروجی مدل و خروجی فرآیند است، که

^۱ Set-point

۶- تشریح سیستم کنترل دمای بخار سوپرھیت بخار نیروگاه و شبیه‌سازی‌ها

برای کنترل دمای سیستم اصلی بخار سوپرھیت، آب در دو مرحله بر روی بخار اسپری می‌شود. هدف آن است که دمای بخار سوپرھیت به وسیله کنترل دبی آب اسپری شده که توسط ولوهای آب تنظیم می‌شود، کنترل شود.

همان‌طور که در شکل (۲) مشاهده می‌شود، بخار تولید شده در درام بویلر از یک سوپرھیتر اولیه عبور می‌کند و سپس به سوپرھیتر تابشی اصلی وارد می‌شود. برای کنترل دمای بخار سوپرھیت، در دو مرحله، آب در بخار اسپری می‌شود. کنترل صحیح و مناسب دمای بخار سوپرھیت برای اطمینان از عملکرد ایمن و موثر نیروگاه بسیار مهم است، چرا که دمای سوپرھیتر، بالاترین دما در فرآیند نیروگاه است. رسیدن دمای سوپرھیتر به میزان بحرانی نامطلوب است، زیرا می‌تواند سبب آسیب دیدگی سوپرھیتر و توربین فشار بالا گردد. دمای بسیار کم نیز باعث کاهش راندمان و عملکرد ناصحیح نیروگاه می‌گردد. بر همین اساس، دمای بخار سوپرھیت، با تنظیم دبی آب اسپری شده در حالات گذرا در محدوده $10C \pm 5$ و برای حالت پایدار در محدوده $5C \pm 5$ کنترل می‌شود. همچنین کاهش تنش‌های حرارتی در سوپرھیتر حائز اهمیت است، زیرا می‌تواند به کمینه کردن فشارهای مکانیکی که باعث شکاف‌های ریز در واحد می‌شود، کمک کند و به این ترتیب هزینه‌های نگهداری را کاهش دهد و سبب افزایش عمر واحد می‌شود.



شکل ۲: بویلر و فرآیند تولید بخار سوپرھیت

سه عامل اصلی وجود دارند که می‌توانند دمای بخار سوپرھیت را تحت تاثیر قرار دهند: بار، دبی بخار و دمای بخار درون سوپرھیت [۱۲]. در بین این موارد، تاثیر بار بیش از سایرین دیده می‌شود. با تغییر شار بخار اصلی (بار)، پارامترهای مدل اصلی بخار شامل ثابت زمانی اینرسی و بهره حالت ماندگار تغییر می‌کنند. هنگامی که بار افزایش می‌یابد دمای بخار افزایش می‌یابد، و بهره پایدار مدل و ثابت زمانی بصورت معکوس تغییر

$$\begin{aligned} S_y &= Q(Q_3 M_{12} - Q_2 M_{11})(1 - \alpha^{H_1}) + \\ &\quad Q(Q_3 M_{22} - Q_2 M_{21})(1 - \alpha^{H_2}) \\ S_L &= Q(Q_3 M_{12} - Q_2 M_{11})C(A^{H_1} - I) + \\ &\quad Q(Q_3 M_{22} - Q_2 M_{21})C(A^{H_2} - I) \\ S_w &= -S_y \\ Q_1 &= M_{11}^2 + M_{21}^2 \\ Q_2 &= M_{12}^2 + M_{22}^2 \\ Q_3 &= M_{11}M_{12} + M_{21}M_{22} \\ Q &= 1/(Q_1 Q_2 - Q_3^2) \end{aligned} \quad (18)$$

با استفاده از روابط فوق می‌توان، رابطه زیر را برای تلاش کنترلی نوشت:

$$u(k) = \mu_1(k) = S_y y(k) + S_L L(k) + S_w w(k) \quad (19)$$

توجه شود که تنها در صورتی می‌توان پارامتر $(k)_B$ را تعیین کرد که وجود داشته باشد، بنابراین در انتخاب پارامترهای آزاد کنترل کننده Q و H_1 و H_2 می‌بایست دقت شود که به گونه‌ای انتخاب شوند که ماتریس Q وجود داشته باشد.

۵- آنالیز پایداری

با استفاده از فرض ۲ و رابطه (۱۹) و (۴)، رابطه فضای حالت سیستم حلقه‌بسته بصورت رابطه زیر خواهد بود:

$$L(k+1) = A_C L(k) + B_C u(k) \quad (20)$$

که در آن $A_C = A + BS_y C$ است. بر اساس فرض ۱ می‌دانیم که پارامترهای بردار C محدود هستند، A و B نیز ثابت هستند (بصورت offline شناسایی شده‌اند) و با توجه به این که سیستم اولیه پایدار است، H_1 و H_2 محدود می‌باشند. S_L ، S_y و S_w نیز با انتخاب درست پارامترهای H_1 و H_2 محدود هستند. $w(k)$ یا همان نقاط تنظیم نیز برای همه زمان‌ها محدود در نظر گرفته می‌شود. لذا با توجه به محدود بودن تلاش کنترلی، بر اساس تئوری پایدار لیپانوف برای سیستم‌های خطی، سیستم گسته‌ای که اندازه همه مقادیر ویژه A_C آن، کمتر از واحد باشد، پایدار است و با توجه به توضیحات فوق:

$$|\lambda_i(A_C)| < 1 \quad (21)$$

و سیستم تحت کنترل، با در نظر گرفتن فرض‌های ۱ و ۲ پایدار است.

که ضرایب آن بر اساس تغییر بار واحد در دو مرحله تنظیم شده است، مقایسه می‌کنیم.

با انتخاب زمان نمونه‌برداری $T_s=1$ Sec. مدل زمان گسسته سیستم بصورت جدول (۲) است. از جمله مزایای مهم توابع لاگر در شناسایی سیستم عدم نیاز به زمان نمونه‌برداری خیلی کوچک است.

جدول ۲: مدل گسسته سیستم دمای بخار سوپرھیت نیروگاه در بارهای مختلف

Load %	Discrete model of superheated steam temperature system ($T_s=1$ Sec.)
30	$\frac{-12.04}{z - 7.569 \times 10^{-48}} z^{-131}$
44	$\frac{-12.04}{z - 3.999 \times 10^{-41}} z^{-110}$
62	$\frac{-7.98}{z - 3.552 \times 10^{-30}} z^{-84}$
88	$\frac{-4.21}{z - 5.737 \times 10^{-22}} z^{-73}$
100	$\frac{-3.87}{z - 2.083 \times 10^{-17}} z^{-53}$

تغییرات بار سیستم در شکل (۳) نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که بار نیروگاه ابتدا برابر با ۳۳٪ بار نامی در نظر گرفته شده است و در زمان‌های ۱۵۰۰، ۱۵۰۰، ۳۰۰۰، ۴۵۰۰ و ۵۵۰۰ ثانیه به ترتیب به مقادیر ۴۴٪، ۶۲٪، ۷۸٪ و ۱۰۰٪ تغییر می‌کند و بر همین اساس مدل سیستم بخار سوپرھیت بصورت جدول (۲) تغییر می‌کند. فرض می‌شود که دنباله مرجع ورودی بصورت نشان داده شده در شکل (۴) باشد، یا عبارت دیگر بخواهیم دمای بخار سوپرھیت را در محدوده ۵۳۵ تا ۵۴۵ درجه سانتی گراد کنترل کنیم. در شکل (۵) دنباله مرجع ورودی و پاسخ سیستم حلقه بسته با استفاده از الگوریتم کنترل تطبیقی پیش‌بین تابعی با استفاده از توابع لاگر و پاسخ سیستم کنترل شده توسط یک کنترل کننده PID در یک شکل نشان داده است. با توجه به تغییرات وسیع بار، برای رسیدن به یک پاسخ قابل قبول توسط کنترل کننده PID، ضرایب این کنترل کننده از ابتداء تا زمان ۳۰۰۰ ثانیه، یعنی زمانی که بار به ۶۲٪ بار نامی واحد می‌رسد، بصورت $K_p=-0.01$ ، $K_i=-0.00045$ و $K_d=-0.01$ و پس از آن بصورت $K_p=-0.02$ ، $K_i=-0.0015$ و $K_d=-0.015$ تنظیم شده‌اند. در شکل (۶) خطای ردیابی سیستم با استفاده از دو کنترل کننده فوق مقایسه شده است. تلاش کنترلی که منجر به پاسخ‌های حلقه بسته فوق شده‌اند، برای دو روش فوق در شکل (۷) نشان داده شده است. در این شبیه‌سازی، پارامترهای آزاد کنترل کننده تطبیقی پیش‌بین تابعی مبتنی بر توابع لاگر

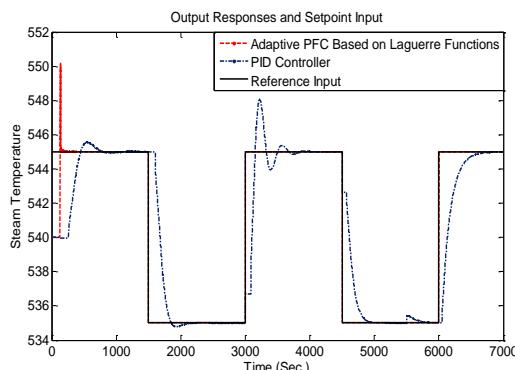
می‌کنند. لذا با تغییرات بار، می‌توان تعدادی مدل ثابت برای این سیستم متغیر با زمان در نظر گرفت. جدول (۱)، یک بولیلر را در پنج ناحیه کاری از فرآیند کنترل دمای بخار، در نظر می‌گیرد و پس پنج مدل مرتبه اول با تأخیر زمانی را به عنوان زیر-مدل برای آن منظور می‌شود [۱۵]. فاکتورهای دیگر شامل موارد زیر می‌باشند: دمای آب تزریقی، دمای بخار تزریقی به سوپرھیتر و دمای ماده سوختی. اختشاشات پیش‌بینی نشده مانند آلودگی‌های موجود روی دیوارهای و رسوب‌های موجود در لوله‌های بخار نیز می‌توانند تایع تبدیل سوپرھیتر را تحت تاثیر قرار دهند و عملکرد سیستم را تغییر دهند. اما این گونه اختشاشات دارای تغییرات آرام هستند و می‌توان با به‌هنگام کردن دوره‌ای مدل سوپرھیتر تاثیر آن‌ها را در نظر گرفت.

جدول ۱: مدل سیستم دمای بخار سوپرھیت نیروگاه در پنج بار مختلف

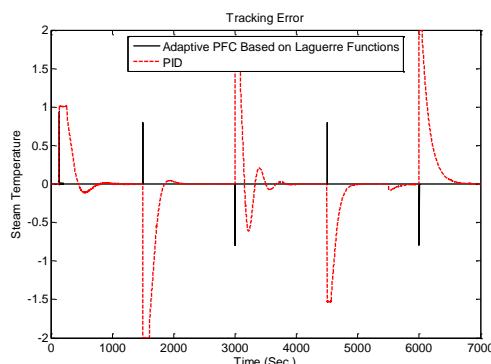
Load %	Equivalent first-order time delay model
30	$\frac{-12.04}{1 + 108.5s} e^{-131s}$
44	$\frac{-12.04}{1 + 93.02s} e^{-110s}$
62	$\frac{-7.98}{1 + 67.81s} e^{-84s}$
88	$\frac{-4.21}{1 + 48.91s} e^{-73s}$
100	$\frac{-3.87}{1 + 38.41s} e^{-53s}$

در ادامه برای بررسی کارایی کنترل کننده پیشنهادی در این مقاله، از این کنترل کننده برای کنترل سیستم سوپرھیتر فوق که یک سیستم متغیر با زمان است و دارای تأخیر خیلی بزرگ است، استفاده می‌کنیم. همان‌طور که در جدول (۱) مشاهده می‌شود، سیستم دمای بخار سوپرھیت دارای تغییرات بزرگی است. این تغییرات شامل تغییر در تأخیر سیستم، تغییر بهره‌حال پایدار آن و تغییر در قطب مدل سیستم می‌باشد؛ به طوری که در بارهای مختلف واحد نیروگاهی، تأخیر سیستم از ۱۳۱ تا ۵۳ ثانیه تغییر دارد، بهره سیستم نیز در بازه ۱۲۰/۰-۳۸/۷ تا ۰/۰۶۰۳ تا ۰/۰۹۲۱ تغییر می‌کند و قطب مدل سیستم نیز از ۰/۰۶۰۳ تا ۰/۰۹۲۱ جابجا می‌شود. با توجه به این که کنترل کننده‌های PID هنوز هم، در فرآیندهای صنعتی و بویژه در سیستم‌های کنترل دمای بخار سوپرھیت استفاده فراوانی دارند، و از سوی دیگر با توجه به این که، این کنترل کننده‌ها، جزو کنترل کننده‌های Bench-mark به حساب می‌آیند، برای ارزیابی عملکرد کنترل کننده ارایه شده، نتایج بدست آمده از این روش را نتایج بدست آمده از یک کنترل کننده PID

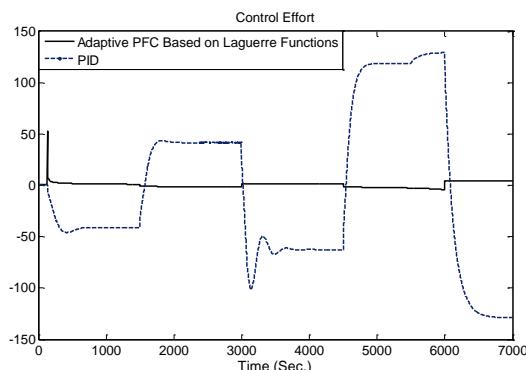
شکل ۴: نقطه تنظیم ورودی در سیستم بخار سوپرھیت



شکل ۵: دنباله مرجع ورودی و پاسخ سیستم حلقه بسته با کنترل کننده تطبیقی پیش‌بین تابعی مبتنی بر توابع لاغر و مقایسه آن با پاسخ کنترل کننده PID



شکل ۶: مقایسه خطای رديابی کنترل تطبیقی پیش‌بین تابعی مبتنی بر توابع لاغر با کنترل کننده PID



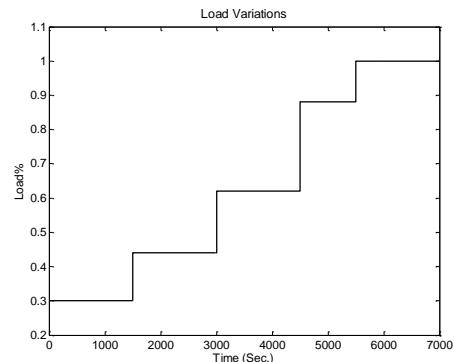
شکل ۷: مقایسه تلاش کنترلی در روش‌های کنترل تطبیقی پیش‌بین تابعی مبتنی بر توابع لاغر با کنترل کننده PID

۷- جمع‌بندی

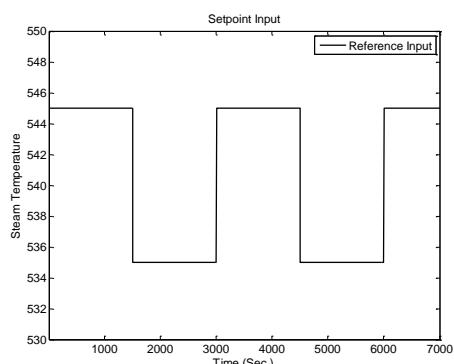
الگوریتم کنترل تطبیقی پیش‌بین تابعی بر مبنای مدل لاغر که در این مقاله به معروفی آن پرداختیم، به مدل دقیقی از سیستم پیش از طراحی

بصورت $\lambda = 0.99, N = 4, T_S = 1, p = 3, T = 5, H_1 =$

$H_2 = 165$ انتخاب شده‌اند. همان‌طور که مشاهد می‌شود، کنترل کننده پیشنهادی در قیاس با کنترل کننده PID دارای سرعت بسیار بالاتری است، خطای رديابی در لحظاتی که دنباله مرجع ورودی تغییر می‌کند، به سرعت به صفر می‌کند، این در حالی است که کنترل کننده PID به دلیل تأخیر زمانی بزرگ سیستم، دارای لختی بسیار بزرگتری است. دامنه تلاش کنترلی در الگوریتم کنترل تطبیقی پیش‌بین تابعی مبتنی بر توابع لاغر نسبت به کنترل کننده PID دارای دامنه کوچکتری است و لذا از اشاع عملگرهای سیستم مانند ولوهای کنترل دبی آب اسپری شده، پیش‌گیری می‌شود. با توجه به پاسخ سیستم حلقه بسته مشاهده می‌شود که کنترل کننده پیشنهادی توانایی رديابی دنباله ورودی را با دقت بالا دارد و خطای رديابی بسیار کوچک است. در حالات گذرا خطای رديابی کمتر از $\pm 5^{\circ}\text{C}$ است و در حالات ایستا نیز این خطای دامنه‌ای کمتر از $\pm 10^{\circ}\text{C}$ دارد. تنها در ابتدای رديابی، به دلیل تفاوت مقادیر اولیه بردار مشاهده گر C با مقادیر واقعی آن و رسیدن به یک همگرایی صحیح، اندکی خطای رديابی وجود دارد و تلاش کنترلی در این ناحیه دارای بزرگتری است. تغییرات بار که منجر به تغییرات بزرگی در مدل و تأخیر آن می‌شود، در عملکرد سیستم مشکلی ایجاد نمی‌کند و کنترل کننده خود را به خوبی با آن تطبیق می‌دهد. در تمامی مراحل شبیه‌سازی وجود نویز اندازه‌گیری نیز لحاظ شده است.



شکل ۸: تغییرات بار نیروگاه



- [13] R. N. Silva, P. O. Shirley, J. M. Lemos, and A. C. Goncalves, "Adaptive Regulation of Super-heated Steam Temperature: A Case Study in an Industrial Boiler," *Contr. Eng. Pract.*, Vol. 8, No. 8, pp. 1405-1415, 2000.
- [14] T. Moelbak, "Advanced Control of Superheater Steam Temperatures-An Evaluation Based on Practical Applications" *Contr. Eng. Pract.*, Vol. 7, No. 7, pp. 1-10, 1999.
- [15] Mingzhu Xu, Yiping Jiang, Jinzhi Liu and Shenshan Li, "Main Steam Temperature's Adaptive Control with Kautz Model", Proceedings of the 8th World Congress on Intelligent Control and Automation, Jinan, China, July 6-9, 2010.
- [16] Dong-Na Shi , Guo Peng and Teng-Fel Li, "Gray Predictive Adaptive Smith-PID Control and Its Application", Proceedings of the Seventh International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Kunming, China, July 12-15, 2008.

احتیاج ندارد، توانایی تطبیق با تغییرات سیستم را دارد و از مزایای کنترل پیش‌بین تابعی و توابع لاگر برخوردار است. این الگوریتم در مواجهه با سیستم‌های دارای تأخیر بسیار بزرگ و متغیر با زمان، مانند سیستم بخار سوپرھیت نیروگاه‌های حرارتی دارای عملکرد مطلوبی است. نتایج شیوه‌سازی‌ها در این مقاله و مقایسه آن با نتایج کنترل کننده PID، کارایی بالای این الگوریتم را تصدیق می‌کند.

مراجع

- [1] Mingzhu Xu, Xiaoli Li, Heping Liu and Yanshuang Hao, "Adaptive Predictive Functional Control with Stochastic Search", Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Information Acquisition, Weihai, Shandong, China, August 20 – 23, 2006.
- [2] Mingzhu Xu, Yiping Jiang, Jie Wen and Cunzhi Pan, "Multiform Optimization of Predictive Functional Control Based on Kautz Model", Proceedings of the 8th World Congress on Intelligent Control and Automation, Jinan, China, July 6-9, 2010.
- [3] Haitao Zhang, Zonghai Chen, Yongji Wang, Ming Li and Ting Qin, "Adaptive Predictive Control Algorithm Based on Laguerre Functional Model", *Int. J. Adapt. Control Signal Process.*, Vol. 20, pp. 53–76, 2006.
- [4] Heuberger PSC., Van den Hof PMJ. and Bosgra OH, "A Generalized Orthonormal Basis for Linear Dynamical System", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 40, No. 3, pp. 451-465, 1995.
- [5] Wahlberg B. and Makila PM., "On Approximation of Stable Linear Dynamical Systems Using Laguerre and Kautz Functions", *Automatica*, Vol. 32, No. 5, pp. 693-708, 1996.
- [6] Zervos CC. and Dumont GY., "Deterministic Adaptive Control Based on Laguerre Series Representation", *International Journal of Control*, Vol. 48, No. 6, pp. 2333-2359, 1988.
- [7] Dumont GA., Zervos CC. and Pageau GL., "Laguerre-Based Adaptive Control of pH in an Industrial Bleach Plant Extraction Stage", *Automatica*, Vol. 26, No. 4, pp. 781-787, 1990.
- [8] LP. Wang, "Discrete Model Predictive Controller Design Using Laguerre Functions", *Journal of Process Control*, Vol. 14, No. 2, pp. 131-142, 2004.
- [9] J. Richalet, S. Abu El Ata-Doss and C. Arber, "Predictive Functional Control: Application to Fast and Accurate Robots", Proc. Of 10th IFAC World Congress, Munich, pp. 251-258, 1987.
- [10] J. Richalet and D. O'Donovan, "Predictive Functional Control Principles and Industrial Applications" Springer, London, 2009.
- [11] Z. Ridong and W. Shuqing, "Predictive Functional Controller with a Similar Proportional Integral Optimal Regulator Structure: Comparison with Traditional Predictive Functional Controller and Application to Heavy Oil Coking Equipment" *Chin. J. Chem. Eng.*, Vol. 15, No. 2, pp. 247-253, 2007.
- [12] X.J. Liu and C. W. Chan, "Neuro-Fuzzy Generalized Predictive Control of Boiler Steam Temperature" *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 21, No. 4, December 2006.

مروار و مقایسه سیستم‌های کوانتومی: مدل‌سازی، پایداری و کنترل پذیری

ابوالقاسم دائی‌چیان^۱، فرید شیخ‌الاسلام^۲

^۱ دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی اصفهان، a.daeichian@ec.iut.ac.ir

^۲ دانشیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی اصفهان، sheikh@cc.iut.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۱۰/۱/۱۳۹۰، تاریخ پذیرش مقاله ۱۸/۱۲/۱۳۹۰)

چکیده: امروزه در آستانه انتقلابی در تکنولوژی قرار داریم. این انقلاب ورود تئوری کوانتوم به دنیای تکنولوژی است. یک کار حیاتی برای گسترش تکنولوژی کوانتومی، گسترش پایه‌های تئوریک کنترل سیستم‌های کوانتومی است. بنابراین نیاز به ورود مهندسین کنترل در این زمینه احساس می‌شود. در این مقاله مروار و مقایسه‌ای بر دینامیک و مدل‌های مورد استفاده برای کنترل سیستم‌های کوانتومی مانند BLM برای کنترل حلقه باز و SME و LQSDE برای کنترل حلقه بسته، انجام شده است. بعلاوه کاربردهای هر مدل مطرح گردیده است. مرواری بر شبکه‌های کوانتومی نیز صورت گرفته است که می‌تواند پلی برای ارتباط مهندسین کنترل با تئوری کوانتوم باشد. در شبکه‌های کوانتومی مدلی بصورت بلوک دیاگرام برای سیستم‌ها و اتصالات کوانتومی ارائه شده است. در ادامه، مفاهیم اساسی پایداری به کمک نسخه‌ی تصادفی از قضیه بهره کوچک و همچنین کنترل پذیری سیستم‌های کوانتومی که بیان گر امکان پذیری تبدیلات اتمی و مولکولی مخصوصاً در کنترل حلقه باز می‌باشد، بررسی گردیده است. در پایان جمع‌بندی و بحث در مورد مطالب مطرح شده انجام شده است.

کلمات کلیدی: کنترل سیستم کوانتومی، مدل سیستم کوانتومی، معادله اصلی اتفاقی، شبکه‌های کوانتومی، پایداری، کنترل پذیری

Survey and Comparision of Quantum Systems: Modeling, Stability and Controllability

Abolghasem Daeichian, Farid Sheikholeslam

Abstract: Nowadays, we are in the beginning of a revolution in technology. The revolution is entrance of quantum theory to the world of technology. An essential task for the quantum technology is the development of the general principles of quantum control theory. Thus, it is required that control engineers enter to this topic. In this paper, a survey and comparision on the dynamics and models of quantum systems such as BLM for open loop control and MME, SME and LQSDE for close loop control are done. In addition, their applications are considered. Also, a survey on quantum network is done that link the control engineering to quantum theory. Quantum network theory analyzes the subsystems interconnections and total model. This paper followed by the concept of stability based on the quantum version of small gain theorem. Also, the concept of quantum systems controllability and investigation of controllability, which determines possibility of atomic or molecular transformation especially in open loop control, are considered. Finally, conclusions and discussion on the mentioned topics have been done.

Keywords: Quantum control, Quantum Systems Modeling, Stochastic Master Equation, Quantum Network, Stability, Controllability

۱- مقدمه

توانست در سال ۱۹۷۶ ثوری اندازه‌گیری پیوسته از یک سیستم کوانتومی (POVM) را توضیح دهد [۲۳].

با گذشت زمان تکنیک‌های آزمایشگاهی پیشرفت کردند و اندازه‌گیری‌های محدود کوانتومی روی سیستم‌ها انجام می‌شد. این آزمایش‌ها نشان از وجود ثوری‌هایی بیشتر از ثوری Von Neumann در اندازه‌گیری کوانتومی داشتند [۲۴-۲۶]. این تلاش‌ها در دهه ۱۹۹۰ منجر به ارائه معادله‌ی دینامیکی اتفاقی برای سیستم‌های کوانتومی گردید [۲۷]. Carmichael واژه‌ی مسیرهای کوانتومی را برای این روش ابداع کرد [۲۸]. این معادله با درنظر گرفتن برهمکنش بین سیستم و دستگاه اندازه‌گیری، امکان کنترل حلقه‌بسته در سیستم‌های کوانتومی را فراهم می‌کند [۲۹-۳۱].

روزی‌روز بر اهمیت کنترل سیستم‌های کوانتومی افزوده می‌شود. در سال‌های اخیر شاهد ظهور اولین نمونه‌ها از تکنولوژی کوانتومی مانند اندازه‌گیری‌های کوانتومی و مخابرات کوانتومی بوده‌ایم. این تکنولوژی بر مبنای خواص منحصر‌فرد کوانتومی مانند درهم تبیغی بنا شده است و دارای بازده بسیار بالاتری نسبت به تکنولوژی کوانتومی است. صاحب‌نظران زمان فعلی را زمان رخداد دومین انقلاب کوانتومی می‌دانند که ورود ثوری کوانتوم به عرصه‌ی تکنولوژی می‌باشد [۳۲]. بی‌شك پیش‌نیاز توسعه‌ی تکنولوژی داشتن پایه‌های ثوریک قوی در کنترل سیستم‌های کوانتومی است. Mabuchi و Khaneja، یکی از اهداف اصلی در ثوری "کوانتوم کنترل" را بنا نهادن پایه‌های ثوریک و گسترش روش‌های سیستماتیک برای کنترل و دستکاری سیستم‌های کوانتومی بیان می‌کند [۳۳]. ثوری کنترل سیستم‌های کوانتومی در سال‌های اخیر به سرعت پیشرفت کرده و امروزه کنترل پذیده‌های کوانتومی به هدفی دست یافتنی برای محققان شیمی و فیزیک کوانتومی تبدیل شده است. این ثوری موقتی‌های قابل ملاحظه‌ای را در شیمی-فیزیک، کوانتوم اپتیک، فیزیک مولکولی و اتمی بدست آورده است. آینده‌پژوهی انجام شده توسط صاحب‌نظران، اهمیت و لزوم برداختن به این موضوع را پیش از پیش آشکار می‌کند. در این مورد می‌توان به گزارش پانلی در مورد جهات‌های آینده‌ی علم کنترل، با حضور بزرگان کنترل و به ریاست Murrary در سال ۲۰۰۳ [۳۴] و همچنین مقالات [۳۳، ۳۲] اشاره کرد.

با توجه به اهمیت موضوع، نیاز به ورود مهندسین کنترل در این زمینه بسیار ضروری و حیاتی می‌باشد. در این مقاله در ابتداء، اساس مکانیک کوانتومی و مفاهیم پایه‌ی ثوری کوانتومی در بخش ۲ مطرح شده است. دینامیک و مدل سیستم‌های کوانتومی در بخش ۳ مورد بررسی قرار گرفته، با یکدیگر مقایسه و کاربرد هریک از مدل‌ها بیان شده است. پایداری سیستم‌های کوانتومی در بخش ۴ مطرح گردیده است. در بخش ۵، کنترل‌پذیری سیستم‌های کوانتومی که امکان‌پذیری تبدیلات اتمی، مولکولی و محاسبات کوانتومی را نشان می‌دهد، بررسی و تعاریف مختلف با یکدیگر مقایسه شده‌اند. در پایان، بحث و نتیجه‌گیری در بخش ۶ انجام شده است.

ماکس پلانک در سال ۱۹۰۰ مقاله‌ای را با عنوان "درباره‌ی نظریه قانون توزیع انرژی طیف بینجارت" ارائه کرد که سرآغاز تحولی عظیم در فیزیک شد [۱]. حدود دو دهه بعد، شروع‌ینگر معادله‌ی موج حاکم بر رفتار تابع موج کوانتومی را ارائه داد و بدین ترتیب ساختار جدیدی به نام فیزیک کوانتوم بنا شد [۴-۲]. بعد از توکل فیزیک کوانتومی و آنالیز دقیق پذیده‌های کوانتومی، انسان، آرزوی کنترل سیستم‌های کوانتومی را در سر می‌پوراند. در دهه‌ی ۱۹۷۰، تحقیقات اولیه برای کنترل سیستم‌های کوانتومی آغاز شد و در اوایل دهه‌ی ۱۹۸۰ با تحقیقات گروهی از شیمیدانان صورت واقعی‌تری به خود گرفت. آن‌ها سعی کردند که واکنش‌های شیمیابی را به کمک میدان‌های مغناطیسی کنترل کنند [۵-۸]. هدف از کنترل، بالابردن احتمال یک واکنش خاص با تنظیم میدان مغناطیسی بود. کنترل‌های مطرح شده توسط شیمیدانان اغلب کنترل حلقه‌باز بودند [۹]. امکان‌پذیری آزمایش‌های شیمیابی در واکنش‌های بین میدان الکترومغناطیسی و سیستم‌های اتمی موجب تعمیم مفهوم کنترل‌پذیری برای سیستم‌های کوانتومی شد [۱۰-۱۶]. تحول زمانی سیستم‌های کوانتومی توسط عملگرهای یکانی بیان می‌شود و در نتیجه مسائل مربوط به کنترل حلقه‌باز، بصورت تعمیم نمایش‌های یکانی در گروه لی مطرح می‌شوند [۱۲، ۱۷]. مجموعه‌ی این تلاش‌ها منجر به گسترش ثوری کنترل حلقه‌باز سیستم‌های کوانتومی گردید.

مهندسين کنترل به دلیل مزایای موجود در کنترل حلقه‌بسته، همیشه علاقه‌مند به استفاده از آن بوده‌اند. اولین تحقیقات در زمینه‌ی کنترل حلقه‌بسته سیستم‌های کوانتومی در سیستم‌های اپتیک کوانتومی انجام شده است [۱۸-۲۰]. کنترل حلقه‌بسته نیازمند اندازه‌گیری خروجی سیستم است و اندازه‌گیری در سیستم‌های کوانتومی باعث برهمکنش بین دستگاه اندازه‌گیری و سیستم کوانتومی شده و در دینامیک سیستم تأثیر گذارد است و می‌تواند باعث افزایش نامعینی در سیستم شود. به دلیل اثر اندازه‌گیری بر دینامیک سیستم‌های کوانتومی، کنترل حلقه‌باز در سیستم‌های کوانتومی نسبت به کنترل کلاسیک از اهمیت بالاتر برخوردار است. علیرغم مشکلاتی که اندازه‌گیری در سیستم‌های کوانتومی ایجاد می‌کند، Qi نیاز داده است که همچنان استفاده از کنترل حلقه‌بسته نسبت به حلقه‌باز دارای ارجحیت است [۲۱، ۲۲].

یک اندازه‌گیری خاص بر روی سیستم کوانتومی معمولاً بصورت توزیع احتمال بیان می‌شود که چگونگی آن توسط حالت کوانتومی و مشاهده‌پذیری که اندازه‌گیری را توصیف می‌کند بیان می‌شود. تلاش‌های Dirac در بیان صورت کلی اندازه‌گیری کوانتومی (۱۹۳۰)، Von Neumann و Lüders (۱۹۵۱) در بیان پایه‌های ریاضی اندازه‌گیری تحت عنوان اصل تصویر (Projection postulate)، منجر به ثوری اندازه‌گیری تصویری شد که امروزه نیز استفاده می‌شود [۲۳]. بعد از کارهای Von Neumann، محققان فیزیک کوانتومی به فکر معرفی ثوری تعمیم‌یافته‌ای برای اندازه‌گیری‌های غیرایده‌آل کوانتومی افتدند که سرانجام Davis

که در آن \hbar ثابت کاهش‌یافته‌ی پلاتک است. رابطه‌ی (۱) تحول زمانی حالت سیستم را بصورت $\langle \phi(t) | \phi(t) \rangle = U(t, t) | \phi(t) \rangle$ بیان می‌کند که در آن $[U(t, t)] = \exp[-iH(t-t)]$ است. اگر حالت سیستم به کمک عملگر چگالی بیان شود داریم: $\rho(t) = U(t, t) \rho(t) U^\dagger(t, t)$. این معادله را تحول زمانی از دیدگاه شرودینگر می‌گویند.

مقدار چشم‌داشتی برای مشاهده‌پذیر X برابر است با $\text{Tr}[\rho(t)X] = \text{Tr}[\rho(t)U^\dagger(t, t)XU(t, t)]$. از این رابطه مشخص است که می‌توان تحول زمانی را به جای حالت سیستم، برای مشاهده‌پذیر فرض کرد:

$$X(t) = U^\dagger(t, t)XU(t, t) \quad (2)$$

این معادله را تحول زمانی از دیدگاه هایزنبرگ می‌گویند که عموماً برای کنترل مناسب‌تر است. تفاوت اساسی بین مشاهده‌پذیرهای کلاسیکی و کوانتومی آن است که مشاهده‌پذیرهای کوانتومی جابه‌جایی ناپذیر هستند. به مشاهده‌پذیرهای جابه‌جایی ناپذیر، مشاهده‌پذیرهای ناسازگار می‌گویند. جابه‌جایی ناپذیری نتیجه‌ای از اصل عدم قطعیت هایزنبرگ است.

۵-۲ سیستم‌های مرکب

سیستم مرکبی که از دو سیستم \mathbb{H}_A و \mathbb{H}_B تشکیل شده است، در فضای تانسوری $\mathbb{H}_A \otimes \mathbb{H}_B = \mathbb{K}$ قرار می‌گیرد. به عبارت دیگر فرض کنید $|\phi\rangle \in \mathbb{H}_A$ و $|\psi\rangle \in \mathbb{H}_B$ آن‌گاه نگاشتی را بصورت $(|\phi\rangle \otimes |\psi\rangle) \rightarrow (|\phi\rangle, |\psi\rangle)$ تعریف می‌کنیم که نگاشتی دوخطی بوده و دارای خصوصیات زیر است:

۱- اگر $\{|\psi_j\rangle; j = 1, 2, \dots\}$ به ترتیب پایه‌های اورتونرمال برای \mathbb{H}_A و \mathbb{H}_B باشد، آن‌گاه $\{|\phi_i\rangle \otimes |\psi_j\rangle; i = 1, 2, \dots\}$ پایه‌ای اورتونرمال برای \mathbb{K} است.

۲- اگر $(|\psi_1\rangle \otimes |\phi_1\rangle) = |\xi_1\rangle$ و $(|\psi_2\rangle \otimes |\phi_2\rangle) = |\xi_2\rangle$ ، آن‌گاه $|\psi_1\rangle \cdot |\phi_1\rangle = |\xi_1\rangle$ و $|\psi_2\rangle \cdot |\phi_2\rangle = |\xi_2\rangle$.

برهمکنش بین سیستم‌ها باید بصورت عملگرهایی در این فضا بررسی شود.

۳- مدل سیستم کوانتومی

۳-۱ مدل دوخطی (BLM: Bilinear Model)

دینامیک یک سیستم بسته‌ی کوانتومی توسط معادله‌ی شرودینگر بیان می‌شود [۳۵، ۳۶]. منظور از سیستم بسته آن است که هیچ اثر خارجی به آن وارد نمی‌شود. برای یک سیستم N -بعدی، فضای هیلبرت مختلط \mathbb{H} دارای N -بعد خواهد بود و حالت‌های ویژه‌ی همیلتونین آزاد سیستم (یعنی $\{|\phi_i\rangle; i=1, \dots, N\} = \{\tilde{D}\}$) تشکیل پایه‌ای متعامد برای \mathbb{H} می‌دهند. در این مدل از سیستم، کنترل با مجموعه‌ای از توابع $u_k(t) \in \mathbb{R}$ که به کمک

۲- مروز مختصی بر مکانیک کوانتومی

به هر سیستم کوانتومی یک فضای هیلبرت \mathbb{H} نسبت داده می‌شود. اکنون می‌توان مفاهیم مکانیک کوانتومی را روی این فضا تعریف کرد.

۲-۱ حالت سیستم کوانتومی

حالت سیستم کوانتومی اطلاعاتی است که وضعیت سیستم را بطور کامل بیان می‌کند. هر حالت سیستم عضوی از فضای هیلبرت متناظر است و بصورت $|\phi\rangle$ نوشته شده و آن را کیت گویند. دو گان کیت، بصورت $|\phi_1\rangle$ و $|\phi_2\rangle$ نمایش داده شده و برا نام دارد. بنابراین ضرب داخلی $\langle \phi_1 | \phi_2 \rangle$ بصورت $\langle \phi_1 | \phi_2 \rangle$ نوشته می‌شود. با توجه به این که $\langle c | \phi \rangle = \langle \phi | \phi \rangle = 1$ فیزیکی تفاوتی ندارند، معمولاً حالت را نرمالیزه می‌کنند ($|\phi\rangle = 1$). پایه‌های فضای هیلبرت متناظر با سیستم را حالت خالص می‌نامند. در صورتی که اطلاعات سیستم را بصورت آماری داشته باشیم، آن‌گاه حالت سیستم بصورت عملگر خطی خودالحاقی روی \mathbb{H} تعریف می‌شود. این عملگر را عملگر چگالی نامیده و با ρ نمایش می‌دهند. عملگر ρ بصورت $|\phi\rangle \langle \phi| = \rho$ تعریف شده و دارای خصوصیات $0 \leq \rho \leq I$ است. [۳۵]

۲-۲ مشاهده‌پذیرها

مقادیر فیزیکی مانند مکان، اندازه حرکت و غیره بصورت عملگرهای خطی خودالحاقی روی \mathbb{H} تعریف می‌شوند. برای سادگی مشاهده‌پذیر X را کراندار فرض می‌کنیم. عملگر X دارای تجزیه طیفی بصورت $X = \sum_i \lambda_i P_i$ است که λ_i ها مقادیر ویژه و P_i ها عملگر تصویر بر فضای ویژه‌ی متناظر است و در $P_i = I - \sum_j P_j$ صدق می‌کنند [۳۵].

۳-۲ اندازه‌گیری

نتیجه‌ی هر اندازه‌گیری از مشاهده‌پذیر X مقداری درون طیف آن خواهد بود. احتمال آن که نتیجه‌ی اندازه‌گیری مشاهده‌پذیر X سیستمی در حالت $|\phi\rangle$ مقدار λ_i باشد برابر است با $p_i = \langle \phi | P_i | \phi \rangle = \sum_j p_j \lambda_j$. مقدار چشم‌داشتی اندازه‌گیری‌های انجام شده که همان مقدار کلاسیکی است، برابر است با $\langle X | \phi \rangle = \sum_i p_i \lambda_i = \langle \phi | X | \phi \rangle$. حالت سیستم بعد از اندازه‌گیری، روی فضای ویژه‌ی متناظر با نتیجه‌ی اندازه‌گیری، تصویر $p_i = \text{Tr}[\rho P_i]$ می‌شود. اگر سیستم در حالت ρ باشد، داریم $p_i = \text{Tr}[\rho X]$. در این صورت حالت سیستم بعد از اندازه‌گیری برابر است با $(P_i \rho P_i) / \text{Tr}[\rho P_i] = \rho'$. به این رابطه اصل تصویر می‌گویند.

۴- تحول زمانی

همیلتونین سیستم، مشاهده‌پذیر انرژی سیستم است. دینامیک یک سیستم کوانتومی توسط معادله‌ی شرودینگر بیان می‌شود:

$$i\hbar |\dot{\phi}\rangle = H|\phi\rangle \quad (1)$$

(MME: ۲-۳ مدل معادله‌ی اصلی مارکوف
 Markovian Master Equation)

در بسیاری از کاربردهای عملی، باید سیستم را بصورت سیستم باز درنظر گرفت زیرا در برهمکنش با محیط قرار دارد. در این حالت معادله‌ی اصلی کوانتومی گرینه‌ی مناسبی برای بیان دینامیک سیستم است. معادلات اصلی کوانتومی با استفاده از نگاشت Kraus در معادله‌ی شروdingر بدست می‌آیند [۳۸]. ساده‌ترین حالت در صورتی است که یک تخمین مارکوف با کمترین همبستگی زمانی درنظر گرفته شود [۳۸]. اگر از ماتریس چگالی $\rho(t)$ برای بیان حالت یک سیستم کوانتومی بسته استفاده شود، دینامیک سیستم توسط معادله‌ی کوانتومی لیوبول (در برخی مقالات مانند [۳۹] به عنوان معادله شروdingر-وان‌یومن ذکر شده است) بیان می‌شود [۳۶]:

$$i\dot{\rho}(t) = [H(t), \rho(t)] \quad (9)$$

که در آن $[H, \rho] = H\rho - \rho H$ عملگر جابه‌جایی است. اکنون برای حالت $\rho(t)$ در یک سیستم کوانتومی باز N -بعدی می‌توان معادله دینامیکی اصلی مارکوف (MME) را بصورت زیر نوشت [۳۸]:

$$\dot{\rho}(t) = -i[H(t), \rho(t)] + \frac{1}{2} \sum_{j,k=0}^{N^2-1} \alpha_{jk} \{[F_j \rho(t), F_k^\dagger] + [F_k, \rho(t) F_j^\dagger]\} \quad (10)$$

در این رابطه $\{F_j\}_{j=0}^{N^2-1}$ پایه‌ای را برای فضای عملگرهای خطی محدود در فضای هیلبرت با $I = I_0$ بیان می‌کنند. ماتریس ضرایب $\alpha_{jk} = A$ نیز یک ماتریس مثبت نیمه معین می‌باشد. این مدل در فیدبک کوانتومی مارکوف استفاده می‌شود.

(SME: Stochastic master equation)

در کنترل فیدبک باید اندازه‌گیری پیوسته‌ای بر روی سیستم انجام شده و فیدبک شود. دینامیک سیستم کوانتومی که تحت اندازه‌گیری پیوسته X قرار گرفته است توسط معادله‌ی اتفاقی شروdingر (SSE) بصورت زیر بیان می‌شود [۳۹]:

$$d|\psi\rangle = \{-\kappa(X - \langle X \rangle)^2 dt + \sqrt{2\kappa}(X - \langle X \rangle)dW\}|\psi(t)\rangle \quad (11)$$

که در آن κ پارامتری متناسب با قدرت اندازه‌گیری، $\langle X \rangle$ مقدار چشم‌داشته‌ی عملگر X ، dW متغیر تصادفی گاوی با میانگین صفر و واریانس dt است که رابطه‌ی زیر را با خروجی اندازه‌گیری یعنی y دارد:

$$dy = \langle X \rangle dt + \frac{dW}{\sqrt{8\kappa}} \quad (12)$$

معادله‌ی SSE را می‌توان برای ماتریس چگالی احتمال نیز نوشت که به مدل معادله‌ی اصلی اتفاقی (SME) معروف است [۳۹، ۳۶]:

همیلتونین‌های مستقل از زمان ($k = 1, 2, \dots$) با سیستم کوپل می‌شود، صورت می‌گیرد. بنابراین دینامیک سیستم کنترل شده بصورت زیر بیان می‌شود:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle = [H_0 + \sum_k u_k(t)H_k]|\psi(t)\rangle \quad (3)$$

کاربرد این مدل معمولاً به منظور یافتن زمان $T > 0$ و کنترل‌های قابل قبول $u_k(t) \in \mathbb{R}$ است که سیستم را از حالت اولیه $|\psi_0\rangle$ به حالت دلخواه $|\psi_f\rangle$ ببرد [۳۶].

همیلتونین $H = H_0 + \sum_k u_k(t)H_k$ تبدیل یکانی تحول زمانی $U(t)$ را تعریف می‌کند که انتقال از حالت خالص $|\psi_0\rangle$ به حالت خالص $|\psi(t)\rangle$ را انجام می‌دهد.

$$|\psi(t)\rangle = U(t)|\psi_0\rangle \quad (4)$$

با جایگذاری رابطه‌ی (4) در (3) داریم:

$$i\hbar \dot{U}(t) = [H_0 + \sum_k u_k(t)H_k]U(t), \quad U(0) = I \quad (5)$$

کاربرد این مدل، یافتن تبدیل یکانی مناسب برای رسیدن به مسیر حالت مطلوب می‌باشد [۳۶].

طبق اصل برهم‌نهی حالت‌های کوانتومی [۳۷]، $|\psi(t)\rangle$ را می‌توان بصورت ترکیب خطی از حالت‌های ویژه در \tilde{D} ، یعنی بصورت $|\psi(t)\rangle = \sum_{j=1}^N c_j(t)|\phi_j(t)\rangle$ نوشت و با جایگذاری آن در رابطه (3) و با فرض $C(t) = \{C_1(t), \dots, C_N(t)\}$ داریم:

$$i\hbar \dot{C}(t) = [H_0 + \sum_k u_k(t)H_k]C(t), \quad C_0 = (c_{0j})_{j=1}^N, \quad c_{0j} = \langle \phi_j | \psi_0 \rangle \quad (6)$$

کاربرد این مدل، یافتن ضرایب مسیر حالت مطلوب می‌باشد [۳۶]. رابطه‌های (3)، (5) و (6) همگی مدل دوخطی سیستم کوانتومی با بعد محدود نامیده می‌شوند. این مدل‌ها بطور گسترده در کنترل سیستم‌های کوانتومی بسته مانند سیستم‌های مولکولی، شیمی-فیزیک و سیستم‌های اسپین در NMR و مخصوصاً به منظور کنترل حلقه‌باز استفاده می‌شوند. به عنوان نمونه آقایان D'Alessandro و Dahleh در سال ۲۰۰۱ به طراحی کنترل سیستم $\frac{1}{2}$ اسپین با میدان مغناطیسی ثابت در راستای محور z به کمک میدان‌های مغناطیسی در راستای x و y پرداخته‌اند [۱۲]. بدین منظور ماتریس‌های پاولی بصورت زیر تعریف شده‌اند:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

و سیستم تحت کنترل بصورت زیر در می‌آید:

$$i\dot{U}(t) = [I_z + u_x(t)I_x + u_y(t)I_y]U(t), \quad U(0) = I \quad (8)$$

که در آن $I_x = (1/2)\sigma_x$ ، $u_y(t) \in \mathbb{R}$ ، $u_x(t) \in \mathbb{R}$ و $I_z = (1/2)\sigma_z$ و $I_y = (1/2)\sigma_y$

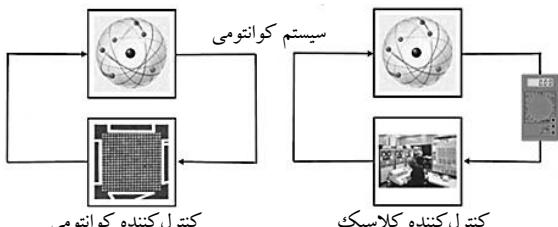
که ماتریس‌های A, B, C و D به ترتیب ماتریس‌های $\mathbb{R}^{n \times n}$ ، $\mathbb{R}^{n_y \times n_x}$ و $\mathbb{R}^{n_y \times n_w}$ و $\mathbb{R}^{n_x \times n_w}$ می‌باشند. ماتریس $x(t) = [x_1(t) \dots x_n(t)]^T$ متغیرهای $x(t)$ است که رابطه‌ی جابه‌جایی اولیه‌ی سیستم $x(0) = x_0$ شامل عملگرهایی است که رابطه‌ی زیر را برآورده می‌کنند:

$$[x_j(0), x_k(0)] = 2i\theta_{jk}, \quad j, k = 1, \dots, n \quad (16)$$

که در آن θ_{jk} اجزاء ماتریس پادمتریارن Θ می‌باشد. برای سادگی ماتریس Θ را به شکل کانونیکال $(J, \dots, J) = \text{diag}(J, \dots, J)$ و یا به شکل $\Theta = \text{diag}(0_{n' \times n'}, J, \dots, J)$ بصورت degenerate canonical درنظرمی‌گیریم که $n' \leq n < 0$. n' تعداد متغیرهای کلاسیک و $J = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ می‌باشد. بردار ω بیان گر بردار ورودی است و بصورت $d\omega(t) = \beta_\omega(t)dt + d\tilde{\omega}(t)$ در نظر گرفته می‌شود که $(t) \tilde{\omega}(t) dt$ بخش مربوط به نویز و $\beta_\omega(t)$ یک پرسه‌ی خودالحاق و تطبیقی می‌باشد [۵۱]. $F_\omega dt$ می‌باشد که در آن ماتریس هرمیتی و مثبت نیمه معین می‌باشد. معادله‌ی (۱۵) می‌تواند سیستم‌های کوانتومی مانند سیستم‌های خطی اپتیک کوانتومی را توصیف کند ولی لزوماً همیشه بیان کننده‌ی معادلات یک سیستم فیزیکی نیست و باید محدودیت‌های دیگری نیز روی آن اعمال شود تا بیان گر یک سیستم فیزیکی قابل تحقق باشد. جزئیات بیشتر در [۵۰] آورده شده است.

۵-۳ شبکه‌های کوانتومی

در مهندسی کنترل علاقه‌مندیم که هر سیستم را بصورت بلوک‌هایی که توسط سیگنال‌های ارتباطی به یکدیگر متصل شده‌اند بیان کنیم (شکل ۱).



شکل ۱: بیان بلوک دیاگرامی از سیستم

این روش بیان، امکان تحلیل و طراحی را برای سیستم‌های پیچیده فراهم می‌کند. در سال ۱۹۸۵ Collett و Gardiner ثئوری میدان‌های ورودی-خروجی الکترومغناطیسی کوانتومی را مطرح کردند که با سیستم مکانیک کوانتومی در برهمکنش قرار می‌گیرد [۵۲]. این مدل برای مهندسین کنترل مناسب‌تر است زیرا سیگنال‌های ورودی و خروجی در رنوس شبکه (همان سیستم) به یکدیگر می‌رسند. در این روش، سیستم بصورت مکانیک کوانتومی در فضای هیلبرت \mathbb{H} و ورودی‌ها و خروجی‌ها بصورت کanal‌های کوانتومی از یک طرف بی‌نهایت، به فرم

$$d\rho = -i[H, \rho]dt - \kappa[X, [X, \rho]]dt + \sqrt{2\kappa}(X\rho + \rho X - 2\langle X \rangle \rho)dW \quad (13)$$

مانند رابطه‌ی (۱۱)، κ پارامتری متناسب با قدرت اندازه‌گیری، $X = \text{tr}(X\rho)$ و dW نیز نمو وینر با میانگین صفر و واریانس dt است و رابطه‌ی زیر را با خروجی اندازه‌گیری یعنی z دارد:

$$dW = dy - 2\sqrt{\kappa}tr(X\rho)dt \quad (14)$$

در معادله‌ی (۱۳)، عبارت $i[H, \rho]dt$ ناشی از تأثیرهای میلتوئین و بقیه عبارات ناشی از انجام اندازه‌گیری پیوسته با قدرت κ در سیستم می‌باشد. حالت ρ در معادله‌ی فوق حالتی شرطی است زیرا در دینامیک آن از اندازه‌گیری استفاده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، انجام اندازه‌گیری در سیستم‌های کوانتومی بر روی مدل سیستم تأثیر می‌گذارد. از لام به ذکر است که معادله‌ی (۱۳)، یک معادله‌ی نوعی SME است و با توجه به فرآیندهای متفاوت در اندازه‌گیری، می‌توان معادلات دیگری نوشت. در دو مقاله [۲۱، ۲۲]، مدل سیستم برای چند حالت مختلف اندازه‌گیری، ذکر شده است.

معادله‌ی SME را می‌توان بصورت معادله‌ی فیلترینگ، از تئوری فیلترینگ کوانتومی بدست آورد. Belavkin از پایه‌گذاران تئوری SME [۴۳-۴۰] و van Handel [۴۴-۴۶] به این موضوع پرداخته‌اند. چگونگی استخراج معادله‌ی SME برای یک سیستم کوانتومی اپتیکی تحت اندازه‌گیری پیوسته در [۴۵] آورده شده است. در اغلب موارد به منظور حل SME از روش‌های عددی استفاده می‌شود. در ساده‌ترین روش Δt بسیار کوچک و یک تولید کننده‌ی اعداد تصادفی برای انتخاب ΔW در هر مرحله درنظر گرفته می‌شود. با استفاده از Δt و ΔW مقدار $\Delta \rho$ محاسبه شده و به مقدار ρ اضافه می‌شود. با این روش یک مسیر خاص تولید می‌شود. هر دنباله‌ای از ΔW مسیر متفاوتی را ایجاد می‌کند و احتمال این که هر مسیر رخ دهد برابر با احتمال آن است که مولڈ اعداد تصادفی آن دنباله را تولید کند. جزئیات بیشتری برای حل عددی SME در مراجع [۴۷] و [۴۸] آمده است. در برخی موارد می‌توان SME را بصورت تحلیلی حل کرد. بدین منظور معادله‌ی اتفاقی خطی سازی شده و در آن از حساب Itô استفاده می‌شود [۳۹]. به عنوان نمونه به مراجع [۴۹، ۳۹] مراجعه کنید.

۴-۳ معادله‌ی دیفرانسیل خطی تصادفی کوانتومی (LQSDE: Linear Quantum Stochastic Differential Equation)

در این مدل از دیدگاه هایزنبرگ به سیستم نگاه شده است. دسته‌ی جالبی از سیستم‌های خطی تصادفی جابه‌جایی ناپذیر را می‌توان توسط معادله‌ی LQSDE زیر توصیف کرد [۵۰]:

$$\begin{aligned} dx(t) &= Ax(t) + Bd\omega(t); \quad x(0) = x_0 \\ dy(t) &= Cx(t) + Dd\omega(t) \end{aligned} \quad (15)$$

عملگر تحول زمانی برای سیستمی که با پارامترهای (S, L, H) عملگر تحول زمانی برای سیستمی که با پارامترهای (S, L, H) توصیف شده است، بصورت

$$dU(t) = \left\{ \text{Tr}[(S - I)d\Lambda^T] + dA^\dagger L - L^\dagger S dA - \frac{1}{2} L^\dagger L dt - iHdt \right\} U(t) = dG(t)U(t) \quad (19)$$

و با شرط اولیه $U(0) = I$ است.

اکنون می‌توان تحول زمانی عملگر X را بصورت $X(t) = j_t(X) = U^\dagger(t)XU(t)$ بیان کرد که در معادله‌ی زیر صدق می‌کند [۵۶]:

$$dX(t) = (\mathcal{L}_{L(t)}(X(t)) - i[X(t), H(t)])dt + dA^\dagger(t)S^\dagger(t)[X(t), L(t)] + [L^\dagger(t), X(t)]S(t)dA(t) + \text{Tr}[(S^\dagger(t)X(t)S(t) - X(t))d\Lambda^T(t)] \quad (20)$$

که در آن همه‌ی عملگرهای با عملگر X یکانی تحول زمانی تغییر می‌کنند، مثلاً $L(t) = j_t(L)$ و $L(t) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{2} L_i^\dagger [X, L_i] \frac{1}{2} [L_i^\dagger, X] L_i\right)$

میدان‌های خروجی نیز با عملگر تحول زمانی تغییر می‌کنند:

$$\tilde{A}(t) = U^\dagger(t)A(t)U(t), \quad \tilde{\Lambda}(t) = U^\dagger(t)\Lambda(t)U(t) \quad (21)$$

و در روابط دیفرانسیل تصادفی کوانتومی زیر صدق می‌کنند:

$$d\tilde{A}(t) = S(t)dA(t) + L(t)dt \quad (22)$$

$$d\tilde{\Lambda}(t) = S^*(t)d\Lambda(t)S^*(t) + S^*(t)dA^*(t)L^T(t) + L^*(t)dA^T(t)S^T(t) + L^*(t)L^T(t)dt$$

اکنون با ساختار تعریف شده برای میدان‌های ورودی، خروجی و تحول زمانی عملگرهای سیستم، می‌توان اتصالات مختلفی را برای زیر سیستم‌ها بیان کرد. اتصالات مختلف را می‌توان بر اساس دو اتصال سری و الحاق (Concatenation) بدست آورد.

الف) اتصال الاحاق

فرض می‌کنیم دو سیستم با پارامترهای $G_1 = (S_1, L_1, H_1)$ و $G_2 = (S_2, L_2, H_2)$ را داریم. پارامترهای اتصال الاحاق دوسیستم (شکل ۲) بصورت زیر خواهد بود:

$$G_1 \boxplus G_2 = \left(\begin{pmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & S_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \end{pmatrix}, H_1 + H_2 \right) \quad (23)$$

و در این صورت سیستم $(S, L, H) = G$ را کاهش‌پذیر گوئیم اگر بتوان آن را بصورت $G_1 \boxplus G_2$ نوشت.

ب) اتصال سری

دو سیستم با پارامترهای $G_2 = (S_2, L_2, H_2)$ و $G_1 = (S_1, L_1, H_1)$ با تعداد کانال‌های یکسان را درنظرگیرید. پارامترهای اتصال سری دو سیستم (شکل ۲) بصورت زیر خواهد بود:

$$G_2 \triangleleft G_1 = \left(S_2 S_1, L_2 + S_2 L_1, H_1 + H_2 + \frac{1}{2i} (L_2^\dagger S_2 L_1 - L_1^\dagger S_2^\dagger L_2) \right) \quad (24)$$

ج) اتصال فیدبک

پارامترهای $G_2 \triangleleft G_1$ برای سیستم فیدبکی که از اتصال خروجی اول به ورودی دوم برای سیستم $G_1 \boxplus G_2$ بدست آمده است بصورت $G_{2 \leftarrow 1} = G_2 \triangleleft G_1$ می‌باشد.

سیگنال‌های میدان کوانتومی مدل می‌شوند. این مسیر توسط دو مقاله‌ی ارزنده در سال ۲۰۰۳ توسط Yanagisawa و Kimura با هدف ارائه‌ی مدلی برای کنترل سیستم‌ها ادامه یافت [۵۴، ۵۳]. در این مقاله‌ها با تعریف ورودی، خروجی و حالت‌های سیستم بصورت عملگر، مدلی از سیستمی متشکل از حرکت میدان الکترومغناطیسی درون یک کاواک (کاواک شامل دو آینه است که در مقابل یکدیگر قرار می‌گیرند) و برهمنکش بین آن‌ها انجام دادند و مدل سیستم بصورت تابع انتقال بیان شده است. روش کار بدین صورت است که به کمک همیلتونین کاواک، میدان الکترومغناطیسی و برهمنکش بین آن‌ها، ماتریس یکانی تحول زمانی سیستم $(U(dt))$ بدست می‌آید. سپس با تعریف a (عملگر پائین‌برنده) به عنوان حالت سیستم، عملگر b_{in} به عنوان ورودی و عملگر b_{out} به عنوان خروجی، b_{out} بر حسب b_{in} بصورت زیر بدست آمده است:

$$\dot{a} = -\frac{\gamma}{2}a - \sqrt{\gamma}b_{in} \quad (17)$$

$$b_{out}(t) = \sqrt{\gamma}a(t) + b_{in}(t)$$

در سال ۲۰۰۸ توسط Gough، Gohm و Yanagisawa، قوانین جبری برای تعیین خصوصیات دینامیکی شبکه‌ای متشکل از سیستم نوسانگر کوانتومی با ورودی-خروجی‌هایی به فرم میدان کوانتومی استخراج شده است [۵۵]. در سال ۲۰۰۹ نیز توسط James Gough و Thorvald James شبکه‌های فیدبک کوانتومی بصورت عام‌تر مطرح شد [۵۶] و همچنین صورت کلی آن بر مبنای فرمول‌بندی همیلتونی بیان شد [۵۷].

طرح کلی مطرح شده برای شبکه‌ای کوانتومی بدین صورت است که یک سیستم کوانتومی باز با چند میدان به عنوان کانال‌های ورودی-خروجی را می‌توان بوسیله‌ی $G = (S, L, H)$ نمایش داد که در آن یک S یک ماتریس مربعی با خصوصیت $S, SS^\dagger = S^\dagger S = I$ برداری سنتوی با درایه‌های عملگری و H عملگری خودالحاقی است. به کمک S و L که به ترتیب ماتریس پراکندگی و بردار کوپلینگ نامیده می‌شوند، ارتباط بین سیستم و میدان ورودی بیان می‌شود و H نیز همیلتونین سیستم است که در واقع بیان گر انرژی داخلی سیستم است. به کمک این ساختار می‌توان سیستم‌های مختلف را بیان کرد به عنوان مثال اسیلاتور هارمونی G بسته بصورت $(-, -, \omega a^* a)$ ، کاواک بصورت $(I, \sqrt{\gamma}a, \Delta a^* a)$ و پرتوشکن (Beamsplitter) بصورت $(\beta, -\alpha, \alpha, \beta)$ می‌باشد. کانال‌های ورودی بصورت n کانال میدانی A با فرآیند پیمانه‌ای Λ مربوط به آن بصورت زیر بیان می‌شوند:

$$A = \begin{bmatrix} A_1 \\ \vdots \\ A_n \end{bmatrix}, \quad \Lambda = \begin{bmatrix} A_{11} & \cdots & A_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{n1} & \cdots & A_{nn} \end{bmatrix} \quad (18)$$

که در آن A_{ij} بیان گر نابودی یک فوتون در کانال j و تولید یک فوتون در کانال i می‌باشد. این فرآیندها کانونیک فرض می‌شوند بدین معنا که دارای حاصل ضرب‌های مرتبه‌ی دوم بصورت $dA_{jk}(t)dA_l(t)^* = \delta_{kl}dA_j(t)^*$ ، $dA_j(t)dA_k(t)^* = \delta_{jk}dt$ ، $dA_{jk}(t)dA_{lm}(t) = \delta_{kl}dA_{jm}(t)$ و $dA_j(t)dA_{kl}(t) = \delta_{jk}dA_l(t)$ می‌باشند که به ضرب‌های Ito معروف هستند. معادله‌ی شرودینگر برای

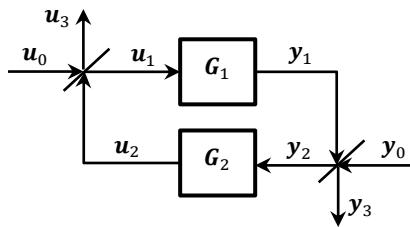
تعویف ۱-۱ سیستم تصادفی G به همراه سیگنال‌های تصادفی ورودی u و خروجی y را دارای بهره‌ی مربعی میانگین g گوئیم اگر رابطه‌ی زیر برقرار باشد:

$$E\left(\int_0^t |y(s)|^2 ds\right) \leq E\left(\mu + \lambda t + g^2 \int_0^t |u(s)|^2 ds\right) \quad (25)$$

که در آن $0 \leq \lambda \leq \mu$ ثابت‌های غیرمنفی می‌باشند.

۱-۴ قضیه بهره کوچک در شبکه‌های اپتیک کوانتومی

با توجه به مقدمه‌ی کوتاه مطرح شده، می‌توان قضیه‌ی بهره کوچک را برای شبکه‌های کوانتومی مانند شکل ۴ مطرح کرد.



شکل ۴: شبکه‌ی فیدبک کوانتومی

سیگنال‌های شبکه‌ی کوانتومی بصورت میدان‌های همدوس به فرم زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$U_0(t) = \int_0^t \beta_{u_0}(s) ds + B_{u_0}(t) \quad (26)$$

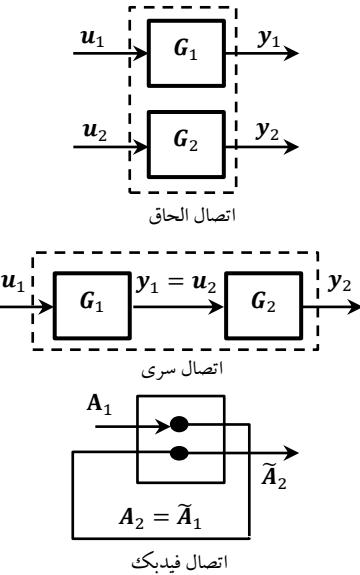
$$Y_0(t) = \int_0^t \beta_{y_0}(s) ds + B_{y_0}(t) \quad (27)$$

که در این روابط β_{u_0} و β_{y_0} مقادیر عملگری و B_{u_0} و B_{y_0} میدان خلاء می‌باشد که به فرم یک فرآیند وینر کلاسیک است. همچنین برای هر زیرسیستم رابطه‌ی بهره‌ی میانگین مربعی بصورت $\mu + \|\beta_y\|_t^2 \leq \|\beta_y\|_t^2$ برقرار است. پرتوشکن‌ها نیز دارای پارامتر تضعیفی برابر $\lambda t + g^2 \|\beta_u\|_t^2$ می‌باشند. در این صورت نسخه‌ی کوانتومی قضیه‌ی بهره کوچک می‌گوید که شبکه‌ی شکل ۴ پایدار است اگر $1 < \delta_A \delta_B g_A g_B$ باشد [۵۹]. در مرجع [۵۹] بهره برای تعدادی از سیستم‌های کوانتومی اپتیکی محاسبه و قضیه‌ی فوق اثبات شده است.

۵- کنترل پذیری

کنترل پذیری از مباحث بنیادین در سیستم‌های کوانتومی است. کنترل پذیری یانگر آن است که آیا می‌توان سیستم کوانتومی را به حالت دلخواه منتقل کرد. مسئله کنترل پذیری به دلیل ارتباط نزدیک با جامعیت محاسبات کوانتومی و امکان پذیری تبدیلات اتمی یا مولکولی از نظر عملی اهمیت فراوانی دارد. به عنوان نمونه در [۶۰] اثبات شده است که جامعیت اجزاء در محاسبات کوانتومی توسط معیاری مشخص که یانگر

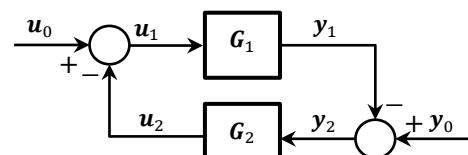
با کمک این نوع مدل‌سازی سیستم و اتصالات مختلف مطرح شده می‌توان مدل شبکه‌های کوانتومی را بدست آورده و در آنالیز و طراحی کنترل کننده از آن استفاده کرد که نمونه‌هایی از آن در [۵۸، ۵۵] آمده است.



شکل ۲: اتصالات مختلف زیرسیستم‌ها

۴- پایداری

برای بررسی پایداری سیستم‌های دینامیکی روش‌های مختلفی مانند محل قطب‌های سیستم، معیار نایکوپیست، مکان هندسی ریشه‌ها برای سیستم‌های SISO و روش لیاپانوف در فضای حالت مطرح شده است که در کتاب‌های کنترل موجود است. روش دیگر، روش بهره کوچک است که از مشخصات ورودی-خروجی سیستم برای بررسی پایداری استفاده می‌کند. این روش به جای این که به جزئیات داخلی سیستم پردازد، از خواص ورودی-خروجی زیرسیستم‌ها برای بررسی پایداری شبکه استفاده می‌کند و درنتیجه برای سیستم‌های پیچیده مناسب‌تر است و به همین دلایل برای بررسی پایداری سیستم‌های کوانتومی از این قضیه استفاده شده است. در این قضیه به هر زیرسیستم بهره‌ی غیرمتغیر بازمان g نسبت داده می‌شود و شرط پایداری برای شبکه شکل ۳ آن است که بهره‌ی حلقه، کوچک‌تر از یک باشد.



شکل ۳: شبکه فیدبک

بهره‌ی هر سیستم نیز به کمک تعريف زیر بدست می‌آید:

می‌گویند اگر $S_{\mathcal{E}}^{N-1} \mathcal{R}(|\phi_i\rangle) = |\phi_1\rangle, \dots, |\phi_N\rangle$ که در آن $|\phi_N\rangle$ بردارهای ویژه همیلتونین آزاد H_0 می‌باشند [۶۳].

۵-۲ معیارهای کنترل‌پذیری در سیستم‌های بسته

در دو قضیه‌ای که در ادامه ذکر خواهد شد، معیارهایی برای سنجش کنترل‌پذیری خالص و کنترل‌پذیری عملگری بر حسب جبری متناظر با مدل سیستم ارائه شده است.

قضیه ۱- سیستم کوانتومی با مدل دوخطی $= i \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle \langle \psi(t)|$ ، کنترل‌پذیری حالت خالص است اگر و فقط اگر جبری دینامیکی \mathcal{L}_0 متناظر با آن یکی از شرایط زیر را داشته باشد: $1 - \mathcal{L}_0 = su(N)$ -۲ $\mathcal{L}_0 = su(N)$ مزدوج مختلط $sp(\frac{N}{2})$ که $sp(\frac{N}{2})$ یک گروه همتافته $N/2$ بُعدی است؛ $3 - \mathcal{L}_0 = u(N)$ (iv).

قضیه ۲- سیستم کوانتومی با مدل دوخطی $= [H_0 + \sum_k u_k(t)H_k]U(t)$ که $\tilde{\mathcal{L}}_0 = \text{span}\{i\mathbf{1}_{N \times N}\} \oplus \tilde{\mathcal{L}}$ مزدوج مختلط $sp(\frac{N}{2})$ است [۶۲].

از این دو قضیه مشخص می‌شود که کنترل‌پذیر عملگر، قوی‌تر از

کنترل‌پذیری حالت خالص است و از تعاریف ارائه شده نیز مشخص می‌شود که کنترل‌پذیری حالت خالص قوی‌تر از کنترل‌پذیری حالت ویژه است. لازم به ذکر است که تفاوت $\mathcal{L}_0 = su(N)$ و $\mathcal{L}_0 = u(N)$ در کنترل‌پذیری کامل این است که اگر $\mathcal{L}_0 = su(N)$ باشد، کنترلی روی

فازِ حالت نخواهیم داشت [۱۴]. با توجه به این که فازِ حالت از نظر فیزیکی مفهومی ندارد، در بسیاری از موارد کاربردی مشکلی نخواهیم داشت ولی در کنترل محاسبات کوانتومی که فاز اهمیت دارد، باید $\mathcal{L}_0 = u(N)$ باشد. لم زیر چک کردن این شرط را کمی ساده‌تر می‌کند: **لم ۱** [۱۴]: اگر \mathcal{L}_0 شامل $su(N)$ باشد و $0 \neq \text{Trace}(H_0)$ باشد، آنگاه

$$\mathcal{L}_0 = su(N) \oplus u(1) \simeq u(N)$$

Schirmer و همکاران در [۱۴] به ساده‌سازی بیشتر شرط فوق بر اساس ماتریس‌های پایه در حالت‌های خالص پرداخته‌اند. F_u و همکاران نیز در [۶۴] به بررسی کنترل‌پذیری و ساده‌سازی شرط آن در حالت‌های مختلف پرداخته‌اند و چند حالت کنترل‌پذیر را مطرح نموده‌اند.

برای محاسبه‌ی معیار کنترل‌پذیری، الگوریتم‌هایی نیز ارائه شده است. در [۱۳] به بررسی کنترل‌پذیری سیستم‌های مولکولی با مدل $A = AU(t) + \sum_{i=1}^m u_i(t)B_iU(t)$ که در آن A توصیف ماتریسی متناظر با همیلتونین داخلی و B_i توصیف متناظر با همیلتونین محیط می‌باشد، پرداخته شده و الگوریتمی برای آن ارائه شده است. بدین منظور جبری I شامل تمام ترکیبات خطی و براکت‌های B_m, B_1, \dots, B_1, A ، جبری I_0 شامل تمام ترکیبات خطی و براکت‌های B_m, B_1, \dots, B_1, G و براکت‌های آن‌ها با A و G گروه‌ی محیط تعريف شده است. در اینصورت اگر بُعد I با G برابر باشد و G فشرده باشد، آنگاه سیستم مورد نظر کنترل‌پذیر است. برای تعیین کنترل‌پذیری با این فرض، نیاز به الگوریتمی برای تعیین

کنترل‌پذیری سیستم کنترلی مربوطه می‌باشد، بیان می‌شود. این معیار می‌تواند برای طراحی کنترل کننده نیز استفاده شود. در [۱۳] نیز آنالیز کنترل‌پذیری سیستم‌های مولکولی انجام شده است و کمترین فایده‌ی آن بررسی امکان تحقق ذکر شده است. بدین منظور مفاهیم متفاوت کنترل‌پذیری حالت خالص، کنترل‌پذیری کامل، کنترل‌پذیری حالت ویژه و کنترل‌پذیری جنبشی تعریف شده است [۱۰، ۶۱]. در [۶۲] مفاهیم مختلف کنترل‌پذیری و بعضی از قضاای مربوطه بطور عمیق بررسی شده است. بطور کلی تحقیقات انجام شده در این زمینه را می‌توان به دو دسته‌ی سیستم‌های با ابعاد محدود و نامحدود تقسیم کرد [۳۶].

در دسته‌ی سیستم‌های با ابعاد محدود تعدادی از محققین روش‌های مبتنی بر گروه‌های لی و جبر لی را در پیش گرفته‌اند. در این حالت معیار کنترل‌پذیری سیستم بر اساس ساختار و رتبه‌ی گروه و جبری مربوطه بیان می‌شود. این روش برای سیستم‌های کوانتومی تعیین داد. مشکل این روش‌ها آن است که با افزایش بُعد سیستم، پیچیدگی محاسبات افزایش می‌باشد. برای رفع این مشکل گروهی دیگر روش‌های کنترل‌پذیری بر مبنای ثئوری گراف را ارائه نموده‌اند.

بررسی کنترل‌پذیری در سیستم‌های با بعدی بیانیت یا سیستم‌های باز، بسیار پیچیده‌تر است و کارهای محدودی در این مورد انجام شده است. این مبحث هنوز به عنوان یک مسئله‌ی باز برای تحقیقات بیشتر مطرح می‌باشد.

۵-۱ مفاهیم کنترل‌پذیری

گوی واحد N بُعدی مختلط را با \mathcal{E} جبری تولید شده توسط عملگرهای $\{-iH_K, -iH_0, \dots, -iH_1\}$ را با \mathcal{L}_0 و همهی حالت‌های قابل دسترسی از $|\psi\rangle$ را با $\mathcal{R}(|\psi\rangle)$ نمایش می‌دهیم. $(U(N), SU(N))$ U بیانگر گروه یکانی (گروه یکانی خالص) N بُعدی و $u(N)$ ($su(N)$) جبری مربوط به آن‌ها می‌باشد. اکنون به تعریف مفاهیم مختلف کنترل‌پذیری می‌پردازیم.

تعاریف ۲- کنترل‌پذیری حالت خالص (در بعضی از مقالات کنترل‌پذیری تابع موج نامیده می‌شود): سیستم با مدل دوخطی $= [H_0 + \sum_k u_k(t)H_k]|\psi(t)\rangle = i \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle$ را کنترل‌پذیر حالت خالص می‌گویند اگر برای هر جفت حالت اولیه $(|\psi_0\rangle, |\psi_1\rangle)$ تابع کنترل $\{u_k(t)\}$ و زمان $T > 0$ وجود داشته باشد که $(|\psi(T)\rangle) = (|\psi_1\rangle)$.

تعاریف ۳- کنترل‌پذیری عملگر (در حالت یکانی در بعضی از مقالات کنترل‌پذیری کامل نامیده می‌شود): سیستم با مدل دوخطی $= [H_0 + \sum_k u_k(t)H_k]U(t)$ را کنترل‌پذیر عملگر می‌گویند اگر به ازای هر $(U_f \in U(N)$ یا $SU(N)$) تابع کنترل $\{u_k(t)\}$ وجود داشته باشد که عملگر یکانی U را از I به U_f ببرد [۱۰].

تعاریف ۴- کنترل‌پذیری حالت ویژه: سیستم با مدل دوخطی $= [H_0 + \sum_k u_k(t)H_k]|\psi(t)\rangle = i \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle$ را کنترل‌پذیر حالت ویژه

ایثات قضیه فوق در [۱۶] آمده است. در [۱۵] نشان داده شده است که شرایط ۲ و ۳ را می‌توان کمی ساده‌تر کرد. همچنین در صورت اضافه شدن یک حالت ویژه جدید به سیستم، چک کردن کنترل پذیری خالص سیستم جدید، ساده می‌باشد.

۳-۵ معیار کنترل پذیری در سیستم‌های باز

بسیاری از سیستم‌های کوانتومی، مخصوصاً سیستم‌های با طیف پیوسته، دارای بُعد بی‌نهایت می‌باشند. وجود ناحیه‌ی آنالیتیک چگال و شرایطی بر روی جبری مربوط به آن، از شرایط کافی کنترل پذیری این سیستم‌ها بیان شده است [۶۶، ۶۷]. تحقیقات در این زمینه همچنان ادامه دارد.

۶- بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله مرور و مقایسه‌ای بر دینامیک و مدل‌های مختلف سیستم‌های کوانتومی صورت گرفته و کاربردهای آن‌ها ذکر شد. مدل BLM و صورت‌های مختلف آن بر مبنای معادله شروdonگر بنا شده است و اعمال کنترل به سیستم نیز از طریق همیلتونین‌های خارجی (مانند میدان مغناطیسی) انجام می‌شود. این مدل برای طراحی کنترل کننده‌های حلقه‌باز استفاده می‌شود. مزیت BLM سادگی آن در طراحی کنترل کننده، نداشتن محاسبات آنی و امکان پیاده‌سازی عملی ساده می‌باشد. مدل MME برای بیان دینامیک سیستم باز در برهمکنش با محیط استفاده می‌شود و در فیدبک کوانتومی مارکوف استفاده می‌شود. مدل SME و نسخه‌ی خطی آن یعنی LQSDE برای سیستم‌های حلقه بسته مطرح شده‌اند. در این مدل‌ها، یک دینامیک تصادفی برای سیستم، تحت اندازه‌گیری پیوسته در نظر گرفته شده است و می‌تواند در کنترل حلقه بسته مورد استفاده قرار گیرد. به کمک SME و مخصوصاً LQSDE امکان صورت‌های مختلف فیدبک شامل اندازه‌گیری کلاسیکی - کنترل کننده کلاسیکی، اندازه‌گیری کوانتومی - کنترل کننده کوانتومی و اندازه‌گیری کوانتومی - کنترل کننده کوانتومی همراه با برهمکنش بین سیستم و کنترل کننده مهیا می‌شود. همچنین با حل معادله SME می‌توان کنترل کننده را بدست آورد. مدل SME و LQSDE بطور گسترده به منظور کنترل سیستم‌های کوانتومی استفاده شده‌اند. مشکل اصلی معادله SME حل پیچیده‌ی آن و نیاز به حجم محاسبات بالا بصورت زمان‌واقعی در زمان بسیار کوتاه از مرتبه زمان‌های اتمی می‌باشد. شبکه‌های کوانتومی در کنترل همدوس (مخصوصاً در سیستم‌های اپتیک کوانتومی) مطرح شده‌اند. در این مبحث، سیستم‌ها بصورت بلوک‌هایی مطرح می‌شوند که میدان‌های مغناطیسی، سیگنال‌ها را بین آن‌ها جابه‌جا می‌کنند. سپس، سعی شده است تا با ارائه قوانین جبری ساده، مدل سیستم‌های حاصل از اتصال زیرسیستم‌ها به یکدیگر و برهمکنش بین آن‌ها براساس مدل زیرسیستم‌ها و اتصالات بین آن‌ها بیان شود. در شبکه‌های کوانتومی اتصالات مختلفی مانند اتصال سری، فیدبک و اتصال الحاقی مطرح شدند.

بعد \mathcal{I} داریم. بُعد \mathcal{I}_0 برابر با \mathcal{I} و یا یکی کمتر از آن است. بنابراین می‌توان با تعیین \mathcal{I}_0 راجع به کنترل پذیری اظهارنظر کرد. برای تعیین \mathcal{I}_0 هر ماتریس A و B_i را بصورت برداری در R^{N^2} درنظر گرفته و مراحل زیر برای یافتن \mathcal{I}_0 انجام شده است:

- بردارهای متناظر با B_i نرم‌الیزه می‌شوند.
- به مجموعه‌ی بدست آمده، حاصل برآکت لی اعضا با یکدیگر و همچنین حاصل برآکت لی آن‌ها با A اضافه می‌شود.
- اگر رتبه مجموعه‌ی بدست آمده در مرحله‌ی ۱ و ۲ با هم برابر باشند، آنگاه مجموعه‌ی بدست آمده در مرحله‌ی ۱ همان \mathcal{I}_0 است. در غیراین صورت مرحله ۴ انجام می‌شود.
- نمایشی جدید را به عنوان مجموعه‌ی اولیه در ۱ جایگزین کرده و مراحل فوق تکرار می‌شود.

الگوریتم‌های مشابه دیگری در [۱۴، ۶۲، ۶۵] ارائه شده است.

روش‌هایی که تاکنون مطرح شدند بر مبنای جبر و گروه لی به بررسی کنترل پذیری می‌پرداختند. با افزایش بُعد سیستم، میزان محاسبات روش‌های فوق افزایش چشم‌گیری دارند [۱۵]. برای رفع این مشکل روش‌هایی مبتنی بر نظریه گراف مطرح شده‌اند. Rabitz و Turinici در [۱۵، ۱۶] با فرض روش جadasازی متغیرها و با جایگذاری $|\psi(t)\rangle = \sum_{j=1}^N c_j(t)|\phi_j\rangle$ در معادله شرودینگر $i\frac{\partial}{\partial t}|\psi(t)\rangle = [H_0 + \sum_k u_k(t)H_k]|\psi(t)\rangle$ است عمل کنترل صورت گیرد به مدل زیر رسیده‌اند:

$$i\dot{C} = AC(t) + u(t)BU(t), C_0 = (c_{0j})_{j=1}^N \quad (28)$$

که در آن $C(t) = \{c_1, \dots, c_N\}$ و همچنین A و B به ترتیب توصیف ماتریس همیلتونین داخلی و برهمکنشی سیستم می‌باشند. سپس به هر V سیستم گراف $(V, E) = G$ را نسبت داده‌اند که در آن مجموعه‌ی V متناظر با $|\phi_i\rangle$ و مجموعه‌ی E متناظر با جفت حالت‌های ویژه هستند که توسط B به یکدیگر مرتبط شده‌اند.

$$G(V, E): V = \{|\phi_1\rangle, \dots, |\phi_N\rangle\}, E = \{(|\phi_i\rangle, |\phi_j\rangle); i < j, B_{ij} \neq 0\} \quad (29)$$

با فرض این که اجزاء متصل به هم در گراف فوق بصورت $\lambda_i (i = 1, \dots, N)$ $G_k = (V^k, E^k), k = 1, \dots, K$ نمادگذاری شوند و مقادیر ویژه ماتریس A و $(\omega_{ij} = \lambda_i - \lambda_j, i, j = 1, \dots, N)$ باشد، آن‌گاه قضیه زیر وضعیت کنترل پذیری سیستم را مشخص می‌کند:

قضیه ۳ - اگر شرایط زیر برقرار باشد آنگاه سیستم رابطه‌ی کنترل پذیر خالص است [۱۶، ۱۵]:

- گراف G یک گراف متصل باشد؛ یعنی $K = 1$
- گراف G مسیرهای چندگانه نداشته باشد؛ $\forall (i, j) \neq (a, b), B_{ij} \neq 0, B_{ab} \neq 0 \Rightarrow \omega_{ij} \neq \omega_{ab}$
- برای هر $\omega_{ij} \neq 0, i, j, a, b = 1, \dots, N$ آن‌گاه عدد $(\frac{\omega_{ab}}{\omega_{ij}}, i, j, a, b = 1, \dots, N)$ کسری است.

نسخه‌ی کوانتومی قضیه‌ی بهره کوچک نیز در صورتی که بهره‌ی حلقه کمتر از واحد باشد، شبکه‌ی کوانتومی پایدار خواهد بود. مفهوم کنترل‌پذیری بهویژه در کنترل حلقه‌باز از همیت فوق العاده‌ای برخوردار است. کنترل‌پذیری، امکان‌پذیری انجام تبدیلات اتمی و مولکولی را مشخص می‌کند. مفاهیم مختلف کنترل‌پذیری به ترتیب محافظه‌کاری بیشتر شامل کنترل‌پذیری حالت خالص، کنترل‌پذیری عملگر و کنترل‌پذیری حالت ویژه و قضایایی که بررسی کنترل‌پذیری سیستم‌های کوانتومی را برعهده داشتند، مطرح شدند.

که دیگر اتصالات نیز به کمک آن‌ها قابل بیان است. مقایسه‌ای بین مدل‌های مختلف در جدول ۱ آمده است.

پایداری از مفاهیم اساسی در کنترل است و روش‌های مختلفی برای اثبات پایداری سیستم‌های کلاسیکی وجود دارد ولی با توجه به این که حالت‌های سیستم و سیگنال‌های ورودی-خروجی در سیستم‌های کوانتومی بصورت تصادفی می‌باشند، مناسب‌ترین راه برای بررسی پایداری در سیستم‌های کوانتومی استفاده از قضیه بهره کوچک است. در

جدول ۱: مقایسه‌ی مدل‌های مختلف برای سیستم‌های کوانتومی

مدل سیستم	نوع سیستم	نوع فیدبک	توضیحات	کاربردهای عملی
BLM	سیستم‌های بسته با بعد محدود	حلقه‌باز	رسیدن به حالت خالص مطلوب تعیین ضرایب مسیر حالت مطلوب امکان پیاده‌سازی عملی ساده نیاز نبودن به محاسبات زمان واقعی در نظر نگرفتن اثر برهمکنش محیط بر سیستم و امکان‌پذیر نبودن طراحی کنترل کننده مقاوم	سیستم‌های شیمی-فیزیک واکنش‌های شیمیایی NMR
MME	سیستم‌های باز	فیدبک کوانتومی مارکوف	بیان گر مدل سیستم باز در برهمکنش با محیط است	سیستم‌های اپتیک کوانتومی
SME	سیستم‌های باز	حلقه بسته، فیلترینگ	بیان گر مدل سیستم باز تحت اندازه‌گیری پیوسته حل پیچیده نیاز به حجم محاسبات زیاد بصورت زمان واقعی در زمان بسیار کوتاه	مخابرات کوانتومی Qubit کامپیوترهای کوانتومی اندازه‌گیری‌های دقیق کوانتومی
LQSDE	سیستم‌های باز	حلقه بسته	بیان گر مدل سیستم باز تحت اندازه‌گیری پیوسته بصورت خطی در دیدگاه هایزنبرگ است بر مبنای مدل SME می‌باشد امکان طراحی کنترل کننده مقاوم H_{∞}	سیستم‌های خطی اپتیک کوانتومی مخابرات کوانتومی اپتیکی
شبکه‌های کوانتومی	سیستم‌های باز	کنترل حلقه بسته، بیان ورودی-خروجی، اتصال زیرسیستم‌ها	بیان سیستم بصورت ورودی-خروجی اتصالات مختلف زیرسیستم‌ها یافتن مدل سیستم کلی بر مبنای مدل SME می‌باشد	کنترل همدوس سیستم‌های اپتیک کوانتومی

- [5] S. H. Tersigni, P. Gaspard, and S. A. Rice, "On using shaped light pulses to control the selectivity of product formation in a chemical reaction: An application to a multiple level system," *The Journal of chemical physics*, vol. 93, p. 1670, 1990.
- [6] A. P. Peirce, M. A. Dahleh, and H. Rabitz, "Optimal control of quantum-mechanical systems: Existence, numerical approximation, and applications," *Physical Review A*, vol. 37, p. 4950, 1988.
- [7] M. Dahleh, A. Peirce, and H. Rabitz, "Optimal control of uncertain quantum systems," *Physical Review A*, vol. 42, p. 1065, 1990.

مراجع

- [1] M. Planck, "On the law of distribution of energy in the normal spectrum," *Annalen der Physik*, vol. 4, p. 1, 1901.
- [2] S. Gasiorowicz, *Quantum Physics*, 3 ed.: John Wiley & Sons, 2003.
- [3] E. R. M. and R. R., *Quantum Physics of atoms, molecules, solids, nuclei and particles*: John Wiley & Sons, 1974.
- [4] R. T. Weidner and R. L. Sells, *Elementary Modern Physics*, 2 ed.: Allyn and Bacon, 1973.

- [25] W. Nagourney, J. Sandberg, and H. Dehmelt, "Shelved optical electron amplifier: observation of quantum jumps," *Physical Review Letters*, vol. 56, pp. 2797-2799, 1986.
- [26] J. Bergquist, R. G. Hulet, W. M. Itano, and D. Wineland, "Observation of quantum jumps in a single atom," *Physical Review Letters*, vol. 57, pp. 1699-1702, 1986.
- [27] J. Dalibard, Y. Castin, and K. Mølmer, "Wavefunction approach to dissipative processes in quantum optics," *Physical Review Letters*, vol. 68, pp. 580-583, 1992.
- [28] H. Carmichael, "An open systems approach to quantum optics," 1993.
- [29] A. C. Doherty, S. Habib, K. Jacobs, H. Mabuchi, and S. M. Tan, "Quantum feedback control and classical control theory," *Physical Review A*, vol. 62, 2000.
- [30] H. Wiseman, "Quantum theory of continuous feedback," *Physical Review A*, vol. 49, p. 2133, 1994.
- [31] H. Wiseman and G. Milburn, "Quantum theory of optical feedback via homodyne detection," *Physical Review Letters*, vol. 70, pp. 548-551, 1993.
- [32] J. P. Dowling and G. J. Milburn, "Quantum technology: the second quantum revolution," *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 361, p. 1655, 2003.
- [33] H. Mabuchi and N. Khaneja, "Principles and applications of control in quantum systems," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 15, pp. 647-667, 2005.
- [34] R. M. Murray, K. J. Astrom, S. P. Boyd, R. W. Brockett, and G. Stein, "Future directions in control in an information-rich world," *Control Systems Magazine, IEEE*, vol. 23, pp. 20-33, 2003.
- [35] J. J. Sakurai, *Modern Quantum Mechanics*: Addison-Wesley Publishing Company, 1994.
- [36] D. Dong and I. R. Petersen, "Quantum control theory and applications: a survey," *Iet Control Theory and Applications*, vol. 4, pp. 2651-2671, 2010.
- [37] P. Dirac, "The Principles of Quantum Mechanics, (Revised)," ed: Clarendon Press, Oxford, 1958.
- [38] H. P. Breuer and F. Petruccione, *The theory of open quantum systems*: Oxford University Press, USA, 2002.
- [39] K. Jacobs and D. A. Steck, "A straightforward introduction to continuous quantum measurement," *Contemporary Physics*, vol. 47, pp. 279-303, 2006.
- [40] V. P. Belavkin and M. Guta, *Quantum Stochastics and Information Statistics, Filtering and Control*: World Scientific Publishing, 2008.
- [41] V. Belavkin, "Continuous non-demolition observation quantum filtering and optimal estimation," *Quantum Aspects of Optical Communications*, pp. 151-163, 1991.
- [8] R. S. Judson and H. Rabitz, "Teaching lasers to control molecules," *Physical Review Letters*, vol. 68, pp. 1500-1503, 1992.
- [9] W. S. Warren, H. Rabitz, and M. Dahleh, "Coherent control of quantum dynamics: the dream is alive," *Science*, vol. 259, p. 1581, 1993.
- [10] F. Albertini and D. D'Alessandro, "Notions of controllability for bilinear multilevel quantum systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 48, pp. 1399-1403, 2003.
- [11] D. D'Alessandro, "Constructive Decomposition of the Controllability Lie Algebra for Quantum Systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 55, pp. 1416-1421, Jun 2010.
- [12] D. D'Alessandro and M. Dahleh, "Optimal control of two-level quantum systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 46, pp. 866-876, 2001.
- [13] V. Ramakrishna, M. V. Salapaka, M. Dahleh, H. Rabitz, and A. Peirce, "Controllability of molecular systems," *Physical Review A*, vol. 51, p. 960, 1995.
- [14] S. G. Schirmer, H. Fu, and A. I. Solomon, "Complete controllability of quantum systems," *Physical Review A*, vol. 63, 2001.
- [15] G. Turinici and H. Rabitz, "Quantum wavefunction controllability," *Chemical Physics*, vol. 267, pp. 1-9, 2001.
- [16] G. Turinici and H. Rabitz, "Wavefunction controllability for finite-dimensional bilinear quantum systems," *Journal of Physics A: Mathematical and General*, vol. 36, p. 2565, 2003.
- [17] N. Khaneja, R. Brockett, and S. J. Glaser, "Time optimal control in spin systems," *Physical Review A*, vol. 63, p. 032308, 2001.
- [18] Y. Yamamoto, N. Imoto, and S. Machida, "Amplitude squeezing in a semiconductor laser using quantum nondemolition measurement and negative feedback," *Physical Review A*, vol. 33, p. 3243, 1986.
- [19] H. Haus and Y. Yamamoto, "Theory of feedback-generated squeezed states," *Physical Review A*, vol. 34, p. 270, 1986.
- [20] J. Shapiro, G. Saplakoglu, S. T. Ho, P. Kumar, B. Saleh, and M. Teich, "Theory of light detection in the presence of feedback," *JOSA B*, vol. 4, pp. 1604-1620, 1987.
- [21] B. Qi, "On the quantum master equation under feedback control," *Science in China Series F: Information Sciences*, vol. 52, pp. 2133-2139, 2009.
- [22] B. Qi and L. Guo, "Is measurement-based feedback still better for quantum control systems?," *Systems & Control Letters*, vol. 59, pp. 333-339, 2010.
- [23] H. M. Wiseman and G. J. Milburn, *Quantum Measurement And Control* Cambridge University Press, 2010.
- [24] R. J. Cook and H. Kimble, "Possibility of direct observation of quantum jumps," *Physical Review Letters*, vol. 54, pp. 1023-1026, 1985.

- [58] M. R. James and J. E. Gough, "Quantum Dissipative Systems and Feedback Control Design by Interconnection," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 55, pp. 1806-1821, 2010.
- [59] C. D'Helon and M. R. James, "Stability, gain, and robustness in quantum feedback networks," *Physical Review A*, vol. 73, p. 053803, 2006.
- [60] V. Ramakrishna and H. Rabitz, "Relation between quantum computing and quantum controllability," *Physical Review A*, vol. 54, pp. 1715-1716, 1996.
- [61] C. B. Zhang, D. Y. Dong, and Z. H. Chen, "Control of non-controllable quantum systems: a quantum control algorithm based on Grover iteration," *Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics*, vol. 7, p. S313, 2005.
- [62] D. D'Alessandro, *Introduction to Quantum Control and Dynamics*: Chapman & Hall/CRC, 2008.
- [63] M. A. Nielsen and I. L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information*, 1st ed.: Cambridge University Press, 2000.
- [64] H. Fu, S. G. Schirmer, and A. I. Solomon, "Complete controllability of finite-level quantum systems," *Journal of Physics a-Mathematical and General*, vol. 34, pp. 1679-1690, 2001.
- [65] C. Altafini, "Controllability of quantum mechanical systems by root space decomposition of $\mathfrak{su}(N)$," *Journal of Mathematical Physics*, vol. 43, p. 2051, 2002.
- [66] R. V. Mendes and V. I. Man'ko, "On the problem of quantum control in infinite dimensions," *Journal of Physics a-Mathematical and Theoretical*, vol. 44, 2011.
- [67] R. B. Wu, T. J. Tarn, and C. W. Li, "Smooth controllability of infinite-dimensional quantum-mechanical systems," *Physical Review A*, vol. 73, p. 012719, 2006.
- [42] V. P. Belavkin, "Quantum Stochastic Calculus and Quantum Nonlinear Filtering," *Journal of Multivariate Analysis*, vol. 42, pp. 171-201, 1992.
- [43] V. P. Belavkin, "Measurement, filtering and control in quantum open dynamical systems," *Reports on Mathematical Physics*, vol. 43, pp. 405-425, 1999.
- [44] R. van Handel, J. K. Stockton, and H. Mabuchi, "Feedback control of quantum state reduction," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 50, pp. 768-780, 2005.
- [45] R. van Handel, J. K. Stockton, and H. Mabuchi, "Modelling and feedback control design for quantum state preparation," *Journal of Optics B-Quantum and Semiclassical Optics*, vol. 7, pp. S179-S197, 2005.
- [46] R. v. Handel, "Filtering, Stability, and Robustness," PhD, California Institute of Technology, 2007.
- [47] P. E. Kloeden, E. Platen, and H. Schurz, *Numerical solution of SDE through computer experiments* vol. 1: Springer Verlag, 1994.
- [48] J. Temme, "Numerical solution of stochastic differential equations," M.Sc., Wien university, Wien, 2009.
- [49] K. Jacobs and P. Knight, "Linear quantum trajectories: Applications to continuous projection measurements," *Arxiv preprint quant-ph/9801042*, 1998.
- [50] M. R. James, H. I. Nurdin, and I. R. Petersen, "H-infinity control of linear quantum stochastic systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 53, pp. 1787-1803, 2008.
- [51] V. Belavkin, "Quantum continual measurements and a posteriori collapse on CCR," *Communications in Mathematical Physics*, vol. 146, pp. 611-635, 1992.
- [52] C. Gardiner and M. Collett, "Input and output in damped quantum systems: Quantum stochastic differential equations and the master equation," *Physical Review A*, vol. 31, p. 3761, 1985.
- [53] M. Yanagisawa and H. Kimura, "Transfer function approach to quantum control - Part I: Dynamics of quantum feedback systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 48, pp. 2107-2120, 2003.
- [54] M. Yanagisawa and H. Kimura, "Transfer function approach to quantum control - Part II: Control concepts and applications," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 48, pp. 2121-2132, 2003.
- [55] J. E. Gough, R. Gohm, and M. Yanagisawa, "Linear quantum feedback networks," *Physical Review A*, vol. 78, p. 062104, 2008.
- [56] J. Gough and M. R. James, "The Series Product and Its Application to Quantum Feedforward and Feedback Networks," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 54, pp. 2530-2544, Nov 2009.
- [57] J. Gough and M. R. James, "Quantum feedback networks: Hamiltonian formulation," *Communications in Mathematical Physics*, vol. 287, pp. 1109-1132, 2009.

کنترل و تخمین غیرخطی لغزش طولی تایر جهت استفاده در سیستم ترمز ضدفل

مهندی میرزائی^۱، حسین میرزائی نژاد^۲، سیاوش وحیدی^۳، داود حیدریان^۴، محمد جواد خسروجردی^۵

^۱ استادیار، آزمایشگاه تحقیقاتی مکاترونیک و ارتعاشات، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند تبریز، mirzaei@sut.ac.ir

^۲ دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند، h_mirzaeinejad@sut.ac.ir

^۳ دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند، siavash.vahidi@yahoo.com

^۴ دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه سهند، d_heidarian@sut.ac.ir

^۵ دانشیار، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی سهند، khosrowjerdi@sut.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۰/۱۰/۱۳۹۰، تاریخ پذیرش مقاله ۱۶/۱۲/۱۳۹۰)

چکیده: سیستم ترمز ضدفل (ABS) به عنوان یکی از مهم‌ترین سیستم‌های ایمنی خودرو در طول ترمز‌گیری‌های شدید می‌باشد. در این سیستم با کنترل لغزش طولی تایر در مقدار بهینه، حداکثر نیروی ترمی در چرخ‌ها ایجاد شده و در نتیجه فاصله توقف خودرو به حداقل می‌رسد. وجود اثرات غیرخطی موجود در دینامیک خودرو که عمدتاً مربوط به اشباع نیروهای تایر می‌باشد و همچنین وجود نامعینی‌های مدل و قابل اندازه‌گیری نبودن حالت‌های سیستم یعنی سرعت طولی خودرو و لغزش طولی تایر، از مهم‌ترین مشکلات در طراحی این سیستم کنترلی می‌باشد. در این مقاله یک کنترل کننده غیرخطی مبتنی بر بهینه‌سازی برای سیستم ABS به صورت تحلیلی طراحی شده و در ترکیب با یک تخمین گر غیرخطی مبتنی بر فیلتر آنستید (UKF) استفاده شده است. الگوریتم تخمین UKF برخلاف فیلتر کالمون توسعه یافته (EKF) به صورت مستقیم از معادلات غیرخطی استفاده کرده و نیاز به خطی‌سازی و مشتق‌گیری ندارد. در ادامه اثر خطای ناشی از تخمین در عملکرد کنترل کننده طراحی شده به صورت تحلیلی بررسی می‌گردد. نتایج تحلیل و شبیه سازی‌ها نشان دهنده عملکرد مناسب و مقاوم سیستم کنترلی پیشنهادی در ردیابی لغزش طولی بهینه در حضور تخمین پارامترها می‌باشد.

کلمات کلیدی: سیستم ترمز ضدفل - کنترل کننده غیرخطی - تخمین گر غیرخطی - بهینه‌سازی - لغزش طولی تایر.

Nonlinear Control and Estimation of Tire Longitudinal Slip for using in Anti-lock Braking System

M. Mirzaei, H. Mirzaeinejad, S. Vahidi, D. Heidarian, M. J. Khosrowjerdi

Abstract: Anti lock braking system (ABS) is one of the most important safety devices in vehicles during the severe braking. In this system, by regulating the wheel longitudinal slip at its optimum value, the maximum braking force is generated and therefore the minimum stopping distance for the vehicle is achieved. The hard nonlinearity due to the saturation of tire forces and modeling uncertainties are the main difficulties arising in the design of ABS. Also, the system states including the longitudinal speed and the wheel slip are not directly measurable and have to be estimated. In this paper, a nonlinear optimization based controller is analytically designed for ABS and is combined with a nonlinear estimator based on Unscented Kalman Filter (UKF). This estimation algorithm directly uses nonlinear equations of the system and does not require the linearization and differentiation. Here, the performance of the designed controller in the presence of states estimation and parametric uncertainties is analytically investigated. The simulation results indicate the efficiency of the proposed controller in tracking the optimal longitudinal wheel slip.

Keywords: Anti lock braking system (ABS), Nonlinear controller, Nonlinear estimator, optimization, tire longitudinal slip.

به طور خلاصه در این مقاله، یک کنترل کننده غیرخطی که بر اساس یک فرایند بهینه‌سازی طراحی شده است در ترکیب با تخمین گر غیرخطی UKF مورد استفاده قرار می‌گیرد. به این ترتیب که تخمین گر موردنظر با استفاده از اندازه گیری سرعت زاویه‌ای چرخ، تخمینی برای لغزش طولی چرخ، سرعت طولی خودرو ارائه می‌نماید. پس از آن کنترل کننده با استفاده از اطلاعات تخمین گر، گشتاور ترمزی مطلوب را به سیستم اعمال می‌کند. این گشتاور به نحوی محاسبه شده است که لغزش طولی خودرو را در حد مطلوب حفظ نموده و از قفل شدن چرخ‌ها جلوگیری نماید. در ادامه اثر خطای ناشی از تخمین در عملکرد کنترل کننده طراحی شده به صورت تحلیلی بررسی می‌گردد. نتایج تحلیل و شیوه‌سازی‌ها نشان دهنده عملکرد مناسب و مقاوم سیستم کنترلی پیشنهادی در ردیابی لغزش طولی بهینه در حضور تخمین پارامترها می‌باشد.

۲- مدل سازی

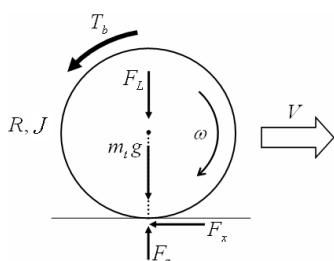
۲-۱- مدل یک‌چهارم خودرو

مطابق با شکل (۱) مدل غیرخطی یک‌چهارم خودرو با دو درجه آزادی برای طراحی کنترل کننده لغزش طولی چرخ بکار گرفته می‌شود. این مدل که در برگیرنده رفتار غیرخطی نیروهای تایر در حین ترمز گیری‌های شدید می‌باشد برای طراحی کنترل کننده مناسب بوده و در بسیاری از مراجع مورد استفاده قرار گرفته است [۱، ۲، ۱۰، ۴]. سرعت طولی خودرو و سرعت زاویه‌ای چرخ، درجات آزادی این مدل را تشکیل می‌دهند. بر اساس این مدل، معادلات حاکم برای خودرو به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\dot{V} = -\frac{F_x}{m_t} \quad (1)$$

$$\dot{\omega} = \frac{1}{J}(RF_x - T_b) \quad (2)$$

که در روابط فوق، R شعاع چرخ، J ممان اینرسی چرخ، ω سرعت زاویه‌ای چرخ، V سرعت طولی خودرو، T_b گشتاور ترمزی، F_x نیروی طولی تایر و m_t جرم یک‌چهارم خودرو می‌باشد.



شکل ۲: دیاگرام جسم آزاد مدل یک‌چهارم خودرو

بار قائم مشتمل از دو عامل استاتیکی مربوط به توزیع جرم خودرو و عامل دینامیکی مربوط به انتقال بار در حین ترمز گیری است. بنابراین بار قائم

در این مدل عبارت است از:

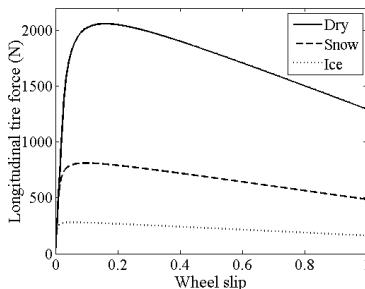
۱- مقدار ۴
سیستم ترمز ضدفل (ABS) یکی از مهمترین سیستم‌های ایمنی فعال می‌باشد که به عنوان یک وسیله ضروری برای ارتقاء ایمنی خودرو و سرنوشنی آن در حین ترمز گیری‌های شدید استفاده می‌گردد. هدف اصلی این سیستم، جلوگیری از قفل شدن چرخ و نگهداشتن لغزش طولی آن در یک محدوده مطلوب می‌باشد تا بتواند حداقل حداچشم نیروی ترمیزی را تولید کرده و فاصله توقف خودرو را به حداقل برساند. در این راستا فرمانپذیری خودرو در موقع گردن نیز به صورت غیرمستقیم کنترل می‌گردد.

مشکل اصلی در طراحی کنترل کننده‌های مبتنی بر مدل برای سیستم ترمز ضدفل ناشی از غیرخطی‌های شدید در دینامیک خودرو می‌باشد که عمدتاً به اشاع نیروهای تایر در ترمز گیری‌های شدید مربوط می‌شود. روش‌های کنترل مدل‌لغزشی^۱ با توجه به خاصیت غیرخطی و مقاوم بودن به دفعات برای کنترل لغزش طولی به کار رفته‌اند [۲، ۱]. اما یکی از اثرات نامطلوب روش مدل‌لغزشی وجود پدیده چترینگ^۲ است [۳]. نویسنده‌گان مقاله حاضر در کارهای قبلی خود، کنترل کننده‌هایی مبتنی بر مدل غیرخطی به صورت تحلیلی برای سیستم ترمز ضدفل ارائه نموده‌اند [۵، ۴]. در این قانون کنترلی غیرخطی، سیگنال کنترلی که همان گشتاور ترمزی اعمال شده به چرخ می‌باشد بر اساس حداقل کردن خطا بین پاسخ‌های لغزش پیش‌بینی شده و مطلوب چرخ بدست آمده است. البته در آنجا فرض شده است که حالات‌ها و پارامترهای مورد نیاز برای طراحی کنترل کننده در دسترس می‌باشد. این در حالی است که حالات‌های سیستم یعنی سرعت طولی خودرو و لغزش طولی تایر یا توسط سنسور قابل اندازه گیری نیستند و یا اندازه گیری آنها مقرن به صرفه نمی‌باشد. لذا مقادیر آنها باید از روی اطلاعات موجود و قابل اندازه گیری مثل سرعت زاویه‌ای چرخ تخمین زده شود.

فیلتر کالمون توسعه یافته (EKF) تاکنون به عنوان گسترده‌ترین الگوریتم برای تخمین پارامترها و حالات‌های سیستم‌های خودرو بکار رفته است [۸، ۷، ۶]. اما این روش به دلیل فرآیند خطی‌سازی به خصوص در سیستم‌های با دینامیک غیرخطی شدید و مرتبه‌ی بالا دارای محاسبات زیاد می‌باشد. به منظور غلبه بر مشکل مذکور، در مقاله حاضر از الگوریتم غیرخطی UKF برای تخمین سرعت طولی و لغزش طولی خودرو جهت استفاده در طراحی کنترل کننده استفاده می‌شود. الگوریتم تخمین UKF بر خلاف EKF به صورت مستقیم از مدل غیرخطی دینامیک چرخ استفاده کرده و نیاز به خطی‌سازی و مشتق‌گیری ندارد. بنابراین در پایین آوردن حجم محاسبات مورد نیاز نیز تأثیر بسزایی دارد [۹]. البته مزیت این روش در تخمین مدل‌های با مرتبه‌ی بالاتر خود را بیشتر نشان می‌دهد.

¹ Sliding mode

² Chattering



شکل ۳: نیروی طولی تایر بر حسب لغزش چرخ برای سطوح مختلف

بنابراین سیستم مرتبه اول زیر به عنوان مدل مطلوب لغزش طولی چرخ در نظر گرفته می شود [۳، ۴]:

$$\lambda_d(t) = 0.15 - 0.15e^{-at} \quad (8)$$

که در آن $a = 20$ ثابت زمانی می باشد.

۳- طراحی کنترل کننده:

در این قسمت یک قانون کنترلی غیرخطی برای کنترل لغزش طولی چرخ بر اساس معادلات (۷) طراحی می گردد تا مدل مرجع لغزش (۸) را ردیابی کند. با این نویسی معادلات (۷) به صورت زیر داریم:

$$\dot{x}_1 = f_1(\mathbf{x}) \quad (9)$$

$$\dot{x}_2 = f_2(\mathbf{x}) + \frac{R}{Jx_1} T_b \quad (10)$$

$$y = x_2 \quad (11)$$

به طوری که $\mathbf{x} = [V \ \lambda]^T$ بدار حالت و y به عنوان خروجی سیستم در نظر گرفته شده است. T_b نیز ورودی کنترلی است. توابع غیرخطی f_1 و f_2 در برگیرنده مدل نیروهای غیرخطی تایر با خاصیت اشباع می باشند. حال یک قانون کنترلی غیرخطی پیش بین بر پایه بهینه سازی برای طراحی کنترل کننده ای که لغزش چرخ مطلوب را ردیابی می کند، ارائه می شود. به طور خلاصه، ابتدا در هر لحظه پاسخ غیرخطی لغزش چرخ برای بازه زمانی بعدی، $\lambda(t+h)$ ، توسط بسط سری تیلور پیش بینی شده و سپس دستور کنترل فعلی ($T_b(t)$) بر اساس حداقل کردن خطای پیش بینی شده، بدست می آید. در اینجا h زمان پیش بینی بوده و یک عدد مثبت حقیقی می باشد.

هدف سیستم کنترلی این است که مقدار لغزش چرخ، λ ، را نزدیک پاسخ مطلوبش حفظ کند. این متغیر حالت به عنوان خروجی سیستم در نظر گرفته می شود. در ابتدا $\lambda(t+h)$ به وسیله سری تیلور مرتبه k ام در زمان t به صورت زیر بسط داده می شود:

$$\lambda(t+h) = \lambda(t) + h\dot{\lambda}(t) + \frac{h^2}{2!}\ddot{\lambda}(t) + \dots + \frac{h^k}{k!}\lambda^{(k)}(t) \quad (12)$$

$$F_z = m_t g - \frac{m_t h_{cg}}{2l} \ddot{x} = m_t g - F_L \quad (3)$$

به گونه ای که در رابطه فوق، l فاصله محور جلو تا عقب، h_{cg} ارتفاع از مرکز گرانش خودرو، F_L نیروی انتقال بار در هنین ترمز گیری، m_t جرم فریبندی شده خودرو می باشند. در طول ترمز گیری، لغزش طولی چرخ به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\lambda = \frac{V - R\omega}{V} \quad (4)$$

با مشتق گیری از رابطه (۴) نسبت به زمان و استفاده از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\dot{\lambda} = -\frac{1}{V} \left[\frac{F_x}{m_t} (1 - \lambda) + \frac{R^2 F_x}{J} \right] + \left(\frac{R}{VJ} \right) T_b \quad (5)$$

معادلات (۱) و (۵) معادلات حاکم بر حرکت خودرو را نشان می دهند. در استنتاج معادلات فرض شده که ترمز گیری بر روی مسیر مستقیم و بدون زاویه فرمان انجام می گیرد. در این مقاله، به منظور در نظر گرفتن خواص اشباع نیروهای تایر، از مدل تایر غیرخطی داگوف (Dugoff) استفاده شده است [۱۱].

با تعریف سرعت خودرو V و لغزش طولی چرخ λ به عنوان متغیرهای حالت داریم:

$$x_1 = V, \quad x_2 = \lambda \quad (6)$$

بدین ترتیب مدل فضای حالت معادلات (۱) و (۵) به صورت زیر بدست می آید:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{-F_x}{m_t} \\ \dot{x}_2 = -\frac{1}{x_1} \left[\frac{F_x}{m_t} (1 - x_2) + \frac{R^2 F_x}{J} \right] + \left(\frac{R}{x_1 J} \right) T_b \end{cases} \quad (7)$$

در معادلات فوق گشتاور ترمزی T_b نشان دهنده ورودی کنترلی سیستم می باشد که از قانون کنترلی بدست خواهد آمد. در واقع T_b باید طوری اعمال گردد که لغزش طولی چرخ، رفتار مدل مرجع را دنبال کند تا ضمن جلوگیری از قفل شدن چرخ ها، مقدار بیشینه نیروی ترمزی نیز به چرخ ها اعمال گردد.

مدل مرجع مطلوب برای لغزش طولی که توسط کنترل کننده ردیابی می شود باید طوری انتخاب شود که مقدار نیروی ترمزی در طول ترمز گیری در شرایط مختلف جاده بیشینه باشد. همان طور که از شکل ۲ مشاهده می شود مقدار بیشینه لغزش طولی مقداری بین $1/2$ تا $1/0$ می باشد. در این مقاله مقدار بیشینه $1/15$ در نظر گرفته شده است که در مراجع نیز این مقدار استفاده شده است.

$$\frac{\partial J}{\partial T_b} = 0 \quad (19)$$

که پس از ساده سازی منجر به رابطه ای صریح برای ورودی کنترلی می شود:

$$T_b(t) = -\frac{VJ}{Rh}[e + h(f_d - \dot{\lambda}_d)] \quad (20)$$

که e خطای ردیابی در لحظه فعلی می باشد:

$$e = \lambda - \lambda_d \quad (21)$$

مشاهده می شود که قانون کنترلی (۲۰) به شکل تحلیلی بوده و برای حل و پیاده سازی مناسب می باشد.

با جایگذاری قانون کنترلی در معادلات اصلی سیستم می توان دینامیک خطای لغزش چرخ را محاسبه نمود. در صورتی که هیچگونه نامعینی و خطای تخمین نداشته باشیم، دینامیک خطای لغزش چرخ به فرم زیر بدست آید:

$$\dot{e} + \frac{1}{h}e = 0 \quad (22)$$

واضح است که دینامیک خطای (۲۲)، خطی و مستقل از زمان است. مشاهده می شود که در این مورد قانون کنترلی منجر به حالت خاصی از خطی سازی ورودی - خروجی می شود. بدین ترتیب سیستم حلقه بسته خطی و به ازای هر $h > 0$ پایدار نمایی است. با توجه به دینامیک خطای هنگامی که خطای ردیابی لغزش چرخ صفر است، ردیابی کامل لغزش چرخ برای تمامی زمانها حفظ می شود.

مشاهده می شود که سیستم بدون اغتشاش و نامعینی توصیف شده در معادله (۲۲) به صورت مجانی پایدار است. از آنجایی که درجه نسبی سیستم یک است و مرتبه سیستم دو می باشد بنابراین سیستم دارای یک دینامیک داخلی می باشد. بنابراین برای پایداری تمام حالتها باید پایداری دینامیک داخلی نیز بررسی شود. این دینامیک داخلی مربوط به سرعت طولی خودرو می باشد. اما از آنجایی که می دانیم در هنگام ترمز گیری، با کنترل لغزش چرخ مطابق با معادله (۲۲)، سرعت خودرو به تدریج کاهش می یابد تا زمانی که خودرو متوقف شود، در نتیجه پایداری دینامیک داخلی سیستم هم تضمین می شود. در بعض پنجم عملکرد سیستم حلقه بسته در حضور نامعینی های پارامتریک و همچنین در ترکیب با تخمینگر بررسی خواهد شد.

۴- طراحی تخمین گر

قانون کنترلی (۲۰) بر اساس فیدبک حالت می باشد. بنابراین برای محاسبه مقدار گشتاور ترمزی در هر لحظه نیاز به اطلاعات هم زمان از حالت های سیستم می باشد. به دلیل عدم امکان اندازه گیری حالت های سیستم، سرعت طولی و لغزش چرخ، لازم است تا تخمین گر غیرخطی برای سیستم طراحی شود.

حال مسئله اصلی، انتخاب مرتبه بسط k برای خروجی است به طوری که با اهداف طراحی کنترل کننده بر اساس پیش بینی متناسب باشد. معمولاً مرتبه بسط که مشخص کننده بالاترین مرتبه مشتق خروجی استفاده شده در پیش بینی است، به جمع درجه نسبی سیستم غیرخطی و مرتبه کنترلی انتخاب شده محدود می گردد [۱۲، ۱۳]. درجه نسبی از معادلات دینامیکی سیستم غیرخطی قابل حصول بوده و برابر با پایین ترین مرتبه مشتق خروجی است که در آن ورودی کنترلی برای اولین بار به طور صریح در معادلات ظاهر می شود [۱۴]. با توجه به معادلات (۹) تا (۱۱)، دینامیک سیستم دارای درجه نسبی $m=1$ ، نسبت به خروجی می باشد. از طرف دیگر برای رسیدن به یک انرژی کنترلی پایین و جلوگیری از پیچیدگی قانون کنترلی، مرتبه کنترلی در اینجا به حداقل ممکن یعنی صفر محدود می شود. این انتخاب، یعنی مرتبه کنترلی صفر، باعث می شود که انرژی کنترلی در یک بازه پیش بینی ثابت مانده و مشتقات ورودی کنترلی در پیش بینی خروجی ظاهر نشود.

$$\frac{d}{d\tau} T_b(t+\tau) = 0 \quad \text{for } \tau \in [0, h] \quad (13)$$

انتخاب مرتبه کنترلی صفر برای سیستم های غیرخطی با درجات نسبی پایین مناسب می باشد [۱۲]. به طور معمول، مرتبه کنترل به عنوان یک پارامتر آزاد بوده و متناسب با مشخصات سیستم کنترلی و محدودیت های انرژی کنترلی توسط طراح تعیین می گردد.

بدین ترتیب با توجه به دلایل فوق، سری تیلور مرتبه اول متناسب با درجه نسبی سیستم برای بسط λ کافی می باشد.

$$\lambda(t+h) = \lambda(t) + h\dot{\lambda}(t) \quad (14)$$

با جایگذاری رابطه (۱۰) در (۱۴) داریم:

$$\lambda(t+h) = \lambda(t) + h(f_2 + \frac{R}{VJ} T_b) \quad (15)$$

حال شاخص عملکرد به نحوی که ترکیبی از خطای ردیابی در لحظه بعدی و انرژی کنترلی در لحظه فعلی را جزئیه کند به صورت زیر نوشته می شود:

$$J = \frac{1}{2} [\lambda(t+h) - \lambda_d(t+h)]^2 \quad (16)$$

مشابه با معادله (۱۴) مقدار لغزش مطلوب نیز می تواند به صورت زیر بسط داده شود:

$$\lambda_d(t+h) = \lambda_d(t) + h\dot{\lambda}_d(t) \quad (17)$$

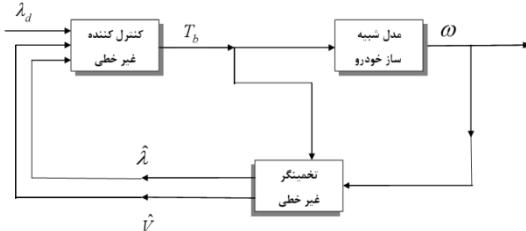
حال شاخص عملکرد بسط داده شده را می توان به صورت تابعی از انرژی کنترلی، با جایگذاری روابط (۱۵) و (۱۷) در (۱۶) به صورت زیر بدست آورد:

$$\lambda_d(t+h) = \lambda_d(t) + h\dot{\lambda}_d(t) \quad (18)$$

شرط لازم برای بهینه بودن عبارت است از:

است. با توجه به مدل مورد استفاده، سیستم دارای دو متغیر حالت می‌باشد. بنابراین در الگوریتم تخمین UKF ، $n = 2$ بوده و ضرایب وزنی مورد استفاده در این روش $(W^{(i)})_{i=1,2,3,4} = 1/2n = 1/4$ می‌باشند که در نظر گرفته می‌شود.

در ادامه تخمین‌گر طراحی شده در ترکیب با کنترل کننده (۲۰) مورد استفاده قرار خواهد گرفت. قبل از انجام مطالعات شبیه سازی ابتدا عملکرد کنترل کننده در حضور تخمین‌گر و همچنین نامعینی‌های مدل‌سازی مورد بررسی و تحلیل قرار می‌گیرد.



شکل ۴: شماتیکی تخمین‌گر به همراه کنترل کننده

۵- تحلیل خطای ناشی از نامعینی‌ها و تخمین در عملکرد کنترل کننده

در این قسمت ویژگی‌های اصلی قانون کنترلی (۲۰) در حضور تخمین‌گر و نامعینی‌های پارامتریک مدل تحلیل می‌شود. برای استخراج معادله دینامیکی خطای قانون کنترلی (۲۰) را که بر اساس لغزش تخمینی $\hat{\lambda}$ تعریف شده است را در مدل واقعی (۲۳) به صورت زیر اعمال می‌کنیم. دقت شود که حالتها و پارامترهای استفاده شده در کنترل کننده، مقادیر تخمینی بوده و با نشان (^(۸)) بر روی آنها شناخته می‌شوند.

$$\dot{\lambda} = f_2 - \frac{g}{h\hat{g}}[(\hat{\lambda} - \lambda_d) + h(\hat{f}_2 - \hat{\lambda}_d)] + w_2 \quad (25)$$

معادله فوق را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} (\dot{\lambda} - \lambda_d) + \frac{1}{h\hat{g}}(\frac{g}{\hat{g}})[(\hat{\lambda} - \lambda + \lambda - \lambda_d)] &= (f_2 - \hat{f}_2) + \\ (1 - \frac{g}{\hat{g}})(f_2 - \hat{\lambda}_d) + w_2 & \end{aligned} \quad (26)$$

در معادله فوق $e = \lambda - \hat{\lambda}$ خطای ردیابی کنترل کننده و $\hat{e} = \hat{\lambda} - \lambda$ خطای تخمین می‌باشد. بدین ترتیب دینامیک خطای ردیابی لغزش چرخ به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{e} + \frac{1}{h\hat{g}}(\frac{g}{\hat{g}})e &= (f_2 - \hat{f}_2) + (1 - \frac{g}{\hat{g}})(f_2 - \hat{\lambda}_d) + \\ \frac{1}{h\hat{g}}(\frac{g}{\hat{g}})\hat{e} + w_2 & \end{aligned} \quad (27)$$

انحراف f_2 از مقدار تخمینی \hat{f}_2 ناشی از نامعینی‌های موجود در مدل خودرو، شرایط جاده و خطای تخمین لغزش طولی و سرعت می‌باشد. اگر خطای تخمین نیروی تایر F_x کراندار باشد، خطای تایر f_2 می‌تواند به

به منظور تخمین سرعت طولی خودرو و لغزش طولی چرخ، با در نظر گرفتن سرعت زاویه ای به عنوان خروجی سیستم که توسط سنسور اندازه گرفته می‌شود، معادلات (۷) را همراه با نویز فرآیند و نویز اندازه-گیری به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x) + w_1 \\ \dot{x}_2 &= f_2(x) + \frac{R}{Jx_1}T_b + w_2 \\ y &= \omega + v \end{aligned} \quad (23)$$

با استفاده از رابطه (۴) برای سرعت زاویه ای می‌توان نوشت:

$$\omega = \frac{(1-x_2)x_1}{R} \quad (24)$$

در معادلات فوق $x = [V \ \lambda]^T$ بردار حالت، $w = [w_1 \ w_2]$ بردار نویز فرآیند، v نویز اندازه-گیری و y به عنوان خروجی سیستم در نظر گرفته شده است.

به منظور تخمین حالت‌های سیستم از روش فیلتر کالمن آنست (UKF). استفاده می‌گردد. بطور کلی فیلتر کالمن با استفاده از بروزرسانی‌های زمانی و اندازه-گیری، تخمینی از میانگین و کوواریانس سیستم مورد بررسی را ارائه می‌نماید. در صورتی که سیستم خطی باشد، میانگین و کوواریانس توسط فیلتر کالمن بطور دقیق به روز می‌شوند. در صورت غیرخطی بودن سیستم، میانگین و کوواریانس توسط فیلتر کالمن تعیین یافته بطور تقریبی به روز می‌شوند. در سیستم‌های پیچیده تر بدست آوردن تبدیل دقیق میانگین و کوواریانس کار بسیار پیچیده ای می‌باشد. روش تبدیل آنستند می‌تواند در اینگونه موارد بسیار موثر باشد. این روش بر اساس دو اصل استوار می‌باشد. اول اینکه بدست آوردن تبدیل غیرخطی برای یک نقطه بسیار آسانتر از پیدا کردن آن برای کل دامنه است. دوم اینکه پیدا کردن مجموعه ای از نقاط فضایی حالت که توزیع آنها تقریبی از توزیع واقعی سیستم باشد، کار سختی نمی‌باشد. برای بدست آوردن تبدیل غیرخطی مناسب، مجموعه ای از نقاط بنام سیگما^۱ را که میانگین مجموعه آنها برابر با میانگین حالت‌های تخمینی و کوواریانس مجموعه برابر با کوواریانس خطای تخمین است را پیدا می‌کنیم. پس از آن معادله غیرخطی مورد نظر را بر روی هر یک اعمال می‌نماییم. میانگین و کوواریانس مجموعه نقاط تبدیل یافته، تخمین خوبی از میانگین و کوواریانس واقعی خواهد بود.

جهت استفاده از الگوریتم UKF، از معادلات (۲۳) استفاده می‌شود. با قرار دادن مقادیر اولیه حالت‌ها و کوواریانس خطای آنها، پارامترهای مورد نیاز برای کاربرد الگوریتم UKF بدست می‌آید. جزئیات الگوریتم فیلتر UKF به صورت مرحله به مرحله در پیوست الف آمده است.

برای بررسی دقت تخمین و تأمین اطلاعات مورد نیاز سنسور، سیستم مورد نظر نیز شبیه سازی می‌شود تا با مقایسه نتایج حاصل از تخمین و نتایج حاصل از شبیه سازی، بتوان برآورده از خطای تخمین بدست آورده. شماتیکی سیستم ترکیبی کنترل کننده و تخمین‌گر در شکل ۳ نشان داده شده

¹ Sigma point

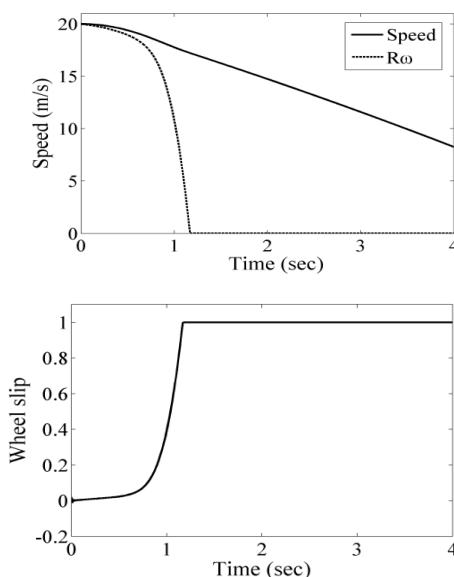
۶- نتایج شبیه‌سازی

مطالعات شبیه‌سازی برای ارزیابی عملکرد کنترل کننده و تخمین‌گر انجام شده است. مقادیر نامی پارامترهای مدل مورد استفاده در شبیه‌سازی در جدول ۱ آورده شده است.

جدول ۱: مقادیر نامی پارامترهای مورد استفاده در مدل یک چهارم خودرو

R	۰/۳۲۶ m	شعاع چرخ
l	۲/۵ m	فاصله محور جلو تا عقب
h_{cg}	۰/۵ m	ارتفاع مرکز جرم
m_w	۴۰ kg	جرم چرخ
$1/4m_{vs}$	۴۱۵ kg	جرم فرنبرنی شده ۱/۴
J	۱/۷ kg.m ²	مانع اینترسی چرخ

شکل ۵ نمودارهای سرعت و لغزش طولی را بدون استفاده از کنترل-کننده و بدون تخمین نشان می‌دهد. در اینجا فرض شده است که مقادیر واقعی حالت‌ها در دست می‌باشد. شبیه‌سازی‌ها بر روی سطح مربوط با ضریب اصطکاک $\mu = 0.4$ انجام شده است و مقدار سرعت اولیه خودرو ۲۰ (m/s) می‌باشد. همانطور که در شکل ۵ مشاهده می‌شود هنگامی که یک گشتاور ترمزی شدید به خودرویی که به سیستم ترمز ضدفل مجذب $-e_m \leq e(t) \leq e_m$ (۳۰) نمی‌باشد اعمال می‌شود، چرخ‌ها قفل شده و سرعت محیطی آنها ($R\omega$) در زمان تقریباً یک ثانیه به صفر می‌رسد. این در حالی است که طی این مدت سرعت خطی مرکز تایر نه تنها صفر نشده، بلکه تنها از 20 m/s به حدود 15 m/s کاهش یافته است. بنابراین در این حالت خودرو شروع به لغزیدن کرده و در نتیجه در شرایط نامطبوبی از نظر اینمنی قرار خواهد گرفت.



شکل ۵: نتایج حالت‌های واقعی خودروی بدون کنترل کننده

وسیله ثابت مشخص F که کران بالای نامعینی سیستم را نشان می‌دهد، محدود شود [۱].

از طرفی برای مشتق لغزش مطلوب نیز میتوان کران بالای η را در نظر گرفت و با طراحی یک تخمین‌گر پایدار، کراندار بودن خطای تخمین نتیجه شده و میتوان کران بالای η را برای خطای تخمین و کران بالای W را برای نویز فرآیند در نظر گرفت. بنابراین با توجه به توضیحاتی که داده شد می‌توان نتیجه گرفت که ثابت‌های مثبت F و η و ξ و W وجود دارند، به گونه‌ای که می‌توان نوشت:

$$|\hat{f}_2 - \dot{\lambda}_d| \leq \eta, |f_2 - \hat{f}_2| \leq F, |\hat{e}| \leq \xi, |w_2| \leq W \quad (۲۸)$$

از طرفی تخمین سرعت نیز باعث اختلاف g با \hat{g} به صورت زیر می‌گردد:

$$g = \hat{g} \pm p\hat{g} \Rightarrow \frac{g}{\hat{g}} = 1 \pm p \quad (۲۹)$$

که در آن $p = 1 \pm \epsilon$ ، نسبت g به \hat{g} در اثر خطای ناشی از تخمین سرعت می‌باشد.

حال با اعمال معادلات (۲۸) و (۲۹) به معادله خطای (۲۷) و حل معادله دیفرانسیل مرتبه اول با شرایط اولیه صفر، مشابه با [۴]، نتیجه می‌شود که خطای ردیابی را میتوان به صورت کراندار نوشت:

به طوری که

$$e_m = \left(\frac{F+W}{1 \pm p} \mp \frac{p\eta}{1 \pm p} \right) h + \xi \quad (۳۱)$$

معادله فوق حاکی از این است که خطای ردیابی، ناشی از نامعینی‌های مدل-سازی و خطای تخمین می‌باشد. همچنین معادله مزبور نشان می‌دهد که خطای ردیابی می‌تواند به وسیله پارامتر آزاد h که همان زمان پیش‌بینی می‌باشد، کنترل شود. به طوری که از ای مقادار مشخصی از نامعینی و خطای تخمین با کاهش مقدار h خطأ کم می‌شود. اثر دیگر h در جمله ثابت زمانی سیستم حلقه بسته نیز دیده می‌شود. عملکرد سیستم به از ای مقادیر مختلف h در نتایج شبیه‌سازی آمده است.

در بخش سوم نشان داده شد که سیستم بدون اغتشاش و نامعینی توصیف شده در معادله (۲۲) به صورت مجانية پایدار بوده و همچنین پایداری دینامیک داخلی سیستم هم تضمین می‌شود. در حضور اغتشاش و نامعینی نیز با توجه به کراندار بودن سیگنال خطای لغزش که در بالا نشان داده شد و همچنین پایدار بودن دینامیک داخلی سیستم که مربوط به سرعت طولی می‌باشد میتوان گفت که سیستم پایدار کلی^۱ خواهد بود. مفهوم پایداری کلی توانایی یک سیستم را در برابر اغتشاش‌های کراندار دائمی مشخص می‌کند [۱۴].

^۱ Total stability

برای مقایسه بهتر خطاهای تخمین حاصل از دو روش، مقدار جذر میانگین مربعات (*RMS*) خطای تخمین به ازای مقادیر مختلفی از سرعت‌های اولیه تخمین و همچنین به ازای نویزهای اندازه‌گیری مختلف در جدول‌های ۲ و ۳ مقایسه شده است. مشاهده می‌شود این مقادیر که از میانگین ۵۰ بار اجرای برنامه محاسبه شده‌است برای روش UKF به ازای حالت‌های مختلف کمتر می‌باشد.

جدول ۲: مقدار جذر میانگین مربعات خطای تخمین به ازای مقادیر مختلفی از سرعت‌های اولیه تخمین

Root mean square of estimation error over 50 runs				
	$R=0.01, Q=\text{diag}\{10^{-5}, 10^{-5}\}$			
State	x_1		x_2	
Method	EKF	UKF	EKF	UKF
$V_0 = 15 \text{ m/s}$	1.200	0.348	0.062	0.019
$V_0 = 25 \text{ m/s}$	1.173	0.477	0.042	0.018
$V_0 = 30 \text{ m/s}$	2.277	0.798	0.075	0.025

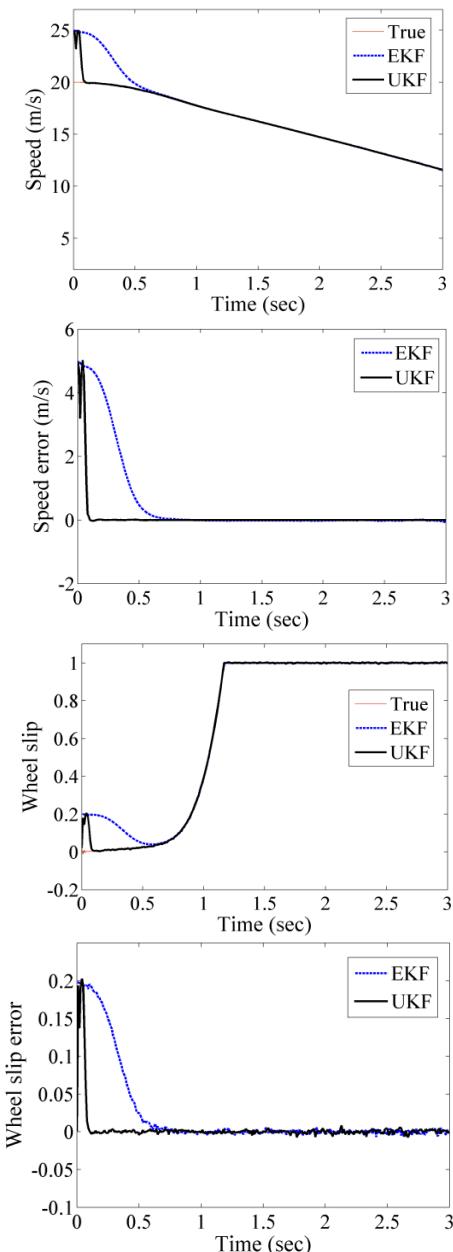
جدول ۳: مقدار جذر میانگین مربعات خطای تخمین به ازای نویزهای مختلف

Root mean square of estimation error over 50 runs				
	$V_0 = 25 \text{ m/s}, Q=\text{diag}\{10^{-5}, 10^{-5}\}$			
State	x_1		x_2	
Method	EKF	UKF	EKF	UKF
$R = 0.01$	1.210	0.477	0.042	0.018
$R = 0.1$	1.655	0.585	0.063	0.030
$R = 1$	4.106	0.850	0.103	0.059

قبل از نشان دادن نتایج حاصل از ترکیب کنترل کننده با تخمین گر ابتدا حالتی را بررسی می‌کنیم که مقادیر واقعی حالت‌های سیستم در دسترس می‌باشد. شکل ۷ نمودارهای سرعت و لغزش طولی با استفاده از کنترل کننده در حضور نامعینی را نشان می‌دهد. در اینجا فرض شده است که ۱۰ درصد نامعینی در جرم خودرو وجود دارد. شکل ۷ در مقایسه با شکل ۵ کارائی خودروی مجهز به سیستم ترمز ضداقل را نشان می‌دهد که در آن سرعت محیطی چرخ بدون قفل شدن نزدیک سرعت طولی خودرو می‌باشد. به عبارتی آهنگ کاهش سرعت مرکز چرخ و سرعت محیطی آن در خودروی مجهز به سیستم ترمز ضداقل تقریباً یکسان است. همانطور که ملاحظه می‌شود مقدار لغزش طولی در مقدار بهینه خود حفظ شده است. فاصله توقف در حالت با کنترل ۵۳/۲۴ متر و در حالت بدون کنترل ۷۴/۶۴ متر محاسبه شده است.

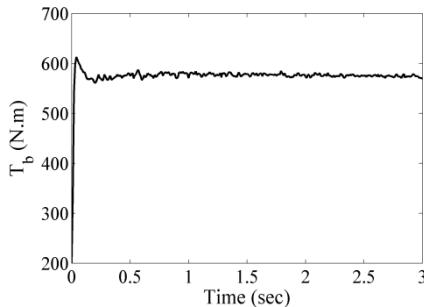
در ادامه با توجه به عدم دسترسی حالت‌های سیستم از دو روش UKF و EKF برای تخمین آنها استفاده شده است. برای انجام شیوه‌سازی، مقدار سرعت طولی اولیه در مدل واقعی برابر 20 m/s و در مدل تخمینی برابر 21 m/s فرض شده است. لغزش طولی مدل واقعی و تخمینی نیز $0/1$ اختلاف دارند که این مقدار به عنوان خطای تخمین اولیه می‌باشد.

شکل ۶ مقایسه نتایج تخمین روش UKF را با روش EKF و همچنین خطای تخمین توسط دو روش مذکور را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که در این مورد هر دو روش به خوبی حالت‌های سیستم را تخمین زده اما سرعت همگرائی در روش UKF به مراتب بیشتر می‌باشد.



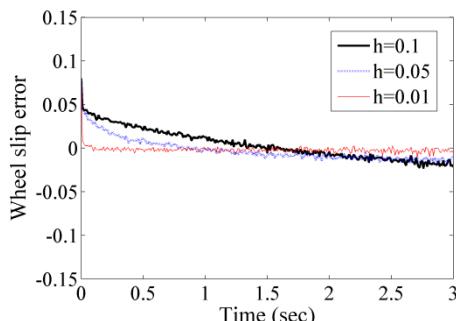
شکل ۶: مقایسه نتایج تخمین توسط روش UKF با برای خودروی بدون کنترل

شکل ۹ گشتاور ترمزی را نشان می‌دهد که به عنوان ورودی کنترلی به سیستم اعمال می‌گردد.



شکل ۹: گشتاور ترمزی (سیگنال کنترلی) محاسبه شده

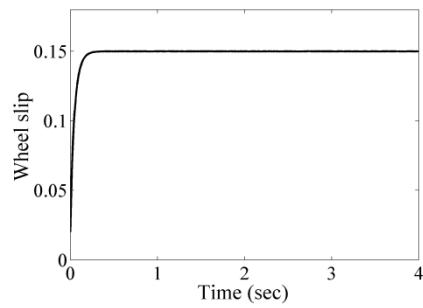
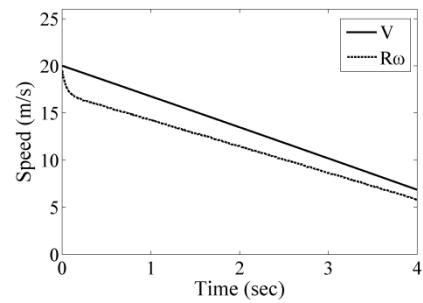
در ادامه به بررسی اثر زمان پیش‌بینی h بر روی سیستم حلقه بسته می‌پردازیم. برای این منظور نتایج مربوط به ردیابی مدل مرتع توسط کنترل-کننده به ازای مقادیر مختلفی از زمان پیش‌بینی h در شکل ۱۰ آورده شده است. این نتایج تاثیر زمان پیش‌بینی در حضور خطای تخمین و نامعینی را نشان می‌دهند. مشاهده می‌شود که در حضور تخمین و نامعینی، می‌توان با کاهش زمان پیش‌بینی، دقت ردیابی مدل مرتع لغزش طولی را افزایش داد. نتایج شکل ۱۰ نشان می‌دهد که با کمتر کردن زمان پیش‌بینی h ، خطای ردیابی لغزش چرخ کاهش می‌یابد که این مسئله برای مقادیر مختلفی از زمان پیش‌بین بررسی شده است. بنابراین زمان پیش‌بین یک پارامتر طراحی است که می‌توان با تنظیم آن دقت ردیابی را افزایش داد.



شکل ۱۰: افزایش دقت کنترل کننده لغزش طولی به ازای کاهش زمان پیش‌بین h

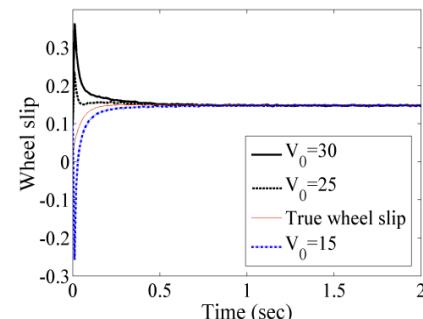
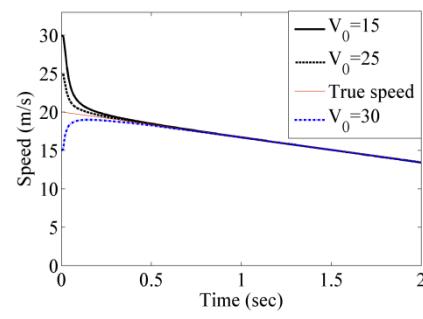
۷- نتیجه گیری

در این مقاله یک کنترل کننده غیرخطی مبتنی بر بهینه‌سازی به صورت تحلیلی برای سیستم ترمز ضدفل قرار گرفته و در ترکیب با تخمین گر غیرخطی UKF مورد استفاده قرار گرفت. ویژگی‌های اصلی قانون کنترلی (۲۰) در حضور تخمین گر و نامعینی‌های پارامتریک مدل مورد تحلیل قرار گرفت. همچنین عملکرد تخمین به روش UKF با روش EKF نیز مقایسه گردید. ملاحظه شد که روش UKF علاوه بر سرعت همگرائی بیشتر، دارای



شکل ۷: نتایج حالت‌های واقعی سیستم با کنترل کننده

در ادامه به بررسی ترکیب کنترل کننده با تخمین گر UKF خواهیم پرداخت. شکل ۸ دقت تخمین سرعت طولی و لغزش طولی را در ترکیب تخمین گر با کنترل کننده به ازای مقادیر مختلفی از سرعت‌های اولیه تخمین را نشان می‌دهد. نتایج نشان‌دهنده‌ی عملکرد مناسب تخمین گر در سیستم کنترلی می‌باشد. مشاهده می‌شود که حالت‌های تخمینی با شرایط اولیه مختلف خیلی سریع به مقدار واقعی همگرا می‌گردند.



شکل ۸: نتایج تخمین توسط الگوریتم UKF با ترکیب کنترل کننده به ازای مقادیر مختلفی از سرعت‌های اولیه تخمین

- and comparison," Vehicle System Dynamics, vol. 24, pp. 163-181, 1995.
- [12] W. H. Chen, D. J. Balance, and P. J. Gawthrop, "Optimal control of nonlinear systems: a predictive control approach," Automatica, vol. 39 no.4, pp. 633-641, 2003.
- [13] M. Eslamian G. Alizadeh, and M. Mirzaei "Optimization-based non-linear yaw moment control law for stabilizing vehicle lateral dynamics, Proc. IMechE Part D: J. Automobile Engineering," vol. 221, pp. 1513-1523, 2007.
- [14] J J E. Slotine and W. Li, "Applied Nonlinear Control," Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1991.
- مقدار جذر میانگین مربعات خطای تخمین کمتری به ازای مقادیر مختلفی از سرعت‌های تخمین اولیه و همچنین به ازای نویزهای اندازه‌گیری مختلف می‌باشد. ضمناً کارایی این تخمین‌گر در سیستم‌های مرتبه بالاتر خود را بیشتر نشان می‌دهد چرا که محاسبه ماتریس ژاکوبین در روش EKF بهویژه برای سیستم‌های مرتبه بالا کار بسیار سخت و پیچیده‌ای است. همچنین در نتایج مشاهده گردید که کنترل کننده طراحی شده در حضور خطای تخمین و نامعینی‌های پارامتریک عملکرد مناسبی دارد. با کاهش زمان پیش‌بینی h به عنوان پارامتر آزاد کنترل کننده، خطای ردیابی لغزش چرخ کاهش یافته و ردیابی با دقت بیشتری انجام می‌شود.

مراجع

پیوست الف: الگوریتم فیلتر UKF

الف- الگوریتم فیلتر UKF بصورت زیر می‌باشد [۹]:
الف- سیستم غیرخطی با معادلات زیر بیان می‌شود:

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k, t_k) + w_k$$

$$y_k = h(x_k, t_k) + v_k$$

$$w_k \approx (0, Q_k)$$

$$v_k \approx (0, R_k)$$

که w نویز فرآیند با میانگین صفر و کوواریانس Q و v نویز اندازه-گیری با میانگین صفر و کوواریانس R می‌باشد.

ب- فیلتر با مقادیر زیر آغاز می‌شود:

$$\hat{x}_0^+ = E(x_0)$$

$$P_0^+ = E[(x_0 - \hat{x}_0^+)(x_0 - \hat{x}_0^+)^T]$$

که P ماتریس کوواریانس خطای x_0 و مقدار اولیه حالت می‌باشد.

ج- معادلات بروزرسانی زمانی زیر برای تخمین حالت و کوواریانس آن بکار می‌روند.

ج-۱- ابتدا نقاط سیگما ($\hat{x}_{k-1}^{(i)}$) را انتخاب می‌کنیم. توجه کنید که در این مرحله بهترین حدس ما برای میانگین و کوواریانس، \hat{x}_{k-1}^+ و P_{k-1}^+ می-باشد. چرا که در این مرحله، از زمان -1 به زمان k می‌رسیم. در اینجا n تعداد متغیرهای حالت می‌باشد.

$$\hat{x}_{k-1}^{(i)} = \hat{x}_{k-1}^+ + \tilde{x}^{(i)} \quad i=1, \dots, 2n$$

$$\tilde{x}^{(i)} = \left(\sqrt{n} P_{k-1}^+ \right)_i^T \quad i=1, \dots, n$$

$$\tilde{x}^{(n+i)} = -\left(\sqrt{n} P_{k-1}^+ \right)_i^T \quad i=1, \dots, n$$

ج-۲- معادلات غیرخطی سیستم را برای تبدیل نقاط سیگما به بکار می‌بریم:

$$\hat{x}_k^{(i)} = f(\hat{x}_{k-1}^{(i)}, u_k, t_k)$$

ج-۳- $\hat{x}_k^{(i)}$ را برای بدست آوردن تخمین اولیه در زمان k با یکدیگر

بر اساس معادله زیر ترکیب می‌نماییم:

$$\hat{x}_k^- = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} \hat{x}_k^{(i)}$$

- [1] R. Kazemi, B. Hamed and B. Javadi, "A new sliding mode controller for four-wheel anti-lock braking system (ABS)," SAE paper 2000-01-1639.
- [2] S. Drakunov, U. Ozguner, P. Dix, and B. Ashrafi, ABS control using optimum search via sliding modes", IEEE Transactions on Control System Technology, vol. 22, no. 1, 1995.
- [3] A. Harifi, A. Aghagolzadeh, G. Alizadeh, and M. Sadeghi "Designing a sliding mode controller for slip control of antilock brake systems," Transportation research Part C, vol.16, no. 6, pp. 731-741, 2008.
- [4] H. Mirzaeinejad and M. Mirzaei, "A novel method for non-linear control of wheel slip in anti-lock braking systems" Elsevier, Journal of Control Engineering Practice, vol. 18 , no. 8, pp. 918-926, 2010.
- [5] H. Mirzaeinejad and M. Mirzaei, "A new approach for modeling and control of two-wheel antilock brake systems", Proc. IMechE, Part K: J. Multi-body Dynamics, vol. 225, pp. 179-192, 2010.
- [6] F. Gustafson, "Slip-based Tire-Road Friction Estimation," Automatica, vol. 33, no. 6, pp. 1087-1099, 1997.
- [7] B. Samadi, R. Kazemi, K.Y. Nikravesh, and M. Kabganiyan, "Real-Time Estimation of Vehicle State and Tire-Road Friction Forces," Proceedings of the American Control Conference, Arlington, 2001.
- [8] T. A. Wenzel, K. J. Burnham, R. A. Williams and M.V. "Blundell Hybrid Genetic Algorithms Extended Kalman Filter Approach for Vehicle State and Parameter Estimation," University of Bath, UK, 2004.
- [9] D. Simon, "Optimal State Estimation," John Wiley and Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2006.
- [10] K. R. Buckholtz, "Reference input wheel slip tracking using sliding mode control," SAE paper 2002-01-0301.
- [11] D. E. Smith and J. M. Stark, "Effects of model complexity on the performance of automated vehicle steering controllers, model development, validation

ج-۴- کوواریانس خطای این مرحله توسط معادله زیر محاسبه می‌کنیم:

$$P_k^- = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} (\hat{x}_k^{(i)} - \hat{x}_k^-)(\hat{x}_k^{(i)} - \hat{x}_k^-)^T + Q_{k-1}$$

د- حال که معادلات بروزرسانی زمانی به اتمام رسیدند، معادلات

بروزرسانی اندازه گیری را بکار می‌بریم:

د-۱- نقاط سیگما را برای این مرحله انتخاب می‌نماییم ($\hat{x}_k^{(i)}$). توجه

کنید که در این مرحله بهترین حدس ما برای میانگین و کوواریانس، \hat{x}_k^- و P_k^- می‌باشد.

$$\hat{x}_k^{(i)} = \hat{x}_k^- + \tilde{x}^{(i)} \quad i = 1, \dots, 2n$$

$$\tilde{x}^{(i)} = \left(\sqrt{n P_k^-} \right)_i^T \quad i = 1, \dots, n$$

$$\tilde{x}^{(n+i)} = - \left(\sqrt{n P_k^-} \right)_i^T \quad i = 1, \dots, n$$

د-۲- معادلات غیرخطی اندازه گیری را برای تبدیل نقاط سیگما به

بکار می‌بریم: $\hat{y}_k^{(i)}$

$$\hat{y}_k^{(i)} = h(\hat{x}_k^{(i)}, t_k)$$

د-۳- $\hat{y}_k^{(i)}$ ها را برای بدست آوردن اندازه گیری در زمان k ، با

یکدیگر بر اساس معادله زیر ترکیب می‌کنیم:

$$\hat{y}_k = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} \hat{y}_k^{(i)}$$

د-۴- کوواریانس خطای این مرحله توسط معادله زیر محاسبه

می‌کنیم:

$$P_y = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} (\hat{y}_k^{(i)} - \hat{y}_k)(\hat{y}_k^{(i)} - \hat{y}_k)^T + R_k$$

د-۵- کوواریانس توام را بین \hat{x}_k^- و \hat{y}_k را محاسبه می‌کنیم:

$$P_{xy} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} (\hat{x}_k^{(i)} - \hat{x}_k^-)(\hat{y}_k^{(i)} - \hat{y}_k)^T$$

د-۶- معادلات بروزرسانی اندازه گیری با معادلات زیر تکمیل می‌شود:

$$K_k = P_{xy} P_y^{-1}$$

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k (y_k - \hat{y}_k)$$

$$P_k^+ = P_k^- - K_k P_y K_k^T$$

طراحی و پیاده‌سازی سیستم کنترلی بهینه و هوشمند برای توانبخشی اندام‌های پایین بیماران ناتوان حرکتی با استفاده از یک روبات موازی ۶ درجه آزادی

وهاب امینی آذر^۱، فرید نجفی^۲، محمد علی نکویی^۳

۱- دانشجوی دکترا مهندسی کنترل، گروه برق، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات تهران، wahabamini@gmail.com

۲- دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، گروه ساخت و تولید، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، fnajafi@kntu.ac.ir

۳- استادیار، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، anekooi@kntu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۰/۱۰/۱۱، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۰/۱۲/۱۸)

چکیده: روند قدرت بخشیدن به ماهیچه‌ها جهت رساندن آنها به مقادیر نرمال و معمول (توانبخشی)، یک کار زمانبر بوده و نیاز به هزینه و دقت بالایی دارد. ماشین‌های تمرین دهنده بسیاری برای مقاصد توانبخشی وجود دارند. اکثر این ماشینها به دلایلی، بصورت محدود و ویژه مورد استفاده قرار می‌گیرند. در این مقاله یک الگوریتم و قانونی بهینه برای طراحی یک سیستم هوشمند توانبخشی اندام‌های پایین انسان با استفاده از یک روبات موازی استوارت (Stewart) شش درجه آزادی (6-DOF) پیشنهاد شده است. کنترل‌های امپدانس و تطبیقی برای کنترل روبات مورد استفاده قرار می‌گیرند. تخمین و بهینه‌سازی پارامترهای کنترلی با استفاده از شبکه‌های عصبی (NN) و الگوریتم ژنتیک (GA) انجام می‌شوند. نرم‌افزار مطلب برای انجام شیوه‌سازی‌ها در یک حالت استاندارد فیزیوتراپی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در پایان نشان داده می‌شود که روش پیشنهادی در مقایسه با سایر روش‌های مشابه کم هزینه‌تر است و با وجود دقت بالا نیاز به صرف انرژی و نیروی کمتری دارد.

کلمات کلیدی: توانبخشی روباتیکی، الگوریتم ژنتیک، شبکه‌های عصبی، کنترل بهینه، کنترل امپدانس.

Design and Implementation of an Optimized Intelligent Control Algorithm for Robotic Rehabilitation of Lower Limbs of Handicapped Patients using a 6-DOF Parallel Robot

Wahab Amini Azar, Farid Najafi, Mohammad Ali Nekooi

Abstract: The process of empowering muscles in order to make them to a normal and common value is an expensive and prolonged work. There are some commercial exercise machines used for this purpose called rehabilitation systems. However, these machines have limited use because of some reasons. In this paper, an algorithm and an improved rule are presented for designing a rehabilitation intelligent system of lower limbs by a 6-DOF Stewart parallel robot. Impedance control and adaptive control are used to control of robot. Estimation and optimization of control parameters will be done by NN and GA, respectively. Thereafter, the results of simulations are presented by defining a physiotherapy standard mode on desired trajectory. MATLAB Simulink is used for simulations. It shows that proposed algorithm in comparation with other similar methods is a low-cost method and needs to less energy and force with high accuracy.

Keywords: Rehabilitation robotic, Genetic Algorithm, Neural Network, optimized control, impedance control.

فراهم شده توسط سنسورهایی است که در طی فرایند توانبخشی بر روی بخش‌های مختلف بدن بیمار قرار گرفته‌اند. سپس روباتهای صنعتی رویه مشابهی را بر اساس اطلاعات جمع آوری شده از سنسورها و نیرو و موقعیت خواسته شده تکرار می‌کنند (REHABROB 2000). کارهای دیگر انجام شده و نیز روش‌های مختلف کنترلی در این زمینه را در مرجع [۴] می‌توان پیدا کرد.

در طرح پیشنهادی، ما نیاز به سیستمی داریم که بتواند زیر پاهای بیمار قرار بگیرد و مراحل پیاده‌روی شخص انسان را شبیه‌سازی نماید. این سیستم یک روبات موازی است که در بخش بعدی مورد بحث قرار خواهد گرفت. مهمترین هدف سیستم توسعه یافته در این مطالعه رسیدن به یک روش کم هزینه است که امنیت شخص بیمار را با کنترل یک ساختار هوشمند و بدون نیاز به فیزیوتراپ تأمین می‌کند. این سیستم می‌تواند برای توانبخشی هر دو پا مورد استفاده قرار گیرد.

۲- روبات‌های موازی

روبات‌های موازی با توجه به سفتی (Stiffness) بالا و عکس‌العمل سریع اخیراً مورد توجه بسیاری از محققان برای کاربردهای پزشکی و فعالیت‌های کم هزینه‌ی دارویی قرار گرفته‌اند. در حالت کلی این روبات‌ها دارای ۲ صفحه‌ی دایره‌ای شکل ثابت (Fixed Platform) و متحرک (Moving Platform) می‌باشند که با استفاده از چند لینک سلب و انعطاف‌پذیر به هم وصل شده‌اند. طول لینک‌ها برای رسیدن به موقعیت و جهت مطلوب (MP) Manipulator می‌شوند. دو نوع مدل ریاضی برای پیاده‌سازی الگوریتم‌های حرکتی روبات مورد استفاده قرار می‌گیرد:

- مدل سینماتیکی (Kinematic model)
- مدل دینامیکی (Dynamic model)

مدل سینماتیکی رابطه بین تغییر طول لینک‌ها و موقعیت MP را بیان می‌کند. به طور مشابه مدل دینامیکی رفتار دینامیکی روبات و رابطه بین گشتاورهای مفاصل و نیروهای واپسیه به حرکت را بیان می‌کند [۵]. در این مقاله به دلیل تعامل بین انسان و روبات، هر دو مدل مورد بحث قرار می‌گیرد.

۲-۱- روبات موازی برای توانبخشی اندام‌های پایین

با توجه به نیازی که در کشور به استفاده از روبات‌ها برای امر توانبخشی وجود دارد و با توجه به قیمت بسیار بالای نمونه‌های تجاری خارجی، پروژه طراحی و ساخت مجموعه‌ی روباتیک توانبخشی در دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی در حال انجام است. این طرح شامل دو روبات موازی استوارت برای ایجاد حرکت از ناحیه زیر کف پا، دو روبات جانبی برای هدایت حرکت درجهات آزادی فوقانی در

۱- معرفی

سیستم حرکتی انسان از بدو تولد یک سیستم فوق العاده هارمونیک، تنظیم شده و هدف دار است که همیشه مورد توجه داشتمندان علاقه‌مند به مکانیزم حرکت انسان بوده است. عدم ارتباط و هماهنگی بین اجزای مختلف بدن انسان ممکن است باعث مشکلات حرکتی، تعادلی و یا در افع منجر به یک از هم پاشیده شدن نوتهای سمفونی حرکتی شود. از طرفی ضایعه فلچ مغزی، ضعف و سستی ماهیجه‌ها به هنگام پیری، تصادفات رانندگی و آسیب‌های ناشی از جنگ، اصلی‌ترین منابع ناتوانایی‌های حرکتی به حساب می‌آیند. در نظام سلامت جامعه درمان‌های غیردارویی در خط مقدم درمان کشورها قرار دارد. یکی از این درمان‌ها توانبخشی است. توانبخشی به معنای بازتوانی و بازگرداندن ناتوانایی‌های یک فرد به حالت حداقل استقلال اطلاق می‌گردد. این روند عموماً یک کار هزینه‌بر بوده و نیاز به زمان و حوصله زیادی دارد.

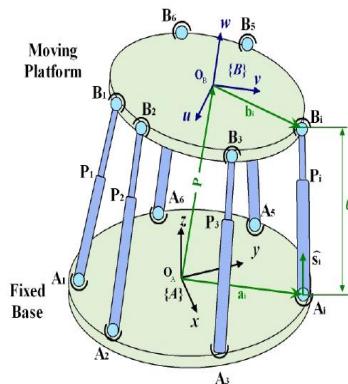
ماشین‌های تمرین دهنده‌ی زیادی برای اهداف توانبخشی وجود دارند [۱]. یکی از این دسته ماشین‌ها، ماشین‌های مصنوعی غیر فعال شیوه (CPM) Continues Passive Motions سرعت‌های پایین می‌توانند از رفتار اندام سالم تبعیت کنند. اما در سرعت‌های معمول و بالاتر، اندام‌های انسان نیاز به انرژی بیشتری برای حرکت در مسیرهای مطلوب دارند [۲،۳] و نیز اکثر این ماشین‌ها به علت درجه آزادی یا بازه حرکتی کم و نامناسبی که دارند به صورت محدود و ویژه مورد استفاده قرار می‌گیرند. بنابراین ضرورت نیاز به استفاده از تکنولوژی‌های مکاترونیکی در حوزه توانبخشی کاملاً مشهود است. مطالعات زیادی براساس کارآئی و بهره وری روباتهای توانبخشی برای تعیین و تشخیص و درمان اختلالات مفاصل برای اندامهای فوقانی و تحتانی صورت گرفته است. یکی از پر استفاده ترین ابزار موجود در زمینه روباتهای توانبخشی، روبات robotic exoskeleton یا روبات اسکلت بندی خارجی است. با شروع قرن ۲۱ شرکتهای زیادی ماشینهای را طراحی و تولید کرده‌اند که به افرادی که دارای اندام‌های تحتانی با توان حرکتی کم هستند کمک کنند. پر کاربردترین روبات Lower-extremity exoskeleton (LOPES) (Powered Exoskeleton) می‌باشد. خلیلی و زوملفر (۱۹۸۸) سیستمی را با ۲ روبات معرفی کردند که هر کدام از آنها ۲ درجه آزادی دارند. این سیستم برای حرکات پیش‌بینی نشده جزئی (محدوده کم حرکتی و اندامهای پایین) مناسب بود. کربس (۲۰۰۳ و ۱۹۹۸) سیستمی را با نام MIT-MANUS ارائه کرد که بصورت کلینیکی و شامل روباتی با سیستم توانبخشی عصبی بود. این سیستم شامل روباتی با درجهات آزادی چندگانه و مناسب با بیماران مصدوم و ضربه دیده بود. ریچاردسون (۱۹۹۹ و ۲۰۰۳ و ۲۰۰۵) یک سیستم نیوماتیک ۳ درجه آزادی را برای توانبخشی توسعه داد که از کنترل کننده‌های PD و مقاوم بهره می‌جست. کار دیگری برای توانبخشی، پروژه REHABROB بود که شامل دو روبات صنعتی بود. اینده اصلی براساس نیرو و موقعیت مورد نیاز

مورد نیاز هستند. در بخش بعدی مدل سینماتیک معکوس روبات موازی شش درجه آزادی ساخته شده در شکل (۱) مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۳-۲- تحلیل سینماتیک معکوس روبات موازی

همانطور که قبله توضیح داده شد در سینماتیک معکوس طول عملگرهای روبات موازی با توجه به موقعیت MP تعیین می‌شود. با توجه به شکل (۳) نقاط اتصال عملگر به صفحه‌ی ثابت می‌تواند به صورت رابطه‌ی زیر بیان شود[۶]:

$$a_i^o = [r_i^a \cos \alpha_i, r_i^a \sin \alpha_i, 0]^T \quad (1)$$



شکل ۳- مکانیزم روبات استوارت

که در آن r_i^a فاصله شعاعی نقاط اتصال ثابت از مرکز صفحه می‌باشد. موقعیت زاویه‌ی نقاط اتصال a_i بر روی صفحه‌ی ثابت به صورت α_i بیان شده است. بطور مشابه نقاط اتصال بر روی MP به صورت (r_i^b, β_i) قرار گرفته‌اند که در آن r_i^b مختصات قطبی متصل به O_B می‌باشد که این صفحه d متر بالاتر از مرکز جرم صفحه ثابت FP است. بردارهای موقعیت (b_i^o) شش نقطه‌ی اتصالی بر صفحه متحرک در مختصات دکارتی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$b_i^o = [r_i^b \cos \beta_i, r_i^b \sin \beta_i, d]^T \quad (2)$$

که در آن β_i موقعیت زاویه‌ی نقطه b_i بر روی MP می‌باشد. بردارهای موقعیت طول عملگرهای توسط شش معادله‌ی زیر بیان می‌شوند:

$$L_i^o = P_e^o + R_e^o b_i^o - a_i^o \quad i = 1, 2, 3, \dots, 6. \quad (3)$$

که در آن P_e^o بین کننده بردار موقعیت O_B نسبت به O_A می‌باشد. ماتریس دوران MP نسبت به FP با توجه به چرخش‌های θ_x , θ_y , θ_z به ترتیب حول محورهای X_0 , Y_0 و Z_0 هستند و به صورت زیر بیان می‌شوند:

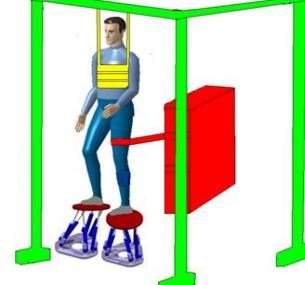
$$R_e^o = \begin{bmatrix} c\theta_z c\theta_y & c\theta_z s\theta_y s\theta_x - s\theta_z c\theta_x & s\theta_z s\theta_x + c\theta_z s\theta_y c\theta_x \\ s\theta_z c\theta_y & c\theta_y c\theta_x + s\theta_z s\theta_y s\theta_x & s\theta_z s\theta_y c\theta_x - c\theta_z s\theta_x \\ -s\theta_y & c\theta_y s\theta_x & c\theta_y c\theta_x \end{bmatrix} \quad (4)$$

هماهنگی با حرکت درجهات آزادی تحتانی و نیز مکانیزم مهار وزن فعال می‌باشد. عملگرهای روبات استوارت که تصویر آن در شکل (۱) نشان داده شده است از نوع نیوماتیکی می‌باشد که بازه حرکتی آن (Range Of Motion) با توجه به فضای کاری مورد نیاز برای پوشش سینماتیک راه رفتن، قطر سیلندر با توجه به نیروهای مورد نیازی که باید عملگرهای ایجاد نماید و مشخصات شیرها نیز با توجه به دبی هواز مورد نیاز برای ایجاد سرعت‌های لازم انتخاب شده است.



شکل ۱- روبات موازی دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی برای توانبخشی اندام‌های پایین

این روبات در زیر کف پای بیمار قرار می‌گیرد و باید بتواند مراحل پیاده‌روی پای انسان را شبیه‌سازی کند. طرح توانبخشی در شکل (۲) نشان داده شده است.



شکل ۲- طرح پیشنهادی برای توانبخشی روباتیکی

۲-۲- مدل سینماتیکی روبات

حرکت فضایی MP با توجه به مرجع ثابت به کمک مدل سینماتیکی می‌تواند بیان شود. براساس این مدل ۲ نوع تحلیل برای مطالعه حرکت مورد نیاز هستند:

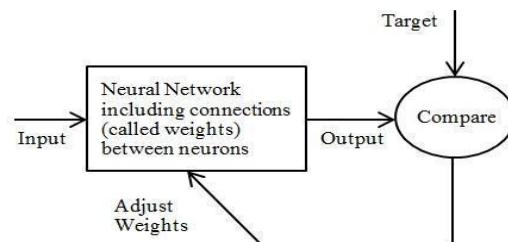
۱. تحلیل سینماتیک مستقیم (Forward Kinematic) (FK) یا

۲. تحلیل سینماتیک معکوس (Inverse Kinematic) (IK) یا [۶].

تعیین اندازه طول لینک‌های روبات بر اساس موقعیت و جهت MP با استفاده از تحلیل سینماتیک معکوس روبات امکان‌پذیر است. در عوض با استفاده از تحلیل سینماتیک مستقیم، موقعیت و جهت MP حاصل می‌شود. بنابراین هر دو مدل سینماتیکی برای پیاده‌سازی یک سیستم کنترلی

اشاره شد معمولاً سینماتیک روبات‌های موازی یک مسئلهٔ غیرخطی است و بدست آوردن یک جواب منحصر به فرد، مشکل است. بنابراین در این مطالعه استفاده از شبکه عصبی MLP به منظور تخمین طول لینک-ها پیشنهاد می‌شود.

ایدهٔ دوم استفاده از شبکه عصبی در کنترل روبات توانبخشی از اینجا بوجود آمد که نتایج آزمایشات نشان داده است که در نخاع پستانداران بالغ مراکز آموزش پذیری وجود دارد که موتور نورون‌های مسئول راه رفتن را فعال و کنترل می‌نماید. واژه آموزش پذیری بدین مفهوم است که در نخاع شبکه‌هایی از مدارات عصبی وجود دارد که مسئول تولید الگویی از فعالیت‌های ریتمیک، وابسته به زمان و متنابض در نورون‌های حرکتی پا می‌باشد. این مراکز، فعالیتی شبیه به نبض زدن قلب را داشته، به نحوی که به صورت مستقل از مغز عمل می‌نمایند. سازمان‌بندی مراکز تولید کننده الگوها پس از آسیب نخاع دچار تغییراتی می‌شوند. در ابتدا تصور بر این بود که سیستم عصبی بعد از آسیب دیدن قادر نخواهد بود الگوهای حرکت عضو آسیب دیده را مجددًا فرا بگیرد، اما تحقیقات در حوزه علوم اعصاب این نظریه را رد کرده است و ثابت شده است که در صورت آسیب دیدن نورون‌های عصبی که الگوهای راه رفتن در آنها از قبل ذخیره شده است، نورون‌های دیگری می‌توانند این وظیفه را بر عهده گیرند. اگرچه هنوز مکانیزم‌های موثر بر آنها به درستی مشخص نیست ولی نقش ورودی‌های محیطی به شدت مطرح می‌باشد [۷، ۸]. شکل (۴) ساختار شبکه عصبی را نشان می‌دهد.



شکل ۴- ساختار شبکه عصبی

که در آن ورودی، خروجی و تابع هدف شبکه عصبی در الگوریتم پیشنهادی به ترتیب y_d ، y و q_d هستند که در شکل (۶) نشان داده شده‌اند. شبکه عصبی مورد استفاده در این مقاله، یک شبکه MLP با دو لایه می‌باشد (تابع Tansig در لایه اول و تابع Purelin در لایه دوم). بهترین تعداد نورون‌ها در لایه اول با استفاده از الگوریتم تکراری بدست می‌آید. الگوریتم بهینه‌سازی Levenberg-Maquardt یا Trainlm آموزش شبکه استفاده شده است.

۴- استراتژی کنترلی در الگوریتم پیشنهادی

سیستم کنترلی یکی از چالش‌های اصلی در طراحی روبات‌های توانبخشی است. روش‌های کنترلی مختلفی برای این منظور مورد بررسی

موقعیت عملگرها با طول پایه‌ها را می‌توانیم با جذر گرفتن از معادله (۵) پیدا کنیم:

$$L_i^2 = [P_e^o + R_e^o b_i^o - a_i^o]^T [P_e^o + R_e^o b_i^o - a_i^o] \quad (5)$$

بنابراین با توجه به اینکه طول پایه‌ها نمی‌توانند منفی باشند، پاسخ سینماتیک معکوس روبات استوارت، یکتا است. اما با توجه به پیچیدگی مسئله و احتمالاً غیر خطی بودن مدل دینامیکی روبات، در این مقاله برای بدست آوردن موقعیت عملگرها یا طول پایه‌ها از یک شبکه عصبی MLP استفاده می‌کنیم.

۴-۲- تحلیل ژاکوبین روبات موازی

در این بخش به بررسی ژاکوبین روبات موازی ساخته شده می‌پردازیم. در این بررسی بردار ورودی d را بصورت $[d_1, d_2, \dots, d_y] = q$ فرض می‌کنیم و بردار خروجی توسط سرعت خطی و زاویه‌ای MP بیان می‌شود یا:

$$\dot{x} = [v_p, w_p]^T \quad (6)$$

ماتریس ژاکوبین از طریق معادلهٔ حلقه بسته سرعتی برای هر پایه بدست خواهد آمد:

$$\overline{OP} + \overline{PB_i} = \overline{OA_i} + \overline{A_iB_i} \quad (7)$$

$$v_p + w_B \times b_i = d_i w_i \times s_i + d_i s_i \quad (8)$$

که در آن s_i و b_i به ترتیب نشان دهندهٔ بردار $\overline{PB_i}$ و برداری که در راستای $\overline{A_iB_i}$ می‌باشد و w_i سرعت زاویه‌ای / ام نسبت به مرجع O_A می‌باشد. برای حذف w_i ، دو طرف معادله (۸) را در s_i ضرب نقطه‌ای می‌کنیم:

$$s_i \cdot v_p + (b_i \times s_i) \cdot w_B = d_i \quad (9)$$

اگر معادله (۹) را ۶ بار به ازای $i = 1, 2, \dots, 6$ معادله بدست می‌آید، می‌توانیم آنها را به فرم ماتریسی زیر بنویسیم:

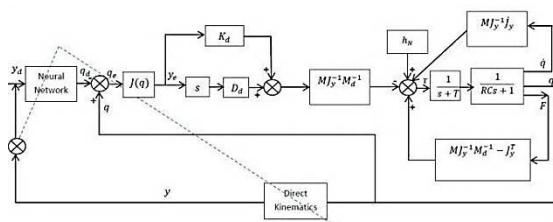
$$J_x \dot{x} = J_q \dot{q} \quad (10)$$

$$J_x = \begin{bmatrix} s_1^T & (b_1 \times s_1)^T \\ s_2^T & (b_2 \times s_2)^T \\ \vdots & \vdots \\ s_6^T & (b_6 \times s_6)^T \end{bmatrix}_{6 \times 6} \quad (11)$$

$$J = J_x J_q^{-1}, \quad J_q = I(6 * 6 \text{ identity matrix}) \quad (12)$$

۳- شبکه عصبی و کاربرد آن در الگوریتم پیشنهادی

شبکه عصبی به منظور آموزش و نگاشت توابع غیر خطی کاربرد زیادی در شناسایی و کنترل دسته‌های روبات (MP) دارد. همانطور که قبل



شکل ۶- دیاگرام بلوکی سیستم کنترل مقاوم پیشنهادی

گشایش مورد نیاز مفاصل روبات به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\tau = h_N(q, \dot{q}) - M(q)J_y^{-1}(q)\bar{f}_y(q)\dot{q} - \quad (14)$$

$$M(q)J_y^{-1}(q)M_d^{-1}(D_d\ddot{y}_e + K_d y_e) + [M(q)J_y^{-1}(q)M_d^{-1} - J_y^T]F$$

که در آن q_d^{6*1} بردار مفاصل مطلوب (مفاصل خطی در روبات موازی)، y^{6*1} بردار حرکت MP، \dot{q}^{6*1} بردار مفاصل، $M(q)^{6*6}$ ماتریس اینرسی، نیروهای گریز از مرکز و Coriolis $M_d(q)^{6*6}$ ماتریس اینرسی، $M_d(q)^{6*6}$ ماتریس ضرایب اینرسی مطلوب، J^{6*6} ماتریس ژاکوبین، $M_d(q)^{6*6}$ ماتریس ضرایب میرایی مطلوب، K_d^{6*6} ماتریس ضرایب سفتی مطلوب و F^{6*1} نیروی خارجی وارد شده بر MP توسط محیط می‌باشد (این نیرو می‌تواند به صورت نیروی عمل و عکس العمل بین پای بیمار و MP تعریف شود). عبارت $\frac{1}{RCs+1}$ تابع تبدیل پایه‌های روبات نشان داده شده در شکل (۱) است (که در آن R و C به ترتیب مقاومت جریان گاز و ظرفیت منع تولید فشار هر کدام از عملگرهای نیوماتیکی روبات موازی هستند[۱۵]). و در نهایت $\frac{1}{s+T}$ تابع تبدیل تأخیر تخمینی می‌باشد. (اندیس لا یانگر فضای کاری می‌باشد).

۵- شرایط پایداری الگوریتم پیشنهادی

امنیت بیمار یکی از مهمترین فاکتورها در سیستم‌های توانبخشی می‌باشد که با استفاده از پایداری نرم‌افزار و سخت‌افزار تأمین می‌شود. شرایط پایداری سیستم‌های روبات که توسط کنترل کننده‌های سفتی و مقاوم کنترل می‌شوند مورد بررسی تعداد زیادی از محققان قرار گرفته است[۹]. در این مقاله شرایط پایداری جدیدی برای کنترل کننده پیشنهادی بر اساس رابطه‌ی بین طول لینک‌های روبات (q) و طول‌های مطلوب (q_d) بدست آمده از خروجی شبکه عصبی ارائه می‌شود. بر طبق معادله (۱۴) و جایگزینی‌های زیر:

$$F = Ky_e \quad (15)$$

$$\Phi = M(q)J_y^{-1}(q) \quad (16)$$

$$h_N(q, \dot{q}) = mgsin(q) \cong -10mq \quad (17)$$

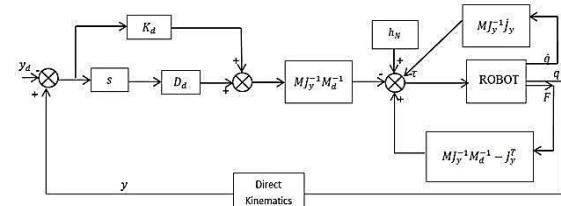
که در آن g شتاب جاذبه زمین و m جرم بیمار می‌باشد، تابع تبدیل رابطه (۱۴) به صورت زیر خواهد بود:

قرار گرفته‌اند و در حال توسعه‌اند[۴]. استراتژی‌های کنترلی سیستم‌های

توانبخشی می‌توانند به سه دسته تقسیم شوند:

۱. کنترل نیرو
۲. کنترل موقعیت
۳. کنترل نیرو و موقعیت[۹].

برخلاف روبات‌های صنعتی از آنجایی که روبات‌های توانبخشی در تعامل با انسان قرار دارند باید به صورت پایه‌دار، مطمئن و سازگار پیکربندی شوند[۹]. استراتژی کنترل امپدانس که توسط Hogan [۱۰][۱۱] پیشنهاد شده است مناسب‌ترین روش برای این کاربردها است. هدف کنترل امپدانس، کنترل موقعیت و نیرو با القاء یک مقاومت مکانیکی MP به نیروهای خارجی تولید شده توسط محیط می‌باشد. امپدانس مقاومت مکانیکی یک مفهوم توسعه یافته برای سفتی مکانیزم در مقابل نیروی وارد شده به آن است[۱۲]. Erhan Akdo و همکاران [۱] دیاگرام بلوکی شکل (۵) را برای این منظور استفاده کردند.



شکل ۵- دیاگرام بلوکی کنترل امپدانس استفاده شده در [۱]

اما در سیستم پیشنهادی از آنجایی که کنترل بر روی یک روبات موازی است و همانطوری که قبله گفته شد مدل‌های سینماتیکی روبات موازی به صورت مسائل غیرخطی هستند و پیدا کردن جواب حالت بسته برای آنها مشکل است بنابراین یک شبکه عصبی MLP برای تخمین طول لینک‌های مطلوب (q_d) پیشنهاد می‌شود. و بافرض اینکه:

$$y_e = dy = J(q)dq \cong J(q)q_e \quad (13)$$

(که در آن y_e لا یان کننده خطی یا انحراف MP از موقعیت و جهت مرجع، $J(q)$ ماتریس ژاکوبین و q_e بیان کننده میزان خطی یا انحراف طول لینک‌های MP از طول و اندازه مطلوب می‌باشد).

استراتژی کنترل پیشنهادی برای کنترل هوشمند که بر مبنای ترکیب دو استراتژی امپدانس و تطبیقی استوار است به صورت دیاگرام بلوکی شکل (۶) خواهد بود (کنترل تطبیقی به منظور تطبیق پارامترهای کنترلی با شرایط بیمار، مراحل درمان و غیره می‌باشد).

که بدون استفاده از تابع تبدیل سعی در کمینه کردن تابع هزینه نماید می‌تواند در کاهش این پیچیدگی مفید باشد. معادله (۲۲) برای محاسبه اختلاف بین مسیر واقعی و مطلوب به کار گرفته می‌شود[۱۴]:

$$\Delta P = CF \quad (22)$$

که در آن C ماتریس انعطاف پذیری نامیده می‌شود و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$C = J^* K^{-1} J^{*T} \quad (23)$$

که در آن K ماتریس سفتی است و J^* به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$J^* = (F^{-1})^T \tau^T \quad (24)$$

حال پارامترهای کنترل امپدانس را طوری تغییر می‌دهیم که تابع هزینه زیر مینیمم شود:

$$J = \|\nabla P\| \quad (25)$$

در این حالت به خاطر تعامل بین روبات و انسان اندازه نیروی F بسیار مهم است و مقدار زیاد آن می‌تواند به بیمار آسیب برساند، بنابراین تابع هزینه به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$J = \min(\|\nabla P\|) \quad WITH CONDITION (F \leq THRESHOLD(Ft)) \quad (26)$$

اندازه آستانه نیرو بر اساس مراحل مختلف درمان و شرایط بیمار تغییر می‌کند. پیشنهاد دیگری برای تابع هزینه می‌تواند به صورت زیر باشد:

$$J = \alpha F + \beta |\Delta P| \quad , \quad (\alpha + \beta = n, n \geq 1) \quad (27)$$

که در آن α, β بر اساس مراحل مختلف درمان شرایط بیمار تغییر می‌کند (استراتژی تطبیقی). n می‌تواند به عنوان فاکتور دقت تعریف شود که با کاهش n ، دقت افزایش پیدا خواهد کرد. به هر حال پارامترهای کنترلی از قبیل (M_d, K_d, D_d) و حتی F که برای تعیین گشاویر مورد نیاز لینک ها بر اساس معادله (۱۴) استفاده می‌شوند با استفاده از الگوریتم تکاملی ژنتیک که در بخش بعدی شرح داده می‌شود، بهینه می‌شوند.

۶- الگوریتم ژنتیک و کاربرد آن در الگوریتم پیشنهادی

در الگوریتم ژنتیک پیشنهادی، کد گذاری مقداری برای کروموزوم‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد و تابع شایستگی می‌تواند براساس رابطه (۲۷) تعریف شود. هدف اصلی رسیدن به مینیمم ΔP با درنظر گرفتن مقدار (F) است که از یک مقدار آستانه بیشتر نشود و به این علت که پارامترها چند بعدی هستند کروموزوم‌ها نیز به جای بردار خطی به صورت ماتریسی خواهند بود. در این حالت هر کروموزوم می‌تواند به صورت زیر نمایش داده شود:

M_d	K_d	D_d	F
-------	-------	-------	-----

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{q}{q_d} = \quad (18)$$

$\frac{(\Phi M_d^{-1} D_d J) s + \Phi M_d^{-1} K_d J - \Phi M_d^{-1} K J + J^T K J}{s^2 (\Phi J + R C) + s (T R C + 1 + \Phi M_d^{-1} D_d J) + (\Phi M_d^{-1} K_d J - \Phi M_d^{-1} K J + J^T K J + 10m)}$
بنابراین چند جمله‌ای مشخصه معادله مخرج به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$d(s) = s^2 (\Phi J + R C) + s (T R C + 1 + \Phi M_d^{-1} D_d J) + (\Phi M_d^{-1} K_d J - \Phi M_d^{-1} K J + J^T K J + 10m) = a_0 s^2 + a_1 s + a_2 \quad (19)$$

با تحلیل پایداری تئوری راوث [۱۵] شرط زیر برای تأمین پایداری بدست می‌آید که در آن (M, K) ماتریس‌های Positive Definite Matrix (PDM) هستند:

$$R C > -\Phi J, \quad \Phi M_d^{-1} K_d J + J^T K J + 10m > \Phi M_d^{-1} K J \quad (20)$$

بنابراین پارامترهای کنترلی از قبیل (M_d, K_d, D_d) نقش مهمی در پایداری سیستم دارند و در این مقاله با استفاده از یک استراتژی بهینه‌سازی غیرخطی (GA) تعیین می‌شوند که در بخش‌های بعدی به بررسی آن پرداخته می‌شود.

همانطوری که در بخش‌های بعدی نشان داده می‌شود انحراف مسیر واقعی از مسیر مطلوب نیز به عنوان فاکتور دیگری برای پایداری سیستم در نظر گرفته می‌شود. در این مقاله امنیت به این دلیل که پارامترهای کنترلی تحت شرایط زیر سازگار می‌شوند، تضمین می‌شود:

- قیود پایداری در ناعماله (۲۰)

- اختلاف بین مسیر واقعی و مطلوب

- میزان آسیب بیمار

- مراحل مختلف درمان.

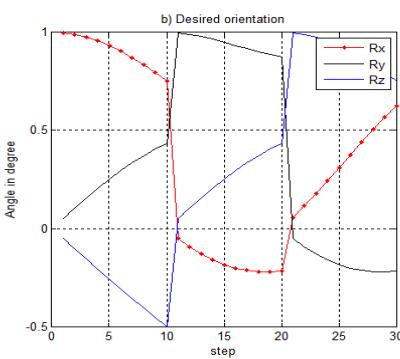
هر موقع که شرایط ذکر شده تأمین نشود، روبات متوقف می‌شود.

۶- بهینه سازی پارامترهای کنترلی

به منظور پیدا کردن کمترین انحراف از مسیر مطلوب می‌توان از استراتژی‌های کلاسیک کنترل بهینه کمک گرفت و با تعریف تابع تبدیل S می‌توان از دلایل زیر این کنترل را در پارامترهای بهینه از قبیل $(M_d, K_d, D_d), F$ نامیم. برای این منظور می‌توان تابع معیار زیر را در نظر گرفت:

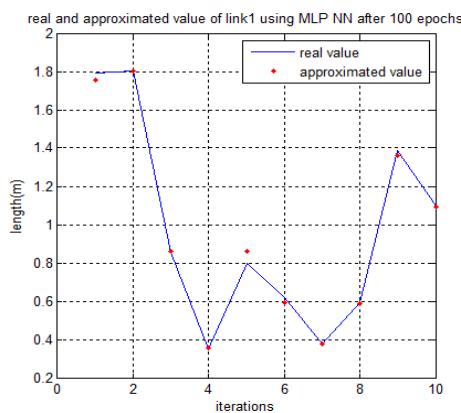
$$J = \int_0^n e(t)^2 d(t) \quad (21)$$

که در آن $e(t)$ میزان اختلاف بین مسیر واقعی و مطلوب و n تعداد گام‌های توانبخشی می‌باشد. اما به دلایل زیر استفاده از روش‌های کلاسیک باعث افزایش پیچیدگی مسئله بهینه‌سازی و احتمالاً پیدا نکردن یک جواب به شکل بسته می‌شود: اولاً حلقه بازخورد یا Feedback در دیاگرام بلوکی شکل (۶) برای حالت‌های مختلف متفاوت است (سینماتیک روبات‌ها یکسان نیستند). و ثانیاً از آنجایی که پارامترها به شکل ماتریسی هستند، افزایش درجات آزادی سیستم منجر به افزایش ابعاد مسئله بهینه‌سازی می‌شود. بنابراین تعریف یک استراتژی جایگزین



شکل ۷- (a) موقعیت و (b) جهت مطلوب MP

بعد از تخمین طول لینک‌های روبات (q_d) با استفاده از یک شبکه عصبی MLP که ساختار آن در بخش (۳) تشریح شد مقادیر واقعی و تخمین داده شده برای پایه‌ی ۱، در ۱۰ نقطه‌ی حرکتی شکل (۷) در شکل (۸) نشان داده شده است:



شکل ۸- مقادیر تخمینی و واقعی طول لینک ۱ با استفاده از شبکه عصبی MLP برای ۱۰ نقطه‌ی حرکتی شکل (۷)

میزان MSE (میانگین مربع خطأ) بین مقادیر تخمینی و واقعی برای شش لینک روبات بعد از ۱۰۰ اپیاک در جدول (۱) نشان داده شده است:

Links	1	2	3	4	5	6
MSE	0.0046	0.0004	0.0038	0.0017	0.0035	0.0005

جدول ۱- میزان MSE طول لینک‌ها در روبات استوارت که با استفاده از شبکه عصبی تخمین زده شده‌اند.

و مقادیر طول لینک‌های متناسب با موقعیت مطلوب MP در شکل (۹) نشان داده شده است:

اما تعداد پارامترهایی که باید در روبات موازی در شکل (۱) بهینه سازی شوند برابر است با $m * n = 6 * 6 * 4 = 144$. بهینه ترتیب تعداد درجات آزادی و پارامترهای روبات هستند. بنابراین طول هر کروموزوم افزایش می‌یابد و این مسئله منجر به افزایش پیچیدگی مسئله خواهد شد. بنابراین پیدا کردن راههایی برای کاهش طول کرموزوم ضروری به نظر می‌رسد. بعضی از این راههای عبارتند از:

- ۱- تبدیل جمعیت کرموزوم به چند جمعیت (Multi Population).
- ۲- ثابت نگه داشتن بعضی از پارامترها در هر کرموزوم که مهم یا اساسی نباشد. (نقش کمتری در بهینه سازی داشته باشند).

۳- در نظر گرفتن پارامترهای کرموزوم به صورت ماتریس‌های قطری. روش سوم در این مقاله استفاده می‌شود. بنابراین تعداد پارامترهایی که باید بهینه شوند به صورت زیر کاهش پیدا می‌کنند:
 $n * m = 6 * 4 = 24$

۸- پیاده‌سازی الگوریتم پیشنهادی

برای پیاده‌سازی الگوریتم پیشنهادی بر روی روبات استوارت ذکر شده مراحل زیر را به ترتیب انجام می‌دهیم:

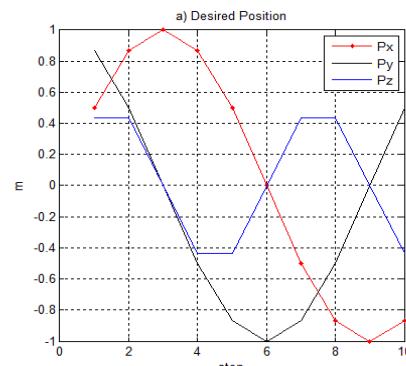
- ۱- موقعیت و جهت مطلوب MP از فیزوپرایست گرفته می‌شود.
- ۲- طول پایه‌های متناسب با موقعیت مطلوب MP و بر اساس سینماتیک معکوس پیدا می‌شود. (خروجی شبکه عصبی)
- ۳- پارامترهای کنترل امپدانس با استفاده از الگوریتم ژنتیک جهت تعیین گشتاورهای مورد نیاز مفاصل بهینه می‌شود.

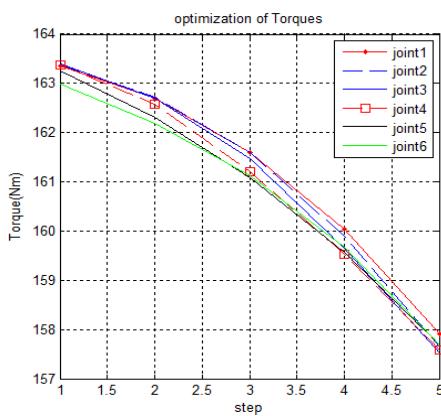
موقعیت و جهت مطلوب MP برای ۱۰ نقطه‌ی مختلف بر طبق شکل (۷) تعریف می‌شود که بر اساس معادلات زیر پیدا شده‌اند:

$$P_x = \sin(10x), \quad P_y = \cos(10y), \quad P_z = P_x P_y \quad (28)$$

که در آن:

$$x = y = \frac{\pi}{60} \quad (29)$$

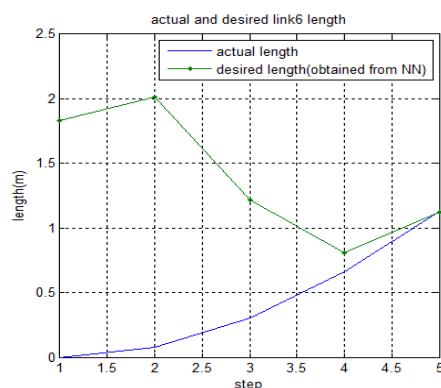




شکل ۱۱- گشتاورهای خطی مفاصل برای حرکت در مسیر مطلوب
پارامترهای کنترل بهینه‌سازی شده نهایی بر اساس گشتاورها و نیروهای
بدست آمده به صورت زیر خواهد بود:

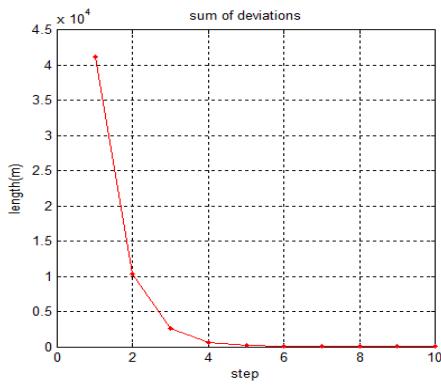
$$K_s = 51.2 \left(\frac{N}{m} \right), D_s = 0.05 (Ns/m), M_{ds} = 10.24 (kg)$$

حال گشتاورهای بدست آمده از شکل (۱۰) برای حرکت لینک‌های روبات مورد استفاده قرار می‌گیرند. شکل (۱۲) مقادیر واقعی طول لینک‌ها (q) و نیز تخمین زده شده بر اساس مسیر مطلوب (q_d) را نشان می‌دهد. (برای سادگی بیشتر فقط لینک ۶ نشان داده شده است).

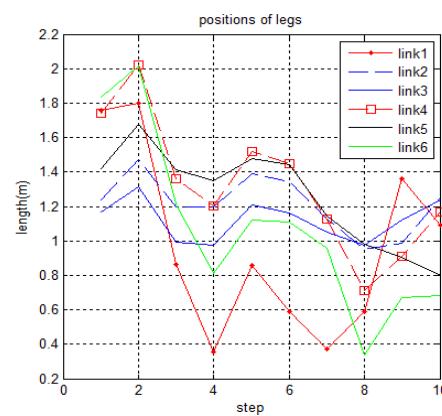


شکل ۱۲- مقادیر واقعی و مطلوب طول لینک ۶

در نهایت میزان انحراف مسیر واقعی از مسیر مطلوب در شکل (۱۳) نشان داده شده است.



شکل ۱۳- اندازه انحراف مسیر واقعی از مسیر مطلوب



شکل ۹- اندازه طول لینک‌های روبات بر اساس موقعیت مطلوب MP

این طول‌ها توسط شبکه عصبی تخمین زده شده‌اند. پارامترهای کنترل امیدانس در مرحله‌ای اول با استفاده از روش سعی و خطا انتخاب شده و سپس با استفاده از الگوریتم ژنتیک بهینه‌سازی می‌شوند. این پارامترها به صورت فرمول‌های زیر (ماتریس‌های قطری) داده می‌شوند:

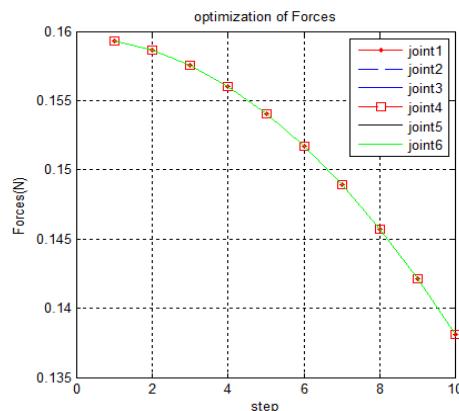
$$K_d = diag(K_s), D_d = diag(D_s), M_d = diag(M_{ds}) \quad (30)$$

که در آنها پارامترهای اولیه به صورت زیر است:

$$K_s = 0.05 \left(\frac{N}{m} \right), D_s = 0.05 \left(\frac{Ns}{m} \right), M_{ds} = 10(kg).$$

$$R = 100 \frac{lb_f}{lb/sec}, C = 10 \frac{lb}{lb_f/sec}, T = 0.1 sec$$

و $r_f = 0.5 m$ ، $r_m = 0.3 m$ و ترتیب بیانگر شاعع صفحه‌های متوجه ک و ثابت روبات موازی هستند.
اگر وزن شخص بیمار را ۱۰۰ کیلوگرم و نیز طول اولیه پایه‌های روبات را ۰/۷ متر در نظر بگیریم نیروهای وارد شده به هر لینک در شکل (۱۰) و نیز گشتاورهای خطی مورد نیاز برای حرکت در مسیر مطلوب در شکل (۱۱) بدست می‌آیند.



شکل ۱۰- نیروهای وارد شده به پایه‌های روبات موازی

- باشد. این مقادیر برای مرجع [۱۳] به ترتیب (۰+۳۸) و (۰+۲۵) و (۰-۲۵)- است. حال آنکه در این تحقیق میزان نیروی اندازه گیری شده بر روی پایه ها به ۱ نیوتون نیز نمی رسد. و اختلاف موقعیت ها بعد از چند مرحله به صفر نزدیک می شود. (البته در این مقاله اختلاف ها بر حسب متر اندازه گیری شده است).
- (۷) سعی بر آن است که در روش پیشنهادی تمرکز تواماً روی کاهش پیچیدگی، کاهش هزینه، افزایش اعطاف، تضمین امنیت، افزایش دقت و تعیین پارامترهای کنترلی متناسب با دوره درمان و شرایط بیمار باشد. حال آنکه در کارهای مشابه در نظر گرفتن همه این موارد بصورت یکجا کمتر اتفاق افتاده است.
- (۸) باید تأکید داشت برنامه توانبخشی اینگونه نیست که تا زمانی ادامه یابد که بیمار دردی احساس نکند یا درد کمی داشته باشد، بلکه باید تا زمان اطمینان از بهبودی ادامه پیدا کند.

مراجع

- [1] Erhan Akdoğan. Ertuğrul Taçgın. M.Arif Adlı, "Knee rehabilitation using an intelligent robotic system" Intell Manuf (2009) 20:195–202 DOI 10.1007/s10845-008-0225.
- [2] Neptune RR, Kautz SA, Zajac FE. "Contributions of the individual ankle plantar flexors to support forward progression and swing initiation during walking". Journal of Biomechanics 2001; 34(11):1387–98.
- [3] L.R. Palmer, "Sagittal plane characterization of normal human ankle function across a range of walking gait speeds", Master's thesis, Department of Mechanical Engineering, MIT, 2002.
- [4] Jiménez-Fabián,O. Verlinden "Review of control algorithms for robotic ankle systems in lower-limb orthoses, prostheses, and exoskeletons".service de Mécanique Rationnelle, Dynamique et Vibrations, Faculté Polytechnique, Université de Mons, Belgium. doi:10.1016/j.medengphy.2011.
- [5] Y.H. Tsui, S.Q. Xie, Impedance Control of Ankle Rehabilitation Robot, 2008 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, ROBIO 2008, 2008,pp. 840–845.
- [6] C.Innocenti,V.Parenti-Castelli,"Forward kinematics of the general 6–6 fully parallel mechanism: an exhaustive numerical approach via a mono-dimensional search algorithm", Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME 115 (1993) 932–937.
- [7] H. Schmidt, C. Werner, R. Bernhardt, S. Hesse and J. Krüger, "Gait Rehabilitation Machines based on Programmable Footplates",Journal of NeuroEngineering and Rehabilitation, Vol. 4, No. 2,2007.

مطابق با شکل‌های (۱۲) و (۱۳) انحراف یا خطای مسیر مطلوب در مراحل اولیه زیاد است و برای توانبخشی بدون کمک کننده، مناسب نیست اما رفته رفته که مراحل درمان می‌گذرد، کوچکتر و به صفر همگرا می‌شود.

۹- نتیجه گیری و جمع‌بندی

در این مقاله، یک روبات موازی استوارت ۶ درجه آزادی معرفی و برای توانبخشی اندام‌های پایین با ترکیب کنترل اپدیانس و تطبیقی تحت کنترل قرار گرفت. چندین فاکتور امنیت و شرایط پایداری تعریف و بدست آمدند. هنگامی که فاکتورهای امنیت ارضاء نشود، روبات متوقف می‌شود. پارامترهای مناسب کنترلی با استفاده از شبکه عصبی و الگوریتم ژنتیک بدست آمدند. نتایج پیاده‌سازی الگوریتم می‌تواند به صورت زیر جمع‌بندی شود:

(۱) هدف از این مقاله، انجام عمل توانبخشی برای بیمار و پیروی کردن از رفتار عمل فیزیوتراپیست در غیاب وی می‌باشد که به

این عمل روبوتراپی گفته می‌شود[۱۲].

(۲) ایجاد مسیر مرجع کاملاً متناسب با شرایط بیمار و دوره‌ی توانبخشی است. در این تحقیق مسیر مرجع (مسیر مطلوب) پس از چندین مرحله مراجعة به مراکز توانبخشی و مشاهده اعمال مربوطه تعریف شده است.

(۳) شناساگر شبکه عصبی برای حل مسئله سینماتیک معکوس روبات به دو دلیل مورد استفاده قرار گرفت: اولاً با یک شناسایی غیر خطی سرو کار داریم و ثانیاً و مهمتر اینکه مفاصل سیستم کنترلی شخص بیمار احتمالاً توسط شبکه عصبی مصنوعی امکان جایگزین شدن دارند.

(۴) یکی از فاکتورهای مهم و قابل توجه در این تحقیق، تضمین امنیت شخص بیمار است. از آتجایی که پارامترهای کنترل کننده تحت شرایط پایداری و توانایی شخص و نیز دوره‌های مختلف درمان تعیین و بهینه می‌شوند، امنیت تضمین می‌شود. از طرفی تابع شایستگی در الگوریتم ژنتیک بر اساس نیروهای تعاملی بین شخص و روبات تعریف می‌شود.

(۵) به منظور کاهش پیچیدگی مسئله بهینه‌سازی پارامترهای کنترلی، الگوریتم ژنتیک مورد استفاده قرار گرفت. وجه تمايز الگوریتم ژنتیک پیشنهادی در مقایسه با سایر الگوریتمها تعریف کرموزوم‌ها به صورت ماتریسی می‌باشد.

(۶) با توجه شکل‌های (۱۰) و (۱۱) و (۱۳) و مقایسه با نتایج مقالات [۱] و [۱۳]، روش پیشنهادی دارای دقت بیشتر با صرف انرژی و نیروی کمتری است. در مرجع [۱] نیروی مورد نیاز برای حرکت در مسیر مطلوب بر حسب نیوتون در فاصله (۰+۲۵) و (۴۰-۷۵) و اختلاف موقعیت بر حسب زاویه در فاصله (۷۵+۰) می

[8] V.Huang and J.Krakauer,"Robotic Neurorehabilitation: a Computational Motor Learning Perspective", Journal of Neuro Engineering and Rehabilitation, Vol.6,No. 5, 2009.

[9] Haifa Mehdi • Olfa Boubaker,"Stiffness and Impedance Control Using Lyapunov Theory for Robot-Aided Rehabilitation",Int J Soc Robot DOI 10.1007/s12369-011-0128-5.

[10] Hogan N (1984) Impedance control of industrial robots Robot Comput-Integr Manuf 1:97–113. doi:10.1016/0736-5845(84)90084-X.

[11] Hogan N (1985) Impedance control: an approach to manipulators: Part 1, 2, 3. J Dyn Syst Meas Control 107:1–24. doi:10.1115/1.3140702.

[12] Yoshikawa T. Foundations of robotics: analysis and control. Cambridge: MIT Press; 1990.

[13] Erhan Akdog, Mehmet Arif Adli "The design and control of a therapeutic exercise robot for lower limb rehabilitation:Physiotherabot", journal homepage: www.elsevier.com/locate/mechatronics, Mechatronics 21 (2011) 509–522.

[14] تجزیه، تحلیل و کنترل روبات/آسادا و اسلوتاین، ترجمه محمدمحیب نژاد کورایم. "تهران: دانشگاه علم و صنعت ایران، مرکز انتشارات، ۱۳۷۶

[15] مهندسی کنترل، کاتسو هیگو اوگاتا، ترجمه قدرت سپیدنام، مشهد، باغانی، ۱۳۸۲

مدل سازی تبدیل فاز و کنترل وفقی مقاوم سوئیچینگ عملگرها ای از جنس آلیاژ حافظه دار با و بدون در نظر گرفتن اثر تاخیر زمانی این عملگرها

حسین چهاردولی^۱، محمد اقتصاد^۲، مهرداد فرید^۳

^۱دانشجوی کارشناسی ارشد مکانیک / دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز، Hchehardoli@gmail.com

^۲استاد / دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز، Eghtesad@shirazu.ac.ir

^۳دانشیار / دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز، Farid@shirazu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۰/۱۲/۱۳۹۰، تاریخ پذیرش مقاله ۲۰/۱۲/۱۳۹۰)

چکیده: آلیاژهای حافظه دار دسته‌ای از مواد هوشمند هستند که به دلیل پاره‌ای از خواص ویژه کاربردهای صنعتی زیادی در شاخه‌های مختلف مهندسی پیدا کرده‌اند. این مواد کرنش‌های بزرگ و قابل بازگشت دارند و می‌توان از آن‌ها در کابردی که کرنش زیادی نیاز دارند استفاده کرد. در این مقاله ابتدا با تصحیح فرضیات Lagoudas مدلی بهبود یافته برای تبدیل فاز این مواد هوشمند ارائه و نتایج با مدل معروف کسینتوسی Liang-Rogers مقایسه شده‌اند. در کاربردهای مهندسی روش‌های کنترلی مختلفی برای این عملگرها استفاده شده است. در ادامه برای اولین بار به کنترل سوئیچینگ این عملگرها پرداخته‌ایم. به این منظور کاربرد خاصی از این مواد هوشمند را انتخاب کرده و با انتخاب یکتابع لیاپانوف مشترک برای تمامی زیرسیستم‌ها به اثبات پایداری سیستم تحت هر سوئیچ دلخواه پرداخته‌ایم. سپس کنترلر وفقی مقاوم سوئیچینگ را بر آن اعمال نموده‌ایم. در پایان مسئله تاخیر زمانی را برای این عملگرها در نظر گرفته و نشان داده‌ایم سیستم سوئیچینگ تاخیر زمانی مورد نظر با وجود تاخیر زمانی پایدار مجانی فراگیر خواهد بود.

واژه‌های کلیدی: آلیاژ حافظه دار، مدل سینتیک تبدیل فاز، سیستم سوئیچینگ، تابع لیاپانوف مشترک، کنترل وفقی - مقاوم، تاخیر زمانی.

Phase Transformation Modeling and Robust Adaptive Switching Control of Shape Memory Alloy Actuators With and Without Considering Time Delay of These Actuators

Hossein Chehardoli, Mohammad Eghtesad, Mehrdad Farid

Abstract: Shape Memory Alloys are widely used in the industry. Different researchers introduce successful models for phase transformation. In this work firstly the Lagoudas assumptions is corrected and an enhanced model for phase transformation of these smart materials is introduced. Secondly we compare results of this model with cosine Liang-Rogers model. Results show a good consistency between this model and cosine Liang-Rogers model. Afterwards for the first time switching control for these operators is investigated. For this reason, special application of smart material is selected and a common Lyapunov function for all subsystems is selected to prove stability of the system under any arbitrary switching. Subsequently robust adaptive switching control is applied on it. Lastly, a time delay problem is supposed and it is shown that even by considering time delay for this switched system, it is globally asymptotically stable.

Key words: Shape memory alloy, Switching System, Common Lyapunov Function, Robust Adaptive Control, Time Delay.

دھیم سیستم مورد نظر در حضور تاخیر زمانی نیز یک سیستم پایدار
مجانبی فرآگیر خواهد بود.

SMA مدل‌سازی تبدیل فاز

معادلات حاکمه‌ی آلایزهای حافظه‌دار شامل دو بخش معادلات ساختاری و معادلات سینتیک تبدیل فاز می‌باشند. عملگرهایی که از جنس آلایز حافظه‌دار ساخته می‌شوند اغلب به صورت سیم و یک بعدی هستند. بنابراین مدل‌های ارائه شده نیز اغلب حالت یک بعدی را در نظر می‌گیرند. معادله ساختاری معادله ایست دیفرانسیل می‌باشد که ارتباط بین نرخ تنفس، کرنش، دما و کسر مارتزیتی. معادله ساختاری اولین بار توسط Tanaka ارائه گردید و به صورت زیر است^[7]:

$$\sigma = D\varepsilon + \theta_i T + \Omega \xi \quad (1)$$

Piola-Kirchhoff σ ، T ، ε و θ_i به ترتیب تنش Green، دما، کسر مارتزیتی، مدول الاستیک و ضریب انبساط حرارتی می‌باشند و Ω ضریبی است که از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$\Omega = -D\varepsilon_i \quad (2)$$

که در آن ε_i بیشینه کرنش بازیابی سیم می‌باشد. در کاربردهای مهندسی استفاده از مدل‌های پدیدار شناختی SMA استفاده بیشتری از مدل‌های ترمودینامیکی SMA ها دارند. از معتبرترین مدل‌های پدیدار شناختی سینتیک تبدیل فاز مدل کسینوسی Liang-Rogers است^[8]. مدل‌های موفق دیگری نیز برای تبدیل فاز این مواد توسط افرادی چون Tanaka^[7] و Lagoudas^[9] ارائه شده‌اند.

Liang مدل کسینوسی خود را به صورت زیر بیان کرد:

$$\xi = \frac{\zeta_M}{2} \cos[a_A(T - A_S) + b_A\sigma] + \frac{\zeta_M}{2} \quad (3)$$

برای فرایند گرمایش یا تبدیل فاز از مارتزیت به آستنیت و

$$\xi = \frac{1-\zeta_A}{2} \cos[a_M(T - M_f) + b_M\sigma] + \frac{1+\zeta_A}{2} \quad (4)$$

برای فرایند سرمایش یا تبدیل از فاز آستنیت به مارتزیت. در این دو رابطه: M_s ، A_f و A_s به ترتیب دمای‌های آغاز فاز مارتزیت، پایان فاز مارتزیت و پایان a_M ، a_f و a_s به ثابت دیگر معادله‌ی عبارتند از: $a_M = \frac{\pi}{M_f - M_s}$ و $a_f = \frac{\pi}{A_f - A_s}$. دو ثابت دیگر معادله‌ی عبارتند از: $b_M = -\frac{a_M}{C_M}$ و $b_f = -\frac{a_f}{C_f}$ به صورت^(۳) و^(۴) ثابت نشان دهنده‌ی تاثیر فشار روی دمای‌های انتقال هستند و برابر شیب منحنی دما-تنش این مواد می‌باشند. a_A و M_f نیز درصد مارتزیتی به ترتیب قبل از گرم شدن و سرد شدن است.

از جمله‌ی مدل‌های موفق دیگر توسط Lagoudas ارائه گردید^[10]. وی در استخراج مدل خود از مفاهیم قانون دوم ترمودینامیک و انرژی آزاد گیبس استفاده کرد و برای هر دو تبدیل

مقدمه

مواد هوشمند^۱ هر یک خواص ویژه‌ای دارند که آن‌ها را گزینه‌ی مناسبی برای کاربردهای مهندسی کرده است. انواع مختلفی از مواد هوشمند شناخته شده‌اند، موادی همچون: آلایزهای حافظه‌دار^۲، پلیمرهای الکترواکتیو^۳، فلزات مگنتواستریکتیو^۴، مواد پیزووالکتریک^۵ و غیره. آلایزهای حافظه‌دار موادی هستند که اگر دچار تغییر شکل شوند می‌توانند با حرارت شکل اولیه خود را باز یابی کنند. از این خاصیت در طراحی عملگرهای مکانیکی استفاده‌های زیادی می‌شود. رفتار ترمومکانیکی منحصر به فرد این مواد نتیجه تبدیل دو فاز آستنیت (مولد) و فاز مارتزیت (محصول) و بالعکس می‌باشد^[۱]. این آلایزها در مقایسه با عملگرهایی چون موتور DC، سلونوئید و امثال آن‌ها چکالی انرژی خیلی بالایی دارند. به عنوان عملگر این مواد کاربردهای وسیعی در صنایع مختلف یافته‌اند، همچون رباتیک^[۲]، صنایع هوافضا^[۳]، کاربردهای پزشکی و اورتوپدی^[۴] و کاربردهای MEMS^[۵]. دو خاصیت مهم آلایزهای حافظه‌دار عبارتند از اثر حافظه‌ی شکلی و خاصیت فوق کشسانی. در پدیده‌ی حافظه‌ی شکلی ماده ابتدا در فاز مارتزیت قرار دارد که در آن ماده نرم و انعطاف‌پذیر است، اگر ماده در این حالت تحت بار قرار گیرد دچار تغییر شکل می‌شود، اما با اعمال حرارت ماده به فاز مولد رفته و شکل ابتدایی خود را بازیابی می‌کند. پس از سرمایش ماده از فاز آستنیت به مارتزیت دوقلویی^۶ تبدیل می‌گردد. پس از اعمال بار مارتزیت دوقلویی به مارتزیت غیر دوقلویی^۷ تبدیل گشته و سیکل بالا مجدد تکرار می‌شود. در خاصیت فوق کشسانی ماده که ابتدا در فاز آستنیت قرار دارد تحت یک تنش خیلی بزرگ مستقیماً به فاز مارتزیت غیر دوقلویی تبدیل می‌گردد و پس از باربرداری به فاز قبلی خود آستنیت باز می‌گردد. شکل (۱) این دو خاصیت مواد SMA را نشان می‌دهد^[۶].

با توجه به خواص SMA معادلات حاکمه آن‌ها در دوفاز آستنیت و مارتزیت متفاوت است و در واقع سیستم بین چند معادله مختلف سوئیچ می‌گیرد. در این مقاله این سیستم‌ها را با دید سوئیچینگ در نظر می‌گیریم. در بررسی پایداری سیستم‌های سوئیچینگ روش‌های مختلفی وجود دارد، از جمله تابع لیپانوف مشترک، توابع لیپانوف چندگانه و مفهوم زمان توقف. در این مقاله ابتدا با تصحیح فرضیات به ارائه‌ی مدلی بهبود یافته برای تبدیل فاز آلایزهای Lagoudas حافظه‌دار پرداخته، سپس با استفاده از توابع لیپانوف مشترک به اثبات پایداری یک سیستم خاص از این مواد هوشمند می‌پردازیم و یک قانون کنترل سوئیچینگ طراحی می‌کنیم. در پایان نشان می-

¹ Smart Materials

² Shape Memory Alloy (SMA)

³ Electro Active Polymers

⁴ Magnetostrictive

⁵ Piezoelectric

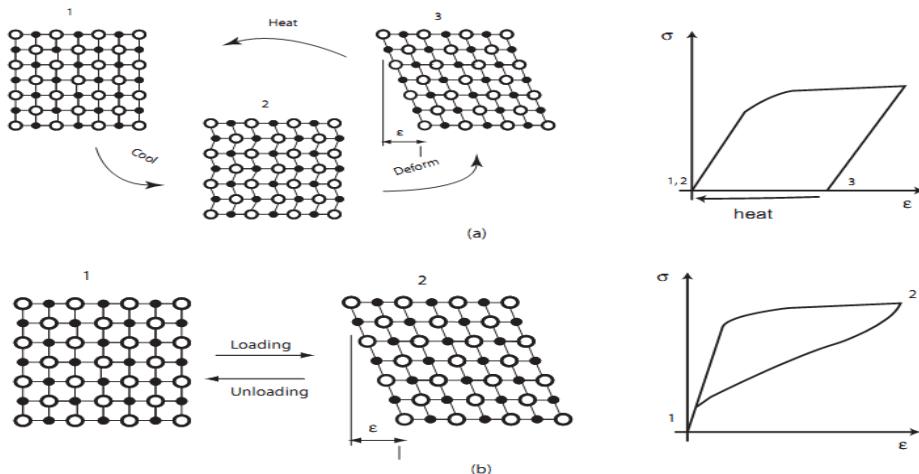
⁶ Micro Electro Mechanical System

⁷ Twinned Martensite

⁸ Detwinned Martensite

تعریف نمود:

مستقیم و معکوس نیروی ترمودینامیکی تبدیل فاز را به صورت زیر



شکل ۱: a- خاصیت حافظه‌ی شکلی و b- خاصیت فوق کشسانی [۶]

می‌دهد که نیروی ترمودینامیکی (۵) در هر دو فاز مارتنتزیت و آستنیت به مقداری بحرانی برسد. برای محاسبه این نیرو وی تابعی درجه دو بر حسب کسر مارتنتزیتی برای تابع سفتی f به صورت زیر در نظر گرفت:

(۷)

$$f(\xi) = \begin{cases} \frac{1}{2} \rho b_M \xi^2 + (\mu_1 + \mu_2) \xi & ; \quad \xi > 0 \\ \frac{1}{2} \rho b_A \xi^2 + (\mu_1 - \mu_2) \xi & ; \quad \xi < 0 \end{cases}$$

وی برای محاسبه‌ی ثوابت b_M , b_A , μ_1 و μ_2 از روابط سینتیکی تبدیل فاز زیر استفاده کرد:

۱- شروع تبدیل فاز مستقیم در فشار صفر:

(۸)

$$\pi(\sigma, T, \xi) = Y \quad \text{at } \sigma = 0, T = M_s, \quad \xi = 0.$$

۲- پایان تبدیل فاز مستقیم در فشار صفر:

(۹)

$$\pi(\sigma, T, \xi) = Y \quad \text{at } \sigma = 0, T = M_f, \quad \xi = 1.$$

۳- شروع تبدیل فاز معکوس در فشار صفر:

(۱۰)

$$\pi(\sigma, T, \xi) = -Y \quad \text{at } \sigma = 0, T = A_s, \quad \xi = 1.$$

۴- پایان تبدیل فاز معکوس در فشار صفر:

(۱۱)

$$\pi(\sigma, T, \xi) = -Y \quad \text{at } \sigma = 0, T = A_f, \quad \xi = 0.$$

۵- پیوستگی انرژی آزاد گیبس در نقطه‌ی ابتدایی تبدیل فاز:

(۵)

$$\begin{aligned} \pi = & \sigma : \Lambda + \frac{1}{2} \sigma : \Delta S : \sigma + \\ & + \sigma : \Delta \alpha (T - T_0) - \rho \Delta c \left[(T - T_0) - T \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) \right] + \\ & + \rho \Delta S_0 T - \rho \Delta u_0 - \frac{\partial f}{\partial \xi} \end{aligned}$$

که در آن σ تانسور تنش، ΔS و $\Delta \alpha$ به ترتیب تفاوت تانسور سختی، هدایت حرارتی و رسانش گرمایی در دوفاز آستنیت و مارتنتزیت هستند. Δu_0 ، ΔS_0 به ترتیب تغییرات انتروپی و انرژی داخلی نسبت به وضعیت مرتع هستند. T_0 دمای اولیه، ρ چگالی و f یک تابع سفتی بر حسب کسر مارتنتزیتی می‌باشد که در ادامه معرفی می‌شود.

Λ تانسور انتقال است که جهت کرنش تبدیل را مشخص می‌کند و برای دو تبدیل مستقیم و معکوس از رابطه زیر به دست می‌آید [10]:

(۶)

$$\Lambda = \begin{cases} \frac{3}{2} H^{\max} \frac{\sigma}{\bar{\sigma}} & \\ H^{\max} \frac{\varepsilon^{t-r}}{\bar{\varepsilon}^{t-r}} & \end{cases}$$

H^{\max} ضریبی وابسته به نوع ماده، σ تنش انحرافی، $\bar{\sigma}$ تنش فن میز، ε^{t-r} کرنش تبدیل و $\bar{\varepsilon}^{t-r}$ کرنش تبدیل موثر است. در ارائه‌ی مدل خود فرض کرد تبدیل فاز زمانی رخ Lagoudas

deviatoric stress¹

(۱۶)

$$\pi(\sigma, T, \xi) = Y_1 \quad \text{at } \sigma = 0, T = M_f, \quad \xi = 1.$$

(۱۷)

$$\pi(\sigma, T, \xi) = Y_2 \quad \text{at } \sigma = 0, T = A_s, \quad \xi = 1.$$

(۱۸)

$$\pi(\sigma, T, \xi) = Y_2 \quad \text{at } \sigma = 0, T = A_f, \quad \xi = 0.$$

با حل این معادلات داریم:

(۱۹)

$$Y_1 = \rho \Delta s_0 M_f - \rho \Delta u_0$$

(۲۰)

$$Y_2 = \rho \Delta s_0 A_f - \rho \Delta u_0$$

(۲۱)

$$b_A = \Delta s_0 (A_s - A_f)$$

(۲۲)

$$b_M = \Delta s_0 (M_s - M_f)$$

و در نهایت با حل معادلات زیر [۱۰]:

(۲۳)

$$\pi = \sigma H + \frac{1}{2} \Delta S \cdot \sigma^2 + \rho \Delta s_0 T - \rho \Delta u_0 - \frac{\partial f_1(\xi)}{\partial \xi} = Y_1$$

برای تبدیل مستقیم و

$$\pi = \sigma H + \frac{1}{2} \Delta S \cdot \sigma^2 + \rho \Delta s_0 T - \rho \Delta u_0 - \frac{\partial f_2(\xi)}{\partial \xi} = Y_2 \quad (۲۴)$$

برای تبدیل معکوس به معادلات تبدیل فاز زیر می‌رسیم:

(۲۵)

$$\begin{cases} \left| \sigma \right| H + \frac{1}{2} \Delta S \cdot \sigma^2 + \rho \Delta S_0 (T - M_s) + \\ - \rho b_M [1 - (1 - \xi)^{n_1}] = 0, \quad \xi > 0 \\ \left| \sigma \right| H + \frac{1}{2} \Delta S \cdot \sigma^2 + \rho \Delta S_0 (T - A_f) + \\ - \rho b_A [1 - (1 - \xi)^{n_2}] = 0, \quad \xi < 0 \end{cases}$$

در کاربردهای مهندسی محاسبه ΔS_0 بسیار مشکل است. به همین دلیل در زیر رابطه‌ای بر حسب این کمیت و شیب منحنی تنش-دمای آلیاژهای حافظه دار بدست آورده‌ایم:

(۲۶)

$$\rho \Delta S_0 = -H \frac{d\sigma}{dT} = -H \cdot C, \quad C = C_A = C_M$$

ثابت H وابسته به نمودار تنش-کرنش SMA است شکل (۲)،

که برای آلیاژ NiTi بین ۰/۳ و ۰/۶٪ می‌باشد [۱۰] و در اینجا آنرا در نظر می‌گیریم.

(۱۲)

$$f(\xi = 1) \Big|_{\xi > 0} = f(\xi = 1) \Big|_{\xi < 0}$$

در واقع وی انرژی آزاد گیبس را در دو بازه‌ی دمایی $T = [M_s, A_f]$ و $T = [M_f, A_s]$ به طور جداگانه ثابت در نظر گرفت [۱۰].

در نهایت Lagoudas مدل سینتیک تبدیل فاز خود را به صورت زیر ارائه نمود [۱۰]:

$$\begin{cases} \xi = \frac{1}{\rho b_M} \left[\left| \sigma \right| H + \frac{1}{2} \Delta S \cdot \sigma^2 + \rho \Delta S_0 (T - M_s) \right]; \quad \xi > 0 \\ \xi = \frac{1}{\rho b_A} \left[\left| \sigma \right| H + \frac{1}{2} \Delta S \cdot \sigma^2 + \rho \Delta S_0 (T - A_f) \right]; \quad \xi < 0 \end{cases} \quad (۱۳)$$

اما دو ایراد عمدی بر کار Lagoudas وارد است. اول اینکه همانطور که از معادلات (۸) تا (۱۱) مشخص است وی نیروی ترمودینامیکی بحرانی تبدیل فاز (Y) را در هر دو تبدیل مستقیم و معکوس، مساوی و قرینه گرفت. اما با توجه به خواص SMA که فاز آستنیت فازی سخت و فاز مارتنتزیت فازی نرم است برابر گرفتن این نیرو برای این دوفاز چندان مورد قبول نیست. ایراد دوم ثابت گرفتن انرژی آزاد گیبس در بازه‌های دمایی $[M_f, A_s]$ و $[M_s, A_f]$ به طور جداگانه می‌باشد. از آن جایی که انرژی آزاد گیبس تابعیت شدیدی از دما دارد باز هم این تقریب چندان مورد قبول نیست بخصوص برای انواعی از این آلیاژها که بازه‌های دمایی فوق، بزرگ است. در این مقاله در صدد رفع این دو ایراد برآمدیم. به همین دلیل برای هر یک از تبدیل‌های مستقیم و معکوس Y‌های جداگانه‌ای در نظر گرفته و به جای معادله (۱۲) از ابزار بهینه سازی برای یافتن سایر مجھولات استفاده نموده‌ایم.

به منظور استخراج رابطه‌ای برای تبدیل فاز مستقیم و معکوس تابع سفتی را به صورت زیر معرفی می‌کنیم:

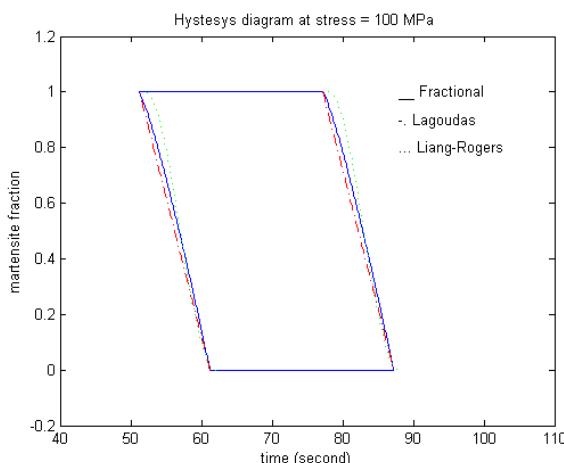
(۱۴)

$$f(\xi) = \begin{cases} \rho \cdot b_M \left[\xi - \frac{(1 - \xi)^{1+n_1}}{1+n_1} \right]; \quad \xi > 0 \\ \rho \cdot b_A \left[\xi - \frac{(1 - \xi)^{1+n_2}}{1+n_2} \right]; \quad \xi < 0 \end{cases}$$

که در آن n_1 و n_2 اعدادی ثابت هستند، برای یافتن مجھولات مسئله روابط (۸) تا (۱۱) را به صورت زیر باز تعریف می‌کنیم:

(۱۵)

$$\pi(\sigma, T, \xi) = Y_1 \quad \text{at } \sigma = 0, T = M_s, \quad \xi = 0.$$



شکل ۴: مقایسه مدل‌های Lagoudas و Fractional و مدل کسینوسی برای یک مدل خاص SMA در فشار ۱۰۰ MPa

جدول (۱) و (۲) مقایسه‌ای بین دمای تبدیل فاز پیش‌بینی شده توسط سه مدل بالا در دو فشار ۲۵ و ۱۰۰ مگاپاسکال را نشان می‌دهند.

جدول ۱: مقایسه دمای تبدیل فاز در فشار ۲۵ مگاپاسکال

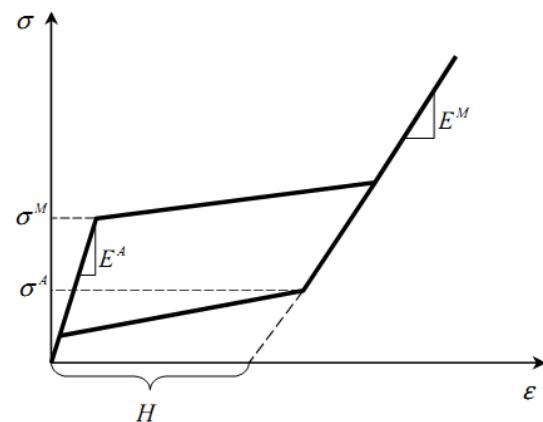
دما - مدل	M_f	M_s	A_s	A_f
Cosine	۴۴.۵۰	۵۴.۵۰	۷۰.۵۰	۸۰.۵۰
Lagoudas	۴۴.۲۷	۵۴.۲۷	۷۰.۲۷	۸۰.۲۷
Fractional	۴۴.۲۸	۵۴.۲۸	۷۰.۲۸	۸۰.۲۸

جدول ۲: مقایسه دمای تبدیل فاز در فشار ۱۰۰ مگاپاسکال

دما - مدل	M_f	M_s	A_s	A_f
Cosine	۵۲	۶۲	۷۸	۸۸
Lagoudas	۵۱.۲۳	۶۱.۲۳	۷۷.۲۳	۸۷.۲۳
Fractional	۵۱.۲۴	۶۱.۲۴	۷۷.۲۴	۸۷.۲۴

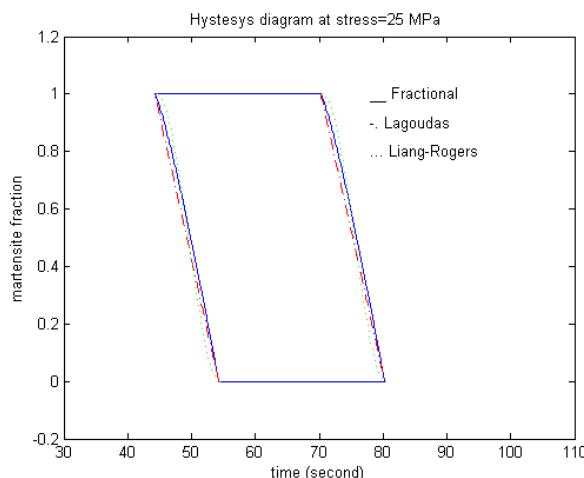
در مورد تبدیل فاز آلیاژهای SMA شرایط مختلفی توسط محققان چون Elahinia و Brinson Liang-Rogers، Tanaka ذکر شده است. کامل‌ترین این شروط را Elahinia در سال ۲۰۰۴^۳ نمود[۶]. ما نیز در این مقاله از شروط تبدیل فاز Elahinia استفاده کردی‌ایم. جدول (۳) مقایسه‌ای بین این شروط را نشان می‌دهد.

ذکر این نکته ضروری است که مدل پاره‌ای قابلیت مدل کردن حلقه‌های فرعی هیسترزیس^۳ را دارد می‌باشد. فرض کنید ماده در تبدیل مستقیم(تبدیل آستانتیت به مارتنتزیت) قرار دارد در این حالت شرط اول از شرایط تبدیل فاز Elahinia صادق است[۱۲] بنابراین کسر مارتنتزیتی از اولین معادله (۲۵) بدست می‌آید. اما اگر قبل از اینکه کسر مارتنتزیتی به یک برسد تبدیل فاز معکوس رخ دهد یعنی



شکل ۲: نمودار تست تنش تک محوری [۱۰]SMA

همانطور که قبلاً بیان شد برای محاسبه مجھولات n_1 و n_2 به جای رابطه‌ی (۱۲) از روش برآزش منحنی^۱ استفاده می‌کنیم. اگر مدل-سازی را برای یک نمونه از SMA انجام دهیم [۱۱]، در نهایت به مقادیر $n_1 = n_2 = 0.8$ می‌رسیم و این مدل جدید را مدل پاره-ای نامیم. شکل‌های (۳) و (۴) مقایسه‌ای بین مدل‌های ۲۵ مگاپاسکال و ۱۰۰ مگاپاسکال نشان می‌دهند.



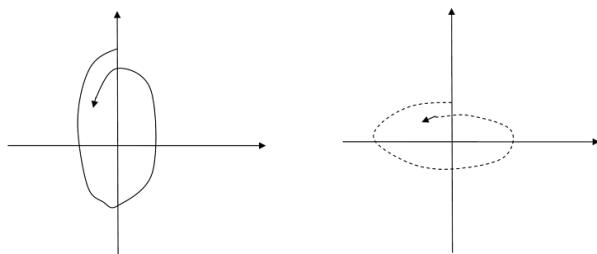
شکل ۳: مقایسه مدل‌های Lagoudas و Fractional و مدل کسینوسی برای یک مدل خاص SMA در فشار ۲۵ MPa

³ Minor hysteresis loop

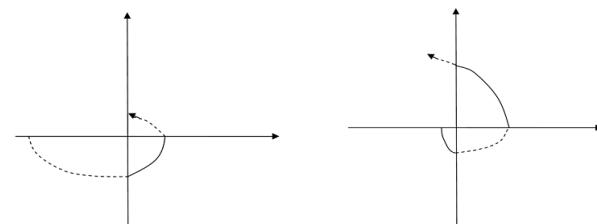
¹ Curve fitting

² Fractional

برای یک عملگر SMA در حالت کلی چهار زیر سیستم قابل تصور است، ۱- ماده در فاز مارتنتزیت قرار دارد، ۲- ماده در حال تبدیل به فاز آستنیت است، ۳- ماده در فاز آستنیت قرار دارد، ۴- ماده در حال تبدیل از آستنیت به مارتنتزیت است. بنابراین در حالت کلی یک عملگر SMA چهار زیرسیستم دارد که در هر زیر سیستم رفتار ماده متفاوت خواهد بود که با ارضاء شرایط تبدیل فاز عملگر بین این زیر سیستم‌ها سوئیچ می‌کند [12]. Elahinia با توجه به اینکه معادلات هر زیر سیستم با سایر زیرسیستم‌ها متفاوت است با یک سیستم سوئیچینگ مواجه هستیم. متداول‌ترین روش در بررسی پایداری سیستم‌های سوئیچینگ یافتنتابع لیپانوف مشترک است که برای تمامی زیر سیستم‌ها صادق باشد. شایان ذکر است اگر برای سیستم سوئیچینگ توانتابع لیپانوف مشترک یافت باید از مفاهیم دیگری همچون توابع لیپانوف چندگانه و مفهوم زمان توقف بهره جست [13]. منظور از زمان توقف حداقل زمان لازم برای توقف در زیر سیستم پس از سوئیچینگ است تا انرژی ناشی از عمل سوئیچ بین زیر سیستم‌ها میرا شود. اگر عمل سوئیچ در زمانی کمتر از زمان توقف رخ دهد سیستم ناپایدار می‌شود. باید توجه داشت که صرف پایداری تمامی زیر سیستم‌ها متصمن پایداری سیستم سوئیچینگ نیست. بالعکس می‌توان سیستم سوئیچینگ با زیر سیستم‌های ناپایدار را تحت سوئیچینگ مقید پایدار کرد. شکل‌های (۶) تا (۹) دو مطلب اخیر را بیان می‌کنند.



شکل ۶: مسیر دو زیر سیستم پایدار [۱۳]



شکل ۷: a- سیستم سوئیچینگ ناپایدار b- سیستم سوئیچینگ پایدار

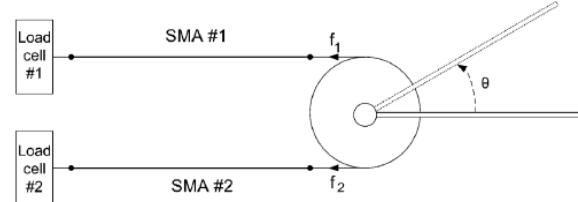
معادله‌ی دوم از شرایط Elahinia ارضاعردد در این حالت کسر مارتنتزیتی از دومین معادله‌ی (۱۳-۱) بدست خواهد آمد.

جدول ۳- شرایط تبدیل فاز آلیاز‌های حافظه‌دار

نگارنده	تغییر حالت از آستنیت به مارتنتزیت	تغییر حالت از مارتنتزیت به آستنیت
Tanaka (1986)	$\dot{\sigma} > 0$ $\sigma \geq (T - M_s) \frac{A_m}{B_m}$	$\dot{\sigma} < 0$ $\sigma \leq -(T - A_s) \frac{A_a}{B_a}$
Liang (1990)	$\dot{T} < 0$ $M_s + \frac{\sigma}{C_M} \geq T \geq M_f + \frac{\sigma}{C_M}$	$\dot{T} > 0$ $A_f + \frac{\sigma}{C_A} \geq T \geq A_s + \frac{\sigma}{C_A}$
Brinson (1993)	$\dot{\sigma} > 0$ $C_M(T - M_f) \geq \sigma \geq C_M(T - M_s)$	$\dot{\sigma} < 0$ $C_A(T - A_s) \geq \sigma \geq C_A(T - A_f)$
Elahinia (2004)	$\dot{T} - \frac{\dot{\sigma}}{C_M} < 0$ $M_s + \frac{\sigma}{C_M} \geq T \geq M_f + \frac{\sigma}{C_M}$	$\dot{T} - \frac{\dot{\sigma}}{C_A} > 0$ $A_f + \frac{\sigma}{C_A} \geq T \geq A_s + \frac{\sigma}{C_A}$

کنترل ورقی- مقاوم سوئیچینگ عملگری از جنس SMA

در این بخش یک سیستم تفضیلی از این عملگرها را انتخاب کرده‌ایم، شکل (۵) [11]. نحوه‌ی کار سیستم به گونه‌ایست که در هر لحظه فقط به یک سیم جریان داده می‌شود، سیمی که گرم می‌شود از فاز مارتنتزیت وارد آستنیت شده و طول آن کاهش



شکل ۵: سیستم انتخابی با عملگر SMA [11]

می‌یابد و با اعمال نیرو به سیم دیگر سیم دوم را از فاز آستنیت به مارتنتزیت می‌برد، با عوض شدن جهت جریان از سیم یک به دو این سیکل تکرار می‌گردد.

لفظ سوئیچینگ به سیستمی اطلاق می‌گردد که معادله‌ی دیفرانسیلی حاکمه‌ی آن معادله‌ای واحد نباشد و از چند معادله‌ی دیفرانسیل مختلف تشکیل شده باشد. رفتار سیستم با ارضاعردد شرایطی بین این معادلات سوئیچ می‌کند. بنابراین قانون کنترلی واحدی بر سیستم حاکم نیست و با هر سوئیچ، معادلات و به تبع آن قانون کنترلی عوض می‌شود. از جمله‌ی سیستم‌های سوئیچینگ DC-DC اشاره کرد. در ادامه برای اولین بار با استفاده از مفاهیم کنترل سوئیچینگ به کنترل یک نمونه‌ی خاص از کاربردهای آلیاز حافظه‌دار می‌پردازیم.

(۳۰)

$$mc_p \ddot{T} = Ri^2 - h_c A_c (T - T_\infty)$$

که در آن i جریان اعمالی به سیم، R مقاومت سیم و A_c سطح جانبی سیم است. گشتاور اعمالی توسط دو سیم بر دیسک برابر است با:

$$y = (f_1 - f_2)r = (\sigma_1 - \sigma_2)Ar \quad (31)$$

$$y = (f_1 - f_2)r = (\sigma_1 - \sigma_2)Ar \quad (32)$$

با جایگذاری روابط (۲۷) و (۳۰) در (۱) و در نهایت در (۳۲) و محاسبات مربوطه معادلات نهایی سیستم به صورت زیر بدست می‌آید [۱۱]:

(۳۳)

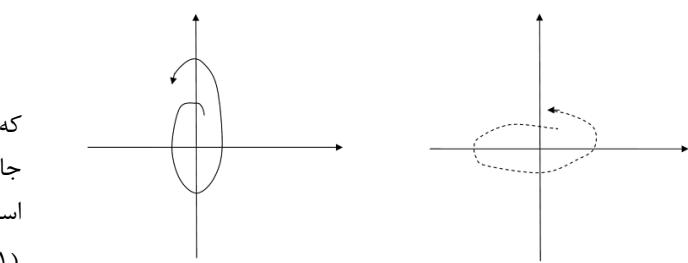
$$\ddot{y} = h_a u + g_a \dot{\varepsilon}_1 + d_a$$

که در آن $\dot{\varepsilon}_1$ نرخ کرنش سیم (۱) است:

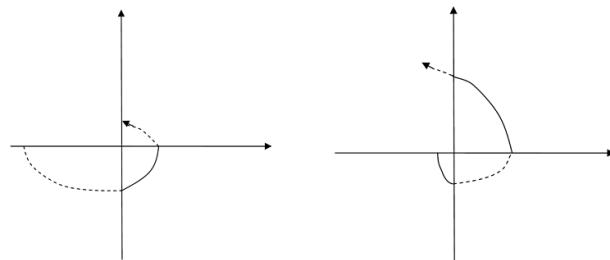
(۳۴)

$$\text{if } u \geq 0, \rightarrow i_1 = \sqrt{u}, i_2 = 0,$$

$$h_a = Ar\alpha_1 \frac{\Omega_{\xi_{1T}}(T_1, \xi_1) + \theta_t}{1 - \Omega_{\xi_{1\sigma}}(T_1, \xi_1)}$$



شکل ۸: مسیر دو زیر سیستم ناپایدار [۱۳]



شکل ۹: a- سیستم سوئیچینگ ناپایدار b- سیستم سوئیچینگ پایدار

معادلات سیستم بالا به صورت زیر استخراج شده‌اند [۱۱]:

با مشتق گیری از روابط (۳) و (۴) داریم:

(۲۷)

$$\ddot{\xi} = \xi_T(T, \sigma) \ddot{T} + \xi_\sigma(T, \sigma) \dot{\sigma}$$

که در آن:

(۳۸)

$$\xi_T(T, \sigma) = \begin{cases} -\frac{\xi_M}{2} \sin(a_A(T - A_s - \frac{\sigma}{C_A})) a_A & \text{if } A_s < T - \frac{\sigma}{C_A} < A_f, \dot{T} - \frac{\sigma}{C_A} > 0 \\ \frac{1 - \xi_A}{2} \sin(a_M(T - M_f - \frac{\sigma}{C_M})) a_M & \text{if } M_f < T - \frac{\sigma}{C_A} < M_s, \dot{T} - \frac{\sigma}{C_A} > 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

(۲۹)

$$\xi_\sigma(T, \sigma) =$$

$$\begin{cases} -\frac{1}{C_A} \xi_T, & \text{if } A_s < T - \frac{\sigma}{C_A} < A_f, \dot{T} - \frac{\sigma}{C_A} > 0 \\ -\frac{1}{C_M} \xi_T, & \text{if } M_f < T - \frac{\sigma}{C_A} < M_s, \dot{T} - \frac{\sigma}{C_A} > 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

معادله‌ی انتقال حرارت آلیاژهای حافظه‌دار به صورت زیر است:

(۳۵)

$$\text{if } u < 0, \rightarrow i_2 = \sqrt{-u}, i_1 = 0,$$

$$h_a = Ar\alpha_2 \frac{\Omega_{\xi_{2T}}(T_2, \xi_2) + \theta_t}{1 - \Omega_{\xi_{2\sigma}}(T_2, \xi_2)}$$

(۳۶)

$$g_a = Ar \left(\frac{D}{1 - \Omega_{\xi_{1\sigma}}(T_1, \sigma_1)} + \frac{D}{1 - \Omega_{\xi_{2\sigma}}(T_2, \sigma_2)} \right)$$

(۳۷)

$$d_a = -Ar\beta_1 \frac{\Omega_{\xi_{1T}}(T_1, \xi_1) + \theta_t}{1 - \Omega_{\xi_{1\sigma}}(T_1, \xi_1)} (T_1 - T\infty)$$

$$+ Ar\beta_2 \frac{\Omega_{\xi_{2T}}(T_2, \xi_2) + \theta_t}{1 - \Omega_{\xi_{2\sigma}}(T_2, \xi_2)} (T_2 - T\infty)$$

$$D_m \text{ و } D_a \text{ که } D = \frac{D_a + D_m}{2} \text{ و } \alpha = \frac{R}{mc_p}, \beta = \frac{h_c A_c}{mc_p}$$

مدول یانگ در دوفاز آستنیت و مارتنتزیت می‌باشند. معادله کلی سیستم به صورت زیر است:

اغتشاش d کراندار خواهد بود و کران بالای آن را D_m در نظر می‌گیریم:

$$(45) \quad |d_k(t)| < D_{m,k}$$

با توجه به این که g_{1k} و h_{1k} برای هر زیر سیستم تعییرات کمی دارند آنها را به عنوان پارامترهای وفقی در نظر می‌گیریم.تابع لیاپانوف زیر برای هر چهار زیر سیستم صادق است:

$$(46) \quad V = \frac{1}{2} X_k' P X_k + \frac{1}{2\omega} \tilde{g}_k^2 + \frac{1}{2\gamma} \tilde{h}_k^2$$

که در آن P یک ماتریس متقارن و مثبت موکد و پاسخ معادله لیاپانوف زیر است:

$$(47)$$

$$A^t P + P A = -I$$

با مشتق گرفتن از (46) داریم:

$$(48) \quad V = -\sum_{i=1}^3 x_{i,k}^2 + X_k^t P B \left[g_k x_{2,k} + h_k u_k + d_k + K X_k + \frac{1}{\omega} \tilde{g}_k \tilde{g}_k + \frac{1}{\gamma} \tilde{h}_k \tilde{h}_k \right]$$

که در آن $\hat{h} = \hat{h} - h$ و $\hat{g} = g - g$ تخمین های پارامترهای سیستم اند. قوانین وفقی به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$(49)$$

$$\dot{g}_k = \omega X_k^t P B x_{2,k}, \dot{h}_k = \gamma X_k^t P B u_k$$

که در آن u_k قانون کنترلی زیر سیستم k است که در ادامه محاسبه خواهد شد. با استفاده از روابط (49) داریم:

$$(50)$$

$$\hat{V} \leq X_k^t P B \left[\hat{g}_k x_{2,k} + \hat{h}_k u_k + Sgn(X_k^t P B) D_{m,k} + K X_k \right]$$

بنابراین قانون کنترلی برای هر زیر سیستم به صورت زیر خواهد بود که در برابر ترم اغتشاش d مقاوم است:

$$(51)$$

$$u_k = -\frac{1}{h_k} \left[\hat{g}_k x_{2,k} + Sgn(X_k^t P B) D_{m,k} + K X_k \right]$$

قوانین وفقی و کنترلی (49) و (51) باعث می شوند مشتق تابع لیاپانوف منفی نیمه اکید شود بنابراین برای اثبات پایداری از لم باریالات^۱ استفاده می کنیم [14]. تابع لیاپانوف (46) مثبت معین

$$(38)$$

$$I \ddot{\theta} = y, \rightarrow I \ddot{\theta} = y = h_a u + g_a r \dot{\theta} + d_a, \\ \ddot{\theta} = h u + g \dot{\theta} + d \\ h = \frac{h_a}{I}, g = \frac{g_a r}{I}, d = \frac{d_a}{I}$$

متغیرهای حالت سیستم را به صورت بردار X تعریف می کنیم:

$$(39)$$

$$X = [\theta \ \dot{\theta} \ \ddot{\theta}] \\ \text{معادلات سیستم فوق را به صورت زیر بازنویسی می کنیم:} \\ (40)$$

$$\ddot{X} = A \cdot X + B \cdot f$$

که در آن :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = (0 \ 0 \ 1)^t \\ f = g \cdot x_2 + h \cdot u + d \quad (41)$$

که در آن g ، h و d توابعی پیچیده بر حسب دما، تنفس، کسر مارتنتزیتی و سایر خواص ماده هستند. به منظور طراحی کنترل سوئیچینگ سیستم فوق، معادلات را برای کلیه زیر سیستم های چهار گانه ذکر شده می نویسیم:

$$(42)$$

$$\ddot{X}_k = A \cdot X_k + B \cdot f_k + B \cdot K_k \cdot X_k, \quad k=1,2,3,4$$

که در آن k شماره های چهار گانه شروط Elahinia [12] می باشد.

$$(43)$$

$$f_k = g_k x_{2,k} + h_k u_k + d_k - K_k \cdot X_k$$

$$(44-1)$$

$$K_k = place(A, B, p_k) \quad (44-2)$$

$$A_k = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -k_{1k} & -k_{2k} & -k_{3k} \end{pmatrix}$$

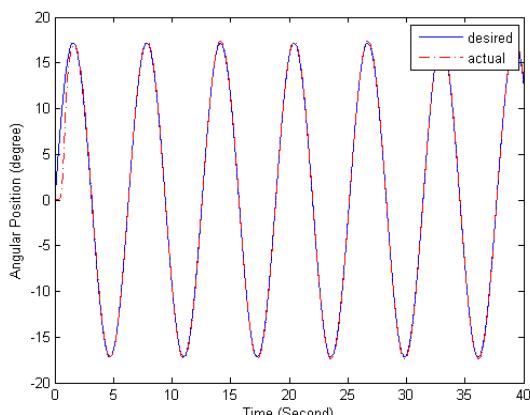
Moallem در تحلیل سیستم فوق با این استدلال که عبارت تاثیری در پایداری سیستم ندارد آن را حذف کرده است [11]. با توجه به اینکه سیگنال d تابعی از حالات سیستم نیست آن را به عنوان یک اغتشاش خارجی اعمالی به سیستم در نظر می گیریم و به طراحی کنترلری می پردازیم که در برابر این اغتشاش مقاوم باشد. با توجه به این که دمای سیم SMA هرگز بینهایت نمی شود بنابراین

¹ Barbalat lemma

جدول (۴) مشخصات SMA

Parameter: Symbol=	value (unit)
Mass per unit length: m =	6.8231×10^4 (Kg/m)
Density: ρ =	$6/45$ (g/cm ³)
Circumferential area: A_c =	1.1545×10^{-3} (m ²)
Diameter of SMA wire: d =	381×10^{-6} (m)
Initial strain: ϵ_0 =	0/04
Initial stress: 25 (MPa)	
Martensite start temperature: M_s =	52
Martensite finish temperature: M_f =	42
Austenite start temperature: A_s =	68
Austenite start temperature: A_f =	78
Austenite young modulus: D_a =	75 (GPa)
Martensite young modulus: D_m =	28 (GPa)
Thermal expansion factor: θ_t =	6 ($\mu\text{Pa}^{-1}\text{C}$)
Austenite curve fitting parameters: C_A =	10(MPa/ $^{\circ}\text{C}$)
Martensite curve fitting parameters: C_M =	10(MPa/ $^{\circ}\text{C}$)
Specific heat: c_p =	320 (J/kg $^{\circ}\text{C}$)
Resistance per unite length: R =	7/9 ($\Omega\text{/m}$)
Ambient temperature: T_{∞} =	20($^{\circ}\text{C}$)
Heat convection parameter: h =	48 (W/m ² $^{\circ}\text{C}$)
Pulley radius: r =	0.015 (m)

شکل (۱۰) نتیجه‌ی اعمال کنترلر فوق را در مسئله تعییب یک سینگال سینوسی نشان می‌دهد، شکل (۱۱-a) و (۱۱-b) قوانین کنترلی، شکل (۱۲) متحنی دمای دو سیم و شکل (۱۳) نمودار تخمین پارامتر h را نشان می‌دهد، از آنجایی که تخمین h هیچ‌گاه صفر نمی‌شود بنابراین قانون کنترلی (۵۱) مطمئناً منفرد^۲ نخواهد شد.



شکل ۱۰: مسئله تعییب سینگال سینوسی پس از اعمال کنترل (۵۱)

همانطور که از شکل (۱۰) پیداست در ابتدا مدتی طول می‌کشد تا پاسخ سیستم بر ورودی مرجع منطبق گردد. علت این است که مدت زمانی لازم است تا سیم‌ها گرم شده و تبدیل فاز آغاز گردد.

است و مشتق آن (۴۸) منفی نیمه‌اکید. بنابراین متغیرهای سیستم

غیرافراشی با زمان خواهند بود، یعنی:

$$(52)$$

$$(x_1, x_2) \in L_{\infty}$$

جایگذاری (۴۹) و (۵۱) در (۴۸) نتیجه می‌دهد:

$$(53)$$

$$\boxed{V = -\sum_{i=1}^3 x_i^2 \rightarrow \int_0^{\infty} \sum_{i=1}^3 x_i^2 dt = V(0) - V(\infty) \leftarrow \infty}$$

بنابراین:

$$(54)$$

$$\int_0^{\infty} x_1^2 dt \leftarrow \infty \rightarrow x_1 \in L_2$$

$$(55)$$

$$\begin{cases} (x_1, x_2) \in L_{\infty} \\ x_1 \in L_2 \end{cases} \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x_1 = 0$$

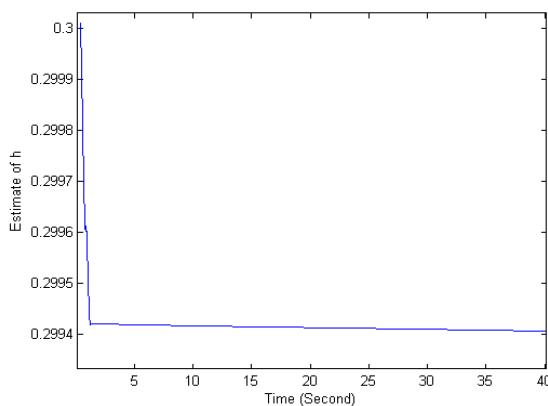
و این یعنی قانون کنترلی سوئیچینگ (۵۱) سیستم سوئیچینگ (۴۲) را پایدار مجانی خواهد کرد.

با توجه به اینکه تابع لیپاپونوف (۴۶) مشترک بین تمامی زیر سیستم‌های قانون کنترلی مقاوم (۵۱) سیستم سوئیچینگ (۴۲) را پایدار مجانی خواهد کرد. در نتیجه سیستم سوئیچینگ (۴۲) تحت هر سوئیچ دلخواه پایدار مجانی فرآگیر^۱ خواهد بود. جدول (۴) خواص سیم‌های SMA را نشان می‌دهد [۱۱].

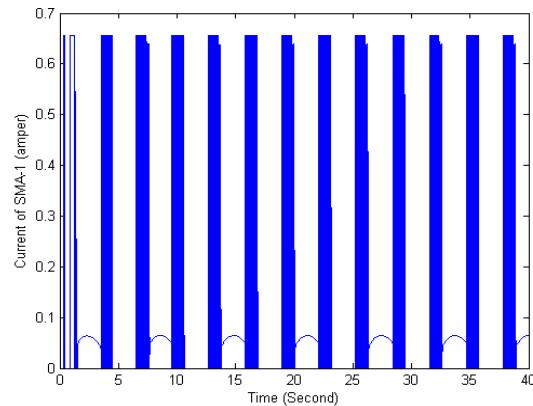
از دشواری‌های کنترل سیستم سوئیچینگ یافتن تابع لیپاپونوف مشترک برای تمامی زیر سیستم‌های نامساوی مناسب را ارضا کند. این مسئله جدای از یافتن تابع لیپاپونوف برای یک سیستم غیر سوئیچینگ است. از تبعات منفی این نوع تابع لیپاپونوف این است که اگر نتوان برای تمامی زیر سیستم‌ها یک تابع لیپاپونوف مشترک یافت باید به سراغ توابع لیپاپونوف چندگانه رفت که باید در نقاط سوئیچینگ تشکیل یک دنباله نزولی دهند.

² Singular

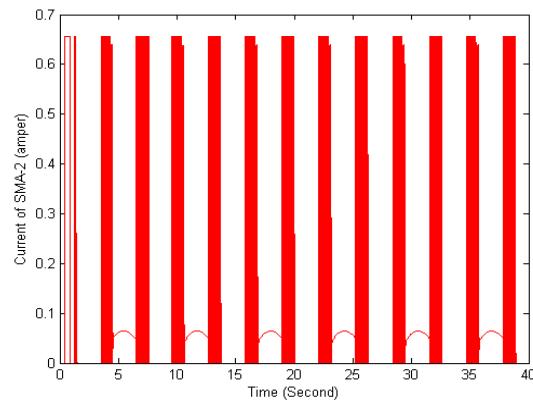
¹ Globally asymptotically stable



شکل ۱۳: نمودار تخمین پارامتر h



شکل ۱۱-۱۱: a: سیگنال کنترل اعمالی به سیم شماره (۱)



شکل ۱۱-۱۱: b: سیگنال کنترل اعمالی به سیم شماره (۲)

تاخیر زمانی در سیستم‌های سوئیچینگ SMA
همانطور که پیشتر گفته شد برای سیستم‌های سوئیچینگ تحت عملگر SMA چهار نوع تاخیر زمانی قابل تصور است: ۱-تاخیر ناشی از سنسورها، ۲-تاخیر ناشی از عملگر SMA، ۳-تاخیر ناشی از اعمال قانون کنترل، ۴-تاخیر ناشی از عمل سوئیچینگ بین زیرسیستم‌ها. در اینجا تاخیر زمانی ناشی از عملگر SMA را در نظر گرفته و از سایر تاخیرهای فوق صرف‌نظر می‌کنیم.

منتظر از تاخیر زمانی SMA مدت زمان لازم برای گرم شدن عملگر فوق است. به سیستم (۴۲) بر می‌گردیم و با لحاظ تاخیر زمانی به کنترل آن می‌پردازیم. در بررسی سیستم‌های تاخیر زمانی باید منشا تاخیر را یافت تا بتوان معادلات سیستم را بر اساس آن بازنویسی کرد. معادلات سیستم در غیاب تاخیر زمانی به صورت زیر است:

(56)

$$I\dot{\theta} = g_a \varepsilon + h_a u + d_a$$

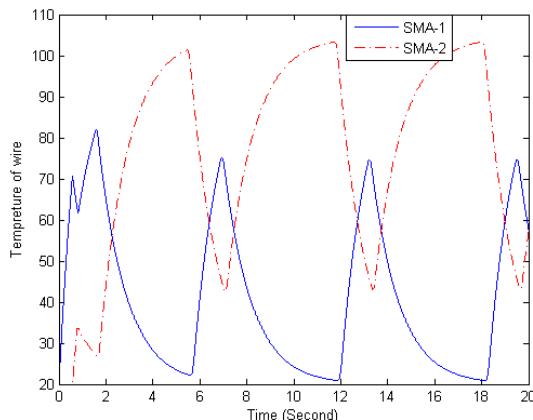
همانطور که بیان شد در اینجا فقط تاخیر ناشی از عملگر SMA را در نظر می‌گیریم. تاخیر این عملگر باعث تاخیر در تغییر طول و کرنش سیم می‌شود. بنابراین معادله (۵۶) به فرم زیر تبدیل می‌گردد.

$$I\dot{\theta} = g_a \varepsilon_\tau + h_a u + d_a \quad (57)$$

که در آن ε_τ کرنش تاخیری سیم است. معادله (۵۷) در فرم فضای حالت به صورت زیر تبدیل می‌گردد:

(58)

$$\begin{cases} x_{1,k} = x_{2,k} \\ x_{2,k} = x_{3,k} \\ x_{3,k} = h_k u_k + g_k x_{2,k,\tau} + d_k \end{cases}$$



شکل ۱۲: منحنی دمای دو سیم پس از اعمال کنترل (۵۱)

(66)

$$\begin{aligned} \hat{V} \leq z_{2k} \{ z_{1k} + \hat{h}_k u_k + sign(z_{2k}).D_{mk} + \\ (x_{2k} + x_{3k})(1+k_1) + \frac{1}{2} z_{2k} g^2 + \frac{1}{2} \frac{x_{2k,\tau}^2}{z_{2k}} \} \\ \text{و قانون کنترلی به صورت زیر بدست می‌آید:} \end{aligned}$$

(67)

$$\begin{aligned} u_k = -\frac{1}{h_k} \{ z_{1k} + sign(z_{2k}).D_{mk} + (1+k_1).(x_{2k} + x_{3k}) \\ + \frac{1}{2} z_{2k} g^2 + \frac{1}{2} \frac{x_{2k}^2}{z_{2k}} + k_2 z_{2k} \} \end{aligned}$$

اما همانطور که از رابطه‌ی (۶۷) مشخص است در مخرج قانون کنترلی عبارت Z_2 ظاهر شده است. بنابراین با میل این ترم به صفر قانون کنترلی بیکران شده و سیستم ناپایدار می‌گردد. برای اثبات پایداری قضیه‌ی زیر را بیان می‌کنیم:

قضیه‌ی ۱:

برای سیستم سوئیچینگ مرتبه‌ی سه (۵۸) اگر قانون کنترلی مقاوم به صورت زیر تعریف گردد:

$$u_k = \begin{cases} -\frac{1}{h_k} \{ z_{1k} + sign(z_{2k}).D_{mk} + (1+k_1).(x_{2k} + x_{3k}) \\ + \frac{1}{2} z_{2k} g^2 + \frac{1}{2} \frac{x_{2k}^2}{z_{2k}} + k_2 z_{2k} \}, & |z_{2k}| \geq \lambda_{ak} \\ 0, & |z_{2k}| < \lambda_{ak} \end{cases} \quad (68)$$

به همراه قوانین وفقی (۶۱)، آنگاه تمامی سیگنال‌های سیستم حلقه بسته (۵۸) کراندار خواهند بود (GUUB^۱) و از یک محدوده‌ی

مشخص خارج خواهند شد.

اثبات:

برای اثبات سه حالت در نظر می‌گیریم. ۱- هر سه سیگنال Z_1 و Z_2 خارج از محدوده‌ی λ_a باشند. با تعریفتابع لیاپانوف به صورت (۶۵) و مشتق آن به صورت (۶۶) با اعمال قانون کنترلی (۶۷) و

قوانین وفقی (۶۱) داریم:

(69)

$$\hat{V} \leq -k_2 z_{2k}^2$$

بنابراین گرادیان تابع لیاپانوف منفی بوده و متغیرهای حالت به محدوده‌ی فوق همگرا می‌شوند. ۲- متغیرهای فوق داخل بازه‌ی λ_a باشند. بنابراین در این محدوده باقی خواهند ماند و با خروج از آن

معادلات به فرم پسخور اکید هستند، بنابراین در این قسمت از روش گام به عقب وفقی برای کنترل سیستم (۵۸) استفاده می‌کنیم و در نهایت به تابع لیاپانوف مشترک زیر برای سیستم (۵۸) می‌رسیم:

(59)

$$V = \frac{1}{2} x_{1k}^2 + \frac{1}{2} z_{1k}^2 + \frac{1}{2} z_{2k}^2 + \frac{1}{2\gamma} \tilde{h}_k^2 + \frac{1}{2\gamma} \tilde{g}_k^2$$

که در آن X_1 ، Z_1 و Z_2 متغیرهای سیستم می‌باشند و

(60)

$$z_{1k} = x_{1k} + x_{2k}$$

$$z_{2k} = x_{1k} + x_{2k} + x_{3k} - k_1(x_{1k} + x_{2k})$$

که در آن k_1 گینی مثبت است. با مشتق گیری از (۵۹) و استخراج قوانین وفقی داریم:

(61)

$$\begin{aligned} \dot{h}_k &= \gamma z_{2k} u_k, \\ \dot{g}_k &= \gamma z_{2k} x_{2k,\tau} \end{aligned}$$

۹

(62)

$$\hat{V} = z_{2k} \{ z_{1k} + \hat{h}_k u_k + g_k x_{2k,\tau} + d_k + (x_{2k} + x_{3k})(1+k_1) \}$$

اما فرض بر آن است که مقدار تاخیر زمانی τ نامعلوم است. بنابراین ترم‌هایی که دارای تاخیر زمانی هستند نباید در قانون کنترلی ظاهر شوند. بنابراین در (۶۲) با استفاده از نامساوی یانگ

(63)

$$a.b \leq \frac{1}{2} a^2 + \frac{1}{2} b^2$$

ترم $x_{2k,\tau}$ را از سایر ترم‌ها جدا می‌کنیم. داریم:

(64)

$$\begin{aligned} \hat{V} \leq z_{2k} \{ z_{1k} + \hat{h}_k u_k + sign(z_{2k}).D_{mk} + \\ (x_{2k} + x_{3k})(1+k_1) \} + \frac{1}{2} (z_{2k} \hat{g})^2 + \frac{1}{2} x_{2k,\tau}^2 \end{aligned}$$

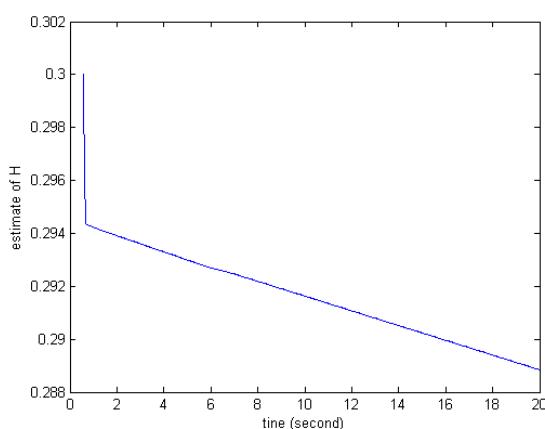
حال یک ترم Lyapunov-Krsovskii (۵۹) به تابع لیاپانوف اضافه می‌کنیم:

(65)

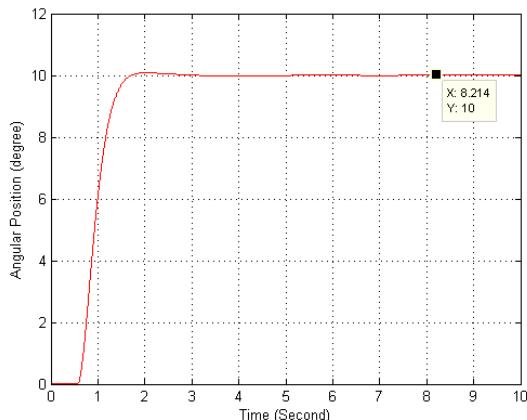
$$\begin{aligned} V = \frac{1}{2} x_{1k}^2 + \frac{1}{2} z_{1k}^2 + \frac{1}{2} z_{2k}^2 + \frac{1}{2\gamma} \tilde{h}_k^2 + \frac{1}{2\gamma} \tilde{g}_k^2 + \\ + \frac{1}{2} \int_{t-\tau}^t x_{2k}^2(s) ds \end{aligned}$$

بنابراین رابطه‌ی (۶۴) به صورت زیر تبدیل می‌شود:

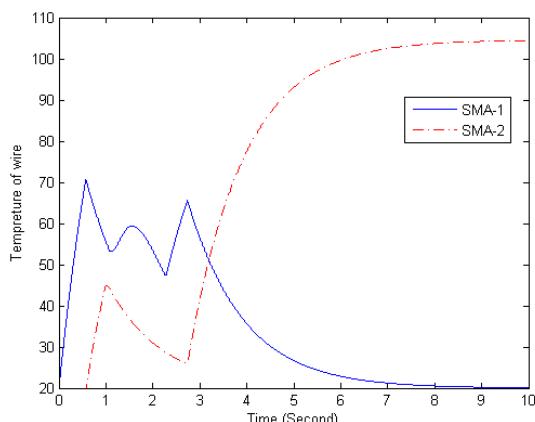
^۱ Globally uniformly ultimately bounded



شکل ۱۶: تخمین h_k



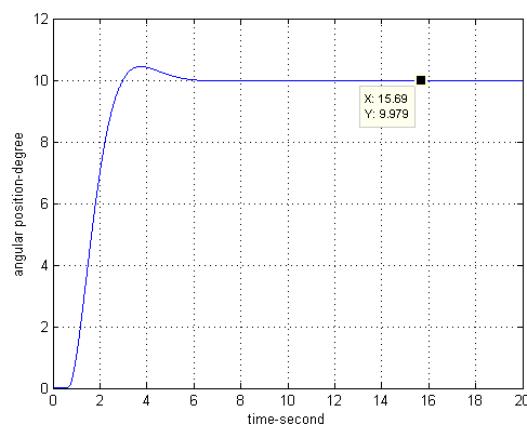
شکل ۱۷: نمودار پاسخ سیستم (۵۸) بدون لحاظ تاخیر زمانی



شکل ۱۸: دمای سیستم پس از اعمال کنترل بدون تاخیر زمانی

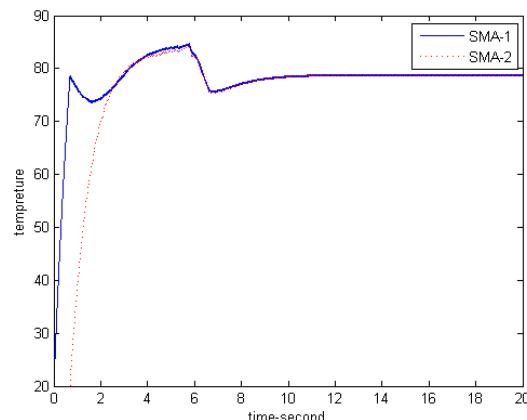
مجدها به داخل محدوده میل خواهند کرد. ۳- برخی از متغیرها داخل و برخی دیگر خارج از محدوده فوق باشند که بازهم استدلال شبیه موارد ۱ و ۲ خواهد بود.

نتایج شبیه‌سازی
در این قسمت نتایج شبیه‌سازی را برای مقدار $\tau_k = 0.1/\tau$ ثانیه آورده می‌شود.
شکل زیر نتیجه‌ی اعمال قانون کنترل سوئیچینگ (۶۷) را بر سیستم (۵۸) نشان می‌دهد.



شکل ۱۹: نمودار پاسخ سیستم (۵۸) پس از اعمال کنترل (۶۷)

در ابتدا سیستم ساکن بوده و پس از زمانی حدود ۸ ثانیه عمل می‌کند دلیل، مدت زمان لازم برای گرم شدن سیم است. همانطور که از شکل (۱۴) پیداست پنجه به زاویه‌ی مطلوب ۱۰ درجه نمی‌رسد اما به آن خیلی نزدیک می‌گردد. شکل (۱۵) نمودار دمای سیم‌های SMA را نشان می‌دهد. شکل (۱۷) نتایج اعمال کنترل سوئیچینگ بدون در نظر گرفتن تاخیر زمانی را بر سیستم (۵۸) نشان می‌دهد. همانطور که مشخص است لحاظ کردن تاخیر زمانی باعث می‌شود زمان نشست و فراجهش سیستم افزایش یابد.



شکل ۲۰: دمای سیم‌ها پس از اعمال کنترل (۶۷)

نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در این مقاله ابتدا با تصحیح فرضیات Lagoudas مدلی کامل‌تر برای تبدیل فاز آلیاژهای حافظه‌دار ارائه نمودیم، نتایج نهایی نشان از نزدیکی این مدل با مدل کسینوسی Liang-Rogers داشت. سپس در ادامه برای اولین بار به کنترل سوئیچینگ این عملگرها پرداخته و کنترلر وفقی- مقاوم سوئیچینگ را برای کاربردی خاص از

- [9] M.A. Qidwai, DC. Lagoudas, "Numerical implementation of a shape memory alloy thermomechanical constitutive model using return mapping algorithms," *Inter. Journal for Numerical Methods in Engineering*; Vol. 47, pp. 1123–68, 2000.
- [10] C. Dimitris, Lagoudas, *Shape Memory Alloys. Modeling and Engineering Applications*, Springer, ch. 3, 2008.
- [11] M. Moallem and V. A. Tabrizi, "Tracking Control of an Antagonistic Shape Memory Alloy Actuator Pair", *IEEE Transactions on control system technology*, vol. 17, No. 1, pp. 184-190, 2009.
- [12] M. H. Elahinia, M. Ahmadian, "Application of the extended Kalman filter to control of a shape memory alloy arm.", *Journal of Smart Materials and Structures*, Vol. 15, No. 5, pp. 1370-1384, 2006.
- [13] D. Liberzon, *Switching in systems and control*, Springer-verlage, 2003.
- [14] M. Moallem and V. A. Tabrizi, "Nonlinear Position Control of Antagonistic Shape Memory Alloy Actuators", *Proceeding of the 2007 American Control Conference*, pp. 88-93, 2007.
- [15] M. Kristic, I. Kanellakopoulos, P. Kokotovic, *Nonlinear and adaptive control design*, Weily, Interscience, pp 489-492, 1995.
- [16] S. Kim, S. A. Campbell, X. Liu, "Stability of a Class of Linear Switching Systems With Time Delay", *IEEE Tran. On cir. And sys.*, Vol. 53, pp. 384-393, 2006.
- [17] Y. U. Sun, L. Wang, G. Xie, "Stability of Switched Systems With Time-Varing Delays: Delay Dependent Common Lyapunov Functional Approach", *Proc. Of 2006 American Control Conference, USA*, pp. 1544-1549, 2006.
- [18] P. Yan, H. Ozbay, "Stability Analyses of Switched Time-Delay Systems", *Proc. Of 47th IEEE Conf. on Desi. And control, Mexico*, pp. 2740-2745, 2008.
- [19] Q. C. Zhong, *Robust Control of Time-Delay Systems*, Springer, 2006.
- [20] Magdi S. Mahmoud, *Switched Time-Delay Systems*, Springer, 2010.
- [21] K. Gu, V.L. Kharitonov, J. Chen, *Stability of Time-delay systems*, Springer, 2007.
- [22] H. Khalil, *Nonlinear Systems*, 3rd Edition, Springer, 2002.

این عملگرها طراحی نمودیم، نتایج نهایی پایداری سیستم سوئیچینگ تحت کنترل فوق را نشان داد، سپس در ادامه به معرفی منابع تاخیر زمانی در سیستم‌های سوئیچینگ پرداخته و قانون کنترلی مقاومی در برابر تاخیر زمانی عملگر آلیاژ حافظه دار طراحی نمودیم. نشان دادیم با وجود تاخیرهای متغیرهای حالت سیستم کراندار خواهد شد.

مراجع

- [1] L. C. Brinson, "One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: Thermo mechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable," *Jour. of Intell. Material Sys. and Struct*, Vol. 4, No. 2, pp. 229-242, 1993.
- [2] M. H. Elahinia, M. Ahmadian, "Application of the extended Kalman filter to control of a shape memory alloy arm", *Smart Mater. Struct.*, Vol. 15, No. 5, pp. 1370-1384, 2006.
- [3] J. H. Mabe, F. Calkins, G. Butler, "Boeing's variable geometry chevron morphing aero structure for jet noise reduction", *Struct., Dynamics and Mat., Conf., Newport Island*, pp. 1-19, 2006.
- [4] T.B. Wolfe, M.G. Faulkner and J. Wolfaardt, "Development of a shape memory alloy actuator for a robotic eye prosthesis", *Smart Materials and Structures*, Vol. 12, No. 4, pp. 266-272, 2005.
- [5] I. Roch, Ph. Bidaud, D. Collard, L. Buchaillot, "Fabrication and characterization of an SU-8 gripper actuated by a shape memory alloy thin film," *J. Micromech. Microeng.* Vol. 5, No. 3, pp. 83-97, 2003.
- [6] M. H. Elahinia, "Effect of system dynamics on shape memory alloy behavior and control." *PhD Thesis, Virginia Polytech, Blacksburg, USA*, pp. 13-16, 2004.
- [7] K. Tanaka, "A thermomechanical sketch of shape memory effect: one-dimensional tensile behavior," *J. Struct. Mach. Mater. Sci.* Vol. 18, pp. 251-263, 1986.
- [8] C. Liang and A. Rogers, "One dimensional thermo mechanical constitutive relations for shape memory materials," *ASME Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 1, No. 4, pp. 207-234, 1990.

تخمین پارامترهای سینکال سینوسی میرا با استفاده از شناساننده تطبیقی

محمد علی قدیری مدرس^۱، محسن مجیری^۲، بهرام کریمی^۳

^۱ فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی اصفهان،

^۲ استادیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی اصفهان،

^۳ استادیار دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی مالک اشتر،

(تاریخ دریافت مقاله ۱۰/۲۶/۱۳۹۰، تاریخ پذیرش مقاله ۲۳/۱۲/۱۳۹۰)

چکیده: در این مقاله، یک الگوریتم تطبیقی، جهت تخمین بهنگام فرکانس و ضریب میرایی سینکال‌های سینوسی میرا ارائه شده است. الگوریتم ارائه شده مبتنی بر مفهوم شناساننده تطبیقی به عنوان روشی برای تخمین پارامترهای یک سیستم خطی می‌باشد. الگوریتم پیشنهادی از یک فیلتر خطی مرتبه دو به همراه دو قانون تنظیم تشکیل شده است که به طور غیر مستقیم تخمین فرکانس و ضریب میرایی سینکال سینوسی میرا را بدست می‌دهند. پایداری محاسبی محلی الگوریتم پیشنهادی با استفاده از قضیه معدل گیری از نظریه سیستم‌های دینامیکی اثبات شده است. نتایج شبیه سازی مؤید تحلیل‌های تئوری و عملکرد مطلوب الگوریتم ارائه شده می‌باشد.

کلمات کلیدی: سینکال سینوسی میرا، فرکانس، ضریب میرایی، شناساننده تطبیقی، قضیه معدل گیری.

Parameter Estimation of an Exponentially Damped Sinusoidal Signal Using Adaptive Identifier

Mohammad Ali Ghadiri-Modarres, Mohsen Mojiri, Bahram Karimi

Abstract: This paper presents an adaptive identifier based algorithm for online estimation of damping factor and frequency of an exponentially damped sinusoidal signal. The algorithm is based on an adaptive identifier which is a theoretical tool for the estimation of the parameters of an unknown linear system. The governing equations of the proposed algorithm are composed of a second order linear filter and two update laws that provide indirect estimation of the frequency and damping factor. Local stability analysis of the proposed method is presented using averaging theory. Simulation results confirm the analytical derivations and also the desirable performance of the proposed algorithm.

Keywords: Exponentially damped sinusoidal signal, Frequency, Damping factor, Adaptive identifier, Averaging theory.

آن‌ها به وسیله سینکال سینوسی با دامنه ثابت، کارآمد نیست [۱]. همچنین همان‌طور که از تئوری سیستم‌های خطی می‌دانیم پاسخ ضربه یک سیستم فیزیکی را که توسط معادلات دیفرانسیل معمولی (با ضرایب ثابت) توصیف می‌شود می‌توان به صورت مجموعی از نمایی‌های مختلط توصیف نمود. بنابراین شناسایی پارامترهای سینکال‌های سینوسی میرا می‌تواند در شناسایی سیستم‌ها نیز حائز اهمیت باشد [۲]. از کاربردهای

۱- مقدمه

تخمین پارامترهای سینکال سینوسی میرا، از مسائل قدیمی است که به شکل‌های گوناگون در زمینه‌های متفاوتی از علوم کاربردی ظاهر می‌شود. به عنوان نمونه یکی از کاربردهای سینکال‌های سینوسی میرا در پردازش سینکال، مدل‌سازی سینکال‌های صوتی و گفتار است. این دسته از سینکال‌ها دارای تغییرات سریع در دامنه می‌باشند و بنابراین مدل‌سازی

فرکانس و ضرب میرایی سیگنال ورودی را به دست می‌دهد. برای اثبات پایداری و همگرایی الگوریتم تطبیقی ارائه شده از قضیه معدل گیری استفاده شده است. جنبه‌های مختلف الگوریتم پیشنهادی با استفاده از شبیه‌سازی برسی می‌شود. شبیه‌سازی‌های انجام داده شده نشان می‌دهند الگوریتم پیشنهادی توانایی تعییب تغییرات آرام پارامترها را نیز دارد.

بر مبنای مطالعه گفته شده، ادامه این مقاله در چهار بخش تضمیم شده است. در بخش دوم، معادلات ریاضی یک الگوریتم تطبیقی برای تخمین فرکانس و ضرب میرایی سیگنال سینوسی میرا و بازسازی آن (مبتنی بر شناسانده تطبیقی) معرفی شده است. در بخش سوم با استفاده از قضیه معدل گیری پایداری الگوریتم پیشنهادی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در بخش چهارم با ارائه شبیه‌سازی‌های متعدد عملکرد الگوریتم پیشنهادی مورد بررسی قرار گرفته است. سرانجام بخش پنجم به نتیجه گیری مقاله اختصاص یافته است.

۲- ساختار الگوریتم پیشنهادی

سیگنال سینوسی میرا با معادله

$$y(t) = k_0 e^{-\sigma_0 t} \sin(\omega_0 t + \delta_0) \quad (1)$$

غالبا برای مدل سازی سیگنال سینوسی که دامنه آن با زمان تغییر می‌کند، به کار می‌رود. در این مدل k_0 , σ_0 , ω_0 و δ_0 ثابت‌های مثبت حقیقی و نامعلوم می‌باشند. هدف یافتن یک الگوریتم تطبیقی برای تخمین بهنگام فرکانس و ضرب میرایی سیگنال می‌باشد. وابستگی غیر خطی (t) y به پارامترهای نامعلوم آن و همچنین غیرایستانی بودن سیگنال، باعث ناکارآمدی استفاده از روش‌های متداول تخمین پارامترهای سیگنال‌های ایستان گردیده است.

ساختار الگوریتم پیشنهادی بر مبنای شناسانده مبتنی بر معادله خط است. همان‌گونه که از تئوری سیستم‌های خطی می‌دانیم برای تولید سیگنال سینوسی میرا (۱) از معادله دیفرانسیل زیر با شرایط اولیه داده شده می‌توان استفاده نمود.

$$\begin{aligned} \ddot{y}(t) + 2\sigma_0 \dot{y}(t) + (\sigma_0^2 + \omega_0^2)y(t) &= 0 \\ y(0) &= k_0 \sin \delta_0 \\ \dot{y}(0) &= k_0 \omega_0 \cos \delta_0 - \sigma_0 \sin \delta_0 \end{aligned} \quad (2)$$

اگر از رابطه (۲) با صرف نظر نمودن از شرایط اولیه تبدیل لاپلاس گرفته شود، داریم

$$s^2 y(s) + \theta_2 s y(s) + \theta_1 y(s) = 0 \quad (3)$$

که در آن $2\sigma_0 = 2\theta_2 = \theta_1 = \sigma_0^2 + \omega_0^2$ می‌باشد. با تعریف چندجمله‌ای هرویتر و مونیک دلخواه نمایش داد

دیگر می‌توان به سیستم‌های قدرت اشاره نمود. در این سیستم‌ها تعداد زیادی ژنراتور که در فرکانس‌های ۵۰ یا ۶۰ هرتز کار می‌کنند به یکدیگر متصل هستند. پس از رخدادن یک خطأ و یا پیدایش اغتشاش در این سیستم‌ها چندین سیگنال سینوسی میرا ظاهر می‌شوند. بسیار حائز اهمیت است که این سیگنال‌ها مانیتور شوند تا در صورت نیاز بتوان به وسیله ساختارهای کنترلی موجود میرایی آن‌ها را افزود و از ایجاد ناپایداری در شبکه جلوگیری نمود [۳] و [۴].

تاکنون روش‌های تکراری^۱ و غیر تکراری متعددی برای تخمین فرکانس و ضرب میرایی سیگنال‌های سینوسی میرا ارائه شده‌اند. از جمله‌ی این روش‌ها می‌توان به روش‌های تحت عنوان پنسیل ماتریسی^۲ [۵] و [۶]، روش پیشگوی خطی^۳ و اصلاحات انجام گرفته بر روی آن [۷] و [۸]، و روش‌های مبتنی بر حداقل مربعات^۴ اشاره نمود [۹] و [۱۰]. در روش‌های معرفی شده سیگنال‌ها به صورت نمایی مخلوط در نظر گرفته شده و به دلیل حجم محاسباتی بالا، برای کاربردهای زمانی حقیقی^۵ مناسب نمی‌باشند.

اخیراً بر مبنای استفاده از اصل مدل داخلی، یک روش تطبیقی برای شناسایی و کنترل سیگنال‌های سینوسی میرا ارائه شده است [۱۱] و [۱۲]. در این روش ابتدا یک کنترل کننده با توجه به اصل مدل داخلی ارائه و در فضای حالت پیاده سازی می‌شود. سپس به کمک یک نگاشت ارتباط میان حالت‌های کنترل کننده و خطای تخمین پارامترهای سیگنال تعیین می‌گردد. از این ارتباط به منظور تعیین قوانین تطبیق استفاده می‌شود. نتایج بدست آمده در این مراجع ذاتا محلی بوده و مستلزم تنظیم دقیق پارامترها می‌باشد که بر آورده شدن آن برای سیستم‌های عملی آسان نیست. همچنین الگوریتم ارائه شده توانایی تخمین رنج وسیعی از ضرب میرایی را ندارد.

در این مقاله یک الگوریتم تطبیقی، مبتنی بر شناسانده تطبیقی، جهت تخمین بهنگام پارامترهای سیگنال‌های سینوسی میرا معرفی و خصوصیات و تحلیل پایداری آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. این الگوریتم از تعمیم روش ارائه شده در [۱۳] و [۱۴]^۶ برای تخمین بهنگام فرکانس یک سیگنال سینوسی بدست می‌آید. از آنجا که برخلاف سیگنال‌های سینوسی، سیگنال‌های سینوسی میرا با گذشت زمان به سمت صفر میل می‌کنند، استفاده از قوانین تنظیم ارائه شده در [۱۳] و [۱۴]^۷ تضمین کننده همگرایی پارامترها نمی‌باشد. بنابراین در این مقاله قوانین تنظیم ارائه شده در [۱۳] و [۱۴]^۸ بگونه‌ای اصلاح می‌شود که خطای تخمین پارامترهای سیگنال سینوسی میرا به صورت نمایی به سمت صفر میل کند. معادلات حاکم بر الگوریتم پیشنهادی از یک فیلتر خطی مرتبه دو و دو قانون تنظیم تشکیل شده است که به طور غیر مستقیم تخمین

¹ Iterative

² Matrix pencil

³ Linear prediction

⁴ Least square

⁵ Real time

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -\lambda_1 x_1(t) - \lambda_2 x_2(t) + y(t) \\ \hat{y}(t) &= (\lambda_1 - \hat{\theta}_1)x_1 + (\lambda_2 - \hat{\theta}_2)x_2 \\ e(t) &= y(t) - \hat{y}(t) \\ \dot{\hat{\theta}}_1 &= -\frac{\gamma_1}{x_1^2 + (x_2 + \frac{1}{2}\hat{\theta}_2 x_1)^2} x_1 e \\ \dot{\hat{\theta}}_2 &= -\frac{\gamma_2}{x_1^2 + (x_2 + \frac{1}{2}\hat{\theta}_2 x_1)^2} x_2 e \end{aligned} \quad (4)$$

در روابط (۴)، (۵) و (۶) سیگنال ورودی به فرم (۱) می‌باشد.
توجه ۱. همانگونه که گفته شد الگوریتم پیشنهادی به صورت غیر مستقیم تخمین فرکانس و ضریب میرایی سیگنال سینوسی میرا را بدست می‌دهد. بنابراین با در دست داشتن مقادیر تخمینی $\hat{\theta}_1$ و $\hat{\theta}_2$ ، مقادیر تخمینی ضریب میرایی و فرکانس با استفاده از روابط (۱۰) بدست می‌آیند.

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_0 &= \frac{1}{2} \hat{\theta}_2 \\ \hat{\omega}_0 &= \sqrt{\left(\hat{\theta}_1 - \frac{1}{4} \hat{\theta}_2^2\right)} \end{aligned} \quad (10)$$

۳- تحلیل پایداری

در این بخش، به بررسی پایداری الگوریتم پیشنهادی می‌پردازیم. بدین منظور ابتدا یک پاسخ شبه مانندگار از دینامیک ارائه شده بدست آورده و سپس پایداری مجانی قوانین تنظیم را بر روی این پاسخ مورد بررسی قرار می‌دهیم.

قضیه ۱- سیستم دینامیکی (۵) به همراه خروجی شناساننده (۷) و خطای شناساننده با معادله $\hat{y}(t) = y(t) - \hat{y}(t) = e(t)$ را در نظر بگیرید، که در آن (۵) سیگنال سینوسی میرا به فرم (۱) می‌باشد. فرض کنید قوانین تنظیم پارامترها به صورت (۸) باشند. با انتخاب مناسب پارامترهای طراحی γ_1 ، γ_2 ، λ_1 و λ_2 نقطه تعادل دستگاه دینامیکی (۸) پایدار مجانی محلی است یعنی هنگامیکه $t \rightarrow \infty$ ، $\hat{\theta}_1$ و $\hat{\theta}_2$ به ترتیب به مقادیر نامی $\sigma_0^2 + \omega_0^2$ و $2\sigma_0$ میل می‌کنند.

اثبات. فرض کنید λ_1 و λ_2 به گونه‌ای انتخاب شوند که ریشه‌های $s^2 + \lambda_2 s + \lambda_1 = 0$ به اندازه کافی دور از $-\sigma_0 \pm j\omega_0$ در سمت چپ صفحه s باشند. بنابراین پاسخ گذراي سیستم (۵) که ناشی از سیگنال ورودی و شرایط اولیه می‌باشد به سرعت میرا شده و در حالت شبه مانندگار داریم

$$\begin{aligned} x_1^o(t) &= A e^{-\sigma_0 t} \sin \alpha \\ x_2^o(t) &= \dot{x}_1^o(t) = A e^{-\sigma_0 t} (-\sigma_0 \sin \alpha + \omega_0 \cos \alpha) \end{aligned} \quad (11)$$

$$y(s) = \frac{(\lambda_2 - \theta_2)s + (\lambda_1 - \theta_1)}{\hat{\lambda}(s)} y(s) \quad (4)$$

نمایش فضای حالت معادله (۴) به صورت زیر می‌باشد

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -\lambda_1 x_1(t) - \lambda_2 x_2(t) + y(t) \end{aligned} \quad (5)$$

$$y(t) = (\lambda_1 - \theta_1)x_1(t) + (\lambda_2 - \theta_2)x_2(t) \quad (6)$$

دستگاه معادلات (۵) و (۶) ساختار شناساننده را مشخص می‌کند. این معادلات تنها در صورتی سیگنال سینوسی میرا در خروجی (۶) $y(t)$ تولید می‌کنند که شرایط اولیه آن به درستی انتخاب شود. در حالت کلی، سمت راست معادله (۶) با $y(t)$ در عبارتی که به صورت نمایی میرا می‌شوند تفاوت دارد که ناشی از صرف نظر کردن از شرایط اولیه می‌باشد. همانطور که مشاهده می‌شود در ساختار جدید، سیگنال (۶) به صورت خطی به پارامترهای مجھول θ_1 و θ_2 وابسته است. مشابه با معادله خروجی (۶) می‌توان برای سیگنال (۵) y یک مشاهده گر به فرم زیر ارائه نمود.

$$\hat{y}(t) = (\lambda_1 - \hat{\theta}_1)x_1 + (\lambda_2 - \hat{\theta}_2)x_2 \quad (7)$$

که در آن $i = 1, 2$ ، $\hat{\theta}_i$ تخمین‌های θ_i می‌باشند. هرچند جهت ارائه قانون تنظیم برای پارامترهای $\hat{\theta}_1$ و $\hat{\theta}_2$ ، می‌توان از الگوریتم استاندارد گرادیان برای کمینه سازیتابع مربع خطأ با تعریف $e^2(t) = (y(t) - \hat{y}(t))^2$

$$= (y(t) - (\lambda_1 - \hat{\theta}_1)x_1 - (\lambda_2 - \hat{\theta}_2)x_2)^2$$

استفاده نمود، اما با توجه اینکه سیگنال سینوسی میرا با گذشت زمان به سمت صفر میل می‌کند تضمینی جهت همگرایی مقادیر تخمینی پارامترها توسط این الگوریتم به مقادیر نامی پارامترها وجود ندارد [۱۵] و [۱۶]. جهت تضمین پایداری، قوانین تنظیم حاصل شده از الگوریتم گرادیان را به صورت مناسب نرم‌الزیه می‌کنیم. بدین ترتیب داریم

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\theta}}_1 &= -\frac{\gamma_1}{x_1^2 + (x_2 + \frac{1}{2}\hat{\theta}_2 x_1)^2} x_1 e \\ \dot{\hat{\theta}}_2 &= -\frac{\gamma_2}{x_1^2 + (x_2 + \frac{1}{2}\hat{\theta}_2 x_1)^2} x_2 e \end{aligned} \quad (8)$$

که در آن γ_1 و γ_2 ثابت‌های مثبت و پارامترهای طراحی می‌باشند. لازم بذکر است که قوانین تنظیم ارائه شده توسط (۸) به جز در عامل نرم‌الزیه، مشابه قوانین تنظیم بدست آمده توسط فرم استاندارد الگوریتم گرادیان می‌باشند. بدین ترتیب یک رویتگر جدید با پایداری نمایی تضمین شده ارائه می‌گردد. به طور خلاصه دینامیک الگوریتم پیشنهادی عبارت است از

سیستم دینامیکی (۱۳) در قالب قضیه معدل گیری قرار دارد (معادله‌ی (ض-۱) در بخش ضمیمه)، که تابع برداری $\dot{\phi} = \mathcal{E}f(\phi, t, \varepsilon)$ مطیق رابطه (۱۵)، متعلق به کراندار بر روی مجموعه‌های کراندار و متناوب با دوره تناوب $T = \pi$ است. حال طبق قضیه معدل گیری پایداری سیستم $\dot{\phi} = \mathcal{E}f(\phi, t, \varepsilon)$ مرتبه با پایداری سیستم معدل گیری شده (معادله‌ی (ض-۲) در بخش ضمیمه) است. با استفاده از رابطه‌ی زیر از جدول انتگرال‌ها

$$\int \frac{\sin^2 \tau}{a^2 \cos^2 \tau + \sin^2 \tau} d\tau = \frac{1}{1-a^2} (\tau - a \tan^{-1} \tau) \quad (16)$$

سیستم معدل گیری شده سیستم (۱۳)، با معادلات زیر مشخص می‌شود

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_{1,av} &= -\gamma_1 \left(\frac{1}{\omega_0 + 1} \phi_{1,av} - \frac{\sigma_0}{\omega_0 + 1} \phi_{2,av} \right) \\ \dot{\phi}_{2,av} &= -\gamma_2 \left(-\frac{\sigma_0}{\omega_0 + 1} \phi_{1,av} + \frac{\sigma_0^2 + \omega_0}{\omega_0 + 1} \phi_{2,av} \right) \end{aligned} \quad (17)$$

در رابطه (۱۷) زیر نویس 'av' بیانگر مقادیر معدل می‌باشد. چندجمله‌ای مشخصه سیستم (۱۷) عبارت است از

$$s^2 + \frac{\gamma_1 + \gamma_2(\sigma_0^2 + \omega_0)}{\omega_0 + 1} s + \frac{\gamma_1 \gamma_2 \omega_0}{(\omega_0 + 1)^2} = 0 \quad (18)$$

همان‌گونه که دیده می‌شود چندجمله‌ای مشخصه یک چندجمله‌ای هرویتر بوده، بنابراین مبدأ نقطه تعادل پایدار مجانی برای سیستم (۱۷) می‌باشد. همچنین با توجه به قضیه معدل گیری نتیجه می‌شود که مبدأ و نقاط تعادل پایدار مجانی برای دینامیک‌های $(\sigma_0^2 + \omega_0^2, 2\sigma_0)^T$ (۱۳) و (12) می‌باشند و اثبات قضیه کامل می‌شود. توجه داشته باشیم که مبدأ نقطه تعادل سیستم اولیه (۱۱) و سیستم معدل گیری شده (۱۷) است و بنابراین جمله $O(\varepsilon)$ در قضیه معدل گیری حذف می‌شود.

توجه ۲. همانطور که از معادله (۸) دیده می‌شود، ممکن است در لحظاتی عامل نرمالیزه کننده صفر بوده و قوانین بروز رسانی تعریف نشده باشند. برای پیشگیری از این مشکل، می‌توان یک ثابت کوچک به عامل نرمالیزه کننده در مخرج قوانین بروز رسانی افزود [۱۲].

۴- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش عملکرد الگوریتم پیشنهادی با معادلات دینامیکی (۹) توسط شبیه‌سازی‌های کامپیوتراً مورد بررسی قرار می‌گیرد. بدین منظور ابتدا با فرض ثابت بودن پارامترهای سیگنال عملکرد الگوریتم در حالت گذرا را مورد بررسی قرار می‌دهیم. نتایج شبیه‌سازی در این حالت به ازای دو مقدار ضربی میرایی، ضربی میرایی کوچک و بزرگ، ارائه می‌شوند. سپس عملکرد الگوریتم در تعقیب تغییرات نوسانی ضربی میرایی را مورد بررسی قرار می‌دهیم. در نهایت به مقایسه الگوریتم پیشنهادی در

که در آن $x_1^\circ(t)$ و $x_2^\circ(t)$ پاسخ‌های شبه ماندگار ناشی از سیگنال ورودی می‌باشند و

$$\begin{aligned} A &= k_0 |H(-\sigma_0 + j\omega_0)| \\ \alpha &= \omega_0 t + \delta_0 + \angle H(-\sigma_0 + j\omega_0) \end{aligned}$$

$H(s) = \frac{1}{s^2 + \lambda_2 s + \lambda_1}$ اکنون به بررسی پایداری قوانین تنظیم (۸) روی مسیر جواب شبه ماندگار (۱۱) می‌پردازیم. با توجه به این که معادلات (۱۱) در رابطه این جواب شبه ماندگار به فرم زیر می‌توان نوشت

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_1 &= -\frac{\gamma_1}{x_1^\circ + (x_2^\circ + \frac{1}{2}\hat{\theta}_2 x_1^\circ)^2} x_1^\circ (\ddot{x}_1^\circ + \hat{\theta}_2 \dot{x}_1^\circ + \hat{\theta}_1 x_1^\circ) \\ \dot{\theta}_2 &= -\frac{\gamma_2}{x_1^\circ + (x_2^\circ + \frac{1}{2}\hat{\theta}_2 x_1^\circ)^2} x_2^\circ (\ddot{x}_2^\circ + \hat{\theta}_2 \dot{x}_2^\circ + \hat{\theta}_1 x_2^\circ) \end{aligned} \quad (12)$$

دستگاه معادلات (۱۲) تعادل نقطه دارای (۱۲) است. از نظریه سیستم‌های غیرخطی می‌دانیم که نقطه تعادل یک سیستم غیر خودگردان، پایدار نمایی است اگر و تنها اگر نقطه تعادل پایدار نمایی سیستم خطی شده متناظر باشد [۱۸]. با خطی سازی دستگاه معادلات (۱۲) حول این نقطه تعادل داریم

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_1 &= -\frac{\gamma_1}{\sin^2 \alpha + \omega_0^2 \cos^2 \alpha} \times ((\sin^2 \alpha)\phi_1 + (\frac{\omega_0}{2} \sin 2\alpha - \sigma_0 \sin^2 \alpha)\phi_2) \\ \dot{\phi}_2 &= -\frac{\gamma_2}{\sin^2 \alpha + \omega_0^2 \cos^2 \alpha} \times ((\frac{\omega_0}{2} \sin 2\alpha - \sigma_0 \sin^2 \alpha)\phi_1 + (\omega_0 \cos \alpha - \sigma_0 \sin \alpha)^2 \phi_2) \end{aligned} \quad (13)$$

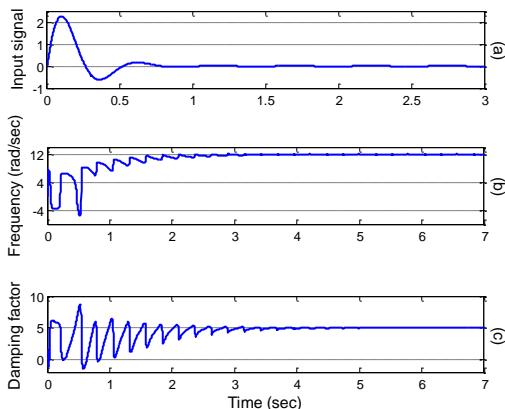
که $\hat{\phi}_1 = \hat{\theta}_1 - \hat{\theta}_2^*$ و $\hat{\phi}_2 = \hat{\theta}_2 - \hat{\theta}_1^*$ خطای پارامترها است. فرض کنید $\mathcal{E} \ll 1$ یک عدد حقیقی ثابت باشد، با تعریف $\hat{\gamma}_1 = \varepsilon \hat{\gamma}_1$ و $\hat{\gamma}_2 = \varepsilon \hat{\gamma}_2$ ، سیستم دینامیکی (۱۳) را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_1 &= \varepsilon \left(-\hat{\gamma}_1 \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha + \omega_0^2 \cos^2 \alpha} \phi_1 - \hat{\gamma}_1 \frac{\frac{\omega_0}{2} \sin 2\alpha - \sigma_0 \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha + \omega_0^2 \cos^2 \alpha} \phi_2 \right) \\ \dot{\phi}_2 &= \varepsilon \left(-\hat{\gamma}_2 \frac{\frac{\omega_0}{2} \sin 2\alpha - \sigma_0 \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha + \omega_0^2 \cos^2 \alpha} \phi_1 - \hat{\gamma}_2 \frac{(\omega_0 \cos \alpha - \sigma_0 \sin \alpha)^2}{\sin^2 \alpha + \omega_0^2 \cos^2 \alpha} \phi_2 \right) \end{aligned} \quad (14)$$

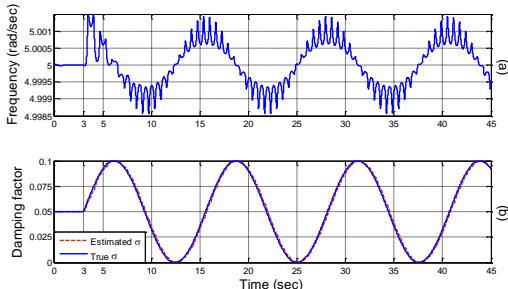
به وضوح دیده می‌شود که با تعریف

$$\begin{aligned} \phi &= \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} \\ f(\phi, t, \varepsilon) &= \begin{pmatrix} -\hat{\gamma}_1 \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha + \omega_0^2 \cos^2 \alpha} \phi_1 - \hat{\gamma}_1 \frac{\frac{\omega_0}{2} \sin 2\alpha - \sigma_0 \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha + \omega_0^2 \cos^2 \alpha} \phi_2 \\ -\hat{\gamma}_2 \frac{\frac{\omega_0}{2} \sin 2\alpha - \sigma_0 \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha + \omega_0^2 \cos^2 \alpha} \phi_1 - \hat{\gamma}_2 \frac{(\omega_0 \cos \alpha - \sigma_0 \sin \alpha)^2}{\sin^2 \alpha + \omega_0^2 \cos^2 \alpha} \phi_2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (15)$$

عملکرد الگوریتم پیشنهادی مورد بررسی قرار می‌دهیم. بدین منظور مقادیر اولیه فرکانس و ضریب میرایی را برابر $\omega_0 = 5 \text{ rad/sec}$ و $t = 3 \text{ sec}$ ، $\sigma_0 = 0.05$ در نظر گرفتایم. فرض کردہ‌ایم در لحظه $t = 3 \text{ sec}$ مقدار ضریب میرایی با رابطه $\sigma_0 = 0.05(1 - \cos 0.5t)$ شروع به نوسان می‌کند. بهره‌های تطبیقی در این حالت $\gamma_1 = 100$ و $\gamma_2 = 50$ انتخاب شده‌اند. تعییب ضریب میرایی و تاثیر آن بر روی تخمین فرکانس در شکل ۳ نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود در حالت ماندگار مقدار تخمینی فرکانس به صورت نوسانی با دامنه‌ای کمتر از ۰.۰۰۱۵ rad/sec و با فرکانسی برابر فرکانس ضریب میرایی می‌باشد.



شکل ۲. تخمین پارامترها در حالت بزرگ بودن ضریب میرایی، (a) سیگنال ورودی $y(t) = 4e^{-5t} \sin(12t)$ (b) فرکانس تخمینی (c) ضریب میرایی تخمینی



شکل ۳. بررسی عملکرد الگوریتم هنگام تغییرات نوسانی ضریب میرایی، (a) فرکانس تخمینی (b) ضریب میرایی تخمینی

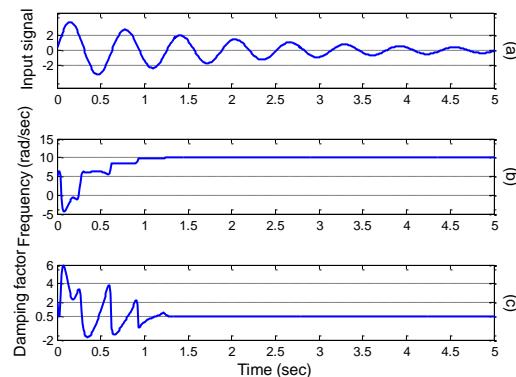
۴-۳- مقایسه با الگوریتم مبتنی بر اصل مدل داخلی

در این بخش روش پیشنهادی در این مقاله و روش مبتنی بر اصل مدل داخلی [۱۱] مقایسه می‌شوند. به این منظور سیگنال سینوسی میرا با معادله $y(t) = 4e^{-0.05t} \sin(2.5t)$ استفاده شده است. پارامترهای الگوریتم پیشنهادی خود را به صورت $(\theta_1(0), \theta_2(0)) = (4, 2)$ و $\sigma_0 = 0.05$ (۱۰.۱.۲۵) انتخاب کرده ایم. شکل‌های (a) و (b) به ترتیب نتیجه تخمین فرکانس و ضریب میرایی را در هریک از دو روش نشان می‌دهند. برای مقایسه سرعت همگرایی دو روش، بازه زمانی ۵ تا ۲۵ ثانیه از شکل‌های (a) و (b) را به ترتیب در شکل‌های (a) و (b) نشان داده‌ایم. همانطور که مشاهده می‌شود سرعت

این مقاله با الگوریتم مبتنی بر اصل مدل داخلی می‌پردازم. کلیه شیوه‌سازی‌ها در محیط Matlab / Simulink انجام گرفته‌اند.

۴-۱- عملکرد اولیه

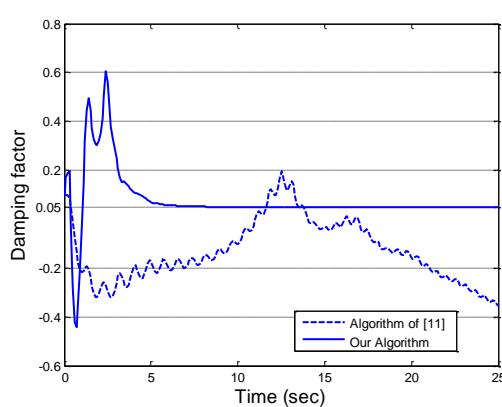
در این بخش عملکرد اولیه الگوریتم را توسط دو شبیه‌سازی، برای ضریب میرایی کوچک و بزرگ مورد بررسی قرار می‌دهیم. مقادیر $\lambda_1 = 30$ ، $\lambda_2 = 200$ و $\gamma_1 = 80$ و $\gamma_2 = 20$ برای شبیه‌سازی اول اختیار شده‌اند. در شبیه‌سازی دوم سیگنال $y(t) = 4e^{-0.5t} \sin(10t)$ که یک سیگنال سینوسی میرا با ضریب میرایی نیز به ترتیب در شکل‌های (a) و (b) و (c) نمایش داده شده‌اند. مشاهده می‌شود الگوریتم پیشنهادی در مدت زمان کمتر از ۲ ثانیه به مقادیر نامی همگرا شده است. در شبیه‌سازی دوم سیگنال $y(t) = 4e^{-5t} \sin(12t)$ که یک سیگنال سینوسی میرا با ضریب میرایی بزرگ است را در نظر گرفتایم. سیگنال ورودی در شکل (a) نشان داده شده است. مقادیر تخمینی فرکانس و ضریب میرایی نیز به ترتیب در شکل‌های (b) و (c) نمایش داده شده‌اند. مشاهده می‌شود هرچند سیگنال به سرعت میرا می‌شود اما الگوریتم قادر به شناسایی پارامترهای سیگنال می‌باشد. لازم ذکر است که ریشه‌های معادله $s^2 + \lambda_2 s + \lambda_1 = 0$ عبارتند از $s_1 = -10$ و $s_2 = -20$ ، که در هر دو حالت به اندازه کافی از $\sigma_0 \pm j\omega_0$ دور می‌باشند.



شکل ۱. تخمین پارامترها در حالت کوچک بودن ضریب میرایی، (a) سیگنال ورودی $y(t) = 4e^{-0.5t} \sin(10t)$ (b) فرکانس تخمینی (c) ضریب میرایی تخمینی

۴-۲- بررسی عملکرد الگوریتم نسبت به تغییرات نوسانی پارامترها

هرچند در بدست آوردن الگوریتم پیشنهادی فرکانس و ضریب میرایی سیگنال ورودی ثابت فرض شدند اما با توجه به ساختار تطبیقی الگوریتم، انتظار می‌رود الگوریتم پیشنهادی توانایی تعییب تغییرات آرام پارامترها را نیز داشته باشد. در این بخش تاثیر تغییرات نوسانی ضریب میرایی را بر



شکل ۷- مقایسه تخمین ضریب میرایی سیگنال در روش مبتنی بر شناسانده تطبیقی و روش مبتنی بر اصل مدل داخلی برای سیگنال

$$y(t) = 4e^{-0.05t} \sin(3.5t)$$

مشاهده می شود هر چند در الگوریتم پیشنهادی در این مقاله مقادیر تخمینی به مقادیر واقعی همگرا شده اند اما در الگوریتم مبتنی بر اصل مدل داخلی مقادیر تخمینی به مقادیر واقعی خود همگرا نشده اند. این مثال نشان می دهد الگوریتم ارائه شده در این مقاله حوزه جذب بیشتری نسبت به الگوریتم مبتنی بر اصل مدل داخلی دارد. مثال های شبیه سازی بیشتر نشان می دهد برخلاف الگوریتم مبتنی بر اصل مدل داخلی، الگوریتم پیشنهادی در این مقاله توانایی تخمین رنج وسیعی از ضریب میرایی را دارد.

۵- نتیجه گیری

در این مقاله یک الگوریتم جدید مبتنی بر ایده شناسانده تطبیقی برای تخمین فرکانس و ضریب میرایی سیگنال های سینوسی میرا ارائه گردید و جنبه های مختلف آن مورد بررسی قرار گرفت. با ارائه یک قضیه و اثبات آن پایداری مجانبی محلی الگوریتم پیشنهادی بررسی شد. نتایج شبیه سازی نشان می دهند الگوریتم پیشنهادی توانایی تخمین رنج وسیعی از ضریب میرایی را دارد. ساختار تطبیقی الگوریتم به آن توانایی تعقیب تغییرات آرام پارامترها را می دهد این مسئله توسط شبیه سازی نشان داده شده است. در مقایسه با الگوریتم مبتنی بر اصل مدل داخلی، تنظیم پارامترها در روش معروف شده ساده تر می باشد و نسبت به تغییرات پارامترها حساسیت کمتری دارد. همگرای سریع پارامترها از دیگر مزایای الگوریتم پیشنهادی است.

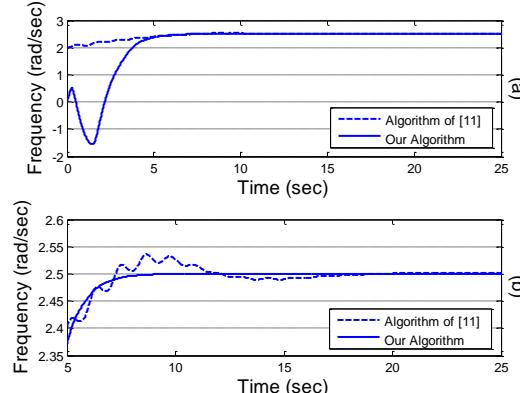
ضمیمه: تعریف [۱۷]. فرض کنید $x = p_0$ نقطه تعادل

سیستم $\dot{x} = f(x), x \in \mathbf{R}^n$ باشد. p_0 یک نقطه تعادل هذلولوی^۱ نامیده می شود هر گاه هیچ یک از مقادیر ویژه سیستم خطی شده حول نقطه تعادل p_0 دارای قسمت حقیقی صفر نباشد.

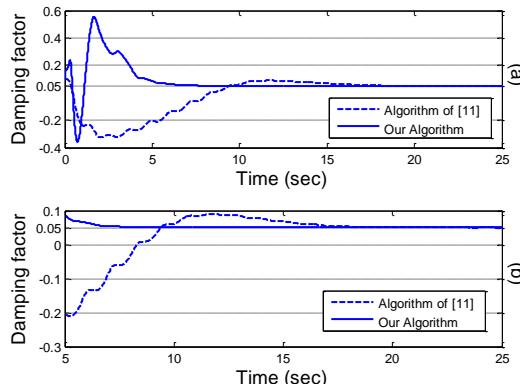
قضیه معدل گیری

سیستم دینامیکی زیر را در نظر بگیرید

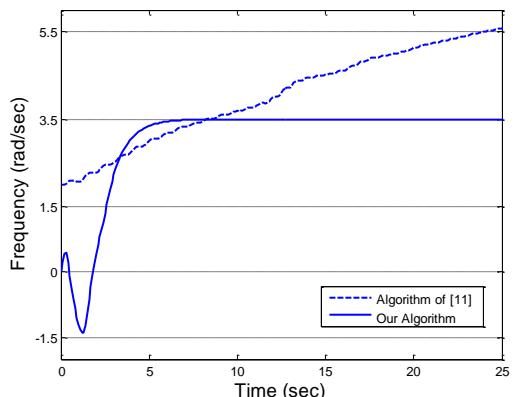
همگرای در روش مبتنی بر شناسانده تطبیقی نسبت به روش مبتنی بر اصل مدل داخلی بهتر است. به عنوان آخرین مثال شبیه سازی به بررسی حساسیت دو الگوریتم نسبت به تنظیم پارامترها می پردازیم. بدین منظور سیگنال سینوسی میرا با معادله $y(t) = 4e^{-0.05t} \sin(3.5t)$ را در نظر می گیریم تمامی پارامترهای شبیه سازی را مشابه با قبل در نظر گرفته ایم. نتایج تخمین فرکانس و ضریب میرایی سیگنال به ترتیب در شکل های ۶ و ۷ نشان داده شده اند.



شکل ۴- a) مقایسه تخمین ضریب میرایی سیگنال، b) بازه زمانی ۵ تا ثانیه شکل ۴ (a)



شکل ۵- a) مقایسه تخمین ضریب میرایی سیگنال ، b) بازه زمانی ۵ تا ثانیه شکل ۵ (a)



شکل ۶- مقایسه تخمین فرکانس سیگنال در روش مبتنی بر شناسانده تطبیقی و روش مبتنی بر اصل مدل داخلی برای سیگنال $y(t) = 4e^{-0.05t} \sin(3.5t)$

^۱ Hyperbolic equilibrium point

- sinusoids”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 53, pp. 3831-3846, 2005.
- [5] Hua, Y. and Sarkar, T. K., “Matrix pencil method for estimating parameters of exponentially damped/undamped sinusoids in noise”, *IEEE Transaction on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Vol. 38, no. 5, pp. 814-824, 1990.
- [6] Badeau, R., Boyer, R. and David, B., “EDS parametric modeling and tracking of audio signals”, *Fifth International Conference on Digital Audio Effects*, Hamburg, Germany, pp. 1-6, 2002.
- [7] Kumaresan, R. and Tufts, D. W., “Estimating the parameters of exponentially damped sinusoids and pole-zero modeling in noise”, *IEEE Transaction on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Vol. 30, no. 6, pp. 833-840, 1982.
- [8] Handel, P., “High-order Yule-walker estimation of the parameters of exponentially damped cisoids in noise”, *Signal Processing*, Vol. 32, pp. 315-328, 1993.
- [9] Liu, Z., Li, J. and Stoica, P., “RELAX-based estimation of damped sinusoidal signal parameters”, *Signal Processing*, Vol. 62, pp. 311-321, 1997.
- [10] Li, H. and Djuric, P. M., “An iterative MMSE procedure for parameter estimation of damped sinusoidal signals”, *Signal Processing*, Vol. 51, pp. 105-120, 1996.
- [11] Lu, J. and Brown, L. J., “Internal model principle-based control of exponentially damped sinusoids”, *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, Vol. 24, no. 3, pp. 219-232, 2010.
- [12] Lu, J. and Brown, L. J., “Identification of exponentially damped sinusoidal signals”, *Seventeenth IFAC World Congress*, Seoul, Korea, 2008.
- [13] Xia, X., “Global frequency estimation using adaptive identifiers”, *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. 47, no. 7, pp. 1188-1193, 2002.
- [14] Hou, M., “Estimation of sinusoidal frequencies and amplitudes using adaptive identifier and observer”, *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. 52, no. 3, pp. 493-499, 2007.
- [15] Sastry, S. and Bodson, M., *Adaptive Control: Stability, Convergence, and Robustness*. Prentice-Hall: Englewood Cliffs, NJ, 1989.
- [16] Narendra, K. S. and Annaswamy, A. M. *Stable Adaptive Systems*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1989.
- [17] Wiggins, S. *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos*. New York: Springer-Verlag, 1983, Vol. 2, Texts in Applied Mathematics.
- [18] Khalil, H. K. *Nonlinear Systems*, 3rd ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 2002.

$$\dot{x} = \varepsilon f(x, t, \varepsilon) \quad (ض-1)$$

که در آن $C^r, r \geq 2$: $\mathbf{R}^n \times \mathbf{R} \times \mathbf{R}^+$ تابعی (تمامی مشتقات جزئی آن تا مرتبه r پیوسته‌اند)، کراندار بر روی مجموعه‌های کراندار و متناوب نسبت به زمان با دوره تناوب $T > 0$ است. سیستم معدل گیری شده به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\dot{x}_{av} = \varepsilon \frac{1}{T} \int_0^T f(x_{av}, t, 0) dt \triangleq \varepsilon \bar{f}(x_{av}) \quad (ض-2)$$

که در آن متغیر جدید x_{av} نشان دهنده مقدار معدل x است. آنگاه تغییر متغیر ($x = x_{av} + \varepsilon W(x_{av}, t, \varepsilon)$) وجود دارد به طوری که توسط آن سیستم (ض-1) به

$$\dot{x}_{av} = \varepsilon \bar{f}(x_{av}) + \varepsilon^2 f_1(x_{av}, t, \varepsilon) \quad (ض-3)$$

تبديل می‌شود. که f_1 نسبت به t متناوب با دوره تناوب T است. همچنین نتایج زیر را داریم

اگر $(x(t) - x_{av}(t))$ به ترتیب پاسخ‌های معادلات (ض-1) و (ض-2) با شرایط اولیه $x_{av}(t_0) = x_{av0}$ و $x(t_0) = x_0$ باشد

$$\|x_0 - x_{av0}\| = O(\varepsilon)$$

به طوریکه

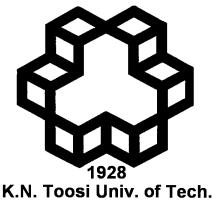
$$\|x(t) - x_{av}(t)\| = O(\varepsilon), t \sim (\frac{1}{\varepsilon})$$

اگر P_0 نقطه تعادل هذلولوی (ض-2) باشد، آنگاه ε_0 ای وجود دارد که برای تمامی مقادیر $\varepsilon < \varepsilon_0$ ، (ض-1) دارای یک مدار تناوبی هذلولوی یکنانت است که نوع پایداری آن مشابه با P_0 می‌باشد و در $P_\varepsilon(t) = P_0 + O(\varepsilon)$ واقع شده است (ض-2). قصیه معدل گیری بیان می‌کند پاسخ‌های سیستم معدل گیری شده به پاسخ‌های سیستم اصلی همگرا می‌شوند. همچنین این قصیه ارتباط میان مدارهای تناوبی^۱ سیستم اصلی و نقاط تعادل سیستم معدل گیری شده را نشان می‌دهد [۱۷].

مراجع

- [1] Hermus, K., Verhelst, W., Lemmerling, P., Wambacq, P. and Huffel, S. V., “Perceptual audio modeling with exponentially damped sinusoids”, *Signal Processing*, Vol. 85, pp. 163-176, 2005.
- [2] Kannan, N., Kundu, D., “Estimating parameters in the damped exponential model”, *Signal Processing*, Vol. 81, pp. 2343-2351, Nov. 2001.
- [3] Peter, O., “A high-resolution spectral analysis algorithm for power system disturbance monitoring”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 17, pp. 676-680, 2002.
- [4] Lovisolo, L., da Silva, E. A. B., Rodrigues, M. A. M., and Diniz, P. S. R., “Efficient coherent adaptive representations of monitored electric signals in power systems using damped

¹ Periodic orbit



Journal of Control

(ISSN 2008-8345)

A Joint Publication of the Iranian Society of Instrumentation and Control Engineers and the K.N. Toosi University of Technology, Vol. 5, No. 4, Winter 2012.

Publisher: Iranian Society of Instrumentation and Control Engineers

Managing Director: Prof. Iraj Goodarznia

Editor-in-Chief: Prof. Ali Khaki-Sedigh

Tel: 84062317

Email: sedigh@kntu.ac.ir

Assistant Editor: Dr. Hamid Khaloozadeh, Dr. Alireza Fatehi

Executive Director: Dr. Hamid Khaloozadeh

Editorial Board:

Prof. A. Khaki-Sedigh, Prof. I. Goodarznia, Dr. H. Khaloozadeh (Associate Prof.), Prof. P. Jabedar-Maralani, Prof. A. Ghafari, Dr. H.R. Momeni (Associate Prof), Prof. S.K. Nikravesh, Prof. M. Shafiee, Prof. B. Moshiri.

Advisory Board:

Dr. H.R. Momeni, Prof. B. Moshiri, Prof. M. Shafiee, Prof. A. Khaki-Sedigh, Prof. P. Jabedar-Maralani, Prof. A. Ghaffari, Dr. H. Khaloozadeh, Dr. H.R. Taghirad, Dr. K. Masroori, Dr. M.T. Bathaei, Dr. M.T. Hamidi-Beheshti, Dr. F. Jafarkazemi, Dr. R. Amjadifard, Dr. S.A. Mousavian, Dr. M. Teshnelab, Prof. M. Haeri, Dr. S.A. Safavi, Prof. H. Seifi, Dr. A. Kazemi, Dr. A. Fatehi, Dr. M.R. Akbarzadeh-Toutounchi, Dr. M. Golkar, Dr. N. Pariz, Dr. M. Javadi, Dr. J. Heirani-Nobari, Prof. F. Hossein-Babaei, Dr. B. Moaveni, Dr. M. Aliari-Shourehdeli, Dr. M. Arvan , Dr. M. Tavakoli-Bina.

The ISICE Board of Director:

Abbas. Sheri-Moghadam, Prof. Masoud Shafiee., Dr. Hamid Reza Momeni, Dr. Hamid Khaloozadeh, Dr. Mehrdad Javadi, Dr. Davod Karimzadegan, Ali Kiani.

P.O. Box 15815-3595, Tehran – IRAN
Tel : (+9821) 81032231
Fax: (+9821) 81032200

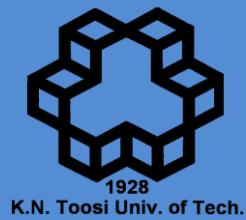
<http://www.isice.ir>

control@isice.ir

I
S
I
C
E

Journal of Control

ISSN 2008-8345



K.N. Toosi Univ. of Tech.

A Joint Publication of the Iranian Society of Instrument and Control Engineers and the K.N. Toosi University of Technology

Vol. 5, No. 4, Winter 2012

Contents

Synchronization of Chaotic Fractional-Order Genesio -Coullet Systems via Fractional-Order Adaptive Controller 1

Ali Fayazi, Hossein Ahmadi Noubari, Hasan Fatehi Marj

Superheated Steam Temperature Control with Adaptive Predictive Functional Controller Based on Unstructured Identification Using Laguerre Functions 12

Reza Dadkhah Tehrani, Mohammad Hossein Ferdowsi

Survey and Comparision of Quantum Systems: Modeling, Stability and Controllability 20

Abolghasem Daeichian, Farid Sheikholeslam

Nonlinear Control and Estimation of Tire Longitudinal Slip for using in Anti-lock Braking System 32

M. Mirzaei, H. Mirzaeinejad, S. Vahidi, D. Heidarian, M. J. Khosrowjerdi

Design and Implementation of an Optimized Intelligent Control Algorithm for Robotic Rehabilitation of Lower Limbs of Handicapped Patients using a 6-DOF Parallel Robot 42

Wahab Amini Azar, Farid Najafi, Mohammad Ali Nekooi

Phase Transformation Modeling and Robust Adaptive Switching Control of Shape Memory Alloy Actuators With and Without Considering Time Delay of These Actuators 52

Hossein Chehardoli, Mohammad Eghtesad, Mehrdad Farid

Parameter Estimation of an Exponentially Damped Sinusoidal Signal Using Adaptive Identifier 65

Mohammad Ali Ghadiri-Modarres, Mohsen Mojiri, Bahram Karimi