



نشریه علمی - پژوهشی

انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران - قطب علمی کنترل صنعتی دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
جلد ۸، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۳

فهرست مقالات

- ۱ طراحی و پیاده‌سازی آزمون گر سخت‌افزار در حلقه رایانه پرواز یک موشک تاکتیکی با هدایت ترکیبی
امیر یعقوبی، محمدرضا عاروان، عباس تقی‌پور، علی نصراللهی
- ۱۵ کنترل بهینه توزیع شده بازی های گرافی دیفرانسیلی غیر خطی به صورت برخط با استفاده از یادگیری تقویتی
فرزانه تاتاری، محمدباقر نقیبی سیستانی
- ۳۱ تنظیم بهینه گلوکز خون - انسولین بیمار دیابتی نوع ۱ بر مبنای مدل های غیرخطی تأخیردار
محمد صادق اخیانی، حمید خالوزاده
- ۴۳ کنترل توربین بادی با ژنراتور القایی دوگانه تغذیه (DFIG) جهت استحصال حداکثر توان قابل جذب (MPPT)
سید بابک مظفری، تورج امرایی، محمود ابوالحسنی زرجو
- ۵۵ پایداری مقاوم سیستم های سوئیچینگ خطی با استفاده از فیدبک حالت مبتنی بر رویگر و سیگنال سوئیچ با حداقل زمان اقامت مشخص
محمدعلی باقرزاده، جعفر قیصری، جواد عسکری، محسن مجیری
- ۶۵ بهبود عملکرد سیستم های کنترل شبکه نامعین بر اساس پروتکل TCP با استفاده از طراحی همزمان مدیریت طول صف و کنترلگر مقاوم
معصومه آزادگان، محمدتقی حمیدی بهشتی، بابک توسلی



مجله کنترل
(ISSN 2008-8345)



قطب ملی کنترل صنعتی
دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

نشریه علمی - پژوهشی، انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران - قطب کنترل صنعتی دانشگاه صنعتی
خواجه نصیرالدین طوسی، جلد ۸، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۳

پست الکترونیک: control@isice.ir

صاحب امتیاز: انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران

مدیر مسئول: پروفسور ایرج گودرزنیا

سردبیر: پروفسور علی خاکی صدیق - تلفن: ۸۴۰۶۲۳۱۷ - پست الکترونیک: sedigh@kntu.ac.ir

آدرس محل کار: خیابان دکتر شریعتی، پل سیدخندان، دانشکده برق دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

شورای سردبیری: پروفسور علی خاکی صدیق، پروفسور حمید خالوزاده، دکتر مهدی علیاری شوره دلی

دبیر اجرایی: دکتر مهدی علیاری شوره دلی - تلفن: ۷۱۳۲۲۱۳۳ - پست الکترونیک: aliyari@kntu.ac.ir

هیأت تحریریه:

پروفسور علی خاکی صدیق (استاد) - پروفسور ایرج گودرزنیا (استاد) - پروفسور حمید خالوزاده (استاد) - پروفسور پرویز جبه دار مارالانی (استاد) - پروفسور علی غفاری (استاد) - دکتر حمیدرضا مومنی (دانشیار) - پروفسور سید کمال الدین نیکروش (استاد) - پروفسور مسعود شفیعی (استاد) - پروفسور بهزاد مشیری (استاد)

هیأت مشاوران:

دکتر حمیدرضا مومنی، پروفسور بهزاد مشیری، پروفسور مسعود شفیعی، پروفسور علی خاکی صدیق، پروفسور پرویز جبه دار مارالانی، پروفسور علی غفاری، پروفسور حمید خالوزاده، پروفسور حمیدرضا تقی راد، دکتر کیوان مسروری، دکتر محمدتقی بطحایی، دکتر محمدتقی بهشتی، دکتر فرزاد جعفر کاظمی، دکتر رویا امجدی فرد، پروفسور سید علی اکبر موسویان، پروفسور محمد تشنه لب، پروفسور محمد حایری، پروفسور سید علی اکبر صفوی، پروفسور حسین سیفی، دکتر احد کاظمی، دکتر علیرضا فاتحی، دکتر محمدرضا اکبرزاده توتونچی، دکتر مسعود علی اکبر گلکار، دکتر ناصر پریز، دکتر مهرداد جوادی، دکتر جعفر حیرانی نویری، پروفسور فرامرز حسین بابایی، دکتر بیژن معاونی، دکتر مهدی علیاری شوره دلی، دکتر محمد عاروان، پروفسور محمد توکلی بینا، دکتر مجتبی احمدیه خانه سر، دکتر فائزه فریور، دکتر موسی آیتی.

هیأت مدیره انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق:

پروفسور مسعود شفیعی، دکتر محمدرضا جاهد مطلق، پروفسور ایرج گودرزنیا، پروفسور بهزاد مشیری، پروفسور علی اکبر صفوی، دکترایمان محمدزمان، دکتر علی اشرف مدرس، مهندس علی کیانی.

ایران - تهران، صندوق پستی ۳۵۹۵-۱۵۸۱۵

تلفن: ۸۱۰۳۲۲۳۳۱

فاکس: ۸۱۰۳۲۲۰۰

www.joc-isice.ir

فهرست مقالات

- ۱ طراحی و پیاده‌سازی آزمون گر سخت‌افزار در حلقه رایانه پرواز یک موشک تاکتیکی با هدایت ترکیبی
امیر یعقوبی، محمدرضا عاروان، عباس تقی‌پور، علی نصراللهی
- ۱۵ کنترل بهینه توزیع شده بازی های گرافی دیفرانسیلی غیر خطی به صورت برخط با استفاده از یادگیری تقویتی
فرزانه تاتاری، محمدباقر نقیبی سیستانی
- ۳۱ تنظیم بهینه گلوکز خون - انسولین بیمار دیابتی نوع ۱ بر مبنای مدل های غیرخطی تأخیردار
محمد صادق اخیانی، حمید خالوزاده
- ۴۳ کنترل توربین بادی با ژنراتور القایی دوگانه تغذیه (DFIG) جهت استحصال حداکثر توان قابل جذب (MPPT)
سید بابک مظفری، تورج امرایی، محمود ابوالحسنی زرجو
- ۵۵ پایداری مقاوم سیستم های سوئیچینگ خطی با استفاده از فیدبک حالت مبتنی بر رویکرد و سیگنال سوئیچ با حداقل زمان اقامت مشخص
محمدعلی باقرزاده، جعفر قیصری، جواد عسکری، محسن مجیری
- ۶۵ بهبود عملکرد سیستم های کنترل شبکه نامعین بر اساس پروتکل TCP با استفاده از طراحی همزمان مدیریت طول صف و کنترلگر مقاوم
معصومه آزادگان، محمدتقی حمیدی بهشتی، بابک توسلی

مجله کنترل، مجله‌ای علمی - پژوهشی است که دربرگیرنده تازه‌ترین نتایج تحقیقات نظری و کاربردی در علوم مختلف مرتبط با مهندسی کنترل و ابزار دقیق می‌باشد. مقالات ارسالی به مجله کنترل می‌بایست به زبان فارسی و دارای چکیده انگلیسی باشند. از میان مباحث مورد نظر این مجله می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

- (۱) مدل‌سازی، شناسایی، شبیه‌سازی، پیش‌بینی، بهینه‌سازی و پایش عملکرد سیستم‌ها.
- (۲) تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل پیشرفته از قبیل سیستم‌های کنترل خطی و غیرخطی، سیستم‌های کنترل تطبیقی، کنترل مقاوم و کنترل بهینه، سیستم‌های کنترل هوشمند، سیستم‌های کنترل تصادفی، سیستم‌های کنترل گسسته پیشامد و ترکیبی، سیستم‌های ابعاد وسیع، سیستم‌های کنترل چندمتغیره.
- (۳) مکاترونیک و رباتیک.
- (۴) ابزار دقیق و سیستم‌های ترکیب داده و اطلاعات سنسوری.
- (۵) اتوماسیون صنعتی از قبیل سیستم‌های کنترل گسترده، رابط انسان - ماشین، سیستم‌های ایمنی و تشخیص خطا، تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل کسری، شناسایی و تشخیص عیب در سیستم‌ها، سیستم‌های کنترل پیچیده، سیستم‌های زمان حقیقی و سیستم‌های کنترل تحت نظارت.

کاربردهای مورد علاقه این مجله، وسیع بوده و می‌تواند در برگیرنده موارد زیر باشد:

- (۱) سیستم‌های هدایت و ناوبری.
- (۲) فرآیندهای صنعتی شامل فرآیندهای شیمیایی و بیوتکنولوژی.
- (۳) تولید و توزیع نیروی برق.
- (۴) مهندسی محیط زیست و هواشناسی.
- (۵) سیستم‌های اقتصادی و مالی.
- (۶) سیستم‌های اطلاعاتی، مخابراتی و شبکه‌های صنعتی.
- (۷) مهندسی پزشکی.
- (۸) نانو کنترل.

از کلیه پژوهشگران و کارشناسان فعال در زمینه‌های مرتبط با مهندسی کنترل و ابزار دقیق دعوت بعمل می‌آید تا مقالات و نتایج آخرین دستاوردهای علمی و پژوهشی خود را به این مجله ارسال نمایند. خواهشمند است مقالات خود را به صورت الکترونیکی به آدرس www.joc-isice.ir ارسال فرمایید. برای کسب اطلاعات بیشتر و دریافت نحوه تهیه و ارسال مقالات می‌توانید به سایت مجله با آدرس www.joc-isice.ir مراجعه نمایید.

شیوه تدوین

متن مقالات شامل چکیده، بدنه مقاله، مراجع و زیرنویس‌ها باید با فونت ۱۲ B Zar و با فاصله double میان خطوط، در صفحات A4 یک ستونی و تحت نرم‌افزار Word تهیه گردد.

آدرس نویسندگان

آدرس پستی کامل همه نویسندگان همراه با شماره تلفن و دورنگار (فکس) و نشانی پست الکترونیک (email) نویسنده عهده‌دار مکاتبات در برگه مستقلى چاپ و به همراه مقاله ارسال گردد.

چکیده

هر مقاله باید شامل، عنوان (فارسی و انگلیسی)، چکیده (فارسی و انگلیسی) مقاله در حداکثر ۲۰۰ واژه، کلیدواژه (فارسی و انگلیسی) در حداکثر ۵ واژه باشد.

تصاویر و عکس‌ها

در هنگام ارسال مقاله جهت داوری نیازی به ارسال اصل تصاویر و عکس‌ها نمی‌باشد، ولی رونوشت ارسالی باید واضح باشد. پس از تایید مقاله، ارسال اصل تصاویر و عکس‌ها جهت چاپ مقاله ضروری می‌باشد.

مراجع

به کلیه مراجع باید در متن ارجاع داده شده باشد. مراجع باید با شماره مشخص گردند و جزئیات آنها به شرح زیر در پایان مقاله به ترتیب حروف الفبای نویسندگان ظاهر گردد:

مقالات

[شماره مرجع] نام خانوادگی و علامت اختصاری اول نام، سال انتشار یا تاریخ برگزاری، "عنوان مقاله"، نام کامل نشریه یا کنفرانس، شماره مجله یا شماره جلد، شماره صفحات.

کتابها

[شماره مرجع] نام خانوادگی و نام کامل همه نویسندگان، عنوان کتاب، نام مترجم (در صورت وجود)، نام کامل ناشر، سال انتشار.

واحدها

کلیه مقالات باید از واحد استاندارد SI (متریک) در تمام بخشهای مقاله استفاده نمایند. در کنار واحد SI می‌توان از واحد انگلیسی در داخل پرانتز نیز استفاده نمود.

طول مقالات

حداکثر تعداد صفحات مقاله ۱۵ صفحه است که معادل حدود ۷۵۰۰ واژه است. برای چاپ صفحات بیشتر و یا رنگی لازم است هزینه‌ای معادل ۲۵۰،۰۰۰ ریال (۲۵ دلار آمریکا) برای هر صفحه پرداخت گردد.

فرآیند ارسال مقاله

مقالات قابل چاپ در مجله شامل مقالات کامل پژوهشی، مقالات کوتاه و یادداشتهای پژوهشی است. مقالات ارسالی نباید در هیچ مجله داخلی و یا خارجی چاپ شده باشد و یا در حال داوری باشد.

- برای ارسال مقاله خود به سایت مجله به آدرس www.joc-isice.ir مراجعه نموده و طبق دستورالعمل مندرج در سایت عمل نمایید.
- مقالات جهت داوری به داوران متخصص ارسال می‌گردد. در پایان تایید یا رد هر مقاله توسط هیئت تحریریه مجله انجام خواهد پذیرفت. سردبیر مجله نتیجه داوری را برای نویسنده عهده دار مکاتبات ارسال خواهد نمود.
- در صورتی که نیاز به تصحیح مقاله باشد، تصحیحات باید تنها محدود به موارد ذکر شده باشد. در سایر موارد نویسنده لازم است سردبیر را در جریان هرگونه تغییر و یا تصحیح دیگری قرار دهد. در هر صورت مسئولیت صحت و سقم مطالب بر عهده نویسنده خواهد بود.

حق کپی

در صورت تایید مقاله، نویسندگان لازم است فرم انتقال حق انتشار آن به "انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران" را تکمیل و به همراه اصل مقاله ارسال نمایند. نویسندگان لازم است موافقت کتبی دارندگان حق کپی بخشهایی از مقاله که از مراجع و منابع دیگر نسخه‌برداری شده است را دریافت و به دفتر مجله ارسال نمایند.

بدینوسیله از کلیه اساتید، پژوهشگران و کارشناسان مهندسی کنترل و ابزار دقیق جهت ارائه مقالات خود در این نشریه دعوت به عمل می‌آورد. خواهشمند است مقالات خود را به صورت الکترونیکی از طریق سایت مجله به آدرس: www.joc-isice.ir ارسال نمایید.

طراحی و پیاده‌سازی آزمون‌گر سخت‌افزار در حلقه رایانه پرواز یک موشک تاکتیکی با هدایت ترکیبی

امیر یعقوبی^۱، محمدرضا عاروان^۲، عباس تقی‌پور^۳، علی نصراللهی^۴

^۱ دانش‌آموخته کارشناسی ارشد مهندسی برق کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر تهران، yaghubicontrol@gmail.com

^۲ دانشیار مهندسی برق کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر تهران، arvan@mut.ac.ir

^۳ دانش‌آموخته کارشناسی ارشد سیستم‌های هدایت و کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر تهران، ataghipoor2006@yahoo.com

^۴ دانش‌آموخته کارشناسی ارشد مهندسی برق کنترل، دانشگاه امام خمینی قزوین، alinasrollahi544@gmail.com

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۳/۴/۱۰، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۳/۱۰/۱۵)

چکیده: یکی از متداول‌ترین روش‌های توسعه و ارزیابی سامانه‌های هوافضایی، آزمون سخت‌افزار در حلقه می‌باشد که در آن بخشی از سامانه که قرار است توسعه یابد و یا عملکرد آن مورد بررسی قرار گیرد به‌صورت سخت‌افزاری و سایر بخش‌های سامانه به‌صورت نرم‌افزاری در حلقه شبیه‌سازی پرواز قرار می‌گیرند. این آزمون یک شبیه‌سازی حلقه‌بسته و زمان-واقعی است که برای پیاده‌سازی آن، از بستری تحت عنوان آزمون‌گر سخت‌افزار در حلقه استفاده می‌شود. این مقاله به طراحی و پیاده‌سازی آزمون‌گر سخت‌افزار در حلقه رایانه پرواز یک موشک تاکتیکی با هدایت ترکیبی اختصاص دارد. رایانه پرواز، زیرسامانه‌ای اساسی از موشک مورد نظر است که محاسبات مربوط به هدایت و کنترل در آن انجام می‌شود. این زیرسامانه برای پیاده‌سازی الگوریتم‌های هدایت و کنترل، داده‌های مورد نیاز را از جستجوگر و سایر سنسورهای موشک شامل ژيروسکوپ آزاد اندازه‌گیر زاویه غلتش و پتانسیومترهای بالک‌های کنترلی دریافت کرده و فرمان مناسب را جهت تصحیح مسیر حرکت موشک، به عملگرها ارسال می‌کند. جهت راستی‌آزمایی عملکرد این رایانه پرواز، می‌توان از آزمون‌های حلقه‌باز و حلقه‌بسته استفاده نمود. در این مقاله برای ارزیابی حلقه بسته رایانه پرواز، یک آزمون‌گر سخت‌افزار در حلقه، طراحی و پیاده‌سازی شده است. این آزمون‌گر شامل دو بخش نرم‌افزاری و سخت‌افزاری است که هدف آن ایجاد شرایطی نزدیک به واقعیت برای ارزیابی عملکرد سخت‌افزار رایانه پرواز می‌باشد. پس از طراحی این آزمون‌گر، نتایج آن با نتایج شبیه‌سازی شش درجه آزادی موشک در سناریوهای مختلف مقایسه گردیده است که همخوانی مناسب نتایج، درستی طراحی صورت گرفته را نشان می‌دهد.

کلمات کلیدی: رایانه پرواز، آزمون سخت‌افزار در حلقه، شبیه‌سازی شش درجه آزادی، پردازنده DSP.

Design and Implementation of Hardware in the Loop Tester for a Tactical Missile Flight Computer with Hybrid Guidance

Amir Yaghoubi, Mohammadreza Arvan, Abbas Taghipoor, Ali Nasrollahi

Abstract: One of the most common methods in development and evaluation of aerospace systems is the hardware in the loop (HWIL) test which the part of the system that must has been developed or evaluated its performance, are in hardware and other parts of the system are in software mode put in the flight simulation loop. This test is a closed-loop and real-time simulations that for its implementation, a platform named hardware in the loop test are used. In this paper the design and implementation of HWIL tester of a tactical missile flight computer system with hybrid guidance is presented. Flight computer is an essential subsystem of missile that calculations of guidance and control are done in it. This subsystem for guidance and control algorithms Implementation, collect data from seeker and other missile sensors including free gyroscopes that

measure rolling angle, potentiometer of control fins and sending the appropriate commands to actuators for correcting the path of missile. For verifying the performance of this flight computer can use open loop and close loop tests. In this paper for close loop verifying of flight computer, a HWIL tester, is designed and implemented. This tester consists of two parts: hardware and software that aims to create conditions close to reality for evaluating the performance of flight computer hardware. After design of this tester, its results are compared with results of six degree of freedom missile simulation in various scenarios that the appropriate consistency of results shows the accuracy of planning.

Keywords: Flight computer, HWIL tester, 6DOF Simulation, DSP processor.

مورد ارزیابی قرار گرفته است. انجام آزمون‌های مرجع [۴] به‌طور کامل نمی‌تواند ارزیابی درستی از عملکرد مناسب رایانه پرواز باشد، بلکه باید سیگنال‌های ورودی حقیقی به‌صورت زمان‌واقعی تولید و به رایانه پرواز خوراند. همچنین باید به‌طور همزمان خروجی‌های رایانه پرواز در شبیه‌سازی استفاده شود تا بدین طریق حلقه‌ی شبیه‌سازی بسته شود. در این حالت با بررسی نتایج می‌توان عملکرد رایانه پرواز را به‌طور کامل بررسی نمود. در این مقاله به این موضوع پرداخته شده است.

برای انجام این تحقیق، ابتدا مروری بر سایر کارهای انجام شده و منتشر شده در زمینه آزمون سخت‌افزار در حلقه انجام می‌شود. فن‌آوری سخت‌افزار در حلقه قبل از دهه ۵۰ در صنایع دفاع و هوافضا مورد استفاده قرار گرفت. علی‌رغم هزینه بالای این فن‌آوری در آن سال‌ها، عواملی همچون خطر جانی محیط زمان-واقعی برای انسان و هزینه‌های سنگین سامانه تحت آزمون، موجب افزایش روزافزون اقبال به استفاده از این فن‌آوری شد. این سامانه در دهه ۹۰ و پس از استفاده موفقیت‌آمیز در صنایع هوافضا، وارد عرصه خودروسازی شد [۵]. در [۶] یک سامانه آزمون‌گر سخت‌افزار در حلقه با استفاده از رابط مبتنی بر FPGA، به‌منظور آزمودن کارایی سخت‌افزار خودخلبان یک پرنده بدون سرنشین^۶ توسط تنظیم پارامترهای کنترل ارائه شده است. این سامانه از زیرسامانه‌های سنسور، پردازش سیگنال، عملگر و نرم‌افزار شبیه‌ساز پرواز تشکیل شده است. در [۷] یک آزمون‌گر سخت‌افزار در حلقه به‌منظور کنترل یک UAV شامل یک واقعیت مجازی^۷ و یک دوربین جهت ثبت تصاویر مجازی روی نمایشگر، ارائه شده است. در [۸] پس از مدل‌سازی و شبیه‌سازی شش درجه آزادی یک UAV، از شبیه‌سازی سخت‌افزار در حلقه به‌منظور آزمون توسعه نرم‌افزاری و سخت‌افزاری خودخلبان آن استفاده شده است. در [۹] یک چارچوب شبیه‌ساز سخت‌افزار در حلقه جهت آزمون عملکرد یک بالگرد UAV شامل چهار بخش اصلی سخت‌افزار، نرم‌افزار، کنترل پرواز و ایستگاه زمینی ارائه شده است. در [۱۰]، یک رویکرد عملی جهت استفاده از یک سامانه ناوبری اینرسی با استفاده از سنسورهای اینرسی و گیرنده سامانه موقعیت‌یاب جهانی جهت ناوبری، هدایت و کنترل یک UAV ارائه شده است. در [۱۱] به طراحی

۱- مقدمه

یکی از متداول‌ترین روش‌های توسعه و ارزیابی سامانه‌های هوافضایی، آزمون سخت‌افزار در حلقه^۱ (HWIL) می‌باشد که در آن بخشی از سامانه که قرار است توسعه یابد و یا عملکرد آن مورد بررسی قرار گیرد به‌صورت سخت‌افزاری و سایر بخش‌های سامانه به‌صورت نرم‌افزاری در حلقه شبیه‌سازی پرواز قرار می‌گیرند. این آزمون یک شبیه‌سازی حلقه بسته زمان-واقعی^۲ جهت بررسی صحت عملکرد یا پیاده‌سازی تمام یا بخشی از سخت‌افزار یک سامانه است. آزمون‌گر^۳، مجموعه‌ای از تجهیزات نرم‌افزاری و سخت‌افزاری جهت پیاده‌سازی و اجرای آزمون سخت‌افزار در حلقه می‌باشد. به‌طوری که سامانه تحت آزمون، خود را در شرایط واقعی احساس نموده و با توجه به این شرایط و اعمال ورودی‌های مناسب، خروجی‌های مطلوب را تولید نماید [۱]. منظور از شبیه‌سازی زمان-واقعی یک سامانه عبارت‌است از شبیه‌سازی آن به‌نحوی که سیگنال‌های ورودی و خروجی آن از نظر زمانی منطبق بر سیگنال‌های ورودی و خروجی سامانه واقعی باشند [۲].

در این مقاله، هدف طراحی و پیاده‌سازی آزمون‌گر سخت‌افزار در حلقه رایانه پرواز یک موشک تاکتیکی با هدایت ترکیبی است. رایانه پرواز^۴ یک سامانه تعبیه شده^۵ جهت اجرای الگوریتم‌های هدایت و کنترل موشک می‌باشد [۱]. منظور از هدایت، قانونی است که سلسله‌ای از مانورهای موشک را جهت تغییر بردار موقعیت و وضعیت، از مقدار فعلی به مقدار مطلوب تعیین می‌کند. کنترل عبارت است از سامانه‌ای که مانورهای درخواست شده توسط قانون هدایت را اجرا می‌کند [۳]. ساختار الگوریتم‌های هدایت و کنترل رایانه پرواز مورد نظر، نحوه عملکرد این سامانه در اجرای این الگوریتم‌ها، تولید فرامین کنترل و نحوه طراحی سخت‌افزاری آن، به‌طور مفصل در [۴] آورده شده است. در مرجع [۴] با استفاده از سیگنال‌های ورودی مناسب، رایانه پرواز به‌صورت حلقه‌باز

¹ Hardware In The Loop

² Real Time

³ Tester

⁴ Flight Computer

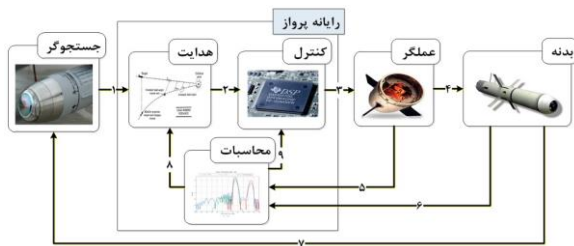
⁵ Embedded System

⁶ Unmanned Aerial Vehicle(UAV)

⁷ Virtual Reality

اشاره شده تمرکز اصلی بیشتر بر روی معرفی سامانه مورد آزمون بوده و در تعداد کمی از آنها مانند [۶ و ۱۷] به تجهیزات مربوط به آزمون گر سخت‌افزار در حلقه اشاره شده است.

در این مقاله، هدف طراحی و پیاده‌سازی یک بستر عملیاتی تحت عنوان آزمون گر سخت‌افزار در حلقه به منظور راستی‌آزمایی عملکرد رایانه پرواز یک موشک تاکتیکی با هدایت ترکیبی است. رایانه پرواز با دریافت اطلاعات حاصل از جستجوگر و با اعمال قانون هدایت مناسب در هر مرحله و انجام محاسبات مربوط به خودخلبان، سیگنال مناسب جهت اعمال به عملگر را تولید می‌کند. سپس عملگر این سیگنال‌ها را به گشتاور مناسب جهت اعمال به بالک‌های کنترلی تبدیل می‌کند [۴]. دیاگرام بلوکی روند جریان داده بین بخش‌های مختلف موشک و رایانه پرواز در شکل ۱ آورده شده است. سیگنال‌های مشخص شده در شکل ۱، در جدول ۱ معرفی شده‌اند.



شکل ۱- دیاگرام بلوکی ارتباطات زیرسامانه‌های موشک با رایانه پرواز [۱]

پس از طراحی و پیاده‌سازی سخت‌افزار رایانه پرواز، به منظور پیاده‌سازی الگوریتم‌های هدایت و کنترل بر روی پردازنده مرکزی آن، بلوک رایانه پرواز موجود در شبیه‌سازی شش درجه آزادی از یک سری آزمون‌های نرم‌افزاری و همچنین آزمون سخت‌افزار در حلقه، استفاده می‌شود.

جدول ۱- معرفی سیگنال‌های دیاگرام بلوکی ارتباط بخش‌های مختلف موشک با رایانه پرواز

سیگنال	معرفی سیگنال
۱	زاویه بین طوقه و بدنه و نرخ چرخش خط دید در دو کانال سمت و فراز
۲	فرمان شتاب
۳	زوایای فرمان چهار بالک
۴	گشتاور اعمالی به بالک‌های موشک
۵	پتانسیومترهای تعیین موقعیت بالک‌ها
۶	زوایای اویلر موشک در سه کانال غلتش، خمش و گردش
۷	زوایای اویلر و سرعت زوایای موشک در سه کانال غلتش، خمش و گردش
۸	اطلاعات مورد نیاز الگوریتم هدایت
۹	اطلاعات مورد نیاز الگوریتم کنترل

در این مقاله به منظور ارزیابی رایانه پرواز، یک آزمون گر سخت‌افزار در حلقه طراحی و پیاده‌سازی شده است. در این آزمون گر الگوریتم

سامانه کنترل پایداری گردشی^۱ با استفاده از یک کنترل‌کننده مقاوم چندکاره جهت کنترل فرمان یک خودرو و آزمون آن توسط شبیه‌سازی سخت‌افزار در حلقه پرداخته شده است. از زمان توسعه اولین شبیه‌سازی ریز مقیاس ترافیک در دهه ۶۰ تاکنون، شبیه‌سازی ترافیک به یک ابزار مهم برای مهندسان و تحلیل‌گران ترافیک تبدیل شده است و اخیراً به علت افزایش قدرت پردازش رایانه‌ها، افزایش چشم‌گیری در قابلیت این مدل پدید آمده است. در [۱۲] فرآیند توسعه یک ECU ارائه شده و برای ارزیابی فرآیند پیشنهادی، از آزمون سخت‌افزار در حلقه استفاده شده است. در این آزمون سامانه ترمز ABS و مدل ECU به صورت سخت‌افزاری و الگوریتم کنترل به صوت نرم‌افزاری در حلقه شبیه‌سازی قرار گرفته‌اند. در [۱۳] یک شبیه‌سازی سخت‌افزار در حلقه عملگر-پایه جهت آزمون واحد کنترل سوخت الکترو هیدرولیکی یک موتور جت ارائه شده است. این سامانه شامل چهار رایانه میزبان، هدف و شبیه‌ساز مدل گرافیکی هواپیما می‌باشد. در نهایت با توجه به نتایج آزمون و مقایسه آن با نتایج آزمون مدل در حلقه^۲ یا همان شبیه‌سازی شش درجه آزادی، ادعا شده که این شبیه‌ساز در توسعه و آزمون این واحد موفق می‌باشد. در [۱۴] یک شبیه‌ساز سخت‌افزار در حلقه جهت آزمون جستجوگر موج میلیمتری ارائه شده است. این شبیه‌سازی با فراهم نمودن مدل واقعی سینماتیک درگیری موشک و هدف، قابلیت آشکارسازی، شناسایی و ردیابی هدف توسط جستجوگر در یک سناریوی پرواز واقعی مورد بررسی قرار گرفته شده است. شبیه‌ساز دینامیک پرواز موشک، یکی از مهم‌ترین شبیه‌سازهای آزمون سخت‌افزار در حلقه موشک می‌باشد. این شبیه‌ساز شامل سه قسمت اصلی سامانه تولید حرکت، رایانه شبیه‌سازی و موشک و اجزای آن می‌باشد. سامانه تولید حرکت خود از دو بخش میز چند درجه آزادی و کنترل‌کننده حرکت تشکیل شده است. در [۱۵] کارایی این سامانه حرکت با بررسی فرآیند زمان-واقعی و روند ارسال داده بین رایانه شبیه‌سازی و سامانه حرکت از طریق این رابط، مورد بررسی قرار گرفته است. در [۱۶] از آزمون سخت‌افزار در حلقه جهت معتبرسازی و ارزیابی عملکرد خودخلبان یک موشک آشیانه‌یاب مادون قرمز بدنه غلتان^۳ به روش تزریق سیگنال، استفاده شده است. در [۱۷] از یک مجموعه سخت‌افزار در حلقه به منظور ارزیابی صحت عملکرد سامانه کنترل یک نیروگاه اتمی استفاده شده است. سامانه کنترل بر روی یک PLC پیاده‌سازی شده است. هدف از آزمون سخت‌افزار در حلقه، ارزیابی صحت عملکرد این PLC می‌باشد. اجزای مورد استفاده در این آزمون شامل یک کارت NI-PCI-6704 به عنوان خروجی آنالوگ، یک کارت PCI-6071E به عنوان ورودی آنالوگ، سامانه تحت آزمون یا PLC، ماژول ارتباط اترنت و یک رایانه شبیه‌سازی می‌باشد. در مراجع

^۱ Yaw Stability Control

^۲ Model In the Loop (MIL)

^۳ Rolling Airframe

شش درجه آزادی استفاده شده است. دیاگرام بلوکی این شبیه‌سازی در شکل ۲ آورده شده است.

عملکرد این شبیه‌سازی به این صورت است که اطلاعات هدف توسط سنسور هدف موجود در جستجوگر این موشک دریافت شده و با پردازش آن‌ها، موقعیت زاویه‌ای جستجوگر نسبت به خط دید هدف به دست می‌آید. حلقه‌ی کنترل موجود در جستجوگر با استفاده از دو موتور الکتریکی و ژيروسکوپ نرخ، سعی در صفر نمودن این زاویه می‌کند. مدل جستجوگر این موشک، براساس آزمون‌های آزمایشگاهی استخراج شده و شامل دو حلقه‌ی پایداری و ردیابی می‌باشد. در حلقه‌ی پایداری که حلقه‌ی داخلی است، از ژيروسکوپ نرخ برای بالا بردن میرایی و در نتیجه پایداری حلقه‌ی بیرونی یعنی حلقه‌ی ردیابی استفاده شده است. مدل موتور درون جستجوگر و مدل ژيروسکوپ نرخ هر دو به صورت ساده و از درجه دو در نظر گرفته شده‌اند. سیگنال‌های مشخص شده در شکل ۲، در جدول ۲ معرفی شده‌اند.

جدول ۲- معرفی سیگنال‌های دیاگرام بلوکی شبیه‌سازی شش درجه آزادی

سیگنال	معرفی سیگنال
۱	مختصات موقعیت هدف
۲	سیگنال خط دید در کانال سمت و فراز
۳	زاویه بین طوقه و بدنه و نرخ چرخش خط دید در دو کانال سمت و فراز
۴	زوایای فرمان چهار بالک
۵	گشتاور اعمالی به بالک‌های موشک
۶	موقعیت و وضعیت موشک
۷	زوایای اویلر موشک در سه کانال غلطش، خمش و گردش
۸	زاویه غلطش موشک
۹	پتانسیومترهای تعیین موقعیت بالک‌ها
۱۰	زوایای اویلر و سرعت زاویه‌ای موشک در سه کانال غلطش، خمش و گردش
۱۱	مختصات موقعیت موشک

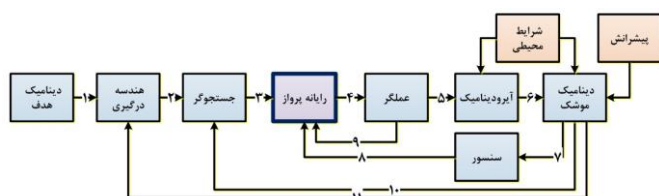
هدایت و کنترل به صورت سخت‌افزاری و نرم‌افزاری در سخت‌افزار رایانه پرواز پیاده‌سازی شده و مابقی اجزای موشک و بلوک‌های حلقه‌ی هدایت، به صورت نرم‌افزاری در حلقه شبیه‌سازی قرار می‌گیرند. جهت پیاده‌سازی این آزمون‌گر، باید سیگنال‌های ورودی رایانه پرواز از نرم‌افزار شبیه‌سازی شش درجه آزادی که درون رایانه در حال اجراست، استخراج شده و به صورت الکتریکی، به سخت‌افزار رایانه پرواز اعمال شود و پس از انجام عملیات مورد نظر بر روی داده‌های ورودی و تولید نتایج خروجی، این نتایج دوباره توسط رایانه شبیه‌سازی جهت اعمال به نرم‌افزار شبیه‌سازی شش درجه آزادی قرائت شوند. این کار از طریق مجموعه‌ای تحت عنوان رابط^۱ صورت می‌گیرد. رابط شامل دو بخش نرم‌افزاری و سخت‌افزاری می‌باشد. بخش نرم‌افزاری جهت آماده‌سازی سیگنال‌های ارسالی از رایانه شبیه‌سازی به برد رایانه پرواز به کار می‌رود و بخش سخت‌افزاری شامل یک سری ادوات ارسال و دریافت سیگنال می‌باشد. در نهایت نتایج شبیه‌سازی شش درجه آزادی که قبلاً مورد اعتبارسنجی واقع شده است [۱۸]، به عنوان نتایج معیار در نظر گرفته شده و با مقایسه آن با نتایج شبیه‌سازی سخت‌افزار در حلقه، صحت عملکرد سخت‌افزار رایانه پرواز و آزمون‌گر سخت‌افزار در حلقه مورد بررسی قرار می‌گیرد.

بخش دوم این مقاله به بیان شبیه‌سازی شش درجه آزادی زمان-واقعی موشک مورد نظر اختصاص دارد. از این شبیه‌سازی به منظور پیاده‌سازی بخش نرم‌افزاری آزمون‌گر سخت‌افزار در حلقه استفاده می‌شود. در بخش سوم آزمون سخت‌افزار در حلقه رایانه پرواز معرفی می‌شود. در این بخش پس از معرفی آزمون‌های توسعه سامانه و نقش هریک از آن‌ها در فرآیند طراحی و توسعه سخت‌افزار رایانه پرواز، به معرفی آزمون‌گر سخت‌افزار در حلقه رایانه پرواز و نحوه طراحی و پیاده‌سازی آن، اشاره خواهد شد. در این بخش نحوه طراحی اجزای مختلف آزمون‌گر به خصوص رابط، بیان خواهد شد. در بخش چهارم نتایج شبیه‌سازی سخت‌افزار در حلقه رایانه پرواز و مقایسه آن با نتایج شبیه‌سازی شش درجه آزادی موشک مورد نظر، آورده خواهد شد و در بخش پنجم، جمع‌بندی، نتیجه‌گیری و پیشنهادات ارائه خواهند شد.

۲- شبیه‌سازی شش درجه آزادی زمان-واقعی

موشک مورد نظر

به منظور طراحی اولیه‌ی موشک مدنظر، از شبیه‌سازی نرم‌افزاری

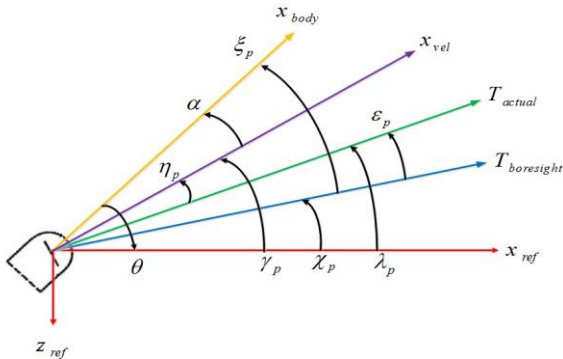


شکل ۲- دیاگرام بلوکی شبیه‌سازی شش درجه آزادی موشک مدنظر [۱]

با پردازش بر روی این زاویه، سیگنال‌های نرخ چرخش خط دید در راستای سمت و فراز قابل دست‌یابی است. این سیگنال‌ها به عنوان ورودی قانون هدایت موجود در رایانه پرواز موشک، مورد استفاده قرار

¹ Interface

این موشک پس از پرتاب در ادامه پرواز از هدایت صعود استفاده کرده تا بر روی منطقه‌ی هدف قرار گیرد. هدایت این مرحله به صورت پیش تنظیم^۲ است. در این مرحله، با استفاده از خودخلبان θ ، زاویه خمش موشک در یک مقدار خاص تنظیم می‌شود تا موشک با صعودی ملایم به ارتفاع بیشینه برسد.



شکل ۴- تعریف زوایا در کانال فراز [۱]

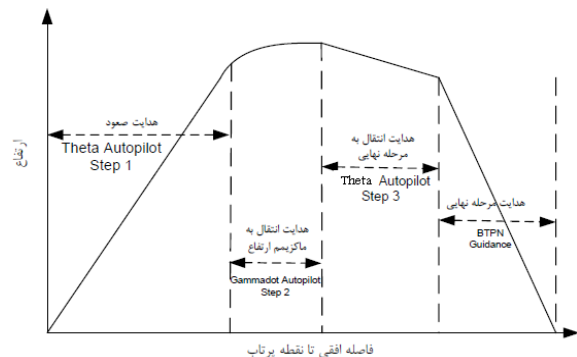
علت استفاده از این خودخلبان و تنظیم ورودی آن، تضمین عدم خروج هدف از میدان منظر (FOR)^۳ جستجوگر است. در نزدیکی ارتفاع بیشینه با انجام محاسباتی، زمان ورود به مرحله دوم هدایت محاسبه و تشخیص داده می‌شود. موشک در مرحله دوم باید طی مدت زمانی مشخص با استفاده از خودخلبان $\dot{\gamma}_p$ ، زاویه مسیر را صفر کرده و به ارتفاع بیشینه برسد. پس از صفر شدن زاویه‌ی مسیر، موشک وارد مرحله سوم هدایت می‌شود. در این مرحله باید زاویه‌ی خمش موشک برای تسهیل ورود به مرحله‌ی نهایی و تضمین حفظ هدف در FOR جستجوگر، کاهش پیدا کند. در این مرحله از خودخلبان θ استفاده شده و ورودی آن با مقداری ثابت تنظیم می‌شود. در مرحله نهایی، با تشخیص زمان مناسب برای شیرجه روی هدف، موشک با استفاده از روش هدایت ناوبری تناسبی حقیقی بایاس‌دار (BTPN)^۴ بر روی هدف شیرجه می‌رود. انتظار از هدایت در این مرحله، برخورد موشک با هدف تحت بیشترین زاویه‌ی خمش است تا سرچنگی بهترین عملکرد را داشته باشد. البته در نزدیکی هدف به علت بزرگ شدن تصویر هدف و پوشاندن میدان دید، ردگیری مطلوبی انجام نشده و ادامه مسیر با حفظ آخرین فرمان هدایت صورت می‌گیرد. انواع روش‌های هدایت مورد بحث در این مقاله، در [۲۰] معرفی شده است و جزئیات دقیق مربوط به طراحی الگوریتم هدایت و کنترل مورد استفاده در این موشک، در [۴] آورده شده است. نرم‌افزار شبیه‌سازی شش درجه آزادی موشک مدنظر، در شکل ۵ آورده شده است.

می‌گیرند. علاوه بر این زاویه بین محور جستجوگر و بدنه موشک در راستای سمت و فراز نیز توسط پتانسیومترهایی اندازه‌گیری شده و جهت استفاده در رایانه پرواز، به آن ارسال می‌شود. رایانه پرواز با دریافت اطلاعات حاصل از جستجوگر و با اعمال قانون هدایت مناسب، سیگنالی از جنس مانور تولید و به خودخلبان جهت اعمال به عملگر، ارسال می‌کند. خودخلبان سیگنال‌هایی از جنس ولتاژ به عملگر ارسال کرده و عملگر این سیگنال‌ها را به گشتاور مناسب جهت اعمال به بالک‌ها تبدیل می‌کند.

سیگنال پتانسیومترهای بالک‌ها نیز، مطابق شکل ۲ به درون رایانه پرواز، بازخورد می‌شود. انحراف بالک‌ها باعث تغییر موقعیت و وضعیت موشک می‌شود. معادلات پرواز شش درجه آزادی موشک با به کارگیری چهارگان‌ها^۱ پیاده‌سازی شده است.

لازم به توضیح است معادلات در دستگاه مختصات بدنه نوشته شده‌اند. ورودی معادلات پرواز، نیروها و گشتاورهای آیرودینامیکی حاصل از انحراف بالک‌ها بوده که موقعیت و وضعیت جدید موشک را محاسبه می‌کنند. در واقع این بلوک از شبیه‌سازی، متغیرهای حالت موشک شامل موقعیت موشک در دستگاه لخت، سرعت‌های خطی موشک در دستگاه بدنه $[U \ V \ W]$ ، زوایای اولر موشک $[\varphi \ \theta \ \psi]$ و سرعت‌های زاویه‌ای موشک $[p \ q \ r]$ را محاسبه می‌کند [۱۹]. این روند در مراحل مختلف هدایت موشک تا زمان نیل به مأموریت نهایی موشک یعنی اصابت به هدف، ادامه می‌یابد.

در ادامه مراحل مختلف هدایت این موشک و خودخلبان مورد استفاده در هر مرحله، شرح داده خواهد شد. هدایت این موشک شامل چهار مرحله صعود، انتقال به ارتفاع بیشینه، انتقال به فاز نهایی و فاز نهایی می‌باشد. مسیر پرواز نامی این موشک در صفحه‌ی فراز به صورت شکل ۳ است.



شکل ۳- مراحل هدایت موشک ضدتانک [۱۸]

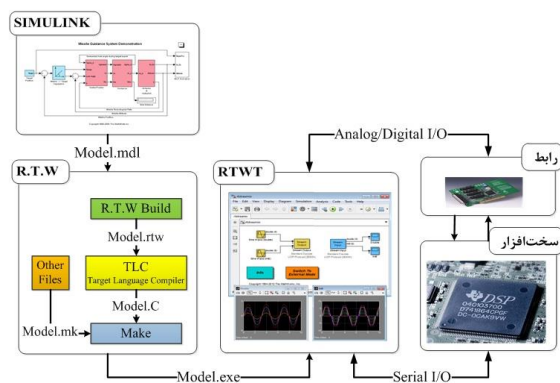
در مرحله اول موشک در صفحه‌ی سمت با روش هدایت ناوبری تناسبی به سمت نقطه‌ی برخورد با هدف شلیک می‌شود. در این مرحله از خودخلبان نرخ زاویه مسیر، $\dot{\gamma}_p$ استفاده می‌شود. زوایای مورد استفاده در توضیحات مربوط به کانال فراز در شکل ۴ آورده شده‌اند.

^۲ Preset Guidance

^۳ Field of Regard

^۴ Biased True Proportional Navigation

^۱ Quaternion



شکل ۶- شبیه‌سازی شش درجه آزادی زمان-واقعی به روش RTWT [۱]

سپس نرم‌افزار RTWT با برقراری ارتباط با دنیای خارج از طریق گذرگاه‌های I/O، امکان کنترل و اجرای زمان-واقعی مدل سامانه و برقراری ارتباط با سخت‌افزار متصل به رایانه را فراهم می‌آورد. یکی دیگر از مسائل مهم در شبیه‌سازی شش درجه آزادی زمان-واقعی، بحث گام زمانی اجرای شبیه‌سازی است. ملاک تعیین گام زمانی در نرم‌افزار شبیه‌سازی شش درجه آزادی هر موشک، گام زمانی اجرای شبیه‌سازی هر یک از بلوک‌های آن به صورت مجزا و سرعت اجرای کدها توسط رایانه‌ی شبیه‌سازی است. در واقع کوچک‌ترین گام زمانی در میان بلوک‌های شبیه‌سازی، تعیین‌کننده‌ی گام زمانی شبیه‌سازی می‌باشد.

ممکن است رایانه‌ی شبیه‌سازی قادر به اجرای شبیه‌سازی با گام زمانی تعیین شده، به صورت زمان-واقعی نباشد؛ لذا باید رایانه‌ی قدرتمندتری انتخاب نمود یا مدل بلوک تعیین‌کننده را به گونه‌ای اصلاح نمود تا قابلیت اجرای زمان-واقعی توسط رایانه ایجاد شود. در این مقاله، گام زمانی شبیه‌سازی شش درجه آزادی زمان-واقعی، ثابت و برابر با ۴۰۰ میکروثانیه در نظر گرفته شده است. در این مقاله از روش اوایلر برای پیاده‌سازی تابع انتگرال‌گیر در سخت‌افزار رایانه پرواز، استفاده شده است.

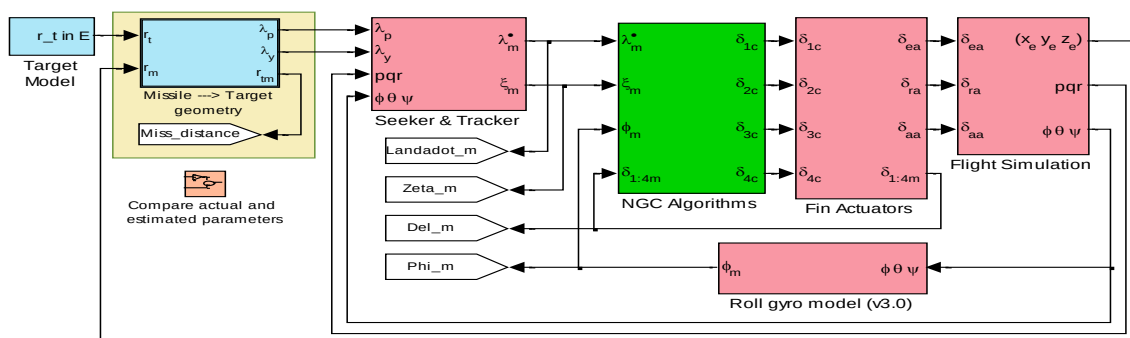
این شبیه‌سازی به صورت غیر زمان-واقعی بوده و به منظور استفاده از آن در آزمون سخت‌افزار در حلقه، باید آن را به صورت زمان-واقعی اجرا نمود.

یکی از مسائل مهم در بحث زمان-واقعی کردن شبیه‌سازی شش درجه آزادی، روش مورد استفاده برای زمان-واقعی کردن آن است. روش‌های مختلفی برای اجرای زمان-واقعی یک شبیه‌سازی وجود دارد. از مهم‌ترین این روش‌ها می‌توان به طراحی تحت سیستم عامل DOS، طراحی تحت سیستم عامل Windows، طراحی با استفاده از ابزار RTWT^۱ و طراحی با استفاده از روش xPC-Target اشاره کرد. هر یک از این روش‌ها دارای یک سری مزایا و معایب می‌باشند که در [۱] به طور کامل به آن‌ها اشاره شده است.

در این مقاله برای زمان-واقعی کردن شبیه‌سازی شش درجه آزادی از روش سوم یعنی روش RTWT استفاده شده است. از مهم‌ترین مزایای این روش می‌توان به سهولت استفاده از آن، پشتیبانی از کارت‌های استاندارد جمع‌آوری داده^۲، سهولت برقراری ارتباط با شبیه‌سازی شش درجه آزادی، کاهش زمان و هزینه شبیه‌سازی، سهولت تغییر در مدل شبیه‌سازی و غیره اشاره کرد. یکی از معایب این روش، میزان زمان-واقعی بودن آن است که به خصوص نسبت به روش اول ضعیف‌تر است. اما مهم‌ترین فاکتور آن یعنی انعطاف‌پذیری و سهولت استفاده از آن، باعث شده است این روش نسبت به سایر روش‌ها از اقبال بیشتری برخوردار شود.

معماری شبیه‌سازی شش درجه آزادی زمان-واقعی با روش RTWT در شکل ۶ آورده شده است.

همان‌طور که از دیاگرام بلوکی شکل ۶ مشهود است، در این روش مدل سامانه که در نرم‌افزار SIMULINK ایجاد شده است، از حالت اجرای Normal به External تغییر حالت یافته و با بهره‌گیری از ابزاری تحت عنوان R.T.W.^۳ و یک کامپایلر C/C++ مانند Visual Studio، کد C مربوط به سامانه تولید می‌شود.

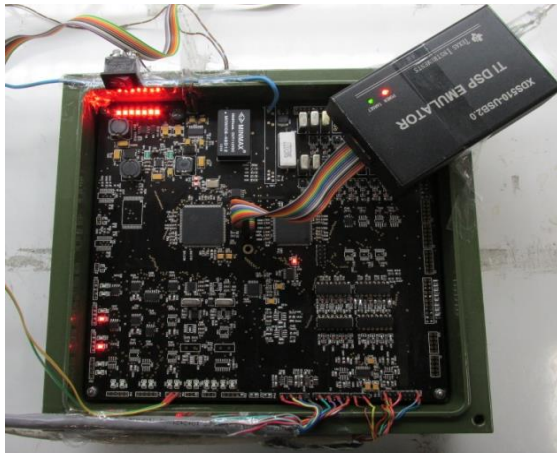


شکل ۵- نرم‌افزار شبیه‌سازی شش درجه آزادی [۱۸]

^۱ Real Time Windows Target

^۲ Data Acquisition (DAQ)

^۳ Real Time Workshop



شکل ۸- برد نهایی رایانه پرواز [۴]

۳۲×۳۲، ۵۱۲ کیلوبایت حافظه FLASH داخلی و ۱۶ کانال آنالوگ به دیجیتال با تفکیک‌پذیری ۱۲ بیتی، ۸۸ پایه ورودی-خروجی قابل برنامه‌ریزی، حداکثر فرکانس کاری ۱۵۰ مگاهرتز (معادل با حداقل دوره تناوب ۶/۶۷ نانو ثانیه) اشاره نمود.

پس از طراحی رایانه پرواز و انجام آزمون‌های حلقه باز آن، طی آزمون حلقه بسته و زمان-واقعی با عنوان سخت‌افزار در حلقه، درستی عملکرد این مجموعه مطابق دیاگرام بلوکی شکل ۹ مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. مطابق با این دیاگرام، سیگنال ۱ که شامل ورودی‌های رایانه پرواز است، توسط رایانه شبیه‌ساز حلقه بسته شش درجه آزادی و از طریق درگاه‌های خروجی، به رایانه پرواز ارسال می‌شود.



شکل ۹- دیاگرام بلوکی آزمون سخت‌افزار در حلقه [۱]

این سیگنال‌ها شامل نرخ چرخش خط دید، زاویه گیمبال‌ها با بدنه موشک، زاویه غلتش موشک و خروجی پتانسیومترهای بالک‌های کنترلی می‌باشد. الگوریتم هدایت و کنترل پیاده‌سازی شده در رایانه پرواز با انجام پردازش بر روی این سیگنال‌ها فرمان بالک‌های کنترلی (سیگنال ۲) را تولید و از طریق درگاه ورودی به رایانه شبیه‌سازی ارسال می‌شود. بدین ترتیب حلقه‌ی شبیه‌سازی سخت‌افزار در حلقه بسته خواهد شد.

بنابراین آزمون‌گر سخت‌افزار در حلقه متشکل از رابط، سخت‌افزار تحت آزمون و رایانه شبیه‌سازی جهت اجرای شبیه‌سازی شش درجه آزادی می‌باشد. رابط متشکل از دو بخش نرم‌افزاری و سخت‌افزاری است. بخش نرم‌افزاری رابط وظیفه آماده‌سازی سیگنال‌های ارسالی از شبیه‌سازی شش درجه آزادی به سخت‌افزار رایانه پرواز و دریافت

همچنین به دلیل ماهیت گسسته برخی از پارامترهای مورد محاسبه در الگوریتم هدایت و کنترل، استفاده از روش مشتق‌گیری معمول که با توجه به تعریف مشتق، از طریق دو نمونه متوالی صورت می‌گیرد امکان‌پذیر نبوده و از روشی ابداعی استفاده می‌شود به این صورت که به جای دو نمونه متوالی، از دو نمونه با اختلاف پنج برابر گام زمانی شبیه‌سازی جهت پیاده‌سازی تابع مشتق‌گیر، استفاده شده است.

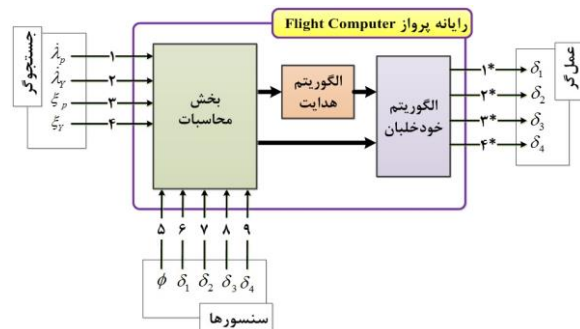
۳- آزمون سخت‌افزار در حلقه رایانه پرواز

در این بخش به منظور طراحی و پیاده‌سازی آزمون سخت‌افزار در حلقه رایانه پرواز، ابتدا به معرفی الگوریتم سخت‌افزار در حلقه پرداخته می‌شود و سپس نکات مهم در پیاده‌سازی نرم‌افزاری و سخت‌افزاری این آزمون، بیان می‌شود.

۳-۱- الگوریتم سخت‌افزار در حلقه

در این قسمت ابتدا به معرفی بلوک رایانه پرواز در شبیه‌سازی شش درجه آزادی و سخت‌افزار آن پرداخته می‌شود. دیاگرام بلوکی جریان داده در رایانه پرواز و سیگنال‌های ورودی-خروجی آن در شکل ۷ آورده شده است.

در شکل ۷، ورودی‌های رایانه پرواز شامل سیگنال‌های نرخ چرخش خط دید جستجوگر موشک در کانال‌های سمت و فراز $\dot{\alpha}_p$ و $\dot{\alpha}_v$ ، زاویه بین طوقه جستجوگر و بدنه موشک در این دو کانال ξ_p و ξ_v ، زاویه غلتش موشک در دستگاه بدنه ϕ و سیگنال‌های بازخورد پتانسیومترهای بالک‌ها δ_1 تا δ_4 می‌باشد.



شکل ۷- دیاگرام بلوکی ورودی-خروجی‌های رایانه پرواز [۱]

چهار سیگنال خروجی رایانه پرواز نیز سیگنال‌های فرمان بالک می‌باشند. به منظور طراحی سخت‌افزار رایانه پرواز، از این مدل استفاده می‌شود. روند کامل طراحی سخت‌افزار رایانه پرواز این موشک، در [۴] آورده شده است. برد رایانه پرواز مورد استفاده در این تحقیق، در شکل ۸ نشان داده شده است.

پردازنده مرکزی سخت‌افزار رایانه پرواز در این مقاله، یک DSP سری ۲۰۰۰ تحت عنوان TMS320F28335 می‌باشد.

از مشخصات این پردازنده می‌توان به مواردی از جمله هسته ۳۲ بیتی از نوع ممیز شناور، قابلیت انجام دو عمل MAC 16×16 یا یک MAC

اطلاعات ارسالی از رایانه پرواز به درون رایانه شبیه‌سازی و اعمال آن‌ها به شبیه‌سازی شش درجه آزادی را دارد. بخش سخت‌افزاری شامل کارت‌های DAQ، رابط سریال، رابط امولاتور JTAG و کابل‌های رابط می‌باشد. این بخش وظیفه ارسال سیگنال‌های خروجی از رایانه شبیه‌سازی به رایانه پرواز و بالعکس را به‌عهده دارد.

۲-۳- نکات مهم در پیاده‌سازی

به‌منظور طراحی و پیاده‌سازی رابط به‌عنوان اصلی‌ترین بخش آزمون‌گر سخت‌افزار در حلقه، ابتدا باید ساختار سیگنال‌های رد و بدل شده توسط آن، مورد بررسی و شناسایی قرار گیرند.

در این موشک سه زیرسامانه‌ی جستجوگر، عملگر و سنسور (ژیروسکوپ آزاد) با رایانه پرواز تبادل اطلاعات می‌کنند. به‌دلیل ماهیت این زیرسامانه‌ها، اطلاعات مربوط به سیگنال‌های نرخ چرخش خط دید در دو کانال خمش و گردش به‌صورت سریال و از نوع دیجیتال به رایانه پرواز ارسال می‌شوند. سایر سیگنال‌های ورودی-خروجی رایانه پرواز نیز به علت ماهیت زیرسامانه‌های عملگر، پتانسیومترهای بالک و ژيروسکوپ، به‌صورت آنالوگ مابین رایانه پرواز و این زیرسامانه‌ها رد و بدل می‌شود. یکی از مسائل حائز اهمیت در این تحقیق این است که نوع سیگنال‌های ارسالی از شبیه‌سازی شش درجه آزادی به رایانه پرواز و بالعکس، دقیقاً منطبق با واقعیت است.

علت ارسال دیجیتال سیگنال‌های نرخ چرخش خط دید، به ماهیت این سیگنال‌ها برمی‌گردد. نرخ چرخش خط دید سیگنالی حساس با دامنه کم بوده و در صورت تأثیر نویز بر روی آن، بخش قابل توجهی از اطلاعات آن از بین می‌رود. به‌همین دلیل در این مقاله، این سیگنال به‌صورت سریال و از طریق درگاه RS232 با نرخ ۱۱۵۲۰۰ به سخت‌افزار رایانه پرواز ارسال می‌شود.

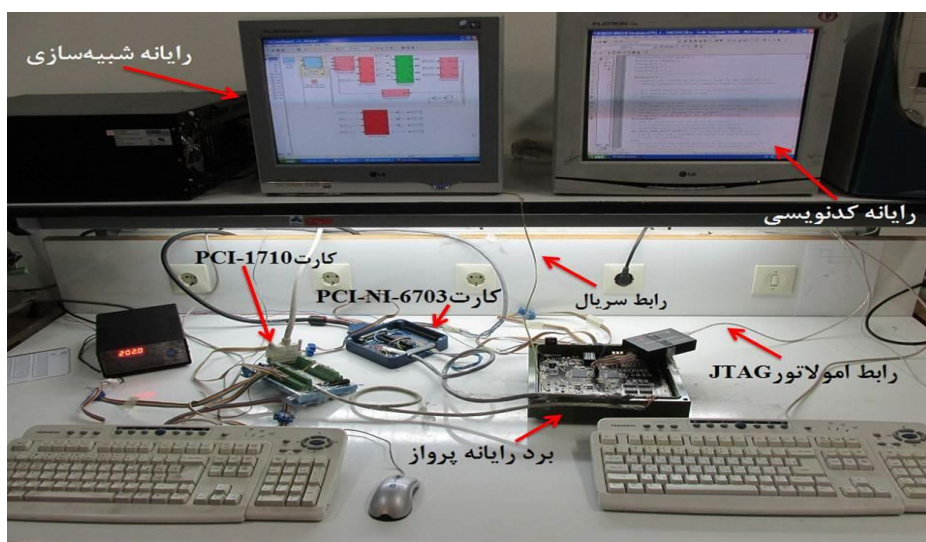
سایر ورودی-خروجی‌های رایانه پرواز از طریق کارت‌های آنالوگ و جمع‌آوری داده تأمین می‌شوند. کارت‌های مورد استفاده در این مقاله شامل کارت NI-PCI-6703 به‌عنوان خروجی آنالوگ و کارت

NI-1710

همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد، در این تحقیق گام زمانی شبیه‌سازی شش درجه آزادی برابر با ۴۰۰ میکروثانیه در نظر گرفته شده است. مقدار گام زمانی در پردازنده سخت‌افزار رایانه پرواز برای محاسبات مربوط به الگوریتم‌های هدایت و کنترل، ۱۰۰ میکروثانیه در نظر گرفته شده است. اما نرخ ارسال و دریافت داده از شبیه‌سازی شش درجه آزادی به برد رایانه پرواز، همان مقدار ۴۰۰ میکروثانیه خواهد بود.

به‌منظور پیاده‌سازی بخش نرم‌افزاری رابط، یک بلوک تحت عنوان بلوک رابط به شبیه‌سازی شش درجه آزادی اضافه می‌شود. این بلوک نقش خواندن سیگنال از شبیه‌سازی شش درجه آزادی و مناسب‌سازی آن را دارد. مناسب‌سازی سیگنال شامل تغییر دامنه آن، دیجیتال کردن آن بسته به نیاز، همزمان‌سازی سیگنال از نظر فرکانسی جهت ارسال و دریافت، تولید بیت همزمان‌سازی برای اجرای همزمان شبیه‌سازی شش درجه آزادی و پردازنده رایانه پرواز و غیره می‌باشد. نحوه همزمان‌سازی به‌این صورت است که سیگنال فرمان شروع آزمون سخت‌افزار در حلقه، توسط یک کلید و از طریق کارت PCI-1710 وارد رایانه شبیه‌سازی شده و یک برنامه واسط، پس از دریافت آن از طریق همان کارت، یک بیت دیجیتال به پردازنده رایانه پرواز فرستاده و منتظر بازگشت آن توسط پردازنده می‌شود. پردازنده که از قبل آماده دریافت این سیگنال می‌باشد، به‌محض دریافت آن، همان سیگنال را از طریق کارت مذکور به رایانه شبیه‌سازی ارسال کرده و شبیه‌سازی شش درجه آزادی اجرا می‌شود. علت این کار ایجاد عملکردی مشابه حالت واقعی در سخت‌افزار در حلقه است، چون سیگنال شروع پرواز موشک با اعمال سیگنال تحریک توسط تیرانداز، باید توسط DSP تولید شود.

آزمون‌گر سخت‌افزار در حلقه رایانه پرواز طراحی شده در این تحقیق متشکل از رایانه شبیه‌سازی، رایانه کدنویسی، برد رایانه پرواز، کارت NI-PCI-6703، کارت PCI-1710، کابل‌های رابط، امولاتور JTAG و سایر تجهیزات جانبی در شکل ۱۰ آورده شده است.



شکل ۱۰- نمای کلی آزمون‌گر سخت‌افزار در حلقه رایانه پرواز [۱]

۴- نتایج شبیه‌سازی

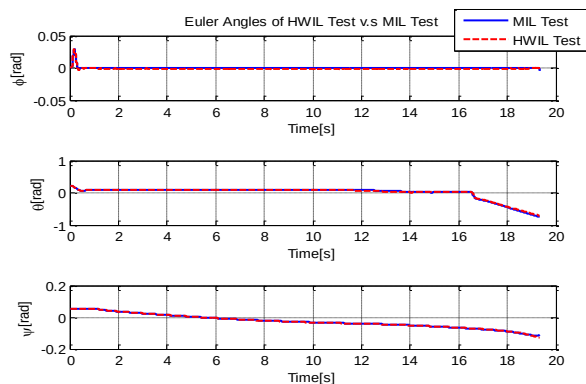
زوایای اوایلر و سرعت زوایای موشک، به علت تعداد زیاد

سناریوها، فقط برای سناریوی سوم، ترسیم شده است.

در شکل ۱۱ و ۱۲ به ترتیب زوایای اوایلر موشک و خطای محاسبه

آن‌ها در دو شبیه‌سازی شش درجه آزادی و سخت‌افزار در حلقه، تحت

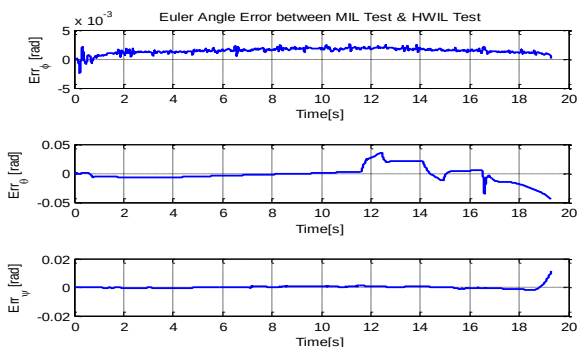
سناریوی سوم آورده شده است.



شکل ۱۱- زوایای اوایلر در دو شبیه‌سازی و تحت سناریوی سوم

مطابق با شکل ۱۲، خطای محاسبه زوایای اوایلر در هر سه کانال و در

تمام سناریوها، از ۱/۵٪ کمتر می‌باشد.



شکل ۱۲- خطای زوایای اوایلر در دو شبیه‌سازی و تحت سناریوی سوم

سرعت زوایای موشک در کانال‌های غلتش^۱، خمش^۲ و گردش^۳ در

در شکل ۱۳ آورده شده است.

هدف مورد بررسی در این مقاله، یک تانک متحرک می‌باشد. در

نتیجه برای تعریف سناریوهای درگیری، کافی است موقعیت و سرعت

تانک را به عنوان پارامترهای متغیر در سناریوی درگیری در نظر گرفت.

در جدول ۳، ۱۳ سناریوی درگیری جهت شبیه‌سازی مسیر حرکت این

موشک، آورده شده است.

جدول ۳- سناریوهای درگیری موشک- هدف

شماره سناریو	نوع سناریو	پارامتر	$Z_T(m)$	$Y_T(m)$	$X_T(m)$	$V_{xT}(m/s)$	$V_{yT}(m/s)$	$V_{zT}(m/s)$
۱	هدف	۰	۴۰۰	۳۷۰۰	۰	۱۵	۰	۱۰
۲	در فاصله	۰	۲۰۰	۳۷۰۰	۰	۱۵	۰	-۱۰
۳	دور از	۰	۲۰۰	۳۷۰۰	۰	-۱۵	۰	-۱۰
۴	موشک	۰	۲۰۰	۳۹۰۰	۰	۰	۰	۰
۵	هدف	۰	۸۰۰	۲۵۰۰	۰	-۱۵	۰	-۱۰
۶	در فاصله	۰	۳۰۰	۲۵۰۰	۰	-۱۵	۰	۲۰
۷	متوسط از	۰	۵۰۰	۲۵۰۰	۰	۱۰	۰	-۱۵
۸	موشک	۰	۸۰۰	۲۵۰۰	۰	۰	۰	۰
۹	هدف	۰	۸۰۰	۹۰۰	۰	۱۵	۰	۲۰
۱۰	در فاصله	۰	۸۰۰	۹۰۰	۰	-۱۰	۰	-۱۰
۱۱	نزدیک	۰	۸۰۰	۹۰۰	۰	۱۰	۰	-۱۵
۱۲	به موشک	۰	۶۰۰	۹۰۰	۰	۰	۰	۰
۱۳	هدف رو در رو	۰	۳۰۰	۲۰۰	۰	۰	۰	۰

جهت ارزیابی صحت عملکرد برد رایانه پرواز در اجرای

الگوریتم‌های هدایت و کنترل چند نمونه از پارامترهای مهم مورد محاسبه

در رایانه پرواز از قبیل فاصله از دست‌دهی، زوایای اوایلر و سرعت

زوایای، انتخاب شده و نتایج دو شبیه‌سازی شش درجه آزادی و

سخت‌افزار در حلقه در محاسبه این مقادیر، با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

نتایج دو آزمون مذکور در محاسبه فاصله از دست‌دهی، در جدول ۴

آورده شده است.

جدول ۴- فاصله از دست‌دهی در دو آزمون و تحت ۱۳ سناریوی درگیری

شماره سناریو	فاصله از دست‌دهی در آزمون MIL (متر)	فاصله از دست‌دهی در آزمون HWIL (متر)
۱	۰/۱۷۲	۰/۰۰۹
۲	۰/۲۵۲	۰/۰۱۴
۳	۰/۲۵۶	۰/۰۴۰
۴	۰/۰۱۹	۰/۰۱۳
۵	۰/۱۹۹	۰/۰۲۴
۶	۰/۱۰۶	۰/۰۰۹
۷	۰/۲۲۶	۰/۰۳۹
۸	۰/۰۷۸	۰/۰۴۰
۹	۰/۰۶۳	۰/۳۱۲
۱۰	۰/۱۰۳	۰/۱۲۶
۱۱	۰/۱۰۲	۰/۳۹۸
۱۲	۰/۰۹۹	۰/۲۲۴
۱۳	۰/۳۹۲	۰/۳۱۲

¹ Roll

² Pitch

³ Yaw

مطابق با شکل ۱۴، خطای محاسبه سرعت زاویه‌ای در هر سه کانال و در تمام سناریوها، کمتر از ۰/۸٪ می‌باشد.

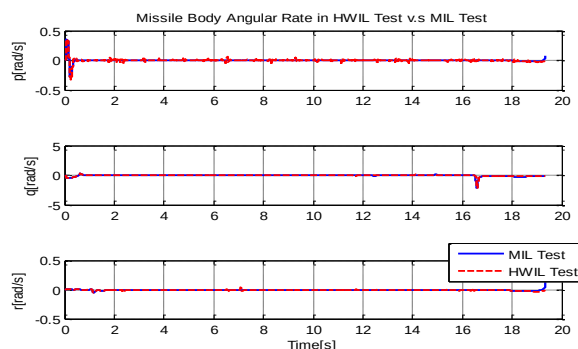
حال با ترسیم منحنی مسیر حرکت موشک طی دو نمونه از سناریوهای تعریف شده در جدول ۱، به راستی آزمایی عملکرد آزمون‌گر سخت‌افزار در حلقه پرداخته خواهد شد. به این منظور از سناریوی شماره سه به عنوان نماینده دسته اول، سناریوی هفت به عنوان نماینده دسته دوم و سناریوی ۱۰ به عنوان نماینده دسته سوم استفاده می‌شود.

نتیجه اجرای همزمان دو شبیه‌سازی شش درجه آزادی و سخت‌افزار در حلقه تحت این سه سناریو، به ترتیب در شکل‌های ۱۵، ۱۶ و ۱۷ آورده شده است.

در سناریوی سوم، هدف در فاصله متوسط ۳/۷ کیلومتری از موشک، با سرعت متوسط ۱۸ متر بر ثانیه، در حال نزدیک شدن به محل پرتاب موشک می‌باشد.

در سناریوی هفتم، هدف در فاصله متوسط ۲/۶ کیلومتری از موشک، با سرعت متوسط ۱۸ متر بر ثانیه، در حال دور شدن از محل پرتاب موشک می‌باشد.

از اختلاف کم این دو منحنی مسیر در سه سناریوی مذکور، می‌توان به موفقیت‌آمیز بودن آزمون سخت‌افزار در حلقه پی برد. در نتیجه می‌توان گفت پیاده‌سازی الگوریتم‌های هدایت و کنترل بر روی برد رایانه پرواز، تا حد زیادی منطبق بر واقعیت بوده و علاوه بر آن، عملکرد آزمون‌گر سخت‌افزار در حلقه نیز موفق بوده است.

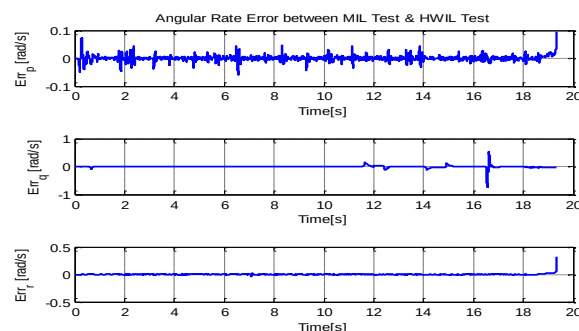


شکل ۱۳- سرعت زاویه‌ای در دو شبیه‌سازی و تحت سناریوی سوم

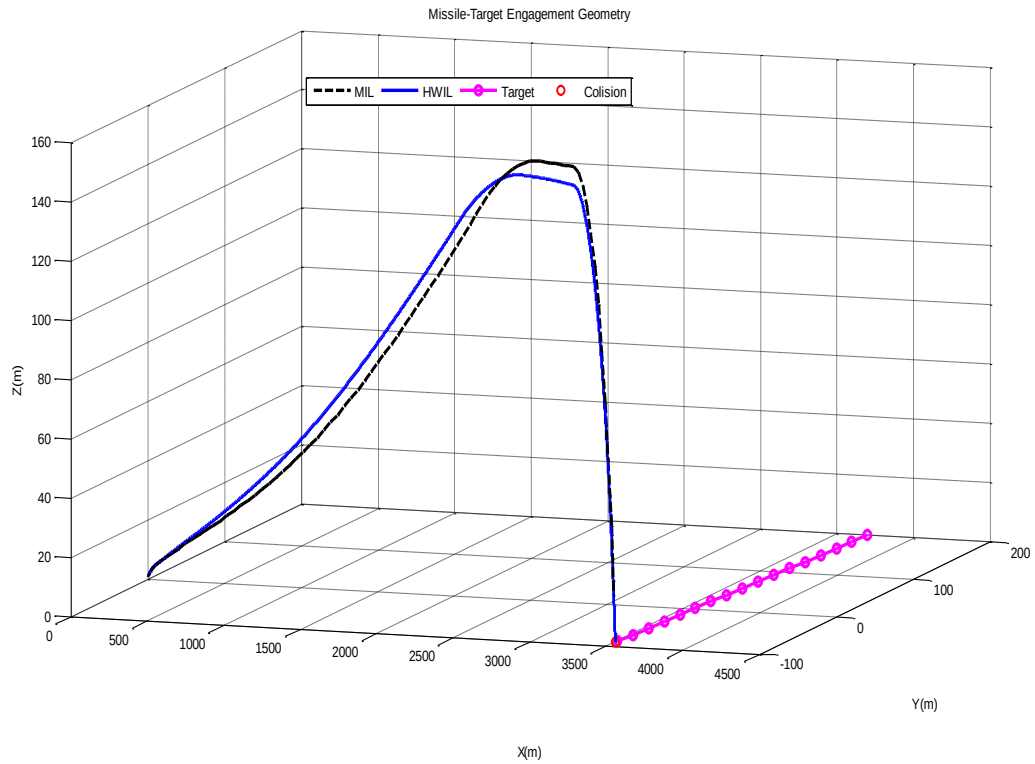
در شکل ۱۳، با توجه به سیگنال نرخ غلتش به‌وضوح مشخص است که خودخلبان کانال غلتش در دو آزمون به‌صورت موفق عمل کرده و نرخ غلتش را در کسری از ثانیه، به نزدیک صفر رسانده است.

البته به‌علت وجود اغتشاشات آیرودینامیکی در طول مسیر پرواز موشک، نرخ غلتش در این کانال هیچ‌گاه به‌طور کامل به صفر نخواهد رسید. وجود چند قله و دره در سیگنال مربوط به نرخ خمش، حاکی از اعمال مانورهای مختلف به موشک در کل زمان پرواز است که با تغییر قانون هدایت در هر بخش، توسط رایانه پرواز به موشک اعمال می‌شود. نرخ گردش نیز به‌دلیل سرعت هدف، دارای مقداری غیرصفر می‌باشد، اما به‌دلیل این که سرعت هدف در مقابل سرعت موشک، قابل صرف‌نظر است، میزان نرخ گردش در مقابل نرخ چرخش، مقدار ناچیزی می‌باشد.

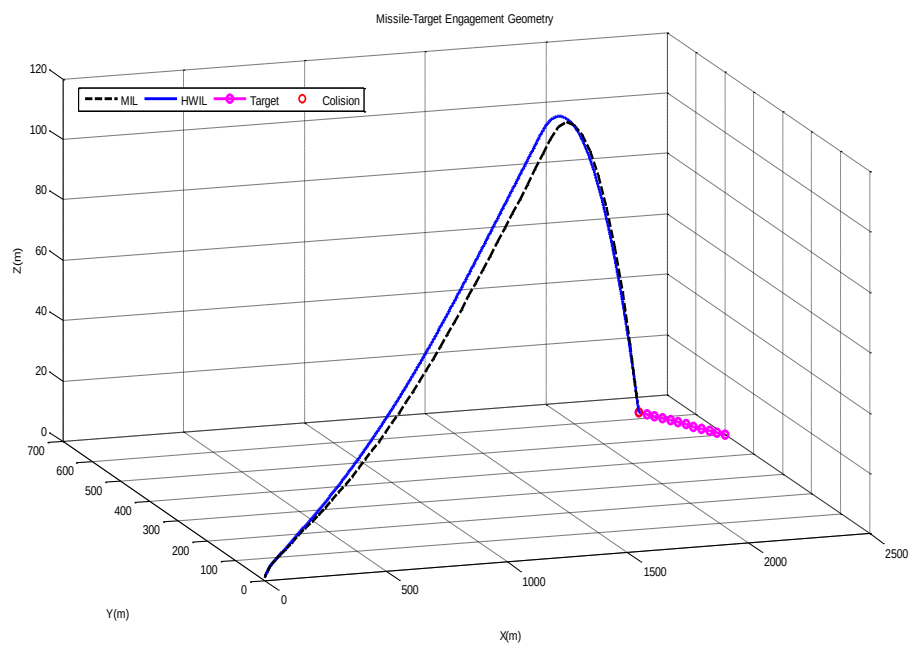
خطای محاسبه سرعت زاویه‌ای برای دو شبیه‌سازی و تحت سناریوی سوم، در شکل ۱۴ آورده شده است.



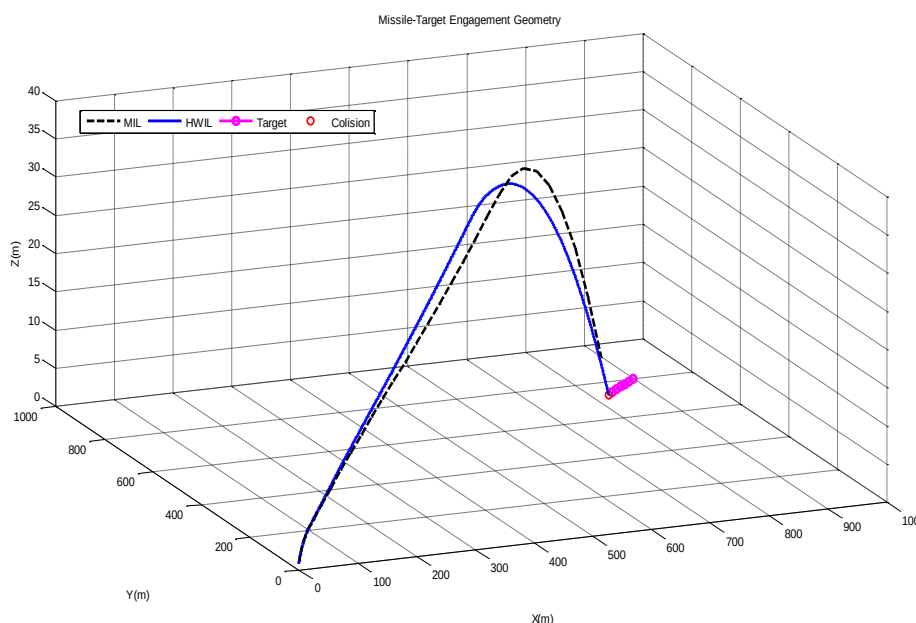
شکل ۱۴- خطای سرعت زاویه‌ای در دو شبیه‌سازی و تحت سناریوی سوم



شکل ۱۵- درگیری موشک- هدف تحت سناریوی شماره سه



شکل ۱۶- درگیری موشک- هدف تحت سناریوی شماره هفت



شکل ۱۷- درگیری موشک- هدف تحت سناریوی شماره ۱۰

۵- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله اصول طراحی و پیاده‌سازی آزمون‌گر سخت‌افزار در حلقه رایانه پرواز یک موشک تاکتیکی ارائه شد. پس از طراحی سخت‌افزار رایانه پرواز این موشک، به منظور پیاده‌سازی الگوریتم‌های هدایت و کنترل موشک بر روی آن، از آزمونی تحت عنوان آزمون سخت‌افزار در حلقه استفاده شد. این آزمون برای ارزیابی رایانه پرواز از نظر واقعی بودن مناسب‌تر از آزمون‌های حلقه باز بوده و در نتیجه با اطمینان بیشتری می‌توان نتایج آن را در ارزیابی رایانه پرواز مورد استفاده قرار داد. طی این آزمون، مدل رایانه پرواز و الگوریتم‌های هدایت و کنترل موجود در آن که قبلاً در شبیه‌سازی شش درجه آزادی مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند، به کدهای قابل پیاده‌سازی بر روی پردازنده رایانه پرواز تبدیل شدند و عملکرد رایانه پرواز در اجرای این کدها و ایفای نقش رایانه پرواز، مورد راستی‌آزمایی قرار گرفت. به منظور پیاده‌سازی آزمون سخت‌افزار در حلقه از یک بستر نرم‌افزاری- سخت‌افزاری تحت عنوان آزمون‌گر سخت‌افزار در حلقه استفاده شد. این آزمون‌گر شامل واسط و رایانه شبیه‌سازی می‌باشد که واسط نیز خود شامل دو بخش نرم‌افزاری و سخت‌افزاری است. در این مقاله برای طراحی بخش نرم‌افزاری واسط از بلوک‌های تبدیل سیگنال و برای طراحی بخش سخت‌افزاری از کارت‌های DAQ استفاده شد. در نهایت با استفاده از این آزمون‌گر، عملکرد سخت‌افزار رایانه پرواز موشک مورد نظر مورد بررسی و راستی‌آزمایی قرار گرفت که نتایج حاکی از موفقیت این آزمون در پیاده‌سازی رایانه پرواز مورد نظر است.

در طراحی این آزمون‌گر از نرم‌افزارهای قابل دسترسی مانند MATLAB و همچنین کارت‌های DAQ پرکاربرد با قابلیت‌های بالا استفاده شد تا در آزمون‌های آتی و افزایش میزان بار پردازشی رایانه پرواز، افزایش سیگنال‌های ورودی-خروجی رایانه پرواز و غیره، قابلیت ارتقاء داشته و موجب افزایش هزینه‌ها و بازطراحی آزمون‌گر نشود. طراحی و آزمون عملکرد در آزمون سخت‌افزار در حلقه و پیاده‌سازی سامانه هدایت و کنترل طراحی شده روی یک موشک واقعی و انجام آزمون‌های پروازی، فعالیت بعدی نویسندگان این مقاله می‌باشد که در ادامه انجام خواهد شد.

مراجع

- [۱] یعقوبی، طراحی و ساخت رایانه پرواز و آزمون‌گر سخت‌افزار در حلقه آن به روش تزریق سیگنال برای پرتابه هدایت شونده خاص، پایان‌نامه کارشناسی ارشد رشته مهندسی کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، اسفند ۱۳۹۲.
- [2] R. Isermann, J. Schaffnit, S. Sinsel, Hardware-in-the-loop simulation for the design and testing of engine-control systems, *Control Engineering Practice* 7.5 (1999), 643-653.
- [3] W. Haeussermann, Developments in the field of automatic guidance and control of rockets, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 4.3 (1981), 225-239.

- [13] O. Vodyakho and et al, Synchronization of three-phase converters and virtual micro grid implementation utilizing the Power-Hardware-in-the-Loop concept, Annual Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC), 25th ,IEEE ,(2010), 216-222.
- [14] B. Lu, et al, A low-cost real-time hardware-in-the-loop testing approach of power electronics controls, IEEE Transactions on Industrial Electronics, 54.2 (2007), 919-931.
- [15] H.S. Havlicsek, L.J. Zana, Improving real-time communication between host and motion system in a HWIL simulation, Defense and Security. International Society for Optics and Photonics, 2004.
- [۱۶] عرب عامری ح، عاروان م، ۱۳۸۹، "پیاده‌سازی آزمون‌گر سخت‌افزار در حلقه به روش تزریق سیگنال برای سامانه کنترل موشک خاص"، مجله علمی-پژوهشی کنترل.
- [17] D.J. Rankin, J. Jiang, A hardware-in-the-loop simulation platform for the verification and validation of safety control systems, IEEE Transactions on Nuclear Science 58.2 (2011), 468-478.
- [۱۸] تقی‌پور کمینی ع، عاروان م، محمدی ع، پاییز ۱۳۸۸، "ارایه یک روش تحلیل برای تعیین زمان شروع فاز نهایی در یک موشک تاکتیکی برای برخورد به هدف با زاویه مناسب"، مجله علمی-پژوهشی کنترل.
- [۱۹] ازگلی س، عاروان م، مدل‌سازی و شبیه‌سازی سامانه‌های متحرک، انتشارات یا مهدی (عج)، تهران ۱۳۸۹.
- [20] P. Zarchan, Tactical and Strategic Missile Guidance, 6th Edition, Atlanta, Georgia, American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), 2012.
- [۴] تقی‌پور کمینی ع، یعقوبی ا، عاروان م، نصراللهی ع، ۱۳۹۳، "طراحی، پیاده‌سازی و آزمون رایانه پرواز برای یک موشک ضدتانک با هدایت ترکیبی"، ارسال شده به مجله علمی-پژوهشی علوم و فن آوری پیشرفته دفاعی.
- [5] S.Nabi, et al, An overview of hardware-in-the-loop testing systems at Visteon, SAE paper 5 (2004).
- [6] T.M. Shih, H.Ch. Chang, A DSP FPGA based Hardware-in-the-Loop testing platform, In Control Automation Robotics & Vision (ICARCV), 11th International Conference on, IEEE, (2010), 1980-1985.
- [7] N.R. Gans, et al, A hardware in the loop simulation platform for vision-based control of unmanned air vehicles, Mechatronics 19.7 (2009), 1043-1056.
- [8] D.Jung, Dongwon, P. Tsiotras, Modeling and hardware-in-the-loop simulation for a small unmanned aerial vehicle, AIAA Infotech at Aerospace, AIAA (2007), 07-2763.
- [9] C. Guowei et al, Design and implementation of a hardware-in-the-loop simulation system for small-scale UAV helicopters, Mechatronics 19.7 (2009), 1057-1066.
- [10] T.M. Maung, H.M. Tun, M.K. Naing, Navigation Guidance and Control System using Hardware in the Loop Simulation for Unmanned Aerial Vehicle (UAV), International Conference on Advances in Electrical and Electronics Engineering (ICAEE), (2011), 156-160.
- [11] S. Oncu, et al, Robust yaw stability controller design for a light commercial vehicle using a hardware in the loop steering test rig, In Intelligent Vehicles Symposium, IEEE, (2007), 852-859.
- [12] J. Park, et al, Hardware in-the-loop simulation for ABS using 32-bit embedded system, 11th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS), IEEE, 2011.

کنترل بهینه توزیع شده بازی های گرافی دیفرانسیلی غیر خطی به صورت برخط با استفاده از یادگیری تقویتی

فرزانه تاتاری^۱، محمد باقر نقیبی سیستانی^۲

^۱ دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه مهندسی برق، دانشگاه فردوسی مشهد، fa.tatari@stu-mail.um.ac.ir

^۲ استادیار دانشکده مهندسی، گروه مهندسی برق، دانشگاه فردوسی مشهد، mb-naghibi@um.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۳/۶/۱۸، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۳/۱۰/۲۹)

چکیده: این مقاله به معرفی بازی های گرافی دیفرانسیلی برای سیستم های چند عاملی غیر خطی زمان پیوسته می پردازد و یک روش بهینه توزیع شده برخط برای حل آنها پیشنهاد می کند. در بازی های گرافی دیفرانسیلی، دینامیک خطا و اندیس عملکرد هر بازیکن تنها بستگی به اطلاعات همسایگان محلی آن عامل دارد. الگوریتم تکرار سیاست توزیع شده پیشنهاد شده، حل تقریبی معادلات همیلتون-جاکوبی کوپل شده همکارانه متعلق به عامل های غیر خطی را به صورت برخط انجام می دهد. در این الگوریتم که بر مبنای یادگیری تقویتی طراحی شده، هر یک از بازیکنان از ساختار شبکه عصبی نقاد-کنترلر استفاده می کند و تنظیم وزن های شبکه های عصبی نقاد و کنترلر به صورت همزمان انجام می شود. در حالی که تمام شبکه های عصبی نقاد-کنترلر در حال یادگیری هستند، پایداری حلقه بسته و همگرایی به قوانین کنترل بهینه تضمین می گردد. در انتها، نتایج به دست آمده از شبیه سازی، عملکرد و صحت الگوریتم پیشنهادی را نشان می دهد.

کلمات کلیدی: بازی های گرافی دیفرانسیلی غیرخطی؛ شبکه های عصبی؛ کنترل بهینه؛ یادگیری تقویتی.

Distributed Optimal Control of Nonlinear Differential Graphical Games based on Reinforcement Learning

Farzaneh Tatari, Mohammad-Bagher Naghibi-Sistani

Abstract: This paper introduces continuous time nonlinear differential graphical games and proposes an online distributed optimal control algorithm to solve them. In differential graphical games, each agent error dynamics and performance index depend on its neighbors' information. The proposed online distributed policy iteration algorithm solves the cooperative coupled Hamilton-Jacobi equations. In this algorithm which is based on reinforcement learning, each agent uses an actor-critic neural network structure where the weights of these neural networks are tuned synchronously. While all actor-critic networks are learning, closed loop stability and convergence to optimal control laws are guaranteed. Finally simulation results demonstrate the validity and performance of the proposed algorithm.

Keywords: Artificial neural networks; Nonlinear differential graphical games; Optimal control; Reinforcement learning.

۱- مقدمه

شبکه های توزیع شده به علت انعطاف پذیری و عملکرد محاسباتیشان در سالهای گذشته مورد مطالعه قرار گرفته اند. این شبکه ها برای مدل سازی و حل مسائلی که نیاز به بیش از یک عامل دارند، استفاده می شوند. یکی از مسایل اساسی در کنترل توزیع شده سیستم های چند عاملی، طراحی قانون کنترلی ساده برای هر عامل با استفاده از اطلاعات همسایگانش است به طوری که سیستم توزیع شده بتواند به یک رفتار جمعی (اجماع) دست پیدا کند. معمولاً برای نمایش سیستم های چند عاملی و نحوه ارتباط عامل ها با یکدیگر در شبکه های توزیع شده از تئوری گراف استفاده می شود.

در مهندسی کنترل، مسئله همزمان سازی یا اجماع را می توان به دو دسته تنظیم همکارانه و ردیابی همکارانه طبقه بندی کرد. در مسئله تنظیم همکارانه (بدون رهبر)، کنترل عامل ها به گونه ای طراحی می شود که همه عامل ها به یک مقدار مشترک که وابسته به شرایط اولیه آنهاست همگرا می شوند. در مسئله ردیابی همکارانه (اجماع پیرو-رهبر)، با طراحی کنترلهای مناسب برای عامل ها، متغیر حالت همه عامل ها به حالت عامل کنترلی یا رهبر [۱،۲،۳] همگرا می شوند.

برای مدل سازی کنترل بهینه توزیع شده سیستم های چندعاملی، از تئوری بازی های دیفرانسیلی استفاده می کنیم. از آنجایی که در این بازی چند نفره دینامیک خطا و اندیس عملکرد هر عامل بستگی به عامل های همسایه اش دارد و یا به عبارتی بستگی به ساختار گراف ارتباطی شبکه دارد، این نوع از بازی ها را بازی های گرافایی دیفرانسیلی^۱ می نامند.

نظریه بازی های دیفرانسیلی شامل ترکیبی از مشخصه های تئوری بازی [۴] و تئوری کنترل بهینه می باشد [۵]. در بازی های گرافایی دیفرانسیلی هدف یافتن مجموعه ای از سیاست های کنترلی قابل قبول است که منجر به همزمان سازی عامل ها، تضمین پایداری سیستم حلقه بسته و حداقل شدن تابع هزینه هر عامل در جهت رسیدن به تعادل نش می باشد. پیدا کردن حل های نش بازی، وابسته به حل معادلات پیوسته همیلتون-جاکوبی کوپل شده^۲ (CHJ) می باشد که در موارد خطی به معادلات پیوسته ریکاتی جبری کوپل شده^۳ (CARE) تقلیل می یابد [۶،۷،۸]. حل این معادلات دیفرانسیل جزئی غیرخطی بسیار مشکل بوده و یا حتی در مواردی فاقد حل تحلیلی همه جایی می باشند.

مزایای استفاده از سیاست های کنترلی بهینه توزیع شده برخط به جای سیاست های کنترل بهینه توزیع شده برون خط این است که بستری برای ترکیب کنترل بهینه با کنترل تطبیقی فراهم می نماید. به این ترتیب، می توان به صورت زمان حقیقی به حل مسائل کنترل بهینه توزیع شده سیستم های چند عاملی دارای دینامیک معین، دارای عدم قطعیت پارامتری و یا حتی دارای دینامیک نامشخص پرداخت.

به منظور یافتن سیاست های کنترلی فیدبک بهینه به صورت برخط در مسائل کنترل بهینه همکارانه توزیع شده، می توان از روشهای یادگیری تقویتی^۴ استفاده کرد. در یادگیری تقویتی یک یا چندین عامل به صورت زمان-حقیقی با محیطی که ممکن است برای عامل ها شناخته شده نباشد، تعامل نموده و بر اساس تجربیاتی که کسب میکنند، یاد میگیرند تا استراتژی های بهینه را برای رسیدن به یک هدف خاص و بیشینه کردن مجموع پاداش خود انتخاب نمایند.

تکنیک های به کار رفته برای حل مسئله اجماع در کنترل بهینه همکارانه سیستم های چندعاملی، برون خط می باشند [۹،۱۰،۱۱،۱۲،۱۳] و در اکثر این روش ها سعی می شود به نحوی از حل معادلات پیچیده CHJ اجتناب شود. علی رغم اینکه اکثر روش های کنترل بهینه برون خط می باشد، در این مقاله با استفاده از راهکارهای یادگیری تقویتی به طراحی کنترلهای بهینه همکارانه برخط می پردازیم. کنترلهای پیشنهاد شده به صورت زمان حقیقی با استفاده از داده های اندازه گیری شده در طی مسیر سیستم، به همزمان سازی عامل ها به رهبر می پردازد.

ساختار نقاد-کنترل از انواع الگوریتم های یادگیری تقویتی پیشرو در زمان^۵ می باشد و به صورت زمان حقیقی پیاده سازی می شود. مکانیزم یادگیری در این ساختار دارای دو گام ارزیابی سیاست و بهبود سیاست می باشد. در گام ارزیابی سیاست، کنترلر یک سیاست کنترلی به محیط اعمال می کند و نقاد ارزش این سیاست را برآورد می کند و در گام دوم با توجه به ارزش به دست آمده سیاست کنترلی بهبود می یابد. از الگوریتم های متعلق به کلاس نقاد-کنترلر می توان به الگوریتم های تکرار سیاست^۶ و تکرار ارزش^۷ اشاره کرد که اساس آنها حل معادله بلمن می باشد [۱۴]. با استفاده از برنامه ریزی پویای تقریبی^۸ و تقریب تابع ارزش توسط یک تقریبگر مناسب، این روش ها را می توان به صورت برخط پیاده سازی نمود. برای یادگیری برخط ارزش بهینه و تخمین پارامترهای نامشخص تقریبگر، می توان از یادگیری تقویتی تفاوت زمانی^۹ استفاده نمود. روش یادگیری تقویتی تفاوت زمانی در مقایسه با دیگر روش های موجود همچون محاسبه دقیق^{۱۰} و روش های مونت کارلو^{۱۱}، قابلیت پیاده سازی به صورت زمان حقیقی در طی مسیر سیستم را دارد و از جمله روش های مربوط به کنترل تطبیقی می باشد [۱۴].

در رهیافت تکرار سیاست در هر تکرار، معادله بلمن متناظر با هر سیاست باید به صورت کامل حل شود، بنابراین این الگوریتم در مقایسه با الگوریتم تکرار ارزش که مبتنی بر معادلات بازگشتی است دارای محاسبات بیشتری می باشد. ولی با توجه به سرعت همگرایی بالای تکرار سیاست نسبت به تکرار ارزش و امکان انجام اثبات های همگرایی و

⁴ Reinforcement Learning⁵ Forward in time⁶ Policy iteration⁷ Value iteration⁸ Approximate dynamic programming⁹ Temporal difference¹⁰ Exact computation¹¹ Monte Carlo¹ Differential graphical games² Coupled Hamilton-Jacobi³ Coupled Algebraic Riccati Equations

ضمن اجرای الگوریتم به صورت برخط ارایه می گردد. جهت یافتن ارزش بهینه، آموزش و تنظیم وزن های شبکه های عصبی نقاد، با استفاده از قوانین تنظیم استاندارد گرادیان نزولی^۲ انجام می شود که منجر به حداقل کردن خطای تفاوت زمانی و همگرایی به تعادل نش می شود. از طرفی برای آموزش و تنظیم وزن های شبکه عصبی کنترلگر از قوانین تنظیم غیراستاندارد استفاده می کنیم؛ به طوری که با انتخاب پارامترهای طراحی مناسب در این قوانین، اثبات پایداری حلقه بسته با استفاده از تکنیک لیاپانوف انجام شود.

۲- مقدمه ای بر تئوری گراف

توپولوژی تعاملی تبادل اطلاعات بین N عامل، توسط گراف $Gr(V, \Sigma)$ توصیف می شود که در آن $V = \{1, 2, \dots, N\}$ مجموعه گره های گراف است که نماینده N عامل می باشد، $\Sigma \subseteq V \times V$ مجموعه شاخه های گراف و $(i, j) \in \Sigma$ به معنی وجود یک شاخه از گره i به گره j می باشد. در این مقاله گراف ساده فرض می شود. توپولوژی یک گراف معمولاً توسط ماتریس همسایگی آن $E = [e_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ نمایش داده می شود به طوری که اگر $(j, i) \in \Sigma$ آنگاه $e_{ij} = 1$ و در غیر این صورت $e_{ij} = 0$ می باشد. $N_i = \{j : (j, i) \in \Sigma\}$ مجموعه همسایگان گره i است، به عبارت دیگر مجموعه گره ها با شاخه هایی است که به گره i وارد می شوند. $i_N = \{j : (i, j) \in \Sigma\}$ نیز نشان دهنده مجموعه ای از عامل ها هستند که عامل i در همسایگی آنها می باشد. اگر گره j همسایه گره i باشد، گره i می تواند از گره j اطلاعات دریافت کند ولی عکس آن الزاماً در گرافهای جهتدار برقرار نمی باشد. اما در گرافهای بدون جهت، همسایگی یک رابطه متقابل می باشد. ماتریس درجه-واردشونده^۳، یک ماتریس قطری است $D = \text{diag}(d_i) \in \mathbb{R}^{N \times N}$ ، با $d_i = \sum_{j \in N_i} e_{ij}$ که درجه-واردشونده گره i می باشد (یعنی مجموع عناصر سطر i ام E). ماتریس لاپلاسیان گراف به صورت $L = D - E$ نمایش داده می شود و مجموع عناصر هر سطر آن صفر می باشد. مسیر، دنباله ای از گره های به هم متصل در یک گراف است و یک گراف را متصل گویند اگر مسیری بین هر دو گره دلخواه آن وجود داشته باشد. معمولاً گره رهبر توسط اندیس صفر نشان داده می شود و اطلاعات از رهبر به عامل هایی که رهبر در همسایگی آنهاست، فرستاده می شوند. شکل ۱ نمونه ای از گراف ارتباطی یک سیستم چندعاملی را نشان میدهد.

پایداری برای روش های مبتنی بر این الگوریتم، در این مقاله از الگوریتم تکرار سیاست برای پیاده سازی برخط کنترل بهینه توزیع شده استفاده می شود.

به این ترتیب در این مقاله برای هر عامل در بازی گرافایی دیفرانسیلی، یک ساختار مجزای نقاد-کنترلر مبتنی بر روش تکرار سیاست در نظر گرفته می شود. از روش تکرار سیاست و ساختارهای نقاد-کنترلر برای حل برخط بازی های دیفرانسیلی مجموع غیر صفر نیز استفاده شده است. نویسندگان مرجع [۱۵]، الگوریتمی بر اساس روش تکرار سیاست و در قالب نقاد-کنترلر برای حل معادلات CHJ بازی های دیفرانسیلی مجموع غیر صفر به صورت زمان-حقیقی برای سیستم های زمان پیوسته غیرخطی و دینامیک کاملاً معین ارائه کرده اند. همچنین حل بازی دونفره مجموع غیر صفر در مرجع [۱۶] مورد بررسی قرار گرفته است. نویسندگان در این مرجع از ساختار تک-شبکه برای هر بازیکن به جای ساختار شبکه عصبی دوتایی نقاد-کنترلر استفاده کرده اند، که در نتیجه منجر به کاهش پیچیدگی محاسبات نسبت به روش ارائه شده در مرجع [۱۵] شده است. در [۱۷] برای حل بازی دیفرانسیلی مجموع غیر صفر دو بازیکنه با دینامیک خطی، روش برنامه ریزی پویای تقریبی (ADP) برخط با استفاده از رهیافت یادگیری تقویتی انتگرالی (IRL) در غالب یک الگوریتم تکرار سیاست پیاده سازی شده است که در آن قسمتی از دینامیک سیستم مورد نیاز نمی باشد.

کنترل بهینه همکارانه برخط بازی های گرافایی دیفرانسیلی چندعاملی برای سیستم های خطی زمان پیوسته با دینامیک کاملاً معین در [۱۸، ۱۹، ۲۰] بررسی شده که با استفاده از روش تکرار سیاست و ساختارهای نقاد-کنترلر به حل تقریبی معادلات CHJ می پردازد. در [۲۰] اثبات پایداری و همگرایی به نقطه تعادل نش با استفاده از تکنیک لیاپانوف انجام شده است. حل برخط بازی های گرافایی دیفرانسیلی سیستم های خطی زمان پیوسته با دینامیک نیمه معین در [۲۱] انجام شده است که با استفاده از ایده [۲۲] به حل برخط این بازی ها با دینامیک نیمه معین (دینامیک داخلی نامعین و دینامیک ورودی معین) می پردازد.

با توجه به مطالعات انجام شده تا کنون هیچ گزارشی برای حل برخط بازی های گرافایی دیفرانسیلی برای سیستم های غیرخطی ارایه نشده است. از اینرو هدف و نوآوری این مقاله ارایه الگوریتم برخط کنترل بهینه توزیع شده بازی های گرافایی دیفرانسیلی چند نفره افق نامحدود بر اساس تکنیک تکرار سیاست برای سیستم های چندعاملی غیرخطی (خطی تبار^۱) با دینامیک معین است. از جمله نقاط قوت الگوریتم پیشنهاد شده این است که الگوریتم از تکنیک های برخط به جای روش های برون خط و از اطلاعات محلی برای همزمان سازی عامل ها به رهبر، استفاده می کند. در الگوریتم ارایه شده علاوه بر حل تقریبی معادلات CHJ، پایداری سیستم حلقه بسته و همگرایی به نقطه تعادل نش بازی

^۲ Gradient descent^۳ In-degree^۱ Affine

Leader

```
graph LR; 0((0)) --> 2((2)); 2((2)) --> 1((1)); 1((1)) --> 2((2)); 2((2)) --> 3((3)); 3((3)) --> 4((4)); 4((4)) --> 1((1));
```

فرض می شود که گراف ارتباطی متصل است و برای حداقل یک i , $e_{i0} = 1$ است، آنگاه $(L + E_0)$ ناویژه خواهد بود و همه مقادیر ویژه آن دارای قسمت حقیقی مثبت هستند [۲۳]. اثبات می شود که اگر گراف ارتباطی متصل باشد و $E_0 \neq 0$ ، آنگاه خطای همزمان سازی به صورت زیر کراندار است [۲۱].

به این ترتیب هدف حداقل کردن خطای ردیابی همسایگان محلی $\delta_i(t)$ است، که با توجه به رابطه (۵)، همزمان سازی را تضمین می نماید. دینامیک خطای ردیابی همسایگان محلی به صورت زیر به دست می آید

دینامیک خطای ردیابی همسایگان محلی با استفاده از روابط (۶)،
(۱) و (۲) به صورت زیر به دست می‌آید.

دینامیک به دست آمده دارای ورودی های کنترلی از گره i و همسایگانش می باشد. اعمال کنترلی همسایگان عامل i و اعمال همه عامل های موجود در گراف منهای عامل i به ترتیب توسط $u_{-i} = \{u_j \mid j \in N, j \neq i\}$ و $u_i = \{u_j \mid j \in N\}$ تعریف می شوند.

به منظور تعریف بازی گرافی دیفرانسیلی، اندیس های عملکرد محلی را برای هر عامل به صورت زیر تعریف می کنیم.

که در آن $Q_i(\delta_i) > 0$ معمولاً تابعی غیر خطی می باشد و ماتریس های وزن $R_{ij} > 0, R_{ji} > 0$ ، ثابت و متقارن هستند. لازم به توجه است که دینامیک (۷) و اندیس های عملکرد (۸) صریحاً وابسته به توپولوژی گراف $Gr = (V, \Sigma)$ می باشند.

۳- بازی های گرافیک دیفرانسیلی برای سیستم های چندعامله، غیر خطی، خطی، تبار

$$\dot{x}_i = f_i(x_i) + q_i(x_i) u_i, \quad i = 1, \dots, N. \quad (1)$$

$$\dot{x}_0 = f_0(x_0) \quad (2)$$

که $x_i \in \mathbb{R}^n$ حالت عامل i ام، $x_0 \in \mathbb{R}^n$ حالت رهبر، $f_i(x_i) \in \mathbb{R}^n$ دینامیک داخلی سیستم، $g_i(x_i) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ دینامیک ورودی سیستم و $u_i \in \mathbb{R}^m$ ورودی کنترلی عامل i ام می باشد. توجه شود که حالات عامل ها در دسترس هستند. توابع $f_i(x_i)$ و $g_i(x_i)$ $i = 1, \dots, N$ لپیشتر محلی هستند و بر روی یک مجموعه فشرده تعریف شده اند. بعلاوه سیستم (۱) پایدارپذیر است و $f_0(0) = 0$. هدف مسئله همزمان سازی، طراحی پروتکل های کنترل محلی تنها با استفاده از اطلاعات عامل های همسایه است به طوری که حالت همه عامل ها به حالت رهبر همزمان سازی شود. یعنی

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_0(t)\| = 0, \quad \forall i$$

برای بیان اهداف همکارانه تیمی معمولاً از خطای ردیابی همسایگان محلی $\delta_i \in \mathbb{R}^n$ استفاده می شود که به صورت زیر محاسبه می شود [۲۳]:

$$\delta_i = \sum_{j \in N_i} e_{ij}(x_i - x_j) + e_{i0}(x_i - x_0) \quad (3)$$

e_{i0} را بهره اتصال^۱ گویند که برای تعداد محدودی از عامل ها (گره ها) غیر صفر است. گره هایی که به صورت مستقیم با گره رهبر، X_0 ، در ارتباط اند دارای $e_{i0}=1$ و در غیر این صورت دارای $e_{i0}=0$ هستند. بردار خطای ردیابی کلی برای همه عامل ها به صورت زیر داده می شود

$$\delta = ((L + E_0) \otimes I_n)(x - x_0) = ((L + E_0) \otimes I_n)\zeta \quad (\text{f})$$

که در آن بردار حالت همه جایی $x = [x_1^T, x_2^T, \dots, x_N^T]^T \in \mathbb{R}^{nN}$ می باشد، بردار خطای ردیابی همه جایی $\delta = [\delta_1^T, \delta_2^T, \dots, \delta_N^T]^T \in \mathbb{R}^{nN}$ می باشد و

مجله کنترل، جلد ۸، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۳

اصل بهینگی بلمن، شرط بهینگی و کنترل فیدبک متناظر، u_i^* ، به صورت زیر به دست می آید.

$$0 = \min_{u_i} [H_i(\delta_i, \nabla V_i^*, u_i, u_{-i})] \rightarrow \quad (13)$$

$u_i^* = u_i^*(V_i^*) = -(d_i + e_{i0})R_{ii}^{-1}g_i^T(x_i)\nabla V_i^*$
با جاگذاری سیاست های کنترلی (۱۳) در (۱۱)، معادلات CHJ پیوسته برای سیستم های غیرخطی به صورت زیر به دست می آید.

$$\begin{aligned} \nabla V_i^{*T} \left[\sum_{j \in N_i} e_{ij}(f(x_i) - f(x_j)) + e_{i0}(f(x_i) - f(x_0)) - (d_i + e_{i0})^2 g_i(x_i) R_{ii}^{-1} g_i^T(x_i) \nabla V_i^* \right. \\ \left. - \sum_{j \in N_i} e_{ij}(d_j + e_{j0}) g_j(x_j) R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla V_j^* \right] \\ + \frac{1}{2} Q_i(\delta_i) + \frac{1}{2} (d_i + e_{i0})^2 \nabla V_i^{*T} g_i(x_i) \times \end{aligned} \quad (14)$$

$$R_{ii}^{-1} g_i^T(x_i) \nabla V_i^* + \frac{1}{2} \sum_{j \in N_i} (d_j + e_{j0})^2 \times \nabla V_j^{*T} g_j(x_j) R_{jj}^{-1} R_{ij} R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla V_j^* = 0$$

متناظر با هر گره یک معادله CHJ وجود دارد، بنابراین یکی از روش های حل مسئله بازی گرافایی دیفرانسیلی N نفره با سیستم غیرخطی، مستلزم حل N معادله دیفرانسیل CHJ ذکر شده در رابطه (۱۴) می باشد. از آنجایی که حل معادلات دیفرانسیل CHJ (۱۴) در حالت کلی بسیار مشکل می باشد، از روش های تقریبی برای حل آنها استفاده می شود.

۴- الگوریتم تکرار سیاست برخط برای بازی های گرافایی دیفرانسیلی غیرخطی

در این بخش الگوریتم تکرار سیاست برخط برای یادگیری حل کنترل بهینه بازی های گرافایی دیفرانسیلی غیرخطی زمان پیوسته ارائه می گردد. ساختار یادگیری از دو شبکه عصبی نقاد-کنترلر برای هر عامل استفاده می کند، که پاسخ معادله بلمن و سیاست کنترلی را برای آن عامل تقریب می زند. در الگوریتم تکرار سیاست به کار رفته، هر دو شبکه عصبی نقاد و کنترلر به صورت همزمان در زمان حقیقی به روزرسانی می شوند.

فرض ۱- در این مقاله فرضیات استاندارد زیر برای تقریبگرهای شبکه های عصبی در نظر گرفته شده اند.

الف) خطای شبکه عصبی و گرادین آن روی مجموعه فشرده Ω کراندار هستند.

ب) توابع فعالیت شبکه عصبی و گرادین آنها کراندار هستند.

فرض ۲- برای سیاست های کنترلی فیدبکی قابل قبول، معادلات لیاپانوف (۱۱) دارای حل هموار محلی $V_i^*(x) \geq 0$ می باشد.

روی مجموعه Ω پایدار سازد و (۸) را $\forall \delta_i(0) \in \Omega$ محدود کند [۲۰].

تعریف ۲- استراتژی های $\{u_1^*, u_2^*, \dots, u_N^*\}$ ، $u_i^* \in \Omega_i, i \in N$ ، حل تعادل نش^۱ برای بازی با N بازیکن هستند، اگر نامساوی های $J_i^* = J_i(u_i^*, u_{-i}^*) \leq J_i(u_i, u_{-i}^*)$ به ازای همه $u_i^* \in \Omega, i \in N$ برآورده شوند [۶].

تابع ارزش متناظر با گره i به صورت زیر می باشد

$$V_i(\delta_i(t)) = \frac{1}{2} \int_t^\infty \left(Q_i(\delta_i) + u_i^T R_{ii} u_i + \sum_{j \in N_i} u_j^T R_{ij} u_j \right) dt \quad (9)$$

و هدف عامل i در بازی گرافایی مورد نظر تعیین تابع ارزش زیر می باشد که منجر به همزمان سازی عامل ها به عامل رهبر و بهینه سازی ورودی های کنترلی قابل قبول می شود.

$$V_i^*(\delta_i(t)) = \min_{u_i} \int_t^\infty \frac{1}{2} \left(Q_i(\delta_i) + u_i^T R_{ii} u_i + \sum_{j \in N_i} u_j^T R_{ij} u_j \right) dt \quad (10)$$

حداقل سازی (۱۰) با توجه به (۷) را یک بازی گرافایی دیفرانسیلی برای سیستم های غیرخطی زمان پیوسته خطی تبار می نامند، که بستگی به توپولوژی گراف ارتباطی $Gr(V, \Sigma)$ دارد.

وقتی V_i محدود می شود، با مشتق گرفتن از (۹) با توجه به سیستم (۷)، معادله لیاپانوفی به شکل معادله بلمن زیر با شرط اولیه $V_i(0) = 0$ به دست می آید.

$$\begin{aligned} \nabla V_i^T \left[\sum_{j \in N_i} e_{ij}(f(x_i) - f(x_j)) + e_{i0}(f(x_i) - f(x_0)) \right. \\ \left. + (d_i + e_{i0})g_i(x_i)u_i - \sum_{j \in N_i} e_{ij}g_j(x_j)u_j \right] \\ + \frac{1}{2} Q_i(\delta_i) + \frac{1}{2} u_i^T R_{ii} u_i + \frac{1}{2} \sum_{j \in N_i} u_j^T R_{ij} u_j = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

حل رابطه (۱۱) به عنوان روشی دیگر برای ارزیابی انتگرال نامحدود (۹) برای پیدا کردن ارزش مربوط به سیاست های فیدبکی، موجود می باشد. برای دینامیک (۷) و اندیس عملکرد (۸)، همیلتونین مربوطه به صورت زیر به دست می آید.

$$\begin{aligned} H_i(\delta_i, \nabla V_i, u_i, u_{-i}) \equiv \nabla V_i^T \left[\sum_{j \in N_i} e_{ij}(f(x_i) - f(x_j)) + e_{i0}(f(x_i) - f(x_0)) \right. \\ \left. + (d_i + e_{i0})g_i(x_i)u_i - \sum_{j \in N_i} e_{ij}g_j(x_j)u_j \right] \\ + \frac{1}{2} Q_i(\delta_i) + \frac{1}{2} u_i^T R_{ii} u_i + \frac{1}{2} \sum_{j \in N_i} u_j^T R_{ij} u_j \end{aligned} \quad (12)$$

که در آن $\frac{\partial V_i}{\partial \delta_i} \in \mathbb{R}^n$ ، مشتق جزئی تابع ارزش نسبت به δ_i می باشد. با فرض مشتق پذیر بودن تابع معیار پیوسته و استفاده از

¹. Nash Equilibrium Solution

۴-۱- تقریب تابع هزینه توسط شبکه های

عصبی نقاد

بر اساس قانون تقریب مرتبه بالای وایرستراس [۲۵،۲۶،۲۷،۲۸]، مجموعه های پایه مستقل و کامل $\sigma_i(\delta_i), i=1, \dots, N$ و وزن های ثابت شبکه عصبی $W_i, i=1, \dots, N$ وجود دارند به گونه ای که حل V_i برای (۱۱) و ∇V_i به صورت یکنواخت بر روی مجموعه فشرده Ω به صورت زیر تقریب زده می شوند.

$$V_i = W_i^T \sigma_i(\delta_i) + \omega_i(\delta_i), \quad i=1, \dots, N \quad (۱۵)$$

$$\nabla V_i = \nabla \sigma_i^T W_i + \nabla \omega_i, \quad i=1, \dots, N \quad (۱۶)$$

که در آن $\sigma_i(\delta_i) \in \mathbb{R}^K$ بردارهای پایه توابع فعالیت شبکه عصبی هستند، K تعداد نرون های لایه مخفی، $\omega_i(\delta_i)$ خطای تقریب شبکه های عصبی می باشد، $\nabla \sigma_i = \frac{\partial \sigma_i}{\partial \delta_i}$ ، $\nabla V_i = \frac{\partial V_i}{\partial \delta_i}$ و $\nabla \omega_i = \frac{\partial \omega_i}{\partial \delta_i}$. اگر تعداد نرون های لایه مخفی $K \rightarrow \infty$ خطای

تقریب به طور یکنواخت $\nabla \omega_i \rightarrow 0$ و $\omega_i \rightarrow 0$ بر مبنای فرض ۱، روی مجموعه فشرده Ω داریم $\|\omega_i\| \leq b_{\omega_i}$ ، $\|\sigma_i\| \leq b_{\sigma_i}$ ، $\|\nabla \sigma_i\| \leq b_{\nabla \sigma_i}$ ، $\forall i$ و $\|\nabla \omega_i\| \leq b_{\nabla \omega_i}$.

با به کارگیری شبکه های عصبی تقریبگر توابع ارزش، که شبکه های عصبی نقاد نامیده می شوند (معادلات (۱۵) و (۱۶))، و سیاست های فیدبکی u_i و u_{-i} ، هامیلتونین (۱۲) به صورت زیر به دست می آید.

$$H_i(\delta_i, W_i, u_i, u_{-i}) = W_i^T \nabla \sigma_i \left[\sum_{j \in N_i} e_{ij} (f_i(x_i) - f_j(x_j)) + e_{i0} (f_i(x_i) - f_0(x_0)) + (d_i + e_{i0}) g_i(x_i) u_i - \sum_{j \in N_i} e_{ij} g_j(x_j) u_j \right] + \frac{1}{2} Q_i(\delta_i) + \frac{1}{2} u_i^T R_{ii} u_i + \frac{1}{2} \sum_{j \in N_i} u_j^T R_{ij} u_j = e_{B_i} \quad (۱۷)$$

$$e_{B_i} = -(\nabla \omega_i)^T \left[\sum_{j \in N_i} e_{ij} (f_i(x_i) - f_j(x_j)) + e_{i0} (f_i(x_i) - f_0(x_0)) + (d_i + e_{i0}) g_i(x_i) u_i - \sum_{j \in N_i} e_{ij} g_j(x_j) u_j \right] \quad (۱۸)$$

e_{B_i} خطای باقی مانده ناشی از تقریب شبکه های عصبی می باشند. تحت فرض ۱، این خطاهای باقی مانده روی مجموعه فشرده Ω کراندار

هستند، به این معنی که $\|e_{B_i}\| \leq \bar{e}_i, i=1, \dots, N$ ، $\sup_{x \in \Omega}$.

فرض ۳- برای یک مجموعه فشرده $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ $i=1, \dots, N$

$$f_i(x_i) \leq b_f \|x_i\| \quad (\text{الف})$$

ب) $g_i(x_i)$ توسط یک ثابت مشخص کراندار است $\|g_i(x_i)\| \leq b_{g_i}$.

ج) وزن های شبکه های عصبی نقاد توسط ثابت های مشخص کراندار هستند $\|W_i\| < W_{i\max}$.

در واقع وزن های ایده آل شبکه های عصبی نقاد $W_i, i=1, \dots, N$ که بهترین حل تقریبی برای (۱۷) هستند نامعلوم می باشند و باید به صورت زمان حقیقی تقریب زده شوند. بنابراین، خروجی شبکه های عصبی نقاد $\hat{V}_i$ و معادلات بلمن تقریبی (معادله (۲۰)) می توانند به ترتیب به صورت زیر نوشته شوند.

$$\hat{V}_i = \hat{W}_i^T \sigma_i(\delta_i) \quad (۱۹)$$

$$e_{H_i} = \hat{W}_i^T \nabla \sigma_i \left[\sum_{j \in N_i} e_{ij} (f_i(x_i) - f_j(x_j)) + e_{i0} (f_i(x_i) - f_0(x_0)) + (d_i + e_{i0}) g_i(x_i) u_i - \sum_{j \in N_i} e_{ij} g_j(x_j) u_j \right] + \frac{1}{2} Q_i(\delta_i) + \frac{1}{2} u_i^T R_{ii} u_i + \frac{1}{2} \sum_{j \in N_i} u_j^T R_{ij} u_j \quad (۲۰)$$

که در آن $\hat{W}_i$ ارزش تخمین زده کنونی از W_i می باشد. توجه شود که خطاهای e_{H_i} معادل زمان پیوسته خطای تفاوت زمانی می باشد [۲۹]. اکنون مسئله پیدا کردن تابع ارزش برای هر عامل به تنظیم پارامترهای شبکه های عصبی نقاد تبدیل شده است به گونه ای که خطای اختلاف زمانی e_{H_i} حداقل شود. تابع هدف زیر را در نظر بگیرید.

$$E_i = \frac{1}{2} e_{H_i}^T e_{H_i} \quad (۲۱)$$

برای $i=1, \dots, N$ ، با استفاده از (۲۰) و قوانین مشتق زنجیره ای داریم

$$\dot{\hat{W}}_i = -\alpha_i \frac{\partial E_i}{\partial \hat{W}_i} = -\alpha_i e_{H_i} \frac{\partial e_{H_i}}{\partial \hat{W}_i} = -\alpha_i \frac{B_i}{(1 + B_i^T B_i)^2} e_{H_i} = -\alpha_i \frac{\bar{B}_i}{m_{s_i}} e_{H_i} \quad (۲۲)$$

که در آن

$$B_i = \nabla \sigma_i \left(\sum_{j \in N_i} e_{ij} (f_i(x_i) - f_j(x_j)) + e_{i0} (f_i(x_i) - f_0(x_0)) + (d_i + e_{i0}) g_i(x_i) u_i - \sum_{j \in N_i} e_{ij} g_j(x_j) u_j \right),$$

$$\bar{B}_i = \frac{B_i}{1 + B_i^T B_i}, \quad m_{s_i} = 1 + B_i^T B_i, \quad \alpha_i > 0 \quad \text{نرخ یادگیری}$$

می باشد و $(1 + B_i^T B_i)^2$ برای نرمال سازی به کار می رود.

$$\begin{aligned} \tilde{W}_i(t) = & \phi_i(t, t_0) \tilde{W}_i(0) + \alpha_i \int_{t_0}^t \phi_i(\tau, t_0) \frac{\bar{B}_i}{m_{s_i}} e_{B_i} d\tau \quad (26) \\ & \text{که برای } i=1, \dots, N \text{ ماتریس گذر حالت آن به صورت زیر} \\ & \text{تعریف می شود} \\ \frac{\partial \phi_i(t, t_0)}{\partial t} = & -\alpha_i \bar{B}_i \bar{B}_i^T \phi_i(t, t_0), \quad \phi_i(t_0, t_0) = I \quad (27) \\ & \text{ماتریس گذر حالت } \phi_i \text{ به صورت نمایی پایدار است به شرط آنکه} \\ & \bar{B}_i \text{ تحریک پایا باشد [31]. از آنجایی که } \bar{B}_i \text{ تحریک پایا می} \\ & \text{باشد, } \|\bar{B}_i\| \leq 1 \text{ و } \|\bar{B}_i\| \leq \bar{e}, \quad \bar{e} < 1, \quad \text{و } \|\bar{B}_i\| \leq 1, \text{ برای} \\ & \eta_{i_1}, \eta_{i_2} > 0 \text{ به دست می آوریم} \\ \|\tilde{W}_i\| \leq & \eta_{i_1} e^{-\eta_{i_2} t} + \frac{\alpha_i}{m_{s_i} \eta_{i_2}} \bar{e}_i, \quad i=1, \dots, N. \quad (28) \\ & \text{به این ترتیب اثبات کامل می گردد.} \end{aligned}$$

۵- حل برخط بازی های گرافایی دیفرانسیلی

برای سیستم های چندعاملی غیرخطی

اکنون الگوریتم کنترل بهینه که مسئله بازی های گرافایی دیفرانسیلی غیرخطی را حل می نماید بر اساس الگوریتم تکرار سیاست برخط ارایه می گردد. پایداری حلقه بسته و همگرایی به حل تقریبی بازی نیز تضمین می گردد.

$$\begin{aligned} V_i(x) = & W_i^T \sigma_i, i=1, \dots, N \quad \text{را به عنوان حل حداقل مربعات} \\ & \text{رابطه (۱۷) در نظر می گیریم و تعریف می کنیم } (i=1, \dots, N) \\ u_i = & -(d_i + e_{i0}) R_{ii}^{-1} g_i^T(x_i) \nabla \sigma_i^T W_i \quad (29) \\ & \text{(29) به عنوان سیاست کنترلی بهینه ایده آل با } W_i \text{ نامشخص در نظر} \\ & \text{گرفته می شود. با به کارگیری شبکه های عصبی کنترلی، تخمین سیاست} \\ & \text{های کنترلی بهینه به صورت زیر نوشته می شود} \\ u_{i+N} = & -(d_i + e_{i0}) R_{ii}^{-1} g_i^T(x_i) \nabla \sigma_i^T \hat{W}_{i+N} \quad (30) \\ & \text{که مقدار تخمین زده شده فعلی از وزن ایده آل شبکه عصبی} \\ & \hat{W}_i \text{ می باشد. خطاهای تخمین شبکه های عصبی نقاد و کنترلی به ترتیب} \\ & \text{در روابط (31) و (32) تعریف شده است} \\ \tilde{W}_i = & W_i - \hat{W}_i \quad (31) \\ \tilde{W}_{i+N} = & W_i - \hat{W}_{i+N} \quad (32) \end{aligned}$$

قضیه ۱- سیستم دینامیکی (۷) و تعاریف بازی گرافایی دیفرانسیلی
چندعاملی را در نظر بگیرید. ورودی های کنترلی از رابطه (30) داده می شوند و قانون تنظیم شبکه عصبی نقاد برای عامل i به صورت زیر ارایه می شود.

تعریف ۳ (پایداری کراندار نهایی یکنواخت^۱) - سیگنال وابسته به زمان $g(t)$ کراندار نهایی یکنواخت گفته می شود اگر مجموعه فشرده $S \subset R^n$ وجود داشته باشد به طوری که برای همه $g(0) \in S$ یک کران β و زمان $T(\beta, g(0))$ وجود داشته باشد به طوری که برای همه $t \geq t_0 + T$ داشته باشیم $\|g(t)\| \leq \beta$. [30].

تعریف ۴ (تحریک پایا (PE^p)) - سیگنال برداری کراندار $\bar{B}_i(t), i=1, \dots, N$ روی بازه $[t, t+T_i]$ تحریک پایا می باشد [۱۶] اگر وجود داشته باشند $T_i > 0, \gamma_i > 0$ و $\gamma_{i+N} > 0$ به طوری که برای هر t ، $\gamma_i I \leq \int_t^{t+T_i} \bar{B}_i(\tau) \bar{B}_i^T(\tau) d\tau \leq \gamma_{i+N} I$.
لم ۱- مطابق با (۱۷) و با جایگذاری $V_i(t) = W_i^T \sigma_i(\delta_i)$ داریم

$$W_i^T B_i = -\frac{1}{2} Q_i(\delta_i) - \frac{1}{2} u_i^T R_{ii} u_i - \frac{1}{2} \sum_{j \in N_i} u_j^T R_{ij} u_j + e_{B_i}$$

لم ۲- $(u_i, u_{-i}), \forall i$ را به عنوان یک مجموعه سیاست فیدبکی کراندار قابل قبول در نظر بگیرید و (۲۲) را به عنوان تنظیم شبکه های عصبی نقاد در نظر گرفته و فرض کنید که $\bar{B}_i$ تحریک پایا باشد. خطای باقی مانده در (۱۸)، $\|e_{B_i}\| \leq \bar{e}_i, i=1, \dots, N$ ، می باشد. آنگاه خطای پارامترهای نقاد به صورت نمایی به یک مجموعه باقی مانده همگرا می شود.

اثبات لم ۲ - با استفاده از لم ۱

$$\begin{aligned} -W_i^T B_i + e_{B_i} = & \\ \frac{1}{2} Q_i(\delta_i) + & \frac{1}{2} u_i^T R_{ii} u_i + \frac{1}{2} \sum_{j \in N_i} u_j^T R_{ij} u_j \quad (23) \end{aligned}$$

با قرار دادن (۲۳) در (۲۰) و انجام برخی محاسبات، خطای تفاوت زمانی به صورت زیر به دست می آید

$$\begin{aligned} e_{H_i} = & -\tilde{W}_i^T B_i + e_{B_i}. \quad (24) \\ & \text{با قرار دادن (24) در (22) و با در نظر گرفتن} \\ & \text{های نقاد (برای } i=1, \dots, N \text{) به صورت زیر به دست می آید} \\ \dot{\tilde{W}}_i = & -\dot{\tilde{W}}_i = -\alpha_i \bar{B}_i \bar{B}_i^T \tilde{W}_i + \alpha_i \frac{\bar{B}_i}{m_{s_i}} e_{B_i}. \quad (25) \end{aligned}$$

فرض کنید که (۲۵) یک سیستم متغیر با زمان خطی با ورودی e_{B_i} می باشد. آنگاه حل $\tilde{W}_i$ به صورت زیر داده می شود

¹ Uniformly Ultimately bounded
² Persistently Exciting

$$\dot{L}(t) = \sum_{i=1}^N \{ \dot{V}_i(t) - \quad (36)$$

$$\tilde{W}_i^T \alpha_i^{-1} \dot{\tilde{W}}_i - \tilde{W}_{i+N}^T \alpha_{i+N}^{-1} \dot{\tilde{W}}_{i+N} \}$$

اولین جمله (۳۶) به صورت زیر می باشد

$$\sum_{i=1}^N \dot{V}_i(t) = \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{\partial V_i}{\partial \delta_i} (\dot{\delta}_i(t)) \right\} = \sum_{i=1}^N \{ W_i^T \nabla \sigma_i (\sum_{j \in N_i} e_{ij} (f_i(x_i) - f_j(x_j)) + e_{i0} (f_i(x_i) - f_0(x_0)) + (d_i + e_{i0}) g_i(x_i) u_{i+N} - \sum_{j \in N_i} e_{ij} g_j(x_j) u_{j+N}) + \sum_{i=1}^N \omega_{i0} \quad (37)$$

که در آن

$$\sum_{i=1}^N \omega_{i0} = \sum_{i=1}^N \{ \nabla \omega_i [\sum_{j \in N_i} e_{ij} (f_i(x_i) - f_j(x_j)) + e_{i0} (f_i(x_i) - f_0(x_0)) - (d_i + e_{i0})^2 g_i(x_i) R_{ii}^{-1} g_i^T(x_i) \nabla \sigma_i^T \hat{W}_{i+N} + \sum_{j \in N_i} e_{ij} (d_j + e_{j0}) g_j(x_j) R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T \hat{W}_{j+N}] \}.$$

ثابت به اندازه بزرگ b_δ وجود دارد به طوری که

$$\sum_{i=1}^N \|\omega_{i0}\| \leq \sum_{i=1}^N \{ b_{\nabla \omega_i} b_f b_\delta \|\delta_i\| + b_{\nabla \omega_i} (d_i + e_{i0})^2 \times \|g_i(x_i)\|^2 \sigma_{\min}(R_{ii}) b_{\nabla \sigma_i} (\|W_i\| + \|\tilde{W}_{i+N}\|) + b_{\nabla \omega_i} \sum_{j \in N_i} e_{ij} (d_j + e_{j0}) \|g_j(x_j)\|^2 \times \sigma_{\min}(R_{jj}) b_{\sigma_j} (\|W_j\| + \|\tilde{W}_{j+N}\|) \}.$$

با استفاده از لم ۱ و (۳۲)–(۲۹)، $\dot{V}_i$ به صورت زیر به دست می آید

$$\sum_{i=1}^N \dot{V}_i(t) = \sum_{i=1}^N \{ \dot{L}_{V_i} + (d_i + e_{i0})^2 W_i^T \bar{D}_i \tilde{W}_{i+N} + \omega_{i0} - W_i^T \nabla \sigma_i \sum_{j \in N_i} e_{ij} (d_j + e_{j0}) g_j(x_j) \times R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T \tilde{W}_{j+N} \} \quad (38)$$

که در آن

$$\dot{L}_{V_i} = -\frac{1}{2} Q_i(\delta_i) - \frac{1}{2} (d_i + e_{i0})^2 W_i^T \bar{D}_i W_i + e_{B_i} - \frac{1}{2} \sum_{j \in N_i} (d_j + e_{j0})^2 W_j^T \nabla \sigma_j g_j(x_j) \times R_{jj}^{-T} R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T W_j.$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{W}}_i &= -\alpha_i e_{H_i} \frac{\partial e_{H_i}}{\partial \hat{W}_i} = \\ &= -\alpha_i \frac{B_{i+N}}{(1 + B_{i+N}^T B_{i+N})^2} [B_{i+N}^T \hat{W}_i + \frac{1}{2} Q_i(\delta_i) \\ &+ \frac{1}{2} (d_i + e_{i0})^2 \hat{W}_{i+N}^T \bar{D}_i \hat{W}_{i+N} \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{j \in N_i} (d_j + e_{j0})^2 \hat{W}_{j+N}^T \nabla \sigma_j g_j(x_j) \times \\ &R_{jj}^{-T} R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T \hat{W}_{j+N}] \end{aligned} \quad (33)$$

و قانون تنظیم شبکه عصبی کنترلر متناظر با عامل $\dot{I}$ به صورت زیر داده می شود

$$\begin{aligned} \dot{\hat{W}}_{i+N} &= -\alpha_{i+N} \{ (S_i \hat{W}_{i+N} - F_i \hat{W}_i) \\ &- \frac{1}{2} \bar{D}_i (d_i + e_{i0})^2 \hat{W}_{i+N} \frac{\bar{B}_{i+N}^T}{m_{s_i}} \hat{W}_i \\ &- \frac{1}{2} \sum_{j \in N_i} (d_j + e_{j0})^2 \nabla \sigma_i g_i(x_i) \times \\ &R_{ii}^{-T} R_{ji} R_{ii}^{-1} g_i^T(x_i) \nabla \sigma_i^T \hat{W}_{i+N} \frac{\bar{B}_{j+N}^T}{m_{s_j}} \hat{W}_j \end{aligned} \quad (34)$$

که در آن

$$\begin{aligned} \bar{D}_i &= \nabla \sigma_i g_i(x_i) R_{ii}^{-1} g_i^T(x_i) \nabla \sigma_i^T, \quad i = 1, \dots, N \\ \bar{B}_{i+N} &= \frac{B_{i+N}}{1 + B_{i+N}^T B_{i+N}}, \quad m_{s_{i+N}} = 1 + B_{i+N}^T B_{i+N} \\ B_{i+N} &= \nabla \sigma_i [\sum_{j \in N_i} e_{ij} (f_i(x_i) - f_j(x_j)) \\ &+ e_{i0} (f_i(x_i) - f_0(x_0)) + (d_i + e_{i0}) g_i(x_i) u_{i+N} \\ &- \sum_{j \in N_i} e_{ij} g_j(x_j) u_{j+N}] \end{aligned}$$

F_i و S_i پارامترهای تنظیم مثبت معین قطری هستند. $\bar{B}_{i+N}$ ، $\forall i$ تحریک پایا می باشد و فزایض ۱ تا ۳ برقرار می باشد. آنگاه با به کارگیری تعداد کافی نرون برای شبکه های عصبی، حالت های سیستم حلقه بسته $\delta_i(t)$ و خطای شبکه عصبی نقاد $\tilde{W}_i$ و خطای شبکه عصبی کنترلر $\tilde{W}_{i+N}$ کراندار نهایی یکنواخت هستند.

اثبات قضیه ۱- تابع لیپانوف زیر را در نظر بگیرید

$$L(t) = \sum_{i=1}^N \{ V_i(t) + \quad (35)$$

$$\frac{1}{2} \tilde{W}_i^T \alpha_i^{-1} \tilde{W}_i + \frac{1}{2} \tilde{W}_{i+N}^T \alpha_{i+N}^{-1} \tilde{W}_{i+N} \}$$

که در آن $V_i(t) = W_i^T \sigma_i, i = 1, \dots, N$ حل تقریبی (۱۴) می باشد. مشتق زمانی تابع لیپانوف به صورت زیر داده می شود.

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{W}}_i &= \alpha_i \frac{B_{i+N}}{(1+B_{i+N}^T B_{i+N})^2} \{ \\ &-B_{i+N}^T \tilde{W}_i - \\ &W_i^T \nabla \sigma_i \sum_{j \in N_i} e_{ij} (d_j + e_{j0}) g_j(x_j) \times \\ &R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T \tilde{W}_{j+N} \\ &+ e_{B_i} + \frac{1}{2} (d_i + e_{i0})^2 \tilde{W}_{i+N}^T \bar{D}_i \tilde{W}_{i+N} \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{j \in N_i} (d_j + e_{j0})^2 \tilde{W}_{j+N}^T \nabla \sigma_j g_j(x_j) \times \\ &R_{jj}^{-T} R_{ij} R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T \tilde{W}_{j+N} \\ &- \sum_{j \in N_i} (d_j + e_{j0})^2 W_j^T \nabla \sigma_j g_j(x_j) \times \\ &R_{jj}^{-T} R_{ij} R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T \tilde{W}_{j+N} \} \end{aligned} \quad (41)$$

به این ترتیب $\sum_{i=1}^N \dot{L}_i$ می تواند به صورت زیر نوشته شود

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \dot{L}_i &= - \sum_{i=1}^N \tilde{W}_i^T \alpha_i^{-1} \dot{\tilde{W}}_i = \\ &\sum_{i=1}^N \{ \dot{\tilde{L}}_i + \frac{1}{2} \tilde{W}_i^T \frac{B_{i+N}}{(1+B_{i+N}^T B_{i+N})^2} [\\ &(d_i + e_{i0})^2 \tilde{W}_{i+N}^T \bar{D}_i \tilde{W}_{i+N} \\ &+ \sum_{j \in N_i} (d_j + e_{j0})^2 \tilde{W}_{j+N}^T \nabla \sigma_j g_j(x_j) \times \\ &R_{jj}^{-T} R_{ij} R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T \tilde{W}_{j+N} \\ &- 2(W_i^T \nabla \sigma_i \sum_{j \in N_i} e_{ij} (d_j + e_{j0}) g_j(x_j) \times \\ &R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T \tilde{W}_{j+N} \\ &- \sum_{j \in N_i} (d_j + e_{j0})^2 W_j^T \nabla \sigma_j g_j(x_j) \times \\ &R_{jj}^{-T} R_{ij} R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T \tilde{W}_{j+N})] \} \end{aligned} \quad (42)$$

که در آن $\dot{\tilde{L}}_i = \tilde{W}_i^T \bar{B}_{i+N} (-B_{i+N}^T \tilde{W}_i + \frac{e_{B_i}}{m_{s_i}})$ با استفاده

از جملات (۳۸) و (۴۲) و انجام یک سری تغییرات با به کارگیری (۳۱) - (۳۲)، (۳۶) به صورت زیر به دست می آید

برای جمله سوم از $\dot{\tilde{L}}$ ، $\sum_{i=1}^N \dot{L}_i = - \sum_{i=1}^N \tilde{W}_i^T \alpha_i^{-1} \dot{\tilde{W}}_i$ داریم

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{W}}_i &= -\dot{\tilde{W}}_i = \alpha_i \frac{B_{i+N}}{(1+B_{i+N}^T B_{i+N})^2} \{ B_{i+N}^T \hat{W}_i \\ &+ \frac{1}{2} Q_i(\delta_i) + \frac{1}{2} (d_i + e_{i0})^2 \hat{W}_{i+N}^T \bar{D}_i \hat{W}_{i+N} + \\ &\frac{1}{2} \sum_{j \in N_i} (d_j + e_{j0})^2 \hat{W}_{j+N}^T \nabla \sigma_j g_j(x_j) \times \\ &R_{jj}^{-T} R_{ij} R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T \hat{W}_{j+N} \} \end{aligned} \quad (39)$$

با استفاده از (۳۱) و (۳۲) داریم

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{W}}_i &= \alpha_i \frac{B_{i+N}}{(1+B_{i+N}^T B_{i+N})^2} \{ \\ &B_{i+N}^T W_i - B_{i+N}^T \tilde{W}_i \\ &+ \frac{1}{2} Q_i(\delta_i) + \frac{1}{2} (d_i + e_{i0})^2 W_i^T \bar{D}_i W_i \\ &+ \frac{1}{2} (d_i + e_{i0})^2 \tilde{W}_{i+N}^T \bar{D}_i \tilde{W}_{i+N} \\ &- \frac{1}{2} (d_i + e_{i0})^2 W_i^T \bar{D}_i \tilde{W}_{i+N} \\ &- \frac{1}{2} (d_i + e_{i0})^2 \tilde{W}_{i+N}^T \bar{D}_i W_i \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{j \in N_i} (d_j + e_{j0})^2 W_j^T \nabla \sigma_j g_j(x_j) \times \\ &R_{jj}^{-T} R_{ij} R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T W_j \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{j \in N_i} (d_j + e_{j0})^2 \tilde{W}_{j+N}^T \nabla \sigma_j g_j(x_j) \times \\ &R_{jj}^{-T} R_{ij} R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T \tilde{W}_{j+N} \\ &- \frac{1}{2} \sum_{j \in N_i} (d_j + e_{j0})^2 W_j^T \nabla \sigma_j g_j(x_j) \times \\ &R_{jj}^{-T} R_{ij} R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T \tilde{W}_{j+N} \\ &- \frac{1}{2} \sum_{j \in N_i} (d_j + e_{j0})^2 \tilde{W}_{j+N}^T \nabla \sigma_j g_j(x_j) \times \\ &R_{jj}^{-T} R_{ij} R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T W_j \} \end{aligned} \quad (40)$$

با استفاده از لم ۱ داریم

برای به کارگیری جملات زیر که در (۴۳) ظاهر شده اند، جهت

استخراج قانون تنظیم $\dot{\hat{W}}_{i+N}(t)$

$$\sum_{i=1}^N \left\{ \frac{1}{2} (d_i + e_{i0})^2 \tilde{W}_{i+N}^T \bar{D}_i \hat{W}_{i+N} \frac{\bar{B}_{i+N}^T}{m_{s_i}} \hat{W}_i \right\}, \quad (44)$$

$$\sum_{i=1}^N \left\{ \frac{1}{2} \sum_{j \in N_i} (d_j + e_{j0})^2 \tilde{W}_{j+N}^T \nabla \sigma_j g_j(x_j) \times \right. \\ \left. R_{jj}^{-T} R_{ij} R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T \hat{W}_{j+N} \frac{\bar{B}_{i+N}^T}{m_{s_i}} \hat{W}_i \right\} \quad (45)$$

ابتدا $\sum_{j \in N_i}$ در (۴۵) را باز نموده و آنگاه $\sum_{i=1}^N$ را بسط می

دهیم. آنگاه از جملاتی که شامل $\tilde{W}_{i+N}(t)$ می باشند، $\tilde{W}_{i+N}(t)$ را فاکتورگیری می نماییم. انجام مراحل مذکور باعث تغییر (۴۵) به صورت زیر می گردد.

$$\sum_{i=1}^N \tilde{W}_{i+N}^T \sum_{j \in N_i} \frac{1}{2} (d_i + e_{i0})^2 \nabla \sigma_i g_i(x_i) \times \\ R_{ii}^{-T} R_{ji} R_{ii}^{-1} g_i^T(x_i) \nabla \sigma_i^T \hat{W}_{i+N} \frac{\bar{B}_{j+N}^T}{m_{s_j}} \hat{W}_j \quad (46)$$

که در آن، $\dot{I}_N$ نشان دهنده مجموعه گره هایی می باشد که عامل i در همسایگی آنها می باشد. اکنون با به کارگیری (۴۴)، (۴۶) و

$\dot{L}(t)$ می تواند به صورت زیر نوشته شود

$$\dot{L}(t) = \sum_{i=1}^N \{ \dot{\bar{L}}_{V_i} + \dot{\bar{L}}_i + \omega_{i0} + \dot{\bar{L}}_{i+N} \\ - \tilde{W}_{i+N}^T [\alpha_{i+N}^{-1} \hat{W}_{i+N} \\ - \frac{1}{2} \bar{D}_i (d_i + e_{i0})^2 \hat{W}_{i+N} \frac{\bar{B}_{i+N}^T}{m_{s_i}} \hat{W}_i \\ - \frac{1}{2} \sum_{j \in N_i} (d_j + e_{j0})^2 \nabla \sigma_i g_i(x_i) \times \\ R_{ii}^{-T} R_{ji} R_{ii}^{-1} g_i^T(x_i) \nabla \sigma_i^T \hat{W}_{i+N} \frac{\bar{B}_{j+N}^T}{m_{s_j}} \hat{W}_j] \} \quad (47)$$

که در آن

$$\dot{L}(t) = \sum_{i=1}^N \{ \dot{\bar{L}}_{V_i} + \dot{\bar{L}}_i \\ + \omega_{i0} + (d_i + e_{i0})^2 \tilde{W}_i^T \bar{D}_i \tilde{W}_{i+N} \\ - \tilde{W}_i^T \nabla \sigma_i \sum_{j \in N_i} e_{ij} (d_j + e_{j0}) g_j(x_j) \times \\ R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T \tilde{W}_{j+N} \\ - \tilde{W}_i^T \frac{\bar{B}_{i+N}}{m_{s_i}} \tilde{W}_i^T \nabla \sigma_i \sum_{j \in N_i} e_{ij} (d_j + e_{j0}) g_j(x_j) \times \\ R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T \tilde{W}_{j+N} \\ - \tilde{W}_i^T \frac{\bar{B}_{i+N}}{m_{s_i}} \sum_{j \in N_i} (d_j + e_{j0})^2 \tilde{W}_j^T \nabla \sigma_j g_j(x_j) \times \\ R_{jj}^{-T} R_{ij} R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T \tilde{W}_{j+N} \\ + \frac{1}{2} (d_i + e_{i0})^2 \tilde{W}_{i+N}^T \bar{D}_i \hat{W}_{i+N} \frac{\bar{B}_{i+N}^T}{m_{s_i}} \hat{W}_i \\ + \frac{1}{2} (d_i + e_{i0})^2 \tilde{W}_{i+N}^T \bar{D}_i \tilde{W}_{i+N} \frac{\bar{B}_{i+N}^T}{m_{s_i}} \tilde{W}_i \\ - \frac{1}{2} (d_i + e_{i0})^2 \tilde{W}_{i+N}^T \bar{D}_i \tilde{W}_i \frac{\bar{B}_{i+N}^T}{m_{s_i}} \tilde{W}_i \\ + \frac{1}{2} (d_i + e_{i0})^2 \tilde{W}_{i+N}^T \bar{D}_i \tilde{W}_i \frac{\bar{B}_{i+N}^T}{m_{s_i}} \tilde{W}_i \\ + \frac{1}{2} \sum_{j \in N_i} (d_j + e_{j0})^2 \tilde{W}_{j+N}^T \nabla \sigma_j g_j(x_j) \times \\ R_{jj}^{-T} R_{ij} R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T \hat{W}_{j+N} \frac{\bar{B}_{i+N}^T}{m_{s_i}} \hat{W}_i \\ + \frac{1}{2} \sum_{j \in N_i} (d_j + e_{j0})^2 \tilde{W}_{j+N}^T \nabla \sigma_j g_j(x_j) \times \\ R_{jj}^{-T} R_{ij} R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T \tilde{W}_{j+N} \frac{\bar{B}_{i+N}^T}{m_{s_i}} \tilde{W}_i \\ - \frac{1}{2} \sum_{j \in N_i} (d_j + e_{j0})^2 \tilde{W}_{j+N}^T \nabla \sigma_j g_j(x_j) \times \\ R_{jj}^{-T} R_{ij} R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T \tilde{W}_j \frac{\bar{B}_{i+N}^T}{m_{s_i}} \tilde{W}_i \\ + \frac{1}{2} \sum_{j \in N_i} (d_j + e_{j0})^2 \tilde{W}_{j+N}^T \nabla \sigma_j g_j(x_j) \times \\ R_{jj}^{-T} R_{ij} R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T \tilde{W}_j \frac{\bar{B}_{i+N}^T}{m_{s_i}} \tilde{W}_i \\ - \tilde{W}_{i+N}^T \alpha_{i+N}^{-1} \hat{W}_{i+N} \} \quad (48)$$

با به کارگیری (۴۸)، $\dot{\bar{L}}(t)$ به صورت زیر به دست می آید

$$\dot{\bar{L}}(t) = \sum_{i=1}^N \{ \dot{\bar{L}}_{V_i} + \dot{\bar{L}}_i + \omega_{i0} + \dot{\bar{L}}_{i+N} + \tilde{W}_{i+N}^T S_i W_i - \tilde{W}_{i+N}^T S_i \tilde{W}_{i+N} - \tilde{W}_{i+N}^T F_i W_i + \tilde{W}_{i+N}^T F_i \tilde{W}_i \} \quad (۴۹)$$

از آنجایی که $Q_i(\delta_i) > 0, i=1, \dots, N$ وجود دارد
بنابراین $q_i > 0, \forall i$ به طوری که $\delta_i^T q_i \delta_i < Q_i(\delta_i)$
 $-\delta_i^T q_i \delta_i > -Q_i(\delta_i)$

با به کارگیری $\tilde{L}, \tilde{Z}_i = [\delta_i, \tilde{W}_i, \tilde{W}_{i+N}, \tilde{W}_{j+N}]^T$ به
صورت زیر نوشته می شود

$$\dot{\bar{L}}(t) = \sum_{i=1}^N \{ C_i - \tilde{Z}_i^T M_i \tilde{Z}_i + D_i \tilde{Z}_i \} \quad (۵۰)$$

که در آن

$$M_i = \begin{bmatrix} m_{11}^i & m_{12}^i & m_{13}^i & m_{14}^i \\ m_{21}^i & m_{22}^i & m_{23}^i & m_{24}^i \\ m_{31}^i & m_{32}^i & m_{33}^i & m_{34}^i \\ m_{41}^i & m_{42}^i & m_{43}^i & m_{44}^i \end{bmatrix}, D_i = [d_1^i, d_2^i, d_3^i, d_4^i],$$

$$m_{11}^i = \frac{1}{2} q_i, m_{22}^i = \bar{B}_{i+N} \bar{B}_{i+N}^T,$$

$$m_{12}^i = m_{13}^i = m_{14}^i = m_{41}^i = m_{31}^i = m_{21}^i = 0, m_{34}^i = m_{43}^i = 0,$$

$$m_{23}^i = -\frac{1}{4m_{s_i}} (d_i + e_{i0})^2 \bar{D}_i W_i \bar{B}_{i+N}^T - \frac{1}{2} F_i = m_{32}^T,$$

$$m_{24}^i = +\frac{1}{2m_{s_i}} \bar{B}_{i+N} W_i^T \nabla \sigma_i \times$$

$$\sum_{j \in N_i} e_{ij} (d_j + e_{j0}) g_j(x_j) R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T$$

$$+ \frac{1}{2m_{s_i}} \bar{B}_{i+N} \sum_{j \in N_i} (d_j + e_{j0})^2 W_j^T \nabla \sigma_j \times$$

$$g_j(x_j) R_{jj}^{-T} R_{ij} R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T$$

$$- \frac{1}{4m_{s_i}} \sum_{j \in N_i} (d_j + e_{j0})^2 \nabla \sigma_j g_j(x_j) \times$$

$$R_{jj}^{-T} R_{ij} R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T W_j = m_{42}^T,$$

$$m_{33}^i = -\frac{1}{2} (d_i + e_{i0})^2 \bar{D}_i \frac{\bar{B}_{i+N}^T}{m_{s_i}} W_i + S_i,$$

$$\begin{aligned} \dot{\bar{L}}_{i+N} &= (d_i + e_{i0})^2 W_i^T \bar{D}_i \tilde{W}_{i+N} - \\ &\tilde{W}_i^T \frac{\bar{B}_{i+N}}{m_{s_i}} W_i^T \nabla \sigma_i \sum_{j \in N_i} e_{ij} (d_j + e_{j0}) \times \\ &g_j(x_j) R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T \tilde{W}_{j+N} \\ &- \tilde{W}_i^T \frac{\bar{B}_{i+N}}{m_{s_i}} (d_j + e_{j0})^2 W_j^T \nabla \sigma_j g_j(x_j) \times \\ &R_{jj}^{-T} R_{ij} R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T \tilde{W}_{j+N} \\ &+ \frac{1}{2} (d_i + e_{i0})^2 \tilde{W}_{i+N}^T \bar{D}_i \tilde{W}_{i+N} \frac{\bar{B}_{i+N}^T}{m_{s_i}} W_i \\ &- \frac{1}{2} (d_i + e_{i0})^2 \tilde{W}_{i+N}^T \bar{D}_i W_i \frac{\bar{B}_{i+N}^T}{m_{s_i}} W_i \\ &+ \frac{1}{2} (d_i + e_{i0})^2 \tilde{W}_{i+N}^T \bar{D}_i W_i \frac{\bar{B}_{i+N}^T}{m_{s_i}} \tilde{W}_i \\ &- W_i^T \frac{\partial \sigma_i}{\partial \delta_i} \sum_{j \in N_i} e_{ij} (d_j + e_{j0}) \times \\ &g_j(x_j) R_{jj}^{-1} B_j^T \frac{\partial \sigma_j^T}{\partial \delta_j} \tilde{W}_{j+N} \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{j \in N_i} (d_j + e_{j0})^2 \tilde{W}_{j+N}^T \nabla \sigma_j g_j(x_j) \times \\ &R_{jj}^{-T} R_{ij} R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T \tilde{W}_{j+N} \frac{\bar{B}_{i+N}^T}{m_{s_i}} W_i \\ &- \frac{1}{2} \sum_{j \in N_i} (d_j + e_{j0})^2 \tilde{W}_{j+N}^T \nabla \sigma_j g_j(x_j) \times \\ &R_{jj}^{-T} R_{ij} R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T W_j \frac{\bar{B}_{i+N}^T}{m_{s_i}} W_i \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{j \in N_i} (d_j + e_{j0})^2 \tilde{W}_{j+N}^T \nabla \sigma_j g_j(x_j) \times \\ &R_{jj}^{-T} R_{ij} R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T W_j \frac{\bar{B}_{i+N}^T}{m_{s_i}} \tilde{W}_i \end{aligned}$$

براساس (۴۷)، به صورت زیر در نظر گرفته می شود

$$\begin{aligned} \dot{\hat{W}}_{i+N} &= -\alpha_{i+N} \{ (S_i \hat{W}_{i+N} - F_i \hat{W}_i) \\ &- \frac{1}{2} \bar{D}_i (d_i + e_{i0})^2 \hat{W}_{i+N} \frac{\bar{B}_{i+N}^T}{m_{s_i}} \hat{W}_i \\ &- \frac{1}{2} \sum_{j \in N_i} (d_i + e_{i0})^2 \nabla \sigma_i g_i(x_i) \times \\ &R_{ii}^{-T} R_{ji} R_{ii}^{-1} g_i^T(x_i) \nabla \sigma_i^T \hat{W}_{i+N} \frac{\bar{B}_{j+N}^T}{m_{s_j}} \hat{W}_j \end{aligned} \quad (۴۸)$$

ج) مکمل شور^۱ برای I ،
 $D_{22}^i = I - M_{23}^i M_{33}^{i-1} M_{32}^i > 0$ می باشد که با انتخاب مناسب
 F_i و S_i می تواند برقرار باشد.

د) مکمل شور برای M_{33}^i ،
 $D_{33}^i = M_{33}^i - M_{32}^i I^{-1} M_{23}^i > 0$ می باشد که با انتخاب مناسب
 F_i و S_i می تواند برقرار باشد.

اکنون برای (۵۰) داریم

$$\dot{L} < \sum_{i=1}^N \{ -\|\tilde{Z}_i\|^2 \sigma_{\min}(M_i) + D_{i\max} \|\tilde{Z}_i\| + C_{i\max} \} \quad (52)$$

با کامل کردن مربعات، مشتق لیاپونوف منفی خواهد بود اگر

$$\|\tilde{Z}_i\| > \frac{D_{i\max}}{2\sigma_{\min}(M_i)} + \sqrt{\frac{D_{i\max}^2}{4\sigma_{\min}^2(M_i)} + \frac{C_{i\max}}{\sigma_{\min}(M_i)}} \equiv B_{\tilde{Z}_i} \quad (53)$$

واضح است که اگر نشان دهیم (۵۳) از یک کران مشخص فراتر رود، آنگاه $\dot{L}$ منفی خواهد بود. بنابراین مطابق با قضیه توسعه لیاپونوف استاندارد^۲، تحلیل های بالا نشان می دهد که حالت ها و وزن ها کراندار نهایی یکنواخت هستند [۳۲].

شرط (۵۳) برقرار است اگر نرم هر قسمت از $\tilde{Z}_i$ از کران $B_{\tilde{Z}_i}$ فراتر رود، یعنی $\delta_i > B_{\tilde{Z}_i}$ ، $\tilde{W}_i > B_{\tilde{Z}_i}$ ، $\tilde{W}_{i+N} > B_{\tilde{Z}_i}$ ، $\tilde{W}_{j+N} > B_{\tilde{Z}_i}$ به این ترتیب اثبات کامل می گردد.

الگوریتم تکرار سیاست توزیع شده برخط:

شروع ($k=0$): N سیاست کنترلی اولیه قابل قبول
 $u_i^0(x); i \in N$ را در نظر می گیریم.

۱. (ارزیابی سیاست): با در نظر گرفتن سیاست های

کنترلی $u_i^k(x); i \in N$ ، معادلات لیانف (۱۱) برای

تقریب ارزش های $\hat{V}_i^k = \hat{W}_i^{kT} \sigma_i^k(z_i); i \in N$ حل می

شوند به عبارت دیگر به روزرسانی وزن های ارزش توسط

شبکه های عصبی نقاد عامل ها با استفاده از قانون تنظیم (۳۳)

به روزرسانی می شود.

(بهبود سیاست): N سیاست کنترلی را با استفاده از

رابطه (۳۰) به روز می کنیم. به طوری که به روزرسانی وزن

$$\begin{aligned} m_{44}^i &= -\frac{1}{4}(d_j + e_{j0})^2 \nabla \sigma_j g_j(x_j) \times \\ & R_{jj}^{-T} R_{ij} R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T \frac{\bar{B}_{i+N}^T}{m_{s_i}} W_i^T, \\ d_1^i &= b_{\partial \omega_i} b_f b_\delta, \quad d_2^i = \bar{B}_{i+N} \frac{e_{B_i}}{m_{s_i}}, \\ d_3^i &= -\nabla \omega_i (d_i + e_{i0})^2 g_i(x_i) R_{ii}^{-1} g_i^T(x_i) \nabla \sigma_i^T \\ & - \frac{1}{2}(d_i + e_{i0})^2 \bar{D}_i W_i \frac{\bar{B}_{i+N}^T}{m_{s_i}} W_i + (d_i + e_{i0})^2 W_i^T \bar{D}_i \\ & + W_i^T S_i - W_i^T F_i, \\ d_4^i &= \nabla \omega_i \sum_{j \in N_i} e_{ij} (d_j + e_{j0}) g_j(x_j) R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T \\ & - W_i^T \nabla \sigma_i \sum_{i \in N_j} e_{ij} (d_j + e_{j0}) g_j(x_j) R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T \\ & - \frac{1}{2} \sum_{j \in N_i} (d_j + e_{j0})^2 \nabla \sigma_j g_j(x_j) \times \\ & R_{jj}^{-T} R_{ij} R_{jj}^{-1} g_j^T(x_j) \nabla \sigma_j^T W_j \frac{\bar{B}_{i+N}^T}{4m_{s_i}} W_i, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_i &= \frac{1}{2}(d_i + e_{i0})^2 \|W_i\|^2 \|\bar{D}_i\| + \\ & \frac{1}{2}(d_j + e_{j0})^2 \|W_j\|^2 \times \\ & \|\nabla \sigma_j B_j R_{jj}^{-T} R_{ij} R_{jj}^{-1} B_j^T \nabla \sigma_j^T\| + \\ & b_{\nabla \omega_i} (d_i + e_{i0})^2 b_{g_i}^2 \sigma_{\min}(R_{ii}) b_{\nabla \sigma_i} \|W_i\| + \\ & b_{\nabla \omega_i} e_{ij} (d_j + e_{j0}) b_{g_j}^2 \sigma_{\min}(R_{jj}) b_{\nabla \sigma_j} \|W_j\|, \end{aligned}$$

$$C_i \leq C_{i\max}, \quad D_i \leq D_{i\max}$$

پارامترهای تنظیم باید به گونه ای انتخاب شوند به طوری که

$M_i > 0$. اکنون M_i در (۵۰)، به فرم فشرده زیر نوشته می شود

$$M_i = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} q_i & 0 & 0 \\ 0 & I & M_{23}^i \\ 0 & M_{32}^i & M_{33}^i \end{bmatrix}, M_{23}^i = \begin{bmatrix} m_{23}^i & m_{24}^i \end{bmatrix}, \quad (51)$$

$$M_{32}^i = \begin{bmatrix} m_{32}^i \\ m_{42}^i \end{bmatrix}, M_{33}^i = \begin{bmatrix} m_{33}^i & 0 \\ 0 & m_{44}^i \end{bmatrix}$$

برای مثبت معین بودن M_i باید ویژگی های زیر برقرار باشند

الف) $q_i > 0$

ب) $I > 0$

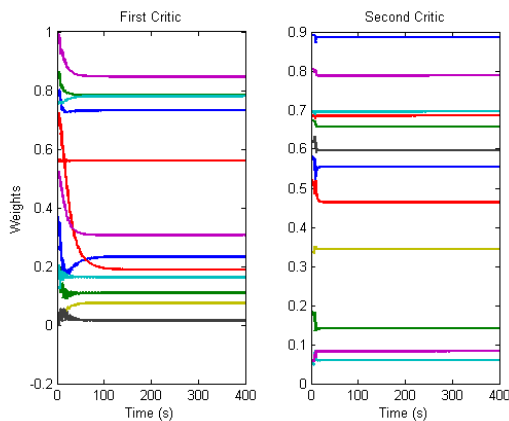
¹ Schur Complement

² Standard Lyapunov Extension Theorem

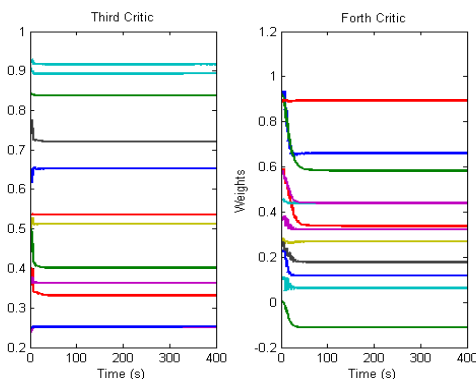
$$\sigma_i = [\delta_{i1}^2, \delta_{i1}\delta_{i2}, \delta_{i2}^2, \delta_{i1}^3, \delta_{i1}^2\delta_{i2}, \delta_{i1}\delta_{i2}^2, \delta_{i2}^3, \delta_{i1}^4, \delta_{i1}^3\delta_{i2}, \delta_{i1}^2\delta_{i2}^2, \delta_{i1}\delta_{i2}^3, \delta_{i2}^4], \quad i=1, \dots, 4$$

انتخاب می شوند. هر $\sigma_i, i=1, \dots, 4$ شامل توان های δ_{i1} و δ_{i2} از درجه ۴ می باشد. توجه شود که یک نویز نمایی کاهشی کوچک به ورودی های کنترلی اضافه می شود تا شرط تحریک پایا بودن تضمین شود.

الگوریتم بهینه معرفی شده برای حل مسئله اجماع، به بازی گرافایی دیفرانسیلی غیرخطی مذکور اعمال شده است. شکل های ۲ و ۳ همگرایی وزن های شبکه های عصبی نقاد همه عامل ها را نشان می دهد و شکل های ۴ و ۵ همگرایی وزن های شبکه های عصبی کنترلی برای عامل ها را با استفاده از الگوریتم پیشنهاد شده نشان می دهد.



شکل ۲- همگرایی وزن های شبکه های عصبی نقاد عامل های ۱ و ۲



شکل ۳- همگرایی وزن های شبکه های عصبی نقاد عامل های ۳ و ۴

های شبکه های عصبی کنترلی با استفاده از قانون تنظیم (۳۴) انجام می شود.

$$k = k + 1 \quad ۲.$$

برو به گام ۱ و در غیر این صورت پایان الگوریتم.

لازم به ذکر است که در الگوریتم تکرار سیاست استاندارد ارزیابی سیاست و بهبود سیاست به صورت پی در پی^۱ و برون خط انجام می شود ولی در الگوریتم تکرار سیاست توزیع شده برخط پیشنهاد شده این دو گام به صورت همزمان و برخط انجام می شوند و جهت همزمان سازی عامل ها تنها از اطلاعات محلی هر عامل استفاده می شود.

۶- نتایج شبیه سازی

در این بخش برای نمایش عملکرد و صحت روش معرفی شده، نتایج روش معرفی شده به روی یک مثال ارایه می گردد. یک سیستم چندعاملی دارای ۴ گره، مطابق با شکل ۱ را در نظر بگیرید. وزن های اتصال و وزن یال ها، ۱ در نظر گرفته شده اند. دینامیک عامل ها به صورت زیر می باشد.

$$\dot{x}_i = f_i(x_i) + g_i(x_i) u_i, \quad x_i = \begin{bmatrix} x_{i1} \\ x_{i2} \end{bmatrix},$$

$$f_i(x_i) = \begin{pmatrix} x_{i2} \\ -x_{i1} + \varepsilon(1 - x_{i1}^2)x_{i2} \end{pmatrix}, i=1, 2, 3, 4.$$

$$g_1(x_1) = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.8 \end{bmatrix}, \quad g_2(x_2) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$g_3(x_3) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.4 \end{bmatrix}, \quad g_4(x_4) = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.2 \end{bmatrix},$$

که در آن $\varepsilon = 0.5$ و دینامیک عامل رهبر

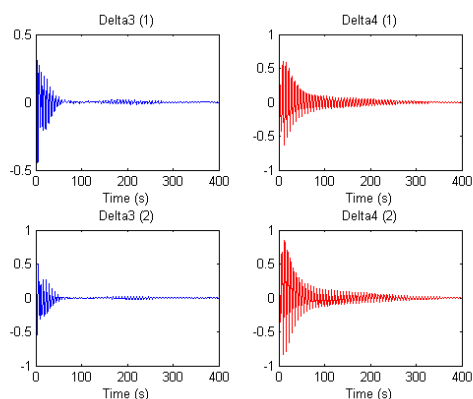
$$f(x_0) = \begin{pmatrix} x_{02} \\ -x_{01} + \varepsilon(1 - x_{01}^2)x_{02} \end{pmatrix} \quad \text{می باشد. برای}$$

$R_{ij} = 1, (i \neq j, j \in N_i)$ در نظر بگیرید $i, j = 1, 2, 3, 4$

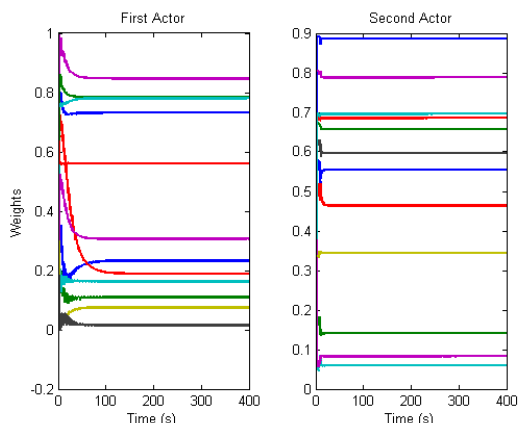
$$Q_i(\delta_i) = \delta_i^T Q_{ii} \delta_i = \delta_i^T \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \delta_i, \quad R_{ii} = 10,$$

به کار رفته، پارامترهای طراحی به صورت $S_i = F_i = 5I$ انتخاب شده اند و $\alpha_i = 1, i=1, 2, 3, 4$. بردار اطلاعات در دسترس برای هر عامل، $\delta_i = [\delta_{i1}, \delta_{i2}]^T, i=1, \dots, 4$ می باشد که توسط گراف ارتباطی محدود شده است. توابع فعالیت شبکه های عصبی عامل ها به صورت

¹ Sequential

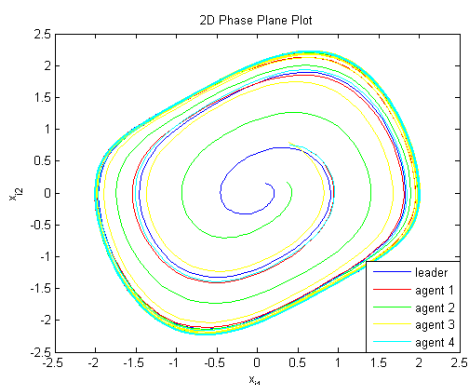


شکل ۷- خطای ردیابی عامل های ۳ و ۴

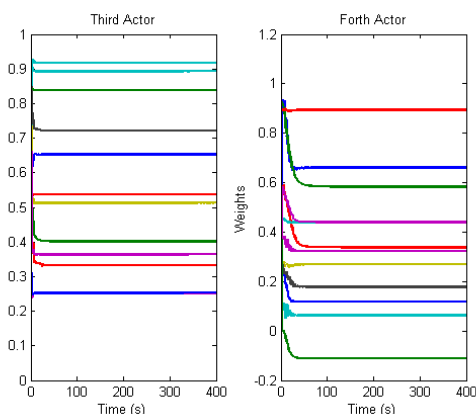


شکل ۴- همگرایی وزن های شبکه های عصبی کنترلر عامل های ۱ و ۲

همزمان سازی و همگرایی حالت همه عامل ها به عامل رهبر در
شکل ۸ (صفحه فاز ۲-بعدی) نشان داده شده اند.



شکل ۸: صفحه فاز ۲-بعدی حالت عامل ها



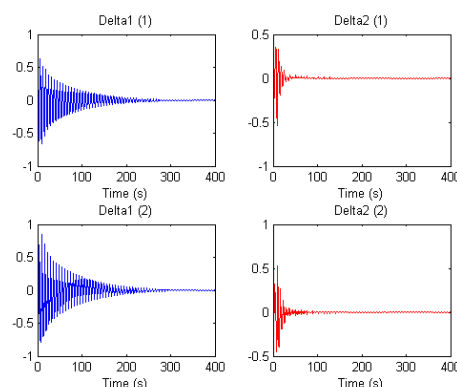
شکل ۵- همگرایی وزن های شبکه های عصبی کنترلر عامل های ۳ و ۴

شکل های ۶ و ۷ خطای ردیابی محلی برای عامل ها را نشان می دهند که تقریباً به صفر همگرا شده اند. با توجه به همگرایی خطا به صفر در شکل های مذکور، همزمان سازی همه عامل ها به رهبر نشان داده شده است.

نتایج نشان می دهد که الگوریتم کنترل بهینه توزیع شده پیشنهادی برای بازی های گرافانی دیفرانسیلی غیر خطی زمان پیوسته به حل تقریبی بهینه همگرا شده است.

۷- نتیجه گیری

این مقاله توانایی کنترل بهینه تطبیقی، بازی های دیفرانسیلی و سیستم های چند عاملی غیرخطی را به کار گرفته تا مسئله بازی های گرافانی دیفرانسیلی غیرخطی چند عاملی پیرو-رهبر را معرفی نماید. یک الگوریتم کنترل بهینه تطبیقی توزیع شده، بر اساس تکنیک تکرار سیاست در یادگیری تقویتی برای حل بازی های گرافانی دیفرانسیلی غیرخطی به صورت برخط ارائه شده است. هر عامل، از شبکه های عصبی نقاد و کنترلر به ترتیب برای یادگیری برخط ارزش بهینه و سیاست کنترلی بهینه استفاده می کند. پایداری سیستم حلقه بسته و کرانداری شبکه های عصبی نقاد و کنترلر بر اساس تکنیک لیاپانوف نشان داده شده است و موثر بودن روش پیشنهادی از طریق ارائه نتایج شبیه سازی بررسی گردیده است.



شکل ۶- خطای ردیابی عامل های ۱ و ۲

مراجع

- [13] Shi G., Johansson K. H., Hong Y., 2011, "Multi-agent systems reaching optimal consensus with directed communication graphs", Proceedings of the American Control Conference.
- [14] Lewis F. L., Vrabie D. L. and Syrmos V. L., 2012, Reinforcement Learning and Optimal Adaptive Control, in Optimal Control, Third Edition, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ, USA.
- [15] Vamvoudakis K., Lewis F.L., 2011, "Multi-player non-zero-sum games: online adaptive learning solution of coupled Hamilton-Jacobi equations", Automatica, 47, 1556-1559.
- [16] Zhang H., Cui L., Luo Y., 2013, "Near-optimal control for nonzero-sum differential games of continuous-time nonlinear systems using single-network ADP", IEEE Trans. Cybern., 43, 206-216.
- [17] Vrabie D., Lewis F. L., 2010, "Integral Reinforcement Learning for Online Computation of Feedback Nash Strategies of Nonzero-Sum Differential Games", 49th IEEE Conference on Decision and Control, December 15-17, Hilton Atlanta Hotel, Atlanta, GA, USA.
- [18] Vamvoudakis K. G., Mikulski D. G., Hudas G. R., Lewis F. L., Gu E. Y., 2010, "Distributed games for multi agent systems: games on communication graphs", 27th Army Science Conference Orlando, FL.
- [19] Vamvoudakis K. G., Lewis F. L., 2011, "Multi-agent Differential Graphical Games", Proceedings of the 30th Chinese Control Conference, July 22-24.
- [20] Vamvoudakis K. G., Lewis F. L., Hudas, G. R., 2012, "Multi-agent differential graphical games: Online adaptive learning solution for synchronization with optimality", Automatica, 48, 1598-1611.
- [21] Abouheaf M., "Optimization and reinforcement learning techniques in multi agent graphical games and economic dispatch", Ph. D. thesis, The University of Texas at Arlington, 2012.
- [22] Vrabie D., Lewis F. L., 2010, "Integral Reinforcement Learning for Online Computation of Feedback Nash Strategies of Nonzero-Sum Differential Games", 49th IEEE Conference on Decision and Control, December 15-17, Hilton Atlanta Hotel, Atlanta, GA, USA.
- [1] Hong Y., Hu J., Gao L., 2006, "Tracking control for multi-agent consensus with an active leader and variable topology" Automatica, 42 (7), pp. 1177-1182.
- [2] Ren W., Moore K., Chen Y., 2007, "High-order and model reference consensus algorithms in cooperative control of multivehicle systems," J. Dynam. Syst., Meas., Control, 129(5), pp. 678-688.
- [3] Wang X., Chen G., 2002, "Pinning control of scale-free dynamical networks," Physica A, 310(3-4), pp. 521-531.
- [4] Tijs S., Introduction to Game Theory, India: Hindustan Book Agency, 2003.
- [5] Isaacs R., Differential Games, New York, Wiley, 1965.
- [6] Başar T., Olsder Geert J., Dynamic Non-cooperative Game Theory, 2nd edition, Classics in Applied Mathematics, SIAM: Philadelphia, 1999.
- [7] Freiling G., Jank G., Abou-Kandil H., 2002, "On global existence of Solutions to Coupled Matrix Riccati equations in closed loop Nash Games", IEEE Transactions on Automatic Control, 41(2), pp. 264- 269.
- [8] Gajic Z., Li T., 1988, "Simulation results for two new algorithms for solving coupled algebraic Riccati equations" Third Int. Symp. On Differential Games. Sophia, Antipolis, France.
- [9] Wang J., Xin M., 2012, "Distributed optimal cooperative tracking control of multiple autonomous robots", Robotics and Autonomous systems, 60, 572-583.
- [10] Lygeros J., Godbole D. N., Sastry S., 1996, "Multi-agent hybrid system design using game theory and optimal control", Proceeding of the 35th conference on decision and control, Kobe, Japan.
- [11] Mao D., He Y., Ye X., Yu M., 2011, "Inverse optimal stabilization of cooperative control in networked multi-agent systems", Control and Decision Conference (CCDC), 1031 - 1037.
- [12] Semsar-Kazerooni E., Khorasani K., 2009, "Multi-agent team cooperation: A game theory approach", Automatica, 45, 2205-2213.

-
- [28] Hornik K., Stinchcombe M., White H., 1990, "Universal approximation of an unknown mapping and its derivatives using multi layer feedforward networks", Neural Networks, 3(5), p.551-560.
- [29] Sutton R. S., Barto A. G., Reinforcement Learning-An Introduction. Massachusetts: Cambridge, MIT Press, 1998.
- [30] Vamvoudakis K. G., Lewis F. L., 2010, "Online actor-critic algorithm to solve the continuous infinite-time horizon optimal control problem", Automatica, 46, p.878-888.
- [31] Ioannou P., Sun J., Robust Adaptive Control, Prentice Hall, New Jersey, 1996.
- [32] Khalil H. K., Nonlinear systems, Prentice-Hall, 1996.
- [23] Khoo S., Xie L., Man Z., 2009, "Robust Finite-Time Consensus Tracking Algorithm for Multi robot Systems," IEEE Transactions on Mechatronics, 14, pp. 219-228.
- [24] Brewer J., 1978, "Kronecker products and matrix calculus in system theory", IEEE Transactions Circuits and Systems, 25(9), pp. 772-781.
- [25] Abu-Khalaf M., Lewis F. L., 2005, "Nearly optimal control laws for nonlinear systems with saturating actuators using a neural network HJB approach", Automatica, 41, 779-791.
- [26] Adams R. A., Fournier J. , Sobolev spaces, New York: Academic Press, 2003.
- [27] Finlayson B. A., The method of weighted residuals and variational principles, New York: Academic Press, 1990.
-

تنظیم بهینه گلوکز خون- انسولین بیمار دیابتی نوع ۱ بر مبنای مدل‌های غیرخطی تأخیردار

محمد صادق اخیانی^۱، حمید خالوزاده^۲

^۱ فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، sadegh_akhyani@ee.kntu.ac.ir

^۲ استاد، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، قطب علمی کنترل صنعتی، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، h_khaloozadeh@kntu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۳/۶/۳۰، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۳/۱۱/۴)

چکیده: در دهه‌های اخیر، تئوری سیستم‌های کنترل در بسیاری از موضوعات صنعتی، پزشکی و... مورد استفاده قرار گرفته است. بیماری دیابت یکی از موضوعات جدید و مورد توجه علم کنترل می‌باشد. برای بیماران دیابتی نوع اول، به دست آوردن نرخ تزریق مناسب انسولین به صورت اتوماتیک همواره موضوع مورد توجه پزشکان بوده است. هدف از کنترل و درمان دیابت، نگه داشتن گلوکز خون در حد طبیعی در بدن می‌باشد. در واقع، تعمیم بسیاری از کنترل‌کننده‌های رایج برای سیستم‌های بدون تأخیر به سیستم‌های تأخیردار امکان‌پذیر نبوده و محققان در حال بررسی روش‌های طراحی این کنترل‌کننده‌ها برای سیستم‌های تأخیردار هستند. عموماً در بیان رفتارهای سیستم به فرم غیرخطی تأخیری تعداد معادلات دیفرانسیل کاهش یافته، در حالی که روش کنترل آن‌ها به مراتب پیچیده‌تر خواهد بود. استفاده از ایده شبه خطی سازی، روشی را جهت یافتن یک حل زیربهینه این گونه مسائل ارائه می‌دهد. در این مقاله طراحی سیستم رگولاتوری گلوکز- انسولین به کمک مدل غیرخطی تأخیردار برای بیماری دیابت در نظر گرفته می‌شود. راهکار کنترل حلقه بسته سیستم، روشی جدید در کنترل بهینه سیستم‌های غیرخطی تأخیردار موسوم به ESDRE خواهد بود. با استفاده از روش شبه خطی سازی سیستم‌های غیرخطی تأخیردار و کنترل کننده پیشنهادی، نرخ تزریق بهینه انسولین به عنوان سیگنال کنترلی، برای ردیابی گلوکز مرجع بدست می‌آید. سپس نتایج شبیه سازی با روش کنترل غیرخطی بر مبنای خطی سازی فیدبک Palumbo مقایسه شده و ردیابی مطلوب گلوکز خون بیمار در ازای نرخ تزریق بهینه انسولین مشاهده می‌شود. از مزایای روش پیشنهادی، قابلیت تعمیم آن بر سایر مدل‌های غیرخطی با تأخیر در متغیر حالت می‌باشد.

کلمات کلیدی: کنترل بهینه بیمار دیابتی، سیستم غیرخطی تأخیری، شبه خطی سازی، مدل DDE، روش ESDRE.

Optimal Glucose-Insulin Regulatory System in Type1 Diabetic Patients Based on the Nonlinear Time Delay Models

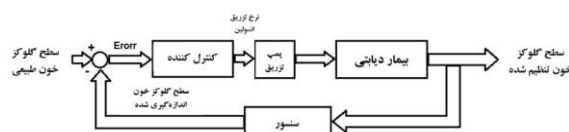
Mohamad Sadegh Akhyani, Hamid Khaloozadeh

Abstract: In recent decades, control systems theory is used in many industrial and medical issues. Various control strategies are applied to this medical issues such as diabetes which is used to maintain normal glycemia in the patients suffering from diabetes. Obtain the appropriate insulin infusion rate in order to keep the patient's glucose levels within predefined limits is always an interesting subject for physicians. Nonlinear time delay differential equations are well known to have arisen the diabetic patient modeling. Nonlinear time delay modeling leads to a small number of equations, but the control method will be far more complex. In this paper a new technique is introduced to solve optimal control in nonlinear time delay systems, called ESDRE. A nonlinear state feedback is designed to track the desired glycemia for a diabetic patients based on pseudo linearization method. This method gives suboptimal solution for the problem. The stability of the closed-loop systems based on the ESDRE technique is also studied. Using this method, the optimal insulin infusion rate as the control signal is obtained and glycemia in type1 diabetic patients converges to the desired normal range. The results of the proposed method are compared with the Palumbo's nonlinear controller which is based on feedback linearization. The results of the simulations, represents the efficiency of the proposed method.

Keywords: Optimal control of diabetic patient, Nonlinear time delay systems, Pseudo linearization, DDE models, ESDRE method.

۱- مقدمه

دیابت یکی از شایع‌ترین بیماری‌های غدد درون‌ریز بدن است که در راستای آسیب دیدن سلول‌های بتا^۱ در پانکراس^۲ به وجود می‌آید، بنابراین انسولین به قدر کافی جهت تنظیم گلوکز خون، ترشح نخواهد شد. از طرف دیگر در حالت بالا بودن گلوکز خون عملکرد توقف ترشح گلوکز کاذب^۳ نیز متوقف خواهد شد، در نتیجه سطح گلوکز خون بیمار بیش‌تر از محدوده‌ی نرمال ۷۰-۱۱۰ میلی گرم بر دسی لیتر معادل با ۴-۶ میلی مول در لیتر خواهد شد. مهم‌ترین هدف در درمان دیابت، نگه داشتن گلوکز خون در حد طبیعی می‌باشد. در واقع مطابق شکل ۱ بدست آوردن سیگنال کنترلی بهینه که نرخ تزریق انسولین می‌باشد، مهم‌ترین موضوع در امر تنظیم سطح گلوکز خون در حد طبیعی بدن خواهد بود. مطابق با دیگرام بلوکی شکل ۱، نرخ تزریق انسولین به عنوان سیگنال کنترلی توسط پمپ به بیمار دیابتی اعمال می‌شود.



شکل ۱: کنترل حلقه بسته بیماری دیابت با عملکرد تزریق پمپ

مدل‌های ریاضی متعددی برای بیماری دیابت بر اساس تقابل انسولین و گلوکز در بدن ارائه شده است، از جمله مدل‌های رایج و معتبر ارائه شده برای بیماری دیابت که از نوع ODE^۴ و DDE^۵ می‌باشند، می‌توان به مدل ODE فیدبک منفی (Tolic و Sturis در سال ۲۰۰۰)، مدل‌های DDE (Engelborghs در سال ۲۰۰۱)، (Gourley و Bennett در سال ۲۰۰۴)، (Kuang، Li و Mason در سال ۲۰۰۶)، مدل‌های برپایه تست‌های تشخیصی^۶ (مدل مینیمال Bergman، مدل Palumbo، Panunzi و De Gaetano در سال ۲۰۰۷) اشاره کرد [۱].

مدل‌های اولیه ارائه شده برای بیماری دیابت، تأخیر زمانی از وقتی که سطح گلوکز خون بالا می‌رود تا انسولین ترشح شود را نمی‌توانستند مدل کنند. در برخی از مدل‌ها برای بدست آوردن نوسانات ترشح انسولین، باید حتماً انسولین به دو جزء انسولین پلاسما و بین سلولی تقسیم می‌شد، که این هم جزء معایب مدل پیشنهادی محسوب می‌شد. در این مقاله با توجه به رفتار غیرخطی تقابل انسولین و گلوکز در بدن بیمار دیابتی نوع ۱ از مدل غیرخطی تأخیری Palumbo، Panunzi و De Gaetano استفاده شده است. از مهم‌ترین مزایای این مدل، مطابقت با رفتار جامعه بیماران مطابق با تست تزریق وریدی گلوکز IVGTT^۷ می‌باشد. مدل پایه ارائه شده توسط Palumbo و همکارانش از سال

۲۰۱۰ تاکنون نیز به عنوان یک مدل کاربردی در مسئله کنترل بیماری دیابت، از جمله در مراجع [۱۴ و ۱۵] مطرح می‌باشد. روش‌های کنترل حلقه بسته جهت تنظیم گلوکز خون بیماران دیابتی نوع ۱ عمدتاً بر اساس روش‌های بر پایه مدل و روش‌های بر پایه داده‌های تجربی صورت می‌پذیرد. روش‌های بر پایه داده‌های تجربی به شناسایی پارامترهای مدل از داده‌های گلوکز - انسولین بیمار پرداخته و نتایج حاصل شده عمدتاً با اعمال کنترل کننده‌های PID بدست آمده است [۱۵]. هم‌چنین روش‌های کنترلی متعددی از جمله روش‌های مبتنی بر کنترل پیش‌بین خطی و غیرخطی، کنترل غیرخطی مد لغزشی، کنترل کننده‌های مقاوم H_∞ ، کنترل کننده‌های کلاسیک با معادلات خطی سازی شده حول تعادل پایدار، کنترل کننده غیرخطی فیدبک حالت بر مبنای خطی سازی فیدبک بر پایه شناسایی پارامترهای مدل‌های غیرخطی بدون تأخیر در متغیرهای حالت برای بیماری دیابت صورت گرفته است که برخی از آن‌ها در مراجع [۲ و ۳] اشاره شده است. روش‌های کنترلی بر پایه مدل‌های غیرخطی بر مبنای دانش‌های بیش‌تری از رفتار فیزیولوژیکی جامعه بیماران صورت گرفته و طبیعتاً امکان ارائه روش‌های تئوری کنترلی مختلف را در تنظیم گلوکز خون فراهم می‌سازد. بدیهی است که هر چه رفتار مدل به طبیعت بدن بیمار نزدیک‌تر باشد، قانون کنترلی حاصل شده نیز دقیق‌تر خواهد بود. ارائه راهکاری مناسب برای کنترل مدل‌های غیرخطی تأخیردار بیماری دیابت به عنوان یک موضوع حائز اهمیت، هم‌چنان مطرح می‌باشد.

این مقاله بر اساس روش ESDRE^۸، به ارائه راه حلی برای کنترل بهینه سیستم‌های غیرخطی تأخیردار بر پایه ایده شبه خطی سازی خواهد پرداخت. هم‌چنین با بررسی پایداری روش مطرح شده بر اساس کنترل کننده پیشنهادی، ردیابی سطح گلوکز مطلوب بیمار و نرخ تزریق بهینه انسولین برای بیماران دیابتی نوع ۱ بدست خواهد آمد. سپس نتایج حاصل از روش پیشنهادی با روش کنترل غیرخطی بر مبنای خطی سازی فیدبک^۹ Palumbo مقایسه می‌شود. مهم‌ترین مزیت روش ارائه شده، کارایی آن در کنترل مجموعه‌ای از سیستم‌های غیرخطی تأخیردار با تأخیر در متغیر حالت و قابلیت تعمیم در حل بسیاری از مسائل دیگر، در حین سادگی روش می‌باشد.

۲- کنترل کننده بهینه برای سیستم‌های غیرخطی تأخیردار

روش‌های ارائه شده در این مقاله بر مبنای توسعه روش شبه خطی - سازی^{۱۰} برای سیستم‌های غیرخطی تأخیردار استوار هستند. لذا در این بخش ابتدا به بررسی روش شبه خطی سازی خواهیم پرداخت. سپس به بررسی کنترل کننده ESDRE پرداخته خواهد شد.

^۱ Beta

^۲ Pancreas

^۳ Glucagon

^۴ Ordinary Differential Equation

^۵ Delay Differential Equation

^۶ Diagnostic tests

^۷ Intravenous Glucose Tolerance Test

^۸ Extended State-dependent Riccati equation

^۹ Feedback Linearization

^{۱۰} Pseudo linearization

۲-۱- روش شبه خطی سازی

فرض کنیم که هدف طراحی تنظیم کننده‌ای برای سیستم است که تابع هزینه زیر را کمینه کند:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t)) dt, \quad (5)$$

که در آن ماتریس‌های وزنی $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ و $R \in \mathbb{R}^{m \times m}$ به ترتیب مثبت نیمه معین و مثبت معین می‌باشند. لازم به ذکر است که این ماتریس‌ها می‌توانند در حالت کلی توابعی از $x(t - \tau_1(\theta))$ تا $x(t - \tau_k(\theta))$ باشند. برای یافتن یک حل زیر بهینه از این مسئله، ابتدا روش شبه خطی سازی را به سیستم تأخیردار (۴) تعمیم می‌دهیم.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(x(t), x(t - \tau_1), \dots, x(t - \tau_k))x(t) \\ &+ B(x(t), x(t - \tau_1), \dots, x(t - \tau_k))u(t), \\ x(t) &= \varphi_0(t), -\max_{i=1:k}(\tau_i) \leq t \leq 0, \end{aligned} \quad (6)$$

همان طور که مشاهده می‌شود در روش شبه خطی توسعه یافته، تمام قسمت‌های تأخیردار را در ماتریس حالت $A(x(t), x(t - \tau_1), \dots, x(t - \tau_k)) = [a_{ij}] (i, j = 1, 2, \dots, n)$ جای می‌دهیم [۶].

قضیه ۱-۶ مجموعه باز و محدود $\Omega: \mathbb{R}^n \times \dots \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ که مبدأ و شرایط اولیه $\varphi_0(t)$ را شامل می‌شود در نظر بگیرید. فرض کنید که تابع $f: \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n$ یک تابع پیوسته مشتق پذیر نسبت به $x(t)$ در مجموعه Ω باشد.

آنگاه برای هر $(x(t), x(t - \tau_1), \dots, x(t - \tau_k)) \in \Omega$ حداقل یک نمایش شبه خطی توسعه یافته به صورت زیر وجود خواهد داشت.

$$A(x(t), x(t - \tau_1), \dots, x(t - \tau_k)) = \int_0^1 \frac{\partial f(x(t), x(t - \tau_1), \dots, x(t - \tau_k))}{\partial x(t)} \Big|_{x(t) = \lambda x(t)} d\lambda \quad (7)$$

در ادامه این بخش به منظور اختصار نوشتار، از جایگذاری زیر استفاده شده است:

$$(x_t) = (x(t), x(t - \tau_1), \dots, x(t - \tau_k)).$$

همانند روش شبه خطی سازی هنگامی که تعداد متغیرهای حالت سیستم بیش از یک باشد، قضیه زیر نشان می‌دهد که امکان داشتن بی-شمار نمایش شبه خطی توسعه یافته برای سیستم (۴) وجود دارد که منجر به داشتن درجه آزادی بیشتری در طراحی تنظیم کننده خواهد شد. با استفاده از اصل بهینه سازی پونتریاگین^۱، شرایط لازم برای حل مسئله (۵) و (۶) را به دست می‌آوریم. هامیلتونین این مسئله به صورت زیر تعریف می‌شود:

در روش شبه خطی سازی، سیستم غیرخطی به صورت یک سیستم خطی که در آن ماتریس حالت سیستم وابسته به متغیرهای حالت سیستم است، نمایش داده می‌شود. سیستم غیرخطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \quad (1)$$

به طور خلاصه می‌توان گفت که مفهوم شبه خطی سازی نوشتن معادله (۱) به شکل زیر است.

$$\dot{x}(t) = A(x(t))x(t) + B(x(t))u(t) \quad (2)$$

ماتریس‌های $A(x(t)) = [a_{ij}]$ و $B(x(t))$ این ساختار جدید را، ماتریس ضرایب وابسته به حالت می‌نامند [۴]. در حالتی که سیستم بیش از یک متغیر حالت داشته باشد، می‌توان شبه خطی سازی را به بی-نهایت شکل مختلف بکار برد [۵] و [۶]. البته این موضوع یک مزیت محسوب می‌شود. روش شبه خطی سازی برخلاف خطی سازی ژاکوبین، تمامی ویژگی‌های غیرخطی سیستم را حفظ می‌کند.

لازم به ذکر است که در حالت کلی هر سیستم غیرخطی ای را نمی‌توان به شکل شبه خطی نمایش داد. در واقع چنانچه توصیف فضای حالت یک سیستم به صورت زیر باشد، ممکن است بتوان یک یا چند نمایش شبه خطی برای آن یافت [۵].

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) + B(x(t))u(t) \quad (3)$$

۲-۲- تنظیم کننده ESDRE

تنظیم کننده ESDRE، توسعه نظری روش SDRE بر سیستم‌های غیرخطی تأخیری می‌باشد. سیستم غیرخطی خودگردان با تأخیر در حالت‌ها و افاین در ورودی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t), x(t - \tau_1(\theta)), \dots, x(t - \tau_k(\theta))) + \\ &B(x(t), x(t - \tau_1(\theta)), \dots, x(t - \tau_k(\theta)))u(t), \\ x(t) &= \varphi_0(t), -\max_{\theta, i=1:k}(\tau_i(\theta)) \leq t \leq 0, \end{aligned} \quad (4)$$

که در آن $x \in \mathbb{R}^n$ متغیر حالت، $u \in \mathbb{R}^m$ ورودی کنترل و تأخیرهای $\tau_1(\cdot)$ تا $\tau_k(\cdot)$ توابعی با مقادیر مثبت بوده که می‌توانند تابعی از $t, x(t)$ یا هر دو هستند. توابع $f: \mathbb{R}^n \times \dots \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ و $B: \mathbb{R}^n \times \dots \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times m}$ وابسته به حالات سیستم بوده و فرض بر این است که تابع B هیچ گاه صفر نمی‌شود. تابع پیوسته $\varphi_0: [-\max_{\theta, i=1:k}(\tau_i(\theta)), 0] \rightarrow \mathbb{R}^n$ نیز شرایط اولیه سیستم را نمایش می‌دهد. فرض کنیم که $f(0, x(t - \tau_1(\theta)), \dots, x(t - \tau_k(\theta))) = 0$ بدون از دست دادن کلیت مسئله می‌توان فرض کرد که تأخیرهای $\tau_1(\cdot)$ تا $\tau_k(\cdot)$ ثابت باشند.

¹ Pontryagin

هر $(x_t) \in \Omega$ ، زوج $\{A(x_t), Q^{1/2}\}$ به صورت نقطه‌ای آشکارپذیر (رؤیت‌پذیر) از دیدگاه خطی باشد.

شرط کافی برای کنترل‌پذیری نقطه‌ای بودن نمایش شبه‌خطی توسعه‌یافته (۶) این است که ماتریس کنترل‌پذیری وابسته به حالت زیر برای تمام $(x_t) \in \Omega$ مرتبه کامل باشد:

$$\Phi_c = [B(x_t) | A(x_t)B(x_t) | \dots | (A(x_t))^{n-1}B(x_t)] \quad (15)$$

به طور مشابه، شرط کافی برای رؤیت‌پذیری نقطه‌ای بودن نمایش شبه‌خطی توسعه‌یافته این است که ماتریس رؤیت‌پذیری وابسته به حالت زیر برای تمام $(x_t) \in \Omega$ مرتبه کامل باشد:

$$\Phi_o = [Q^{1/2} | Q^{1/2}A(x_t) | \dots | Q^{1/2}(A(x_t))^{n-1}] \quad (16)$$

قضیه ۲- سیستم غیرخطی تأخیردار (۴) با $n > 1$ و کنترل $P(x_t)x = -R^{-1}B^T(x_t)P(x_t)x$ را در نظر بگیرید. حل متقارن مثبت معین معادله ریکاتی وابسته به حالت (۱۴) است. با فرض اینکه در ناحیه $\Omega: \mathbb{R}^n \times \dots \times \mathbb{R}^n$ زوج $\{A(x_t), B(x_t)\}$ و زوج $\{A(x_t), Q^{1/2}\}$ به ترتیب به صورت نقطه‌ای پایدارپذیر و آشکارپذیر باشند و ماتریس‌های $A(x_t)$ و $B(x_t)$ نسبت به $x(t)$ پیوسته باشند، نقطه تعادل واقع در مبدأ سیستم حلقه بسته بر اساس قضیه لیاپانوف-کراسوفسکی^۱ مطابق با [۷] پایدار مجانبی محلی خواهد بود.

۲-۳ طراحی سیستم ردیاب ESDRE

در این بخش، هدف طراحی یک کنترل‌کننده برای سیستم (۴) است که خروجی سیستم $y(t) = h(x_t)$ را به مقدار مطلوب ثابت y_d برساند. روش ارائه‌شده در واقع تعمیم روشی است که برای طراحی ردیاب در سیستم‌های غیرخطی بدون تأخیر بر مبنای روش $SDRE$ استفاده می‌شود. $h: \mathbb{R}^n \times \dots \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^l$ یک تابع پیوسته مشتق پذیر نسبت به آرگومان‌هایش است. برای این منظور، ابتدا متغیر $q(t)$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\dot{q}(t) = y_d - y(t).$$

فرض کنیم که نمایش شبه‌خطی توسعه‌یافته $h(x_t)$ به صورت $h(x_t) = C(x_t)x(t)$ باشد. بنابراین معادله بالا را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\dot{q}(t) = y_d - C(x_t)x(t). \quad (17)$$

با ترکیب معادلات فوق داریم:

$$\mathcal{H}(x, u, \lambda, t) = \frac{1}{2}(u^T Ru + x^T Qx) + \lambda^T [A(x_t)x + B(x_t)u]$$

شرایط لازم برای داشتن حل بهینه این مسئله به صورت زیر است:

$$\dot{x}(t) = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \lambda} = A(x_t)x(t) + B(x_t)u(t), \quad (8)$$

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial u} = Ru + B^T(x_t)\lambda = 0, \quad (9)$$

$$\dot{\lambda}(t) = -Qx - \left(\frac{\partial(A(x_t)x)}{\partial x} \right)^T - \left(\frac{\partial(B(x_t)u)}{\partial x} \right)^T \lambda =$$

$$-Qx - A^T(x_t)\lambda - \sum_{i=1}^n x_i \left(\frac{\partial A_i(x_t)}{\partial x} \right)^T \lambda - \left(\frac{\partial(B(x_t)u)}{\partial x} \right)^T \lambda.$$

که در آن:

$$\frac{\partial A_i(x_t)}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial a_{i1}}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial a_{in}}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial a_{im}}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial a_{in}}{\partial x_n} \end{bmatrix}.$$

با در نظر گرفتن علی بودن و خطی بودن مسئله، $\lambda = P(x_t)x$ انتخاب می‌شود. بنابراین خواهیم داشت:

$$u = -R^{-1}B^T(x_t)P(x_t)x. \quad (11)$$

با جایگذاری این معادله در رابطه (۱۰) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{P}(x_t)x + P(x_t)A(x_t)x - P(x_t)B(x_t)R^{-1}B^T(x_t)P(x_t)x = \\ -Qx - A^T(x_t)P(x_t)x - \sum_{i=1}^n x_i \left(\frac{\partial A_i(x_t)}{\partial x} \right)^T P(x_t)x \\ - \left(\frac{\partial(B(x_t)u)}{\partial x} \right)^T P(x_t)x. \end{aligned} \quad (12)$$

با بازنویسی معادلات فوق خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \left[\dot{P}(x_t) + \sum_{i=1}^n x_i \left(\frac{\partial A_i(x_t)}{\partial x} \right)^T P(x_t) + \left(\frac{\partial(B(x_t)u)}{\partial x} \right)^T P(x_t) \right] x \\ + [A^T(x_t)P(x_t) + P(x_t)A(x_t) - P(x_t)B(x_t)R^{-1}B^T(x_t)P(x_t) + Q]x = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

این معادله شرایط لازم برای جواب بهینه مسئله است. با صرف نظر کردن از قسمت اول معادله (۱۳) معادله فوق تبدیل به معادله ریکاتی وابسته به حالت زیر می‌شود:

$$\begin{aligned} A^T(x_t)P(x_t) + P(x_t)A(x_t) \\ - P(x_t)BR^{-1}B^T P(x_t) + Q = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

نمایش شبه‌خطی توسعه‌یافته (۶) را یک نمایش پایدارپذیر نقطه‌ای (کنترل‌پذیر) از سیستم غیرخطی تأخیردار، در ناحیه Ω می‌گوییم، اگر برای هر $(x_t) \in \Omega$ ، زوج $\{A(x_t), B(x_t)\}$ به صورت نقطه‌ای پایدارپذیر (کنترل‌پذیر) از دیدگاه خطی باشد و همچنین نمایش شبه‌خطی توسعه‌یافته (۶) را یک نمایش آشکارپذیر نقطه‌ای (رؤیت‌پذیر) از سیستم غیرخطی تأخیردار (۴)، در ناحیه Ω می‌گوییم، اگر برای

¹ Lyapunov-Krasovskii

$$\frac{dG(t)}{dt} = -K_{xgi} I(t) G(t) + \frac{T_{gh}}{V_g}$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = -K_{xi} I(t) + \frac{T_{igmax}}{V_i} f(G(t - \tau_g)) + u(t) \quad (21)$$

$$G(\tau) = G_0(\tau), I(\tau) = I_0(\tau), \tau \in [-\tau_g, 0]$$

مطابق با مدل ارائه شده $(G_0(\tau), I_0(\tau))$ ، مقادیر اولیه گلوکز و انسولین پلاسما بیمار بوده که بر اساس مقادیر $G(0) = G_b + G_\Delta$ و $I(0) = I_b + I_\Delta G_\Delta$ ، I_b و G_b در نظر گرفته می‌شوند. هم چنین $(G_\Delta = D_g / V_g)$ است، γ پارامتری ثابت و مثبت و بیانگر توانایی عکس العمل پانکراس در به چرخه در آوردن گلوکز موجود در پلاسما می‌باشد. V_g نرخ توزیع گلوکز $(L / kgBW)$ حداکثر میزان نرخ ترشح انسولین در فاز دوم T_{igmax} ، $(min^{-1} (pmol / kgBW))$ نرخ توزیع انسولین در پلاسما V_i ، $(L / kgBW)$ تأخیر موجود در ترشح انسولین از پانکراس در ازای افزایش غلظت گلوکز خون که بر حسب دقیقه در نظر گرفته شده است. $u(t)$ نیز به عنوان نرخ تحویل انسولین زیر پوستی مطرح شده بر حسب (pM / min) است و هم چنین K_{xgi} نرخ گلوکز ذخیره شده وابسته به انسولین تولیدی بر حسب $(min^{-1} pM)$ در نظر گرفته شده است [۸].

T_{gh} نیز به عنوان شاخص ارتباط گلوکز کبدی و گلوکز دریافتی بر حسب $(mmol / kgBW)$ min^{-1} می‌باشد. تابع غیرخطی $f(G)$ که بیانگر نرخ انسولین تحویلی می‌باشد، به صورت روابط (۲۲) مطرح شده است.

$$f(G) = \frac{\left(\frac{G}{G^*}\right)^\gamma}{1 + \left(\frac{G}{G^*}\right)^\gamma} \quad (22)$$

$$T_{gh} = K_{xgi} I_b G_b V_g$$

$$T_{igmax} = K_{xi} I_b V_i \left[1 + \left(\frac{G_b}{G^*}\right)^\gamma \right] / \left(\frac{G_b}{G^*}\right)^\gamma$$

G^* مقدار گلوکز پلاسما در شرایطی است که ترشح انسولین به نیمی از مقدار ماکزیمم رسیده باشد. مطابق با [۹]، $\gamma = 0$ نشانگر عدم توانایی پانکراس در چرخش گلوکز خون بوده، $\gamma = 1$ معروف به شرایط نیمه ماکزیمم تزریق و $\gamma > 1$ نشانگر پاسخ سیگموئیدی به ازای افزایش γ در عملکرد پانکراس برای چرخش گلوکز می‌باشد که در ۹۰٪ بیمارهای مطالعه شده، برقرار بوده است.

وجود تأخیر کوچک تر از τ_0 ، که به عنوان نقطه شاخص شکست در [۱۰] مطرح شده، جهت رسیدن به پایداری مجانبی فراگیر مدل الزامی است. مدل ارائه شده علاوه بر تأیید تست تزریق وریدی، منجر به یک نقطه تعادل منحصر به فرد می‌شود، که پایدار مجانبی محلی و با وجود $\tau \leq \tau_0$ پایدار مجانبی فراگیر خواهد بود.

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \tilde{A}(x_t, q) \tilde{x}(t) + \tilde{B}(x_t) u(t) + \begin{bmatrix} 0_{n \times n} \\ I_l \end{bmatrix} y_d, \quad (18)$$

که در آن:

$$\tilde{x}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \end{bmatrix}, \tilde{A}(x_t, q) = \begin{bmatrix} A(x_t) & 0_{n \times l} \\ -C(x_t) & 0_{l \times l} \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$\tilde{B}(x_t) = \begin{bmatrix} B(x_t) \\ 0_{l \times m} \end{bmatrix}.$$

چنانچه قضیه‌های ۱ و ۲ در مورد توابع $\tilde{A}(x_t, q)$ و $\tilde{B}(x_t)$ برقرار باشند و ماتریس‌های وزنی $\tilde{Q} \in \mathbb{R}^{(n+l) \times (n+l)}$ و $\tilde{R} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ به ترتیب مثبت نیمه معین و مثبت معین باشند، معادله ریکاتی وابسته به حالت زیر جواب متقارن مثبت معینی مانند $\tilde{P}(x_t, q)$ داشته و طبق قضیه ۲ کنترل بنابرین می‌توان گفت که خروجی y در حالت ماندگار به مقدار مطلوب y_d خواهد رسید [۷].

$$\tilde{A}^T(x_t, q) \tilde{P}(x_t, q) + \tilde{P}(x_t, q) \tilde{A}(x_t, q) - \tilde{P}(x_t, q) \tilde{B}(x_t) \tilde{R}^{-1} \tilde{B}^T(x_t) \tilde{P}(x_t, q) + \tilde{Q} = 0 \quad (20)$$

۳- مدل‌سازی بیماری دیابت نوع ۱

استفاده از مدل مناسب در بیان رفتار بیولوژیکی گلوکز - انسولین در بدن بیمار دیابتی، موضوعی حائز اهمیت می‌باشد. مدل‌های غیرخطی تأخیری به دلیل مطابقت با نتایج تست‌های تشخیصی بر جامعه بیماران در سال‌های اخیر بیش‌تر مورد توجه قرار گرفته‌اند، حضور تأخیر در روابط غیرخطی موجب کاهش مرتبه مدل شده، اما آنالیز آن‌ها پیچیده‌تر خواهد بود.

در سال ۲۰۰۷، Palumbo و همکارانش مدلی در [۸] ارائه دادند که شامل تأخیر τ_g و شاخص K_{xi} که به عنوان شاخص نزول غلظت انسولین پلاسما مطرح است، می‌باشد. در روابط (۲۱) که بر مبنای داده‌های تجربی آزمایشگاهی براساس تست تزریق وریدی بدست آمده است، غلظت گلوکز موجود در پلاسما (بر حسب mm)، $I(t)$ غلظت انسولین موجود در پلاسما (بر حسب pM)، $u(t)$ به عنوان نرخ تزریق انسولین وریدی (بر حسب pM / min) و سیگنال کنترلی محسوب می‌شود.

در تست تشخیصی موسوم به تزریق وریدی گلوکز، $0.3g$ به ازای هر کیلوگرم از وزن بیمار گلوکز خوراکی تزریق شده و در یک پروفایل ۳ ساعته از نمونه‌های گلوکز خون، می‌بایست غلظت گلوکز خون بیمار در حالت نرمال خود واقع شود. در غیر این صورت فرد مستعد بیماری یا بیمار شناخته می‌شود. مدل Palumbo بر اساس این تست و با مطالعه بر بیش از ۴۰ بیمار ارائه شد. روابط (۲۱) بیانگر این مدل غیرخطی تأخیری می‌باشند.

$$\Phi = \begin{bmatrix} \tilde{B} | \tilde{A}(x_t) \tilde{B} | \tilde{A}^2(x_t) \tilde{B} \\ 0 \quad \frac{T_{gh}}{V_g} \left(\frac{1}{I(t)} \right) \quad -\frac{T_{gh}}{V_g} \left(\frac{1}{I(t)} \right) (K_{xi} + K_{xgi}) \\ 1 \quad -K_{xi} \quad \frac{T_{igmax}}{V_i G(t)} \left(\frac{\left(\frac{G(t-\tau_g)}{G^*} \right)^{\gamma}}{1 + \left(\frac{G(t-\tau_g)}{G^*} \right)^{\gamma}} \right) \frac{T_{gh}}{V_g} \left(\frac{1}{I(t)} \right) + K_{xi}^2 \\ 0 \quad 0 \quad -\frac{T_{gh}}{V_g} \left(\frac{1}{I(t)} \right) \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$|\Phi| = \left(\frac{T_{gh}}{V_g} \right)^2 \left(\frac{1}{I(t)} \right)^2 \neq 0$$

با فرض مثبت بودن شرایط اولیه سیستم، مقادیر $I(t)$ و $u(t)$ نیز برای تمامی زمان‌ها مثبت هستند، لذا درایه‌های ماتریس شبه خطی پیوسته و غیرصفر خواهند بود. از طرفی با رتبه کامل بودن ماتریس‌های کنترل پذیری و رؤیت پذیری وابسته به حالت شرایط مسئله توجه می‌شود. در حالت کلی انتخاب ماتریس‌های وزنی بر اساس وزن و اهمیت کمیت‌های موجود و مورد علاقه در هر مسئله تعیین می‌گردد. اما از آنجایی که در بسیاری از موارد جنس کمیت‌های درگیر در تابع هزینه و بازه تغییرات هر کمیت می‌تواند بسیار متفاوت باشد، بنابراین لازم است ابتدا حالتی از نرمال‌سازی کمیت‌های درگیر در تابع هزینه صورت گرفته و سپس وزن دهی مناسب بر اساس اهمیت کمیت مورد مطالعه انجام پذیرد. در این مقاله بر اساس روش برایسون^[۱۳] و مطابق با عکس مجذور حداکثر دامنه سیگنال کنترلی و متغیرهای حالت، ماتریس‌های وزنی R و Q مطابق با روابط (۲۶) تعیین شده‌اند.

$$\tilde{z}_i^2 = \frac{1}{\max(\tilde{x}_i^2)}, i = 1:4$$

$$\tilde{r}_i^2 = \frac{1}{\max(\tilde{u}_i^2)}, i = 1:2 \quad (26)$$

$$Q = \text{diag}(\tilde{z}_1^2, \tilde{z}_2^2, \tilde{z}_3^2, \tilde{z}_4^2), R = \text{diag}(\tilde{r}_1^2, \tilde{r}_2^2)$$

۴- شبیه‌سازی روش ESDRE و مقایسه با روش Palumbo

در این بخش ابتدا مدل غیرخطی تأخیری بیماری را با استفاده از فرم نمایش شبه خطی به صورت معادلات (۲۳) بدست آورده، سپس با استفاده از روش کنترل ESDRE سعی در یافتن نرخ تزریق انسولین $u(t)$ بهینه جهت دستیابی به حد نرمال سطح گلوکز بیمار پس از تزریق انسولین، خواهیم داشت. سپس نتایج شبیه سازی به ازای شرایط ۳ مدل بیمار بررسی شده و با نتایج شبیه سازی روش کنترل غیرخطی بر مبنای خطی سازی فیدبک که توسط Palumbo ارائه شده، مقایسه خواهد شد.

۴-۱- شبیه‌سازی روش ESDRE

برای طراحی سیستم ردیاب گلوکز متغیر $q(t)$ طبق روابط (۲۳) به معادلات حالت اضافه می‌گردد.

$$\frac{dG(t)}{dt} = -K_{xgi} I(t) G(t) + \frac{T_{gh}}{V_g}$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = -K_{xi} I(t) + \frac{T_{igmax}}{V_i} f\left(G(t-\tau_g)\right) + u(t) \quad (23)$$

$$\frac{dq(t)}{dt} = G_{ref} - G(t).$$

$$G(\tau) = G_0(\tau), I(\tau) = I_0(\tau), \tau \in [-\tau_g, 0]$$

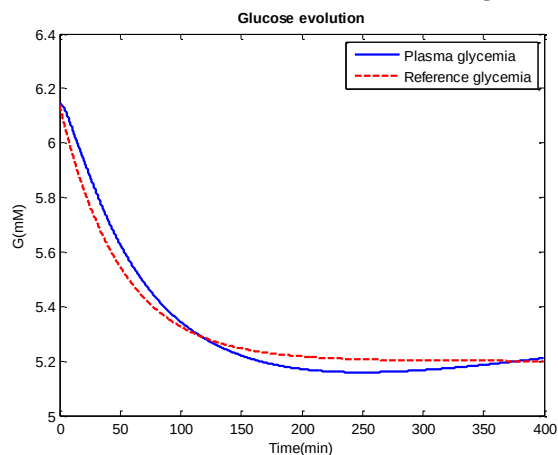
برای نمایش شبه خطی معادلات فوق ماتریس‌های $\tilde{A}(x_t)$ و $\tilde{B}(x_t)$ به صورت (۲۴) خواهند بود.

$$\tilde{A}(x_t) = \begin{bmatrix} -K_{xgi} I(t) & \frac{T_{gh}}{V_g} \left(\frac{1}{I(t)} \right) & 0 \\ \frac{T_{igmax}}{V_i G(t)} \left(\frac{\left(\frac{G(t-\tau_g)}{G^*} \right)^{\gamma}}{1 + \left(\frac{G(t-\tau_g)}{G^*} \right)^{\gamma}} \right) & -K_{xi} & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

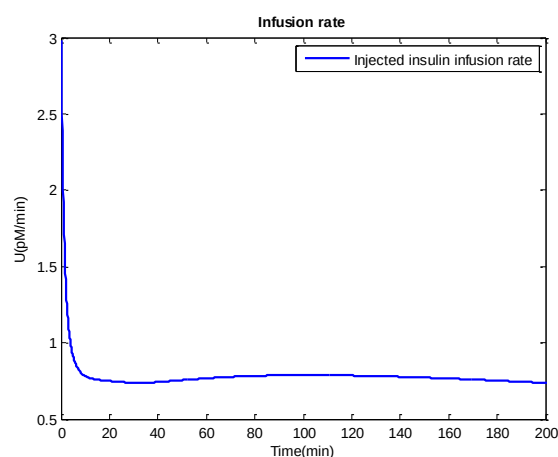
$$\tilde{B}(x_t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

¹ Bryson

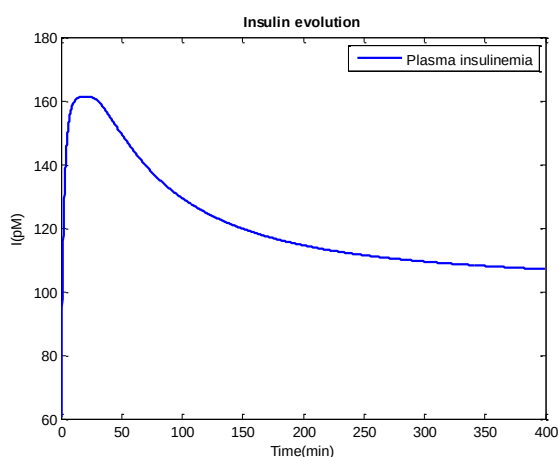
بیمار در حالت طبیعی قرار گرفته است، با این وجود ردیابی کامل سیگنال گلوکز مرجع در زمان‌های نمونه برداری بیش‌تر رخ می‌دهد.



شکل ۱. ردیابی گلوکز خون مرجع با اعمال کنترل کننده برای بیمار مورد ۱



شکل ۲. نرخ تزریق انسولین (سیگنال کنترلی اعمال شده) بیمار مورد ۱



شکل ۳. انسولین خون بیمار مورد ۱ با اعمال کنترل کننده

این روش تنها به عنوان یک نقطه شروع مناسب برای تعیین مقادیر ماتریس‌های وزنی Q و R هستند. با توجه به دامنه سیگنال‌های گلوکز (mM) و نرخ تزریق انسولین (pM/min)، مقادیر ماتریس‌های وزنی Q و R به صورت (۲۷) در نظر گرفته شده است.

$$Q = \text{diag}(0.001, 0.01, 0.001), R = 1000 \quad (27)$$

پارامترهای مدل غیرخطی بیماری دیابت برای بیمارهای مورد مطالعه بر اساس برازش حداقل مربعات تعمیم یافته بر داده‌های تجربی تست تزریق وریدی انسولین در [۱۲] بدست آمده است.

مقادیر I_b و G_b به صورت مستقیم قابل اندازه‌گیری بوده، برخی پارامترها هم چون G^* و V_i ثابت و شناخته شده بوده و پارامترهایی هم چون K_{xgi} ، τ_g ، K_{xi} و V_g برای هر بیمار تخمین زده می‌شود. پارامترهای T_{gh} و T_{igmax} نیز پارامتری است که بر اساس شرایط حالت ماندگار فیزیکی هر بیمار بر اساس روابط جبری تعیین می‌گردد. نتایج شبیه‌سازی صورت گرفته برای سه نوع شرایط بیمار دیابتی نوع ۱ بر اساس پارامترهای مدل غیرخطی تأخیری بیمار و روش کنترلی بهینه اعمال شده، بدست آمده است.

مورد ۱: بیمار مورد نظر شاخص توده بدنی 50^1 داشته، $G_b = 6.14$ نشانگر بالاتر از حد طبیعی گلوکز خون بیمار بوده و شاخص مقاومت انسولین $K_{xgi} \ll 10^{-4}$ می‌باشد. این فاکتورها بیانگر نرخ ترشح انسولین زیر نرمال برای بیمار تازه مبتلا شده دیابتی خواهد بود (که عواملی همچون چاقی، بی‌حرکتی، ژنتیک و...) منجر به کاهش تدریجی نرخ ترشح انسولین در بیمار شده است. این بیمار در صورتی که تحت درمان قرار نگیرد علائم ابتلا به دیابت نوع ۲ را نیز داراست. پارامترهای مدل غیرخطی تأخیری بیمار از [۱۲] به شرح (۲۸) است.

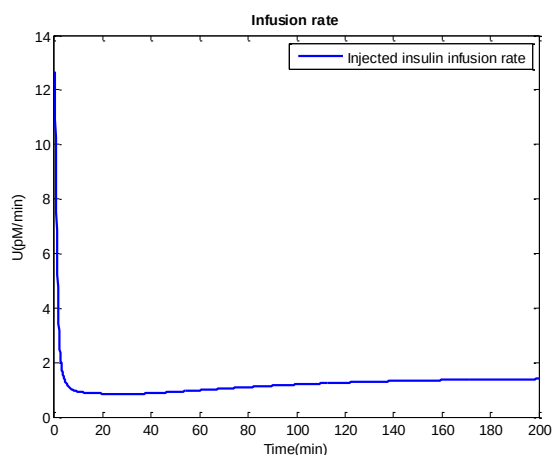
$$\begin{aligned} G_b &= 6.14 & V_g &= 0.187 \\ I_b &= 93.669 & K_{xi} &= 1.211 \times 10^{-2} \\ T_{igmax} &= 1.573 & T_{gh} &= 0.003 \\ \gamma &= 3.205 & V_i &= 0.25 \\ G^* &= 9 & K_{xgi} &= 3.11 \times 10^{-5} \\ \tau_g &= 24 \end{aligned} \quad (28)$$

سیگنال مرجع گلوکز به صورت کاهشی نمایی از مقدار اولیه گلوکز خون بیمار ($G_b = 6.14 mM$) به مقدار طبیعی $5.2 mM$ به صورت (۲۹) در نظر گرفته شده است.

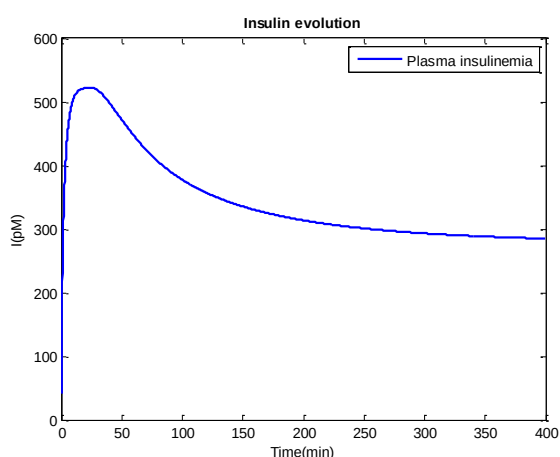
$$G_{ref}(t) = 5.2 + (6.14 - 5.2)e^{-0.02t} \quad (29)$$

در شکل‌های ۱ و ۲، به ترتیب همگرایی گلوکز خون بیمار دیابتی به سیگنال مرجع گلوکز، تغییرات انسولین در پلاسمای خون بیمار و نرخ تزریق انسولین به عنوان سیگنال کنترلی ارائه شده در سیستم کنترل بهینه حلقه بسته ملاحظه می‌شود. درواقع با گذشت کمتر از ۱۰۰ دقیقه شرایط

¹ Body Mass Index(BMI)



شکل ۵. نرخ تزریق انسولین (سیگنال کنترلی اعمال شده) بیمار مورد ۲



شکل ۶. انسولین خون بیمار مورد ۲ با اعمال کنترل کننده

مورد ۳: بیمار مورد مطالعه در این بخش از نظر فیزیک بدنی مشابه

مورد ۱ و ۲ بوده، اما این بیمار پس از ابتلا به بیماری به مدت ۱ تا ۲ سال تحت هیچ عملیات درمانی قرار نگرفته و طبیعتاً سطح غلظت انسولین پانکراس او به حد زیادی افت کرده، در حالی که مقاومت انسولین وی تغییری نداشته است. در حقیقت این بیمار در وضعیت هایپرگلیسمی مزمن و مستعد دیابت نوع دوم واقع شده است. در این وضعیت پارامترهای متغیر مدل غیرخطی تأخیری به شرح (۳۲) خواهد بود.

$$\begin{aligned} G_b &= 10.37 & V_g &= 0.187 \\ I_b &= 48.95 & K_{xi} &= 1.211 \cdot 10^{-2} \\ T_{igmax} &= 0.242 & T_{gh} &= 0.003 \\ \gamma &= 3.205 & V_i &= 0.25 \\ G^* &= 9 & K_{xgi} &= 3.11 \cdot 10^{-5} \\ \tau_g &= 24 \end{aligned} \quad (32)$$

سیگنال مرجع گلوکز به صورت کاهشی نمایی از مقدار اولیه گلوکز خون بیمار ($G_b = 10.37 \text{ mM}$) به مقدار طبیعی 5.12 mM به صورت (۳۳) در نظر گرفته شده است.

مورد ۲: بیمار مورد مطالعه از نظر فیزیک بدنی مشابه بیمار مورد اول

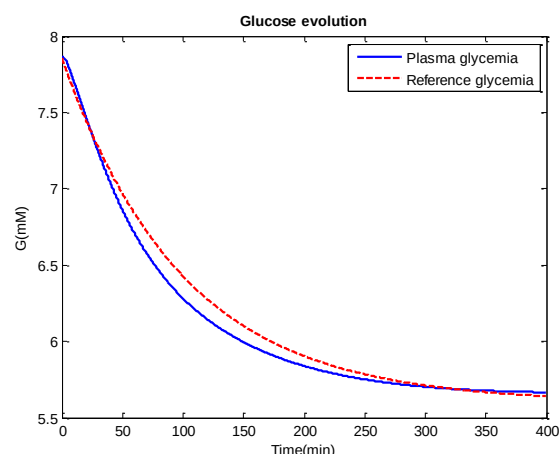
بوده، اما شاهد افزایش بحرانی مقاومت انسولین (که ناشی از عفونت یا عمل جراحی می‌باشد) هستیم. این اتفاق می‌تواند ناشی از تغییرات هورمونی مثلاً افزایش غلظت پلازما کورتیزول^۱ یا کاتکول آمین‌ها^۲ که خلاف عملکرد مناسب انسولین می‌باشند، محسوب شود. این پدیده اصطلاحاً هایپرگلیسمی^۳ نامیده می‌شود. در این حالت بیمار برای بازگشت به حد طبیعی گلوکز خون احتیاج به ترشح انسولین بیش‌تری از پانکراس خود دارد. در این وضعیت پارامترهای متغیر مدل غیرخطی تأخیری به شرح (۳۰) خواهد بود.

$$\begin{aligned} G_b &= 7.856 & V_g &= 0.187 \\ I_b &= 204.11 & K_{xi} &= 1.211 \cdot 10^{-2} \\ T_{igmax} &= 2.735 & T_{gh} &= 0.003 \\ \gamma &= 3.205 & V_i &= 0.25 \\ G^* &= 9 & K_{xgi} &= 10^{-5} \\ \tau_g &= 24 \end{aligned} \quad (30)$$

سیگنال مرجع گلوکز به صورت کاهشی نمایی از مقدار اولیه گلوکز خون بیمار ($G_b = 7.856 \text{ mM}$) به مقدار طبیعی 5.6 mM به صورت (۳۱) در نظر گرفته شده است.

$$G_{ref}(t) = 5.6 + (7.856 - 5.6)e^{-0.01t} \quad (31)$$

در شکل‌های ۴، ۵ و ۶ به ترتیب همگرایی گلوکز خون بیمار دیابتی به سیگنال مرجع گلوکز، تغییرات انسولین در پلاسمای خون بیمار و نرخ تزریق انسولین به عنوان سیگنال کنترلی ارائه شده در سیستم کنترل بهینه حلقه بسته ملاحظه می‌شود.



شکل ۴. ردیابی گلوکز خون مرجع با اعمال کنترل کننده برای بیمار مورد ۲

^۱ Cortisol
^۲ Catecholamines
^۳ Hyperglycemia

۲-۴- مقایسه نتایج با روش کنترل غیرخطی

Palumbo

Palumbo و همکارانش پس از ارائه مدل غیرخطی تأخیری در سال ۲۰۱۲ به ارائه روش کنترلی بر مبنای خطی سازی فیدبک با حذف تأخیر و هم‌چنین ارائه رویکرد غیرخطی تأخیردار، برای کنترل حلقه بسته بیماری دیابت پرداختند. قانون کنترلی حلقه بسته بر اساس روابط (۳۴) - (۳۵) بدست آمده است [۴].

$$u(t) = \frac{S(G(t), I(t), G(t - \tau_g)) - v(t)}{K_{xgi} G(t)}$$

$$S(G(t), I(t), G(t - \tau_g)) =$$

$$-K_{xgi} I(t) \left(-K_{xgi} I(t) G(t) + \frac{T_{gh}}{V_G} \right)$$

$$-K_{xgi} G(t) \left(-K_{xi} I(t) + \frac{T_{igmax}}{V_i} f(G(t - \tau_g)) \right)$$
(۳۴)

در رابطه (۳۴) $R \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$ به گونه ای تعیین می‌شود که مقادیر ویژه

ماتریس H در سمت چپ صفحه موهومی واقع شوند. هم‌چنین $v(t)$ مطابق با روابط (۳۵) خواهد بود.

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} R$$

$$e(t) = \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \end{bmatrix} = Z(t) - Z_{ref}(t)$$

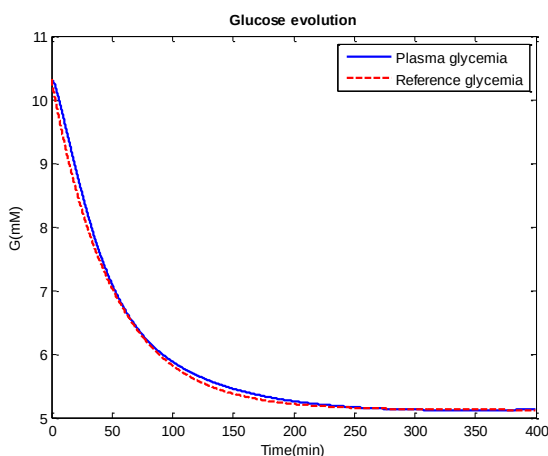
$$Z(t) = \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G(t) \\ -K_{xgi} G(t) I(t) + \frac{T_{gh}}{V_G} \end{bmatrix}$$
(۳۵)

$$v(t) = G_{ref}(t) + Re(t)$$

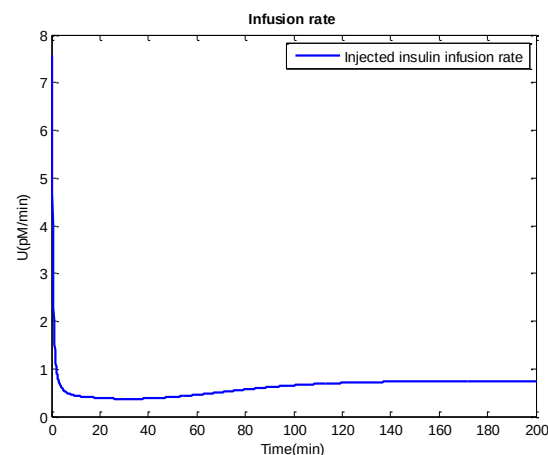
برای $t \geq -\tau_g$ و $Z_{ref}(t) = [G_{ref}(t) \quad \dot{G}_{ref}(t)]^T$ نتایج شبیه سازی روش Palumbo و روش ESDRE ارائه شده در مقاله برای سه مورد بیمار با پارامترهای ارائه شده از (۲۸) تا (۳۳) مطابق با شکل‌های (۱۰) تا (۱۲) ارائه شده است.

$$G_{ref}(t) = 5.12 + (10.37 - 5.12)e^{-0.02t} \quad (۳۳)$$

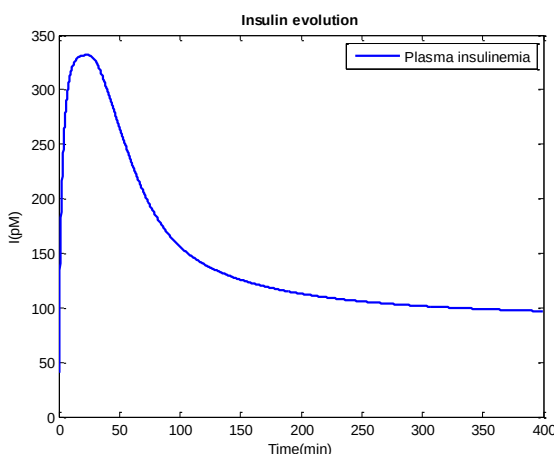
در شکل‌های ۸، ۷ و ۹ به ترتیب همگرایی گلوکز خون بیمار دیابتی به سیگنال مرجع گلوکز، تغییرات انسولین در پلاسمای خون بیمار و نرخ تزریق انسولین به عنوان سیگنال کنترلی ارائه شده در سیستم کنترل بهینه حلقه بسته ملاحظه می‌شود.



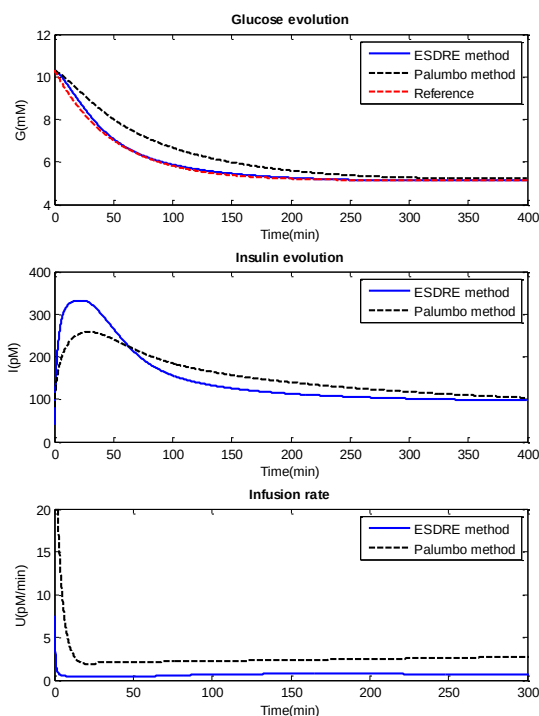
شکل ۷. ردیابی گلوکز خون مرجع با اعمال کنترل کننده برای بیمار مورد ۳



شکل ۸. نرخ تزریق انسولین (سیگنال کنترلی اعمال شده) بیمار مورد ۳



شکل ۹. انسولین خون بیمار مورد ۳ با اعمال کنترل کننده



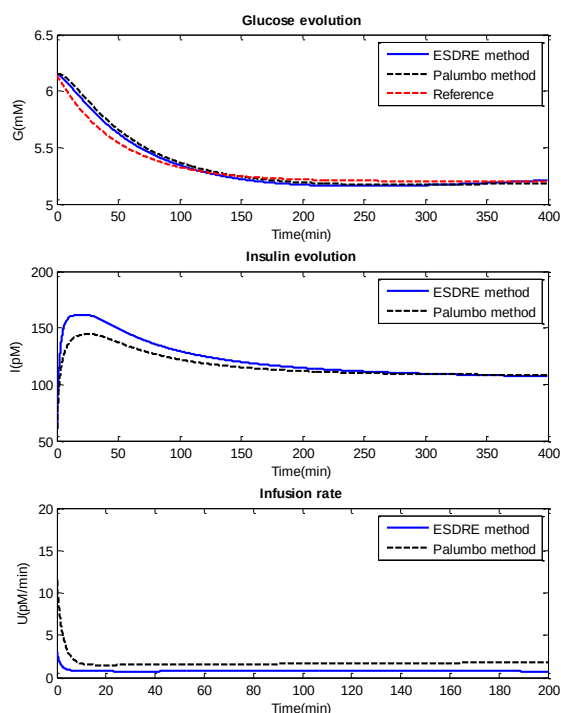
شکل ۱۲. مقایسه نتایج روش خطی سازی فیدبک Palumbo و روش

ESDRE بیمار ۳

نتایج شبیه‌سازی، نشان دهنده قابلیت ردیابی مناسب گلوکز مطلوب برای بیماران بر اساس نرخ تزریق بهینه انسولین می‌باشد و در مقایسه با نتایج Palumbo، برای هر سه بیمار ردیابی گلوکز مناسبی را شاهد هستیم و برای بیمار ۳ سرعت ردیابی گلوکز مرجع روش ESDRE نسبت به روش خطی سازی فیدبک به صورت قابل توجهی بهبود یافته است. دامنه سیگنال کنترلی یا نرخ تزریق انسولین برای هر ۳ بیمار نسبت به روش خطی سازی فیدبک کاهش یافته و در زمان کمتر از ۱۰ دقیقه به مقدار کوچک و نسبتاً ثابتی رسیده است که این موضوع بیانگر زودتر رسیدن بیمار به شرایط طبیعی بدن در ازای نرخ تزریق کمتر و کاهش هزینه‌ها خواهد بود و این امر یک مزیت طراحی ESDRE محسوب می‌شود. برای بیماران ۱ و ۳ دامنه انسولین موجود در پلاسما به ازای روش ESDRE در مقایسه با روش Palumbo افزایش یافته ولی چون این افزایش دامنه در محدوده طبیعی بدن بیمار قرار دارد، قابل قبول می‌باشد و از طرفی سایر پارامترهای مدل از جمله γ و T_{igmax} ، دامنه انسولین خون (I) را تحت کنترل قرار می‌دهند. نتایج مناسب روش ESDRE در مقایسه با روش خطی سازی فیدبک برای مدل‌های غیرخطی تأخیری نشان دهنده کارایی روش پیشنهادی می‌باشد.

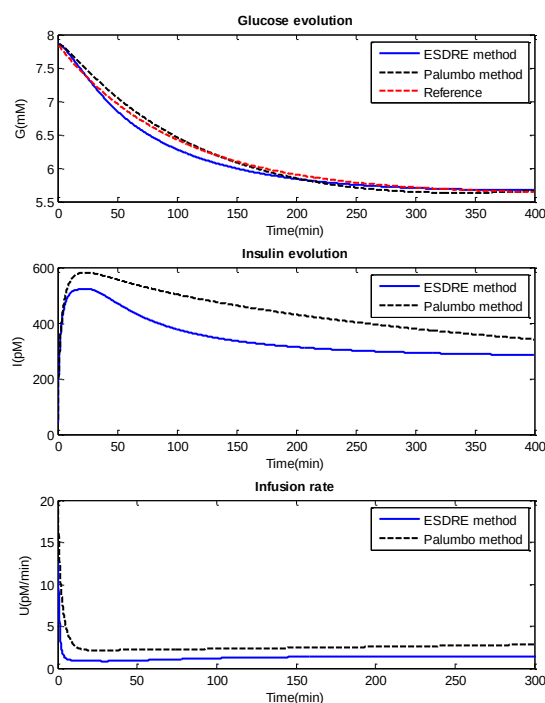
۵- نتیجه‌گیری و پیشنهادات

یکی از روش‌های کاربردی در کنترل بیماری دیابت استفاده از کنترل‌کننده بهینه به منظور رسیدن گلوکز فرد بیمار به حد طبیعی خود توسط نرخ تزریق بهینه انسولین، می‌باشد. در این مقاله طراحی سیستم



شکل ۱۰. مقایسه نتایج روش خطی سازی فیدبک Palumbo و روش

ESDRE بیمار ۱



شکل ۱۱. مقایسه نتایج روش خطی سازی فیدبک Palumbo و روش

ESDRE بیمار ۲

- [5] T. Çimen, "Systematic and effective design of nonlinear feedback controllers via state-dependent Riccati equation (SDRE) method," *Annual Reviews in Control*, 34, (1), pp. 32–51, (2010).
- [6] T. Çimen, "Survey of state-dependent Riccati equation in nonlinear optimal feedback control synthesis," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 35, (4), pp. 1025–1047, (2012).
- [7] Y. Batmani, H. Khaloozadeh, "On the design of human immunodeficiency virus treatment based on a non-linear time-delay model," *IET Systems Biology*, 2013, 10.1049/iet-syb.(2013).0012.
- [8] P. Palumbo, S. Panunzi, and A. De Gaetano, "Qualitative behavior of a family of delay differential models of the glucose-insulin system," *Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. B*, 7 (2007), 399–424.
- [9] D.V. Giang, Y. Lenbury, A. De Gaetano, P. Palumbo, "Delay model of glucose-insulin systems: global stability and oscillated solutions conditional on delays," *J. Mathematical Analysis and Applications*, 343 (2008), 996–1006.
- [10] S. Panunzi, P. Palumbo and A. De Gaetano, "A discrete single delay model for the intravenous glucose tolerance test, *Theoretical Biology and Medical Modelling*, (2007).
- [11] S. Panunzi, A. De Gaetano and G. Mingrone, "Insulin sensitivity determination from the discrete Single Delay Model," *IASI-CNR Research Report*, 662 (2007).
- [12] P. Palumbo, P. Pepe, S. Panunzi, "Robust closed-loop control of plasma glycemia: a discrete-delay model approach," *Mathematical biosciences and engineering*, (2007).
- [13] G.F. Franklin, J.D. Powell, and A. Emami-Naeini, "Feedback control of dynamic systems," Prentice-Hall, 1986, 6th edn. (2009).
- [14] P. Palumbo, P. Pepe, S. Panunzi, A. De Gaetano, "Glucose control by subcutaneous insulin administration: a DDE modelling approach," *Preprints of the 18th IFAC World Congress, Milano (Italy) August 28 - September 2*, (2011).
- [15] Marchetti G, Barolo M, Jovanovic L, Zisser H, Seborg DE, "An improved PID switching control strategy for type 1 diabetes," *IEEE Trans Biomed Eng.* (2008); 55:857–865.
- رگولاتوری گلوکز - انسولین به کمک مدل غیرخطی تأخیردار Palumbo برای بیماری دیابت در نظر گرفته شده است. سپس با استفاده از ایده روش شبه خطی سازی سیستم‌های غیرخطی تأخیردار و استفاده از روش کنترل بهینه حلقه بسته موسوم به ESDRE، همگرایی گلوکز خون بیمار به حد طبیعی آن در ۳ مورد بیمار دیابتی نوع ۱ و بدست آوردن نرخ تزریق بهینه ملاحظه شد. از آنجایی که روش‌های کنترل برای سیستم‌های غیرخطی تأخیردار (مخصوصاً تأخیر در حالت) به جز روش خطی سازی فیدبک که Palumbo نیز بعنوان راهکار آن را استفاده کرده توسعه چندانی نیافته، لذا روش پیشنهادی بعنوان یک راهکار قوی مطرح شده و توسعه یافته است. هم‌چنین نتایج بدست آمده با روش ارائه شده Palumbo بر مبنای خطی سازی فیدبک مقایسه گردید. از مزیت‌های روش پیشنهادی، قابلیت نوشتن فرم شبه خطی برای سیستم‌های غیرخطی تأخیردار به صورت‌های گوناگون دلخواه با توجه به حداقل سازی تابع‌های هزینه مورد نظر و هم‌چنین اعمال بر سایر سیستم‌های غیرخطی با تأخیر در متغیر حالت می‌باشد. نتایج شبیه‌سازی نشان‌دهنده عملکرد مطلوب کنترل‌کننده پیشنهادی بر سیستم‌های بیولوژیکی تأخیردار می‌باشد. توسعه روش پیشنهادی به مسائل کنترل بهینه افق محدود، قابلیت استفاده از این روش به سایر مدل‌های مشابه و نیز طراحی روترهای شبه خطی هنگامی که تمام حالت‌های سیستم اندازه‌گیری نمی‌شوند، از جمله پیشنهادات برای پژوهش‌های آتی است.

مراجع

- [1] A. Makroglou, I. Karaoustas, J. Li, Y. Kuang, "Delay differential equation models in diabetes modeling," *Theoretical Biology and Medical Modelling*, (2009).
- [2] L. Magni, D. M. Raimondo, C. Dalla Man, "Model predictive control of glucose concentration in type I diabetic patients: An in silico trial," *Biomedical Signal Processing and Control* 4 (2009) 338–346.
- [3] P. Kaveh, Yuri B. Shtessel, "Blood glucose regulation using higher-order sliding mode control," *Int. J. Robust Nonlinear Control* (2008); 18:557–569.
- [4] P. Palumbo, P. Pepe, S. Panunzi, A. De Gaetano, "Time-Delay Model-Based Control of the Glucose-Insulin System, by Means of a State Observer," *European Journal of Control* (2012) 6:591–606.

کنترل توربین بادی با ژنراتور القایی دوگانه تغذیه (DFIG) جهت استحصال حداکثر توان قابل جذب (MPPT)

دکتر سید بابک مظفری^۱، دکتر تورج امرایی^۲، محمود ابوالحسنی زرجو^۳

^۱ عضو هیأت علمی دانشکده مهندسی برق دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران mozafari_babak@yahoo.com

^۲ عضو هیأت علمی دانشکده مهندسی برق دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، amraee@kntu.ac.ir

^۳ دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده محیط زیست و انرژی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران، Mahmood.pe@gmail.com

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۳/۷/۱۳، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۳/۱۱/۱۲)

چکیده: در میان انرژی‌های تجدیدپذیر، انرژی باد بیشترین جذابیت را دارد. دلیل اصلی استفاده از نیروگاه بادی کاهش هزینه و آلودگی محیط زیست است. توان جذب شده از توربین‌های بادی که متصل به شبکه هستند به دلیل تغییرات باد ثابت نیست. توربین‌های بادی سرعت متغیر معمولاً به ژنراتور القایی دوگانه تغذیه تجهیز می‌باشند (DFIG). ژنراتورهای القایی دوگانه تغذیه در حقیقت ژنراتورهای القایی روتور سیم پیچی شده هستند که استاتور آنها مستقیماً به شبکه متصل است و روتور آنها از طریق دو کانورتور الکترونیک قدرت پشت به پشت به شبکه متصل می‌باشد.

این پژوهش بر کنترل یک ژنراتور القایی دوگانه تغذیه متصل به شبکه (DFIG) سیستم توربین بادی به جهت ردیابی بیشترین توان قابل جذب در سرعت‌های بادی متفاوت تأکید دارد، از اینرو از یک الگوریتم شبکه عصبی تعمیم یافته جهت تخمین سرعت باد استفاده می‌شود و حداکثر توان قابل جذب از هر سرعت باد مشخص از طریق یک جدول نظاره محاسبه می‌شود. در نهایت، کنترل برداری از کنترلر PI برای محاسبه ولتاژ کنترل روتور استفاده می‌کند تا توان اکتیو و راکتیو را کنترل و بیشترین توان از توربین بادی حاصل شود. نتایج شبیه سازی برای توربین بادی ۱.۵ مگاواتی نشان دهنده تأثیر این تکنیک جدید جهت جذب بیشترین توان است. همچنین، در نتیجه این روش، طیف هارمونیک جریان استاتور قابل قبولی دارد که نشان دهنده کیفیت توان تولیدی می‌باشد. جهت شبیه سازی از نرم افزار MATLAB/Simulink(R2012b) استفاده شده است.

کلمات کلیدی: توربین بادی، شبکه های عصبی، ژنراتور القایی دوگانه تغذیه، حداکثر توان

Control Of Wind Turbine With Double Fed Induction Generator (WFIG) To Track For Maximum Wind Power (MPPT)

Babak Mozafari, Tooraj Amraee, Mahmood Abolhasani

Abstract: Among renewable energies, wind energy has attracted more attention since 1991. The main objective for utilization of the wind plant is to reduce cost and environment pollution. It is well known that the power delivered by wind turbines which are directly coupled with grid is not constant as a result of wind variability. Thus in spite of sudden wind speed variations, farm generators should always be capable of extracting maximum possible mechanical power from the wind and converting it in to electrical power. Variable speed wind turbines are commonly equipped with doubly fed induction generators (DFIG). In fact, doubly fed induction generators are wound rotor induction generators that their stators are connected to grid directly and their rotors are connected to grid through two PWM back to back power electronic converters.

This thesis focuses on control of a grid-connected doubly fed induction generator (DFIG) based wind turbine system in order to track maximum absorbable power in different wind speeds.

First, the dynamic model of wind turbine, gear box and DFIG is developed. Then, a generalized regression neural network (GRNN) is used to estimate wind speed and the maximum absorbable power is determined through a look up table for per wind speed.

Finally vector control employs PI controller to calculate the required rotor control voltage for control of active and reactive power and obtaining maximum power from wind turbine. Simulation results on 1-MW wind turbine are provided and show the effectiveness of the new technique, for tracking maximum power. Also, this scheme has acceptable harmonic spectra of stator current from the perspective power quality. MATLAB/Simulink(R2012b) software has been used for simulating.

Keywords: Wind Turbine, Doubly Fed Induction Generator, Vector Control, Neural Network.

Keywords: Wind Turbine, Doubly Fed Induction Generator, Vector Control, Neural Network

۱- مقدمه

با توجه متنوع بودن نیازهای بشری در رابطه با انرژی و عدم قابلیت استفاده مستقیم از بسیاری از منابع انرژی اولیه، بشر متناسب با نیازهای خود اقدام به تغییر و تبدیل این انرژی‌ها، به نوع انرژی دلخواه خود نظیر انرژی الکتریکی گردیده است. انرژی الکتریکی عموماً از طریق سوخت‌های فسیلی تولید می‌شود. از طرفی سوخت‌های فسیلی علاوه بر عمر محدود، مشکلات زیست محیطی را نیز به همراه دارند. به همین علت استفاده از منابع تجدیدپذیر مانند باد مطرح شده است [۱].

پس از افزایش قیمت نفت در سال ۱۹۷۳، کشورهای پیشرفته صنعتی مجبور شدند به مساله انرژی جدی‌تر بنگرند و این امر سرآغاز برنامه‌های بلند مدت در زمینه صرفه جویی و بهینه سازی مصرف انرژی گردید. به عبارت بهتر استفاده از منابع انرژی تجدید پذیر، بخصوص انرژی باد، در دستور کار این کشورها قرار گرفت [۲]. از اصلی ترین مشکلاتی که در بهره‌برداری از توربین‌های بادی مطرح می‌شود کنترل آنها می‌باشد. کنترل توربین بادی در حالت کلی دو محور اصلی را شامل می‌شود، که عبارتند از:

۱- حداکثر توان مکانیکی قابل جذب از توربین بادی به ازای مقادیر مختلف سرعت باد متفاوت می‌باشد. بنابراین حداکثر توان مکانیکی قابل جذب در هر لحظه باید تعیین شود.

۲- ژنراتور توربین باید طوری کنترل شود که در هر لحظه بتواند حداکثر توان مذکور را ردیابی و تولید کند.

سیستم‌های توربین بادی مجهز به ژنراتور القایی دوگانه تغذیه دارای مزایای زیر می‌باشند:

در نتیجه ثابت بودن فرکانس الکتریکی شبکه و تنظیم فرکانس الکتریکی روتور امکان کنترل سرعت مکانیکی و جذب حداکثر توان از توربین بادی در آنها وجود دارد.

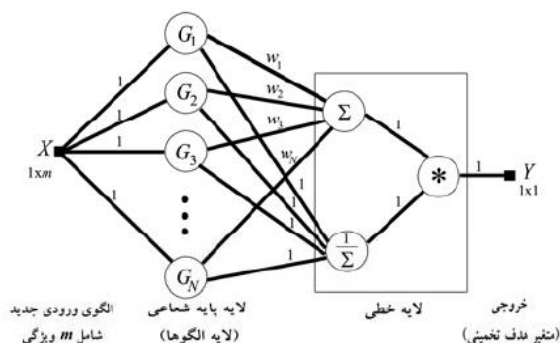
استهلاک ادوات مکانیکی سیستم کاهش می‌یابد.

توان نامی مبدل‌های الکترونیک قدرت مورد استفاده در توربین بادی مجهز به ژنراتور القایی دوگانه تغذیه بسیار کمتر از توان نامی مبدل الکترونیک قدرت مورد استفاده در توربین بادی مجهز به ژنراتور سنکرون می‌باشد.

در این پژوهش هدف کنترل سیستم توربین بادی سرعت متغیر مجهز به ژنراتور القایی دوگانه تغذیه برای استحصال حداکثر توان می‌باشد. کنترل توان ژنراتور القایی دوگانه تغذیه از طریق مبدل الکترونیک قدرت سمت روتور صورت می‌پذیرد.

۲- شبکه عصبی رگرسیون تعمیم یافته

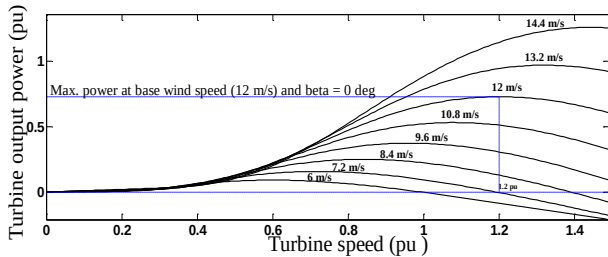
شبکه عصبی رگرسیون تعمیم یافته (GRNN) شکل تغییر یافته ای از شبکه عصبی تابع پایه شعاعی (RBFNN)^۱ است که برای تخمین توابع مناسب است. GRNN شامل دو لایه است: لایه اول آن که لایه پایه شعاعی^۲ نامیده می‌شود، مشابه لایه اول RBFNN است؛ ولی لایه دوم آن که یک نوع لایه خطی است، کمی با لایه دوم RBFNN متفاوت است [۳].



شکل ۱- ساختار کلی GRNN

^۱ - Radial Basis Function Neural Network

^۲ - Radial Basis Layer



شکل ۳ - منحنی مشخصه توان مکانیکی توربین بادی به ازای مقادیر مختلف سرعت باد.

۱- به ازای هر سرعت باد، یک مقدار حداکثر برای توان مکانیکی توربین بادی می توان تعریف کرد که توان تولیدی ژنراتور باید این مقدار را ردیابی کند. یعنی در این روش باید توان ژنراتور کنترل شود. برای پیاده سازی این استراتژی در [۷] از یک جدول نظاره استفاده شده است. در این پژوهش یک الگوریتم جدید با استفاده از شبکه های عصبی برای تعیین حداکثر توان قابل جذب به ازای مقادیر مختلف سرعت باد معرفی خواهد شد که جهت پیاده سازی آن نیازی به سنسور نمی باشد و این موضوع یکی از مزیت های آن به حساب می آید.

در [۸] از یک تخمین گر به نام *MRAS* برای تخمین سرعت چرخشی استفاده شده است. برای تنظیم این تخمین گر *MRAS* و جبران تغییرات پارامترها و عدم قطعیت ها تخمین جداگانه سرعت با استفاده از یک الگوریتم آنالیز طیفی هارمونیک های روتور انجام می شود. این الگوریتم می تواند تغییرات سریع هارمونیک را با دقت بالا دنبال کند. دو اینور پست به پشت ارتباط بین ژنراتور و شبکه را تشکیل می دهند کانورتور جلویی با استفاده از کنترل برداری کنترل می شود و ولتاژ لینک *dc* با استفاده از کنترلر فازی *PI* تنظیم می شود.

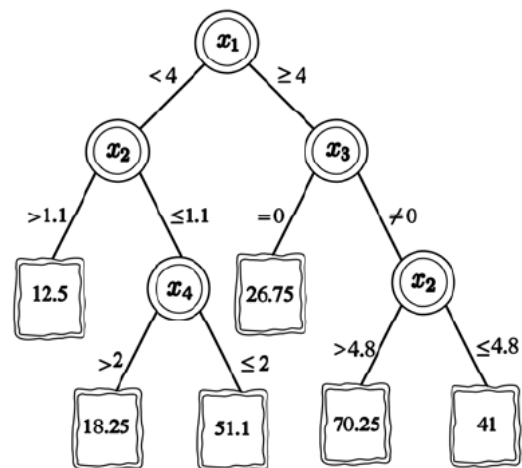
در [۹] کنترل هوشمند شبکه عصبی یک توربین القایی دو گانه تغذیه ارائه شده است تا کارکرد سیستم را در حالت های گذرای تمامی سرعت های باد بهبود دهد. با استفاده از شبکه عصبی مقدار *Cp* تخمین زده می شود در این پژوهش ابتدا الگوریتم شبکه عصبی با استفاده از نمودار *Cp* به ازای مقادیر مختلف θ و λ آموزش داده می شود و سپس با استفاده از تمامی مقادیر ورودی θ و λ مقدار *Cp* را حدس بزند.

در [۱۰] با استفاده از کنترلر شبکه عصبی برای کنترل توان راکتیو مزرعه بادی با توربین های بادی دو گانه تغذیه انجام می شود. علی الخصوص، آموزش همزمان با هدف کنترل برپایه برنامه ریزی دینامیک بهبود یافته برای کنترل مزرعه بادی و اتصال به شبکه. این کنترلر می تواند به طور موثر نوسانات سیستم مزرعه بادی بعد از اتصال به زمین را دفع کند. مشخصه توان - سرعت مکانیکی توربین بادی به ازای مقادیر مختلف سرعت باد در شکل ۳ آورده شده است. نقاط اکسترمم هر یک از

شکل ۱- ساختار کلی *GRNN* را که در آن مقدار متغیر هده γ براساس الگوی ورودی X (شامل m ویژگی) تخمین زده می شود، نمایش می دهد. در این شکل، * نشان دهنده عملگر ضرب، Σ نشان دهنده عملگر جمع و $1/\Sigma$ نشان دهنده عملگر محاسبه کننده معکوس مجموع است. تعداد نرون های لایه پایه شعاعی برابر تعداد الگوهای یادگیری موجود N است. مقدار وزنی w_i برابر مقدار متغیر هدف متناظر با الگوی یادگیری i ام، γ_i ، در نظر گرفته می شود. همچنین، G_i نشان دهنده تابع پایه شعاعی (تابع گوسی) مربوط به نرون i ام در لایه پایه شعاعی است و بر حسب رابطه ذیل تعریف می گردد:

$$G_i = \exp\left(-\frac{\gamma\|X-X_i\|^3}{\sigma^2}\right) \quad (1)$$

در رابطه فوق، $\| \cdot \|$ عملگر محاسبه کننده نرم اقلیدسی، σ میزان پراکندگی توابع پایه شعاعی و X_i بردار الگوی یادگیری i ام است. همچنین، γ عدد ثابتی است که در برخی از مراجع برابر ۰.۵ و در برخی دیگر برابر $\ln(0.5)$ در نظر گرفته شده است. اگر γ برابر $\ln(0.5)$ در نظر گرفته شود و براین اساس، اگر فاصله اقلیدسی الگوی ورودی X از الگوی موجود X_i برابر σ باشد، مقدار تابع G_i برابر ۰.۵ خواهد شد. همانطور که مشخص است، تنها پارامتر *GRNN*، میزان پراکندگی توابع پایه شعاعی، σ ، است.



شکل ۲: یک نمونه از درخت تصمیم رگرسیونی

۳- استراتژی ردیابی حداکثر توان قابل جذب

در شکل ۳ مشخصه توان مکانیکی توربین بادی- سرعت دورانی توربین بادی به ازای مقادیر مختلف سرعت باد رسم شده است. با توجه به این شکل برای جذب حداکثر توان مکانیکی به ازای مقادیر مختلف سرعت باد استراتژی ذیل قابل پیاده سازی می باشد:

$$\bar{\lambda}_s = \lambda_s = \lambda_d; \lambda_q = 0; \frac{d\lambda_q}{dt} = 0 \quad (7)$$

اگر قاب هم راستا با شار استاتور را قاب dq نامگذاری شود، روابط ولتاژ و شار استاتور در قاب dq با ثابت فرض کردن شار استاتور و صفر در نظر گرفتن مقاومت استاتور، روابط بصورت زیر تبدیل می شود:

$$v_{ds} = 0 \quad (8)$$

$$v_{qs} \approx -\omega_r \lambda_d \approx |\vec{v}_s| \quad (9)$$

$$\vec{\lambda}_s = L_s \vec{i}_s + L_{ms} \vec{i}_s + L_m \vec{i}_r = L_s \vec{i}_s + L_m \vec{i}_r \quad (10)$$

$$\lambda_{ds} + j\lambda_{qs} = L_s(i_{ds} + ji_{qs}) + L_m(i_{dr} + ji_{qr}) \quad (11)$$

$$\lambda_{qs} = L_s i_{qs} + L_m i_{qr} = 0 \quad (12)$$

$$\lambda_{ds} = L_m |\vec{i}_{ms}| = L_s i_{ds} + L_m i_{dr} \quad (13)$$

بنابراین توان های اکتیو و راکتیو استاتور برابر با مقادیر زیر می باشد :

$$P_s = \frac{3}{2} (v_{ds} i_{ds} + v_{qs} i_{qs}) \quad (14)$$

$$Q_s = \frac{3}{2} (v_{qs} i_{ds} - v_{ds} i_{qs}) \quad (15)$$

$$P_r = \frac{3}{2} (v_{dr} i_{dr} + v_{qr} i_{qr}) \quad (16)$$

$$Q_r = \frac{3}{2} (v_{qr} i_{dr} - v_{dr} i_{qr}) \quad (17)$$

$$P_s \approx \frac{3}{2} v_{qs} i_{qs} \approx \frac{3}{2} |\vec{v}_s| i_{qs} \quad (18)$$

$$Q_s \approx \frac{3}{2} v_{qs} i_{ds} \approx \frac{3}{2} |\vec{v}_s| i_{ds} \quad (19)$$

حال با توجه به روابط (۵-۶) و (۵-۷) برای مولفه های جریان استاتور داریم:

$$i_{ds} = \frac{L_m}{L_s} (|\vec{i}_{ms}| - i_{dr}) \quad (20)$$

$$i_{qs} = -\frac{L_m}{L_s} (i_{qr}) \quad (21)$$

نهایتاً با توجه به روابط (۱۸) و (۱۹) برای توان های اکتیو و راکتیو استاتور داریم:

$$P_s = -\frac{3}{2} \frac{L_m}{L_s} |\vec{v}_s| i_{qr} \quad (22)$$

$$Q_s = \frac{3}{2} \frac{L_m}{L_s} |\vec{v}_s| (|\vec{i}_{ms}| - i_{dr}) \quad (23)$$

بنابراین با توجه به روابط (۲۲) و (۲۳) توان های اکتیو و راکتیو استاتور بصورت مستقل قابل کنترل هستند. به عبارت دیگر یکی از طریق مولفه ی جریان q و دیگری از طریق مولفه ی جریان d قابل کنترل هستند. این موضوع، در واقع اصل مفهوم کنترل برداری می باشد. به عبارت بهتر برای کنترل توان های اکتیو و راکتیو ابتدا مولفه های جریان روتور باید جداسازی شوند. اما با توجه به اینکه هدف اصلی کنترل توان های اکتیو و

مشخصه ها در واقع معرف حداکثر توان قابل جذب به ازای هر سرعت باد می باشد. بنابراین می توان در یک جدول حداکثر توان قابل جذب را به ازای مقادیر مختلف سرعت دورانی توربین و سرعت باد مشخص کرد (جدول ۱).

جدول ۱- حداکثر توان قابل جذب به ازای مقادیر مختلف سرعت دورانی

سرعت باد (m/s)	سرعت توربین (pu)	حداکثر توان مکانیکی قابل جذب (pu)
۶	۰/۶۰۱	۰/۰۹۱۲۵
۷/۲	۰/۷۲۱	۰/۱۵۷۷
۸/۴	۰/۸۵۱	۰/۲۵۰۳
۹/۶	۰/۹۶۱	۰/۳۷۳۸
۱۰/۸	۱/۰۸۱	۰/۵۳۲۲
۱۲	۱/۲۰۱	۰/۷۳
۱۳/۲	۱/۳۲۱	۰/۹۷۱۶
۱۴/۴	۱/۴۱۱	۱/۲۶

در واقع با توجه به سرعت باد موجود، توان های ارائه شده در جدول بالا به عنوان توان رفرنس تعریف گردیده و ژنراتور طوری کنترل می شود که همیشه این مقادیر را دنبال کند و سیستم همیشه در نقاط اکسترم کار می کند که روش استفاده شده در این پژوهش می باشد. برای تخمین سرعت باد در این پژوهش از شبکه عصبی رگرسیون تعمیم داده شده، استفاده شده است. بردار ورودی شامل داده های توان مکانیکی و سرعت ژنراتور می باشد. همچنین بردار خروجی شامل دیتای سرعت باد می باشد. ابتدا شبکه عصبی توسط داده های مربوط به مشخصه توان، سرعت ژنراتور و سرعت باد (جدول ۱) آموزش داده می شود و پس از آن، با ورود اطلاعات جدید مربوط به توان و سرعت ژنراتور، سرعت باد بصورت بلادرنگ تخمین زده می شود. بردار ورودی شبکه عصبی مربوط به داده های توان مکانیکی از روابط زیر محاسبه می شود:

$$P_m \approx P_e + P_{loss} = (P_s + P_r) + P_{loss} \quad (5)$$

$$P_{loss} \approx R_s (i_{ds}^2 + i_{qs}^2) + R_r (i_{dr}^2 + i_{qr}^2) + R_{R-L} (i_{d-grid-converter}^2 + i_{q-grid-converter}^2) + F\omega_r^2 \quad (6)$$

در رابطه (۵)، P_{loss} معادل تلفات الکتریکی ژنراتور می باشد.

۴- طراحی کنترلر جهت کنترل توان

روش کلاسیک برای کنترل توان اکتیو و راکتیو ژنراتور القایی دو گانه تغذیه، روش کنترل برداری (Vector Control) می باشد. برای پیاده سازی روش کنترل برداری از کنترلر PI استفاده می شود.

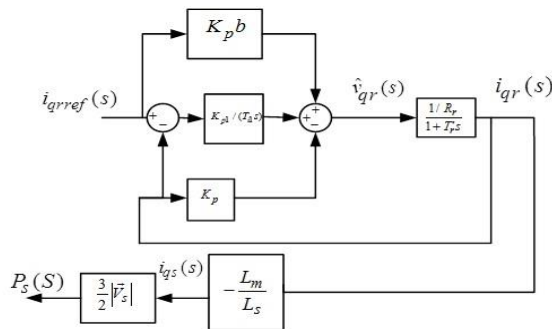
۴.۱. مفهوم کنترل برداری

در صورتی که قاب مرجع هم راستا با شار استاتور λ_s در نظر گرفته شود، داریم [۱۱] و [۱۲]:

همچنین با توجه روابط (۲۵) و (۲۶) برای مولفه q ولتاژ روتور داریم:

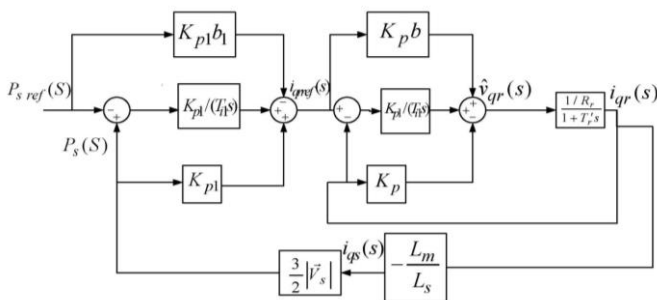
$$v_{qr} = \underbrace{R_r i_{qr} + \sigma L_r \frac{di_{qr}}{dt}}_{\hat{V}_{qr}} + \underbrace{\omega_{sl} \left(\frac{L_m^2}{L_s} (\dot{i}_{ms}) + L_r i_{dr} \right)}_{V_{Fqr}}, L' = L_r - \frac{L_m^2}{L_s}$$

مولفه ولتاژ q روتور با توجه به رابطه (۲۸) خود شامل دو مولفه می- باشد، یک مولفه شامل فیدبک از مولفه q جریان روتور می- باشد و مولفه دیگر شامل فیدفروارد از مولفه d جریان روتور است. بنابراین حلقه کنترلی داخلی برای " $\hat{V}_{qr}$ " بصورت شکل ۶ نتیجه می- شود:



شکل ۶ - حلقه کنترل داخلی مولفه ولتاژ d روتور

حال با توجه به شکل ۶ و رابطه (۲۸) حلقه کنترلی برای کنترل توان اکتیو استاتور بصورت شکل ۷ نتیجه می- شود:



شکل ۷ - حلقه کنترل توان اکتیو استاتور

در نهایت بلوک دیاگرام کل ساختار کنترل برداری توربین بادی در شکل ۸ نمایش داده شده است.

راکتیو از طریق تزریق ولتاژ روتور می- باشد؛ بنابراین باید به نحوی روابط مولفه- های جریان روتور با مولفه- های ولتاژ روتور مشخص شود برای مولفه- های شار روتور داریم:

$$\lambda_{dr} + j \lambda_{qr} = L_r (i_{dr} + j i_{qr}) + L_m (i_{ds} + j i_{qs}) \quad (24)$$

$$\lambda_{dr} = L_r i_{dr} + L_m i_{ds} = L_r i_{dr} + \frac{L_m^2}{L_s} (\dot{i}_{ms}) - i_{dr} \quad (25)$$

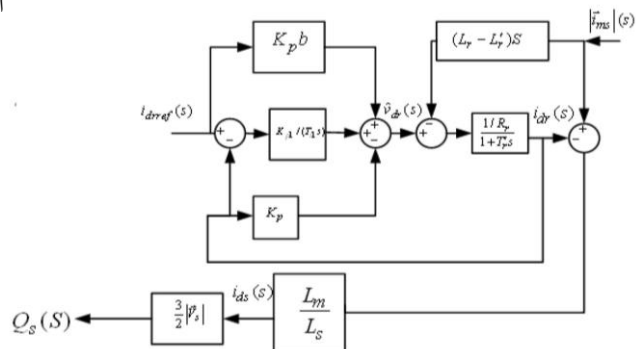
$$= \frac{L_m^2}{L_s} (\dot{i}_{ms}) + L_r i_{dr}, L' = L_r - \frac{L_m^2}{L_s}$$

$$\lambda_{qr} = L_r i_{qr} + L_m i_{qs} = (L_r - \frac{L_m^2}{L_s}) i_{qr} = L' i_{qr}, L' = L_r - \frac{L_m^2}{L_s} \quad (26)$$

با توجه به روابط (۲۵) و (۲۶) برای مولفه d ولتاژ روتور داریم:

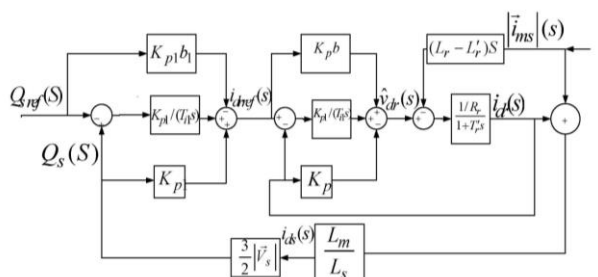
$$v_{dr} = \underbrace{R_r i_{dr} + \sigma \frac{di_{dr}}{dt} - \frac{L_m^2}{L_s} \left(\frac{di_{ms}}{dt} \right)}_{\hat{V}_{dr}} - \underbrace{\omega_{sl} L_r i_{qr}}_{V_{Fdr}} \quad (27)$$

بنابراین مولفه ولتاژ d روتور خود شامل دو مولفه می- باشد، یک مولفه شامل فیدبک از مولفه d جریان روتور می- باشد و مولفه دیگر شامل فیدفروارد از مولفه q جریان روتور است. بنابراین حلقه کنترلی داخلی برای " $\hat{V}_{dr}$ " بصورت شکل ۳ نتیجه می- شود:



شکل ۴ - حلقه کنترل داخلی مولفه ولتاژ d روتور

حال با توجه به شکل ۴ و رابطه (۲۷) حلقه کنترلی برای کنترل توان راکتیو استاتور بصورت شکل ۵ نتیجه می- شود:



شکل ۵ - حلقه کنترلی برای کنترل توان راکتیو استاتور

این معادلات در دستگاه مرجع گردان سنکرون d و q و با توجه به کنترل ولتاژ گرای استاتور (شبکه) و هم راستا کردن محور d دستگاه مرجع با موقعیت بردار ولتاژ استاتور، ولتاژ محور q صفر خواهد شد (مشابه کنترل میدان گرای شار استاتور برای کنترل برداری مبدل طرف ماشین) و چون دامنه ولتاژ شبکه ثابت است، ولتاژ محور d ثابت است ($V_q = 0, V_d = V_s$)، بدین ترتیب توان اکتیو و راکتیو به ترتیب متناسب با i_d و i_q خواهد شد که این همان اساس کنترل دکوپله dq است، که مبدل طرف شبکه جریان را به گونه ای تنظیم می کند که جریان محور d برای تنظیم ولتاژ لینک DC و مولفه جریان محور q جهت تنظیم توان راکتیو بکار می رود.

$$V_d = Ri_{ds} + L \frac{di_{ds}}{dt} - \omega_1 Li_{qs} + V_{ds} \quad (31)$$

$$V_q = Ri_{qs} + L \frac{di_{qs}}{dt} - \omega_1 Li_{ds} + V_{qs}$$

که ω_1 سرعت سیستم مرجع یا فرکانس شبکه است. با چشم پوشی از تلفات هارمونیک بدلیل سویچینگ مبدل و تلفات ماشین و تلفات مبدل، معادله تعادل قدرت اکتیو بصورت زیر است:

$$V_{dc} I_{dc} = \frac{3}{2} V_d I_d = P_r ; V_q = 0 \quad (32)$$

با توجه به مدولاسیون m_1 :

$$V_d = \frac{m_1}{2\sqrt{2}} V_{dc} \quad (33)$$

بنابراین با توجه به معادله (۵-۲۶):

$$I_{dc} = \frac{3m_1}{4\sqrt{2}} I_d \quad (34)$$

معادله ولتاژ لینک DC به صورت زیر نوشته می شود:

$$C \frac{dV_{dc}}{dt} = I_{dc} - I'_{dc} = \frac{3m_1}{4\sqrt{2}} I_d - I'_{dc} \quad (35)$$

این معادله بیان می کند که ولتاژ لینک DC یعنی V_{dc} از طریق کنترل جریان I_d کنترل می گردد. قدرت راکتیو ارسالی یا تحویلی به شبکه می شود:

$$Q_r = \frac{3}{2} (V_d I_q - V_q I_d) = \frac{3}{2} V_d I_q ; V_q = 0 \quad (36)$$

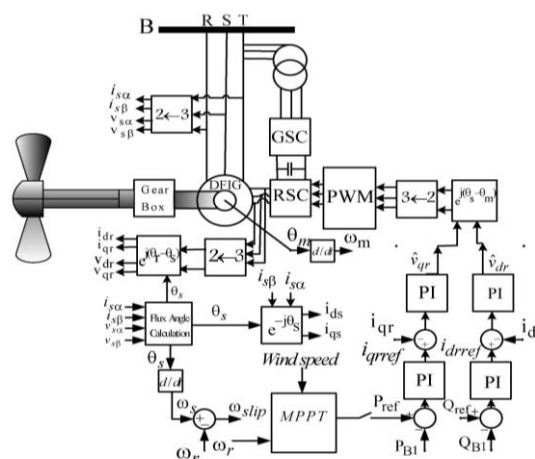
همانطور که دیده می شود قدرت راکتیو از شبکه، قدرت ارسالی یا تحویلی از مبدل طرف شبکه می تواند از طریق جریان محور q (I_q) کنترل گردد.

ولتاژهای دکوپله کننده از معادلات (۳۱) بدست می آیند:

$$V'_{ds} = \omega_1 L I_q + V_d \quad (37)$$

$$V'_{qs} = \omega_1 L I_d$$

طرح کنترل برداری بیان شده در قسمت قبل در شکل ۱۰ دیده می شود.



شکل ۸ - کل ساختار کنترل برداری توربین بادی مجهز به ژنراتور DFIG

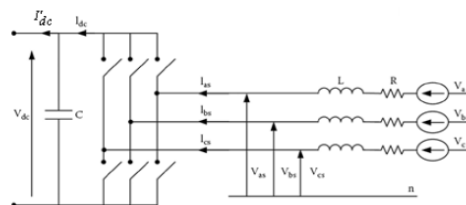
۴.۲. کنترل برداری مبدل سمت شبکه

وظیفه اصلی این مبدل ثابت نگه داشتن ولتاژ لینک DC می باشد. البته کنترل بخشی از توان راکتیو سیستم نیز از طریق این مبدل امکان پذیر است. در شرایط زیر سنکرون و فوق سنکرون مبدل سمت شبکه به ترتیب عملکرد یکسوسازی و اینورتری دارد. ولتاژ لینک DC از طریق مولفه جریان d مبدل سمت شبکه و توان راکتیو نیز از طریق مولفه جریان q مبدل سمت شبکه قابل کنترل می باشد. مبدل طرف شبکه از طریق یک ترانسفورماتور افزاینده به شبکه قدرت متصل می گردد (سمت ولتاژ بالای ترانس در طرف شبکه است). با یک نسبت تبدیل روتور به استاتور a_{rs} بیشتر از یک، از ساختار قدرت حذف می شود.

$$a_{rs} \approx \frac{1}{|S_{max}|} > 1 \quad (29)$$

با توجه به رابطه (۲۹)، در لغزش ماکزیمم، ولتاژ روتور با ولتاژ استاتور برابر می گردد. بطور عمومی، مبدل ولتاژ طرف شبکه بمنظور کاهش فلوئ هارمونیک های جریان در شبکه قدرت از فیلتر قدرت استفاده می -

نماید. شکل ۹ چنین فیلتری را نشان می دهد [۱۳] و [۱۴] و [۱۵].



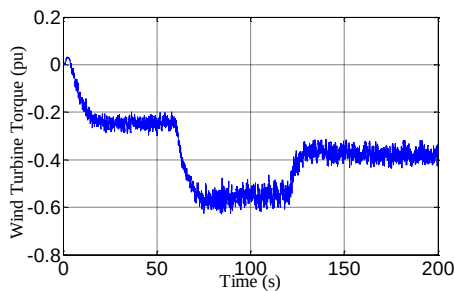
شکل ۹ - مبدل ولتاژ طرف شبکه

وجود فیلتر قدرت طرف شبکه جهت حالت عملکرد نهایی DFIG، ضروری است. هدف مبدل طرف شبکه ثابت نگه داشتن ولتاژ لینک DC صرف نظر از دامنه و جهت انتقال توان روتور است.

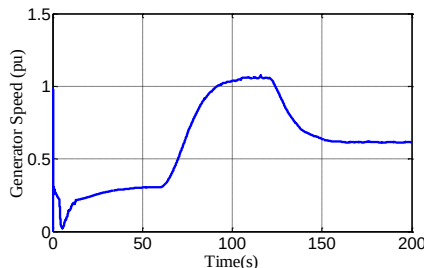
معادلات ولتاژ در طول سلف ها (L, R) به صورت ذیل است:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} I_{as} \\ I_{bs} \\ I_{cs} \end{bmatrix} + L \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{as} \\ I_{bs} \\ I_{cs} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_{as} \\ V_{bs} \\ V_{cs} \end{bmatrix} \quad (30)$$

در نتیجه اعمال این سرعت باد به توربین بادی، گشتاور مکانیکی T_m در شکل ۱۲ و همچنین سرعت روتور ژنراتور در شکل ۱۳ حاصل شده است.



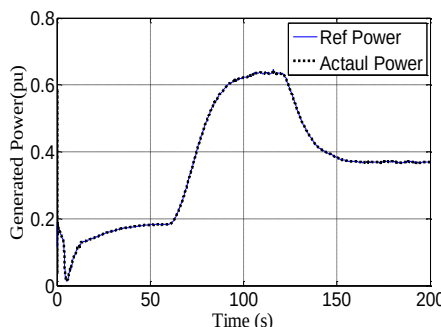
شکل ۱۲ - گشتاور توربین بادی



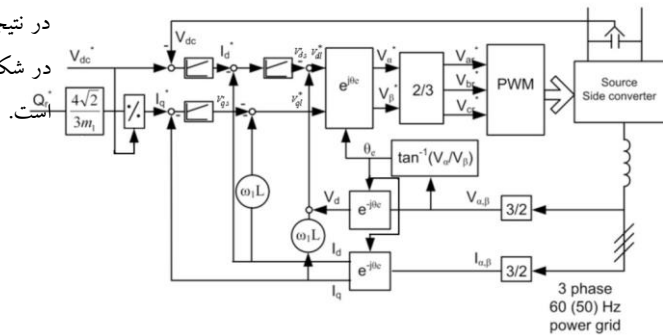
شکل ۱۳ - سرعت روتور ژنراتور به ازای مقادیر تخمین زده شده سرعت باد

۵.۱. نتایج شبیه سازی کنترل مستقیم توان

در هر لحظه سرعت باد و حداکثر توان مکانیکی قابل جذب با استفاده از الگوریتم پیشنهادی تخمین زده می‌شود. در تصاویر شماره (۱۳-الف و ب) حداکثر توان قابل جذب و توان الکتریکی تولید شده کل سیستم به ازای مقادیر تخمین زده شده سرعت باد نشان داده شده است. اختلاف دینامیکی بین این دو شکل موج ناشی از تلفات سیستم می‌باشد. در این پژوهش به جهت کسب حداکثر توان اکتیو مقدار توان راکتیو ژنراتور صفر لحاظ شده است که نمودار آن نیز در شکل ۱۴ آورده شده است.

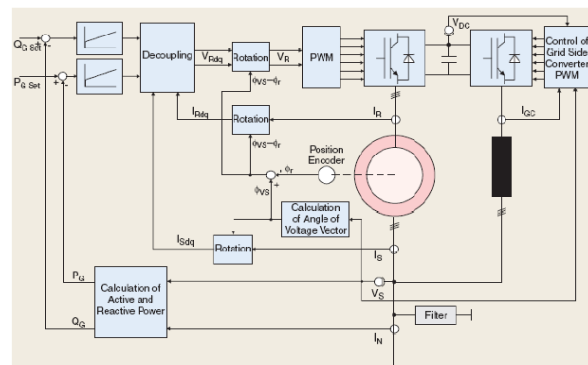


شکل ۱۴ - حداکثر توان مکانیکی قابل جذب و توان الکتریکی تولید شده (الف) - در فاصله زمانی ۰-۲۰۰ ثانیه



شکل ۱۰ - کنترل برداری مبدل سمت شبکه

شکل ۱۰ شمایی نسبتاً کامل از یک طرف کنترل برداری DFIG را نشان می‌دهد، که از یک شبه دیکوپله کننده بمنظور یافتن ولتاژهای روتور بهره می‌گیرد. این روش برای ژنراتور ۱/۵ مگاوات بکار رفته و نتایج عملی مقادیر شبیه سازی را تأیید می‌کند [۱۶].

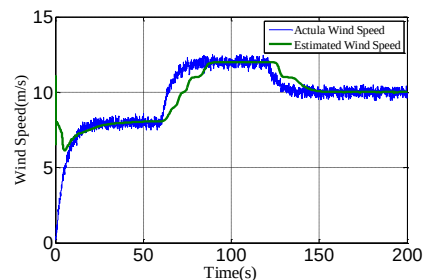


شکل ۱۰ - بلوک دیاگرام کنترل برداری DFIG

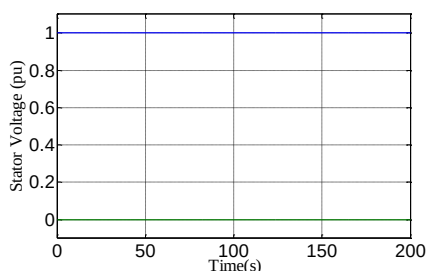
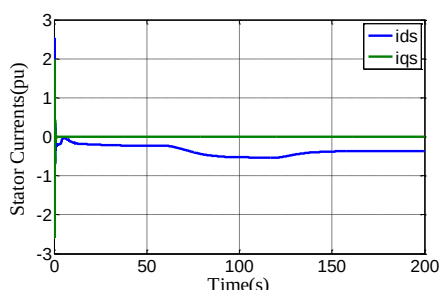
۵- نتایج شبیه سازی

در این بخش هدف ارائه نتایج شبیه‌سازی استراتژی کنترلی پیشنهادی (کنترل برداری با استفاده از کنترلر PI) برای توربین بادی مجهز به ژنراتور القایی دوگانه تغذیه با استفاده از نرم افزار $MATLAB\Simulink (R2012a)$ می‌باشد.

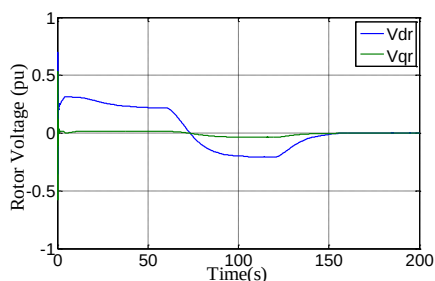
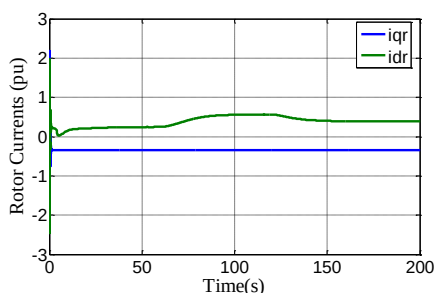
در شکل ۱۱ نمودار شبیه سازی مقادیر باد و همچنین مقادیر واقعی آن ارائه شده است. همانطور مشاهده می‌گردد، تخمین سرعت باد توسط شبکه‌های عصبی با دقت بالایی صورت پذیرفته است.



شکل ۱۱ - سرعت باد واقعی و تخمین زده شده

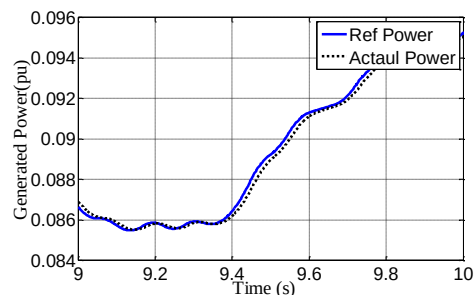
شکل ۱۷ - مولفه های q و d ولتاژ سیم پیچی های استاتورشکل ۱۸ - مولفه های q و d جریان سیم پیچی های استاتور

کنترل توان خروجی ژنراتور با توجه به تغییرات سرعت باد توسط ولتاژ اعمالی به روتور انجام می گردد، از اینرو نمودار ولتاژ و جریان اعمالی به روتور که در نتیجه کنترل برداری حاصل شده است در تصاویر شماره ۱۹ و ۲۰ ارائه شده است.

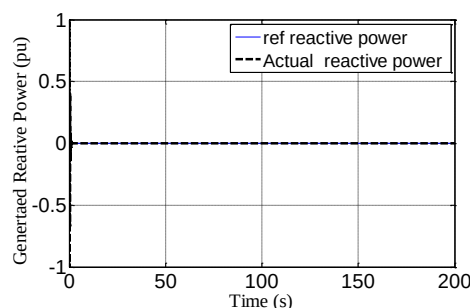
شکل ۱۹ - مولفه ولتاژ d و q اعمالی به روتورشکل ۲۰ - مولفه جریان d و q اعمالی به روتور

۵.۲. بررسی نتایج ردیابی حداکثر توان

نسبت سرعت نوک پره ها (λ) پارامتر مناسبی برای ارزیابی عملکرد کنترل کننده جهت تولید حداکثر توان توسط ژنراتور به ازای مقادیر مختلف سرعت باد می باشد. برای جذب حداکثر توان به ازای مقادیر مختلف سرعت باد مقدار C_p و λ به ترتیب باید ۰/۴۸ و ۸/۱ باشد [۱۷]. در تصاویر شماره ۲۱ و ۲۲ مشهود است که این کمیت ها حول نقاط

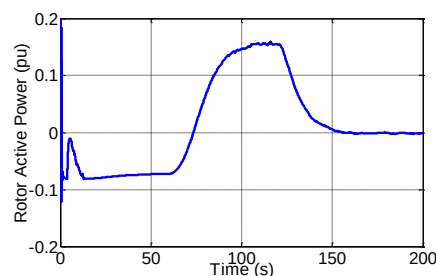


شکل ۱۳ ب - در فاصله زمانی ۹-۱۰ ثانیه

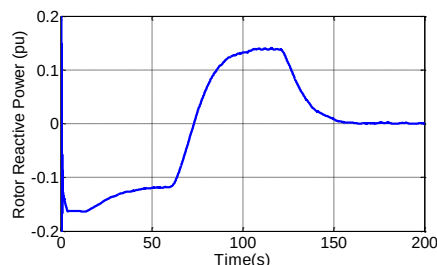


شکل ۱۴ - شکل موج توان راکتیو استاتور

با توجه به اینکه ژنراتور در چه مدی کار کند روتور می تواند به عنوان جذب کننده و یا تولید کننده توان عمل کند، در مد فوق سنکرون، روتور تولید کننده توان و در مد زیر سنکرون روتور به عنوان جذب کننده توان عمل می کند، نمودار توان اکتیو و راکتیو روتور در شکل ۱۵ و ۱۶ ارائه شده است.

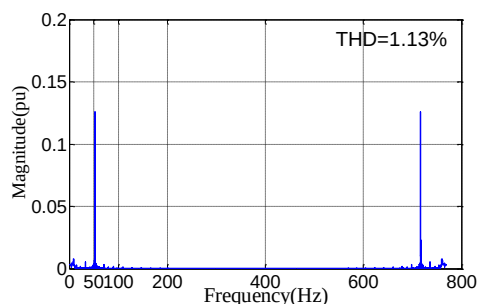


شکل ۱۵ - شکل موج توان اکتیو روتور

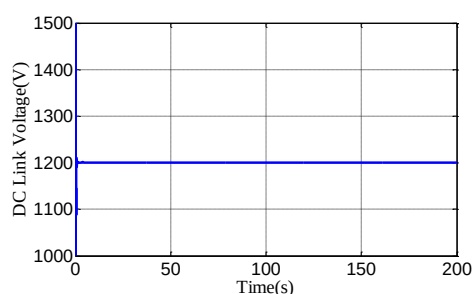


شکل ۱۶ - شکل موج توان راکتیو روتور

با توجه به اینکه ولتاژ استاتور به ولتاژ شبکه متصل بوده لذا دارای مقدار ثابتی می باشد، قاب سنکرون طوری در نظر گرفته شده است که مقدار ولتاژ d استاتور برابر صفر و مقدار ولتاژ q استاتور برابر ولتاژ شبکه (۱) پریونیت می باشد، در شکل ۱۷ و ۱۸ مقادیر d و q ولتاژ و جریان استاتور نمایش داده شده است.

شکل ۲۴ - مقدار THD جریان استاتور

در پایان ولتاژ لینک DC ارائه شده است (شکل ۲۵)، همانگونه که پیش از این نیز عنوان شده بود مقدار آن بایستی مقدار ثابتی باشد تا با آن بتوان ولتاژهای خروجی مبدل سمت روتور را کنترل کرد، مبدل سمت شبکه وظیفه ثابت نگه داشتن این ولتاژ را دارد.



شکل ۲۵ - ولتاژ لینک dc

۶- نتیجه گیری

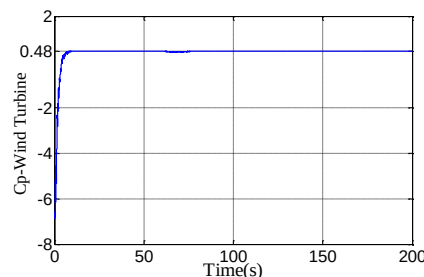
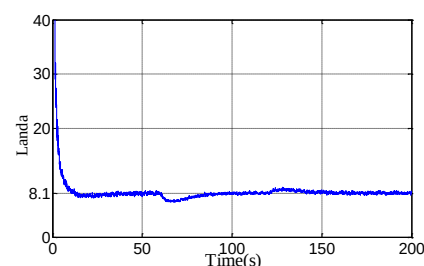
در سیستم های توربین بادی سرعت متغیر، ژنراتور از نوع ژنراتور القایی دو گانه تغذیه می باشد که استاتور مستقیماً به شبکه متصل بوده و روتور از طریق دو مبدل پشت به پشت به شبکه متصل می گردد. جهت استحصال حداکثر انرژی موجود در باد بایستی ژنراتور طوری کنترل گردد که ژنراتور در نقطه بهینه خود کار کند. الگوریتم پیشنهادی در این پژوهش به این شرح می باشد:

در ابتدا با توجه به توان و سرعت ژنراتور، توسط الگوریتم شبکه عصبی رگرسیون تعمیم یافته، سرعت باد تخمین زده می شود.

با استفاده از جدول نظاره و مقادیری که از قبل در این جدول تعریف شده اند، حداکثر مقدار توان مکانیکی قابل استحصال از باد تعیین می گردد.

با استفاده از کنترلر PI ، سیگنال های کنترلی d ، q روتور تعیین شده (کنترل برداری) و سپس این سیگنال های کنترلی به واحد مدولاسیون PWM فرستاده شده و این واحد مبدل الکترونیک قدرت سمت روتور را طوری کلید زنی می کند که ولتاژهای سه فاز مطلوب به روتور اعمال شوند در نتیجه سیستم می تواند مقادیر مرجع توان اکتیو و راکتیو (حداکثر) را ردیابی و تولید کند.

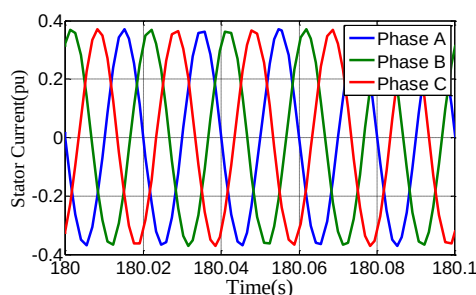
بهینه مربوطه نوسان می کنند. هرچقدر میزان خطای λ نسبت به مقدار بهینه مربوطه کمتر باشد، بدین معنی است که حداکثر توان از توربین بادی جذب و توسط ژنراتور به توان الکتریکی تبدیل شده و نهایتاً به شبکه الکتریکی تزریق می گردد.

شکل ۲۱ - ضریب توان توربین بادی (C_p)

شکل ۲۲ - نسبت سرعت پره های توربین بادی

۵.۳. ارزیابی THD شکل موج جریان استاتور

در تصاویر شماره ۲۳ و ۲۴ شکل موج طیف فرکانسی جریان استاتور به همراه محاسبه THD مربوط به آنها ارائه شده اند. در واقع جهت بررسی کیفیت توان تولید شده، ارزیابی مقدار THD جریان استاتور ارائه گشته است، همانگونه که ملاحظه می گردد THD مقدار بسیار پائین $1/13$ را به خود اختصاص داده است که با توجه به استانداردهای ارائه شده در [۱۸]، عدد قابل قبولی می باشد، همچنین شکل موج جریان استاتور نیز از کیفیت خوبی برخوردار است. این شکل موج ها در نتیجه پیاده سازی روش کنترل برداری نتیجه شده است.



شکل ۲۳ - شکل موج جریان های سه فاز استاتور

- [6] Burton, T. and et al, Wind Energy Handbook, John Wiley & Sons, Ltd, pp. 181, 2001.
- [7] G. Tapia, A. Tapia, and J.X. Ostolaza, "Modeling and control of wind turbine driven by doubly fed induction generator," IEEE Trans. Energy Conversion, vol.18, no.2, pp.194-204, Nov. 2004.
- [8] Roberto Cárdenas, Rubén Peña, "Sensorless Vector Control of Induction Machines for Variable-Speed Wind Energy Applications"; IEEE TRANSACTIONS ON ENERGY CONVERSION, VOL. 19, NO. 1, MARCH 2004.
- [9] Sathans, Jitender, Rohilla, "Intelligent Control of DFIG based Variable Speed Wind Turbine System using Artificial Neural Network"; Proceedings of the 2014 International Conference on Power Systems, Energy, Environment; ISBN: 978-1-61804-221-7.
- [10] Yufei Tang, HaiboHe, ZhenNi, JinyuWen, XianchaoSui, "Reactive power control of grid-connected wind farm based on adaptive dynamic programming " Elsevier, 125 (2014) 125-133.
- [11] G. Tapia, A. Tapia, and J.X. Ostolaza, "Two alternative modeling approaches for the evaluation of wind farm active and reactive power performance," IEEE Trans. Energy Conversion, vol.21, no. 04, pp. 0909-920, Dec. 2006.
- [12] I. Boldea, Variable Speed Generator, USA: Taylor & Francis Group, 2006, pp. 2.1-2-53.
- [13] R. Pena, J. C. Clare, and G. M. Asher, "Doubly fed induction generator using back to back PWM converters and its application to variable speed wind-energy generation," in Proc. Inst. Elect. Eng., vol. 143, no. 3, pp. 231-241, May. 1996.
- [14] V. Calderaro, V. Galdia, A. Piccolo, P. Siano, "a Fuzzy controller for maximum energy extraction from variable speed wind power generation systems," Elsevier Journal on Electric Power System Research, vol. 78, pp. 1109-1118, 2008.
- آنالیز نتایج شبیه سازی شده نشان داد که: مقادیر سرعت های باد تخمین زده شده توسط الگوریتم شبکه عصبی، بسیار به واقعیت نزدیک است. از مزایای این الگوریتم به عدم استفاده از بادسنج (حسگر سرعت باد) می توان اشاره کرد، که باعث افزایش قابلیت اطمینان و کاهش هزینه می شود.
- سیستم توربین بادی، با توجه به تغییر سرعت باد، حداکثر توان موجود در باد را دنبال می کند.
- معیار جذب حداکثر توان در توربین بادی نسبت سرعت نوک پره های توربین (λ) می باشد. بطوریکه اگر این مقدار برابر ۸/۱ باشد، می توان گفت حداکثر توان از توربین بادی جذب می گردد [۱۸]. در این پژوهش، در نتیجه استفاده از روش کنترل برداری (و جدول نظاره) مقدار (λ) در اطراف ۸/۱ نوسان می کند.
- نتایج ارزیابی THD جریان استاتور نشان از کیفیت خوب توان خروجی دارد.
- ## مراجع
- [۱] سید مسعود مقدس تفرشی، منابع تولید انرژی الکتریکی در قرن بیست و یکم، ایران: تهران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، مرداد ۱۳۸۶.
- [۲] کتابچه سازمان انرژی های نو ایران: باد، اسفند ۸۰.
- [۳] فرشاد، محمد؛ ساده، جواد؛ (۱۳۹۲)؛ مکان یابی خطای اتصال کوتاه در خطوط انتقال جریان مستقیم ولتاژ بالا با استفاده از شبکه عصبی رگرسیون تعمیم یافته و الگوریتم جنگل تصادفی؛ مجله سیستم های هوشمند در مهندسی برق، سال چهارم، شماره دوم.
- [4] Hau, E., Wind Turbines Fundamentals, Technologies, Application, Economics, Springer Berlin Heidelberg, Germany, pp. 101, 2006.
- [5] Hui, J., An Adaptive Control Algorithm for Maximum Power Point Tracking for Wind Energy, A thesis submitted to the Department of Electrical and Computer Engineering in conformity with the requirements for the degree of Master of Science, Queen's University, Kingston, Ontario, Canada, pp. 6-8, December 2008.

- [۱۷] عباس زاده، کریم؛ روزبهانی، سام؛ ۱۳۹۰؛ روش جدید برای استحصال حداکثر توان از سیستم توربین بادی مجهز به ژنراتور القایی دو گانه تغذیه با کنترل مد لغزشی؛ نشریه علمی پژوهشی، مدیریت انرژی، شماره دوم.
- [15] G. Tapia, A. Tapia, and J.X. Ostolaza, "Two alternative modeling approaches for the evaluation of wind farm active and reactive power performance," *IEEE Trans. Energy Conversion*, vol.21, no. 04, pp. 0909-920, Dec. 2006.
- [18] T. Ackermann, *Wind Power in Power System*, England: John Wiley & Sons, 2005, pp. 53-78.
- [16] W. Qiao, W. Zhou, J. M. Aller, and R. G. Harley, "Wind speed estimation based sensorless output maximization control for a wind turbine driving a DFIG," *IEEE Trans. Power Electronics*, vol. 23, no.3, pp. 1156-1169, May. 2008.

پایدارسازی مقاوم سیستم‌های سوئیچینگ خطی با استفاده از فیدبک حالت مبتنی بر رویتگر و سیگنال سوئیچ با حداقل زمان اقامت مشخص

محمدعلی باقرزاده^۱، جعفر قیصری^۲، جواد عسکری^۳، محسن مجیری^۴

^۱ دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه کنترل، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی اصفهان، ma.bagherzadeh@ec.iut.ac.ir

^۲ دانشیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی اصفهان، ghaisari@cc.iut.ac.ir

^۳ دانشیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی اصفهان، j-askari@cc.iut.ac.ir

^۴ استادیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی اصفهان، mohsen.mojiri@cc.iut.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۳/۹/۱۴، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۳/۱۱/۲۳)

چکیده: یکی از مهمترین مسائل مورد بررسی در زمینه سیستم‌های سوئیچینگ، پایدارسازی سیستم‌های سوئیچینگ خطی متشکل از تعدادی زیرسیستم ناپایدار می‌باشد. در این مقاله یک روش مبتنی بر حل نامعادلات خطی ماتریسی برای پایدارسازی مقاوم سیستم‌های سوئیچینگ خطی دارای نامعینی پارامتری ارائه می‌شود. ابتدا با فرض در دسترس بودن تمامی حالت‌های سیستم، ماتریس‌های بهره فیدبک حالت پایدارساز به نحوی طراحی می‌شود که سیستم سوئیچینگ دارای نامعینی پارامتری به ازای هر سیگنال سوئیچ با حداقل زمان اقامت مشخص پایدار مجانبی مقاوم باشد. سپس با توجه به اینکه در بسیاری از کاربردهای عملی، حالت‌های سیستم قابل اندازه‌گیری نبوده و تنها خروجی‌های آن در دسترس هستند، روش طراحی فیدبک حالت پایدارساز مقاوم برای این دسته از سیستم‌ها توسعه داده خواهد شد. در روش پیشنهادی مبتنی بر رویتگر حالت، شرایط کافی برای وجود فیدبک حالت پایدارساز با استفاده از خروجی‌های سیستم، به فرم مجموعه نامعادلات خطی ماتریسی معرفی خواهد شد. همچنین هر یک از روش‌های پایدارسازی پیشنهادی برای سیگنال سوئیچ دلخواه نیز تعمیم داده شده است. در انتها، برای بررسی کارایی این روش‌ها مثال‌های عددی مناسب ارائه شده است.

کلمات کلیدی: سیستم سوئیچینگ خطی، نامعینی پارامتری، پایدارسازی مقاوم، فیدبک حالت مبتنی بر رویتگر، سیگنال سوئیچ با زمان اقامت.

Robust Stabilization of Switched Linear Systems, Based on State Feedback Observer and Dwell Time Switching Signal

Mohamad Ali Bagherzadeh, Jafar Ghaisari, Javad Askari, and Mohsen Mojiri

Abstract: Stabilization of switched linear systems is one of the most important problems in the area of switched systems. In this paper, a design method for robust stabilization of parametric uncertain switched linear systems is proposed in terms of linear matrix inequalities. First, a method is proposed assuming that all states are available. This method designs the state feedback gains, such that the closed-loop system to be robustly asymptotically stable under switching signals with the known minimum dwell time. Since the states are unmeasurable in some practical systems, the method is then extended to the practical cases, in which the outputs are just available. The observer-based stabilizing state feedback gains are designed to stabilize such systems robustly for dwell time switching signals. The asymptotic stability of the proposed methods is proved under the assumption that all the nominal subsystems are controllable and observable. Then, the method is also generalized for robust stabilization of uncertain switched linear systems under any arbitrary switching signal. The correctness and effectiveness of the results are illustrated by some numerical examples.

Keywords: Switched linear system, parametric uncertainty, robust stabilization, observer-based state feedback, dwell time switching signals.

۱- مقدمه

سیستم‌های سوئیچینگ که از تعدادی زیرسیستم و یک سیگنال سوئیچ تشکیل شده‌اند، در مدلسازی، پایدارسازی و کنترل سیستم‌های دینامیکی پیچیده به کار گرفته می‌شوند [۱-۶]. سیستم‌های سوئیچینگ خطی، دسته مهمی از سیستم‌های سوئیچینگ است که از زیرسیستم‌های خطی تغییرناپذیر با زمان تشکیل شده‌اند. به دلیل ماهیت هاپرید سیستم‌های سوئیچینگ، سیگنال سوئیچ نقش کلیدی در پایداری این سیستم‌ها دارد [۷ و ۸]. پایداری سیستم‌های سوئیچینگ خطی، در مقالات و پژوهش‌های بسیاری بررسی شده است که از آن جمله می‌توان به [۹-۱۲] برای سیستم‌های سوئیچینگ دلخواه^۱، [۱۳-۱۶] برای سیستم‌های سوئیچینگ دارای زمان اقامت که فاصله زمانی بین هر دو سوئیچ متوالی از مقدار مشخصی بزرگتر است و [۱۷-۱۹] برای سیستم‌های سوئیچینگ وابسته به حالت اشاره کرد.

پایدارسازی^۲ سیستم‌های سوئیچینگ متشکل از زیرسیستم‌های ناپایدار در سال‌های اخیر مورد توجه پژوهشگران این زمینه قرار گرفته است. هدف از مسئله پایدارسازی، بررسی شرایط کافی (و/یا لازم) برای پایدار کردن سیستم سوئیچینگ به وسیله سیگنال سوئیچ و/یا ماتریس‌های بهره فیدبک حالت مناسب است. مسئله پایدارسازی سیستم‌های سوئیچینگ خطی بدون نامعینی در مراجع مختلفی از جمله [۲۰-۲۶] بررسی شده است. ابتدا در [۲۰]، شرایط کافی برای پایدارسازی سیستم‌های سوئیچینگ خطی با استفاده از سیگنال سوئیچ مناسب بررسی شد. پس از آن دو روش طراحی سیگنال سوئیچ برای تامین پایداری مربعی^۳ و پایداری قطعه‌ای مربعی سیستم سوئیچینگ خطی در [۲۱ و ۲۲] پیشنهاد شد. همچنین دو روش طراحی سیگنال سوئیچ وابسته به حالت پایدارسازی مبتنی بر حل نامعادلات ماتریسی خطی برای کلاس‌های خاصی از سیستم‌های سوئیچینگ خطی در [۲۳] و [۲۴] پیشنهاد شد. در [۲۵ و ۲۶]، شرایط کافی برای بررسی امکان پایدارسازی سیستم‌های سوئیچینگ خطی با استفاده از مجموعه بهره‌های فیدبک حالت و فیدبک حالت مبتنی بر رویکرد ارائه شد. همچنین بهره‌های فیدبک حالت سیستم سوئیچینگ خطی متشکل از دو زیرسیستم مرتبه دوم به نحوی در [۲۷] تعیین شد که سیستم حلقه بسته به ازای هر سیگنال سوئیچ دلخواه پایدار مجانبی باشد. ضمن اینکه مسئله پایدارسازی سیستم‌های سوئیچینگ خطی دارای تاخیر در تشخیص سیگنال سوئیچ نیز در [۲۸-۳۰] بررسی شده است. با این وجود به دلیل تاثیرگذاری نامعینی‌ها بر پایداری سیستم، لازم است مسئله پایدارسازی مقاوم سیستم‌های سوئیچینگ خطی دارای نامعینی نیز بررسی شود [۳۱-۳۵]. در [۳۱]، شرایط کافی برای بررسی وجود سیگنال سوئیچ وابسته به حالت مناسب برای پایدارسازی مقاوم سیستم‌های سوئیچینگ خطی دارای نامعینی پلی‌توپیک^۴ پیشنهاد شد. ضمن اینکه امکان

پایدارسازی مقاوم سیستم‌های سوئیچینگ خطی دارای نامعینی پلی‌توپیک با استفاده از فیدبک خروجی نیز در [۳۲] بررسی شد. همچنین الگوریتم‌هایی جهت استخراج سیگنال سوئیچ پایدارسازی مقاوم برای سیستم‌های سوئیچینگ خطی دارای نامعینی در [۳۳ و ۳۴] پیشنهاد شد. در [۳۵] نیز مسئله پایدارسازی مقاوم سیستم سوئیچینگ خطی دارای نامعینی با استفاده از مجموعه‌ای از بهره‌های فیدبک حالت به همراه سیگنال سوئیچ وابسته به حالت مناسب بررسی شد.

در این مقاله، پایدارسازی مقاوم سیستم‌های سوئیچینگ خطی دارای نامعینی پارامتری با استفاده از بهره‌های فیدبک حالت و سیگنال سوئیچ با زمان اقامت بررسی می‌شود. این دسته از نامعینی‌ها در مثال‌های عملی ظاهر می‌شود که معادلات فضای حالت سیستم بر اساس قوانین حاکم بر آن سیستم و بر حسب پارامترهای نامعین بدست می‌آیند. در بخش دوم، ابتدا نامعینی‌های پارامتری در سیستم سوئیچینگ خطی فرموله می‌شود. سپس پایداری سیستم‌های سوئیچینگ خطی با زمان اقامت τ_D و دارای نامعینی پارامتری، در قالب یک لم بررسی خواهد شد که برای اثبات قضیه‌های پیشنهادی در بخش‌های بعدی استفاده خواهد شد. در بخش سوم، با فرض در دسترس بودن تمامی حالت‌های سیستم سوئیچینگ، قضیه‌ای برای طراحی بهره‌های فیدبک حالت پایدارسازی مقاوم به ازای هر سیگنال سوئیچ با حداقل زمان اقامت τ_D ارائه می‌شود. همچنین در بخش چهارم، ماتریس‌های بهره فیدبک حالت پایدارسازی مقاوم سیستم سوئیچینگ خطی با استفاده از خروجی‌های سیستم طراحی می‌شود. در این روش، بهره‌های فیدبک حالت مبتنی بر رویکرد به نحوی طراحی می‌شوند که سیستم حلقه بسته‌ی دارای نامعینی پارامتری، به ازای هر سیگنال سوئیچ با حداقل زمان اقامت τ_D پایدار مجانبی مقاوم باشد. در انتها، با استفاده از مثال‌های عددی مناسب، سادگی و اثربخشی این قضایا در پایدارسازی مقاوم سیستم‌های سوئیچینگ نشان داده شده است.

۲- پیش‌نیازها و بیان مسئله

سیستم سوئیچینگ خطی توصیف شده با معادلات

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_{\sigma(t)}x(t) + B_{\sigma(t)}u(t) \\ y(t) = C_{\sigma(t)}x(t) \end{cases} \quad (1)$$

را در نظر بگیرید که در آن $x \in \mathbb{R}^n$ بردار حالت‌های پیوسته، $u \in \mathbb{R}^m$ بردار ورودی‌های کنترلی، $y \in \mathbb{R}^l$ بردار خروجی‌های سیستم و $\sigma(t): \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathcal{M} = \{1, 2, \dots, N\}$ سیگنال سوئیچ است. سیگنال سوئیچ، یک تابع قطعه‌ای پیوسته از سمت چپ است که ترتیب فعال شدن زیرسیستم‌ها را هماهنگ می‌کند. همچنین $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ، $B_i \in \mathbb{R}^{n \times m}$ و $C_i \in \mathbb{R}^{l \times n}$ به ازای هر $i \in \mathcal{M}$ ، ماتریس‌های توصیف‌کننده دینامیک‌ها و خروجی‌های سیستم سوئیچینگ هستند. معمولاً ماتریس‌های A_i و B_i در کاربردهای عملی همراه با نامعینی می‌باشند.

دسته‌ای از نامعینی‌ها که در معادلات فضای حالت سیستم‌های عملی مشاهده می‌شود، نامعینی پارامتری است. نامعینی پارامتری در مواردی اتفاق می‌افتد که معادلات فضای حالت با استفاده از قوانین حاکم بر

¹ - Arbitrary switched systems

² - Stabilization

³ - Quadratically stabilization

⁴ - Polytopic uncertainty

ازای هر $k \in \{1, 2, \dots, r\}$ و هر زیرسیستم $i \in \mathcal{M}$ ، ضرایب مثبت $\alpha_{i,k}$ وجود داشته باشند به نحوی که $\sum_{k=1}^r \alpha_{i,k} = \alpha_i$ $\delta q_k (P_i E_k^i + E_k^{iT} P_i) \leq \alpha_{i,k} P_i$ که $\delta q_k (P_i E_k^i + E_k^{iT} P_i) \leq \alpha_{i,k} P_i$ است. همچنین نامعادله $P_i \Delta A_i + \Delta A_i^T P_i \leq \alpha_i P_i$ به ازای تمامی مقادیر $\delta q_k \in [-c_k, +c_k]$ برقرار است، اگر و تنها اگر روابط (۴) و (۴) نتیجه می‌شود که به ازای هر زیرسیستم (۴الف)، (۴ج) و (۴د) نامعینی (۲الف) و (۲ب) با $\delta q_k \in [-c_k, +c_k]$ ، نابرابری ماتریسی $P_i A_i + A_i^T P_i \leq -\lambda_i P_i$ برقرار است. همچنین در [۱۴] و [۱۶] نشان داده شده است که سیستم سوئیچینگ خطی $\dot{x}(t) = A_{\sigma(t)} x(t)$ با زمان اقامت τ_D پایدار مجانبی است، اگر به ازای هر $i, j \in \mathcal{M}$ ، نامعادلات ماتریسی زیر برقرار باشند.

$$P_i A_i + A_i^T P_i \leq -\lambda_i P_i \quad (۵الف)$$

$$e^{-\lambda_i \tau_D} P_i \leq P_j \quad (۵ب)$$

بنابراین در صورتی که شرایط لم ۱ برقرار باشند، نامعادلات (۵) به ازای تمامی مقادیر پارامترهای نامعین برقرار بوده و در نتیجه سیستم سوئیچینگ خطی (۱) - (۳) پایدار مجانبی سراسری مقاوم خواهد بود.

۰

در ادامه، تعریف پایدارسازی سیستم‌های سوئیچینگ خطی با استفاده از فیدبک حالت قطعه‌ای خطی^۱ مطابق آنچه در [۸] آمده است، بیان می‌شود.

تعریف ۱- سیستم سوئیچینگ خطی (۱) قابل پایدارسازی با استفاده از فیدبک حالت قطعه‌ای خطی $u_i(t) = K_i x(t)$ (به ازای هر $i \in \mathcal{M}$) است، اگر سیگنال سوئیچ $\hat{\sigma}(t)$ وجود داشته باشد، به نحوی که سیستم سوئیچینگ خطی حلقه بسته $\dot{x}(t) = (A_{\hat{\sigma}(t)} + B_{\hat{\sigma}(t)} K_{\hat{\sigma}(t)}) x(t)$ پایدار مجانبی سراسری باشد [۸].

۳- طراحی فیدبک حالت پایدارساز مقاوم با

استفاده از حالت‌های سیستم

در این بخش، با فرض قابل اندازه‌گیری بودن تمامی حالت‌های زیرسیستم‌ها، مجموعه‌ای از ماتریس‌های بهره فیدبک حالت $\{K_i, i \in \mathcal{M}\}$ را به نحوی طراحی می‌کنیم که ورودی کنترلی قطعه‌ای خطی $u(t) = K_{\sigma(t)} x(t)$ موجب پایدارسازی سیستم سوئیچینگ خطی (۱) - (۳)، تحت هر سیگنال سوئیچ با زمان اقامت بزرگ‌تر یا مساوی τ_D ، شود. به بیان دیگر، مجموعه ماتریس‌های بهره فیدبک حالت طراحی شده موجب پایداری سیستم سوئیچینگ خطی $\dot{x}(t) = (A_{\sigma(t)} + B_{\sigma(t)} K_{\sigma(t)}) x(t)$ دارای زمان اقامت τ_D شود. نمای شماتیک این روش در شکل ۱ نشان داده شده است.

سیستم و بر حسب پارامترها نامعین نوشته می‌شود. نامعینی در این پارامترها معمولاً به دلیل عدم توانایی در اندازه‌گیری دقیق آن‌ها و یا به واسطه تغییر مقادیر آن‌ها در طول عملکرد فرآیند به وجود می‌آید. در مثال‌های کاربردی از سیستم‌های سوئیچینگ خطی، ماتریس‌های فضای حالت A_i و B_i دارای نامعینی به صورت

$$A_i(q) = A_i^0 + \Delta A_i(q^0, \Delta q) \quad (۲الف)$$

$$B_i(q) = B_i^0 + \Delta B_i(q^0, \Delta q) \quad (۲ب)$$

هستند که $q^0 = [q_1^0, q_2^0, \dots, q_r^0]$ ، $q = [q_1, q_2, \dots, q_r]$ و $\Delta q = [\delta q_1, \delta q_2, \dots, \delta q_r]$ در روابط فوق، به ترتیب بردار پارامترها، بردار مقادیر نامی پارامترها و بردار میزان نامعینی پارامترها هستند. همچنین A_i^0 و B_i^0 ماتریس‌های نامی فضای حالت زیرسیستم‌ها هستند که به صورت $A_i^0 := A_i(q^0)$ و $B_i^0 := B_i(q^0)$ تعریف می‌شوند. ضمن اینکه $\Delta A_i(q^0, \Delta q)$ و $\Delta B_i(q^0, \Delta q)$ جزء نامعین ماتریس‌های A_i و B_i بوده و به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند.

$$\Delta A_i(q^0, \Delta q) = \sum_{k=1}^r \delta q_k E_k^i, \quad (۳الف)$$

$$\Delta B_i(q^0, \Delta q) = \sum_{k=1}^r \delta q_k F_k^i, \quad (۳ب)$$

ماتریس‌های E_k^i و F_k^i در روابط فوق، نشان دهنده نحوه وابستگی ماتریس‌های فضای حالت A_i و B_i به پارامتر نامعین q_k است. در صورتی که پارامتر مجهول q_k تأثیری در ماتریس A_i (یا B_i) نداشته باشد، E_k^i (یا F_k^i) ماتریس تهی^۱ خواهد بود.

در ادامه‌ی این بخش، پایداری مجانبی مقاوم سیستم‌های سوئیچینگ خطی دارای نامعینی پارامتری توصیف شده با معادلات (۳) و $\delta q_k \in [-c_k, +c_k]$ ، تحت سیگنال سوئیچ دارای زمان اقامت τ_D بررسی خواهد شد. نتیجه بدست آمده در لم ۱، برای پایداری مجانبی مقاوم، در بخش‌های آتی در هنگام طراحی بهره‌های فیدبک حالت پایدارساز استفاده خواهد شد.

لم ۱- سیستم سوئیچینگ خطی (۱) - (۳) با سیگنال سوئیچ دارای زمان اقامت τ_D و $\delta q_k \in [-c_k, +c_k]$ پایدار مجانبی سراسری مقاوم است (ورودی $u(t) \equiv 0$)، اگر ماتریس مثبت معین متقارن P_i و ضرایب مثبت $\alpha_{i,k}$ و λ_i به ازای هر $k \in \{1, 2, \dots, r\}$ و هر زیرسیستم $i \in \mathcal{M}$ ، وجود داشته باشند به نحوی که $\sum_{k=1}^r \alpha_{i,k} = \alpha_i$ و مجموعه نامعادلات ماتریسی زیر برقرار باشند.

$$P_i A_i^0 + A_i^{0T} P_i \leq -(\alpha_i + \lambda_i) P_i, \quad (۴الف)$$

$$e^{-\lambda_i \tau_D} P_i \leq P_j; \quad i, j \in \mathcal{M}, \quad (۴ب)$$

$$P_i E_k^i + E_k^{iT} P_i \leq \frac{\alpha_{i,k}}{c_k} P_i, \quad (۴ج)$$

$$P_i E_k^i + E_k^{iT} P_i \geq -\frac{\alpha_{i,k}}{c_k} P_i. \quad (۴د)$$

اثبات- از رابطه (۳الف) برای نامعینی‌ها نتیجه می‌گیریم که $P_i \Delta A_i + \Delta A_i^T P_i = \sum_{k=1}^r \delta q_k (P_i E_k^i + E_k^{iT} P_i)$ در صورتی که به

^۲ - Piecewise linear state feedback

^۱ - Null matrix

$$P_i(E_k^i + F_k^i K_i) + (E_k^i + F_k^i K_i)^T P_i \leq \frac{\alpha_{i,k}}{c_k} P_i, \quad (\text{ب } ۸)$$

$$P_i(E_k^i + F_k^i K_i) + (E_k^i + F_k^i K_i)^T P_i \geq -\frac{\alpha_{i,k}}{c_k} P_i, \quad (\text{ج } ۸)$$

$$e^{-\lambda_i \tau_D} P_i \leq P_j; \quad i, j \in \mathcal{M}. \quad (\text{د } ۸)$$

همانگونه که مشاهده می‌شود، نامعادله (۸ الف) نسبت به دو متغیر ماتریسی P_i و K_i محدب نیست. بنابراین، با استفاده از تغییر متغیر $K_i = R_i P_i$ و ضرب کردن دو طرف این نامعادله در $Q_i = P_i^{-1}$ ، رابطه (۸ الف) را به صورت (۹)، که نسبت به متغیرهای Q_i و R_i محدب است، بازنویسی می‌کنیم.

$$(A_i^0 Q_i + B_i^0 R_i) + (Q_i A_i^{0T} + R_i^T B_i^{0T}) + (\alpha_i + \lambda_i) Q_i \leq 0 \quad (۹)$$

سپس با استفاده از لم مکمل شور^۱ [۳۶] می‌توان نتیجه گرفت که رابطه (۹) برقرار است، اگر و تنها اگر نامعادله (۶ الف) برقرار باشد. همچنین می‌توان مراحل فوق را بر روی نامعادله ماتریسی (۸ ب) نیز تکرار نمود تا به نامعادله محدب زیر رسید.

$$(E_k^i Q_i + F_k^i R_i) + (Q_i E_k^{iT} + R_i^T F_k^{iT}) - \frac{\alpha_{i,k}}{c_k} Q_i \leq 0 \quad (۱۰)$$

به سادگی می‌توان نشان داد که رابطه (۱۰) برقرار است، اگر و تنها اگر رابطه

$$\left(E_k^i - \frac{\alpha_{i,k}}{2c_k} I_{n \times n}\right) Q_i + Q_i \left(E_k^{iT} - \frac{\alpha_{i,k}}{2c_k} I_{n \times n}\right) + F_k^i R_i + R_i^T F_k^{iT} \leq 0 \quad (۱۱)$$

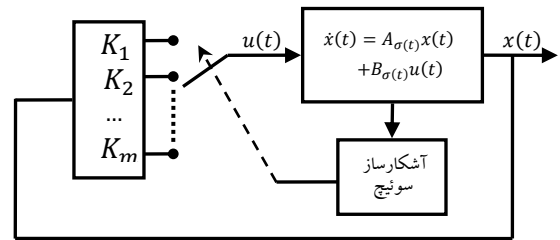
برقرار باشد. به بیان دیگر، نامعادله (۸ ب) برقرار است، اگر و تنها اگر به ازای هر بردار $x \in \mathbb{R}^n$ نابرابری زیر برقرار باشد.

$$x^T \left(E_k^i - \frac{\alpha_{i,k}}{2c_k} I_{n \times n}\right) Q_i x + x^T Q_i \left(E_k^{iT} - \frac{\alpha_{i,k}}{2c_k} I_{n \times n}\right) x + x^T F_k^i R_i x + x^T R_i^T F_k^{iT} x = 2 \left[x^T \left(E_k^i - \frac{\alpha_{i,k}}{2c_k} I_{n \times n}\right) Q_i x + x^T F_k^i R_i x\right] \leq 0$$

بنابراین (۸ ب) برقرار خواهد بود، اگر و تنها اگر (۶ ب) برقرار باشد. به طور مشابه می‌توان نشان داد که روابط (۶ ج) و (۸ ج) نیز با یکدیگر معادل هستند.

در انتها، با توجه به اینکه P_i و P_j ماتریس‌های مثبت معین متقارنی هستند که در رابطه (۸ ب) صدق می‌کنند، می‌توان نتیجه گرفت که $(e^{-\lambda_i \tau_D} P_i)^{-1} \geq (P_j)^{-1}$ است. بنابراین اثبات قضیه کامل می‌شود.

تکته ۱: در صورتی که بتوان ماتریس مثبت معین Q را به نحوی یافت که روابط (۶ الف) - (۶ ج) به ازای $Q_i = Q; \forall i \in \mathcal{M}$ برقرار باشند، سیستم سوئیچینگ خطی (۱) - (۳) قابل پایدارسازی با بهره‌های فیدبک حالت $\{K_i = R_i Q^{-1}, i \in \mathcal{M}\}$ و هر سیگنال سوئیچ دلخواه خواهد بود. همچنین اگر بتوان علاوه بر ماتریس مثبت معین Q ، ماتریس $R \in \mathbb{R}^{m \times n}$ نیز به نحوی پیدا کرد که روابط (۶ الف) - (۶ ج) به ازای $Q_i = Q$ و $R_i = R (\forall i \in \mathcal{M})$ برقرار باشند، سیستم سوئیچینگ خطی



شکل ۱: نمایش شماتیک پایدارسازی سیستم سوئیچینگ خطی با استفاده از فیدبک حالت

در تمامی پژوهش‌های انجام شده در زمینه پایدارسازی سیستم‌های سوئیچینگ، فرض ناپایدار مجانبی بودن تمامی زیرسیستم‌ها یک فرض متداول است. چرا که در صورت پایداری مجانبی یکی از زیرسیستم‌ها، مسئله پایدارسازی سیستم سوئیچینگ دارای یک جواب بدیهی برای سیگنال سوئیچ پایدارساز، بدون اعمال فیدبک حالت، می‌باشد. در ادامه قضیه‌ای اثبات خواهد شد که مجموعه شرایط کافی برای وجود بهره‌های فیدبک حالت پایدارساز مقاوم در سیستم سوئیچینگ خطی متشکل از تعدادی زیرسیستم ناپایدار توصیف شده با معادلات (۲) و (۳) را با فرض $\delta q_k \in [-c_k, +c_k]$ نشان می‌دهد. ضمن اینکه در صورت برقرار بودن شرایط این قضیه، بهره‌های فیدبک پایدارساز نیز ارائه می‌شوند.

قضیه ۱- سیستم سوئیچینگ خطی (۱) - (۳) با زیرسیستم‌های (A_i^0, B_i^0) کنترل‌پذیر، قابل پایدارسازی با بهره‌های فیدبک حالت $\{K_i = R_i Q_i^{-1}, i \in \mathcal{M}\}$ و هر سیگنال سوئیچ دارای زمان اقامت بزرگتر یا مساوی τ_D است، اگر ماتریس مثبت معین متقارن Q_i ، ماتریس $R_i \in \mathbb{R}^{m \times n}$ و ضرایب مثبت $\alpha_{i,k}$ و λ_i به ازای هر $k \in \{1, 2, \dots, r\}$ و هر زیرسیستم $i \in \mathcal{M}$ ، وجود داشته باشند به نحوی که $\sum_{k=1}^r \alpha_{i,k} = \alpha_i$ و مجموعه نامعادلات ماتریسی زیر برقرار باشند.

$$\begin{bmatrix} A_i^0 Q_i + Q_i A_i^{0T} + B_i^0 R_i + R_i^T B_i^{0T} & Q_i \\ Q_i & -\frac{1}{\alpha_i + \lambda_i} Q_i \end{bmatrix} \leq 0 \quad (\text{۶ الف})$$

$$\left(E_k^i - \frac{\alpha_{i,k}}{2c_k} I_{n \times n}\right) Q_i + F_k^i R_i \leq 0 \quad (\text{۶ ب})$$

$$\left(E_k^i + \frac{\alpha_{i,k}}{2c_k} I_{n \times n}\right) Q_i + F_k^i R_i \geq 0 \quad (\text{۶ ج})$$

$$e^{\lambda_i \tau_D} Q_i \geq Q_j; \quad i, j \in \mathcal{M} \quad (\text{۶ د})$$

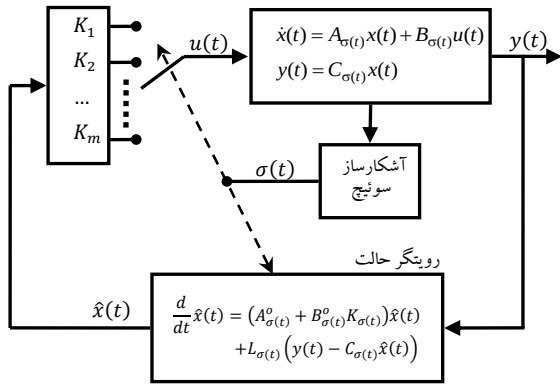
اثبات- سیستم سوئیچینگ خطی (۱) با سیگنال کنترلی $u(t) = K_{\sigma(t)} x(t)$ را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد.

$$\dot{x}(t) = (A_{\sigma(t)} + B_{\sigma(t)} K_{\sigma(t)}) x(t)$$

با استفاده از لم ۱ می‌توان نتیجه گرفت که سیستم سوئیچینگ خطی (۱) با بهره‌های فیدبک حالت $\{K_i, i \in \mathcal{M}\}$ ، به ازای هر سیگنال سوئیچ با زمان اقامت بزرگتر یا مساوی τ_D پایدار مجانبی مقاوم است، اگر به ازای هر زیرسیستم $i \in \mathcal{M}$ ، ضرایب مثبت α_i و λ_i و ماتریس مثبت معین متقارن P_i وجود داشته باشند، به نحوی که مجموعه نامعادلات ماتریسی زیر برقرار باشد.

$$P_i(A_i^0 + B_i^0 K_i) + (A_i^0 + B_i^0 K_i)^T P_i \leq -(\alpha_i + \lambda_i) P_i, \quad (\text{۸ الف})$$

^۱ - Schur complement lemma



شکل ۲: نمایش شماتیک فیدبک حالت پایداری مقاوم با استفاده از خروجی‌های

سیستم سوئیچینگ خطی

قضیه زیر، مجموعه شرایط کافی برای وجود بهره‌های فیدبک حالت پایداری با استفاده از خروجی‌های سیستم سوئیچینگ خطی توصیف شده با معادلات (۱) - (۳) را با فرض $\delta q_k \in [-c_k, +c_k]$ نشان می‌دهد. ضمن اینکه در صورت برقرار بودن شرایط قضیه، بهره‌های فیدبک حالت پایداری مبتنی بر رویگر نیز در این قضیه ارائه شده‌اند.

قضیه ۲- سیستم سوئیچینگ خطی (۱) - (۳) با زیرسیستم‌های نامی کنترل‌پذیر و رویت‌پذیر (A_i^o, B_i^o, C_i^o) را در نظر بگیرید. اگر ماتریس‌های مثبت معین متقارن $Q_{i,1}$ و $Q_{i,2}$ ، ماتریس‌های $R_i \in \mathbb{R}^{m \times n}$ و $Y_i \in \mathbb{R}^{n \times l}$ و ضرایب مثبت $\alpha_{i,k}$ و β_i وجود داشته باشند، به نحوی که به ازای تمامی مقادیر $\{1, 2, \dots, r\}$ و $k \in \{1, 2, \dots, r\}$ مجموعه نامعادلات ماتریسی زیر برقرار باشند و $\sum_{k=1}^r \alpha_{i,k} = \alpha_i$ باشد، آنگاه سیستم سوئیچینگ خطی قابل پایداری با ماتریس‌های بهره $K_i = R_i Q_{i,1}^{-1}$ و $L_i = Q_{i,2}^{-1} Y_i$ ، تحت هر سیگنال سوئیچ با حداقل زمان اقامت برابر با τ_D است.

$$\begin{bmatrix} A_i^o Q_{i,1} + Q_{i,1} A_i^{oT} + B_i^o R_i + R_i^T B_i^{oT} & Q_{i,1} \\ Q_{i,1} & -\frac{1}{\alpha_i + \lambda_i + 1} Q_{i,1} \end{bmatrix} \leq 0 \quad (\text{الف } ۱۳)$$

$$\begin{bmatrix} Q_{i,2} A_i^o + A_i^{oT} Q_{i,2} - Y_i C_i - C_i^T Y_i^T & Q_{i,2} \\ Q_{i,2} & -\frac{1}{\alpha_i + \lambda_i + 1} Q_{i,2} \end{bmatrix} \leq 0 \quad (\text{ب } ۱۳)$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{\alpha_{i,k}}{c_k} Q_{i,1} & Q_{i,1} E_k^{iT} - R_i^T F_k^{iT} \\ E_k^I Q_{i,1} - F_k^I R_i & \frac{1}{\beta_i} (Q_{i,2} E_k^I + E_k^{IT} Q_{i,2} - \frac{\alpha_{i,k}}{c_k} Q_{i,2}) \end{bmatrix} \leq 0 \quad (\text{ج } ۱۳)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\alpha_{i,k}}{c_k} Q_{i,1} & Q_{i,1} E_k^{iT} - R_i^T F_k^{iT} \\ E_k^I Q_{i,1} - F_k^I R_i & \frac{1}{\beta_i} (Q_{i,2} E_k^I + E_k^{IT} Q_{i,2} + \frac{\alpha_{i,k}}{c_k} Q_{i,2}) \end{bmatrix} \geq 0 \quad (\text{د } ۱۳)$$

$$e^{\lambda_i \tau_D} Q_{i,1} \geq Q_{j,1} ; i, j \in \mathcal{M}, \quad (هـ ۱۳)$$

$$e^{\lambda_i \tau_D} Q_{i,2} \geq Q_{j,2} ; i, j \in \mathcal{M}, \quad (و ۱۳)$$

اثبات- سیستم سوئیچینگ خطی نشان داده شده در شکل ۲ پایداری مجانبی مقاوم است، اگر سیستم سوئیچینگ خطی $\dot{z}(t) = M_{\sigma(t)} z$ پایداری مجانبی مقاوم باشد، که بردار z به صورت $z := [\hat{x}^T, \tilde{x}^T]^T$ تعریف می‌شود ($\tilde{x} = x - \hat{x}$) و ماتریس $M_{\sigma(t)}$ نیز در (۱۴) نشان داده شده است.

دارای نامعینی پارامتری با استفاده از بهره فیدبک حالت تکی $K = RQ^{-1}$ و هر سیگنال سوئیچ دلخواه، پایداری مجانبی مقاوم خواهد بود.

نکته ۲: در طراحی بهره‌های فیدبک حالت پایداری برای سیستم‌های سوئیچینگ خطی دارای نامعینی پارامتری (۱) - (۳)، زمان اقامت τ_D یک مقدار ثابت از پیش تعیین شده است. این زمان اقامت باید دارای حداقل مقداری باشد که از طریق یک مصالحه بین زمان اقامت و میزان کران نامعینی بدست می‌آید. به بیان دیگر هرچه کران نامعینی سیستم بزرگتر باشد، حداقل زمان اقامت سیگنال سوئیچ پایداری نیز بزرگتر خواهد بود.

قضیه فرعی ۱- سیستم سوئیچینگ خطی نامی $\dot{x}(t) = A_{\sigma(t)}^o x(t) + B_{\sigma(t)}^o u(t)$ قابل پایداری با بهره‌های فیدبک حالت $\{K_i = R_i Q_{i,1}^{-1}, i \in \mathcal{M}\}$ و هر سیگنال سوئیچ با زمان اقامت بزرگتر یا مساوی با τ_D است، اگر به ازای هر زیرسیستم $i \in \mathcal{M}$ ، ماتریس مثبت معین Q_i ، ماتریس $R_i \in \mathbb{R}^{m \times n}$ و ضریب مثبت λ_i وجود داشته باشند به نحوی که مجموعه نامعادلات ماتریسی زیر برقرار باشند.

$$\begin{bmatrix} A_i^o Q_i + Q_i A_i^{oT} + B_i^o R_i + R_i^T B_i^{oT} & Q_i \\ Q_i & -\frac{1}{\lambda_i} Q_i \end{bmatrix} \leq 0 \quad (\text{الف } ۱۲)$$

$$e^{\lambda_i \tau_D} Q_i \geq Q_j ; i, j \in \mathcal{M} \quad (\text{ب } ۱۲)$$

اثبات- به ازای هر مقدار دلخواه $\alpha_{i,k}$ ، β_i به اندازه کافی کوچک وجود دارد به نحوی که روابط (۱۰) و (۱۱) برقرار باشد. بنابراین برای سیستم‌های سوئیچینگ نامی که c_k به سمت صفر میل می‌کند، کوچکترین مقدار $\alpha_{i,k}$ که در این روابط صدق کند نیز به سمت صفر میل می‌کند. در نتیجه کوچکترین مقدار α_i نیز برابر صفر خواهد بود و برای پایداری مجانبی سیستم سوئیچینگ نامی، کافی است (الف ۱۲) و (ب ۱۲) برقرار باشند.

۴- طراحی فیدبک حالت پایداری مقاوم با استفاده از خروجی‌های سیستم

در بسیاری از سیستم‌های واقعی، تمامی حالت‌های سیستم در دسترس نمی‌باشد. در این بخش، با فرض در دسترس بودن خروجی‌های سیستم، $y(t) = C_{\sigma(t)} x(t)$ ، ابتدا با استفاده از یک رویگر حالت، حالت‌های سیستم سوئیچینگ خطی را تخمین می‌زنیم ($\hat{x}(t)$). سپس مجموعه‌ای از ماتریس‌های بهره فیدبک حالت $\{K_i, i \in \mathcal{M}\}$ مبتنی بر رویگر را به نحوی طراحی می‌کنیم که ورودی کنترلی $u(t) = K_{\sigma(t)} \hat{x}(t)$ موجب پایداری سیستم سوئیچینگ خطی (۱) - (۳) و $\delta q_k \in [-c_k, +c_k]$ تحت هر سیگنال سوئیچ با زمان اقامت بزرگتر یا مساوی با τ_D شود. به بیان دیگر، سیستم سوئیچینگ خطی $\dot{x}(t) = A_{\sigma(t)} x(t) + B_{\sigma(t)} K_{\sigma(t)} \hat{x}(t)$ با زمان اقامت τ_D پایداری مجانبی مقاوم باشد. ساختار این روش در شکل ۲ نمایش داده شده است.

$$P_{i,1}(A_i^0 + B_i^0 R_i P_{i,1}) + (A_i^0 + B_i^0 R_i P_{i,1})^T P_{i,1} \leq (\alpha_i + \lambda_i + 1) P_{i,1} \quad (۱۸)$$

$$P_{i,2}(A_i^0 - P_{i,2} Y_i C_i) + (A_i^0 - P_{i,2} Y_i C_i)^T P_{i,2} \leq (\alpha_i + \lambda_i + 1) P_{i,2} \quad (۱۹)$$

همچنین در صورتی که L_i و K_i را به صورت $L_i = P_{i,2} Y_i$ و $K_i = R_i P_{i,1}$ تعریف کنیم، نامعادله زیر برای $z^T(P_i M_i^0 + M_i^{0T} P_i)z$ برقرار خواهد بود.

$$z^T(P_i M_i^0 + M_i^{0T} P_i)z \leq -[\hat{x}^T P_{i,1} \hat{x} + \beta_i \tilde{x}^T P_{i,2} \tilde{x}] - (\alpha_i + \lambda_i) z^T P_i z + 2\hat{x}^T P_{i,1} L_i C_i \tilde{x}$$

همچنین با تعریف $\epsilon_{i,1} := \sigma_{\min}(P_{i,1})$ و $\epsilon_{i,2} := \sigma_{\min}(P_{i,2})$ به عنوان کوچکترین مقادیر استثنائی ماتریس‌های $P_{i,1}$ و $P_{i,2}$ ، می‌توان نشان داد که به ازای $\beta_i \geq \|P_{i,1} L_i C_i\|_2^2 / (\epsilon_{i,1} \epsilon_{i,2})$ ، نابرابری‌های زیر برقرار است.

$$z^T(P_i M_i^0 + M_i^{0T} P_i)z \leq 2\hat{x}^T P_{i,1} L_i C_i \tilde{x} - \beta_i \epsilon_{i,2} \tilde{x}^T \tilde{x} - \epsilon_{i,1} \hat{x}^T \hat{x} - (\alpha_i + \lambda_i) z^T P_i z; \forall i \in \mathcal{M}$$

و

$$2\hat{x}^T P_{i,1} L_i C_i \tilde{x} - \beta_i \epsilon_{i,2} \tilde{x}^T \tilde{x} - \epsilon_{i,1} \hat{x}^T \hat{x} \leq 2\hat{x}^T P_{i,1} L_i C_i \tilde{x} - \frac{\|P_{i,1} L_i C_i\|_2^2}{\epsilon_{i,1}} \tilde{x}^T \tilde{x} - \epsilon_{i,1} \hat{x}^T \hat{x} = -\left(\sqrt{\epsilon_{i,1}} \hat{x} - \frac{\|P_{i,1} L_i C_i\|_2}{\sqrt{\epsilon_{i,1}}} \tilde{x}\right)^T \left(\sqrt{\epsilon_{i,1}} \hat{x} - \frac{\|P_{i,1} L_i C_i\|_2}{\sqrt{\epsilon_{i,1}}} \tilde{x}\right) < 0$$

بنابراین، در صورتی که (۱۳ الف) و (۱۳ ب) برقرار باشند، رابطه (۱۵) $z^T(P_i M_i^0 + M_i^{0T} P_i)z < -(\alpha_i + \lambda_i) z^T P_i z$ که همان رابطه (۱۵ الف) است برقرار خواهد بود. ضمن اینکه با ضرب کردن دو طرف نامعادلات ماتریسی (۱۵ ج) و (۱۵ د) در $Q_i = P_i^{-1}$ و جایگذاری N_k^i در آن‌ها، به روابط (۱۳ ه) و (۱۳ و) خواهیم رسید. همچنین با استفاده از (۱۳ ه) و (۱۳ و) نتیجه می‌شود $Q_i \geq e^{\lambda_i \tau_D} Q_j$ که معادل با نامعادله ماتریسی (۱۵ ب) است. لذا اثبات قضیه کامل شده است. θ

تکته ۳: در صورتی که ماتریس‌های مثبت معین Q_1 و Q_2 وجود داشته باشند، به نحوی که با قرار دادن $Q_{i,1} = Q_1$ و $Q_{i,2} = Q_2$ ($\forall i \in \mathcal{M}$) روابط (۱۳ الف) - (۱۳ د) برقرار باشند، سیستم سوئیچینگ خطی (۱) - (۳) با فیدبک حالت مبتنی بر رویکرد حالت ($K_i = \{R_i Q_1^{-1}, i \in \mathcal{M}\}$ و $\{L_i = Q_2^{-1} Y_i, i \in \mathcal{M}\}$) به ازای هر سیگنال سوئیچ دلخواه پایدار خواهد بود. علاوه بر این، در صورتی که ماتریس‌های R و Y با ابعاد مناسب نیز وجود داشته باشند که روابط مذکور به ازای $R_i = R$ و $Y_i = Y$ برقرار باشند، سیستم سوئیچینگ خطی دارای نامعینی با استفاده از یک فیدبک حالت مبتنی بر رویکرد تک‌تکی ($K = R Q_1^{-1}$ و $L = Q_2^{-1} Y$) و هر سیگنال سوئیچ دلخواه قابل پایدارسازی مقاوم است.

$$M_{\sigma(t)} = \begin{bmatrix} A_{\sigma(t)}^0 + B_{\sigma(t)}^0 K_{\sigma(t)} & L_{\sigma(t)} C_{\sigma(t)} \\ \Delta A_{\sigma(t)} - \Delta B_{\sigma(t)} K_{\sigma(t)} & A_{\sigma(t)} - L_{\sigma(t)} C_{\sigma(t)} \end{bmatrix} \quad (۱۴)$$

اکنون لم ۱ را بر روی سیستم سوئیچینگ خطی $\dot{z}(t) = M_{\sigma(t)} z$ اعمال می‌کنیم. بنابراین سیستم سوئیچینگ خطی $\dot{z}(t) = M_{\sigma(t)} z$ زمان اقامت τ_D پایدار مجانبی مقاوم است، اگر ماتریس مثبت معین P_i و ضرایب مثبت α_i و λ_i به ازای هر $k \in \{1, 2, \dots, r\}$ و هر زیرسیستم $i \in \mathcal{M}$ ، وجود داشته باشند به نحوی که مجموعه نامعادلات ماتریسی

$$P_i M_i^0 + M_i^{0T} P_i \leq -(\alpha_i + \lambda_i) P_i, \quad (۱۵ الف)$$

$$e^{-\lambda_i \tau_D} P_i \leq P_j; \quad i, j \in \mathcal{M}, \quad (۱۵ ب)$$

$$P_i N_k^i + N_k^{iT} P_i \leq \frac{\alpha_{i,k}}{c_k} P_i, \quad (۱۵ ج)$$

$$P_i N_k^i + N_k^{iT} P_i \geq -\frac{\alpha_{i,k}}{c_k} P_i. \quad (۱۵ د)$$

برقرار باشد، که M_i^0 و N_k^i به ترتیب برابرند با

$$M_i^0 = \begin{bmatrix} A_i^0 + B_i^0 K_i & L_i C_i \\ 0 & A_i^0 - L_i C_i \end{bmatrix}$$

و

$$N_k^i = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ E_k^i - F_k^i K_i & E_k^i \end{bmatrix}$$

در ادامه با انتخاب ماتریس‌های $P_i = \begin{bmatrix} P_{i,1} & 0 \\ 0 & \beta_i P_{i,2} \end{bmatrix}$ ، اثبات را ادامه می‌دهیم، که β_i ضرایب مثبتی هستند که مقادیر آن‌ها در حین اثبات مشخص می‌شود.

(۱۵ الف) برقرار است، اگر و تنها اگر به ازای هر $z = [\hat{x}^T, \tilde{x}^T]^T \in \mathbb{R}^{2n}$ ، رابطه $z^T(P_i M_i^0 + M_i^{0T} P_i)z \leq -(\alpha_i + \lambda_i) z^T P_i z$ برقرار باشد. همچنین با جایگذاری P_i و M_i^0 در رابطه (۱۵ الف)، خواهیم داشت:

$$P_i M_i^0 + M_i^{0T} P_i = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}$$

که S_{ij} ها برابر هستند با:

$$\begin{aligned} S_{11} &= P_{i,1}(A_i^0 + B_i^0 K_i) + (A_i^0 + B_i^0 K_i)^T P_{i,1}, \\ S_{12} &= P_{i,1} L_i C_i, \\ S_{21} &= (L_i C_i)^T P_{i,1}, \\ S_{22} &= \beta_i \{P_{i,2}(A_i^0 - L_i C_i) + (A_i^0 - L_i C_i)^T P_{i,1}\}. \end{aligned}$$

بنابراین رابطه زیر برای $z^T(P_i M_i^0 + M_i^{0T} P_i)z$ برقرار است.

$$\begin{aligned} z^T(P_i M_i^0 + M_i^{0T} P_i)z &= \hat{x}^T [P_{i,1}(A_i^0 + B_i^0 K_i) + (A_i^0 + B_i^0 K_i)^T P_{i,1}] \hat{x} + \\ &\beta_i \tilde{x}^T [P_{i,2}(A_i^0 - L_i C_i) + (A_i^0 - L_i C_i)^T P_{i,1}] \tilde{x} + \\ &2\hat{x}^T P_{i,1} L_i C_i \tilde{x} \end{aligned}$$

اکنون، با اعمال لم مکمل شور بر روی روابط (۱۳ الف) و (۱۳ ب) روابط زیر بدست می‌آیند.

$$A_i^0 Q_{i,1} + Q_{i,1} A_i^{0T} + B_i^0 R_i + R_i^T B_i^{0T} \leq (\alpha_i + \lambda_i + 1) Q_{i,1} \quad (۱۶)$$

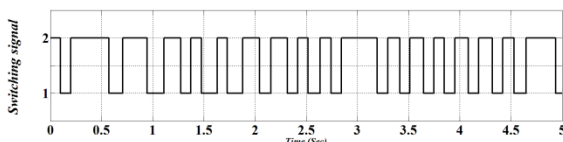
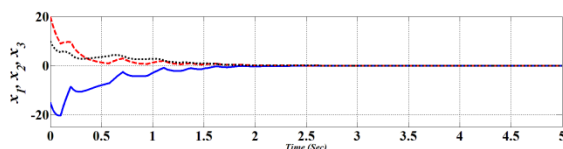
$$Q_{i,2} A_i^0 + A_i^T Q_{i,2} - Y_i C_i - C_i^T Y_i^T \leq (\alpha_i + \lambda_i + 1) Q_{i,2} \quad (۱۷)$$

با ضرب کردن طرفین نامعادله (۱۶) در $Q_{i,1}^{-1}$ و نامعادله (۱۷) در $P_{i,2} = Q_{i,2}^{-1}$ خواهیم داشت.

جدول ۱: ماتریس‌های R_i ، Q_i و K_i به همراه ضرایب $\alpha_{i,k}$ و λ_i بدست آمده از

قضیه ۱ برای سیستم سوئیچینگ (۲۰)

زیرسیستم اول		
$\alpha_{1,k} = 1 ; (k = 1, 2, 3)$	$\lambda_1 = 2$	
$R_1 = [-5.325 \quad -5.406 \quad -6.628]$		
$Q_1 = \begin{bmatrix} 3.113 & 0.048 & -0.013 \\ 0.048 & 3.150 & 0.026 \\ -0.013 & 0.026 & 3.155 \end{bmatrix}$		
$K_1 = [-1.6939 \quad -1.6736 \quad -2.0941]$		
زیرسیستم دوم		
$\alpha_{2,k} = 1 ; (k = 1, 2, 3)$	$\lambda_2 = 2$	
$R_2 = [-8.229 \quad -11.113 \quad -6.854]$		
$Q_2 = \begin{bmatrix} 3.160 & -0.003 & 0.002 \\ -0.003 & 3.144 & -0.008 \\ 0.002 & -0.008 & 3.145 \end{bmatrix}$		
$K_2 = [-2.6064 \quad -3.5424 \quad -2.1861]$		



شکل ۳: حالت‌های سیستم سوئیچینگ خطی پایدارسازی شده با استفاده از فیدبک حالت (بالا)، به ازای سیگنال سوئیچ نشان داده شده با حداقل زمان اقامت

۰/۱ ثانیه (پایین)

مثال ۲: در صورتی که در سیستم سوئیچینگ خطی توصیف شده در مثال ۱، تمامی حالت‌ها در دسترس نباشند و تنها خروجی زیرسیستم‌ها، با معادله نشان داده در (۲۲)، قابل اندازه‌گیری باشند، بردارهای بهره فیدبک حالت پایدارساز مبتنی بر رویکرد حالت را به نحوی تعیین می‌کنیم که سیستم سوئیچینگ حلقه بسته، به ازای هر سیگنال سوئیچ با حداقل زمان اقامت ۰/۱ ثانیه، پایدار مجانبی مقاوم باشد.

$$y = [1 \quad 2 \quad 4]x \quad (22)$$

از آنجا که زیرسیستم‌های نامی نشان داده شده در (۲۱) و (۲۲)، شرط کنترل‌پذیری و رویت‌پذیری را برآورده می‌کنند، با استفاده از نتایج ارائه شده در قضیه ۲ و به کمک جعبه ابزار YALMIP، نتایج نشان داده شده در جدول ۲ بدست می‌آید. ضمن اینکه نتایج شبیه‌سازی سیستم سوئیچینگ (۲۰) و (۲۲) به ازای پارامترهای $a = 5.4$ ، $b = 5.7$ و $c = 4.5$ و K_1 ، K_2 ، L_1 و L_2 نشان داده شده در جدول ۲ و یک سیگنال سوئیچ با زمان اقامت تصادفی حداقل برابر با ۰/۱ ثانیه در شکل ۴ نشان داده شده است. همچنین نتایج شبیه‌سازی سیستم سوئیچینگ (۲۰) و (۲۲) به ازای پارامترهای نامی $a = 6$ ، $b = 5$ و $c = 4$ به ازای همان سیگنال سوئیچ در شکل ۵ نشان داده شده است.

۵- مثال‌های عددی

مثال ۱- سیستم سوئیچینگ $\dot{x}(t) = A_{\sigma(t)}x(t) + B_{\sigma(t)}u(t)$ با ماتریس‌های A_i و B_i ($i = 1, 2$) نشان داده شده در معادلات (۲۰) را در نظر بگیرید. با فرض اینکه تمامی حالت‌های سیستم در دسترس باشند، بردارهای بهره فیدبک حالت پایدارساز را به نحوی تعیین می‌کنیم که سیستم سوئیچینگ حلقه بسته، به ازای هر سیگنال سوئیچ با حداقل زمان اقامت ۰/۱ ثانیه، پایدار مجانبی مقاوم باشد.

$$A_1 = \begin{bmatrix} -2.8 - 0.2a & 6.3 & -0.6 + 0.2b \\ 1 & -0.1a - 0.1c & 7 \\ 0.5 - 0.2b - 0.3c & -3.7 & 0.9 + 0.3b - 0.3a \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0.8 - 0.2a + 0.3b & 1.3 - 0.1c & 0.6 - 0.2b \\ 2 & -2.8 - 0.3a - 0.2c & 2 \\ 1.4 + 0.2c & 1.3 & 0.3b - 0.1a - 0.3 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 - 0.2a \\ 2 - 0.1b \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 2 + 0.1a \\ 1 \\ 1 + 0.2c \end{bmatrix} \quad (20)$$

که پارامترهای نامعین سیستم دارای ۲۰ درصد نامعینی حول مقادیر نامی بوده و مقادیر نامی آن‌ها نیز برابر است با $a^0 = 6$ ، $b^0 = 5$ و $c^0 = 4$. همانگونه که مشاهده می‌کنید، ماتریس‌های توصیف‌کننده ساختار نامعینی ماتریس‌های A_i و B_i به صورت زیر می‌باشند.

$$E_1^1 = \begin{bmatrix} -0.2 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1 & 0 \\ 0 & 0 & -0.3 \end{bmatrix}, E_1^2 = \begin{bmatrix} -0.2 & 0 & 0 \\ 0 & -0.3 & 0 \\ 0 & 0 & -0.1 \end{bmatrix}$$

$$E_2^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.2 \\ 0 & 0 & 0 \\ -0.2 & 0 & 0.3 \end{bmatrix}, E_2^2 = \begin{bmatrix} 0.3 & 0 & -0.2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3 \end{bmatrix}$$

$$E_3^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1 & 0 \\ -0.3 & 0 & 0 \end{bmatrix}, E_3^2 = \begin{bmatrix} 0 & -0.1 & 0 \\ 0 & -0.2 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$F_1^1 = [-0.2 \quad 0 \quad 0]^T, F_1^2 = [0.1 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$F_2^1 = [0 \quad -0.1 \quad 0]^T, F_2^2 = [0 \quad 0 \quad 0]^T$$

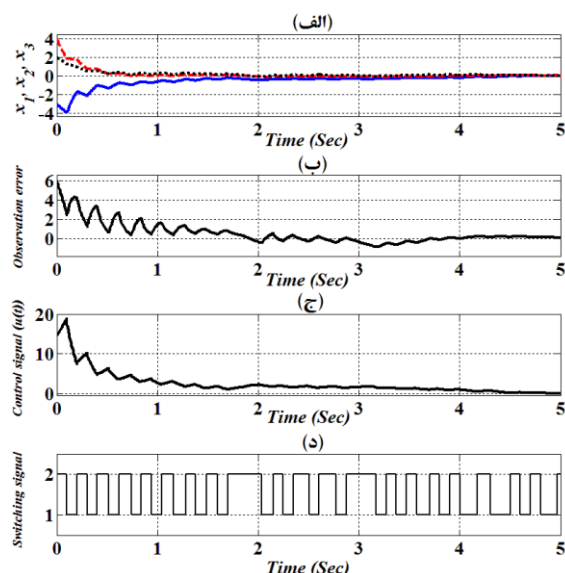
$$F_3^1 = [0 \quad 0 \quad 0]^T, F_3^2 = [0 \quad 0 \quad 0.2]^T$$

همچنین می‌توان ناپایدار بودن زیرسیستم‌های نامی (A_i^0) را بررسی نمود.

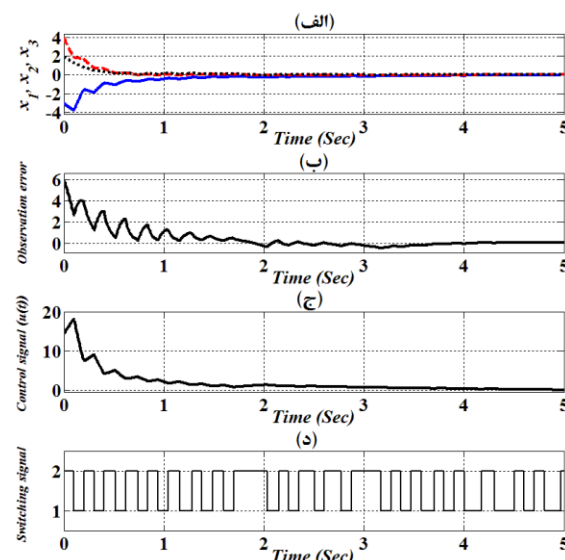
$$A_1^0 = \begin{bmatrix} -4 & 6.3 & 0.4 \\ 1 & -1 & 7 \\ -1.7 & -3.7 & 0.6 \end{bmatrix}, B_1^0 = \begin{bmatrix} -0.2 \\ 1.5 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (21 \text{ الف})$$

$$A_2^0 = \begin{bmatrix} 1.1 & 0.9 & -0.4 \\ 2 & -5.4 & 2 \\ 2.2 & 1.3 & 0.6 \end{bmatrix}, B_2^0 = \begin{bmatrix} 2.6 \\ 1 \\ 1.8 \end{bmatrix} \quad (21 \text{ ب})$$

می‌توان به سادگی بررسی نمود که شرط کنترل‌پذیر بودن زیرسیستم‌های نامی برقرار است. بنابراین با استفاده از نتایج ارائه شده در قضیه ۱ و حل مجموعه نامعادلات ماتریسی (۶ الف) - (۶ د) با کمک جعبه ابزار YALMIP در نرم‌افزار MATLAB، می‌توان به نتایج نشان داده شده در جدول ۱ دست یافت ($K_i = R_i Q_i^{-1}$). همچنین نتایج شبیه‌سازی سیستم سوئیچینگ (۲۰) به ازای پارامترهای $a = 5.4$ ، $b = 5.7$ و $c = 4.5$ و K_1 و K_2 نشان داده شده در جدول ۱ و یک سیگنال سوئیچ با زمان اقامت تصادفی حداقل برابر با ۰/۱ ثانیه در شکل ۳ نشان داده شده است.



شکل ۴: (الف) حالت‌های سیستم سوئیچینگ خطی پایداری شده با استفاده از فیدبک حالت مبتنی بر رویتگر، (ب) خطای رویتگر حالت $e(t) = (y(t) - C_{\sigma(t)}\hat{x}(t))$ ، (ج) سیگنال کنترلی $u(t) = K_{\sigma(t)}\hat{x}(t)$ و (د) سیگنال سوئیچ با حداقل زمان اقامت ۰/۱ ثانیه برای سیستم سوئیچینگ مثال ۲ و پارامترهای $a = 5.4$ ، $b = 5.7$ و $c = 4.5$.



شکل ۵: (الف) حالت‌های سیستم حلقه بسته پایداری شده با استفاده از فیدبک حالت مبتنی بر رویتگر، (ب) خطای رویتگر حالت $e(t) = (y(t) - C_{\sigma(t)}\hat{x}(t))$ ، (ج) سیگنال کنترلی $u(t) = K_{\sigma(t)}\hat{x}(t)$ و (د) سیگنال سوئیچ با حداقل زمان اقامت ۰/۱ ثانیه، برای سیستم سوئیچینگ مثال ۲ و پارامترهای $a = 6$ ، $b = 5$ و $c = 4$.

جدول ۲: ماتریس‌های Q_i ، K_i و L_i به همراه ضرایب $\alpha_{i,k}$ و λ_i بدست آمده از قضیه ۲ برای سیستم سوئیچینگ (۲۰) و (۲۲)

زیرسیستم اول		
$\alpha_{1,k} = 1; (k = 1,2,3), \quad \lambda_1 = 2$		
$Q_{1,1} = \begin{bmatrix} 4.4961 & -1.1888 & 0.6833 \\ -1.1888 & 1.1321 & -0.1733 \\ 0.6833 & -0.1733 & 1.1118 \end{bmatrix}$		
$Q_{1,2} = \begin{bmatrix} 1.6947 & -1.2613 & 1.2863 \\ -1.2613 & 9.6218 & 0.0708 \\ 1.2863 & 0.0708 & 5.4680 \end{bmatrix}$		
$K_1 = [-0.1983 \quad -2.5040 \quad -1.6629]$		
$L_1 = [-2.0472 \quad 0.4289 \quad 1.7171]^T$		
زیرسیستم دوم		
$\alpha_{2,k} = 1; (k = 1,2,3), \quad \lambda_2 = 2$		
$Q_{2,1} = \begin{bmatrix} 4.9249 & -1.0792 & 1.2624 \\ -1.0792 & 1.4360 & -0.4070 \\ 1.2624 & -0.4070 & 1.1252 \end{bmatrix}$		
$Q_{2,2} = \begin{bmatrix} 1.3316 & -1.5988 & 0.9263 \\ -1.5988 & 10.6330 & 0.0750 \\ 0.9263 & 0.0750 & 6.3105 \end{bmatrix}$		
$K_2 = [-1.3966 \quad -0.9194 \quad -2.2507]$		
$L_2 = [3.4864 \quad 0.6847 \quad 0.4784]^T$		

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله، مسئله پایداری با فیدبک حالت و سیگنال سوئیچ دارای حداقل زمان اقامت مشخص برای سیستم‌های سوئیچینگ خطی دارای نامعینی پارامتری بررسی شد. ابتدا با فرض قابل اندازه‌گیری بودن تمامی حالت‌ها، یک روش طراحی ماتریس‌های بهره فیدبک حالت بر اساس حل مجموعه نامعادلات ماتریسی خطی پیشنهاد شده تا بتوان سیستم سوئیچینگ خطی نامعین را به ازای تمامی سیگنال‌های سوئیچ با حداقل زمان اقامت مشخص پایداری نمود. از آنجا که در اغلب کاربردهای عملی، تنها خروجی‌های سیستم در دسترس هستند و امکان اندازه‌گیری تمامی حالت‌های سیستم وجود ندارد، روش طراحی بهره‌های فیدبک حالت مبتنی بر رویتگر، جهت پایداری مقاوم طراحی شد و پایداری سیستم حلقه بسته با فرض کنترل‌پذیر و رویت‌پذیر بودن زیرسیستم‌های نامی اثبات گردید. اگرچه روش‌های پیشنهادی برای پایداری مقاوم ارائه شده است، اثبات شده است که آن‌ها برای طراحی فیدبک حالت پایداری در سیستم‌های سوئیچینگ بدون نامعینی نیز قابل استفاده می‌باشند. به منظور ارزیابی صحت و کارایی روش‌های پیشنهادی برای پایداری مقاوم، مثال‌هایی مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

مراجع

- [13] J. P. Hespanha, "Stabilization through hybrid control," In: encyclopedia of life support systems (EOLSS), 2004.
- [14] J. C. Geromel and P. Colaneri, "Stability and stabilization of continuous-time switched systems," *SIAM J. Control Optim.*, vol. 45, no. 5, pp. 1915–1930, 2006.
- [15] G. Chesi, P. Colaneri, J.C. Geromel, R. Middleton, and R. Shorten, "Computing upper-bounds of the minimum dwell time of linear switched systems via homogeneous polynomial Lyapunov functions," In: *Proc. ACC*, pp. 2487–2492, 2010.
- [16] L.I. Allerhand and U. Shaked, "Robust stability and stabilization of linear switched systems with dwell time," *IEEE Trans. Auto. Control*, vol. 56, no. 2, pp. 381–386, Feb. 2011.
- [17] M. S. Branicky, "Multiple Lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems," *IEEE Trans. Auto. Control*, vol. 43, no. 4, pp. 475–482, Apr. 1998.
- [18] H. Lin and P. J. Antsaklis, "Stability and stabilizability of switched linear systems: a survey of recent results," *IEEE Trans. Auto. Control*, vol. 45, no. 2, pp. 308–322, 2009.
- [19] G. Zhao and J. Wang, "Finite time stability and L2-gain analysis for switched linear systems with state-dependent switching," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 350, no. 5, pp. 1075–1092, 2013.
- [20] E. Feron, "Quadratic stabilizability of switched systems via state and output feedback," *MIT technical report*, pp. 1–13, 1996.
- [21] S. Pettersson and B. Lennartson, "Stabilization of hybrid systems using a min-projection strategy," In *Proc. ACC.*, pp. 223–228, 2001.
- [22] S. Pettersson, "Synthesis of switched linear systems," in *Proc. IEEE CDC*, pp. 5283–5288, 2003.
- [۲۳] ح. ملاحمیدیان، ع. کریم‌پور و ن. پریز، ۱۳۹۰، "پایدارسازی و کنترل سیستم‌های خطی سوئیچ شونده با قانون کلیدزنی مقید به حالت-ورودی منطقی: دیدگاه مبتنی بر نامساوی‌های ماتریسی خطی"، *مجله کنترل*، جلد ۵، شماره ۲، ص ۲۱–۲۲.
- [24] H. Liua, Y. Shena, and X. Zhao, "Finite-time stabilization and boundedness of switched linear system under state-dependent switching," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 350, no. 3, pp. 541–555, 2013.
- [1] S. C. Benga and R. A. DeCarlo, "Optimal control of switching systems," *Automatica*, vol. 41, no. 1, pp. 11–17, Jan. 2005.
- [2] N.H. El-Farra, A. Gani, and P.D. Christofides, "A switched systems approach for the analysis and control of mode transitions in biological networks," In: *Proc. ACC*, vol. 5, pp. 3247 – 3252, 2005.
- [3] I. Mallochia, J. Daafouz, C. Iunga, R. Bonidalb, and P. Szczepanskib, "Switched system modeling and robust steering control of the tail end phase in a hot strip mill," *Nonlinear analysis: hybrid systems*, vol. 3, no. 3, pp. 239–250, Aug. 2009.
- [4] Q. Su and J. Zhao, "Stabilization of a class of switched systems with state constraints," *Nonlinear Dynamics*, vol. 70, no. 2, pp. 1499–1510, October 2012.
- [5] D. Palejiya, J. Hall, C. Mecklenborg, and D. Chen, "Stability of Wind Turbine Switching Control in an Integrated Wind Turbine and Rechargeable Battery System: A Common Quadratic Lyapunov Function Approach," *J. Dynamic Sys., Measur., & Control*, vol. 135, no. 2, p. 021018, Feb. 2013.
- [۶] خ. سخنور، ع. کریم‌پور و ن. پریز، ۱۳۹۲، "پایدارسازی سیستم‌های همگن سوئیچ شونده با استفاده از تابع لیاپانوف مشترک"، *مجله کنترل*، جلد ۷، شماره ۲، ص ۱۱–۱۹.
- [7] D. Liberzon, *Switching in systems and control*. Boston: Birkhäuser, 2003.
- [8] Z. Sun and S. S. Ge, *Switched linear systems: control and design*, Springer, London, UK, 2005.
- [9] R. Shorten, K.S. Narendra, and O. Mason, "result on common quadratic Lyapunov functions," *IEEE Trans. Auto. Control*, vol. 48, no. 1, pp. 110–113, 2003.
- [10] H. Lin and P.J. Antsaklis, "Stability and Stabilizability of Switched Linear Systems: A Survey of Recent Results," *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 45, no. 2, pp. 308–322, 2009.
- [11] A.A. Agrachev, Y. Baryshnikov, and D. Liberzon, "On robust Lie-algebraic stability conditions for switched linear systems," *Systems & Control Letters*, vol. 61, no. 2, pp. 347–353, Feb. 2012.
- [12] Y. Baryshnikov and D. Liberzon, "Robust stability conditions for switched linear systems: Commutator bounds and the Łojasiewicz inequality," in *52nd Annual Conference on Decision and Control (CDC)*, 2013, pp. 722–726.

- [30] D. Ma and J. Zhao, "Stabilization of networked switched linear systems: An asynchronous switching delay system approach," *Systems & Control Letters*, vol. 77, no. 1, pp. 46–54, Jan. 2015.
- [31] G. Zhai, H. Lin, and P.J. Antsaklis, "Quadratic stabilizability of switched linear systems with polytopic uncertainties," *Int. J. Control*, vol. 76, no. 7, pp. 747–753, May 2003.
- [32] T. Soga and N. Otsuka, "Quadratic stabilizability for polytopic uncertain continuous-time switched linear systems by output feedback," in *Proc. ACC*, pp. 3920–3925, 2010.
- [33] Z. Sun, "A robust stabilizing law for switched linear systems," *Int. J. Control*, vol. 77, no. 4, pp. 389–398, Mar. 2004.
- [34] J.L. Mancilla-Aguilar and R.A. García, "An algorithm for the robust exponential stabilization of a class of switched systems," *Int. J. Robust & Nonlinear Control*, 2014.
- [35] J. Raouf and H. Michalska, "Robust Exponential Stabilization of Switched Linear Systems," In *Proc. IEEE CDC*, Shanghai, pp. 4246–4251, 2009.
- [36] S. Boyd, L. El-Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, *Linear matrix inequalities in system and control theory*, SIAM, Philadelphia, 1994.
- [25] D. Cheng, L. Guo, Y. Lin, and Y. Wang, "Stabilization of switched linear systems," *IEEE Trans. Automat. Control*, vol. 50, no. 5, pp. 661–666, May 2005.
- [26] D. Xie and X. Chen, "Observer-based switched control design for switched linear systems with time delay in detection of switching signal," *IET Control theory & Appl.*, vol. 12, no. 5, pp. 437–445, May 2008.
- [27] Y. Yang, C. Xiang, and T. H. Lee, "Feedback stabilization for planar switched linear systems with two subsystems under arbitrary switching," In *Proc. IEEE International Conference on Control and Automation (ICCA)*, Santiago, Chile, pp. 738–743, 2011.
- [28] G.M. Xie, L.Wang, "Stabilization of switched linear systems with time-delay in detection of switching signal," *J. Math. Anal. Appl.*, vol. 305, no. 1, pp. 277–290, 2005.
- [29] Y.E. Wang, J. Zhao, B. Jiang, "Stabilization of a class of switched linear neutral systems under asynchronous switching," *IEEE Trans. Automat. Control*, vol. 58, no. 8, pp. 2114–2119, 2013.

بهبود عملکرد سیستم‌های کنترل شبکه TCP نامعین با استفاده از مدیریت طول صف مقاوم

معصومه آزادگان^۱، محمدتقی حمیدی بهشتی^۲، بابک توسلی^۳

^۱ فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه تربیت مدرس، Azadegan@modares.ac.ir

^۲ دانشیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، گروه کنترل، دانشگاه تربیت مدرس، Mbeheshti@modares.ac.ir

^۳ استادیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، Tavassoli@eetd.kntu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۳/۹/۲۵، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۳/۱۲/۲۱)

چکیده: در این مقاله، به منظور بهبود عملکرد سیستم‌های تحت کنترل شبکه TCP، استفاده از مدیریت طول صف پیشنهاد گردیده است. جهت کنترل ازدحام شبکه‌ی TCP، مدل تحلیلی شبکه TCP مورد استفاده قرار گرفته است و به طراحی کنترلگر فیدبک حالت از نوع PID پرداخته شده است. در نتیجه تنظیم طول صف، حول مقدار به اندازه دلخواه کوچک و کاهش واریانس طول صف، تأخیر شبکه که وابسته به طول صف است و همچنین تغییرات تأخیر کاهش یافته و لذا عملکرد کلی سیستم تحت کنترل شبکه بهبود می‌یابد. با توجه به ماهیت تصادفی شبکه، سیستم تحت کنترل و شبکه دارای نامعینی ساختاری در نظر گرفته شده اند. با تلفیق مدل شبکه و سیستم، سیستم حلقه بسته به شکل سیستم تأخیردار با تأخیر وابسته به حالت خواهد شد. سپس با استفاده از روش لیاپانوف-کراسوفسکی، شرط کافی برای پایداری سیستم حاصل ارائه گشته است. قضیه ارائه شده در قالب نامساوی‌های ماتریسی خطی وابسته به تأخیر است که ضرایب کنترلگر PID نیز که تعیین آن از اهمیت بالایی برخوردار است، از حل آن بدست می‌آید. روش پیشنهادی شبیه‌سازی گشته و برتری آن نسبت به سایر روش‌ها نشان داده شده است. همچنین با استفاده از مثال عددی نشان داده شد که روش پیشنهادی قادر به افزایش بیشینه تأخیر قابل دستیابی توسط سیستم است و لذا نسبت به سایر روشها از محافظه کاری کمتری برخوردار است.

کلمات کلیدی: سیستم‌های کنترل شبکه بر اساس پروتکل TCP، مدیریت فعال طول صف، نامعینی ساختاری، لیاپانوف، نامساوی ماتریسی خطی.

Performance Improvement of Uncertain TCP-Networked Control Systems Using Robust AQM

Masoumeh Azadegan, Mohammad T. H. Beheshti, Babak Tavassoli

Abstract: This paper presents AQM design to improve the performance of networked control systems. An analytical model of the transmission control protocol (TCP) network is considered and a PID-type state feedback controller is developed to regulate the queue length. This leads to keeping network induced delay and its variation to be small enough to improve the overall performance of the NCSs. The model is assumed to possess structured uncertainties due to the stochastic nature of the network. By augmenting the TCP model with the plant equations, the closed loop system is transformed to a state-dependent delay differential equation (SDDDE). Applying the Lyapunov-Krasovskii method, a sufficient condition for the stability of this class of systems is obtained in terms of linear matrix inequality (LMI). PID controller parameters will be determined by solving these LMIs. Simulation results are presented and it has been shown that maximum allowable bound of time delay will increase in the proposed method.

Keywords: Uncertain Networked control systems based on TCP protocol, Active queue management, Structured uncertainty, Linear matrix inequality, Lyapunov-Krasovskii.

۱- مقدمه

پیشرفت روزافزون شبکه‌های ارتباطی از یکسو و پیچیدگی سیستم‌های صنعتی از سوی دیگر، مهندسين کنترل را بر آن داشته که از شبکه‌های ارتباطی برای انتقال اطلاعات استفاده نمایند. به طور کلی به سیستم‌هایی که در آنها اطلاعات از حسگر به کنترلگر و از کنترلگر به عملگر از طریق شبکه داده منتقل می‌گردد، سیستم‌های تحت کنترل شبکه (NCS)^۱ می‌گویند. در واقع در این سیستم‌ها مسیر فیدبک از طریق یک شبکه دیجیتال انتقال داده بسته می‌شود. این سیستم مزایایی چون کاهش سیم کشی و در نتیجه کاهش هزینه، نگهداری آسان، انعطاف‌پذیری و افزایش قابلیت اطمینان سیستم دارد. اما استفاده از شبکه در مسیر فیدبک منجر به وقوع برخی مشکلات و محدودیت‌ها مانند خرابی داده‌ها در مسیر انتقال، محدودیت پهنای باند شبکه انتقال داده، ایجاد تأخیر در مسیر انتقال و از دست رفتن اطلاعات^۲ می‌گردد. از کاربردهای آن می‌توان به سیستم کارکرد از دور، فضاپیماها و کارخانه‌های صنعتی اشاره نمود.

مطالعه NCS یک حوزه تحقیقاتی مرکب از تئوری‌های کنترل و شبکه است. بنابراین به منظور تحلیل پایداری و بهبود عملکرد NCS، ابزار تحلیل و طراحی پارامترهای کنترل و شبکه لازم است. بر اساس انواع شکل‌بندی‌های شبکه، روش‌های مختلفی برای مواجهه با چالش‌های شبکه بکار برده شده است. از چالش‌های اصلی موجود در شبکه، تأخیر و سرریز اطلاعات است که هر یک می‌تواند موجب از بین رفتن کارایی و یا ناپایداری سیستم گردد. در تحقیقات انجام شده پیرامون NCS، تحلیل پایداری یکی از نگران‌کننده‌ترین مسائل است و لذا بیشترین تلاش به حل این مسئله اختصاص یافته است؛ برای مثال [۷-۱]. روش‌های بسیاری برای مسئله تحلیل پایداری ارائه گشته است و عمده اختلاف موجود میان تحقیقات مختلف، در نحوه مدل‌سازی شبکه است.

مرجع [۸] به بررسی اجمالی انواع تحقیقات صورت گرفته در زمینه NCS پرداخته است. به طور کلی سه رویکرد برای طراحی کنترلگر در NCS در نظر گرفته شده است. در رویکرد اول پارامترهای مؤثر شبکه به صورت تأخیر [۹-۱۴]، سرریز بسته [۱۵، ۱۶] و یا هر دو [۱۷-۲۱] در نظر نظر گرفته شده و سپس در حضور آنها به منظور بهبود عملکرد NCS، به طراحی کنترلگر می‌پردازد. اغلب، محدودیت‌هایی نیز بر روی تأثیرات ناشی از شبکه در نظر گرفته می‌شود. برای مثال، تأخیر ناشی از شبکه کمتر از زمان نمونه برداری باشد [۲۱] یا تعداد سرریز بسته‌های پی‌درپی حداکثر m باشد [۲۲]. در بسیاری از پژوهش‌ها شبکه در NCS به صورت تأخیر مدل‌سازی شده است که تأخیر نیز به صورت ثابت و نامعین [۱۳]، متغیر با زمان [۲۳]، تأخیر تصادفی مستقل [۱۴]، تأخیر تصادفی

کراندار [۲۴] و تأخیر با توزیع احتمالاتی و یا زنجیره مارکوف [۲۵] و [۲۶] در نظر گرفته شده است. با توجه به ماهیت تصادفی شبکه، نزدیکترین مدل به مدل واقعی زنجیره مارکوف است. اما مدل‌سازی تأخیر به صورت زنجیره مارکوف، محدودیت‌ها و کاستی‌هایی دارد. واضح است که هر چه تعداد مدهای پارامتر مارکوف بیشتر اختیار گردد، مدل‌سازی به مدل ایده‌آل نزدیکتر خواهد شد؛ از طرفی با افزایش مدها، ابعاد ماتریس‌ها افزایش یافته و لذا مسئله طراحی پیچیده‌تر و حجم محاسبات بیشتر خواهد شد. همچنین، در مدل‌سازی تأخیر به صورت زنجیره مارکوف به ماتریس گذر حالت نیاز داریم که آرایه‌های آن نامعین بوده و به طور دقیق قابل تعیین نمی‌باشد. این امر نیز منجر به کاهش دقت مدل‌سازی با استفاده از این روش می‌گردد. در برخی از مقالات نیز برخی از این پارامترها به صورت نامعین در نظر گرفته می‌شوند که این امر نیز منجر به افزایش محافظه‌کاری و همچنین افزایش ابعاد ماتریس‌ها می‌گردد. در تحقیقاتی که تاکنون در زمینه NCS صورت گرفته که شبکه را به صورت انواع تأخیر مدل‌سازی نموده‌اند، وابستگی تأخیر به دینامیک شبکه مورد توجه قرار نگرفته است. در [۲۸]، وابستگی تأخیر به طول صف شبکه مورد توجه قرار گرفته و به طراحی مدیریت صف فعال برای شبکه مبتنی بر TCP پرداخته است که منجر به بهبود عملکرد شبکه گشته است. در رویکرد دوم، با فرض داشتن شبکه مورد نظر، با بهبود کیفیت سرویس^۳ شبکه سعی در کاهش اثرات مخرب شبکه و بهبود عملکرد NCS دارد [۲۹].

در رویکرد سوم، به طراحی همزمان کنترلگر فرایند و برخی مشخصه‌های شبکه پرداخته می‌شود [۳۰]. در رویکرد سوم، طراح قادر است از درجه آزادی طراحی هر دوی کنترلگر فرایند و شبکه به منظور بهبود عملکرد NCS بهره ببرد. در این رویکرد، دو روش مختلف برای طراحی همزمان کنترلگر فرایند و شبکه قابل تصور است. در روش اول طراحی پارامترهای مربوط به کنترل فرایند (مانند بهره کنترلگر، فواصل نمونه‌برداری و ...) مستقل از پارامترهای شبکه (مانند پهنای باند شبکه، نرخ انتقال داده، احتمال سرریز بسته و ...) صورت می‌گیرد [۳۱]. روش دیگر طراحی همزمان پارامترهای سیستم کنترل و شبکه است. با این رویکرد، تداخل میان سیستم تحت کنترل و شبکه نیز در طراحی مورد توجه قرار خواهد گرفت. در رویکرد طراحی همزمان، مدل‌سازی دقیق از شبکه از اهمیت بالایی برخوردار است.

در مرجع [۳۲] استفاده از مدل واقعی شبکه به جای مدل‌سازی شبکه با تأخیر و سرریز بسته، در سیستم‌های تحت کنترل شبکه پیشنهاد گشت. با توجه به تنوع شبکه‌ها و پروتکل‌ها و گسترش روزافزون اینترنت و کاربرد آن در بسیاری از سیستم‌ها اعم از سیستم‌های تحت کنترل شبکه،

^۱ Networked Control Systems

^۲ Packet loss

^۳ Quality of service (QoS)

صف است. لذا با طراحی کنترلگر ازدحام کران بالا و تغییرات تأخیر سیستم قابل کنترل است. با تلفیق مدل فرایند و شبکه، سیستم حلقه بسته NCS به شکل سیستم تأخیردار با تأخیر وابسته به حالت^۲ خواهد شد. با توجه به اینکه در این مدل‌سازی، دینامیک تأخیر که وابسته به دینامیک طول صف است شناخته شده است و از سوی دیگر، به طور همزمان طول صف نیز کنترل می‌گردد، لذا شرایطی بر روی تأخیر سیستم بدست می‌آید که تحلیل سیستم SDDDE به سیستم‌های با تأخیر متغیر با زمان تبدیل می‌گردد. در این مقاله، همچنین، با توجه به تصادفی بودن ماهیت شبکه و همچنین نامعینی مدل فرایند، مدل فرایند و شبکه دارای نامعینی ساختاریافته در نظر گرفته شده‌اند. سپس با استفاده از روش لیاپانوف-کراسوفسکی، شرط کافی برای پایداری مقاوم سیستم حاصل ارائه گشته است. در ادامه به طراحی کنترلگر مقاوم پرداخته شده که در حضور نامعینی ساختاریافته فرایند و شبکه، قادر به پایداری همزمان شبکه و فرایند است. قضایای ارائه شده در قالب نامساوی‌های ماتریسی خطی وابسته به تأخیر است که ضرایب کنترلگر فرایند و کنترلگر PID شبکه که تعیین آن از اهمیت بالایی برخوردار است، از حل آن بدست می‌آید. روش پیشنهادی از طریق شبیه‌سازی مورد ارزیابی قرار گرفته و برتری آن نسبت به سایر روش‌ها نشان داده شده است. مقایسه دیگری نیز با دیدگاه کران بالای تأخیر قابل تحمل توسط سیستم نسبت به انواع مدل‌سازی‌های دیگر شبکه اعم از پرش مارکوف، تأخیر با توزیع یکنواخت و تأخیر تصادفی صورت گرفته است و نشان داده شد که در روش پیشنهادی کران بالای تأخیر قابل تحمل توسط سیستم افزایش می‌یابد.

در این مقاله ابتدا در بخش ۲ مدل‌سازی جدیدی از NCS ارائه گشته است که شامل دو زیربخش مدل دینامیک TCP و تحلیل آن و مدل‌سازی NCS است. در بخش ۳ مسئله کنترل فرمول‌سازی شده و شرایط کافی برای پایداری سیستم و همچنین طراحی کنترلگر مقاوم ارائه می‌گردد و همچنین جزئیات پیاده‌سازی در طراحی AQM مورد بحث قرار می‌گیرد. به منظور ارزیابی روش پیشنهادی نتایج شبیه‌سازی توسط نرم‌افزار MATLAB و مثال عددی در بخش ۴ ارائه شده است. در بخش پایانی نتایج و پیشنهادات ارائه گشته است.

۲- شبکه TCP

۲-۱- AQM در شبکه TCP

ازدحام شبکه یک مشکل اصلی است که به دلیل سرریز یا گم شدن بسته‌ها و تأخیر ارتباطی زیاد منجر به اتلاف منابع می‌شود که در نتیجه آن عملکرد کل شبکه محدود گشته و کیفیت سرویس افت خواهد کرد. هرچند کنترل ازدحام تنها معیار تضمین کیفیت سرویس نمی‌باشد، اما به

پروتکل TCP/IP برای این منظور برگزیده شد. با بکارگیری کنترلگر ازدحام در مسیریابها که عموماً طراحی آن بر اساس طول صف مرجع صورت می‌گیرد، تأخیر زمانی ناشی از شبکه، هر چند طبیعت تصادفی دارد، اما به صورت تابعی از طول صف قابل مدل‌سازی می‌باشد. لذا در مقاله مذکور به جای استفاده از مدل‌های تصادفی و احتمالاتی و یا زنجیره مارکوف برای مدل‌سازی تأخیر که پیچیدگیهای خاص خود را به دنبال دارد، از این مشخصه شبکه برای مدل‌سازی آن استفاده نموده است. با طراحی AQM به منظور کنترل ازدحام شبکه مورد استفاده در NCS طول صف را حول مقدار به اندازه دلخواه کوچک تنظیم و واریانس آن را کاهش داده است. در نتیجه آن، تأخیر شبکه که وابسته به طول صف است و همچنین تغییرات تأخیر کاهش یافته و لذا عملکرد کلی سیستم تحت کنترل شبکه بهبود می‌یابد. در مرجع مذکور، برای کنترل بخش شبکه، از کنترلگر فیدبک حالت استفاده شده است. اما برای پیاده‌سازی روش‌های AQM موجود بر اساس کنترل فیدبک حالت مدل دینامیک TCP، محدودیت‌هایی وجود دارد [۳۳-۳۴]. در شبکه‌های واقعی، اندازه-ی پنجره^۱ به عنوان یکی از متغیرهای حالت مدل فضای حالت مدل دینامیک TCP در سمت روترها در دسترس نیست. برای مقابله با این محدودیت، مرجع [۳۳] با طراحی روتگر اندازه پنجره را تخمین زده و از آن استفاده نمود. در [۳۴] کنترلگر مقاوم طراحی گشت که در آن اندازه پنجره تقریب زده شد. در مرجع [۳۵]، از مشتق طول صف به جای اندازه پنجره در طراحی کنترلگر فیدبک حالت استفاده شده است که در نتیجه کنترلگر فیدبک حالت از نوع PD بر حسب طول صف خواهد داشت. در این روش نیازی به دانستن اندازه پنجره نمی‌باشد و تنها از مقادیر طول صف که در سمت روتر اندازه‌گیری می‌شود، استفاده می‌گردد.

ابزارهای شبیه‌سازی مختلفی به منظور شبیه‌سازی NCS ارائه شده است که از ترکیب نرم‌افزارهای مربوط به شبیه‌سازی فرایند و کنترلگر (مانند MATLAB) و نرم‌افزارهای مناسب جهت شبیه‌سازی شبکه (مانند NS2، OPNET و ...) حاصل می‌گردد. برای نمونه بستر شبیه‌سازی PiccSIM [۳۶]

در این مقاله از رویکرد سوم استفاده شده در [۳۲]، یعنی طراحی همزمان کنترلگر برای فرایند و شبکه استفاده شده است و تأخیر از کنترلگر به عملکرد در نظر گرفته شده است؛ با این تفاوت که نامعینی‌های ساختاریافته به مدل فرایند و شبکه افزوده شده است و لذا کنترل مقاوم طراحی گشته است. همچنین برای بخش کنترل شبکه از روش ارائه شده در [۳۵] با افزودن انتگرال طول صف یعنی کنترلگر فیدبک حالت از نوع PID استفاده شده است. لذا در این مقاله محدودیت پیاده‌سازی به علت عدم دسترسی به اندازه پنجره در سمت روتر برطرف شده است و تنها از مقادیر طول صف که در سمت روتر اندازه‌گیری می‌شود، استفاده می‌گردد. خروجی بخش شبکه که طول صف است، به طور مستقیم بر دینامیک فرایند تأثیرگذار است؛ چرا که تأخیر سیستم وابسته به طول

² State dependent delay differential equation (SDDDE)

¹ Window size

عنوان مرتبط‌ترین و تأثیرگذارترین پدیده در ارتباط شبکه‌ای بر NCS به آن خواهیم پرداخت.

مدیریت فعال صف^۱ (AQM) که در روترها پیاده می‌شود، یک روش کنترل ازدحام است که با سرریز هدفدار بسته‌ها در گره‌های میانی موجب بهبود کارایی شبکه می‌گردد. یکی از قدیمی‌ترین و پرکاربردترین الگوریتم‌ها جهت رفع ازدحام الگوریتمی است که به RED^۲ معروف است. این روش از طول صف به عنوان اطلاعات استفاده می‌کند و احتمال سرریز/ نشان دار شدن بسته به صورت تابعی از مقدار میانگین آن محاسبه می‌گردد. محققین بسیاری در رابطه با چگونگی تعیین پارامترهای RED تحقیق نمودند [۳۷]. همچنین تاکنون مکانیزم‌های زیادی برای بهبود عملکرد مکانیزم RED ارائه شده است. از جمله این مکانیزم‌ها می‌توان به ATRED^۳ [۳۸] اشاره نمود. دو روش AQM شناخته شده دیگر REM^۴ [۳۹] و AVQ^۵ [۴۰] است.

در سالهای اخیر مطالعات بسیاری در زمینه مدلسازی شبکه TCP صورت گرفته است. مدل جریان-سیال^۶ که توسط [۴۱] ارائه گشت، چارچوب مناسبی برای تحلیل و طراحی AQM بر مبنای رویکرد تئوری-های کنترل در اختیار پژوهشگران قرار داد. اصول کنترل فیدبک ابزار مناسبی برای تحلیل و طراحی AQM است. در سال‌های اخیر به منظور بهبود الگوریتم‌های (AQM)، روش‌های کنترل کلاسیک مانند PI [۴۱]، PD [۴۲]، PID [۴۳] بکار گرفته شده‌اند. همچنین از روشهای پیشرفته مانند PI تطبیقی [۴۴]، AGMV^۷ [۴۵]، کنترل فازی [۴۶]، MPC^۸ [۴۷] و ... نیز استفاده شده است.

از جمله ضعف‌هایی که در اکثر کنترلگرهای ارائه شده مشاهده می‌شود عدم بررسی موضوع تأخیر در سرویس‌های شبکه می‌باشد. اغلب روش‌های AQM موجود شامل RED، REM/PI، و AVQ کنترلگرهای مستقل از تأخیرند [۴۰ و ۴۲] و یا تأخیر را ثابت در نظر می‌گیرند [۴۳ و ۴۸]. حال آنکه وجود تأخیر در شبکه‌های کامپیوتری امری اجتناب ناپذیر است. در بسیاری از مقالات بدون در نظر گرفتن تأخیر به طراحی کنترلگر پرداخته شده و با ارائه نتایج شبیه‌سازی، قوام کنترلگر را در حضور تأخیر نشان دادند. طراحی کنترلگر شبکه با تأخیر ثابت، شرایط پایداری محافظه کارانه‌ای را نتیجه خواهد داد. در این مقاله با در نظر گرفتن تأخیر متغیر با زمان شبکه، به طراحی کنترلگر برای تنظیم طول صف پرداخته شده است. لذا برای طراحی کنترلگر فیدبک حالت، مجموعه‌ای از نامساوی‌های ماتریسی وابسته به تأخیر حاصل می‌گردد.

برای پیاده‌سازی روش‌های AQM وجود مبتنی بر کنترلگر فیدبک حالت، دسترسی به حالت‌ها یعنی اندازه پنجره و طول صف در سمت

روتر ضروری است. در حالی که در شبکه‌های واقعی عملاً اندازه پنجره در سمت روتر قابل دستیابی نیست. این محدودیت در تمامی روش‌های کنترل مبتنی بر فیدبک حالت وجود دارد؛ چراکه اندازه پنجره یکی از حالت‌های مدل دینامیک TCP است. برای غلبه بر این محدودیت، برخی محققان استفاده از ریتگر برای تخمین حالت را پیشنهاد نمودند [۳۳]. مرجع [۳۴] از مقدار تقریبی اندازه پنجره استفاده نموده است. در [۳۵]، روشی ارائه شده است که در آن نیازی به استفاده از اندازه پنجره و به تبع آن استفاده از تقریب یا تخمینگر وجود ندارد. در [۳۵]، از مشتق طول صف به جای اندازه پنجره در طراحی کنترلگر فیدبک حالت استفاده شده است. بر اساس مدلسازی ارائه شده، کنترلگر فیدبک حالت از نوع PD بر حسب طول صف خواهد داشت که بر محدودیت مذکور غلبه می‌کند.

در این مقاله، همانطور که در بخش مقدمه نیز گفته شد، برای کنترل ازدحام شبکه روش پیشنهادی توسط [۳۵] استفاده می‌گردد. روش پیشنهادی نسبت به برخی روش‌های اخیر مانند GMV و کنترل فازی نیز ترجیح دارد، چرا که این روش‌ها از پیچیدگی‌های بالایی جهت پیاده‌سازی برخوردارند. از سوی دیگر، تعیین پارامترهای الگوریتم PID نیز از اهمیت بالایی برخوردار است؛ چرا که تعیین نامناسب ضرایب ممکن است منجر به ناپایداری یا تضعیف عملکرد گردد. در اغلب مقالات پارامترهای کنترلگر به روش سعی و خطا یا روش رایج زیگلر نیکولز تعیین می‌گردد [۴۲]. در روش پیشنهادی، ضرایب کنترلگر پایدارساز PID از حل نامساوی‌های ماتریسی خطی بدست می‌آید.

۲-۲- مدل شبکه TCP

بر اساس معادلات نظریه صف و تحلیل معادلات دیفرانسیل اتفاقی، در [۴۱] یک مدل دینامیکی از رفتار TCP/AQM ارائه شده است که می‌توان آن را بر اساس معادلات دیفرانسیل غیر خطی زیر توصیف نمود:

$$\dot{w}(t) = \frac{1}{\tau(t)} - \frac{w(t)}{2} \frac{w(t-\tau(t))}{(\tau(t)-\tau(t))} p(t-\tau(t)) \quad (۱)$$

$$\dot{q}(t) = -C + \frac{N}{\tau(t)} w(t) \quad (۲)$$

که در آن $w(t)$ متوسط طول پنجره TCP بر حسب بسته، $q(t)$ متوسط طول صف بر حسب بسته، $\tau(t) = T_p + \frac{q(t)}{c}$ زمان رفت و برگشت بر حسب ثانیه، C ظرفیت لینک بر حسب بسته بر ثانیه، T_p تأخیر انتشار بر حسب ثانیه، N فاکتور بار یا تعداد جریان‌های TCP و $p \in [0,1]$ احتمال دور ریز بسته‌ها می‌باشد. اندازه پنجره و طول صف مقادیری مثبت و محدود می‌باشند؛ یعنی $w \in [0, w_m]$ و $q \in [0, q_m]$ که w_m و q_m به ترتیب مقادیر ماکزیمم اندازه پنجره و ظرفیت بافر می‌باشند. توجه نمایید که در مدل فوق برای ساده‌سازی فرض شده است که ظرفیت لینک و تعداد جریان‌های TCP ثابت است.

^۱ Active queue management, AQM

^۲ Random early detection

^۳ Adaptive thresholds random early detection

^۴ Random exponentially marking

^۵ Adaptive virtual queue

^۶ Fluid-flow

^۷ Adaptive generalized minimum variance

^۸ Model predictive controller

$$A_n = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{2N}{\tau_0^3 C} & -\frac{1}{\tau_0} - \frac{Cp_0}{2N} \end{bmatrix}, A_{dn} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{Cp_0}{2N} \end{bmatrix},$$

$$B_n = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{C^2}{2N} \end{bmatrix}, C_n = [0 \quad 1 \quad 0], F_n = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix}, D_n = \tau_0$$

با مشتق‌گیری از رابطه (۲) داریم:

$$\ddot{q}(t) = \frac{d}{dt} \left(\frac{N}{\frac{q(t)}{C} + T_p} w(t) \right) \quad (۳)$$

با جایگذاری روابط (۱) و (۲) در (۳) داریم:

$$\ddot{q}(t) = \frac{-(\dot{q}(t) + C)\dot{q}(t)}{C \left(\frac{q(t)}{C} + T_p \right)} + \frac{N}{\left(\frac{q(t)}{C} + T_p \right)^2} - \frac{(\dot{q}(t) + C)(\dot{q}(t - \tau) + C)}{2N} p(t - \tau) \quad (۴)$$

با خطی‌سازی رابطه (۴) حول نقطه کار (w_0, q_0, p_0) داریم:

$$\delta \ddot{q}(t) = -\frac{2N}{C \tau_0^3} \delta q(t) - \left(\frac{1}{\tau_0} + \frac{Cp_0}{2N} \right) \delta \dot{q}(t) - \frac{Cp_0}{2N} \delta \dot{q}(t - \tau) - \frac{C^2}{2N} \delta p(t - \tau) \quad (۵)$$

که در آن $\delta q = q - q_0$ و نقطه تعادل $w_0 = \frac{\tau_0}{N} C$, $p_0 = \frac{2}{w_0^2}$ است که از رابطه $\tau_0 = \frac{q_0}{C} + T_p$ بدست می‌آید. لذا رابطه تأخیر $\tau(t)$ را نیز می‌توان به صورت زیر بر حسب متغیر حالت δq به صورت زیر نوشت:

$$\tau(t) = \frac{\delta q(t)}{C} + \tau_0 \quad (۶)$$

با بازنویسی روابط (۵) و (۶) نمایش فضای حالت شبکه TCP به شکلی زیر قابل بیان است:

$$\begin{cases} \dot{x}_n(t) = A_n x_n(t) + A_{dn} x_n(t - \tau(t)) + B_n u_n(t - \tau(t)) \\ y_n(t) = C_n x_n(t) \\ \tau(t) = F_n x_n(t) + D_n \end{cases} \quad (۷)$$

که در آن، اندیس n نماد شبکه است. حالت‌های شبکه، $x_n^T(t) = [\int \delta q(t) \quad \delta q(t) \quad \delta \dot{q}(t)]$ سیگنال خروجی $y_n(t) = \delta p(t)$ ورودی کنترل و $u_n(t) = \delta p(t)$ شبکه می‌باشد و

رابطه (۷) یک سیستم تأخیردار با تأخیر وابسته به حالت است که تأخیر آن در هر دوی حالت و سیگنال کنترلی وارد شده است. لازم به ذکر است که سیستم توصیف شده با رابطه (۷) خطی نیست؛ چرا که تأخیر آن وابسته به حالت شبکه است.

۳- مدلسازی NCS

سیستم خطی زیر را به عنوان فرایند در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} \dot{x}_p(t) = A_p x_p(t) + B_p \bar{u}_p(t) \\ y_p(t) = C_p x_p(t) \end{cases} \quad (۸)$$

که در آن، اندیس p نماد فرایند است. $x_p(t) \in R^n$ حالت‌ها، $\bar{u}_p(t) \in R^m$ ورودی کنترل و $y_p(t) \in R^P$ خروجی اندازه‌گیری شده می‌باشد؛ A_p , B_p و C_p ماتریسهای حقیقی معین با ابعاد مناسب می‌باشند. همانطور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، فرایند از طریق شبکه با کنترلگر در ارتباط است. حالت اندازه‌گیری شده توسط حسگر در سمت کنترلگر و ورودی کنترلی ارسالی از کنترلگر در سمت فرایند به صورت زیر خواهند بود:

$$\begin{aligned} \bar{x}(t) &= x(t - \tau_{sc}(t)), \\ \bar{u}_p(t) &= u_p(t - \tau_{ca}(t)) \end{aligned} \quad (۹)$$

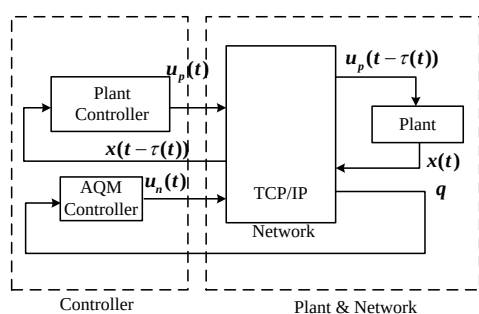
فرض می‌شود که حسگر مبتنی بر زمان^۱ است؛ یعنی از حالت‌های فرایند به طور متناوب نمونه‌برداری می‌کند. کنترلگر و عملگر مبتنی بر رویداد^۲ هستند؛ بدین معنا که سیگنال کنترل به محض رسیدن اطلاعات جدید از حسگر به کنترلگر محاسبه می‌گردد و همچنین سیگنال کنترل به محض رسیدن اطلاعات جدید از کنترلگر به عملگر، به فرایند اعمال می‌گردد.

با تلفیق مدل معرفی شده برای شبکه در (۷) و مدل فرایند (رابطه (۸)) و بر اساس ساختار NCS (شکل ۱)، معادله سیستم حلقه بسته NCS که ساختار آن در شکل ۲ نشان داده شده است، به صورت زیر خواهد بود:

^۱ Time-driven

^۲ Event-driven

شکل ۱: ساختار NCS



شکل ۲: ساختار پیشنهادی NCS

۴- پایداری و پایداری سازی مقاوم NCS

در این بخش قضایایی شامل شرط پایداری و وجود کنترلگر پایداری ساز مقاوم برای سیستم (۱۱) ارائه شده است. بدین منظور ابتدا لم زیر بیان می‌گردد:

لم ۱- (S-Procedure) [۵۰] برای هر ξ و π ، اگر شرط $\xi^T C^T C \xi \leq \pi^T \pi$ برقرار باشد، آنگاه

$$\begin{bmatrix} \xi \\ \pi \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A^T P + PA & PB \\ B^T P & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \pi \end{bmatrix} < 0$$

معادل است با وجود $\mathcal{E} > 0$ به نحوی که

$$\begin{bmatrix} \xi \\ \pi \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A^T P + PA + \mathcal{E} C^T C & PB \\ B^T P & -\mathcal{E} I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \pi \end{bmatrix} < 0$$

ابتدا فرض کنید $u(t) = 0$ و سیستم دارای نامعینی نمی‌باشد. قضیه‌ی زیر شرط کافی برای پایداری وابسته به تأخیر سیستم (۱۰) ارائه می‌دهد.

قضیه ۱- به ازای $h > 0$ و $\mu < 1$ داده شده، سیستم (۱۰) پایدار است، اگر شروط $(0 < \tau(t) < h)$ و $(\dot{\tau}(t) = \lambda(t) < \mu < 1)$ به ازای هر t برقرار باشد و ماتریس‌های مثبت معین و مقارن P, Q و R و ماتریس مثبت نیمه معین

$$X = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} \\ X_{12}^T & X_{22} & X_{23} \\ X_{13}^T & X_{23}^T & X_{33} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (13)$$

وجود داشته باشد به نحوی که نامساوی‌های ماتریسی زیر برقرار باشند:

$$\begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & hA^T R \\ * & E_{22} & hA_d^T R \\ * & * & -hR \end{bmatrix} < 0, \quad (14)$$

$$R - X_{33} \geq 0 \quad (15)$$

که در آن

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + A_d x(t - \tau(t)) + Bu(t - \tau(t)) \\ \tau(t) = Fx(t) + D \end{cases} \quad (10)$$

که در آن $x^T(t) = [x_p^T(t) \ x_n^T(t)]$ و

$$A = \begin{bmatrix} A_p & 0 \\ 0 & A_n \end{bmatrix}, A_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & A_{dn} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} B_p & 0 \\ 0 & B_n \end{bmatrix}, F = [0_{1 \times p} \ F_n], D = \tau_0$$

همانطور که مشاهده می‌نمایید، رابطه (۱۰) نیز یک سیستم تأخیردار با تأخیر وابسته به حالت است که تأخیر آن در هر دوی حالت و سیگنال کنترلی وارد شده است. توجه نمایید که اگرچه به ظاهر سیستم تلفیقی رابطه (۱۰) به صورت بلوکی قطری است؛ اما تداخل میان فرایند، کنترلگر و شبکه از طریق تأخیر است. تأخیر $\tau(t)$ ظاهر شده در مدل فرایند، وابسته به طول صف است که یکی از حالت‌های شبکه است. بنابراین، همانطور که در شکل ۲ نیز مشاهده می‌نمایید، سیستم کنترل فرایند و شبکه از طریق متغیر تأخیر $\tau(t)$ روی هم تأثیر می‌گذارند.

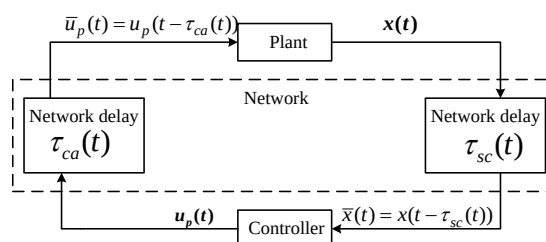
حال فرض می‌شود فرایند و شبکه دارای نامعینی پارامتری می‌باشند و سیستم نامعین NCS را به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A + \Delta A)x(t) + (A_d + \Delta A_d)x(t - \tau(t)) \\ \quad + (B + \Delta B)u(t - \tau(t)) \\ \tau(t) = Fx(t) + D \end{cases} \quad (11)$$

که در آن ماتریس‌های $\Delta A, \Delta B, \Delta A_d$ توابع ماتریسی با مقادیر حقیقی-اند که نمایانگر نامعینی‌های پارامتری متغیر با زمان سیستم می‌باشند و به شکل زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} \Delta A & \Delta B \end{bmatrix} = D_A F_1(t) \begin{bmatrix} E_A & E_B \end{bmatrix}, \quad \Delta A_d = D_{A_d} F_2(t) E_{A_d} \quad (12)$$

که ماتریس‌های $E_A, D_A, E_B, D_{A_d}, E_{A_d}$ ماتریس‌های حقیقی ثابت معین با ابعاد مناسب و $F_1(t)$ و $F_2(t)$ توابع ماتریسی نامعین می‌باشند با ابعاد مناسب قابل اندازه‌گیری لبگ^۱ هستند که شرط $\rho^2 I \leq F(t)^T F(t)$ را ارضا می‌نمایند؛ که در آن $\rho > 0$ ثابت داده شده است که اغلب برابر یک در نظر گرفته می‌شود و I ماتریس همانی با ابعاد مناسب است [۴۹].



¹ Lebesgue-measurable

در صورتی که تأخیر دوطرفه یعنی از کنترلگر به عملگر و همچنین از حسگر به کنترلگر وجود داشته باشد، معادله سیستم حلقه بسته به صورت سیستم چند تأخیره^۱ خواهد شد.

در قضیه ۲ شرایط کافی برای وجود کنترلگر فیدبک حالت پایدار ساز مقاوم برای سیستم (۱۹) ارائه می‌گردد و همچنین ضرایب کنترلگر از حل نامساوی‌های ماتریسی ارائه شده بدست می‌آید.

قضیه ۲- به ازای $h > 0$ و $\mu < 1$ داده شده، سیستم (۱۹) به ازای هر تأخیر که شروط $(0 < \tau(t) < h)$ و $(\dot{\tau}(t) = \lambda(t) < \mu < 1)$ را برآورده نماید، توسط کنترلگر فیدبک حالت (۱۷) و (۱۸) پایدارپذیر است، اگر ماتریس‌های مثبت معین و متقارن U, W و Z و ماتریس Y با ابعاد مناسب و ماتریس مثبت نیمه معین

$$T = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{12}^T & T_{22} & T_{23} \\ T_{13}^T & T_{23}^T & T_{33} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (20)$$

وجود داشته باشد به نحوی که نامساوی‌های ماتریسی زیر برقرار باشند:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} & hWA^T \\ * & \Gamma_{22} & hWA_d^T + hY^T B^T \\ * & * & -hZ \end{bmatrix} < 0, \quad (21)$$

$$W - T_{33} \geq 0 \quad (22)$$

که در آن

$$\Gamma_{11} = WA^T + AW + U + (1 - \mu)(T_{13} + T_{13}^T + hT_{11})$$

$$\Gamma_{12} = A_d W + BY + (1 - \mu)(-T_{13} + T_{23}^T + hT_{12})$$

$$\Gamma_{22} = (1 - \mu)(-U - T_{23} - T_{23}^T + hT_{22})$$

و بهره پایدار ساز از رابطه $K = YW^{-1}$ بدست می‌آید.

اثبات - رجوع شود به [۳۲].

حال سیستم را دارای نامعینی در نظر بگیرد. قضیه‌ی زیر شرط کافی برای پایداری مقاوم سیستم (۱۱) با فرض $u(t) = 0$ ارائه می‌دهد.

قضیه ۳- به ازای $h > 0$ و $\mu < 1$ داده شده سیستم (۱۱) برای تمام تأخیرهایی که شروط $(0 < \tau(t) < h)$ و $(\dot{\tau}(t) = \lambda(t) < \mu < 1)$ را ارضا می‌نمایند و تمامی نامعینی‌های به شکل رابطه (۱۲) پایدار مقاوم است، اگر ماتریس‌های مثبت معین و متقارن P, Q و R و اسکالره‌ای ε_1 و ε_2 و ماتریس مثبت نیمه معین

$$E_{11} = A^T P + PA + Q + (1 - \mu)(X_{13} + X_{13}^T + hX_{11}),$$

$$E_{12} = PA_d + (1 - \mu)(-X_{13} + X_{23}^T + hX_{12}),$$

$$E_{22} = (1 - \mu)(-Q - X_{23} - X_{23}^T + hX_{22})$$

اثبات - رجوع شود به [۳۲].

نکته ۱- در روند اثبات توجه داریم که

$$\dot{\tau}(x) = \nabla \tau \dot{x} = \frac{1}{C} \delta \dot{q} = \frac{1}{C} \dot{q} \quad (16)$$

و از طرفی با توجه به رابطه (۲) که بیانگر تغییرات طول صف است که به صورت اختلاف بسته‌هایی که صف را ترک می‌کنند و بسته‌هایی که در صف باقی مانده‌اند مدل‌سازی شده است، داریم $\dot{q} < C$ و لذا از رابطه (۱۶) نتیجه می‌شود که همواره $\dot{\tau}(x) < 1$ به عبارت دیگر بیشینه میزان تغییرات تأخیر نسبت به زمان یک می‌باشد. لذا در حالت کلی فرض می‌کنیم $\dot{\tau}(x) < \mu < 1$. از سوی دیگر، با توجه به تنظیم طول صف روی مقدار دلخواه و وابستگی تأخیر به اندازه طول صف بر اساس رابطه (۶)، کران بالایی به صورت زیر برای تأخیر قابل تصور است: $\tau(x) = \frac{q}{C} + T_p \Rightarrow \tau < \frac{q_0}{C} + T_p$. لذا در حالت کلی فرض می‌شود $0 < \tau(x) < h$.

حال به طراحی همزمان کنترلگر پایدار ساز مقاوم برای فرایند و شبکه پرداخته می‌شود. برای هر دو بخش AQM و کنترل فرایند، از کنترلگر فیدبک حالت استفاده می‌گردد؛ در این قسمت برای سادگی فرض کردیم تأخیر یکطرفه یعنی تنها از کنترلگر به عملگر وجود دارد. لذا داریم:

$$u_n(t) = K_n x_n(t) \quad (17)$$

$$u_p(t) = K_p x_p(t) \quad (18)$$

با جایگذاری (۱۷) و (۱۸) در (۷) و (۸) و تلفیق آنها، معادله سیستم حلقه بسته NCS به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + A_d x(t - \tau(t)) \\ \tau(t) = Fx(t) + D \end{cases} \quad (19)$$

که در آن $x^T(t) = [x_p^T(t) \quad x_n^T(t)]$ و

$$A = \begin{bmatrix} A_p & 0 \\ 0 & A_n \end{bmatrix}, A_d = \begin{bmatrix} B_p K_p & 0 \\ 0 & A_{dn} + B_n K_n \end{bmatrix}, F = [0_{1 \times p} \quad F_n], D = \tau_0$$

¹ Multiple delay system

برآورده نماید و تمامی نامعینی‌های به شکل رابطه (۱۲)، توسط کنترلگر فیدبک حالت (۱۷) و (۱۸) پایدارپذیر مقاوم است، اگر ماتریس‌های مثبت معین و متقارن U, W و Z و ماتریس Y با ابعاد مناسب و ماتریس مثبت نیمه معین

$$T = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{12}^T & T_{22} & T_{23} \\ T_{13}^T & T_{23}^T & T_{33} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (28)$$

وجود داشته باشد به نحوی که نامساوی‌های ماتریسی زیر برقرار باشند:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} & hWA^T & WE_A^T \\ * & \Gamma_{22} & hWA_d^T + hY^T B^T & 0 \\ * & * & \Gamma_{33} & 0 \\ * & 0 & 0 & -\varepsilon_1 \\ * & * & 0 & 0 \\ 0 & * & 0 & 0 \\ 0 & * & 0 & 0 \\ hWE_A^T & 0 & 0 & 0 \\ hY^T E_B^T & WE_{A_d}^T + Y^T E_B^T & hWE_{A_d}^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\varepsilon_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\varepsilon_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\varepsilon_4 & 0 \end{bmatrix} < 0, \quad (29)$$

$$W - T_{33} \geq 0 \quad (30)$$

که در آن

$$\begin{aligned} \Gamma_{11} &= WA^T + AW + U + (1-\mu)(T_{13} + T_{13}^T + hT_{11}) \\ &\quad + \varepsilon_1 D_A D_A^T + \varepsilon_2 D_{A_d} D_{A_d}^T \\ \Gamma_{12} &= A_d W + BY + (1-\mu)(-T_{13} + T_{23}^T + hT_{12}) \\ \Gamma_{22} &= (1-\mu)(-U - T_{23} - T_{23}^T + hT_{22}) \\ \Gamma_{33} &= -hR + \varepsilon_2 D_A D_A^T + \varepsilon_4 D_{A_d} D_{A_d}^T \end{aligned}$$

و بهره پایدارساز از رابطه $K = YW^{-1}$ بدست می‌آید.

اثبات - مشابه اثبات قضیه ۳، کافی است در رابطه (۲۱)، به جای A ، $A_d + D_{A_d} F_2(t) E_{A_d}$ و $A + D_A F_1(t) E_A$ و $B + D_{A_d} F_1(t) E_{A_d}$ قرار دهیم و ماتریس حاصل را از دوطرف در بردار x_i ، $i = 1, 2, 3$ ضرب کنیم. سپس با تعریف

$$\begin{aligned} m_1 &\triangleq F_1^T(t) D_A^T x_1, \quad m_2 \triangleq F_1^T(t) D_{A_d}^T x_3, \\ n_1 &\triangleq F_2^T(t) D_{A_d}^T x_1, \quad n_2 \triangleq F_2^T(t) D_A^T x_3 \end{aligned}$$

داریم:

$$X = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} \\ X_{12}^T & X_{22} & X_{23} \\ X_{13}^T & X_{23}^T & X_{33} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (23)$$

وجود داشته باشد به نحوی که نامساوی‌های ماتریسی زیر برقرار باشند:

$$\begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & hA^T R & PD_A & PD_{A_d} \\ * & E_{22} & hA_d^T R & 0 & 0 \\ * & * & -hR & hRD_A & hRD_{A_d} \\ * & 0 & * & -\varepsilon_1 & 0 \\ * & 0 & * & 0 & -\varepsilon_2 \end{bmatrix} < 0, \quad (24)$$

$$R - X_{33} \geq 0 \quad (25)$$

که در آن

$$\begin{aligned} E_{11} &= A^T P + PA + Q + (1-\mu)(X_{13} + X_{13}^T + hX_{11}) + \varepsilon_1 E_A^T E_A, \\ E_{12} &= PA_d + (1-\mu)(-X_{13} + X_{23}^T + hX_{12}), \\ E_{22} &= -(1-\mu)Q + (1-\mu)(-X_{23} - X_{23}^T + hX_{22}) + \varepsilon_2 E_{A_d}^T E_{A_d} \end{aligned}$$

اثبات - کافی است در رابطه (۱۴)، به جای A و A_d به ترتیب

$A + D_A F_1(t) E_A$ و $A_d + D_{A_d} F_2(t) E_{A_d}$ قرار دهیم و ماتریس حاصل را از دوطرف در بردار x_i ، $i = 1, 2, 3$ ضرب کنیم. سپس با تعریف

$$m \triangleq F_1(t) E_A x_1 \quad \text{و} \quad n \triangleq F_2(t) E_{A_d} x_2$$

داریم:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ m \\ n \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & hA^T R & PD_A & PD_{A_d} \\ * & E_{22} & hA_d^T R & 0 & 0 \\ * & * & -hR & hRD_A & hRD_{A_d} \\ * & 0 & * & 0 & 0 \\ * & 0 & * & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ m \\ n \end{bmatrix} < 0, \quad (26)$$

که E_{11} ، E_{12} و E_{22} قبلاً در رابطه (۲۴) معرفی گشته‌اند. با توجه به اینکه $F(t)^T F(t) \leq I$ ، داریم:

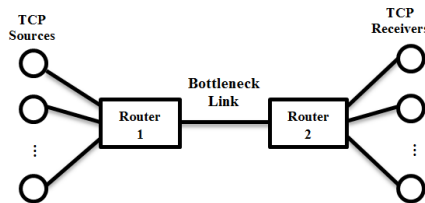
$$m^T m \leq x_1^T E_A^T E_A x_1, \quad n^T n \leq x_2^T E_{A_d}^T E_{A_d} x_2 \quad (27)$$

لذا با استفاده از لم ۱ و رابطه (۲۶) و (۲۷)، رابطه (۲۴) حاصل می‌گردد و بدین ترتیب قضیه اثبات می‌گردد. ■

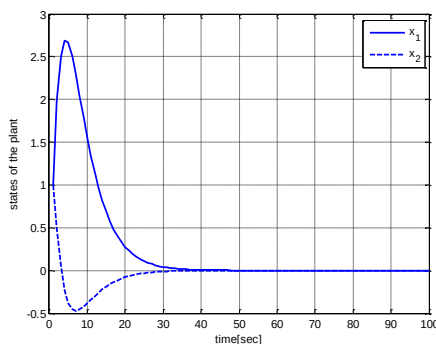
حال قضیه ۳ را تعمیم داده و در قضیه زیر کنترلگر فیدبک حالت پایدارساز مقاوم با رابطه (۱۷) و (۱۸) برای سیستم (۱۱) ارائه می‌گردد و همچنین ضرایب کنترلگر از حل نامساوی‌های ماتریسی ارائه شده بدست می‌آید.

قضیه ۴ - به ازای $h > 0$ و $\mu < 1$ داده شده، سیستم (۱۱) به ازای هر تأخیر که شروط $0 < \tau(t) < h$ و $0 < \lambda(t) < \mu < 1$ را

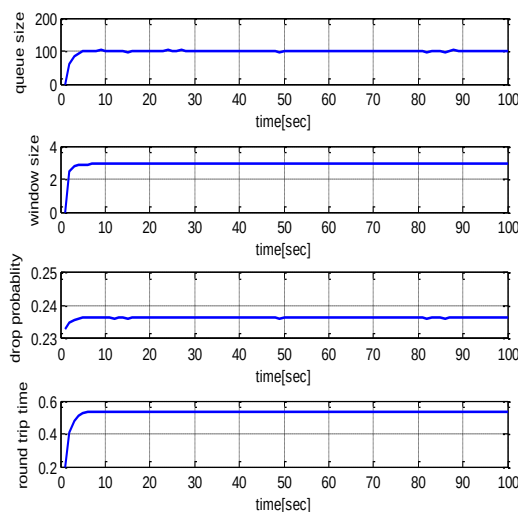
با اعمال کنترلگر فیدبک حالت با بهره‌های بدست آمده، نمودار حالت $x_p(t)$ با مقادیر اولیه $x_p(0) = [1 \ 1]^T$ در شکل ۴ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، NCS با استفاده از روش پیشنهادی پایدار گشته است. شکل ۵ از بالا به پایین به ترتیب، طول صف، اندازه پنجره، احتمال سرریز بسته (سیگنال ورودی) و تأخیر شبکه را تحت کنترلگر پیشنهادی نشان می‌دهند. همان‌طور که مشاهده می‌نمایید طول صف حول مقدار مطلوب نگه داشته شده است. همان‌طور که مشاهده می‌گردد، با توجه به کنترل ازدحام شبکه، طول صف و در نتیجه تأخیر ناشی از شبکه حول مقدار مطلوب نگه داشته می‌شود. فرایند تحت تأثیر این تأخیر نیز توسط اعمال کنترلگر فیدبک حالت حاصل از قضیه پیشنهادی، پایدار گشته است.



شکل ۳: ساختار در نظر گرفته شده برای شبیه‌سازی شبکه



شکل ۴: مسیر حالت فرایند



شکل ۵: از بالا به پایین، به ترتیب، طول صف، اندازه پنجره، احتمال سرریز بسته (سیگنال کنترل شبکه) و تأخیر شبکه

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ m_1 \\ m_2 \\ n_1 \\ n_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} & hWA^T & WE_A^T \\ * & \Gamma_{22} & hWA_d^T + hY^T B^T & 0 \\ * & * & \Gamma_{33} & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 \\ 0 & * & 0 & 0 \\ 0 & * & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ m_1 \\ m_2 \\ n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} < 0 \quad (31)$$

$$\begin{bmatrix} hWE_A^T & 0 & 0 \\ hY^T E_B^T & WE_{A_d}^T + Y^T E_B^T & hWE_{A_d}^T \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

که Γ_{11} ، Γ_{12} ، Γ_{22} و Γ_{33} قبلاً در رابطه (۲۹) معرفی گشته‌اند. با توجه به اینکه $F(t)^T F(t) \leq I$ ، داریم:

$$\begin{aligned} m_1^T m_1 &\leq x_1^T D_A D_A^T x_1, \quad m_2^T m_2 \leq x_3^T D_A D_A^T x_3 \\ n_1^T n_1 &\leq x_1^T D_{A_d} D_{A_d}^T x_1, \quad n_2^T n_2 \leq x_3^T D_{A_d} D_{A_d}^T x_3 \end{aligned} \quad (32)$$

لذا با استفاده از لم ۲ و رابطه (۳۱) و (۳۲)، رابطه (۲۹) حاصل می‌گردد و بدین ترتیب قضیه اثبات می‌گردد. ■

۵- شبیه‌سازی

به منظور ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی، ساختار شبکه به صورت شکل ۳ در نظر گرفته شده است. تأخیر انتشار نامی (T_p) ۲۰۰ میلی ثانیه و بار نامی ۱۰۰ منبع^۱ اختیار می‌شود. طول صف مطلوب q_0 و ظرفیت بافر C به ترتیب ۱۰۰ و ۳۰۰ بسته در نظر گرفته شده است. با توجه به پیچیدگی الگوریتم‌های موجود جهت شبیه‌سازی NCS که پیشتر معرفی گردید، شبیه‌سازی توسط نرم‌افزار MATLAB صورت گرفته است. پارامترهای فرایند و نامعینی نیز مطابق با رابطه (۱۱) به صورت زیر در نظر گرفته شده است [۵۱]:

$$\begin{aligned} A_p &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.1 \end{bmatrix}, B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \end{bmatrix} \\ D_A &= \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}^T, E_A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ E_B &= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}, \\ D_{A_d} &= [0 \ 0 \ 0 \ 0.1]^T, E_{A_d} = [1 \ 0 \ 0 \ 1], \\ F_1(t) &= F_2(t) = \sin(t) \end{aligned} \quad (33)$$

با استفاده از قضیه چهار، بهره کنترلگر NCS به صورت زیر بدست می‌آید:

$$K = \begin{bmatrix} -2.4483 & -8.6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0001 & 0.0006 & 0.0012 \end{bmatrix} \quad (34)$$

¹ Session

چشمگیری پیدا می‌کند و لذا روش ارائه شده از محافظه‌کاری کمتری برخوردار است.

در مثال زیر به نحو دیگری به مقایسه روش پیشنهادی با برخی روش‌های دیگر پرداخته شده است و نشان داده شده که قضیه ارائه شده در این مقاله قادر به دستیابی به کران بالای بیشتری بوده و لذا محافظه‌کاری آن کمتر می‌باشد.

مراجع

- [1] M. Yu, L. Wang, and T. Chu, "Sampled-data stabilisation of networked control systems with nonlinearity," *IEEE Proc. of Control Theory Applications*, vol. 162, pp. 609–614, 2005.
- [2] W. Zhang, M.S. Branicky, and S.M. Phillips, "Stability of networked control systems," *IEEE Control System Magazine*, vol. 21, pp. 84–99, 2001.
- [3] H. Gao and T. Chen, " H_∞ estimation for uncertain systems with limited communication capacity," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 52, pp. 2070–2084, 2007.
- [4] H. Lin, G. Zhai, and P.J. Antsaklis, "Robust stability and disturbance attenuation analysis of a class of networked control systems," In *Proc. of 42nd IEEE Conf. on Decision and Control*, Maui, Hawaii, USA, pp. 1182–1187, 2003.
- [5] G.C. Walsh, H. Ye, and L.G. Bushnell, "Stability analysis of networked control systems," *IEEE Trans. on Control Systems Tech.*, vol. 10, pp. 438–446, 2002.
- [6] H. Gao, T. Chen, and J. Lam, "A new delay system approach to network-based control," *Automatica*, vol. 44, pp. 39–52, 2008.
- [7] L.A. Montestruque and P. Antsaklis, "Stability of model-based networked control systems with time varying transmission time," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 49, pp. 1562–1572, 2004.
- [8] R.A. Gupta and M.Y. Chow, "Networked control system: overview and research trends," *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 57, no. 7, pp. 2527–2535, 2010.
- [9] D. Huang and S.K. Nguang, "State Feedback Control of Uncertain Networked Control Systems with Random Time Delays," *IEEE Trans. on Autom. Control*, vol. 53, no. 3, pp. 829–834, 2008.
- [10] L. Zhang, Y. Shi, and T. Chen, "A new method for stabilization of networked control systems with random delays," *IEEE Trans. on Autom. Control*, 2005, vol. 50, no. 8, pp. 1177–1181.
- [11] J. L. Xiong and J. Lam, "Stabilization of networked control systems with a logic ZOH," *IEEE Trans. Autom. Control*, 2009, vol. 54, no. 2, pp. 358–363.
- [12] F. Yang, Z. Wang, Y. S. Hung, and M. Gani, " H_∞ control for networked systems with random communication delays," *IEEE Trans. on Autom. Control*, 2006, vol. 51, no. 3, pp. 511–518.

سیستم زیر را در نظر بگیرید [۵۳]:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -0.9 \end{bmatrix}, \quad A_d = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (35)$$

بیشترین کران بالای تأخیر که به ازای آن سیستم (۲۱) پایدار می‌ماند، به ازای مقادیر مختلف کران بالای مشتق تأخیر، در جدول یک ارائه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، با افزایش کران بالای تغییرات تأخیر (μ)، بیشینه کران تأخیر بدست آمده (h) کاهش می‌یابد که یک روند منطقی می‌باشد. با استفاده از قضیه یک، به جز در یکی از موارد، مقدار بیشینه کران بالای تأخیر در روش پیشنهادی ما به طور چشمگیری نسبت به سایر روش‌ها افزایش یافته است و لذا روش پیشنهادی از محافظه‌کاری کمتری برخوردار است.

جدول ۱: مقایسه بیشینه کران بالای تأخیر (h) به ازای μ های مختلف

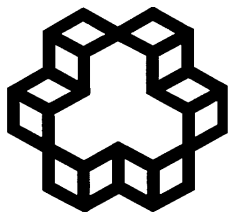
μ	۰.۰۱	۰.۱	۰.۴	۰.۷	۰.۹
h [۵۲]	۱.۶۳	۱.۵۶	۱.۲	۰.۹۱	۰.۷۲
h [۵۳]	۱.۶۹	۱.۴۹	۱.۱۱	۰.۸	۰.۶۱
h (قضیه ۳)	۱۸.۹۴	۱۲.۳۲	۴.۰۲	۱.۲۹	۰.۳۷۹

۸- نتیجه‌گیری

در این مقاله، به منظور بهبود عملکرد سیستم‌های کنترل شبکه بر اساس پروتکل TCP، از مدیریت طول صف در بخش شبکه استفاده شد. با تنظیم طول صف حول مقدار به اندازه دلخواه کوچک و کاهش واریانس طول صف، تأخیر شبکه و همچنین تغییرات تأخیر کاهش یافته و لذا عملکرد کلی NCS بهبود یافت. به منظور مقاوم‌سازی روش پیشنهادی، سیستم تحت کنترل و شبکه دارای نامعینی‌های پارامتری در نظر گرفته شدند. با تلفیق مدل شبکه و سیستم، سیستم حلقه بسته به شکل سیستم تأخیردار با تأخیر وابسته به حالت نوشته شد. سپس با استفاده از روش لیاپانوف-کراسوفسکی، قضایایی برای تضمین پایداری NCS در حضور تمام نامعینی‌هایی که شرایط لازم را برآورده می‌کنند، ارائه گردید. قضیه ارائه شده در قالب نامساوی‌های ماتریسی خطی وابسته به تأخیر است که ضرایب کنترلگر PID نیز که تعیین آن از اهمیت بالایی برخوردار است، از حل آن بدست آمد. روش پیشنهادی از طریق شبیه‌سازی مورد ارزیابی قرار گرفت و کارایی آن نشان داده شد. همچنین قضیه ارائه شده در این مقاله از جهت معیار بیشینه تأخیر قابل دستیابی مورد مقایسه قرار گرفت و نشان داده شد که کران بالای تأخیر افزایش

- Systems with Congestion Control,” *Circuits Syst Signal Proc.*, vol. 32, no.6, pp. 2761-2781, 2013.
- [26] M. Azadegan and M.T. Beheshti, “State Feedback Control of Uncertain Networked Control Systems with Disturbance attenuation,” *IEEE International Conf. on Industrial Technology-ICIT*, Athens, Greece, pp. 1121-1126, 2012.
- [27] J. Dong and W.-J. Kim, “Markov-chain-based output feedback control for stabilization of networked control systems with random time delays and packet losses,” *Int. J. of Control, Autom. and Systems*, vol. 10, no. 5, pp. 1013-1022, 2012.
- [28] M. Azadegan, M. T. Beheshti, and B. Tavassoli, “Design of State Feedback Controller based on State-dependent Delay Modeling for Congestion Control in Internet,” *2013 American Control Conference (ACC)*, Washington DC, USA, 2013.
- [29] X. Liu and A. Goldsmith, “Wireless Network Design for Distributed Control,” *43rd IEEE Conf. on Decision and Control*, pp. 2823-2829, 2004.
- [30] A. Chamaken and L. Litz, “Joint design of control and communication in wireless networked control systems: A case study,” *American Control Conference (ACC)*, pp. 1835 – 1840, 2010.
- [31] J. Colandairaj, G. W. Irwin, and W.G. Scanlon, “A Co-design solution for wireless feedback control,” *Proc. of the 2007 IEEE Int. Conf. on Networking, Sensing and Control*, London, pp. 15-17, 2007.
- [32] M. Azadegan, M.T. Beheshti, and B. Tavassoli, “Using AQM for Performance Improvement of Networked Control Systems,” *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 13, no. 3, pp. 1-9, 2015.
- [33] C.-K. Chen et al, “Design of robust active queue management controllers for a class of TCP communication networks,” *Information Sciences*, 177, pp. 4059–4071, 2007.
- [34] C. Sall et al, “Design of a robust digital controller for congestion control in Internet,” *Sim. Modeling Practice and Theory*, pp. 301-313, 2011.
- [35] M. Azadegan, M. T.H. Beheshti, and B. Tavassoli, “Design of proportional-derivative-type state feedback controllers for congestion control of transmission control protocol networks,” *International Journal of Systems Science*, DOI: 10.1080/00207721.2013.835002, 2013.
- [36] S. Nethi, M. Pohjola, L. Eriksson, and J. antti, “Platform for emulating networked controls systems in laboratory environments,” In *Proc. of the 8th Int. symposium on a world of wireless, mobile and multimedia networks*, pp. 1-8, 2007.
- [13] Y. Ge, J. Wang, and Ch. Li, “Robust stability conditions for DMC controller with uncertain time delay,” *Int. J. of Control, Automation and Systems*, 2014, vol. 12, no. 2, pp. 241-250.
- [14] S. S. Hu and Q. X. Zhu, “Stochastic optimal control and analysis of stability of networked control systems with long delay,” *Automatica*, 2003, vol. 39, no. 11, pp. 1877-1884.
- [15] M. Sahebsara, T. Chen, and S. L. Shah, “Optimal filtering in networked control systems with multiple packet dropouts,” *Systems & Control Letters*, 2008, vol. 57, no. 9, pp. 696-702.
- [16] X. Fang and J. Wang, “Stochastic observer-based guaranteed cost control for networked control systems with packet dropouts,” *Control Theory & App.*, IET, 2008, vol. 2, no. 11, pp. 980-989.
- [17] Sh. Wang, J. Feng, Q. Zhao, Y. Jiang, “Observer-based networked control with probabilistic interval input delays,” *Int. J. of Control, Automation and Systems*, 2014, vol. 12, no. 4, pp. 904-914.
- [18] Y. Zhang and H. Fang, “Stabilization of nonlinear networked systems with sensor random packet dropout and time-varying delay,” *Applied Math. Modeling*, 2011, vol. 35, no. 5, pp. 2253-2264.
- [19] Ch-Ch Hua, Sh-Ch Yu, and X-P Guan, “A robust H_∞ control approach for a class of networked control systems with sampling jitter and packet-dropout,” *Int. J. of Control, Automation and Systems*, vol. 12, no. 4, pp. 759-768, 2014.
- [20] M. Yu, L. Wang, and T. Chu, “Stabilization of networked control systems with data packet dropout and transmission delays,” *European Journal of Control*, vol. 11, no. 1, pp. 40-49, 2005.
- [21] W. A. Zhang and L. Yu, “Modeling and control of networked control systems with both network-induced delay and packet-dropout,” *Automatica*, vol. 44, no. 12, pp. 3206-3210, 2008.
- [22] J. Nilsson, B. Bernhardsson, and B. Wittenmark, “Stochastic analysis and control of real-time systems with random time delays,” *Automatica*, vol. 34, no. 1, pp. 57–64, 1998.
- [23] H. Zhang, Y. Shi, and A. SaadatMehr, “Robust static output feedback control and remote PID design for networked motor systems,” *IEEE Trans. on Ind. Elec.*, vol. 58, no. 12, pp. 5396-5405, 2011.
- [24] X. Luan, P. Shi, and F. Liu, “Stabilization of NCSs with random delays,” *IEEE Trans. on Ind. Elec.*, vol. 58, no. 9, pp. 4323-4330, 2011.
- [25] F. Rasool, S. K. Nguang, and C.-M. Lin, “Robust H_∞ State Feedback Control of Networked Control

- [46] W.J. Chang, Y.T. Meng, and K.H. Tsai, "AQM router design for TCP network via input constrained fuzzy control of time-delay affine Takagi-Sugeno fuzzy models," *Int. Journal of Systems Science*, vol. 43, no. 12, pp. 2297-2313, 2012.
- [47] B. Marami and M. Haeri, "Implementation of MPC as an AQM controller," *Computer Communications*, vol. 33, no. 2, pp. 227-239, 2010.
- [48] D.H. Choe and S.H. Low, "Stabilized Vegas," in *Proc. 39th Annu. Allerton Conf. Comm., Control, and Computing*, 2002.
- [49] L. Xie, M. Fu, and C. E. de Souza, " H_∞ control and quadratic stabilization of systems with parameter uncertainty via output feedback," *IEEE Trans. On Automatic Control*, vol. 37, no. 8, 1992.
- [50] S. Boyd, L.E. Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, "Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory," *SIAM studies in applied mathematics*, vol. 15.
- [51] D. Huang and S.K. Nguang, "State Feedback Control of Uncertain Networked Control Systems With Random Time Delays," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 53, no. 3, pp. 829-834, 2008.
- [52] E. Fridman and U. Shaked, "Delay-dependent stability and H_∞ control: Constant and time-varying delays," *Int. J. of Control*, vol. 76, pp. 48-60, 2003.
- [53] F. Liao, J. Wu, and M. Tomizuka, "An improved delay-dependent stability criterion for linear uncertain systems with multiple time-varying delays," *Int. J. of Control*, vol. 87, no. 4, 2014.
- [37] W. Chen and Sh.H. Yang, "The mechanism of adapting RED parameters to TCP traffic," *Computer Communications*, 32, pp. 1525-1530, 2009.
- [38] Z. Liu, Y. Zhang, and C.L. Ph. Chen, "Adaptive mechanism-based congestion control for networked systems," *Int. Journal of Systems Science*, vol. 44, no. 3, pp. 533-544, 2013.
- [39] S. Athuraliya, V. Li, S. Low, and Q. Yin, "REM: Active queue management," *IEEE Network*, 2001.
- [40] S. Kunniyur and R. Srikant, "Analysis and design of an adaptive virtual queue algorithm for active queue management," *IEEE/ACM Trans. Networking*, 2004.
- [41] C. V. Hollot, V. Misra, D. Towsley, and W. Gong, "Analysis and design of controllers for AQM routers supporting TCP flows," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 47, no. 6, pp. 945-960, 2002.
- [42] J. Sun, G. Chen, K. Ko, S. Chan, and M. Zukerman, "PD-Controller: A New Active Queue Management Scheme," *Proc. IEEE GLOBECOM*, vol. 22, no. 1, pp. 3103-3107, 2003.
- [43] S. Ryu, C. Rump, and Q. Chunming, "A predictive and robust active queue management for Internet congestion control," in *Proc. of ISCC 2003*, vol. 2, pp. 991-998, 2003.
- [44] H. Zhang, D. Towsley, C. V. Hollot, and V. Misra, "A self-tuning structure for adaptation in TCP/AQM networks," *Performance Evaluation Review*, vol. 32, pp. 302-307, 2003.
- [45] R. Barzamini, M. Shafiee, and A. Dadlani, "Adaptive generalized minimum variance congestion controller for dynamic TCP/AQM networks," *Computer Communications*, vol. 35, no. 2, pp. 170-178, 2012.



Industrial Control Center of Excellence
K.N. Toosi University of Technology

Journal of Control (ISSN 2008-8345)



A Joint Publication of the Iranian Society of Instrument and Control Engineers and the Industrial Control Center of Excellence of K.N. Toosi University of Technology, Vol. 8, No. 4, Winter 2015.

Publisher: Iranian Society of Instrumentation and Control Engineers

Managing Director: Prof. Iraj Goodarznia

Editor-in-Chief: Prof. Ali Khaki-Sedigh

Tel: 84062317

Email: sedigh@kntu.ac.ir

Assistant Editor: Prof. Hamid Khaloozadeh, Dr. Mahdi Aliyari Shoorehdeli

Executive Director: Dr. Mahdi Aliyari Shoorehdeli, Tel: 84062403, Email: aliari@kntu.ac.ir

Editorial Board:

Prof. A. Khaki-Sedigh, Prof. I. Goodarznia, Prof. H. Khaloozadeh, Prof. P. Jabedar-Maralani, Prof. A. Ghafari, Dr. H.R. Momeni (Associate Prof), Prof. S.K. Nikravesh, Prof. M. Shafiee, Prof. B. Moshiri.

Advisory Board:

Dr. H.R. Momeni, Prof. B. Moshiri, Prof. M. Shafiee, Prof. A. Khaki-Sedigh, Prof. P. Jabedar-Maralani, Prof. A. Ghaffari, Prof. H. Khaloozadeh, Prof. H.R. Taghirad, Dr. K. Masroori, Dr. M.T. Bathaei, Dr. M.T. Hamidi-Beheshti, Dr. F. Jafarkazemi, Dr. R. Amjadifard, Prof. S.A. Moosavian, Prof. M. Teshnelab, Prof. M. Haeri, Prof. S.A. Safavi, Dr. A. Fatehi, Prof. M.R. Akbarzadeh-Toutounchi, Prof. M. Golkar, Prof. N. Pariz, Dr. M. Javadi, Dr. J. Heirani-Nobari, Prof. F. Hossein-Babaei, Dr. B. Moaveni, Dr. M. Aliyari Sh., Dr. M. Arvan, Prof. M. Tavakoli-Bina, Dr. M. Ahmadi-Khanehsar, Dr. F. Farivar, Dr. M. Ayati.

The ISICE Board of Director:

Prof. Masoud Shafiee., Dr. Mohammad Reza Jahed Motlagh, Prof. Iraj Goodarznia, Prof. Behzad Moshiri, Prof. Ali Akbar Safavi, Dr. Mehrdad Javadi, Dr. Iman Mohammadzaman, Dr. Ali Ashrafmodarres, Ali Kiani.

P.O. Box 15815-3595, Tehran – IRAN

Tel : (+9821) 81032231

Fax: (+9821) 81032200

www.joc-isice.ir



**A Joint Publication of the Iranian Society of Instrument and Control Engineers and
the Industrial Control Center of Excellence of K.N. Toosi University of Technology**

Vol. 8, No. 4, Winter 2015

Contents

- | | |
|---|-----------|
| Design and Implementation of Hardware in the Loop Tester for a Tactical Missile Flight Computer with Hybrid Guidance | 1 |
| Amir Yaghoubi, Mohammadreza Arvan, Abbas Taghipoor, Ali Nasrollahi | |
| Distributed Optimal Control of Nonlinear Differential Graphical Games based on Reinforcement Learning | 15 |
| Farzaneh Tatari, Mohammad-Bagher Naghibi-Sistani | |
| Optimal Glucose-Insulin Regulatory System in Type1 Diabetic Patients Based on the Nonlinear Time Delay Models | 31 |
| Mohamad Sadegh Akhyani, Hamid Khaloozadeh | |
| Control Of Wind Turbine With Double Fed Induction Generator (WFIG) to Track for Maximum Wind Power (MPPT) | 43 |
| Babak Mozafari, Tooraj Amraee, Mahmood Abolhasani | |
| Robust Stabilization of Switched Linear Systems, Based on State Feedback Observer and Dwell Time Switching Signal | 55 |
| Mohamad Ali Bagherzadeh, Jafar Ghaisari, Javad Askari, Mohsen Mojiri | |
| Performance Improvement of Uncertain TCP-Networked Control Systems Using Robust AQM | 65 |
| Masoumeh Azadegan, Mohammad T. H. Beheshti, Babak Tavassoli | |