

کنترل غیر مبتنی بر مدل برای یک ربات چرخ‌دار به همراه یک دنبال‌رو

علی کیماسی خلجی^۱، سید علی اکبر موسویان^۲

^۱ فارغ‌التحصیل دکترای مهندسی مکانیک، گروه طراحی کاربردی، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، keymasi@gmail.com

^۲ استاد مهندسی مکانیک، گروه طراحی کاربردی، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، moosavian@kntu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۲/۲/۱۰، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۲/۴/۱۶)

چکیده: ربات متحرک چرخ‌دار به همراه یک دنبال‌رو یک سیستم رباتیکی چند بخشی است که از یک کشنده به همراه یک دنبال‌رو تشکیل می‌شود. تعقیب مسیرهای حرکت زمانی یکی از مسائل مطرح در زمینه‌ی ربات‌های متحرک چرخ‌دار است که در این مقاله به آن می‌پردازیم. در ابتدا معادلات سینماتیکی ربات متحرک استخراج می‌گردد. سپس، مسیرهای حرکت زمانی مرجع تولید می‌گردد. در ادامه یک کنترل غیر مبتنی بر مدل بر اساس روش ترانهاده‌ی ژاکوبی بهبود یافته برای ربات طراحی می‌گردد. قانون کنترلی پیشنهاد شده، ربات متحرک چرخ‌دار را به صورت مجانبی حول مسیرهای حرکت زمانی مرجع پایدار می‌سازد. در پایان نتایج تجربی پیاده‌سازی روش طراحی شده بر روی یک مدل آزمایشگاهی و مقایسه نتایج با کنترل مدل-مبنای ارائه می‌گردد. نتایج بدست آمده کارایی روش پیشنهاد شده را نشان می‌دهد.

کلمات کلیدی: ربات متحرک چرخ‌دار، سیستم‌های غیر هولونومیک، تعقیب مسیرهای حرکت زمانی، روش ترانهاده‌ی ژاکوبی بهبود یافته.

Non-Model-Based Control Law for a Wheeled Robot Towing a Trailer

Ali Keymasi, Seyed Ali Akbar Moosavian

Abstract: Tractor-trailer wheeled robot (TTWR) is a modular robotic system that consists of a tractor module towing a trailer. Trajectory tracking is one of the challenging problems focused in the context of wheeled mobile robots (WMRs) that has been discussed in this paper. First, kinematic equations of TTWR are obtained. Then, reference trajectories for tracking problem are produced. Subsequently, a non-model-based control based on Modified Transpose Jacobian (MTJ) method is designed for the TTWR. The proposed controller steer the TTWR asymptotically follow reference trajectories. Finally, experimental results for implementation of the designed controller on an experimental setup in comparison with model-based algorithm are presented. Obtained results show the effectiveness of the proposed controller.

Keywords: Wheeled mobile robot, Nonholonomic systems, Trajectory Tracking, Modified Transpose Jacobian.

۱- مقدمه

امروزه کاربرد ربات‌های متحرک در سیستم‌های مهندسی در حال گسترش است. صنعت، کشاورزی و جنگلداری، معدنکاری، پزشکی و جراحی توسط کامپیوتر، توان‌بخشی و مراقبت سلامت، تجسس و نجات، کاربردهای خانگی (جاروبرقی‌ها، ماشین‌های چمن‌زنی و غیره)، استفاده در مکان‌های خطرناک یا دور از دسترس (فضا، ارتش، دفع پسماندهای هسته‌ای) و همچنین سرگرمی (فوتبال ربات‌ها، جنگ ربات‌ها) نمونه‌هایی از این کاربردها می‌باشند. بنابراین، مدل‌سازی و کنترل این سیستم‌ها مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته است، [۱-۳]. ربات‌های متحرک چرخ‌دار یک نمونه از این سیستم‌ها هستند که به خاطر تماس میان چرخ‌ها با سطح زمین، مقید به قیود غیر هولونومیک می‌باشند. این قیود در اثر غلتش خالص چرخ‌ها در حرکت رو به جلو و عدم لغزش در جهت جانبی به وجود می‌آیند. در مرجع [۴] مدل‌سازی و ویژگی‌های انواع مختلف ربات‌های چرخ‌دار ارائه شده و مورد بحث قرار گرفته است. به منظور عملکرد خودکار ربات‌های متحرک چرخ‌دار، مسائل کنترلی مختلفی در زمینه کنترل حرکت این سیستم‌ها در تحقیقات مورد توجه قرار گرفته است. تعقیب مسیر در فضای دکارتی [۵، ۶]، پایدارسازی حول وضعیت‌های مطلوب [۵، ۷] و تعقیب مسیرهای حرکت زمانی [۸، ۹] نمونه‌هایی از مسائل مطرح در این زمینه است.

ربات متحرک دارای دنبال‌رو یک سیستم رباتیکی چند بخشی و مقید به قیود غیر هولونومیک می‌باشد، که در این مقاله مسئله تعقیب مسیرهای حرکت زمانی مرجع آن مورد بررسی قرار گرفته است. کنترل این سیستم در محیط آزمایشگاهی به خاطر دینامیک غیرخطی، عدم قطعیت‌های ساختاری و پارامتری، اغتشاشات خارجی، نویز و پدیده‌های مختلف موجود در سیستم‌های مهندسی واقعی مسئله‌ای پیچیده به شمار می‌آید. بنابراین، الگوریتم‌های کنترلی مختلفی برای حل این مسئله پیشنهاد شده است. برخی از الگوریتم‌های ارائه شده عبارتند از: کنترل تطبیقی [۸، ۱۰]، کنترل مود لغزشی [۹، ۱۱]، کنترل بهینه [۱۲]، کنترل پیش‌بین [۱۳]، شبکه‌های عصبی [۱۴، ۱۵] و کنترل فازی [۱۰، ۱۶]. در میان تمامی این قوانین کنترلی، کنترل‌کننده‌هایی که وابستگی کمتری به مدل‌های ریاضی سیستم‌های رباتیکی داشته باشند به خاطر حجم محاسباتی کمتر، سادگی و مقاومت بیشتر کنترل‌کننده در برابر عدم قطعیت‌ها مناسب‌تر به حساب می‌آیند.

الگوریتم ترانهادی ژاکوبی^۲ یکی از ساده‌ترین قوانین کنترلی موجود برای حرکت بازوان رباتیکی است. ماتریس‌های بهره‌ی این کنترل‌کننده نقش مهمی را در پایداری سیستم کلی ایفا می‌کنند. این

الگوریتم را حتی می‌توان برای بازوان رباتیکی دارای افزونگی^۴ نیز همانگونه که در مرجع [۱۷] نشان داده شده است اعمال کرد.

در مرجع [۱۸] نیز عملکرد الگوریتم ترانهادی ژاکوبی با الگوریتم‌های مدل-منا مقایسه شده است. نتایج بدست آمده نشان داده است که بهبود عملکرد این کنترل‌کننده در مورد سیستم‌های رباتیکی پیچیده و غیرخطی نیازمند تحقیق بیشتری است. هرچند عملکرد نامطلوب این کنترل‌کننده با سرعت تعقیب مسیر بیشتری همراه است. استفاده از بهره‌های کنترلی بالا در حضور نویز اندازه‌گیری عملکرد این الگوریتم را بدتر نیز می‌نماید. مشکل دیگر نبود یک رویکرد مناسب در انتخاب بهره‌های کنترلی است.

بنابراین، روش ترانهادی ژاکوبی بهبود یافته^۵ در مرجع [۱۸] ارائه گردید. این الگوریتم عملکرد روش ترانهادی ژاکوبی را با استفاده از ورودی کنترلی در یک گام زمانی پیشین بهبود بخشید. بر اساس این روش، الگوریتم‌های مشابهی نیز برای سیستم‌های کم عملگر ارائه شد، [۱۹، ۲۰]. الگوریتم ترانهادی ژاکوبی بهبود یافته، تقریبی از روش خطی‌سازی فیدبک است، که نیازی به دانش قبلی از دینامیک سیستم ندارد. عملکرد این الگوریتم با وجود اینکه حجم محاسباتی آن کم بوده و نیازی به دینامیک سیستم ندارد با الگوریتم‌های کنترلی مدل-منا قابل مقایسه است. برخلاف کنترل ترانهادی ژاکوبی، این کنترل‌کننده در تعقیب مسیرهای حرکت دارای سرعت عملکرد بسیار مناسبی است. همچنین، بهره‌های این کنترل‌کننده می‌توانند به صورت سیستماتیک تعیین شوند و بدین ترتیب حساسیت به نویز کنترل ترانهادی ژاکوبی از بین می‌رود.

در این مقاله یک الگوریتم غیر مبتنی بر مدل بر اساس روش ترانهادی ژاکوبی بهبود یافته برای تعقیب مسیرهای حرکت زمانی ربات متحرک چرخ‌دار دارای دنبال‌رو ارائه شده است. روش ترانهادی ژاکوبی بهبود یافته اساساً برای کنترل دینامیکی بازوان رباتیکی در مرجع [۱۸] پیشنهاد شده است. در این مقاله روش مزبور برای کنترل دینامیکی ربات متحرک چرخ‌دار دارای دنبال‌رو به عنوان یک سیستم غیرهولونومیک تغییر یافته و نتایج تجربی پیاده‌سازی کنترل‌کننده طراحی شده ارائه گردیده است.

در ادامه‌ی این مقاله ابتدا مدل سینماتیکی ربات متحرک چرخ‌دار دارای دنبال‌رو استخراج شده است. سپس، مسیرهای حرکت مرجع برای تعقیب ربات تولید شده است. در ادامه، یک قانون کنترلی برای تعقیب مجانبی مسیرهای مرجع بر اساس روش ترانهادی ژاکوبی بهبود یافته طراحی شده است. در نهایت نتایج تجربی پیاده‌سازی روش پیشنهاد شده بر روی ربات متحرک چرخ‌دار دارای یک دنبال‌رو و مقایسه آن با

1. Point stabilization
2. Trajectory tracking
3. Transposed Jacobian (TJ)

4. Redundant manipulators
5. Modified Transpose Jacobian (MTJ)

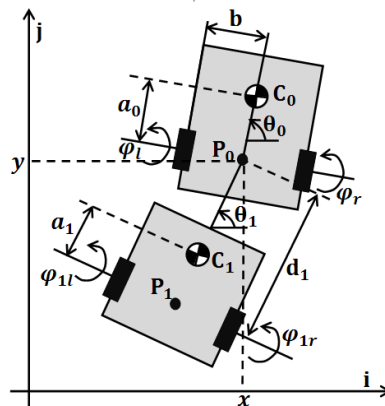
الگوریتم کنترلی مدل- مبنا ارائه شده است. نتایج بدست آمده نشان دهنده کارایی قانون کنترلی طراحی شده است.

۲- توصیف سیستم و مدل سازی

سیستم مورد نظر یک ربات چرخ‌دار دیفرانسیلی به همراه یک دنبال‌رو است همانگونه که در شکل ۱ نمایش داده شده است. چرخ‌های کشنده با عملگرهای مجزا مجهز شده‌اند و یک چرخ کروی نیز برای حفظ پایداری آن استفاده شده است. اتصال میان کشنده و دنبال‌رو از طریق پین غیر فعال P_0 برقرار می‌باشد، همانگونه که در شکل ۲ نمایش داده شده است. نقاط C_0 و C_1 به ترتیب نشان دهنده مرکز جرم کشنده و دنبال‌رو می‌باشند. همچنین، φ_l و φ_r به ترتیب نمایش دهنده جابجایی زاویه‌ای چرخ‌های سمت راست و چپ کشنده هستند، و φ_{1l} و φ_{1r} به ترتیب جابجایی چرخ‌های سمت راست و چپ دنبال‌رو را نشان می‌دهند. d فاصله‌ی میان نقاط P_0 و P_1 را نمایش می‌دهد و a_0 و a_1 به ترتیب فاصله‌ی میان نقاط P_0 و C_0 و P_1 و C_1 می‌باشند. این ابعاد در شکل ۲ نمایش داده شده‌اند. وضعیت ربات متحرک دارای دنبال‌رو با بردار مختصات تعمیم یافته $q = (x, y, \theta_0, \theta_1)^T$ نشان داده می‌شود، که در آن (x, y) مختصات نقطه‌ی P_0 می‌باشد و θ_0 و θ_1 به ترتیب جهت‌گیری کشنده و دنبال‌رو نسبت به دستگاه مرجع را نشان می‌دهند.



شکل ۱: سیستم تجربی



شکل ۲: ربات متحرک چرخ‌دار به همراه یک دنبال‌رو و پارامترهای سیستم

فرضیات زیر برای حرکت ربات متحرک دارای دنبال‌رو در نظر گرفته شده است:

- حرکت ربات صفحه‌ای می‌باشد.

- چرخ‌های ربات در جهت جانبی لغزش نمی‌کنند.
 - چرخ‌های ربات در حرکت رو به جلو غلتش خالص می‌نمایند.
- مهمترین ویژگی در سینماتیک ربات‌های متحرک چرخ‌دار، وجود قیدهای غیر هولونومیک می‌باشد. این قیود رابطه‌ای میان مختصات تعمیم یافته‌ی سیستم و سرعت‌های تعمیم یافته‌ی سیستم می‌باشند. این رابطه نسبت به مختصات تعمیم یافته‌ی سیستم خطی است و می‌توان آن را به صورت زیر بیان نمود:

$$j = 1, \dots, m \quad a_j^T(q) \dot{q} = 0 \quad (1)$$

قیود سیستم به شکل ماتریسی نیز به صورت زیر می‌باشند:

$$A(q) \dot{q} = 0 \quad (2)$$

که در آن $A(q)$ ماتریس قیدی $n \times m$ می‌باشد. n تعداد قیدهای سیستم و m تعداد مختصات تعمیم یافته‌ی سیستم است.

برای ربات متحرک چرخ‌دار دارای یک دنبال‌رو، ماتریس قیدی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$A(\xi) = \begin{bmatrix} \sin \theta_0 & -\cos \theta_0 & 0 & -d \cos(\theta_0 - \theta_1) \\ \sin \theta_1 & -\cos \theta_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

در اینصورت ماتریس $S(q)$ با رتبه m وجود دارد که شامل بردارهای مستقل خطی می‌باشد که فضای تهی ماتریس قیدی را افزایش می‌کنند، به طوریکه:

$$S^T(q) A^T(q) = 0 \quad (4)$$

ماتریس $S(q)$ برای ربات متحرک چرخ‌دار دارای یک دنبال‌رو به صورت زیر بدست می‌آید:

$$S(q) = \begin{pmatrix} \cos \theta_0 & 0 \\ \sin \theta_0 & 0 \\ 0 & 1 \\ -\frac{1}{d} \sin(\theta_1 - \theta_0) & 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

بنابراین مدل سینماتیکی ربات متحرک چرخ‌دار دارای دنبال‌رو را می‌توان به صورت زیر بیان نمود:

$$\dot{q}(t) = S(q)u \quad (6)$$

که در آن $v = (u_1, u_2)^T$ بردار ورودی‌های مستقل سینماتیکی سیستم است. u_1 سرعت خطی نقطه‌ی P_0 و u_2 سرعت زاویه‌ای کشنده می‌باشد.

مدل بدست آمده مدل سینماتیکی وضعیت^۱ سیستم نامیده می‌شود. این ورودی‌های سینماتیکی با سرعت زاویه‌ای چرخ‌های دارای عملگر ربات به صورت زیر مرتبط می‌باشند:

^۱ Posture Kinematic Model

$$u = Jv \tag{7}$$

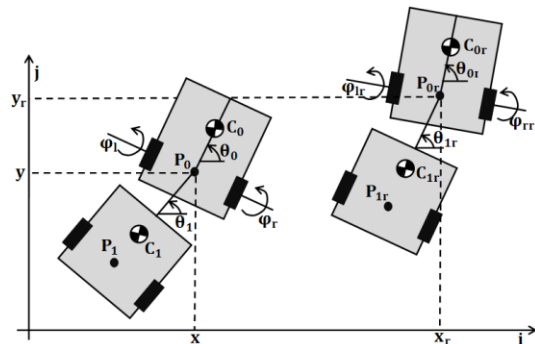
که در آن v بردار سرعت‌های زاویه‌ای چرخ‌های دارای عملگر ربات و J ماتریس ژاکوبی بین u و v است. این متغیرها به صورت زیر توصیف می‌شوند.

$$J = \begin{pmatrix} \frac{r}{2} & \frac{r}{2} \\ \frac{r}{2b} & -\frac{r}{2b} \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} \dot{\phi}_r \\ \dot{\phi}_l \end{pmatrix} \tag{8}$$

که در آن r شعاع چرخ‌های دارای عملگر ربات است. b نصف فاصله‌ی میان چرخ‌های کشنده است. $\dot{\phi}_l$ و $\dot{\phi}_r$ به ترتیب سرعت‌های زاویه‌ای چرخ‌های سمت راست و چپ دارای عملگر ربات می‌باشند.

۳- تعقیب مسیرهای حرکت زمانی

تعقیب مسیرهای حرکت زمانی یکی از مسائل مربوط به کنترل حرکت ربات‌های متحرک خودکار به حساب می‌رود. در این مسئله مطلوب این است که ربات متحرک با شروع از یک شرایط اولیه‌ی مشخص به یک مسیر دلخواه در فضای دکارتی برسد و آن را تعقیب نماید. از نظر ریاضی حالت‌های سیستم یا تابعی از آنها یک سری حالت‌ها یا توابع مطلوب را تعقیب می‌نمایند. همانگونه که در شکل ۳ نمایش داده شده است این مسئله را می‌توان به صورت تعقیب یک ربات مرجع نیز در نظر گرفت که دارای همان سینماتیک ربات متحرک دارای یک دنبال‌رو است. به عبارت دیگر متغیرهای حالت ربات مرجع را می‌توان به عنوان مسیرهای حرکت مطلوب برای ربات متحرک دارای دنبال‌رو در نظر گرفت که باید تعقیب شوند. بنابراین ورودی‌های کنترلی سیستم باید به گونه‌ای طراحی شوند که خطای تعقیب $(x - x_r, y - y_r)$ با گذشت زمان به مبدأ میل نماید، که مختصات نقطه‌ی P_0 در دستگاه لخت است. بنابراین هدف این بخش طراحی ورودی کنترلی u برای نزدیک کردن نقاط P_0 به $P_{0r} = (x_r, y_r)$ است. فرض بر این است که حرکت ربات متحرک دارای دنبال‌رو رو به جلو می‌باشد یا به بیان دیگر سرعت طولی ربات مثبت می‌باشد. این فرض برای اجتناب از اثر جک-نایف سیستم کشنده - دنبال‌رو در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۳: ربات متحرک چرخ‌دار دارای یک دنبال‌رو و ربات مرجع

۴- تولید مسیرهای حرکت مرجع

فرض می‌کنیم مسیر مرجع در فضای دکارتی که باید توسط ربات تعقیب شود به صورت زیر بیان گردد:

$$x_r = x_r(t), y_r = y_r(t) \tag{9}$$

که زیرنویس r برای نشان دادن متغیرهای سیستم روی مسیر مرجع استفاده شده است. ما می‌خواهیم این مسیر را به فضای متغیرهای ربات نگاشت دهیم. در این صورت مسیرهای زمانی تولید شده برای ربات قابل پیمایش خواهند بود.

با استفاده از معادله‌ی (۵) و (۶) می‌توان نوشت:

$$u_{1r}(t) = \sqrt{\dot{x}_r^2(t) + \dot{y}_r^2(t)} \tag{10}$$

همچنین $\theta_{0r}(t)$ را می‌توان به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\theta_{0r}(t) = ATAN2(\dot{y}_r(t), \dot{x}_r(t)) \tag{11}$$

که $ATAN2$ معکوس تابع تانژانت در یک دور کامل می‌باشد.

حال $\dot{\theta}_{0r}(t)$ به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\dot{\theta}_{0r}(t) = \frac{\ddot{y}_r(t)\dot{x}_r(t) - \ddot{x}_r(t)\dot{y}_r(t)}{u_{1r}^2(t)} \tag{12}$$

زاویه‌ی جهت‌گیری کشنده نیز به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\theta_{1r}(t) = \theta_{0r}(t) + a \sin\left(\frac{d\dot{\theta}_{0r}(t)}{u_{1r}(t)}\right) \tag{13}$$

در نهایت ورودی دوم سیستم نیز به صورت زیر خواهد بود:

$$u_{2r} = \dot{\theta}_{0r} + du_{1r} \frac{(\ddot{y}_r\dot{x}_r - \ddot{x}_r\dot{y}_r)u_{1r}^2 - 3(\ddot{y}_r\dot{x}_r - \ddot{x}_r\dot{y}_r)(\dot{x}_r\dot{x}_r - \dot{y}_r\dot{y}_r)}{u_{1r}^6 + d^2(\ddot{y}_r\dot{x}_r - \ddot{x}_r\dot{y}_r)^2} \tag{14}$$

۵- قانون کنترل سینماتیکی فیدبک خروجی

در این بخش یک کنترل‌کننده سینماتیکی برای سیستم طراحی می‌گردد. فرض می‌کنیم ربات چرخ‌دار دارای سرعت روبه جلوی مثبت است. می‌خواهیم کنترل‌کننده‌ای طراحی کنیم که نقطه‌ی P روی ربات را حول نقطه‌ی P_{0r} روی ربات مرجع پایدار مجانبی نماید. بنابراین بردار خطای تعقیب نسبت به دستگاه متصل به ربات مرجع به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\varepsilon = R(-\theta_r) \begin{pmatrix} x_{C_0} - x_{C_{0r}} \\ y_{C_0} - y_{C_{0r}} \end{pmatrix} \tag{15}$$

که در آن R ماتریس دوران دو بُعدی می‌باشد. همانگونه که از رابطه فوق می‌توان دید خطای تعقیب برای نقطه‌ی C_0 نوشته شده است در حالی که هدف، تعقیب نقطه‌ی P_{0r} توسط نقطه‌ی P است. این موضوع در ادامه بیشتر بررسی خواهد شد. بنابراین هدف ما طراحی

که در آن

$$m = m_0 + m_1$$

$$F = m_1(a_1 - d)$$

$$I_{\theta_1} = m_1(d - a_1)^2 + I_1$$

$$I_{\theta_0} = m_0 a_0^2 + I_0 \quad (21)$$

که در آن m_0 و m_1 به ترتیب معرف جرم کشنده و دنبال‌رو، I_0 و I_1 به ترتیب معرف لختی‌های دورانی جرمی کشنده و دنبال‌رو حول محور عمود بر صفحه‌ی حرکت، a_0 و a_1 به ترتیب معرف فاصله‌ی میان مراکز جرم و نقطه‌ی میانی چرخ‌های کشنده و دنبال‌رو و Γ معرف شعاع چرخ‌های ربات است.

برای حذف مضارب لاگرانژ روش مکمل متعامد طبیعی^۱ می‌تواند استفاده شود، [۲۱]. بنابراین با جایگزینی از (۶) در (۱۹) و استفاده از (۴) خواهیم داشت:

$$\bar{M}(q)\dot{u}(t) + \bar{C}(q, u)u(t) = \bar{B}(q)\tau \quad (22)$$

که در آن

$$\bar{M}(q) = S^T(q)M(q)S(q); \quad \bar{B}(q) = S^T(q)B(q);$$

$$\bar{C}(q, u) = S^T(q)(M(q)\dot{S}(q) + C^*(q, u)) \quad (23)$$

که در آن

$$C(q, S(q)u(t)) = C^*(q, u)u(t) \quad (24)$$

۷- قانون کنترل ترانهاده‌ی ژاکوبی بهبود یافته

در کاربردهای مهندسی، بدست آوردن مدل ریاضی سیستم به خاطر اغتشاشات خارجی، ساده‌سازی‌های مدلسازی، دینامیک‌های مدل نشده و عوامل ناشناخته و غیر قابل پیش‌بینی دیگر معمولاً پیچیده و غیر ممکن است. بنابراین طراحی قوانین کنترلی غیر مبتنی بر مدل دینامیکی مورد توجه می‌باشد. در این قسمت مروری به روش ترانهاده‌ی ژاکوبی بهبود یافته که در مرجع [۱۸] برای بازوان رباتیکی ارائه شده می‌پردازیم. هدف، کنترل بردار خروجی \hat{q} برای تعقیب بردار خروجی مطلوب \hat{q}_{des} است. در کاربردهای تجربی سیستم‌های مهندسی، بدست آوردن مدل ریاضی دقیق معمولاً مشکل یا غیر ممکن می‌باشد. این به خاطر ساده‌سازی‌ها در مدل‌سازی، دینامیک‌های مدل نشده، اغتشاشات خارجی و پدیده‌های ناشناخته و غیر قابل پیش‌بینی دیگر است. بنابراین در طراحی قوانین کنترلی برای این سیستم‌ها، کنترل‌کننده‌هایی که به دینامیک سیستم وابسته نیستند بسیار مورد توجه‌اند. روش ترانهاده‌ی ژاکوبی یک روش کنترلی ساده است. خطای تعقیب و نرخ آن در بهره‌های بالایی ضرب شده و حاصل در ترانهاده ماتریس ژاکوبی ضرب می‌گردد و ورودی‌های

کنترل‌کننده‌ای می‌باشد که خطای تعقیب (۱۵) را حول مبدأ پایدار مجانبی نماید. برای این منظور دینامیک خطای تعقیب را به صورت زیر محاسبه می‌نماییم:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial q} S(q)u + \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \quad (16)$$

برای پایدارسازی دینامیک خطای تعقیب، ورودی کنترلی u را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$u = -\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial q} S(q)\right)^{-1} \left(K\varepsilon + \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}\right) \quad (17)$$

که در آن K ماتریس بهره کنترل‌کننده، یک ماتریس قطری مثبت معین است. با این انتخاب دینامیک خطای سیستم به صورت زیر خواهد بود:

$$\dot{\varepsilon} = -K\varepsilon \quad (18)$$

که یک دینامیک خطای پایدار است و خطای تعقیب سیستم حول مبدأ پایدار می‌گردد. شرط قابل اعمال بودن قانون کنترلی بدست آمده این است که ماتریس $\frac{\partial \varepsilon}{\partial q} S(q)$ تکین نباشد که به همین علت خطای تعقیب حول نقطه‌ی C_0 نوشته شد.

۶- مدل دینامیکی ربات چرخ‌دار به همراه یک دنبال‌رو

معادلات دینامیکی ربات چرخ‌دار به همراه یک دنبال‌رو از طریق روش لاگرانژ به صورت زیر بدست می‌آید:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) = B(q)\tau + A^T(q)\lambda \quad (19)$$

که در آن $M(q)$ ماتریس جرمی سیستم، $C(q, \dot{q})$ شامل نیروهای جانب مرکز و کوریولیس، $B(q)$ ماتریس تبدیل ورودی، $A(q)$ ماتریس قیدی سیستم و λ بردار مضارب لاگرانژ سیستم است و به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$M(q) = \begin{bmatrix} m & 0 & -a_0 m_0 \sin \theta_0 & -F \sin \theta_1 \\ 0 & m & a_0 m_0 \cos \theta_0 & F \cos \theta_1 \\ -a_0 m_0 \sin \theta_0 & a_0 m_0 \cos \theta_0 & I_{\theta_0} & 0 \\ -F \sin \theta_1 & F \cos \theta_1 & 0 & I_{\theta_1} \end{bmatrix}$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} -a_0 m_0 \cos \theta_0 \dot{\theta}_0^2 - F \cos \theta_1 \dot{\theta}_1^2 \\ -a_0 m_0 \sin \theta_0 \dot{\theta}_0^2 - F \sin \theta_1 \dot{\theta}_1^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$B(q) = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} \cos \theta_0 & \cos \theta_0 \\ \sin \theta_0 & \sin \theta_0 \\ b & -b \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\tau = \begin{pmatrix} \tau_r \\ \tau_l \end{pmatrix} \quad (20)$$

^۱ Natural Orthogonal Complement Method

که در آن $u_c(t)$ بردار ورودی‌های سینماتیکی می‌باشد که در طراحی کنترل‌کننده سینماتیکی برای سیستم بدست آمد. هدف طراحی گشتاورهای عملگری برای پایدارسازی خطای تعقیب حول مبدأ می‌باشد.

قانون کنترل ترانهادهی ژاکوبی بهبود یافته به صورت زیر را برای سیستم در نظر می‌گیریم:

$$\tau(t) = J^T(q) \{K_p e + h(t)\} \quad (31)$$

که در آن $\tau(t)$ بردار گشتاورهای عملگری سیستم و $h(t)$ عاملی به منظور در نظر گرفتن اثر ورودی در گام زمانی پیشین است و به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$h(t) = K J^{-T} \tau(t - \Delta t) \quad (32)$$

که در آن K یک ماتریس قطری با عناصر قطری زیر است:

$$K^{ii} = \begin{cases} 0 & \|e\| \geq \delta \text{ or } \|\dot{e}\| \geq \dot{\delta} \\ 1 & \|e\| < \delta \text{ or } \|\dot{e}\| < \dot{\delta} \end{cases} \quad (33)$$

که δ و $\dot{\delta}$ اعداد حقیقی و مثبت می‌باشند.

به جای سوئیچینگ ناپیوسته‌ی رابطه (33)، می‌توان عبارت پیوسته زیر را استفاده نمود:

$$K^{ii} = \exp(-k^{ii} \|e\|) \quad (34)$$

که در آن k^{ii} بهره‌های مثبت و حقیقی می‌باشند.

قضیه ۱. قانون کنترلی غیر مبتنی بر مدل (31) برای سیستم دینامیکی (22)، خطای تعقیب (30) را به صورت مجانبی حول مبدأ پایدار می‌سازد.

اثبات. تابع مثبت معین زیر را در نظر بگیرید:

$$V = \frac{1}{2} e^T(t) \bar{M}(q) e(t) \quad (35)$$

با مشتق‌گیری خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e^T(t) \bar{M}(q) \dot{e}(t) + \frac{1}{2} e^T(t) \dot{\bar{M}}(q) e(t) \\ &= e^T(t) \bar{M}(q) (\dot{u}_c - \dot{u}) + \frac{1}{2} e^T(t) \dot{\bar{M}}(q) e(t) \end{aligned} \quad (36)$$

با جایگزینی از رابطه‌ی (22) داریم:

$$\dot{V} = e^T(t) (\bar{M}(q) \dot{u}_c + \bar{C} u(t) - \bar{B}(q) \tau) + \frac{1}{2} e^T(t) \dot{\bar{M}}(q) e(t) \quad (37)$$

با جایگزینی از رابطه‌ی (30) و ساده‌سازی داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e^T(t) (\bar{M}(q) \dot{u}_c + \bar{C} (u_c(t) - e(t)) - \bar{B}(q) \tau) \\ &+ \frac{1}{2} e^T(t) \dot{\bar{M}}(q) e(t) = e^T(t) (\bar{M}(q) \dot{u}_c + \bar{C} u_c(t) - \bar{B}(q) \tau) \\ &+ e^T(t) (\frac{1}{2} \dot{\bar{M}}(q) - \bar{C}) e(t) \end{aligned} \quad (38)$$

کنترلی تولید می‌گردند. این ورودی‌ها مجری نهایی را به سمتی که خطای تعقیب کاهش می‌یابد هدایت می‌کنند. الگوریتم ترانهادهی ژاکوبی ورودی‌های کنترلی زیر را تولید می‌نماید:

$$\tau(t) = J^T(q) \{K_p e + K_d \dot{e}\} \quad (25)$$

که در آن K_p و K_d ماتریس‌های بهره مثبت معین بوده و e بردار خطای تعقیب است که به صورت $e = \hat{q}_{des} - \hat{q}$ تعریف می‌شود. ماتریس ژاکوبی J نیز ماتریسی است که سرعت‌های مفصلی را به روی سرعت‌های خروجی نگاشت می‌دهد یعنی $\dot{q} = J \dot{q}$. از آنجایی که کنترل ترانهادهی ژاکوبی اطلاعاتی از دینامیک سیستم ندارد در تعقیب مسیرهای حرکتی که سرعت قابل ملاحظه دارند عملکرد ضعیفی مشاهده می‌شود. همچنین بهره‌های کنترلی بالا عملکرد ضعیفی را مخصوصاً در حضور نویز تولید می‌کنند. برای داشتن همزمان سادگی و دقت، هنگامی که خطای کنترلی کوچک است الگوریتم کنترلی ترانهادهی ژاکوبی با اضافه کردن عبارتی در بر گیرنده‌ی دینامیک سیستم، تغییر داده شده است. کنترل بدست آمده ترانهادهی ژاکوبی بهبود یافته نام گرفته است. این الگوریتم کنترلی تقریبی از روش خطی‌سازی فیدبک با استفاده از ورودی کنترلی در یک گام زمانی پیشین است. این قانون کنترلی در مرجع [18] به صورت زیر پیشنهاد شده است:

$$\tau(t) = J^T(q) \{k_p e + k_d \dot{e} + h(t)\} \quad (26)$$

که در آن τ بردار گشتاورهای عملگری است. $h(t)$ ناشی از ورودی کنترلی در گام زمانی پیشین است و داریم:

$$h(t) = K \tau(t - \Delta t) \quad (27)$$

که K ماتریس بهره‌ی سوئیچینگ قطری با عناصر قطری زیر است:

$$K^{ii} = \exp\left(-\left(\frac{|e_i|}{e_{\max}} + \frac{|\dot{e}_i|}{\dot{e}_{\max}}\right)\right) \quad (28)$$

که e_{\max} و \dot{e}_{\max} محدوده‌های حساسیت کنترل‌کننده را مشخص می‌کنند. با انتخاب مناسب این ضرایب، قانون کنترلی عملکرد مناسبی ارائه می‌نماید. با انتخاب گام‌های زمانی کوچک، معادله‌ی خطای زیر را خواهیم داشت:

$$k_d \dot{e} + k_p e \cong 0 \quad (29)$$

که نشان می‌دهد با انتخاب مناسب ضرایب کنترلی، سیستم پایدار است.

۸- قانون کنترل دینامیکی غیر مبتنی بر مدل

در این قسمت یک قانون کنترلی غیر مبتنی بر مدل بر اساس روش ترانهادهی ژاکوبی بهبود یافته برای کنترل دینامیکی تعقیب مسیرهای حرکت زمانی مرجع ارائه می‌گردد. برای این منظور خطای تعقیب را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$e(t) = u_c(t) - u(t) \quad (30)$$

$$= -e_{n+1}^T K_p e_{n+1} + e_{n+1}^T \bar{B}(q) \tau_{n+1}^c - e_{n+1}^T \sum_{i=2}^{n+1} \left\{ \prod_{j=i}^{n+1} K_j K_p e_{i-1} \right\} \quad (47)$$

از سویی دیگر بر اساس روش تفاضل محدود^۲ برای متغیر دلخواه α می‌توان نوشت:

$$\alpha_n = \alpha_{n-1} + \Delta t_n \dot{\alpha}_{n-1} + O(\Delta t_n^2) \quad (48)$$

با استفاده از (48) رابطه‌ی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{n+1} = & -(e_n + \Delta t_{n+1} \dot{e}_n)^T K_p (e_n + \Delta t_{n+1} \dot{e}_n) \\ & - (e_n + \Delta t_{n+1} \dot{e}_n)^T \left(K_{n+1} K_p e_n + \sum_{i=2}^n \left\{ \prod_{j=i}^{n+1} K_j K_p e_{i-1} \right\} \right) \\ & + (e_n + \Delta t_{n+1} \dot{e}_n)^T \bar{B}(q) (\tau_n^c + \Delta t_{n+1} \dot{\tau}_n^c) + O(\Delta t_n^2) \quad (49) \end{aligned}$$

با ساده‌سازی و استفاده از رابطه‌ی (49) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{n+1} = & \dot{V}_n - \Delta t_{n+1} \dot{e}_n^T K_p e_n - \Delta t_{n+1} e_n^T K_p \dot{e}_n \\ & + \Delta t_{n+1} (e_n^T \bar{B} \dot{\tau}_n^c + \dot{e}_n^T \bar{B} \tau_n^c) - e_n^T K_{n+1} K_p e_n \\ & - \Delta t_{n+1} \dot{e}_n^T K_{n+1} K_p e_n + O(\Delta t_n^2) \quad (50) \end{aligned}$$

با ساده‌سازی و صرف‌نظر از جملات رسته بالا به این نتیجه می‌رسیم

که \dot{V}_{n+1} یک تابع منفی نیمه معین است اگر:

$$\begin{aligned} \Delta t_{n+1} (e_n^T \bar{B} \dot{\tau}_n^c + \dot{e}_n^T \bar{B} \tau_n^c) - \Delta t_{n+1} e_n^T K_p e_n \\ - \Delta t_{n+1} e_n^T K_p \dot{e}_n - \Delta t_{n+1} \dot{e}_n^T K_{n+1} K_p e_n < e_n^T K_{n+1} K_p e_n \quad (51) \end{aligned}$$

از آنجایی که Δt یک عدد مثبت و K_p ماتریس بهره مثبت معین است، با انتخاب مقادیر بزرگ $K_{n+1}^{ii} K_p^{ii} / \Delta t$ ، تابع \dot{V} حول مبدأ به صفر میل می‌کند و در بقیه نقاط منفی خواهد بود و پایداری سیستم مجانبی خواهد بود. بنابراین معادله‌ی (51) معیاری برای انتخاب بهره‌های کنترلی و زمان نمونه‌برداری می‌باشد. در صورتیکه برای $K_{n+1}^{ii} K_p^{ii} / \Delta t$ مقادیر بزرگی انتخاب شود، در رابطه‌ی (51)، سمت راست رابطه به اندازه قابل توجهی از سمت چپ بزرگتر خواهد بود، با توجه به اینکه بازه زمانی نمونه‌برداری همواره مقدار کوچکی است چنین شرایطی معمولاً برقرار می‌گردد. بنابراین جملات مراتب بالا در رابطه‌ی (50) در صورت برقراری چنین شرطی کوچکتر از سایر جملات خواهند بود.

۹- نتایج بدست آمده

در این قسمت نتایج تجربی حاصل از پیاده‌سازی قانون کنترلی روی یک ربات چرخ‌دار ارائه می‌گردد.

۹-۱- سیستم آزمایشگاهی

سیستم آزمایشگاهی از یک ربات چرخ‌دار به همراه یک دنبال‌رو تشکیل می‌شود. کشنده از طریق دو چرخ دارای عملگر حرکت می‌کند و

با استفاده از این اصل که ماتریس $\frac{1}{2} \dot{\bar{M}}(q) - \bar{C}$ یک ماتریس پاد متقارن^۱ است، خواهیم داشت:

$$\dot{V} = e^T(t) (\bar{M}(q) \dot{u}_c + \bar{C} u_c(t) - \bar{B}(q) \tau) \quad (39)$$

حال تعریف می‌کنیم:

$$\bar{B}(q) \tau^c = \bar{M}(q) \dot{u}_c + \bar{C} u_c(t) \quad (40)$$

با جایگزینی در معادله (39) خواهیم داشت:

$$\dot{V} = e^T(t) \bar{B}(q) (\tau^c - \tau) \quad (41)$$

بنابراین برای n -امین زمان نمونه‌برداری می‌توان نوشت:

$$\dot{V}_n = e_n^T(t) \bar{B}(q) (\tau_n^c - \tau_n) \quad (42)$$

ورودی کنترلی برای n -امین زمان نمونه‌برداری نیز به صورت زیر خواهد بود:

$$\tau_n(t) = J^T(q) \{ K_p e_n + K_n J^{-T} \tau_{n-1} \} \quad (43)$$

که K_n ماتریس بهره رابطه‌ی (42) برای n -امین زمان نمونه‌برداری می‌باشد.

رابطه‌ی (43) یک رابطه‌ی بازگشتی می‌باشد که می‌توان آن را به صورت غیر بازگشتی زیر نوشت:

$$\tau_n(t) = J^T(q) \left\{ K_p e_n + \sum_{i=2}^n \left\{ \prod_{j=i}^n K_j K_p e_{i-1} \right\} \right\} \quad (44)$$

با جایگزینی از معادله (44) در (42) و استفاده از اینکه ماتریس $\bar{B} J^T$ یک ماتریس واحد است داریم:

$$\dot{V}_n = e_n^T(t) \left(\bar{B}(q) \tau_n^c - \left\{ K_p e_n + \sum_{i=2}^n \left\{ \prod_{j=i}^n K_j K_p e_{i-1} \right\} \right\} \right) \quad (45)$$

برای اثبات پایداری سیستم باید نشان دهیم که \dot{V}_n یک تابع مثبت نیمه معین است. برای این منظور از روش استقرای ریاضی استفاده می‌کنیم. برای اولین نمونه زمانی داریم:

$$\dot{V}_1 = e_1^T \bar{B}(q) \tau_1^c - e_1^T K_p e_1 \quad (46)$$

بنابراین با انتخاب ماتریس بهره‌ی به اندازه کافی بزرگ K_p ، \dot{V}_1 منفی خواهد بود.

حال با فرض اینکه \dot{V}_n منفی نیمه معین باشد باید نشان دهیم \dot{V}_{n+1} نیز یک تابع منفی نیمه معین است. رابطه‌ی (45) برای نمونه‌ی زمانی $n+1$ به صورت زیر می‌باشد:

$$\dot{V}_{n+1} = e_{n+1}^T \left(\bar{B}(q) \tau_{n+1}^c - \left\{ K_p e_{n+1} + \sum_{i=2}^{n+1} \left\{ \prod_{j=i}^{n+1} K_j K_p e_{i-1} \right\} \right\} \right)$$

^۲ Finite Difference

^۱ Skew-symmetric

شرایط اولیه سیستم به صورت زیر فرض شده‌اند:

$$x(0) = 0.35, y(0) = -0.58, \theta_0(0) = 0.4\pi, \dot{\theta}_0(0) = 0.4\pi \quad (53)$$

به منظور تحلیل اثر مقاومت کنترل‌کننده در ثانیه ۳۵-ام پارامترهای

جرمی سیستم به صورت زیر تغییر داده شده است:

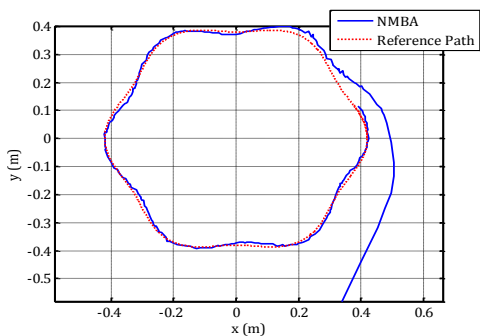
$$g \rightarrow (1 + 0.5u(t - 35))g \quad (54)$$

که در آن $u(t)$ تابع پله واحد می‌باشد و $g \in \{m_0, m_1\}$ پارامترهای جرمی ربات را در بر می‌گیرد.

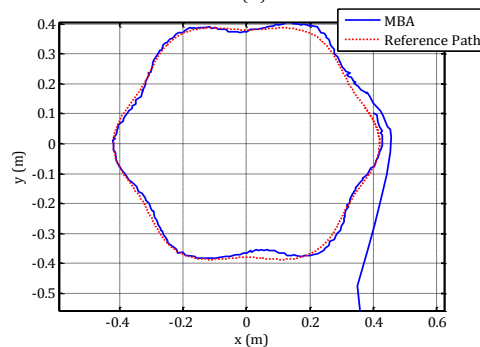
جدول ۲: مقادیر پارامترهای کنترل‌کننده

مقدار	توصیف	پارامتر
diag(0.6,0.6)	بهره کنترل‌کننده سینماتیکی	K
diag(2.5,0.6)	بهره تناسبی کنترل‌کننده دینامیکی	K _p
0.1	بهره کنترل‌کننده دینامیکی	k ⁱⁱ

در شکل ۴ مسیر حرکت ربات در صفحه برای الگوریتم‌های غیر مبتنی بر مدل و مدل-مبنا نشان داده شده‌اند. در شکل ۵ نیز خطای تعقیب متغیرهای سیستم برای الگوریتم‌های کنترلی مذکور ترسیم شده است. در شکل ۶ خطای تعقیب مسیر مرجع (فاصله از وضعیت مطلوب) برای قوانین کنترلی غیر مبتنی بر مدل و مدل-مبنا مقایسه شده است. در شکل ۷ ورودی‌های کنترلی سینماتیکی و دینامیکی ارائه شده‌اند.



(الف)



(ب)

شکل ۴: مسیر حرکت ربات در صفحه‌ی حرکت (الف) کنترل غیر مبتنی بر مدل

(ب) کنترل مدل-مبنا

از یک چرخ‌کروی به منظور حفظ پایداری آن استفاده شده است. مشخصات هندسی و مقادیر پارامترهای سیستم در جدول ۱ ارائه شده است. حرکت چرخ‌های دارای عملگر از طریق موتورهای DC دارای ولتاژ عملکردی ۱۲ ولت و گشتاور نگهدارنده ۱/۶۲ نیوتن-متر شکل می‌گیرد. برای اندازه‌گیری وضعیت ربات از یک دوربین نصب شده بالای صفحه حرکت و پردازش تصویر به هنگام، استفاده شده است. دوربین استفاده شده دارای تفکیک‌پذیری 640×480 پیکسل و نرخ تصویربرداری ۳۰ تصویر در ثانیه است. اطلاعات از طریق یک اتصال USB با کامپیوتر برقرار می‌گردد. یک کامپیوتر با اتصال USB به دوربین با ویژگی‌های (2 GB RAM, Intel Core 2, CPU 2.00 GHz, 32 bit) استفاده شده است. کنترل سیستم از طریق نرم‌افزار MATLAB/Simulink پیاده‌سازی گردیده است.

جدول ۱: مقادیر پارامترهای سیستم

مقدار	توصیف	پارامتر
0.9, 0.33 kg	جرم دنبال‌رو و کشنده	m ₀ , m ₁
0.0035, 0.00078 kg.m ²	لختی‌های دورانی	I ₀ , I ₁
0.17 m	طول P ₀ P ₁	d
0.026 m	شعاع چرخ‌ها	r
0.1190 m	فاصله بین چرخ‌های کشنده	2b
0.029, 0 m	طول P ₀ C ₀ و P ₀ C ₁	a ₀ , a ₁

۹-۲- نتایج تجربی

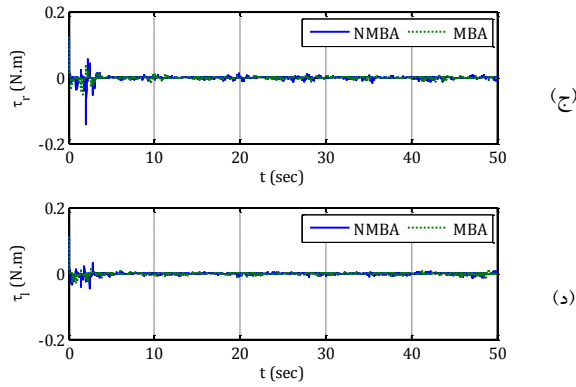
در این بخش به منظور بررسی کارایی کنترل‌کننده نتایج تجربی حاصل از پیاده‌سازی قانون کنترلی بر روی مدل آزمایشگاهی ارائه شده است. همچنین نتایج پیاده‌سازی الگوریتم غیر مبتنی بر مدل با نتایج حاصل از الگوریتم مدل-مبنا به روش گشتاور محاسبه شده^۱ مقایسه شده است. این کنترل‌کننده تحت عنوان کنترل خطی‌سازی فیدبک دینامیکی^۲ در مقاله [۲۲] نویسنده‌گان تشریح شده است.

پارامترهای کنترل‌کننده در جدول ۲ ارائه شده و مسیرهای حرکت مرجع به صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند.

$$\begin{cases} x_r(t) = 0.02 \left(R + \cos\left(\frac{36t}{T}\right) \right) \cos\left(\frac{6t}{T}\right) \\ y_r(t) = 0.02 \left(R + \cos\left(\frac{36t}{T}\right) \right) \sin\left(\frac{6t}{T}\right) \end{cases} \quad (52)$$

^۱ Computed Torque Method

^۲ Feedback-Linearizing Dynamic Controller (FLDC)



شکل ۷: ورودی‌های کنترلی برای قوانین کنترلی غیر مبتنی بر مدل و مدل-مبنا (الف) ورودی سینماتیکی u_1 (ب) ورودی سینماتیکی u_2 (ج) ورودی دینامیکی τ_1 (د) ورودی دینامیکی τ_2

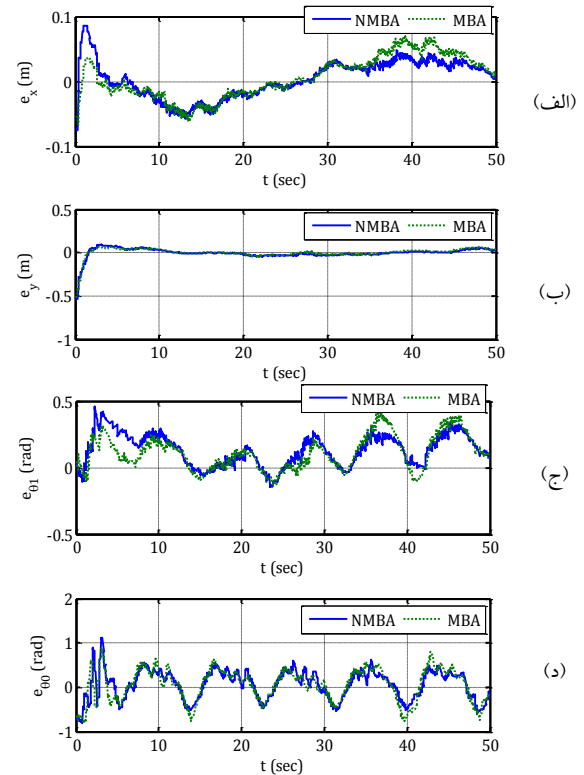
نتایج بدست آمده نشان می‌دهد عملکرد الگوریتم غیر مبتنی بر مدل مشابه الگوریتم مدل-مبنا می‌باشد، حتی در حضور عدم قطعیت‌ها عملکرد بهتری از خود نشان می‌دهد و حجم محاسباتی کمتری دارد. همانگونه که مشاهده می‌شود با شروع از شرایط اولیه پس از تقریباً ۳ ثانیه ربات متحرک خود را به مسیر مرجع رسانده و در حاشیه مناسبی از آن قرار گرفته است. ورودیهای کنترلی تولید شده نیز دارای مقادیر مناسبی می‌باشند و خارج از محدوده گشتاورهای عملگرهای ربات قرار نمی‌گیرند.

۱۰- نتیجه‌گیری

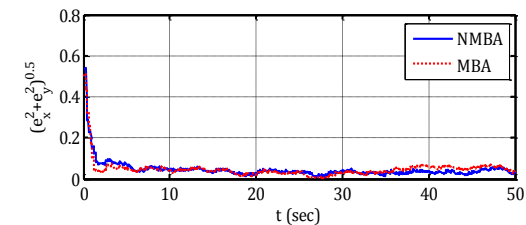
در این مقاله یک روش جدید برای کنترل دینامیکی تعقیب مسیرهای حرکت یک ربات چرخدار دارای یک دنبالرو به عنوان یک سیستم غیرخطی، کم عملگر و غیرهولونومیک ارائه شده است. ابتدا معادلات دینامیکی سیستم استخراج گردید. سپس مسیرهای حرکت مرجع مناسب برای ربات تولید گردید و یک کنترل‌کننده سینماتیکی بر اساس فیدبک خروجی سیستم طراحی گردید. سپس یک قانون کنترل دینامیکی غیر مبتنی بر مدل بر اساس روش ترانهاده ژاکوبی بهبودیافته برای ربات طراحی گردید. همچنین پایداری قانون کنترلی از طریق روش لیپانوف بررسی گردید. سرانجام به منظور بررسی کارایی روش، نتایج تجربی پیاده‌سازی قانون کنترلی پیشنهاد شده بر روی یک مدل آزمایشگاهی ربات چرخدار دارای دنبالرو ارائه و با نتایج یک کنترل‌کننده مدل-مبنا مقایسه گردید. نتایج بدست آمده کارآمد بودن روش ارائه شده را تایید می‌نمایند.

۱۱- مراجع

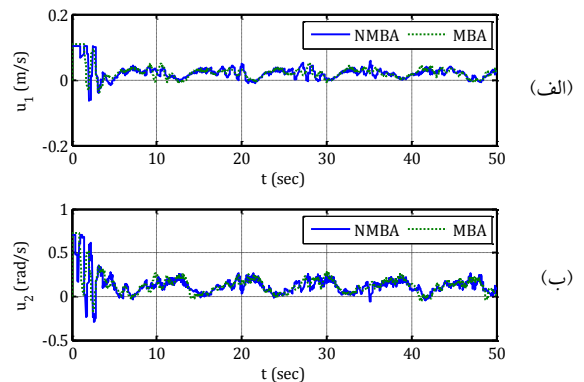
- [1] S. A. A. Moosavian, A. Kalantari, H. Semsarilar, E. Aboosaeedan, and E. Mihankhah, "ResQuake: A Tele-Operative Rescue Robot," *Journal of mechanical design*, vol. 131, 2009.



شکل ۸: خطای تعقیب متغیرهای سیستم برای قوانین کنترلی غیر مبتنی بر مدل و مدل-مبنا (الف) خطای متغیر X (ب) خطای متغیر Y (ج) خطای متغیر θ_1 (د) خطای متغیر θ_2



شکل ۹: خطای تعقیب مسیر مرجع (فاصله از وضعیت مطلوب) برای قوانین کنترلی غیر مبتنی بر مدل و مدل-مبنا



- [13] G. Klančar and I. Škrjanc, "Tracking-error model-based predictive control for mobile robots in real time," *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 55, pp. 460-469, 2007.
- [14] J. Ye, "Adaptive control of nonlinear PID-based analog neural networks for a nonholonomic mobile robot," *Neurocomputing*, vol. 71, pp. 1561-1565, 2008.
- [15] J. Ye, "Tracking control for nonholonomic mobile robots: Integrating the analog neural network into the backstepping technique," *Neurocomputing*, vol. 71, pp. 3373-3378, 2008.
- [16] C. Chian-Song and L. Kuang-Yow, "Hybrid Fuzzy Model-Based Control of Nonholonomic Systems: A Unified Viewpoint," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 16, pp. 85-96, 2008.
- [17] Y. Asari, H. Sato, T. Yoshimi, K. Tatsuno, and K. Asano, "Development of model-based remote maintenance robot system. IV. A practical stiffness control method for redundant robot arm," in *Intelligent Robots and Systems '93, IROS '93. Proceedings of the 1993 IEEE/RSJ International Conference on*, 1993, pp. 1245-1251 vol.2.
- [18] S. A. A. Moosavian and E. Papadopoulos, "Modified transpose Jacobian control of robotic systems," *Automatica*, vol. 43, pp. 1226-1233, 2007.
- [19] M. Karimi and S. Moosavian, "Control of underactuated manipulators using Modified Transpose Effective Jacobian," in *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2008. IROS 2008.*, 2008, pp. 3744-3749.
- [20] M. Karimi and S. A. A. Moosavian, "Modified Transpose Effective Jacobian control of underactuated manipulators," in *Advanced Intelligent Mechatronics, 2008. AIM 2008. International Conference on IEEE/ASME*, 2008, pp. 1337-1342.
- [21] S. K. Saha and J. Angeles, "Dynamics of Nonholonomic Mechanical Systems Using a Natural Orthogonal Complement," *Journal of Applied Mechanics*, vol. 58, pp. 238-243, 1991.
- [22] A. Keymasi Khalaji and S. A. A. Moosavian, "Robust Adaptive Controller for a Tractor-Trailer Mobile Robot," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 19, pp. 943 - 953, 2014.
- [2] M. Eslamy and S. A. A. Moosavian, "Dynamics and Cooperative Object Manipulation Control of Suspended Mobile Manipulators," *Journal of Intelligent and Robotics Systems*, vol. 60, pp. 181-199, 2010.
- [3] K. Alipour and S. A. A. Moosavian, "How to ensure stable motion of suspended wheeled mobile robots," *International Journal of Industrial robot* vol. 38, pp. 139-152, 2011.
- [4] G. Campion, G. Bastin, and B. Dandrea Novel, "Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 12, pp. 47-62, 1996.
- [5] C. Samson, "Control of chained systems application to path following and time-varying point-stabilization of mobile robots," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 40, pp. 64-77, 1995.
- [6] L. Chang Boon and W. Danwei, "GPS-Based Path Following Control for a Car-Like Wheeled Mobile Robot With Skidding and Slipping," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 16, pp. 340-347, 2008.
- [7] P. Morin and C. Samson, "Control of nonlinear chained systems: from the Routh-Hurwitz stability criterion to time-varying exponential stabilizers," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 45, pp. 141-146, 2000.
- [8] F. N. Martins, W. C. Celeste, R. Carelli, M. Sarcinelli-Filho, and T. F. Bastos-Filho, "An adaptive dynamic controller for autonomous mobile robot trajectory tracking," *Control Engineering Practice*, vol. 16, pp. 1354-1363, 2008.
- [9] C.-Y. Chen, T.-H. S. Li, Y.-C. Yeh, and C.-C. Chang, "Design and implementation of an adaptive sliding-mode dynamic controller for wheeled mobile robots," *Mechatronics*, vol. 19, pp. 156-166, 2009.
- [10] C.-Y. Chen, T.-H. S. Li, and Y.-C. Yeh, "EP-based kinematic control and adaptive fuzzy sliding-mode dynamic control for wheeled mobile robots," *Information Sciences*, vol. 179, pp. 180-195, 2009.
- [11] J. Yang, R. Ma, Y. Zhang, and C. Zhao, "Sliding Mode Control for Trajectory Tracking of Intelligent Vehicle," *Physics Procedia*, vol. 33, pp. 1160-1167, 2012.
- [12] H. Chih-Lyang Hwang Chih-Lyang and C. Li-Jui Chang Li-Jui, "Trajectory Tracking and Obstacle Avoidance of Car-Like Mobile Robots in an Intelligent Space Using Mixed H_2/H_∞ ; Decentralized Control," *IEEE ASME Trans Mechatron*, vol. 12, pp. 345-352, 2007.