

کنترل فرآیندهای دارای تاخیر زمان در سیستمهای چند ورودی چند خروجی با استفاده از جبرانگر بهره غالب

منصوره اسماعیلی^۱، منصور شیروانی^۲

^۱ دانشجوی دکترا مهندسی شیمی، گروه کنترل، دانشگاه علم و صنعت ایران، m.esmaeli@nipc.net

^۲ استادیار، دانشکدة مهندسی شیمی، دانشگاه علم و صنعت ایران، shirvani.m@iust.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۸۹/۳/۲۸، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۸۹/۶/۲۷)

چکیده: در این مقاله روشی نوین برای بهبود عملکرد سیستمهای چند ورودی چند خروجی دارای تاخیر زمان ارائه شده است. در این روش، در هر حلقه کنترل، بر اساس مفهوم بهره غالب، تابع خاصی به تابع انتقال حلقه باز افزوده می‌شود و بدین طریق رفتار تابع حلقه باز کلی، از وضعیت غیر حداقل فاز^۱ به حداقل فاز^۲ تبدیل می‌شود. در موقع بکار بردن جبرانگر پیشنهادی برای مقاوم شدن حلقه، کافی است که جبرانگر مورد نظر نسبت به بالاترین نرم محدوده خطای مدل، به صورت بهره غالب طراحی شود. روش پیشنهادی، روشی کاربردی بوده و به راحتی می‌تواند در یک حلقه پس خور رایج مورد استفاده قرار بگیرد.

کلمات کلیدی: چند ورودی چند خروجی، تاخیر زمان، کنترل مقاوم، مفهوم بهره غالب.

Time Delay MIMO System Control Using Dominant Gain Compensator

Mansoureh Esmaeli, Mansour Shirvani

Abstract: A new method is presented in this paper to improve the performance of time delay Multiple-Input Multiple-Output systems. The method uses a specific compensator for each of the control loops by which the non-minimum phase characteristic of the open loop functiond changes to minimum phase. When using the proposed added compensator for robustness of the system it is sufficient that compensater becomes dominant gain with respect to the upper norm of the uncertainty of the process. The proposed method is applicable easily in a convetional feedback control loop.

Keywords: MIMO Systems, Time Delay, Robustness, Dominant Gain Concept.

¹ Non minimum phase
² Minimum phase

۱- مقدمه

۱. روشهای [15,16] Detuning
۲. روشهای بستن حلقه ها به صورت متواലی [17-20]
۳. روشهای تکراری^۳ یا حدس و خطأ [21,22]
۴. روشهای حل همزمان معادلات یا بهینه سازی [23,24]
۵. روشهای مستقل [25-28]

در روشهای Detuning هر کنترل کننده در سیستم، بر اساس عنصر قطری منطبق با آن طراحی شده و از اثرات متقابل حلقه ها بر یکدیگر صرف نظر می شود. روشهای تنظیم BLT^۴ برای کنترل کننده های PI و PID نمونه ای از این روشهای است [15,16]. سادگی این روشهای اصلی ترین مزیت آنها است اما عیب آنها ناشی از این حقیقت است که عملکرد حلقه و پایداری آن به طور روشن و صریح در این روشهای در نظر گرفته نشده است.

در روش دوم، حلقه ها به صورت متواالی بسته و تنظیم می شوند. معمولاً این کار با سریعترین حلقه آغاز می شود و بنابراین اثرات متقابل دینامیکی این حلقه در تنظیم کنترل کننده حلقه بعدی در نظر گرفته می شود و برای بقیه نیز به همین نحو عمل می گردد. نمونه هایی از این روشهای در [17-19] ذکر شده است. بعضی از معایب این روش در [23,27] گذراش شده است. از جمله این معایب وابسته بدن طراحی آخرین کنترل کننده به ترتیبی که کنترل کننده ها طراحی شده اند و همچنین، تاثیر بسزای انتخاب روشهای تکرار در پاسخ حلقه های طراحی شده می باشد.

در روشهای تکراری (روش سوم)، ابتدا مشابه روش بستن حلقه ها به صورت متواالی، پارامتر های کنترل کننده تنظیم می شوند و بعد از اینکه همه حلقه ها بسته شدند کنترل کننده ها دوباره یکی پس از دیگری تنظیم می شوند. این روش آنقدر ادامه می یابد تا اینکه جوابها همگرا شوند [21]. در روش حدس و خطأ، پارامتر های کنترل کننده همگرا شوند [22]. در روش PID به صورت مرحله ای طوری تعیین می شود که پایداری سیستم تضمین شود. این نوع از طراحی معمولاً همراه با آزمایشات فید بک رله^۵ همراه می باشد که به نام متغیرهای خود تنظیم^۶ مرسومند. از معایب اصلی آن این است که این روش نه تنها نیاز به آزمایشات موفقیت آمیز رله فید بک دارد بلکه در این روش رابطه محکمی بین تنظیم پارامترها و عملکرد سیستم وجود ندارد.

طراحی کنترل کننده در حلقه های چند ورودی - چند خروجی از طریق حل هم زمان معادلات (روش چهارم) به صورت عددی مشکل و پیچیده است. در [23]^۷، در همین راستا، یک روش طراحی برای کنترل

بسیاری از فرآیندها در صنایع شیمیایی دارای تاخیر زمان می باشند. وجود تاخیر زمان در فرآیند باعث غیر حداقل فاز شدن رفتار تابع حلقه باز سیستم کنترل می شود و به همین دلیل کنترل این سیستمها مشکل می باشد. در سیستمهای تک ورودی تک خروجی استفاده از پیش بین کننده اسمیت [۱] برای فرآیندهایی که دارای تاخیر زمان طولانی هستند می تواند در بهبود پاسخ سیستم، موثر واقع شود. در این روش با پیش بینی مدل فرآیند، پارامتر تاخیر زمان از معادله مشخصه حذف می شود. از مشکلات این روش می توان به حساسیت زیاد آن نسبت به خطای مدل، وجود افت کنترل^۸ در پاسخ، به هنگام بروز آشفتگی در کنترل فرآیندهای انگرالی و ناتوانی در کنترل فرآیندهای نایپایدار، اشاره کرد [۲]. بسیاری از محققان برای رفع این مشکلات روشهای مختلفی ارائه داده اند که به جبران کننده های تاخیر زمان^۹ معروف شده اند [۳-۷]. در [۹, ۸] نیز دو روش جدید کلی که بر اساس پیش بینی خروجی بدون تاخیر می باشد در قالب سیستمهای کنترل گسته زمان ارائه شده است. در تعدادی از مراجع سعی در بسط دادن روش اسمیت برای سیستمهای چند ورودی - چند خروجی شده است [۱۰-۱۴]. اما واقعیت این است که کاربرد این روش برای چنین سیستمهایی، دارای محدودیتهای بیشتری نسبت به سیستمهای تک ورودی تک خروجی است. وجود اثرات تداخلی بین حلقه های کنترل یکی از بزرگترین محدودیتهای این روشهای میباشد. برای جلوگیری از این اثرات حتی اگر بخواهیم از دکوپلرها استفاده کنیم، به دلیل حساسیت زیاد روش اسمیت نسبت به خطای مدل، مدل انتخاب شده نباید خطای زیادی داشته باشد زیرا باعث نایپایدار تر شدن سیستم کنترل خواهد شد. بعلاوه نسبت به یک روش پس خور معمولی، برای جلوگیری از اثرات متقابل بین حلقه ها، علاوه بر حاصلضرب تابع انتقال فرآیند در کنترل کننده $G_p(s)G_c(s)$ (که شرط نبود اثرات متقابل بین حلقه ها در روش پس خور معمولی می باشد)، حاصلضرب تابع انتقال فرآیند بدون تاخیر زمان در کنترل کننده $(s)G_p^0(s)G_c^0(s)$ نیز باید یک ماتریس قطری باشد. گذشته از این، روش اسمیت برای فرآیندهایی که پارامتر تاخیر زمان قابل تفکیک از تابع انتقال فرآیند نباشد، قابل کاربرد نیست. لذا با توجه به محدودیتهای ذکر شده، کاربرد روش اسمیت برای سیستمهای چند ورودی چند خروجی دارای تاخیر زمان، خیلی مورد توجه محققین قرار نگرفته و در اغلب موارد محققین از همان سیستم رایج پس خور معمولی، برای کنترل این سیستمهای استفاده می کنند.

برای تنظیم پارامترهای کنترل کننده ها در سیستمهای MIMO، روشهای طراحی بسیاری در مراجع ذکر شده اند که بطور کلی به ۵ دسته زیر قابل تقسیم هستند:

³ Iterative

⁴ Biggest Log Modulus

⁵ Relay Feedback

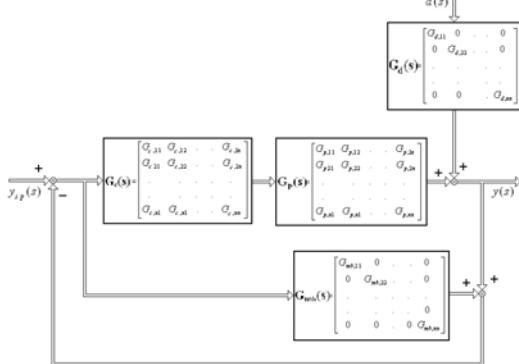
⁶ Auto-Tuning Variations (ATV)

¹ Offset

² Dead Time Compensators (DTCs)

۲- تحلیل کاربرد سیگنال MBPL در کنترل سیستمهای MIMO دارای تاخیر زمان

در شکل (۲)، سیستم کنترل پیشنهادی برای یک سیستم MIMO نمایش داده شده است.



شکل ۲. ساختار کنترل پیشنهادی در سیستمهای چند ورودی چند خروجی

توابع انتقال حلقه بسته این سیستم به صورت روابط (۱) و (۲) می باشد.

$$(Y_n(s))(Y_{sp,n}(s))^{-1} = (G_{p,n}(s)G_{c,n}(s)) \quad (1)$$

$$(1 + G_{mb,n}(s) + G_{p,n}(s)G_{c,n}(s))^{-1}$$

$$(Y_n(s))(d_n(s))^{-1} = (G_{d,n}(s) + G_{mb,n}(s)G_{d,n}(s)) \quad (2)$$

$$(1 + G_{mb,n}(s) + G_{c,n}(s)G_{p,n}(s))^{-1}$$

در روابط بالا

در این سیستم نیز همانند سیستم کنترل پیشنهادی در سیستمهای تک ورودی تک خروجی، تابع $G_{mb,n}(s)$ که پیش بین کننده حلقه n ام در سیستم کنترل می باشد باید یک تابع با رفتار حداقل فاز و دارای بهره غالب نسبت به توابع دیگر، در تابع حلقه باز مربوط به آن حلقه باشد. به عنوان مثال برای یک سیستم کنترل 2×2 که ساده‌ترین

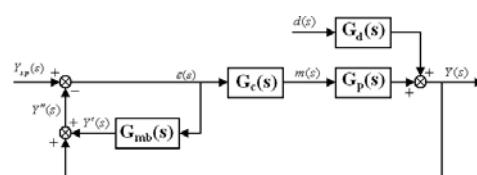
سیستم چند ورودی چند خروجی است، داریم:

$$\begin{aligned} open\ loop &= G_{mb,2}(s) + G_{p,2}(s)G_{c,2}(s) \\ &= \begin{bmatrix} G_{mb,11}(s) & 0 \\ 0 & G_{mb,22}(s) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} G_{p,11}(s) & G_{p,12}(s) \\ G_{p,21}(s) & G_{p,22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{c,11}(s) & G_{c,12}(s) \\ G_{c,21}(s) & G_{c,22}(s) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

حالات مطلوب در کنترل سیستمهای چند ورودی چند خروجی، نبود اثر متقابل حلقه ها بر یکدیگر است. این حالت زمانی اتفاق می افتد که

کننده های PI/PID در حلقه های چند ورودی - چند خروجی ارائه شده است. در این مرجع از روش اصلاح شده زیگلر نیکولز استفاده شده و اثرات تداخل بین حلقه ها در آن در نظر گرفته شده است اما برای وجود جواب، هیچ تضمینی وجود ندارد. چون محاسبات غیر خطی و پیچیده هستند این روش تنها برای سیستمهای ۲ ورودی ۲ خروجی بکار رفته است و بسط آن برای سیستمهای با بعاد بالاتر به نظر مشکل می رسد و تا بحال گزارش نشده است. در [۲۴] طراحی چند حلقه ایها، به عنوان یک مساله بهینه سازی غیر خطی مطرح شده است. اما این فرمولاسیون شامل سیستمهایی که دارای تاخیرهای متفاوت هستند نیست. بهینه کردن هم زمان معادلات سیستمهای چند ورودی - چند خروجی به صورت عددی، بسیار مشکل می باشد و نتایج آن بسیار وابسته به شرایط تعریف شده در تابع هدف می باشد و اگر حلقه ها با ترتیبهای متفاوت بسته شوند ممکن است که نهایتاً سیستم ناپایدار شود. در [۲۵-۲۸] روش‌های طراحی مستقل (روش پنجم) بکار برده شده است. در این روشها کنترل کننده ها به صورت جداگانه و با در نظر گرفتن محدوده هایی خاص برای تضمین پایداری و عملکرد مناسب، طراحی می شوند. اما جزئیات اطلاعات درباره دینامیک کنترل کننده ها در حلقه های دیگر مورد استفاده قرار نمی گیرد و بنابراین ممکن است عملکرد نهایی ضعیف باشد.

در [۲۹] روشی جدید برای کنترل فرآیندهای دارای تاخیر زمان، در سیستمهای تک ورودی - تک خروجی ارائه شده است. در این روش تابع $G_{mb}(s)$ که اغلب یک تابع درجه یک با بهره غالب و یا مساوی، نسبت به تابع حلقه باز سیستم کنترل می باشد، به تابع حلقه باز سیستم کنترل افزوده می شود و بدین ترتیب کلیه صفرهای سمت راست ناشی از تاخیر زمان تابع حلقه باز، به سمت چپ منتقل می شوند و بدین طریق عملکرد سیستم کنترل بهبود می یابد. روش مذکور در شکل (۱) نمایش داده شده است.



شکل ۱. روش پیشنهادی در [۲۹]

در این مقاله، روش مذکور برای سیستمهای چند ورودی چند خروجی بسط داده شده و در پایان، کاربرد روش مذکور در کنترل یک برج تقطیر مورد بررسی قرار گرفته و پاسخ آن با روش‌های دیگر، مورد مقایسه قرار گرفته است. همچنین، تاثیر خطا در پارامتر تاخیرزمان، در پاسخها مورد بررسی قرار گرفته است.

برای هر حلقه به صورت جداگانه و نسبت به تابع حلقه باز همان حلقه انتخاب می کنیم لذا انتخاب درجه این تابع نیز همانند سیستمهای تک ورودی تک خروجی است که در ذیل راجع به آن بحث خواهد شد.

در مورد این سیستمهای تابع کلی حلقه باز را می توان به صورت معادله (۹) نمایش داد:

$$\text{overall open loop transfer function} = \quad (9)$$

$$G_{oo,j}(s) = G_{mb,j}(s) + G_{sol,j}(s)$$

$$= \frac{K_{mb,j}}{D_{mb,j}^{(pb)}(s)} + \frac{K_{sol,j} N_{sol,j}^{(mo)}(s)}{D_{sol,j}^{(po)}(s)} e^{-st_{d,j}}, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

در رابطه بالا $G_{sol,j}(s)$ تابع حلقه باز در حلقه j ام است. همچنین، $G_{ool,j}(s)$ تابع حلقه باز کلی برای حلقه j ام است. $K_{sol,j}$ و $K_{mb,j}$ به ترتیب بهره های جبران کننده MBPL و تابع حلقه باز ساده هستند و po و pb در درجات پلی نومیالها می باشند. بدین ترتیب معادله مشخصه روش پیشنهادی به صورت رابطه (۱۰) خواهد شد.

$$K_{mb,j} D_{sol,j}^{(po)}(s) + K_{sol,j} N_{sol,j}^{(mo)}(s) D_{mb,j}^{(pb)}(s) e^{-st_{d,j}} = 0 \quad (10)$$

برای اینکه شرط بهره غالب در تابع حلقه باز کلی هر حلقه برقرار باشد می بایست رابطه (۱۱) صادق باشد

$$po \geq mo + pb \Rightarrow pb \leq po - mo \quad (11)$$

حال اگر $G_{sol,j}(s)$ یک تابع مناسب^۱ باشد، یعنی برای غالب شدن تابع دارای رفتار مینیم فاز در رابطه (۱۰)، (یعنی آنکه $pb = 0$) می بایست $D_{sol,j}^{(po)}(s) = 0$ باشد. در حالیکه اگر $G_{sol,j}(s)$ یک تابع اکیدا مناسب^۲ باشد برای غالب شدن تابع دارای رفتار مینیم فاز در رابطه (۱۰) می بایست $po > mo$ باشد که در آنکه $pb \geq 1$. در این مورد مطلوبترین درجه $pb = 1$ است چرا که توابع درجه یک، دارای فاز محدود بوده و منحنی فاز آنها هرگز به -180° نخواهد رسید لذا همواره پایدار می باشند. بطور کلی شرط از بین رفتن کلیه صفرهای سمت راست ناشی از پارامتر تاخیر زمان از تابع کلی حلقه باز برقراری رابطه (۱۲) می باشد.

$$\left| K_{mb,j} D_{sol,j}^{(po)}(j\omega) \right| \geq \left| K_{sol,j} N_{sol,j}^{(mo)}(j\omega) D_{mb,j}^{(pb)}(j\omega) e^{-j\omega t_{d,j}} \right| \quad (12)$$

که معادل آن رابطه (۱۳) است.

$$\left| G_{mb,j}(j\omega) \right| \geq \left| G_{sol,j}(j\omega) \right| \quad (13)$$

ماتریس $\mathbf{G}_{p,2}(s)\mathbf{G}_{c,2}(s)$ یک ماتریس قطری باشد که در این صورت ماتریس تابع انتقال حلقه باز سیستم کنترل پیشنهادی به صورت معادله زیر خواهد شد:

$$\chi(s) = \begin{bmatrix} G_{mb1}(s) + G_{p11}(s)G_{c11}(s) \\ G_{mb2}(s) + G_{p22}(s)G_{c22}(s) \end{bmatrix} \quad (4)$$

برای برقراری شرایط مفهوم بهره غالب باید شرایط معادلات (۵) و (۶) در حلقه ها، بطوری برقرار باشد که نمودارهای فاز در تمام فرکانسها از محدودده 0° تا 180° درجه تجاوز ننماید.

$$\left| G_{mb1}(s) \right| \geq \left| G_{p11}(s)G_{c11}(s) \right| \quad (5)$$

$$\left| G_{mb2}(s) \right| \geq \left| G_{p22}(s)G_{c22}(s) \right| \quad (6)$$

این روش به خوبی قابل بسط برای سیستمهای با ابعاد بالاتر نیز می باشد و تنها کافی است که شرایط لازم برای ایجاد قید بهره غالب در تابع حلقه باز هر حلقه کنترل برقرار باشد [۲۹].

اگر بین حلقه ها اثرات تداخلی متقابل وجود داشته باشد در این صورت، به عنوان مثال، در یک سیستم کنترل 2×2 تابع حلقه باز سیستم کنترل به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} Q(s) = & (1 + G_{mb,11}(s) + G_{p11}(s)G_{c11}(s)) \\ & (1 + G_{mb,22}(s) + G_{p22}(s)G_{c22}(s)) \\ & - G_{p12}(s)G_{p21}(s)G_{c11}(s)G_{c22}(s) \end{aligned} \quad (7)$$

که برای برقراری قید بهره غالب می بایست رابطه زیر در همه فرکانسها و یا اغلب آنها، به نحوی که نمودار فاز تابع حلقه باز سیستم کنترل حول نمودار تابع غیر حداقل فاز نوسان نکرده و از 0° تا 180° درجه عبور نکند، برقرار باشد:

$$\begin{aligned} & \left| G_{mb,11}(s) + G_{mb,22}(s) + G_{mb,11}(s)G_{mb,22}(s) \right| \geq \\ & \left| G_{p22}(s)G_{c22}(s) + G_{p11}(s)G_{c11}(s) \right| \\ & + G_{p11}(s)G_{p22}(s)G_{c11}(s)G_{c22}(s) \\ & + G_{p11}(s)G_{c11}(s)G_{mb,22}(s) \\ & + G_{p22}(s)G_{c22}(s)G_{mb,11}(s) \\ & - G_{p11}(s)G_{p21}(s)G_{c11}(s)G_{c22}(s) \end{aligned} \quad (8)$$

البته برای کاربرد روش پیشنهادی در کنترل سیستمهایی که حلقه ها دارای اثرات متقابل می باشند، می توان از روش ساده تری نیز استفاده کرد. در این روش ابتدا اثرات متقابل حلقه ها از روشهای مختلف، مثل روشهای تنظیم کنترل کننده ها، از بین رفته و سپس روش پیشنهادی برای سیستم مفروض بکار می رود. در مثالی که در این مقاله آورده شده است این روش بکار رفته است.

در مورد انتخاب درجه تابع $G_{mb,j}$ ، $j = 1, 2, \dots, n$ با توجه به

اینکه در سیستمهای چند ورودی چند خروجی تابع $G_{mb,n}(s)$ را

¹ Proper
² Strictly Proper

از مقایسه (۱۶) و (۱۷) می‌توان به این نتیجه رسید که در شرایط مساوی، نرم بالاترین محدوده خطای مدل در روش پیشنهادی به دلیل وجود تابع $G_{mb,n}(s)$ بزرگتر از یک حلقه پس خور معمولی می‌باشد و بدین ترتیب می‌توان نتیجه گرفت روش پیشنهادی نسبت به خطای مدل مقاومتر می‌باشد و هرچه بزرگتر $G_{mb,n}(s)$ بیشتر شود این نرم بیشتر شده و مقاومت روش پیشنهادی نسبت به خطای مدل شتر می‌شود که بنابراین می‌توان نتیجه گرفت روش پیشنهادی قابل انعطاف‌تر از نظر دفع خطاهای مدل می‌باشد.

۴- شبیه‌سازی

در ذیل، مثالی برای استفاده از سیستم پیشنهادی در کنترل فرآیندهای چند ورودی چند خروجی آورده شده و نحوه کاربرد آن برای این سیستمها شرح داده شده است.

مثال - تابع فرآیندی برج تقطری Wood-Berry که یک تابع مشهور در زمینه سیستمهای چند ورودی چند خروجی می‌باشد به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود [۳۰]:

$$G_p(s) = \begin{bmatrix} 12.8e^{-s} & -18.9e^{-3s} \\ \frac{16.7s+1}{6.6e^{-7s}} & \frac{21s+1}{-19.4e^{-3s}} \\ \frac{10.9s+1}{14.4s+1} \end{bmatrix}$$

اولین نکته‌ای که در حل این مسائل باید در نظر گرفت تاثیر متقابل حلقه‌های کنترل بر یکدیگر است. برای اینکه حلقه‌ها بر یکدیگر اثرباره باشند باید حاصلضرب $G_p \times G_c$ یک ماتریس قطری باشد. برای قطری کردن ماتریس تابع حلقه باز سیستم کنترل، از روش‌های گوناگون استفاده می‌شود. در بعضی از مراجع با استفاده از دکوپلرها [۳۵-۳۱] و در بعضی دیگر با تنظیم پارامترهای کنترل کننده در [۳۰-۳۶] این عمل انجام می‌شود. در این مثال از روش دوم استفاده شده است. در [۳۷] روشی ارائه شده است که بر اساس آن پارامترهای کنترل کننده‌ها طوری تنظیم می‌شوند که حلقه‌ها بر یکدیگر تاثیر متقابل نداشته باشند. براساس این روش، برای این مثال پارامترهای کنترل کننده باشند. براساس این روش، برای این مثال پارامترهای کنترل کننده می‌باشند. برای کنترل کننده‌های PI به دست آمده اند.

در روش پیشنهادی، برای طراحی ساختار کنترل ابتدا باید تابع $G_{mb,n}(s)$ را انتخاب کنیم. با توجه به اینکه در این مثال می‌خواهیم مقاوم بودن روش پیشنهادی را نسبت به خطای مدل نشان دهیم، برای تمامی پارامترهای تاخیر زمان در (s) $G_{p_{ij}}$ احتمال خطای تا +۵۰

اگر بین حلقه‌های کنترل اثرات تداخلی وجود داشته باشد در این صورت با استفاده از معادله (۸) و کاربرد روشی مشابه آنچه در بالا ذکر شد، می‌توان درجه و بهره مناسب تابع جبران کننده را پیدا کرد.

۳- مقاوم بودن روش پیشنهادی در مقابل خطای مدل

در این بخش، مقاوم بودن روش پیشنهادی نسبت به خطای مدل مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای سادگی بحث را برای زمانیکه اثرات متقابل در سیستم کنترل بین حلقه‌ها وجود ندارد انجام می‌دهیم بدیهی است روش مذکور به راحتی قابل تعمیم به سیستمهای دارای اثرات متقابل است. معادله مشخصه سیستم پیشنهادی در صورتیکه اثرات متقابل در سیستم کنترل وجود نداشته باشد به صورت رابطه (۱۴) می‌باشد.

$$1 + G_{mb,n}(s) + G_{p,n}(s)G_{c,n}(s) = 0 \quad (14)$$

خطا در مدل را می‌توان به صورت $\delta G_{p,n}(j\omega) = G_{p,n}(j\omega) - G_{n,n}(j\omega)$ نمایش داد. $\delta G_{p,n}(j\omega)$ تفاوت بین مدل واقعی ($G_{p,n}(j\omega)$) و مدل اسمی ($G_{n,n}(j\omega)$) می‌باشد. با جایگذاری $\delta G_{p,n}(j\omega)$ در معادله (۱۴) به معادله (۱۵) خواهیم رسید.

$$\begin{aligned} 1 + G_{mb,n}(j\omega) + G_{n,n}(j\omega)G_{c,n}(j\omega) &= 0 \quad (15) \\ + \delta G_n(j\omega)G_{c,n}(j\omega) &= 0 \end{aligned}$$

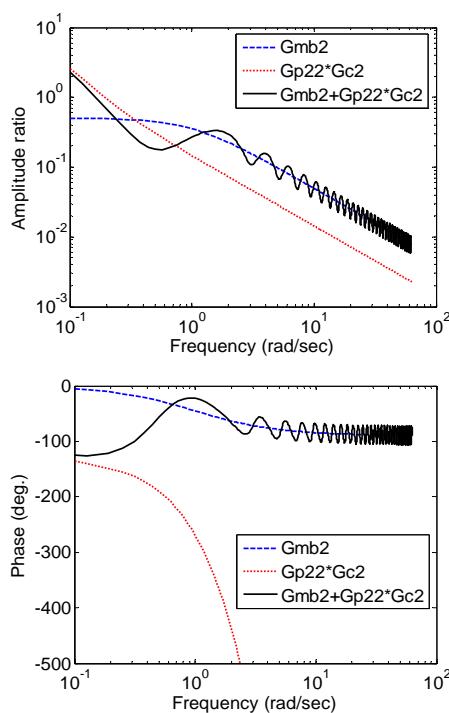
از طریق معادله (۱۵) می‌توان نرم بالاترین محدوده خطای مدل^۱ را به دست آورد که رابطه (۱۶) خواهد شد

$$\begin{aligned} |\delta G_{p,n}(j\omega)| &= \frac{|1 + G_{mb,n}(j\omega) + G_{n,n}(j\omega)G_{c,n}(j\omega)|}{|G_{c,n}(j\omega)|} \quad (16) \end{aligned}$$

به همین طریق می‌توان این نرم را برای یک حلقه پس خور معمولی به دست آورد:

$$|\delta G_{p,n}(j\omega)| = \frac{|1 + G_{n,n}(j\omega)G_{c,n}(j\omega)|}{|G_{c,n}(j\omega)|} \quad (17)$$

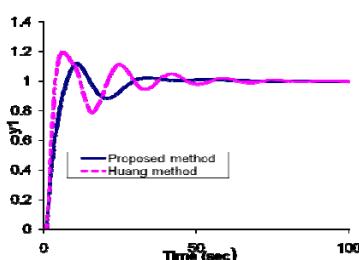
^۱ Upper Norm Bound Uncertainty



شکل ۴. نمودار پاسخ فرکانسی برای تابع حلقه باز حلقه دوم

همانطور که در این شکلها دیده می‌شود شرط برتر بودن بهره $G_{mb,n}(s)$ در اغلب فرکانسها به نحوی که نمودار فاز قبل از رسیدن به نقطه -180° درجه محدود شود، در این دو حلقه برقرار است. بنابراین می‌توان به این نتیجه رسید که انتخاب $G_{mb,ii}(s)$ در هر دو حلقه مناسب بوده است. همچنین مینیمم فاز بودن رفتار تابع حلقه باز در روش پیشنهادی یکی از مزایای این روش نسبت به روش‌هایی است که در آنها تابع حلقه باز سیستم کنترل دارای رفتار غیرمینیمم فاز (مانند روش هوآنگ) است.

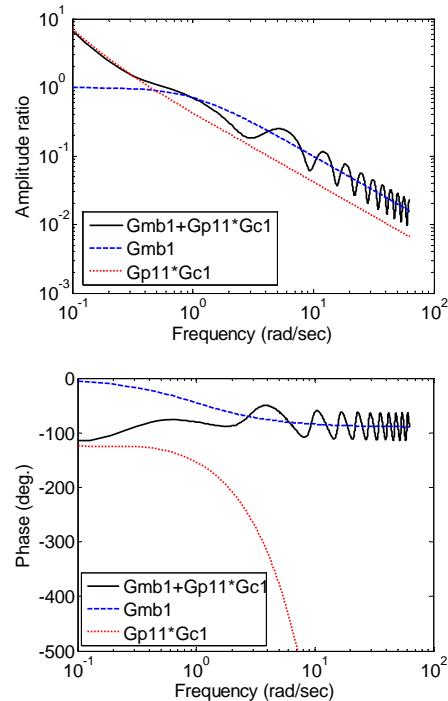
پاسخ‌های مربوط به روش پیشنهادی و روش Huang برای حلقه های اول و دوم به ترتیب در شکل‌های (۵) و (۶) نمایش داده شده‌اند.



شکل ۵ مقایسه پاسخهای خروجی از سیستم کنترل حلقه اول، به هنگام

تغییر پله‌ای در مقیار مقرر حلقه اول

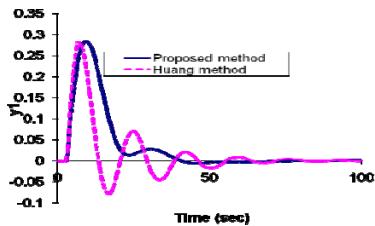
درصد را در نظرمی‌گیریم. در روش پیشنهادی، تابع $G_{mb,n}(s)$ را می‌بايست طوری انتخاب کنیم که توانایی پوشش بالاترین حد خطا را داشته باشد به طوریکه در بیشتر فرکانسها، شرط بهره غالب رعایت شده و تابع حلقه باز، رفتار حداقل فاز داشته باشد. با انتخاب $G_{mb1}(s) = \frac{0.5}{s+1}$ برای حلقه اول و $G_{mb2}(s) = \frac{1}{s+1}$ برای حلقه دوم، همانطور که در اشکال ۳ و ۴ نشان داده شده است، شرط بهره غالب برای بالاترین نرم محدوده خطای مدل، با شرایط ذکر شده، رعایت شده است. در شکل (۳) نمودار پاسخ فرکانسی برای تابع حلقه باز حلقه اول در ساختار کنترل پیشنهادی و روش هوآنگ^۱ [۳۷] که به ترتیب $G_{p11}(s)G_{c1}(s)$ و $G_{mb1}(s)+G_{p11}(s)G_{c1}(s)$ می‌باشند، ترسیم شده‌اند.



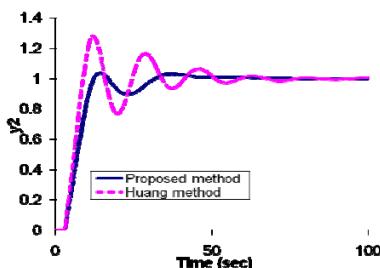
شکل ۳. نمودار پاسخ فرکانسی برای تابع حلقه باز حلقه اول

همچنین در شکل (۴) نمودار پاسخ فرکانسی برای تابع حلقه باز حلقة دوم در ساختار کنترل پیشنهادی و روش هوآنگ که به ترتیب $G_{p22}(s)G_{c2}(s)$ و $G_{mb2}(s)+G_{p22}(s)G_{c2}(s)$ می‌باشند، ترسیم شده‌اند.

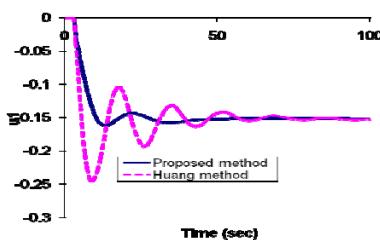
همچنین در شکل‌های (۹) و (۱۰) خروجی هر دو حلقه در صورت تغییر پله‌ای واحد در مقدار مقرر برای حلقه دوم در روش پیشنهادی و روش هوآنگ مقایسه شده‌اند. در شکل‌های (۱۱) و (۱۲) نیز خروجی از کنترل کننده‌ها به ترتیب، برای حلقه‌های اول و دوم نمایش داده شده‌اند.



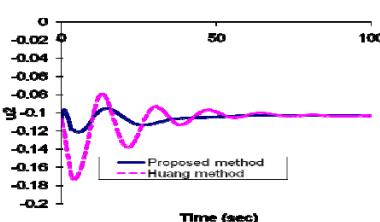
شکل ۹. مقایسه پاسخهای خروجی از سیستم کنترل حلقه اول، به هنگام تغییر پله‌ای در مقدار مقرر حلقه دوم



شکل ۱۰. مقایسه پاسخهای خروجی از سیستم کنترل حلقه دوم، به هنگام تغییر پله‌ای در مقدار مقرر حلقه دوم

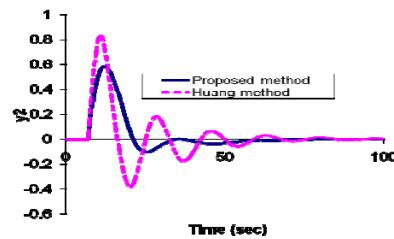


شکل ۱۱. مقایسه خروجیهای کنترل کننده حلقه اول، به هنگام تغییر پله‌ای واحد در مقدار مقرر حلقه دوم

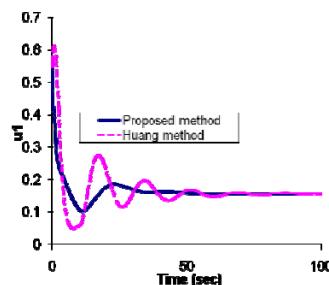


شکل ۱۲. مقایسه خروجیهای کنترل کننده حلقه دوم، به هنگام تغییر پله‌ای واحد در مقدار مقرر حلقه دوم

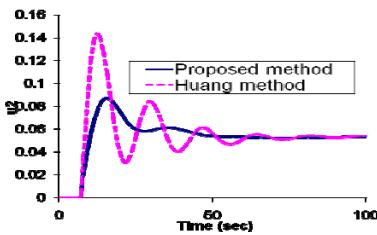
همچنین خروجی از کنترل کننده‌ها برای حلقه‌های اول و دوم به ترتیب در شکل‌های (۷) و (۸) نمایش داده شده‌اند.



شکل ۷. مقایسه خروجیهای کنترل کننده حلقه اول، به هنگام تغییر پله‌ای واحد در مقدار مقرر حلقه اول



شکل ۸. مقایسه خروجیهای کنترل کننده حلقه دوم، به هنگام تغییر پله‌ای واحد در مقدار مقرر حلقه اول



شکل ۹. مقایسه خروجیهای کنترل کننده حلقه اول، به هنگام تغییر پله‌ای واحد در مقدار مقرر حلقه اول

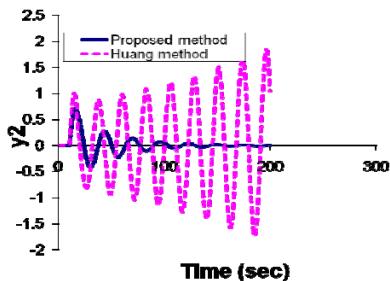
همانطور که در شکل‌های بالا مشخص است پاسخهای مربوط به روش پیشنهادی نسبت به روش هوآنگ دارای نوسانات کمتر می‌باشد. در جدول ۱، مقادیر IAE و ISE برای پاسخهای حلقه اول و دوم در شکل‌های (۵) و (۶) آورده شده است. همانطور که از مقادیر در جدول مشخص است پاسخهای روش پیشنهادی نسبت به روش هوآنگ مطلوب‌تر می‌باشند.

جدول ۱. مقادیر IAE و ISE برای پاسخهای حلقه اول و دوم در

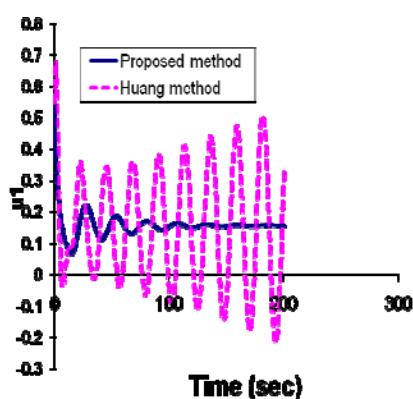
شکل‌های ۵ و ۶

نام روش	γ_1		γ_2	
	IAE	ISE	IAE	ISE
پیشنهادی	۱۳/۳۲	۱۰/۴	۸۱	۷۹/۳
هوآنگ	۱۴	۹/۵	۸۱/۶	۸۲/۱۶

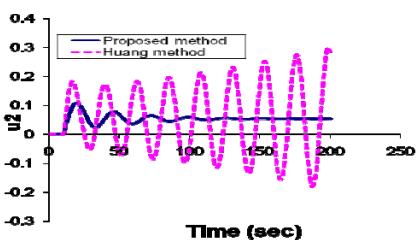
تمامی پارامترهای تاخیر زمان به میزان $+50$ درصد، در روش پیشنهادی و روش هوآنگ



شکل ۱۴. مقایسه پاسخهای خروجی از سیستم کنترل حلقة دوم به هنگام تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقة اول، در صورت وجود خطأ در تمامی پارامترهای تاخیر زمان به میزان $+50$ درصد، در روش پیشنهادی و روش هوآنگ



شکل ۱۵. مقایسه خروجیهای کنترل کننده از سیستم کنترل حلقة اول به هنگام تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقة اول، در صورت وجود خطأ در تمامی پارامترهای تاخیر زمان به میزان $+50$ درصد، در روش پیشنهادی و روش هوآنگ



شکل ۱۶. مقایسه خروجیهای کنترل کننده از سیستم کنترل حلقة دوم به هنگام تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقة اول، در صورت وجود خطأ در تمامی پارامترهای تاخیر زمان به میزان $+50$ درصد، در روش پیشنهادی و روش هوآنگ

همچنین در شکلها (۱۷) تا (۲۰) پاسخهای خروجی از حلقة اول و دوم و خروجیهای کنترل کننده ها در روش پیشنهادی و روش هوآنگ

در این مورد هم همانطور که در شکلها مشخص است، پاسخهای مربوط به روش پیشنهادی نسبت به روش هوآنگ دارای نوسانات کمتر بوده و از این جهت مطلوبتر می باشد. در جدول ۲ مقادیر IAE و ISE برای پاسخهای حلقة اول و دوم در شکلها (۹) و (۱۰) آورده شده است. مقادیر جدول نشان می هد که پاسخهای روش پیشنهادی نسبت به روش هوآنگ مطلوبتر می باشد.

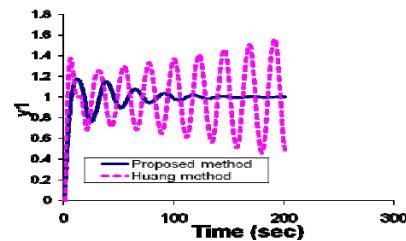
جدول ۲. مقادیر IAE و ISE برای پاسخهای حلقة اول و دوم در شکلها (۹) و (۱۰)

نام روش	Y_1		Y_2	
	IAE	ISE	IAE	ISE
پیشنهادی	۷۸/۸	۷۶/۲	۱۷/۱	۱۴/۴
هوآنگ	۸۰/۴	۷۹/۲	۱۸/۸	۱۴/۶

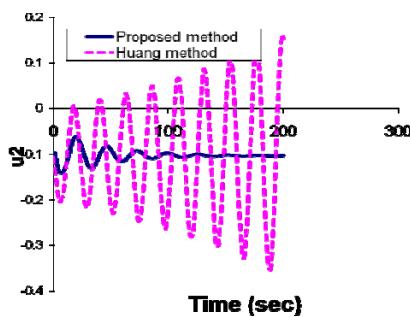
مقاآم بودن روش پیشنهادی نسبت به خطای مدل

در این بخش مقاآم بودن روش پیشنهادی نسبت به خطای مدل مورد بررسی قرار خواهد گرفت. همانطور که قبل از اشاره شد، روش پیشنهادی نسبت به خطای مدل مقاآم می باشد و این مقاآم بستگی به مقدار بهره های تابع $G_{mb,n}(s)$ دارد. هر چه این مقدار بیشتر باشد مقدار بالاترین نرم محدوده خطأ بیشتر بوده و در نتیجه پایداری سیستم کنترل در مقابل مقدار خطای بیشتر تضمین خواهد شد. لازم به ذکر است که چون مقدار $G_{mb,n}(s)$ با توجه به نمودار پاسخ فرکانسی تعیین می شود بنابراین برای هر دو مورد خطای ساختاری و غیر ساختاری می توان سیستم کنترل را با افزایش مقدار بهره $(s) G_{mb,n}$ نسبت به خطای مدل مقاآم کرد. به عنوان مثال اگر در مثال قبل، در مقادیر تاخیر زمان $+50$ درصد خطأ وجود داشته باشد روش هوآنگ ناپایدار خواهد شد اما برای روش پیشنهادی چنین مشکلی به وجود نخواهد آمد.

در شکلها (۱۳) تا (۱۶) پاسخهای خروجی از حلقة اول و دوم و خروجیهای کنترل کننده ها در روش پیشنهادی و روش هوآنگ به هنگام ایجاد یک تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقة اول و وجود خطأ در تمامی پارامترهای تاخیر زمان به میزان $+50$ درصد، نمایش داده شده اند.



شکل ۱۳. مقایسه پاسخهای خروجی از سیستم کنترل حلقة اول به هنگام تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقة اول، در صورت وجود خطأ در



شکل ۲۰. مقایسه پاسخهای خروجی از سیستم کنترل حلقه دوم به هنگام تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقه دوم، در صورت وجود خطای تمامی پارامترهای تاخیر زمان به میزان $+50$ درصد، در روش پیشنهادی و روش هوآنگ

بنابراین با مقایسه شکل‌های موجود می‌توان نتیجه گرفت روش پیشنهادی در مقابل خطای موجود در مدل مقاوم بوده و ناپایدار نمی‌شود.

۵- نتیجه گیری

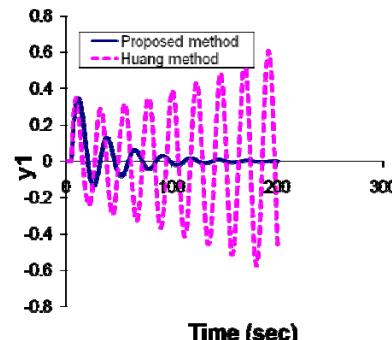
در این مقاله روشی که در [۲۹] برای کنترل فرآیندهای دارای تاخیر زمان ارائه شده است، برای سیستمهای چند رورده چند خروجی بسط داده شده است. بدیهی است که کلیه خواص روش مذکور که شامل توانایی کنترل فرآیندهای پارامتر گسترده و انتگرالی می‌باشد، با استفاده از روش مذکور، قابل تعمیم به سیستمهای چند رورده چند خروجی می‌باشد. در این مقاله نشان داده شده است که روش مذکور نسبت به خطای مدل مقاوم می‌باشد و برای کاربرد آن نیاز به دانستن مدل دقیقی از فرآیند نمی‌باشد. چرا که برای استفاده از روش مذکور، تنها شناخت بالاترین باند خطای کافی است.

همچنین مزیت دیگر روش پیشنهادی کاربرد ساده آن می‌باشد. اگر یک تابع انتقال درجه یک باشد و با یک کنترل کننده PI ترکیب شود، یک کنترل کننده PID واقعی حاصل می‌شود. این مطلب در معادله (۱۸) نشان داده شده است.

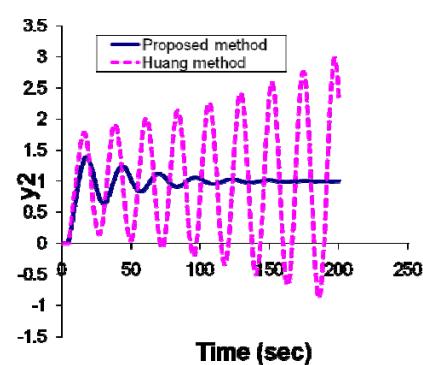
$$\frac{G_{c_{pid}}(s)}{1 + G_{mbn}(s)} = \frac{K_{cn} + \frac{\tau_{in}}{s}}{1 + \frac{K_{mbn}}{s+1}} = G_{c_{pid}} = [K'_{cn} + \frac{\tau'_{in}}{s} + \frac{\tau_{Dn}s}{\tau_{fn}s+1}] \quad (18)$$

بنابراین روش مذکور به راحتی در حلقه‌های پس خور معمولی قابل کاربرد می‌باشد.

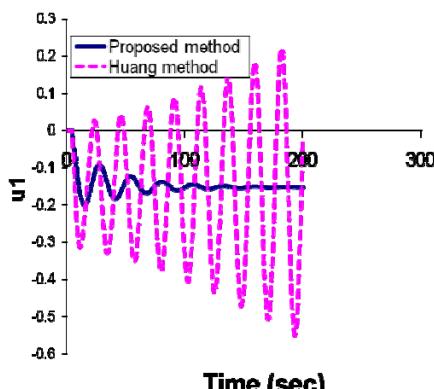
هوآنگ به هنگام ایجاد یک تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقه دوم نمایش داده شده‌اند.



شکل ۱۷. مقایسه پاسخهای خروجی از سیستم کنترل حلقه اول به هنگام تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقه دوم، در صورت وجود خطای تمامی پارامترهای تاخیر زمان به میزان $+50$ درصد، در روش پیشنهادی و روش هوآنگ



شکل ۱۸. مقایسه پاسخهای خروجی از سیستم کنترل حلقه دوم به هنگام تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقه دوم، در صورت وجود خطای تمامی پارامترهای تاخیر زمان به میزان $+50$ درصد، در روش پیشنهادی و روش هوآنگ



شکل ۱۹. مقایسه پاسخهای خروجی از کنترل کننده حلقه اول، به هنگام تغییر پله ای در مقدار مقرر حلقه دوم، در صورت وجود خطای تمامی پارامترهای تاخیر زمان به میزان $+50$ درصد، در روش پیشنهادی و روش هوآنگ

- [16] T.J. Monica, C.C. Yu, W.L. Luyben, 1988, "Improved multiloop single-input/single-output (SISO) controllers for multivariable processes", *Ind. Eng. Chem. Res.*, 27, 969–973.
- [17] D.Q. Mayne, 1973, "The design of linear multivariable systems", *Automatica*, 9, 201–207.
- [18] M.S. Chiu, Y. Arkun, 1992, "A methodology for sequential design of robust decentralized control systems", *Automatica*, 28, 5, , 997–1001.
- [19] M. Hovd, S. Skogestad, 1994, "Sequential design of decentralized controllers", *Automatica*, 30, 10, 1601–1607.
- [20] S.J. Shiu, S.H. Hwang, 1998, "Sequential design method for multivariable decoupling and multiloop PID controllers", *Ind. Eng. Chem. Res.*, 37, 107–119.
- [21] S.H. Shen, C.C. Yu, 1994, "Use of relay-feedback test for automatic tuning of multivariable systems", *AIChE Journal*, 40, 4, 627–646.
- [22] J. Lee, W. Cho, T.F. Edgar, 1998, "Multiloop PI controller tuning for interacting multivariable processes", *Comp. Chem. Eng.*, 22, 11, 1711–1723.
- [23] Q.G. Wang, T.H. Lee, Y. Zhang, 1998, "Multi-loop version of the modified Ziegler–Nichols method for two input two output process", *Ind. Eng. Chem. Res.*, 37, 4725–4733.
- [24] J. Bao, J.F. Forbes, P.J. McLellan, 1999, "Robust multiloop PID controller design: a successive semidefinite programming approach", *Ind. Eng. Chem. Res.*, 38, 3407–3419.
- [25] C.G. Economou, M. Morari, 1986, internal model control: 6. Multiloop design, *Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev.* 25, 411–419.
- [26] P. Grosdidier, M. Morari, 1986, "Interaction measures for systems under decentralized control", *Automatica*, 22, 309–319.
- [27] S. Skogestad, M. Morari, 1989, "Robust performance of decentralized control systems by independent designs", *Automatica*, 25, 1, 119–125.
- [28] M. Hovd, S. Skogestad, 1993, "Improved independent design of robust decentralized controllers", *J. Process Control*, 3, 1, 43–51.
- [29] M. Esmaeli, M. Shirvani, 2008, "A new method for time delay compensation in control systems", *IJCCE*, 27, 4, 49–64.
- [30] R.K. Wood, M.W. Berry, 1973, "Terminal composition control of a binary distillation column", *Chem. Eng. Sci.*, 28, 1707–1717.
- [31] D. Pomerleau, A. Pomerleau, 2001, "Guide lines for the tuning and the evaluation of decentralized and

مراجع

- [1] Smith, O. J. M., 1959, "A controller to overcome dead time", *ISA Journal*, 6, 2, 28–33.
- [2] Normey-Rico J.E. & Camacho F., Eduardo. 2008, "Dead-time compensators: A survey.", *Control engineering practice*, 16, 4, 407-428.
- [3] Astrom, K., Hang, C. C., & Lim, B. C. 1994,"A New Smith Predictor for Controlling a Process with an Integrator and Long Dead-Time", *IEEE Transactions on Automatic Control*, 39, 2, 343-345
- [4] Mataušek, M . R. and A. D. Micić. 1999, "On the Modified Smith Predictor for Controlling a Process with an Integrator and Long Dead-Time", *IEEE Trans. Automat. Cont.*, 44, 8, 1603-1606.
- [5] Majhi, S. and D. P. Atherton. 2000, "Obtaining Controller Parameters for a New Smith Predictor Using Auto Tuning". *Automatica*, 36, 11, 1651-1658.
- [6] Majhi, S. and D. P. Atherton, 2000, "Obtaining Controller Parameters for a New Smith Predictor Using Auto Tuning". *Automatica*, 36, 11, 1651-1658.
- [7] Xiang , Lu., Yang,Y., Wang,Q and Zheng, W., 2005 "A Double Two - Degree - of -Freedom Control Scheme for Improved Control of Unstable Delay Processes", *Journal of Process Control*, 15, 5, 605 - 614.
- [8] P. Garcia, P. Albertos, T. Hagglund, 2006, "Control of unstable non-minimum-phase delayed systems", *Journal of Process Control*, 16, 10, 1099–1111.
- [9] J.E. Normey-Rico, E.F. Camacho, 2009, "Unified approach for robust dead-time compensator design", *Journal of Process Control*, 19, 1, 38–47.
- [10] C. Moore, C. Smith, P. Murril, 1970, "Improved algorithm for DDC", *Instrumentation Control Systems*, 43, 1.
- [11] B.Ogunnaike, W.Ray, 1979, "Multivariable controller design for linear systems having multiple time delays", 25, 1043–1057.
- [12] Q. Wang, B. Zou, Y. Zhang, 2000, "Decoupling Smith predictor design for multivariable systems with multiple time delays", *Chemical Engineering Research and Design Transactions*, Part A, 78, 4565–572.
- [13] R.S. Sanchez-Pé na, Y. Bolea, V. Puig, 2009, "MIMO smith predictor: global and structured robust performance analysis", *Journal of Process Control*, 19, 1, 163–177.
- [14] P. Garcia, P. Albertos, 2010, "Dead time compensator for unstable MIMO systems with multiple time delays", 20, 7, 877-884.
- [15] W.L. Luyben, 1986, "Simple method for tuning SISO controllers in multivariable systems", *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, 25, 654–660.

decoupling controllers for processes with recirculation", *ISA Trans.* 40, 4, 341–351.

- [32] M. Wallter, J.B. Wallter, K.V. Wallter, 2003, "Decoupling revisited", *Ind. Eng. Chem. Res.* 42, 20, 4575–4577.

- [33] D. Chen, D.E. Seborg, 2003, "Design of decentralized PI control systems based on Nyquist stability analysis", *J. Process Control*, 13, 1, 27–39.

- [34] A.F. Gilbert, A. Yousef, K. Natarajan, S. Deighton, 2003, "Tuning of PI controllers with one-way decoupling in 2×2 MIMO systems based on finite frequency response data", *J. Process Control*, 13, 6, 553–567.

- [35] J. Lee, D.H. Kim, T.F. Edgar, 2005, "Static decouplers for control of multivariable processes", *AICHE J.*, 51, 10, 2712–2720.

- [36] A. Desbiens, A. Pomerleau, D. Hodouin, 1996, "Frequency based tuning of SISO controllers for two-by-two processes", *IEE Proc.—Control Theory Appl.*, 143, 1, 25–32.

- [37] H. P. Huang, J. C. Jeng, C.H. Chiang, W. Pan, 2003, "A direct method for multi-loop PI/PID controller design", *J. Process Control*, 13, 8, 769–786.

- [38] T. Liu, W.D. Zhang, D.Y. Gu, 2006, "Analytical design of decoupling internal model control (IMC) scheme for two-input-two-output (TITO) processes with time delays", *Ind. Eng. Chem. Res.*, 45, 9, 3149–3160.

- [39] T. Liu, W. Zhang, F. Gao, 2007, "Analytical decoupling control strategy using a unity feedback control structure for MIMO processes with time delays", *J. Process Control*, 17, 2, 173–186.

- [40] Q. Xiong, W. J. Cai, M. J. He, 2007, "Equivalent transfer function method for PI/PID controller design of MIMO processes", *J. Process Control*, 17, 8, 665–673.