

ردیابی نقطه بیشینه توان در سیستم فتوولتائی دارای نامعینی با رویکرد کنترل

غیر خطی زمان-متناهی

علی ابوئی^۱، فرزاد محمودیان بارزی^۲ و محمد حائری^۳

^۱ استادیار، بخش کنترل و الکترونیک، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه یزد، Aliabooee@yazd.ac.ir

^۲ فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق-کنترل، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه یزد، Farzadmahmodian@gmail.com

^۳ استاد، گروه کنترل، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی شریف، Haeri@sharif.edu

پذیرش: ۱۴۰۱/۱۱/۲۴

ویرایش: ۱۴۰۱/۱۰/۰۸

دریافت: ۱۴۰۱/۰۵/۲۰

چکیده: در این مقاله با بکارگیری راهکار کنترل غیرخطی مقاوم زمان-متناهی، مسئله ردیابی نقطه بیشینه توان برای سیستم حلقه بسته فتوولتائی مورد بررسی و تحلیل قرار می گیرد. ابتدا مدل سازی دینامیکی جامعی برای سیستم فتوولتائی ارائه شده و با تحلیل ریاضی، مقادیر مرجع و مبنای جریان و ولتاژ خروجی مازول فتوولتائی چنان تعیین می گردند تا بیشینه توان از سیستم حلقه بسته حاصل گردد. در ادامه با تعریف خطاهای ردیابی و تعدادی متغیرهای کمکی، نشان داده می شود که چالش ردیابی نقطه بیشینه توان سیستم فتوولتائی (دارای نامعینی) معادل و هم ارز با مسئله پایدارسازی زمان-متناهی کلی نقطه تعادل یک سیستم غیرخطی مرتبه دوم دارای نامعینی است. سپس با تعمیم روش کنترل مد لغزشی پایاندار و تعریف چندین خمینه لغزشی ابتکاری، سه نوع مجزا از کنترل کننده های غیرخطی مقاوم زمان-متناهی طراحی و پیشنهاد می گردند تا هدف پایدارسازی فوق الذکر و در نتیجه ردیابی زمان-متناهی نقطه بیشینه توان سیستم حلقه بسته فتوولتائی برآورده گردد. با استفاده از لم های پایداری زمان-متناهی به صورت تحلیلی اثبات می گردد که هر سه نوع کنترل کننده های پیشنهادی قادرند تا پایداری زمان-متناهی کلی سیستم حلقه بسته فتوولتائی را تضمین کنند. هر سه راهکار ارائه شده شامل تعدادی ثابت اختیاری هستند که با انتخاب مقادیر عددی مناسب برای آن ها می توان زمان رسیدن به نقطه بیشینه توان را تا حد قابل توجهی کاهش داد. در انتهای مقاله، کنترل کننده های پیشنهادی بر روی سیستم فتوولتائی، مورد شبیه سازی کامپیوتری قرار گرفته و نتایج شبیه سازی نشان می دهند که این راهکارهای کنترلی معرفی شده به خوبی قادرند تا هدف ردیابی زمان-متناهی نقطه بیشینه توان را برآورده سازند.

کلمات کلیدی: ردیابی نقطه بیشینه توان، سیستم فتوولتائی، پایداری زمان-متناهی کلی، کنترل مد لغزشی پایاندار، خمینه لغزشی.

Maximum Power Point Tracking in an Uncertain Photovoltaic System Utilizing Finite-Time Nonlinear Control Approach

Ali Abooei, Farzad Mahmoodian Barzi, and Mohammad Haeri

Abstract: In this paper, by utilizing the finite-time robust nonlinear control approach, the maximum power point tracking problem is discussed and investigated for a closed-loop photovoltaic system. First, a comprehensive dynamical model for the photovoltaic system is introduced and elaborated. Next, to achieve the maximum power point, reference values for current and voltage of the photovoltaic module are determined by mathematical analysis. By defining tracking errors and two auxiliary variables, it is mathematically demonstrated that the maximum power point tracking problem of an uncertain photovoltaic system is equivalent to the global finite-time stabilization problem of an equilibrium point associated with an uncertain second order nonlinear system. By developing the terminal sliding mode control and defining several innovative sliding manifolds, three different types of finite-time robust nonlinear controllers are designed and proposed to accomplish the maximum power point tracking goal for the closed-loop photovoltaic system. By applying several lemmas, it is proven that all proposed controllers are able to guarantee the mentioned stability of the closed-loop photovoltaic system in the presence of uncertainties. In proposed control schemes, the convergence finite time depends on the values of arbitrary constants and, in consequence, by choosing proper values for these constants, the aforementioned finite time would be reduced significantly. Eventually, three proposed control schemes are numerically simulated onto the photovoltaic system and simulation results illustrate that the suggested controllers properly fulfill and provide the maximum power point tracking objective.

Keywords: Maximum power point tracking, Photovoltaic system, Global finite-time stability, Terminal sliding mode control, Sliding manifold.

۱- مقدمه

در چهار دهه‌ی گذشته مسائلی نظیر محدودیت‌های دوام ذخایر فسیلی، رشد جمعیت و افزایش ضریب مصرف انرژی، رشد فزآینده‌ی کارخانه‌ها و صنایع عظیم تولیدی، مکانیزه شدن و پیوند ناگسستنی اتوماسیون با جنبه‌های گوناگون زندگی بشری باعث گردیده است تا دانشمندان و متخصصین حوزه انرژی به دنبال یافتن راهکارهای مناسب برای حل معضلات انرژی در جهان و مدیریت بحران‌های زیست‌محیطی باشند [۲]. راه‌حل اساسی برای غلبه بر مشکلات و نگرانی‌های فوق‌الذکر، استفاده از انرژی‌های تجدیدپذیری است که در مقایسه با طول عمر آدمی به صورت مداوم در حال جایگزینی می‌باشد و جزو منابع پاک از نظر زیست‌محیطی محسوب می‌شوند. خورشید، باد و امواج دریا منابع اصلی انرژی‌های تجدیدپذیر هستند که در این میان انرژی خورشیدی نسبت به سایر منابع انرژی در دسترس‌تر است [۲-۵]. بنابراین در سال‌های اخیر تولید برق خورشیدی با استفاده از سیستم‌های فتوولتائی افزایش چشمگیری داشته است. قابلیت پیاده‌سازی به صورت آزمایشی، امکان نصب و راه‌اندازی در شرایط مختلف جغرافیایی، عمر طولانی، نگهداری آسان، عدم وابستگی به شبکه در نقاط دور دست و قابلیت استفاده به دو صورت متصل و مجزا از شبکه سراسری، همه مزایای سیستم‌های فتوولتائی هستند. نکات قوت ذکر شده باعث می‌گردند سیستم‌های فتوولتائی کاربردهای متعدد و متنوعی از جمله شارژ باتری‌ها، تامین انرژی منازل روستایی، راه‌اندازی انواع الکترومپ‌ها و پمپ‌آب در مصارف کشاورزی، فراهم ساختن انرژی در مناطق صعب‌العبور و منبع انرژی تجهیزات ایستگاه‌های ماهواره‌ای داشته باشند [۶، ۷].

جزء اصلی هر سیستم فتوولتائی، سلول‌های خورشیدی هستند که به صورت آرایه‌های سری و موازی به هم متصل شده و تشکیل ماژول فتوولتائی می‌دهند. در واقع هر سلول خورشیدی یک قطعه الکترونیکی است که تابش خورشید بر سطح خود را با استفاده از پدیده فتوولتائی به جریان الکتریسته مستقیم تبدیل می‌کند [۸، ۳]. در بخش سوم مقاله‌ی حاضر، مدل‌سازی ریاضیاتی این موضوع با توجه به میزان تابش خورشید و دمای لحظه‌ای سلول انجام پذیرفته است [۹، ۱۰]. هم‌چنین در مرجع [۱۱] اطلاعات کامل و جامعی در مورد ساختار درونی سلول خورشیدی و رخ دادن پدیده فتوولتائی ارائه شده است. شایان ذکر است که در هر سیستم فتوولتائی، ماژول خورشیدی از طریق مبدل الکتریکی مناسب (مثلاً مبدل DC-DC افزایشنده) به بار متصل می‌گردد [۱۲-۱۴، ۱۱].

توان خروجی لحظه‌ای هر ماژول فتوولتائی به مجموعه عواملی از جمله شدت تابش خورشید، متوسط دمای سلول‌های خورشیدی، مشخصات و نوع بار متصل به ماژول بستگی دارد. چنانچه براساس روابط مدل‌سازی ریاضیاتی (بخش سوم مقاله)، منحنی مشخصه ولتاژ-جریان (یا منحنی مشخصه توان-ولتاژ) تحت دما و تابش ثابت رسم گردد، نمودار حاصله دارای یک نقطه خم است که در ادبیات مهندسی برق به عنوان نقطه بیشینه توان (Maximum Power Point = MPP) شناخته می‌شود [۴-۸، ۱]. در هر سیستم فتوولتائی بایستی از طریق ساختار حلقه‌بسته‌ی کنترلی شرایطی ایجاد گردد که سیستم در نقطه بیشینه توان کار کند تا حداکثر توان ممکنه به بار

منتقل شده و در نتیجه بازده حداکثری فراهم شود. هر ساختار کنترلی مرتبط با سیستم فتوولتائی از دو واحد (دو بلوک) هماهنگ و مرتبط با هم تشکیل می‌گردد که تفاوت ساختارهای حلقه‌بسته‌ی سیستم‌های فتوولتائی در نحوه‌ی عملکرد این دو زیربخش کنترلی می‌باشد [۱۲، ۱۰]. یکی از این زیربخش‌ها که واحد محاسبه نقطه بیشینه توان نام دارد، مشخصات این نقطه را (با بکارگیری یکی از الگوریتم‌های کارا و موثر ریاضیاتی) به صورت لحظه به لحظه محاسبه کرده و مقادیر عددی بدست آمده را به عنوان ورودی‌های مرجع در اختیار زیربخش دیگر قرار می‌دهد [۱۵-۱۷، ۶]. در زیربخش دوم با استفاده از این ورودی‌های مرجع، خروجی‌های پس‌خورشده از سیستم فتوولتائی و بهره جستن از راهکار کنترلی مناسب، سیگنال ورودی کنترلی برای اعمال به مبدل الکترونیکی موجود در سیستم فتوولتائی تولید می‌شود [۱۶، ۱۴]. بنابراین در پانزده سال اخیر، طراحی ساختار کنترلی حلقه‌بسته برای سیستم فتوولتائی (متشکل از دو واحد فوق‌الذکر) به منظور ردیابی نقطه بیشینه توان، به یک موضوع تحقیقاتی چالشی و جذاب در جامعه مهندسی کنترل تبدیل شده و در این راستا مقالات و مطالعات پژوهشی فراوانی به چاپ رسیده است [۱-۲۲]. نمونه‌هایی از راهکارهای کنترلی مورد استفاده برای ساختار حلقه‌بسته‌ی سیستم فتوولتائی عبارتند از روش خطی‌سازی فیدبک [۹]، کنترل مد لغزشی [۱۳-۲۰، ۲]، تکنیک گام به عقب [۱۰]، الگوریتم‌های کنترلی هوشمند [۲]، روش تلفیقی تطبیقی-لغزشی [۸، ۲]، رویکرد ترکیبی عصبی-لغزشی [۸].

سه مرجع پژوهشی [۱]، [۲] و [۷] که در سال‌های اخیر به چاپ رسیده‌اند، از نوع مقالات مروری هستند و ضمن جمع‌آوری و دسته‌بندی اکثر راهکارهای کنترلی پیشنهادی برای ردیابی نقطه بیشینه توان سیستم فتوولتائی، مطالعه‌ی مقایسه‌ای مناسبی بین این راهکارهای کنترلی (از نظر مزایا و معایب) انجام داده‌اند.

مطالعه‌ی کلی مقالات و مطالعات پژوهشی منتشر شده برای مسئله‌ی ردیابی نقطه بیشینه توان سیستم فتوولتائی [۱-۲۲]، آشکار می‌سازد که غالب راهکارهای کنترلی معرفی گردیده، سه ضعف اساسی دارند. در ادامه به تشریح این نقاط ضعف پرداخته می‌شود.

(الف) در برخی از راهکارهای کنترلی [۲، ۱]، فرض گردیده که مشخصات نقطه بیشینه توان ثابت بوده و فقط یکبار در ابتدای شروع کار حلقه‌ی کنترلی (با محاسبات ریاضی خارج از حلقه) تعیین می‌شوند. در حالت واقعی و ایده‌آل، مشخصات نقطه بیشینه توان به میزان تابش خورشید و دمای سلول‌های خورشیدی ماژول فتوولتائی وابسته‌اند که با گذشت زمان تغییر می‌کنند. بنابراین در راهکار کنترلی مناسب بایستی مشخصات نقطه بیشینه توان به صورت پیوسته و لحظه‌ای (با محاسبات درون حلقه‌ای) تعیین گردند و به عنوان ورودی‌های مرجع مورد استفاده قرار گیرند.

(ب) در اکثر رویکردها و تکنیک‌های کنترلی پیشنهادی، بحث نامعینی مدل‌سازی سیستم فتوولتائی و وجود اغتشاش بیرونی لحاظ نشده‌اند [۸، ۹]. بنابراین ساختارهای حلقه‌بسته‌ی سیستم فتوولتائی که با استفاده از این راهکارهای کنترلی پیاده‌سازی می‌شوند، در مواجهه با نامعینی و اغتشاش محیطی مقاوم نبوده و در نتیجه اتفاقات نامطلوبی هم‌چون تنزل کارائی و عملکرد، کاهش سرعت پاسخ‌دهی و حتی در مواردی ناپایداری سیستم

حلقه‌بسته رخ خواهد داد. برای رفع این ضعف اساسی می‌توان از راهکارهای کنترلی مقاوم که یکی از شاخص‌ترین آنها کنترل مدل‌غزشی است [۲۳-۳۰، ۲]، استفاده کرده و در حین فرآیند طراحی، نامعینی را در مدل سیستم فتوولتائی در نظر گرفت. یکی دیگر از راه‌حل‌های پیشنهادی برای برطرف ساختن این نقص، تلفیق راهکار کنترلی موجود با شبکه عصبی مصنوعی یا منطق فازی است به طوری که شبکه عصبی یا منطق فازی وظیفه‌ی تخمین زدن نامعینی و اغتشاش را انجام دهند.

(پ) تعداد زیادی از تکنیک‌های کنترلی [۱۳-۲۱]، ردیابی مجانبی نقطه بیشینه توان و نتیجتاً پایداری مجانبی کلی سیستم حلقه‌بسته‌ی فتوولتائی را تضمین می‌کنند. بنابراین در چنین ساختارهای حلقه‌بسته‌ای اولاً همواره خطای حالت ماندگار در ردیابی وجود خواهد داشت و ثانیاً الگویی برای تنظیم پارامترهای اختیاری کنترل‌کننده به منظور افزایش سرعت همگرایی به نقطه بیشینه توان وجود نخواهد داشت. از آنجایی که مشخصات نقطه بیشینه توان سیستم فتوولتائی با زمان تغییر می‌کند، ضعف مرتبط با بحث ردیابی مجانبی دو چندان می‌شود. راه‌حل پیشنهادی برای این نقطه ضعف، استفاده از راهکارهای کنترلی است که بتوانند پس از گذشت مدت زمان-متناهی نقطه‌ی کار سیستم فتوولتائی را دقیقاً به نقطه بیشینه توان برسانند. به عبارت دیگر این راهکارها باید ردیابی زمان-متناهی نقطه بیشینه توان و پایداری زمان-متناهی کلی (Global finite-time stability) سیستم حلقه‌بسته‌ی فتوولتائی را فراهم سازند. مراجع [۲۴، ۲۵] که توسط نویسندگان مقاله‌ی حاضر به چاپ رسیده‌اند، مرور کاملی بر پایداری زمان-متناهی سیستم‌های غیرخطی و روش‌های پایداری‌سازی-زمان-متناهی انجام داده‌اند.

۲- قضایای کاربردی مرتبط با پایداری زمان-متناهی

در این قسمت علاوه بر تعریف پایداری زمان-متناهی، تعدادی لم کاربردی مرتبط با تحلیل پایداری زمان-متناهی سیستم‌های غیرخطی ارائه می‌گردد. از این لم‌ها برای تسهیل فرآیند اثبات پایداری زمان-متناهی سیستم فتوولتائی استفاده می‌شود.

تعریف ۱. فرض کنید که سیستم غیرخطی (۱) (با بردار حالت $x(t) \subseteq \mathbb{R}^n$) و نقطه‌ی تعادل $\{x=0\}$ در اختیار است.

$$\dot{x}(t) = f(x) \text{ with } f(0) = 0 \text{ and } x(0) = x_0 \quad (1)$$

در این رابطه، $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ تابع برداری پیوسته بوده و سیستم (۱) برای بردار شرایط اولیه‌ی دلخواه x_0 ، دارای پاسخ یکتای $x(t, x_0)$ است. آنگاه نقطه‌ی تعادل $\{x=0\}$ پایدار زمان-متناهی کلی است اگر شرایط (الف) و (ب) هر دو برقرار باشند. (الف) نقطه‌ی تعادل $\{x=0\}$ پایدار مجانبی کلی باشد، (ب) برای هر بردار شرایط اولیه‌ی x_0 زمان متناهی t^* چنان وجود داشته باشد که اولاً $\lim_{t \rightarrow t^*} x(t, x_0) = 0$ برقرار بوده و ثانیاً برای $\{t \geq t^*\}$ همواره تساوی $\{x(t, x_0) = 0\}$ صادق باشد [۳۹، ۴۰].

لم ۱. سیستم غیرخطی (۱) را با نقطه‌ی تعادل $\{x=0\}$ و بردار شرایط اولیه‌ی x_0 در نظر بگیرید. این نقطه‌ی تعادل پایدار زمان-متناهی کلی است اگر تابع مثبت مشتق‌پذیر و بی‌کران شعاعی $\{V(x): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}\}$ و سه ثابت حقیقی $\{\rho_1 > 0\}$ ، $\{0 < \rho_2 < 1\}$ و $\{\rho_3 > 0\}$ چنان وجود داشته باشند که نامساوی (۲) برای هر پاسخ یکتای $x(t, x_0)$ برآورده گردد. هم‌چنین می‌توان نتیجه گرفت بردار $x(t)$ با شروع از شرایط اولیه x_0 بعد از سپری شدن زمان متناهی t^* ، دقیقاً به نقطه تعادل $\{x=0\}$ می‌رسد و همواره روی آن باقی می‌ماند. نامساوی کاربردی مرتبط با تخمین زمان متناهی t^* (۲) آورده شده است [۲۴، ۲۵].

$$\begin{cases} \dot{V}(x) + \rho_1 V^{\rho_2}(x) + \rho_3 V(x) \leq 0, \quad \forall x \in \{\mathbb{R}^n - \{0\}\} \\ t^* \leq (\rho_3(1 - \rho_2))^{-1} \left(\text{Ln} \left(\frac{\rho_3 V^{1-\rho_2}(x_0) + \rho_1}{\rho_1} \right) \right) \end{cases} \quad (2)$$

لم ۲. سیستم غیرخطی (۱) را با نقطه‌ی تعادل $\{x=0\}$ و بردار شرایط اولیه‌ی x_0 در نظر بگیرید. نقطه تعادل $\{x=0\}$ ، پایدار زمان-متناهی کلی است اگر تابع بی‌کران شعاعی مشتق‌پذیر $\{V(x): \Gamma \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}\}$ و پنج

حلقه‌بسته رخ خواهد داد. برای رفع این ضعف اساسی می‌توان از راهکارهای کنترلی مقاوم که یکی از شاخص‌ترین آنها کنترل مدل‌غزشی است [۲۳-۳۰، ۲]، استفاده کرده و در حین فرآیند طراحی، نامعینی را در مدل سیستم فتوولتائی در نظر گرفت. یکی دیگر از راه‌حل‌های پیشنهادی برای برطرف ساختن این نقص، تلفیق راهکار کنترلی موجود با شبکه عصبی مصنوعی یا منطق فازی است به طوری که شبکه عصبی یا منطق فازی وظیفه‌ی تخمین زدن نامعینی و اغتشاش را انجام دهند.

(پ) تعداد زیادی از تکنیک‌های کنترلی [۱۳-۲۱]، ردیابی مجانبی نقطه بیشینه توان و نتیجتاً پایداری مجانبی کلی سیستم حلقه‌بسته‌ی فتوولتائی را تضمین می‌کنند. بنابراین در چنین ساختارهای حلقه‌بسته‌ای اولاً همواره خطای حالت ماندگار در ردیابی وجود خواهد داشت و ثانیاً الگویی برای تنظیم پارامترهای اختیاری کنترل‌کننده به منظور افزایش سرعت همگرایی به نقطه بیشینه توان وجود نخواهد داشت. از آنجایی که مشخصات نقطه بیشینه توان سیستم فتوولتائی با زمان تغییر می‌کند، ضعف مرتبط با بحث ردیابی مجانبی دو چندان می‌شود. راه‌حل پیشنهادی برای این نقطه ضعف، استفاده از راهکارهای کنترلی است که بتوانند پس از گذشت مدت زمان-متناهی نقطه‌ی کار سیستم فتوولتائی را دقیقاً به نقطه بیشینه توان برسانند. به عبارت دیگر این راهکارها باید ردیابی زمان-متناهی نقطه بیشینه توان و پایداری زمان-متناهی کلی (Global finite-time stability) سیستم حلقه‌بسته‌ی فتوولتائی را فراهم سازند. مراجع [۲۴، ۲۵] که توسط نویسندگان مقاله‌ی حاضر به چاپ رسیده‌اند، مرور کاملی بر پایداری زمان-متناهی سیستم‌های غیرخطی و روش‌های پایداری‌سازی-زمان-متناهی انجام داده‌اند.

یکی از بهترین راهکارهای پایداری‌سازی زمان-متناهی، روش کنترل مد لغزشی پایدار (Terminal Sliding Mode Control=TSMC) است [۲۶-۳۳]. این رویکرد راهکاری دو مرحله‌ای است که خمینه‌های لغزشی غیرخطی (Nonlinear sliding manifolds) جایگزین نوع خطی شده‌اند تا در فاز نهایی این روش، دینامیک مد لغزشی حاصله پایدار زمان-متناهی کلی باشد [۳۳-۴۱]. مقالات پژوهشی [۳۰، ۳۴] توضیحات کاملی در مورد روش کنترل مد لغزشی پایدار و طراحی با این راهکار ارائه داده‌اند.

در مقاله‌ی حاضر، به منظور برطرف ساختن همزمان نقاط ضعف فوق‌الذکر، ساختار حلقه‌بسته جدیدی برای سیستم فتوولتائی پیشنهاد و معرفی می‌گردد. در ساختار کنترلی پیشنهادی، با استفاده از یک الگوریتم ریاضی و روابط تحلیلی حاصله، به صورت لحظه‌ای و پیوسته، مشخصات نقطه بیشینه توان سیستم فتوولتائی تعیین می‌گردد. در بلوک کنترل‌کننده ساختار ارائه شده، از تکنیک کنترل مد لغزشی پایدار با تعریف سه نوع متفاوت خمینه‌های لغزشی ابتکاری استفاده می‌شود تا اولاً سیستم حلقه‌بسته‌ی فتوولتائی در مقابل نامعینی و اغتشاش مقاوم بوده و ثانیاً هدف ردیابی و پایداری زمان-متناهی کلی سیستم برآورده گردند. چندین نامساوی کاربردی برای تعیین زمان متناهی رسیدن به هدف ردیابی نقطه بیشینه توان استخراج شده‌اند. در ساختار حلقه‌بسته‌ی کنترلی مقاله‌ی حاضر، تعدادی ثابت اختیاری در روابط سیگنال کنترلی و خمینه‌های لغزشی غیرخطی وجود دارند که با استفاده از نامساوی‌های فوق‌الذکر و انتخاب مقادیر عددی مناسب برای این پارامترها، می‌توان زمان-متناهی لازم برای رسیدن به نقطه بیشینه توان را در اختیار

ثابت حقیقی $\{\rho_3 = 1 - 0.5(\rho_5)^{-1}\}$ ، $\{\rho_5 > 1\}$ ، $\{\rho_2 > 0\}$ ، $\{\rho_1 > 0\}$ وجود داشته باشند که نامساوی اسکالری $\{\rho_4 = 1 + 0.5(\rho_5)^{-1}\}$ و عبارت دیگر با $\{V(x) + \rho_1 V^{\rho_3}(x) + \rho_2 V^{\rho_4}(x) \leq 0\}$ برآورده شود. به عبارت دیگر با شروع از شرایط اولیه x_0 ، تمامی متغیرهای حالت سیستم برای $\{t \geq t^*\}$ ، دقیقاً به نقطه تعادل $\{x = 0\}$ می‌رسند. شایان ذکر است که نامساوی $\{t^* \leq \pi \rho_5 (\sqrt{\rho_1 \rho_2})^{-1}\}$ کران بالایی را برای زمان متناهی t^* ارائه می‌دهد [۳۰، ۳۴].

$$\begin{cases} t^* = \left(\frac{\lambda_{\max}(B)}{\lambda_{\min}(M)} \right) \left(\frac{V^{\theta}(\zeta(t=0))}{\theta} \right) \text{ with } \theta = \frac{1-\alpha_n}{\alpha_n} \\ V(\zeta(t)) = \zeta(t)^T B \zeta(t) \\ \text{with } \zeta(t) \triangleq [x_1^{\alpha_1}(t) \ x_2^{\alpha_2}(t) \ \dots \ x_n^{\alpha_n}(t)]^T \\ A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -\mu_1 & -\mu_2 & -\mu_3 & \dots & -\mu_n \end{pmatrix} \end{cases} \quad (9)$$

لم ۳. سیستم غیرخطی مرتبه دوم (۳) را با اعمال ورودی کنترلی (۱۰) در نظر بگیرید که ρ_1 ثابت حقیقی دلخواه با شرط $\{0 < \rho_1 < 1\}$ است. آنگاه نقطه تعادل سیستم غیرخطی (۳) دارای پایداری زمان-متناهی کلّی خواهد بود و متغیرهای x_1 و x_2 برای $\{t \geq t^*\}$ دقیقاً به صفر می‌رسند.

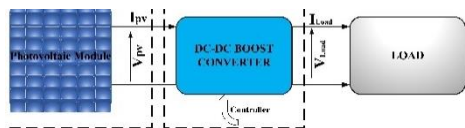
$$\begin{cases} u(x_1, x_2) = -|x_2|^{\rho_1} \text{sign}(x_2) - |\psi(x_1, x_2)|^{\rho_2} \text{sign}(\psi(x_1, x_2)) \\ \rho_2 \triangleq \rho_1(2 - \rho_1)^{-1} \\ \psi(x_1, x_2) \triangleq x_1 + (2 - \rho_1)^{-1} |x_2|^{2-\rho_1} \text{sign}(x_2) \end{cases} \quad (10)$$

نامساوی (۱۱) برای تخمین t^* استفاده می‌شود که v_1 و v_2 دو ثابت اختیاری با شرایط $\{0 < v_1 < 1\}$ و $\{v_2 > 1\}$ هستند [۳۵].

$$\begin{cases} t^* \leq (\Lambda(1 - \rho_1))^{-1} (3 - \rho_1) (V(x_1(0), x_2(0)))^{\frac{1-\rho_1}{2-\rho_1}} \\ V(x_1, x_2) \triangleq \frac{2-\rho_1}{3-\rho_1} |\psi(x_1, x_2)|^{\frac{3-\rho_1}{2-\rho_1}} + v_1 x_2 \psi(x_1, x_2) + \frac{v_2}{3-\rho_1} |x_2|^{3-\rho_1} \\ \Lambda \triangleq - \max_{(x_1, x_2) \in \tilde{A}} V(x_1, x_2) \text{ with } \tilde{A} = \{(x_1, x_2) : V(x_1, x_2) = 1\} \end{cases} \quad (11)$$

۳- توصیف مدل سیستم فتوولتائی به همراه اجزاء مربوطه

شکل (۱) نشان می‌دهد که هر سیستم فتوولتائی از سه زیربخش اساسی به نام‌های ماژول فتوولتائی، مبدل DC-DC از نوع افزایشی و بار تشکیل می‌شود. لازم به ذکر است که نوع بار متصل به این سیستم می‌تواند مقاومتی، سلفی، موتور الکتریکی، الکتروپمپ یا غیره باشد. در ادامه به مدل‌سازی دینامیکی دو جز اصلی سیستم فتوولتائی پرداخته می‌شود.



شکل ۱. شماتیک مفهومی از سیستم فتوولتائی به همراه اجزای تشکیل دهنده آن [۴]

۳-۱ بیان مدل استاتیکی سلول فتوولتائی

برای بیان عملکرد مدل سلول فتوولتائی فرض می‌گردد که شرایط ایده‌آل تابش یکنواخت و دمای مرجع ثابت برقرار است. شکل (۲) مدل مداری تک سلول فتوولتائی را نشان می‌دهد. در این شکل، فوتون‌های دریافت شده توسط سلول PV به صورت اتصال موازی منبع جریان و دیود توصیف می‌گردند. در مدل مداری شکل (۲)، تلفات درونی سیستم فتوولتائی به صورت توان مصرفی مقاومت‌های R_{sh} و R_s لحاظ گردیده است. از آنجایی که مقادیر عددی مقاومت‌های R_{sh} و R_s به ترتیب بسیار کوچک و بسیار بزرگ هستند، در بیان ریاضیاتی مدل سلول از تلفات مذکور صرف‌نظر می‌گردد [۷-۱۵]. از آنجایی که انرژی تولیدی توسط تک سلول برای راه‌اندازی سیستم فتوولتائی و بار متصل به آن کافی نیست،

ثابت حقیقی $\{\rho_3 = 1 - 0.5(\rho_5)^{-1}\}$ ، $\{\rho_5 > 1\}$ ، $\{\rho_2 > 0\}$ ، $\{\rho_1 > 0\}$ وجود داشته باشند که نامساوی اسکالری $\{\rho_4 = 1 + 0.5(\rho_5)^{-1}\}$ و عبارت دیگر با $\{V(x) + \rho_1 V^{\rho_3}(x) + \rho_2 V^{\rho_4}(x) \leq 0\}$ برآورده شود. به عبارت دیگر با شروع از شرایط اولیه x_0 ، تمامی متغیرهای حالت سیستم برای $\{t \geq t^*\}$ ، دقیقاً به نقطه تعادل $\{x = 0\}$ می‌رسند. شایان ذکر است که نامساوی $\{t^* \leq \pi \rho_5 (\sqrt{\rho_1 \rho_2})^{-1}\}$ کران بالایی را برای زمان متناهی t^* ارائه می‌دهد [۳۰، ۳۴].

لم ۳. سیستم غیرخطی مرتبه دوم (۳) را با متغیرهای حالت x_1 و x_2 و ورودی کنترلی $\{u(x_1, x_2)\}$ در نظر بگیرید. اگر ورودی کنترلی $\{u(x_1, x_2) = -\rho_1 \text{sign}(x_1) - \rho_2 \text{sign}(x_2)\}$ تزریق گردد و مقادیر عددی ثابت‌های اختیاری ρ_1 و ρ_2 با شرط $\{\rho_1 > \rho_2 > 0\}$ انتخاب شوند، آنگاه نقطه تعادل سیستم غیرخطی (۳) پایدار زمان-متناهی کلّی خواهد بود و متغیرهای x_1 و x_2 برای $\{t \geq t^*\}$ دقیقاً به صفر می‌رسند. در ورودی کنترلی $u(x_1, x_2)$ نماد $\text{sign}(\dots)$ معرف همان تابع علامت در ریاضی است. نامساوی (۴)، تخمینی از t^* را ارائه می‌دهد.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u(x_1, x_2) \end{cases} \quad (3)$$

در (۴)، ثابت اختیاری $\bar{\rho}$ چنان انتخاب می‌شود که نامساوی $\{\rho_3, \rho_4, \rho_5\}$ برقرار باشد و $\{(\sqrt{2(\rho_1 + \rho_2)})^{-1} < \bar{\rho} < (\sqrt{2(\rho_1 - \rho_2)})^{-1}\}$ با استفاده از (۵) تعیین می‌گردند [۳۳، ۳۴].

$$\begin{cases} t^* \leq 2(\min(\rho_4))^{-1} \sqrt{V(x_1(0), x_2(0))} \\ V = \begin{cases} 0.25(\rho_4)^2 (\rho_3)^{-1} x_2 \text{sign}(x_1) + \rho_5 \sqrt{|x_1| + 0.5(\rho_3)^{-1} x_2^2} & \text{if } x_1 x_2 \neq 0 \\ 0.25(\bar{\rho})^2 x_2^2 & \text{if } x_1 = 0 \\ 0.25|x_1| & \text{if } x_2 = 0 \end{cases} \end{cases} \quad (4)$$

و

$$\begin{cases} \rho_3 = \rho_1 + \rho_2 \text{sign}(x_1 x_2) \\ \rho_4 = \sqrt{0.5 \rho_3} \sqrt{2 \rho_3 \bar{\rho} - 1} \\ \rho_5 = \sqrt{2(\rho_3)^{-1}} (\sqrt{2 \rho_3 \bar{\rho} - 1})^{-1} \text{sign}(x_1 x_2) \end{cases} \quad (5)$$

لم ۴. سیستم غیرخطی (۶) را با بردار متغیرهای حالت $\{x(t) \in \mathbb{R}^n\}$ و ورودی کنترلی $\{u(t) \in \mathbb{R}\}$ در نظر بگیرید.

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = x_{i+1}(t), \text{ for } i = 1, 2, \dots, n-1 \\ \dot{x}_n(t) = u(t) \end{cases} \quad (6)$$

اگر ورودی کنترلی (۷) به سیستم (۶) اعمال گردد، پایداری زمان-متناهی کلّی سیستم حلقه‌بسته تضمین شده و متغیرهای حالت بعد از سپری شدن زمان متناهی t^* ، دقیقاً به صفر می‌رسند و همواره صفر باقی می‌مانند.

$$\begin{cases} u(t) = -\sum_{i=1}^n \mu_i \text{sig}^{\alpha_i}(x_i) \\ \text{sig}^{\alpha_i}(x_i) = \text{sign}(x_i) |x_i|^{\alpha_i} \text{ for } i = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (7)$$

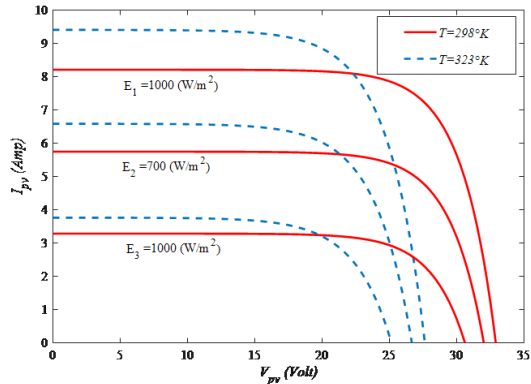
در رابطه (۷)، مقادیر عددی ضرایب حقیقی مثبت یعنی همان μ_i ها، به گونه‌ای انتخاب می‌شوند که همه‌ی ریشه‌های چندجمله‌ای مشخصه‌ی $\{b^n + \mu_n b^{n-1} + \dots + \mu_2 b + \mu_1 = 0\}$ دارای قسمت حقیقی منفی باشند. مقادیر α_j ها که به عنوان توان‌های مثبت در ورودی کنترلی $u(t)$ به کار رفته‌اند، با استفاده از (۸) تعیین می‌شوند و یک عدد حقیقی دلخواه در بازه $\{0 < \alpha_n < 1\}$ است.

$$\begin{cases} \alpha_{j-1} = \frac{\alpha_j \alpha_{j+1}}{2\alpha_{j+1} - \alpha_j} \text{ for } j = 2, \dots, n-1 \\ \alpha_{n-1} = \frac{\alpha_n}{2 - \alpha_n} \text{ with } 0 < \alpha_n < 1 \end{cases} \quad (8)$$

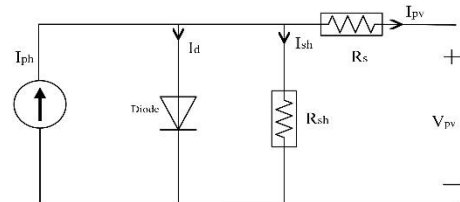
زمان-متناهی t^* از طریق رابطه (۹) تعیین و محاسبه می‌شود. در (۹)،

تعداد زیادی سلول‌های فتوولتائی به صورت سری و موازی به هم متصل می‌شوند تا بتوانند توانی معادل با شرایط نامی بار فراهم سازند. شایان ذکر است که از تجمع سلول‌های فتوولتائی به صورت سری و موازی در کنار یکدیگر ماژول فتوولتائی حاصل می‌شود. توصیف ریاضیاتی عملکرد ماژول فتوولتائی (شامل سلول‌های سری و موازی)، به صورت رابطه (۱۲) بیان می‌شود که I_{pv} و V_{pv} به ترتیب جریان و ولتاژ خروجی ماژول مذکور هستند [۹، ۷-۱۵، ۴۲].

تعداد زیادی سلول‌های فتوولتائی به صورت سری و موازی به هم متصل می‌شوند تا بتوانند توانی معادل با شرایط نامی بار فراهم سازند. شایان ذکر است که از تجمع سلول‌های فتوولتائی به صورت سری و موازی در کنار یکدیگر ماژول فتوولتائی حاصل می‌شود. توصیف ریاضیاتی عملکرد ماژول فتوولتائی (شامل سلول‌های سری و موازی)، به صورت رابطه (۱۲) بیان می‌شود که I_{pv} و V_{pv} به ترتیب جریان و ولتاژ خروجی ماژول مذکور هستند [۹، ۷-۱۵، ۴۲].



شکل ۳. منحنی مشخصه‌ی جریان I_{pv} بر حسب ولتاژ V_{pv} ماژول فتوولتائی به ازای سه تابش متفاوت $E_1 = 1000 \frac{W}{m^2}$ ، $E_2 = 700 \frac{W}{m^2}$ ، $E_3 = 400 \frac{W}{m^2}$ و دو دمای مختلف $T_1 = 298 K$ و $T_2 = 298 K$ [۱۵]



شکل ۴. توصیف مداری تک سلول فتوولتائی تحت شرایط ایده آل [۱۵]

$$I_{pv} = N_p I_{ph} - N_p I_0 \left(e^{\frac{qV_{pv}}{N_s \sigma k T}} - 1 \right) \quad (12)$$

در رابطه (۱۲)، N_p و N_s تعداد سلول‌های سری و موازی، q بار الکترون، k ثابت بولتزمن، σ ضریب تصحیح و T دمای سلول بر حسب کلوین هستند. مقادیر عددی برای q و k به ترتیب (1.6×10^{-19}) کولن و (1.3805×10^{-23}) ژول بر کلوین می‌باشند. هم‌چنین I_0 بیانگر جریان اشباع معکوس سلول فتوولتائی است که مطابق با رابطه (۱۳) حاصل می‌شود.

$$I_0 = I_{or} \left(\frac{T}{T_r} \right)^3 \left(e^{\frac{qE_g}{k\sigma} \left(\frac{1}{T_r} - \frac{1}{T} \right)} \right) \quad (13)$$

در (۱۳)، E_g انرژی شکاف باند نیمه هادی و T_r دمای مرجع سلول بر حسب کلوین می‌باشند. برای مقدار عددی ۱.۱ الکترون-ولت لحاظ می‌گردد. I_{or} جریان اشباع معکوس در دمای T_r است که با رابطه (۱۴) محاسبه می‌گردد.

$$I_{or} = I_{scr} \left(e^{\frac{qV_{oc}}{N_s \sigma k T}} - 1 \right)^{-1} \quad (14)$$

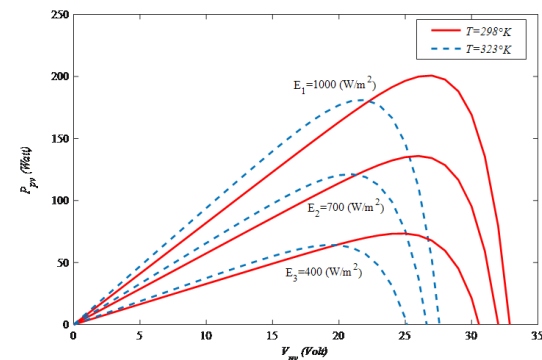
در (۱۴)، V_{oc} و I_{scr} به ترتیب ولتاژ مدار باز و جریان اتصال کوتاه ماژول در شرایط ایده آل (دما و تابش مرجع) هستند. در رابطه (۱۲)، نماد I_{ph} بیانگر جریان نوری تولید شده در تک سلول فتوولتائی است که بر اساس (۱۵) به دست می‌آید.

$$I_{ph} = (I_{scr} + \omega(T - T_r)) \frac{E}{1000} \quad (15)$$

در (۱۵)، E مقدار تابش نور خورشید (با واحد وات بر مترمربع) و ω ضریب دمایی جریان اتصال کوتاه (با واحد آمپر بر درجه کلوین) می‌باشند. توان خروجی لحظه‌ای ماژول فتوولتائی مطابق با رابطه (۱۶) است.

$$P_{pv} = I_{pv} V_{pv} = N_p I_{ph} V_{pv} - N_p I_0 V_{pv} \left(e^{\frac{qV_{pv}}{N_s \sigma k T}} - 1 \right) \quad (16)$$

برای درک بهتر روابط (۱۲) و (۱۶)، شبیه‌سازی مقدماتی با استفاده از نرم‌افزار MATLAB انجام گرفته و شکل‌های (۳) و (۴) حاصل شده‌اند. شکل‌های (۳) و (۴) به ترتیب منحنی‌های مشخصه‌ی جریان بر حسب ولتاژ و توان بر حسب ولتاژ ماژول فتوولتائی را تحت تابش‌ها و دماهای متفاوت نشان می‌دهند. در شبیه‌سازی‌های مرتبط با شکل‌های (۳) و (۴) مقادیر $\{N_p = 1\}$ ، $\{N_s = 54\}$ ، $\{V_{oc} = 32.9 \text{ (Volt)}\}$ ، $\{I_{scr} = 8.21 \text{ (Amp)}\}$



شکل ۴. منحنی مشخصه‌ی توان خروجی لحظه‌ای P_{pv} بر حسب ولتاژ V_{pv} ماژول فتوولتائی به ازای سه تابش متفاوت $E_1 = 1000 \frac{W}{m^2}$ ، $E_2 = 700 \frac{W}{m^2}$ ، $E_3 = 400 \frac{W}{m^2}$ و دو دمای مختلف $T_1 = 298 K$ و $T_2 = 298 K$ [۱۵]

۳-۲ بیان مدل دینامیکی مبدل DC-DC افزاینده

در غالب سیستم‌های فتوولتائی برای دستیابی به نقطه بیشینه توان، از مبدل DC-DC نوع افزاینده استفاده می‌گردد. شکل (۵) ساختار درونی مبدل DC-DC مذکور را نشان می‌دهد که از تعدادی عناصر الکترونیکی شامل خازن ورودی C_1 ، سلف میانی L ، ترانزیستور MOSFET، دیود و خازن خروجی C_2 تشکیل شده است [۱۷، ۹]. معادلات دینامیکی مرتبط با مبدل DC-DC فوق در رابطه (۱۷) آورده شده‌اند. در این مدل دینامیکی، $V_{pv}(t)$ ، $I_L(t)$ ، $I_{L_2}(t)$ به ترتیب متغیرهای ولتاژ خروجی ماژول فتوولتائی، جریان سلف میانی و ولتاژ خازن خروجی هستند. هم‌چنین C_1 ، C_2 ، L ، R_c و R_D به ترتیب ظرفیت خازن ورودی، ظرفیت خازن خروجی، ضریب خودالقائی سلف میانی، مقاومت بار، مقاومت داخلی خازن خروجی و ولتاژ

(مطابق با (۲۰)) نتیجه می‌گردد.

$$V_{pv} = \left(\frac{N_s \sigma k T}{q} \right) \left(\text{Ln} \left(\frac{N_{p1} p_{h1} - I_{pv} + N_{p1} I_o}{N_{p1} I_o} \right) \right) \quad (20)$$

با استناد به (۲۰)، عبارت مشتقی $\left\{ \frac{dV_{pv}(t)}{dt} \right\}$ به فرم (۲۱) بدست می‌آید.

$$\frac{dV_{pv}}{dt} = - \left(\frac{N_s \sigma k T}{q} \right) \left(\frac{1}{N_{p1} p_{h1} - I_{pv} + N_{p1} I_o} \right) \quad (21)$$

با جایگذاری $V_{pv}(t)$ از (۲۰) و $\left\{ \frac{dV_{pv}(t)}{dt} \right\}$ از (۲۱) در تساوی

$$\left\{ \frac{dP_{pv}(t)}{dt} = V_{pv} + I_{pv} \frac{dV_{pv}(t)}{dt} = 0 \right\} \quad (22)$$

$$\text{Ln} \left(\frac{N_{p1} p_{h1} - I_{pv} + N_{p1} I_o}{N_{p1} I_o} \right) = \left(\frac{I_{pv}}{N_{p1} p_{h1} - I_{pv} + N_{p1} I_o} \right)$$

با حل تقریبی معادله‌ی غیرخطی (۲۲) بر حسب متغیر I_{pv} مقدار مرجع مناسب $I_{pvref}(t)$ به صورت تابع غیرخطی $\Theta(I_{ph}, I_o, N_p)$ (بیان شده در (۲۳)) نتیجه می‌گردد.

$$I_{pvref}(t) = \Theta(I_{ph}(t), I_o(t), N_p) \cong 0.909 N_p I_{ph}(t) \quad (23)$$

با جایگذاری $I_{pvref}(t)$ از (۲۳) در رابطه (۲۰)، مقدار مرجع $V_{pvref}(t)$ به صورت رابطه (۲۴) به دست می‌آید.

$$V_{pvref}(t) = \left(\frac{N_s \sigma k T}{q} \right) \left(\text{Ln} \left(\frac{N_{p1} p_{h1}(t) - I_{pvref}(t) + N_{p1} I_o(t)}{N_{p1} I_o(t)} \right) \right) \quad (24)$$

در ادامه به عنوان هدف اصلی کنترلی، ورودی اعمالی به سیستم فتوولتائی $u(t)$ باید چنان طراحی گردد تا بعد از سپری شدن زمان متناهی قابل تنظیمی، متغیر $V_{pv}(t)$ دقیقاً به مقدار مرجع انتخابی $V_{pvref}(t)$ برسد. لازم به ذکر است که مقادیر مراجع انتخابی به زمان وابسته بوده و مشتق‌های مرتبه اول و دوم این مراجع $\left\{ \dot{V}_{pvref}(t), \ddot{V}_{pvref}(t), \frac{d^3 V_{pvref}(t)}{dt^3} \right\}$ به صورت تحلیلی قابل بیان می‌باشند. بر اساس هدف برآورده ساختن نقطه بیشینه توان و استفاده از متغیرهای حالت دینامیکی $x_1(t)$ و $x_2(t)$ خطاهای ردیابی $e_1(t)$ و $e_2(t)$ به صورت رابطه (۲۵) تعریف می‌گردند. با توجه به اینکه متغیر حالت $x_1(t)$ همان $V_{pv}(t)$ است، بنابراین $x_{d1}(t)$ به صورت $\{x_{d1}(t) = V_{pvref}(t)\}$ انتخاب می‌شود. از آنجایی که جریان سلف $I_L(t)$ به عنوان متغیر حالت $x_2(t)$ تعریف شده و مقدار مرجع برای جریان خروجی مازول فتوولتائی $I_{pv}(t)$ به صورت $I_{pvref}(t)$ انتخاب گردیده است، با استفاده از قانون جریان کیرشهف در گره ورودی مبدل DC-DC، مقدار مرجع برای $x_2(t)$ به فرم $\{x_{d2}(t) = I_{pvref}(t) - C_1 \dot{V}_{pvref}(t)\}$ نتیجه می‌گردد. باید توجه داشت که $\dot{x}_{d2}(t)$ به صورت رابطه تحلیلی $\left\{ \dot{x}_{d2}(t) = \frac{dI_{pvref}(t)}{dt} - C_1 \ddot{V}_{pvref}(t) \right\}$ همواره در دسترس است.

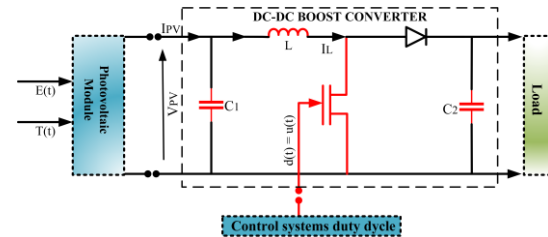
$$\begin{cases} e_1(t) \triangleq x_1(t) - x_{d1}(t) \\ e_2(t) \triangleq x_2(t) - x_{d2}(t) \end{cases} \quad (25)$$

با مشتق‌گیری از $e_1(t)$ و $e_2(t)$ ، سیستم خطاهای ردیابی (۲۶) به دست می‌آید. با تعریف متغیرهای کمکی $\{z_1 \triangleq e_1\}$ ، $\{z_2 \triangleq \frac{-e_2 + I_{pv} - I_{pvref}}{C_1}\}$ و استفاده از رابطه $\left\{ \dot{V}_{pvref} = \frac{I_{pvref} - x_{d2}}{C_1} \right\}$ به سیستم دینامیکی (۲۷) تبدیل می‌شود. لازم به یادآوری است که مقدار $\frac{dI_{pvref}(t)}{dt}$ را می‌توان با کمک از رابطه (۱۲) به دست آورد.

$$\begin{cases} \dot{e}_1(t) = \frac{1}{C_1} (I_{pv}(t) - x_2(t)) - \dot{V}_{pvref}(t) \\ \dot{e}_2(t) = f_1(x) + g_1(x)u(t) - \dot{x}_{d2}(t) + \Delta_1(x) \end{cases} \quad (26)$$

با تعریف $\left\{ \eta(x) \triangleq -\frac{1}{C_1} (g_1(x)) \right\}$ و $\left\{ h(x) \triangleq -\frac{1}{C_1} (f_1(x) + \frac{dI_{pvref}(t)}{dt}) \right\}$ سیستم (۲۷) به فرم ساده شده‌ی (۲۸) نتیجه می‌شود.

آستانه دیود می‌باشد که مقادیر عددی این ثابت‌ها در بخش شبیه‌سازی (بخش ششم) آورده شده‌اند. در رابطه (۱۷)، $d(t)$ بیانگر سیگنال دیوتی سایکل (چرخه کاری با فرکانس ثابت) اعمالی به مبدل DC-DC است که در ادامه نقش ورودی کنترلی سیستم را خواهد داشت. لازم به ذکر است که $I_{pv}(t)$ طبق رابطه (۱۲) با ولتاژ $V_{pv}(t)$ مرتبط است [۷، ۹، ۴۲].



شکل ۵. ساختار درونی مبدل DC-DC افزاینده در سیستم فتوولتائی [۹]

$$\begin{cases} \frac{dV_{pv}}{dt} = \frac{I_{pv} - I_L}{C_1} \\ \frac{dI_L}{dt} = \left(\frac{1}{L} \right) V_{pv} - \left(\frac{R_c(1-d)}{L(1+R_c/R)} \right) I_L + \left(\frac{1-d}{L} \right) \left(\frac{R_c}{R+R_c} - 1 \right) V_{c2} - \frac{V_D(1-d)}{L} \\ \frac{dV_{c2}}{dt} = \left(\frac{1-d(t)}{C_2(1+R_c/R)} \right) I_L - \left(\frac{1}{C_2(R+R_c)} \right) V_{c2} \end{cases} \quad (17)$$

با تعریف بردار متغیرهای حالت $x(t)$ به فرم $x(t) = [V_{pv}(t) \ I_L(t) \ V_{c2}(t)]^T$ و ورودی کنترلی $u(t)$ به صورت $u(t) \triangleq d(t)$ ، معادلات دینامیکی (۱۷) به مدل فضای حالت (۱۸) تبدیل می‌شوند. در مدل فضای حالت (۱۸)، دو عبارت نامعینی جمعی سازگار کراندار به نام‌های $\Delta_1(x)$ و $\Delta_2(x)$ در نظر گرفته شده‌اند. با استفاده از مدل (۱۷)، توابع اسکالری $f_1(x)$ ، $f_2(x)$ ، $g_1(x)$ و $g_2(x)$ به فرم رابطه (۱۹) نتیجه می‌شوند. برای نامعینی‌ها، فرض (۱) منظور گردیده است [۷، ۹، ۴۲].

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = \left(\frac{I_{pv} - x_2(t)}{C_1} \right) \\ \dot{x}_2(t) = f_1(x) + g_1(x)u(t) + \Delta_1(x) \\ \dot{x}_3(t) = f_2(x) + g_2(x)u(t) + \Delta_2(x) \end{cases} \quad (18)$$

فرض ۱. دو عبارت نامعینی $\Delta_1(x)$ و $\Delta_2(x)$ همواره به صورت نامساوی $\{|\Delta_i| \leq \gamma_i, \text{ for } i = 1, 2\}$ کراندار در نظر گرفته می‌شوند. دو کران بالای γ_1 و γ_2 اعدادی ثابت و مشخص هستند که در طراحی ورودی کنترلی مورد استفاده قرار می‌گیرند.

$$\begin{cases} f_1(x) = \frac{x_1(t)}{L} - \left(\frac{R_c}{L(1+R_c/R)} \right) x_2(t) + \left(\frac{1}{L} \left(\frac{R_c}{R+R_c} - 1 \right) \right) x_3(t) - \frac{V_D}{L} \\ g_1(x) = \left(\frac{R_c}{L(1+R_c/R)} \right) x_2(t) - \frac{1}{L} \left(\frac{R_c}{R+R_c} - 1 \right) x_3(t) + \frac{V_D}{L} \\ f_2(x) = \left(\frac{1}{C_2(1+R_c/R)} \right) x_2(t) - \left(\frac{1}{C_2(R+R_c)} \right) x_3(t) \\ g_2(x) = - \left(\frac{1}{C_2} \left(\frac{R_c}{R+1} \right) \right) x_2(t) \end{cases} \quad (19)$$

۴- فرمول‌بندی و بیان مسئله کنترلی

به منظور دریافت و استخراج بیشینه توان از سیستم فتوولتائی، بایستی مقادیر مرجع مناسب $V_{pvref}(t)$ و $I_{pvref}(t)$ برای جریان و ولتاژ خروجی مازول فتوولتائی $I_{pv}(t)$ و $V_{pv}(t)$ تعیین گردند. از آنجایی که توان خروجی مازول $\{P_{pv}(t) = I_{pv}(t)V_{pv}(t)\}$ است، می‌توان دو مقدار مرجع $I_{pvref}(t)$ و $V_{pvref}(t)$ را از تساوی $\left\{ \frac{dP_{pv}(t)}{dt} = V_{pv} + I_{pv} \frac{dV_{pv}(t)}{dt} = 0 \right\}$ به دست آورد. بر اساس (۱۲)، $V_{pv}(t)$ به صورت تابعی غیرخطی از $I_{pv}(t)$

می گردد که β_1 و β_2 دو ضریب ثابت اختیاری مثبت می باشند.

$$\begin{cases} u(t) = \eta^{-1}(x) \left(-h(x) + \dot{V}_{pvref} - l_1 \text{sign}(z_1) - l_2 \text{sign}(z_2) + u_r \right) \\ u_r = -\left(\frac{\gamma_1}{c_1} + \beta_1 \right) \text{sign}(s(t)) - \beta_2 s(t) \end{cases} \quad (30)$$

در ادامه به صورت تحلیلی (شامل دو گام) اثبات می گردد که کنترل کننده پیشنهادی اول (مشکل از روابط (۲۹) و (۳۰)) می تواند هدف پایدارسازی زمان-متناهی کلی سیستم دینامیکی (۲۸) را برآورده سازد. در گام اول نشان داده می شود که اعمال ورودی کنترلی (۳۰) به سیستم (۲۸)، می تواند این سیستم را بعد از گذشت مدت زمان متناهی t_{reach} به سیستم دینامیکی مد لغزشی $\{s(t) = \dot{s}(t) = 0\}$ تبدیل کند. در گام دوم اثبات می گردد که دینامیک مد لغزشی حاصله از $\{s(t) = \dot{s}(t) = 0\}$ دارای پایداری زمان-متناهی کلی است. برای گام اول اثبات، تابع کاندیدای لیاپانوف $\{V(t) \triangleq 0.5s^2(t)\}$ تعریف می گردد که مشتق آن $\{\dot{V}(t) \triangleq s(t)\dot{s}(t)\}$ است. با مشتق گیری زمانی از رابطه (۲۹) و جایگذاری آن در $\{\dot{V}(t) \triangleq s(t)\dot{s}(t)\}$ عبارت $\dot{V}(t)$ به فرم گسترش یافته (۳۱) نتیجه می شود.

$$\dot{V} = s \left(h(x) + \eta(x)u - \dot{V}_{pvref} + l_1 \text{sign}(z_1) + l_2 \text{sign}(z_2) - \frac{\Delta_1}{c_1} \right) \quad (31)$$

با جایگذاری سیگنال کنترلی (۳۰) در رابطه (۳۱) و ساده سازی، عبارت $\dot{V}(t)$ به فرم (۳۲) حاصل می گردد.

$$\dot{V} = s(t) \left(-\left(\frac{\gamma_1}{c_1} + \beta_1 \right) \text{sign}(s(t)) - \beta_2 s(t) - \frac{\Delta_1}{c_1} \right) \quad (32)$$

با استناد به نامساوی $\left\{ -\frac{s(t)\Delta_1(t)}{c_1} \leq \frac{|s(t)|\Delta_1(t)}{c_1} \leq \frac{\gamma_1}{c_1} |s(t)| \right\}$ و در نظر گرفتن $\{s(t)\text{sign}(s(t)) = |s(t)|\}$ تساوی (۳۲) به نامساوی ساده شده (۳۳) تبدیل می گردد.

$$\dot{V}(t) \leq \{\beta_1 |s(t)| - \beta_2 |s(t)|^2\} \quad (33)$$

با توجه به تعریف کاندیدای لیاپانوف $\{V(t) \triangleq 0.5s^2(t)\}$ انتخاب پارامترهای $\{\rho_1 = \sqrt{2}\beta_1, \rho_2 = 0.5, \rho_3 = 2\beta_2\}$ و استفاده از لم (۱)، می توان نتیجه گرفت که سیستم (۲۸) برای زمان های $\{t \geq t_{reach}\}$ به دینامیک مد لغزشی $\{s(t) = \dot{s}(t) = 0\}$ می رسد. زمان متناهی t_{reach} با استفاده از نامساوی (۳۴) تخمین زده می شود.

$$t_{reach} \leq \frac{1}{\beta_2} \text{Ln} \left(\frac{\beta_2 |s(t=0)| + \beta_1}{\beta_1} \right) \quad (34)$$

برای زمان های $\{t \geq t_{reach}\}$ ، دینامیک مد لغزشی $\{s(t) = \dot{s}(t) = 0\}$ فرم (۳۵) قابل بیان است.

$$\begin{cases} \dot{z}_1(t) = z_2(t) \\ \dot{z}_2(t) = -l_1 \text{sign}(z_1(t)) - l_2 \text{sign}(z_2(t)) \end{cases} \quad (35)$$

با مقایسه دینامیک مد لغزشی (۳۵) و سیستم غیرخطی نوعی لم (۳)، به راحتی اثبات می گردد که اولاً سیستم (۳۵) دارای پایداری زمان-متناهی کلی است و ثانیاً متغیرهای کمکی $\{z_1(t), z_2(t)\}$ بعد از گذشت زمان های $\{t \geq t_{total}\}$ دقیقاً به صفر می رسند و در نتیجه هدف کنترلی رسیدن به نقطه بیشینه توان سیستم فتوولتائی برآورده می گردد.

زمان همگرایی مطلق t_{total} با نامساوی $\{t_{total} \leq (t_{reach} + t_{sm})\}$ به دست می آید که زمان t_{sm} با نامساوی (۳۶) تخمین زده می شود. در (۳۶)، ثابت \bar{t} به صورت اختیاری از بازه $\left(\sqrt{2(l_1 + l_2)} \right)^{-1} < \bar{t} < \left(\sqrt{2(l_1 - l_2)} \right)^{-1}$

انتخاب می گردد.

$$\begin{cases} \dot{z}_1(t) = z_2(t) \\ \dot{z}_2(t) = -\frac{1}{c_1} \left(f_1(x) + g_1(x)u(t) + \frac{dipv(t)}{dt} \right) - \dot{V}_{pvref} - \frac{\Delta_1}{c_1} \end{cases} \quad (27)$$

با استناد به تعریف خطاهای ردیابی $\{e_1(t), e_2(t)\}$ و متغیرهای کمکی $\{z_1(t), z_2(t)\}$ می توان نشان داد که هدف کنترلی رسیدن به نقطه بیشینه توان سیستم حلقه بسته فتوولتائی معادل و هم ارز با پایدارسازی زمان-متناهی کلی سیستم دینامیکی (۲۸) می باشد. بنابراین به عنوان هدف اصلی کنترلی، سیگنال ورودی $u(t)$ باید چنان طراحی گردد که متغیرهای کمکی $\{z_1(t), z_2(t)\}$ بعد از گذشت مدت زمان متناهی دقیقاً به مقدار صفر برسند.

$$\begin{cases} \dot{z}_1(t) = z_2(t) \\ \dot{z}_2(t) = h(x) + \eta(x)u(t) - \dot{V}_{pvref}(t) - \frac{\Delta_1(t)}{c_1} \end{cases} \quad (28)$$

۵- طراحی کنترل کننده غیرخطی برای سیستم فتوولتائی

در مقایسه با دیگر روش های غیرخطی، برخی از برتری های راهکار کنترل مد لغزشی پایدار عبارتند از: عدم نیاز به عملیات خطی سازی سیستم غیرخطی حول نقطه ی تعادل، مقاوم بودن در برابر انواع نامعینی و اغتشاش، قابلیت پایدارسازی زمان-متناهی کلی سیستم حلقه بسته، فراهم ساختن پاسخ گذرایی سریع و پیاده سازی عملی (تحقق فیزیکی) ساده و ارزان. در این مقاله، از راهکار کنترل مد لغزشی پایدار برای طراحی ورودی کنترلی سیستم فتوولتائی استفاده می شود که شامل دو مرحله متوالی است. در مرحله اول، خمینه لغزشی غیرخطی $s(t)$ به گونه ای ابتکاری تعریف می گردد که سیستم دینامیکی مد لغزشی $\{s(t) = \dot{s}(t) = 0\}$ دارای پایداری زمان-متناهی کلی با زمان همگرایی t_{sm} باشد. در مرحله دوم، ورودی کنترلی به گونه ای طراحی می شود که سیستم فتوولتائی با اعمال این ورودی پس از گذشت زمان t_{reach} به سیستم دینامیکی مد لغزشی $\{s(t) = \dot{s}(t) = 0\}$ تبدیل گردد. در نتیجه با اعمال راهکار کنترل مد لغزشی پایدار، اولاً پایداری زمان-متناهی کلی سیستم فتوولتائی تضمین گردیده و ثانیاً پاسخ های زمانی متغیرهای حالت آن بعد از گذشت زمان مطلق $\{t_{total} \leq (t_{reach} + t_{sm})\}$ به طور دقیق به مسیرهای مورد نظر می رسند.

در این بخش به منظور برآورده ساختن هدف کنترلی ذکر شده، سه کلاس متفاوت از کنترل کننده های مد لغزشی پایدار طراحی و پیشنهاد می گردند. با استفاده از لم های پایداری زمان-متناهی، قضیه اساسی لیاپانوف و تحلیل های ریاضیاتی نشان می دهیم که سیستم غیرخطی (۲۸) در حضور هر کدام از سه نوع کنترل کننده مد لغزشی پایدار، دارای پایداری زمان-متناهی کلی بوده و بعد از سپری شدن مدت زمان متناهی هدف کنترلی رسیدن به نقطه بیشینه توان برآورده می گردد.

۱- معرفی نوع اول کنترل کننده غیرخطی پیشنهادی

برای اولین کنترل کننده مد لغزشی پایدار، خمینه لغزشی $s(t)$ به فرم (۲۹) تعریف می شود که l_1 و l_2 مقادیر ثابت اختیاری با شرط $\{l_1 > l_2 > 0\}$ هستند.

$$s(t) = z_2(t) + \int_0^t l_1 \text{sign}(z_1(\tau)) d\tau + \int_0^t l_2 \text{sign}(z_2(\tau)) d\tau \quad (29)$$

سیگنال ورودی برای اولین کنترل کننده غیرخطی به فرم (۳۰) پیشنهاد

۳-۵ معرفی نوع سوم کنترل کننده غیرخطی پیشنهادی

برای سومین کنترل کننده مد لغزشی پایاندار، خمینه لغزشی $s(t)$ در رابطه (۴۲) معرفی شده است که ثابت U_1 به صورت اختیاری از بازه $\{0 < U_1 < 1\}$ انتخاب شده و ثابت U_2 با استفاده از $\{U_2 = \frac{U_1}{2-U_1}\}$ تعیین می شود.

$$\begin{cases} s(t) = z_2(t) + \int_0^t (\text{sig}^{U_1}(z_2(\tau)) + \text{sig}^{U_2}(\psi(z_1, z_2))) d\tau \\ \text{sig}^{U_1}(z_2(t)) = |z_2(t)|^{U_1} \text{sign}(z_2(t)) \\ \text{sig}^{U_2}(\psi(z_1, z_2)) = |\psi(z_1, z_2)|^{U_2} \text{sign}(\psi(z_1, z_2)) \\ \psi(z_1, z_2) \triangleq z_1(t) + \frac{1}{2-U_1} |z_2(t)|^{2-U_1} \text{sign}(z_2(t)) \end{cases} \quad (42)$$

رابطه (۴۳)، سیگنال ورودی را برای سومین نوع کنترل کننده غیرخطی پیشنهاد می دهد که β_1 و β_2 دو ثابت اختیاری مثبت هستند.

$$\begin{cases} u = \eta^{-1}(-h(x) + \dot{V}_{pvref} - \text{sig}^{U_1}(z_2) - \text{sig}^{U_2}(\psi(z_1, z_2)) + u_r) \\ u_r = -\left(\frac{\gamma_1}{c_1} + \beta_1\right) \text{sign}(s(t)) - \beta_2 s(t) \end{cases} \quad (43)$$

طی کردن روالی کاملاً یکسان با زیربخش های ۱-۵ و ۲-۵، این نتیجه را به اثبات می رساند که کنترل کننده پیشنهادی سوم (تلفیق روابط (۴۲) و (۴۳)) قادر است پایداری زمان-متناهی کلی را برای نقطه تعادل سیستم دینامیکی (۲۸) تضمین کند. چنانچه گام اول اثبات زیربخش های ۱-۵ و ۲-۵، با روالی کاملاً مشابه تکرار گردد، این نتیجه به دست می آید که برای لحظات بزرگتر از t_{reach} ، سیستم (۲۸) (همراه با ورودی کنترلی اعمالی (۴۳)) به دینامیک مد لغزشی $\{s(t) = \dot{s}(t) = 0\}$ تبدیل می شود. به راحتی می توان نشان داد که برای لحظه های $\{t \geq t_{reach}\}$ ، سیستم دینامیکی مد لغزشی به صورت (۴۴) قابل گسترش است.

$$\begin{cases} \dot{z}_1(t) = z_2(t) \\ \dot{z}_2(t) = -\text{sig}^{U_1}(z_2(t)) - \text{sig}^{U_2}(\psi(z_1(t), z_2(t))) \end{cases} \quad (44)$$

با تعریف دو ثابت $\{U_1, U_2\}$ و مقایسه میان سیستم (۴۴) و سیستم غیرخطی مرتبه دوم لم (۵)، پایداری زمان-متناهی کلی نقطه تعادل سیستم (۴۴) نتیجه می گردد. بنابراین می توان ادعا کرد که برای $\{t \geq (t_{total} = t_{reach} + t_{sm})\}$ متغیرهای $\{z_1(t), z_2(t)\}$ دقیقاً به مقدار صفر رسیده اند. زمان متناهی t_{sm} توسط نامساوی (۴۵) تخمین زده شده و ثابت های اختیاری $\{v_1, v_2\}$ با شرایط $\{0 < v_1 < 1\}$ و $\{1 < v_2 < \infty\}$ انتخاب می گردند.

$$\begin{cases} t_{sm} \leq (\Lambda(1 - U_1))^{-1} (3 - U_1) (V(z_1(t_{reach}), z_2(t_{reach})))^{\frac{1-U_1}{3-U_1}} \\ V = \frac{2-U_1}{3-U_1} |\psi(z_1, z_2)|^{2-U_1} + v_1 z_2 \psi(z_1, z_2) + \frac{v_2}{3-U_1} |z_2|^{3-U_1} \\ \Lambda \triangleq \max_{(z_1, z_2) \in \bar{A}} \dot{V}(z_1, z_2) \text{ with } \bar{A} = \{(z_1, z_2): V(z_1, z_2) = 1\} \end{cases} \quad (45)$$

یادآوری ۱. تحلیل پایداری زمان-متناهی سیستم حلقه بسته فتوولتائی

نشان داد که دو متغیر حالت $\{x_1(t) \triangleq V_{pv}(t)\}$ و $\{x_2(t) \triangleq I_L(t)\}$ کرانداره بوده و پس از سپری شدن زمان متناهی t_{total} دقیقاً به مقادیر مبنای تعیین شده می رسند. با استناد به کرانداری متغیر $\{x_2(t) = I_L(t)\}$ و نامساوی $\{0 \leq d(t) \leq 1\}$ ، نتیجه می گردد که همواره عبارت $\left\{ \left(\frac{1-d(t)}{c_2(1+\frac{R_C}{R})} \right) I_L(t) \right\}$ کران بالای فرضی $\{b\}$ را برای این عبارت به صورت $\left\{ \left(\frac{1-d(t)}{c_2(1+\frac{R_C}{R})} \right) I_L(t) \leq b \right\}$ در نظر گرفت. با انتخاب کاندیدای لیاپانوف $\{V(t) \triangleq 0.5V_C^2(t)\}$ و مشتق گیری زمانی از آن، عبارت $\{\dot{V}(t) = \dot{V}_C(t)V_C(t)\}$ حاصل می شود.

$$\begin{cases} t_{sm} \leq 2(\min(l_4))^{-1} \sqrt{V(z_1(t_{reach}), z_2(t_{reach}))} \\ V = \begin{cases} 0.25(l_4)^2 ((l_3)^{-1} z_2 \text{sign}(z_1) + l_5 \sqrt{|z_1| + 0.5(l_3)^{-1} z_2^2})^2 & \text{if } z_1 z_2 \neq 0 \\ 0.25(l_3)^2 z_2^2 & \text{if } z_1 = 0 \\ 0.25|z_1| & \text{if } z_2 = 0 \end{cases} \end{cases} \quad (36)$$

ثابت های $\{l_3, l_4, l_5\}$ با استفاده از رابطه (۳۷) تعیین می گردند.

$$\begin{cases} l_3 = l_1 + l_2 \text{sign}(z_1 z_2) \\ l_4 = \sqrt{0.5 l_3} |\sqrt{2 l_3} \bar{l} - 1| \\ l_5 = \sqrt{2(l_3)^{-1}} (\sqrt{2 l_3} \bar{l} - 1)^{-1} \text{sign}(z_1 z_2) \end{cases} \quad (37)$$

۲-۵ معرفی نوع دوم کنترل کننده غیرخطی پیشنهادی

برای دومین کنترل کننده مد لغزشی پایاندار، خمینه لغزشی $s(t)$ مطابق با رابطه (۳۸) تعریف می شود که ثابت توانی α_2 به صورت اختیاری از بازه $\{0 < \alpha_2 < 1\}$ و ثابت توانی α_1 با استفاده از تساوی $\{\alpha_1 = \frac{\alpha_2}{2-\alpha_2}\}$ تعیین می شوند. در رابطه (۳۸)، دو ثابت اختیاری μ_1 و μ_2 باید چنان انتخاب گردند که هر دو ریشه ی چندجمله ای $\{b^2 + \mu_2 b + \mu_1 = 0\}$ در سمت چپ محور موهومی $j\omega$ قرار گیرند.

$$\begin{cases} s(t) = z_2(t) + \int_0^t (\mu_1 \text{sig}^{\alpha_1}(z_1(\tau)) + \mu_2 \text{sig}^{\alpha_2}(z_2(\tau))) d\tau \\ \text{sig}^{\alpha_1}(z_1(t)) = |z_1(t)|^{\alpha_1} \text{sign}(z_1(t)) \\ \text{sig}^{\alpha_2}(z_2(t)) = |z_2(t)|^{\alpha_2} \text{sign}(z_2(t)) \end{cases} \quad (38)$$

رابطه (۳۹)، سیگنال ورودی مرتبط با این کنترل کننده غیرخطی را معرفی می کند که β_1 و β_2 دو ضریب ثابت اختیاری مثبت می باشند.

$$\begin{cases} u = \eta^{-1}(-h(x) + \dot{V}_{pvref} - \mu_1 \text{sig}^{\alpha_1}(z_1) - \mu_2 \text{sig}^{\alpha_2}(z_2) + u_r) \\ u_r = -\left(\frac{\gamma_1}{c_1} + \beta_1\right) \text{sign}(s(t)) - \beta_2 s(t) \end{cases} \quad (39)$$

مشابه با زیربخش ۱-۵، اثبات می گردد که کنترل کننده پیشنهادی دوم (شامل روابط (۳۸) و (۳۹))، هدف پایداری سازی زمان-متناهی کلی سیستم دینامیکی (۲۸) را فراهم می سازد.

با انتخاب تابع کاندیدای لیاپانوف $\{V(t) \triangleq 0.5s^2(t)\}$ و طی کردن مجدد روابط (۳۱) تا (۳۴) نتیجه می شود که برای لحظه های $\{t \geq t_{reach}\}$ ، ساختار سیستم (۲۸) (تحریک شده با ورودی کنترلی (۳۹)) به دینامیک مد لغزشی $\{s(t) = \dot{s}(t) = 0\}$ مبدل می شود. دینامیک لغزشی $\{s(t) = \dot{s}(t) = 0\}$ برای زمان های $\{t \geq t_{reach}\}$ ، به صورت (۴۰) قابل توصیف است.

$$\begin{cases} \dot{z}_1(t) = z_2(t) \\ \dot{z}_2(t) = -\mu_1 \text{sig}^{\alpha_1}(z_1(t)) - \mu_2 \text{sig}^{\alpha_2}(z_2(t)) \end{cases} \quad (40)$$

قیاس بین سیستم غیرخطی موجود در لم (۴) و دینامیک مد لغزشی (۴۰) نشان می دهد که نقطه تعادل سیستم (۴۰)، پایدار زمان-متناهی کلی بوده و برای تمام لحظات $\{t \geq t_{total}\}$ متغیرهای $\{z_1(t), z_2(t)\}$ دقیقاً به صفر می رسند.

زمان همگرایی مطلق t_{total} از مجموع دو زمان متناهی t_{sm} و t_{reach} تشکیل شده که t_{sm} با رابطه (۴۱) تعیین می گردد. در (۴۱)، $\{M \in \mathbb{R}^{2 \times 2}\}$ و $\{B \in \mathbb{R}^{2 \times 2}\}$ ماتریس های متقارن مثبت معین اختیاری هستند که در معادله ی جبری ماتریسی لیاپانوف $\{BA + A^T B = -M\}$ صدق می کنند. نمادهای $\lambda_{\max}(B)$ و $\lambda_{\min}(M)$ به ترتیب بیانگر کوچکترین و بزرگترین مقادیر ویژه ماتریس های M و B می باشند.

$$\begin{cases} t_{sm} = \left(\frac{\lambda_{\max}(B)}{\lambda_{\min}(M)} \right) \left(\frac{V^\vartheta(z(t_{reach}))}{\vartheta} \right) \text{ with } \vartheta \triangleq \frac{1-\alpha_2}{\alpha_2} \\ V(z(t)) = z(t)^T B z(t) \text{ with } z(t) \triangleq [z_1^{\alpha_1}(t) \ z_2^{\alpha_2}(t)]^T \\ A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\mu_1 & -\mu_2 \end{pmatrix} \end{cases} \quad (41)$$

مد لغزشی می‌رسد و مقدار عددی t_{reach} با استفاده از نامساوی

$$\{t_{reach} \leq \pi\beta_5(\sqrt{2\beta_1\beta_2})^{-1}\}$$
 تخمین زده می‌شود.

6- نتایج شبیه‌سازی

شبیه‌سازی‌ها با استفاده از نرم‌افزار MATLAB انجام شده است. برای ثابت‌های سیستم فتوولتائی، مقادیر $\{C_1 = C_2 = 1000(\mu F), L = 1.21 (mH)\}$ و $\{R = 25 (\Omega), R_c = 39.6 (\Omega)\}$ لحاظ گردیده‌اند. مقادیر عددی برای ثابت‌های اختیاری موجود در خمینه لغزشی اول، دوم و سوم به ترتیب $\{\alpha_1 = \frac{9}{11}, \alpha_2 = 0.9, \mu_1 = 9, \mu_2 = 5, \{l_1 = 7, l_2 = 5\}\}$ و $\{4.5, 0.5\}$ انتخاب شده‌اند. دو ثابت اختیاری β_1 و β_2 که در سیگنال کنترلی راهکارهای پیشنهادی وجود دارند به صورت، $\{\beta_1 = 3\}$ و $\{\beta_2 = 5\}$ مقداردهی شده‌اند. مقادیر عددی شرایط اولیه $x(0) = [0 \ 3 \ 0]^T$ و $\{\Delta_1(t) = 0.25\sin(x_2(t)x_1(t))\}$ و $\{\Delta_2(t) = 0.3\sin(x_2(t))\}$ در نظر گرفته شده‌اند. ضابطه‌ی دمای مازول $T(t)$ و میزان تابش خورشید $E(t)$ در بازه‌ی زمانی صفر تا ده ثانیه به صورت رابطه‌ی (47) لحاظ گردیده است.

$$\begin{cases} T(t) = \begin{cases} 298^{\circ}K & \text{for } 0 < t < 6 \\ 323^{\circ}K & \text{for } 6 < t < 10 \end{cases} \\ E(t) = \begin{cases} 500(\frac{W}{m^2}) & \text{for } 0 < t < 4 \\ 800(\frac{W}{m^2}) & \text{for } 4 < t < 10 \end{cases} \end{cases} \quad (47)$$

با توجه به توابع $\{E(t), T(t)\}$ و استاندارد به رابطه (24)، نمودار مقدار ولتاژ مرجع $V_{pv,ref}$ در بازه‌ی زمانی $\{0 < t < 10\}$ به صورت شکل (7) نتیجه می‌شود. در تمام راهکارهای کنترلی پیشنهادی، سیگنال ورودی کنترلی اعمالی به مبدل باید باعث گردد تا ولتاژ خروجی مازول فتوولتائی $V_{pv}(t)$ به خوبی شکل موج مرجع $V_{pv,ref}(t)$ را ردیابی کند و در نتیجه، بیشینه توان ممکنه از سیستم فتوولتائی دریافت گردد. شکل (8)، پاسخ‌های زمانی $V_{pv}(t)$ را در ردیابی شکل موج مرجع $V_{pv,ref}(t)$ با اعمال پنج راهکار کنترلی (سه کنترل‌کننده غیرخطی مقاله حاضر و دو کنترل‌کننده‌ی مقالات [10] و [41]) به صورت مقایسه‌ای و مجزا نشان می‌دهد. در مراجع [10] و [41] به ترتیب کنترل‌کننده‌های گام به عقب و مد لغزشی پایاندار برای ردیابی نقطه بیشینه توان سیستم فتوولتائی طراحی شده‌اند. باید توجه داشت که در مقاله‌ی [41] مشابه با کنترل‌کننده‌های غیرخطی مقاله‌ی حاضر از رویکرد کنترل مد لغزشی پایاندار استفاده شده، اما خمینه لغزشی و سیگنال کنترلی متفاوت هستند. از آنجایی که شکل موج ولتاژ مرجع $V_{pv,ref}(t)$ در لحظات $\{t_0 = 0\}$ ، $\{t_1 = 4\}$ و $\{t_2 = 6\}$ تغییرات آنی پله‌ای دارد، برای این لحظه‌ها، تمام پاسخ‌های زمانی $V_{pv}(t)$ در شکل (9) بزرگنمایی شده‌اند. مشاهده‌ی دقیق بزرگنمایی‌های شکل (9) نشان می‌دهد که کنترل‌کننده‌های غیرخطی پیشنهادی دوم و سوم نسبت به کنترل‌کننده‌های مراجع [10] و [41] سریعتر عمل کرده‌اند. پاسخ‌های زمانی سیگنال کنترلی $u(t) = d(t)$ مرتبط با هر پنج راهکار کنترلی فوق‌الذکر در شکل (10) نمایش داده شده‌اند.

7- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله با استفاده از راهکار کنترل مد لغزشی پایاندار و تعریف چندین خمینه لغزشی ابتکاری، مسئله‌ی ردیابی نقطه بیشینه توان برای سیستم

چنانچه $\dot{V}(t)$ را از (17) جایگذاری گردد، تساوی $\dot{V}(t) = \left(\frac{1-d(t)}{C_2(1+\frac{R_c}{R})}\right)I_L(t)V_{c_2}(t) - \left(\frac{1}{C_2(R+R_c)}\right)V_{c_2}^2(t)$ بدست می‌آید. با استناد به نامساوی اخیر $\left\{\left|\left(\frac{1-d(t)}{C_2(1+\frac{R_c}{R})}\right)I_L(t)\right| \leq \eta\right\}$ ، نامساوی اسکالری $\left\{\dot{V}(t) \leq \left(-\left(\frac{1}{C_2(R+R_c)}\right)V_{c_2}^2(t) + \eta\right)V_{c_2}(t)\right\}$ برای $\dot{V}(t)$ نتیجه می‌گردد. با توجه به نامساوی حاصل شده برای $\dot{V}(t)$ ، می‌توان پایداری UUB و نتیجتاً کران‌داری متغیر حالت $\{x_3(t) = V_{c_2}(t)\}$ را نتیجه گرفت. **یادآوری 2.** در شکل (6) ساختار کنترلی حلقه‌بسته‌ی پیشنهادی برای سیستم فتوولتائی آورده شده است. در این ساختار حلقه‌بسته، بخش مرتبط با کنترل از دو بلوک اساسی تشکیل شده است. یکی از این بلوک‌های اساسی وظیفه‌ی محاسبه‌ی مقادیر مرجع $I_{pv,ref}(t)$ و $V_{pv,ref}(t)$ را دارد. داده‌های ورودی به این بلوک، میزان تابش خورشید $E(t)$ و دمای مازول فتوولتائی $T(t)$ هستند که مقادیرشان به زمان وابسته است. داده‌های خروجی این بلوک مقادیر مرجع $I_{pv,ref}(t)$ و $V_{pv,ref}(t)$ می‌باشند که با استفاده از روابط تحلیلی (20) تا (24) محاسبه می‌گردند. وظیفه‌ی تولید سیگنال کنترلی (چرخه کار با فرکانس ثابت) برای مبدل بر عهده‌ی دومین بلوک اساسی بخش کنترلی می‌باشد. این بلوک اساسی می‌تواند شامل یکی از سه نوع کنترل‌کننده مد لغزشی پیشنهادی باشد. داده‌های ورودی این بلوک، متغیرهای $d_L(t)$ ، $V_{pv}(t)$ ، $V_{pv,ref}(t)$ ، $I_{pv,ref}(t)$ و $V_{c_2}(t)$ هستند. در درون این بلوک، خطاهای ردیابی $\{e_1(t), e_2(t)\}$ با روابط (25) و (26) تعیین شده و سپس خمینه لغزشی $s(t)$ با کمک یکی از روابط (29)، (38) و یا (42) محاسبه می‌گردد. در ادامه سیگنال کنترلی $u(t) = d(t)$ که خروجی این بلوک اساسی می‌باشد با به کارگیری یکی از رابطه‌های (30)، (39) و یا (43) حاصل می‌شود.

یادآوری 3. ثابت‌های اختیاری موجود در سه نوع کنترل‌کننده‌های غیرخطی پیشنهادی به صورت جمع‌بندی شده و فهرست‌وار در جدول (1) آورده شده‌اند. بدیهی است با انتخاب مقادیر عددی مناسب برای ثابت‌های اختیاری می‌توان زمان‌های متناهی t_{reach} و t_{sm} را تا حد قابل توجهی کاهش داد و در نتیجه سرعت عملکرد سیستم حلقه‌بسته فتوولتائی را بهبود بخشید.

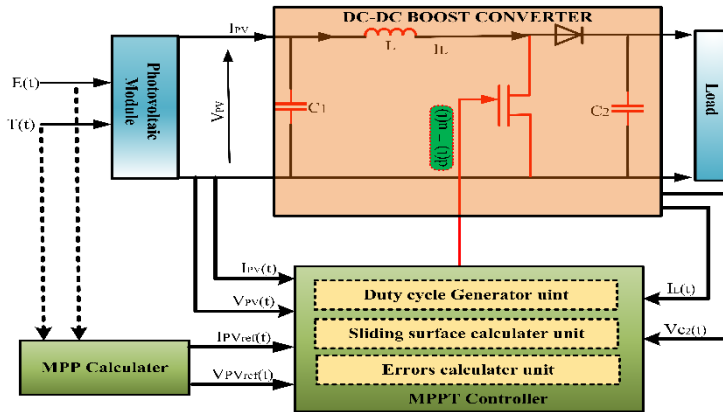
یادآوری 4. عبارت $\{u_r = -\left(\frac{\gamma_1}{C_1} + \beta_1\right)\text{sign}(s) - \beta_2 s\}$ که در ورودی‌های مرتبط با کنترل‌کننده‌های مد لغزشی وجود داشت را می‌توان با $\{u_r = -\left(\frac{\gamma_1}{C_1}\right)\text{sign}(s) - \beta_1 |s|^{\beta_3} \text{sign}(s) - \beta_2 |s|^{\beta_4} \text{sign}(s)\}$ جایگزین کرد. در عبارت جدید برای $u_r(t)$ ، ثابت‌های اختیاری $\{\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4\}$ با شرایط $\{\beta_1 > 0\}$ ، $\{\beta_2 > 0\}$ ، $\{\beta_3 = 1 - \frac{1}{\beta_5}\}$ و $\{\beta_4 = 1 + \frac{1}{\beta_5}\}$ انتخاب می‌شوند که β_5 نیز ثابت اختیاری مثبت است. با اعمال جایگزینی عبارت فوق‌الذکر و تکرار گام اول اثبات پایداری زمان-متناهی کلی سیستم حلقه‌بسته فتوولتائی، نامساوی (46) به دست می‌آید.

$$\dot{V}(t) \leq \left\{-\beta_1 |s(t)|^{\left(2 - \frac{1}{\beta_5}\right)} - \beta_2 |s(t)|^{\left(2 + \frac{1}{\beta_5}\right)}\right\} \quad (46)$$

با تعریف پارامترهای مناسب $\{\rho_1 \triangleq \sqrt{2}\beta_1, \rho_2 \triangleq \sqrt{2}\beta_2, \rho_5 \triangleq \beta_5\}$ و $\{\rho_3 \triangleq 1 - 0.5\beta_5^{-1}, \rho_4 \triangleq 1 + 0.5\beta_5^{-1}\}$ ، اثبات می‌گردد که سیستم (28) بعد از گذشت زمان متناهی t_{reach} به دینامیک

برآورده ساختن هدف ردیابی زمان-متناهی نقطه بیشینه توان، پایداری زمان-متناهی کلی سیستم حلقه‌بسته‌ی فتوولتائی را تضمین می‌کند.

حلقه‌بسته‌ی فتوولتائی مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج تحلیلی و شبیه‌سازی‌های مقاله نشان داد که هر سه راهکار کنترلی پیشنهادی ضمن



شکل ۶. تصویر مفهومی از عملکرد ساختار کنترلی حلقه‌بسته سیستم فتوولتائی

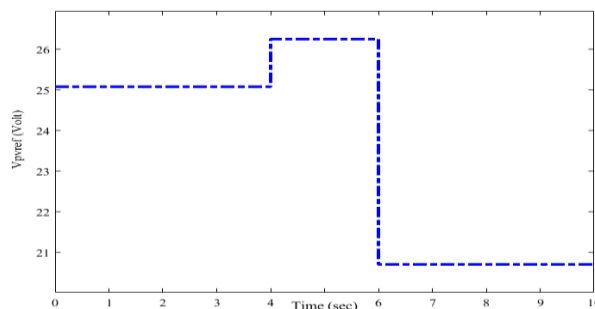
جدول ۱. فهرست ثابت‌های اختیاری موجود در کنترل‌کننده‌های مدل‌لغزشی پیشنهادی به همراه شرایط لازم برای آن‌ها

راهکار کنترلی	ثابت‌های خمینه لغزشی	ثابت‌های ورودی کنترلی
نوع اول	$l_1 > l_2 > 0$	$\beta_1 > 0$ and $\beta_2 > 0$
نوع دوم	$\alpha_1 = \frac{\alpha_2}{2 - \alpha_2}$ and $0 < \alpha_2 < 1$ $\mu_1 > 0$ and $\mu_2 > 0$	$\beta_1 > 0$ and $\beta_2 > 0$
نوع سوم	$U_2 = \frac{U_1}{2 - U_1}, 0 < U_1 < 1$	$\beta_1 > 0$ and $\beta_2 > 0$

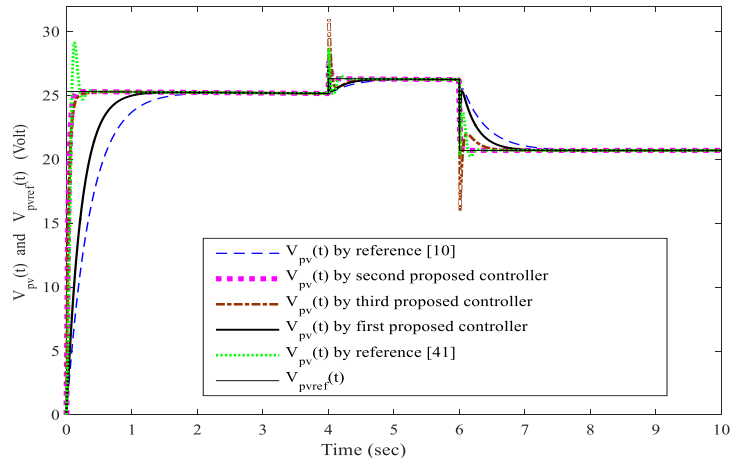
نامعینی، نامعلوم است و ورودی کنترلی هر سه راهکار مجدداً با این فرض جدید طراحی گردد. دو راه‌حل پیشنهادی برای این موضوع عبارتند از: (الف): تعریف قانون به‌روزرسانی زمان-متناهی برای تخمین کران بالای نامعینی و استفاده از روش کنترل تطبیقی-لغزشی پایاندار، (ب) تخمین کران بالای نامعینی با شبکه عصبی مصنوعی (از نوع شبکه عصبی تابع پایه شعاعی) و استفاده از روش کنترل عصبی-لغزشی پایاندار. در این مقاله برای هر سه راهکار کنترلی فرض گردید که متغیرهای خروجی مبدل DC-DC (جریان سلف میانی و ولتاژ خازن خروجی) همواره قابل اندازه‌گیری بوده و به صورت فیزیکی در دسترس می‌باشند. در راستای دومین کار پژوهشی آینده، می‌توان رویکرد غیرخطی زمان-متناهی را برای تخمین این متغیرهای خروجی طراحی و پیشنهاد داد تا در هر سه راهکار کنترلی از مقادیر تخمینی این متغیرها استفاده شود. یکی از چالش‌های اساسی برای این موضوع پژوهشی، اثبات مجدد پایداری زمان-متناهی کلی سیستم حلقه‌بسته‌ی فتوولتائی در حضور تلفیقی راهکار کنترلی غیرخطی و رویکرد غیرخطی زمان-متناهی است

دو نتیجه مهم و قابل استخراج از این مقاله به شرح زیر می‌باشند (الف): فرآیند اثبات پایداری زمان-متناهی سیستم غیرخطی فتوولتائی، نشان داد که روش کنترل مدل‌لغزشی معمولی با خمینه‌های لغزشی خطی هرگز قادر به تضمین پایداری زمان-متناهی کلی نمی‌باشد و شرط لازم (اما نه کافی) برای فراهم ساختن این نوع پایداری، تعریف تلفیقی خمینه‌های لغزشی خطی و غیرخطی است. (ب): رابطه‌ی استخراجی برای تخمین زمان متناهی مطلق t_{total} نشان داد که این زمان به شرایط اولیه و ثابت‌های اختیاری موجود در ورودی کنترلی وابسته است و با انتخاب مناسب مقادیر عددی برای ثابت‌های اختیاری مذکور، می‌توان t_{total} را تا حد قابل قبولی کاهش داد.

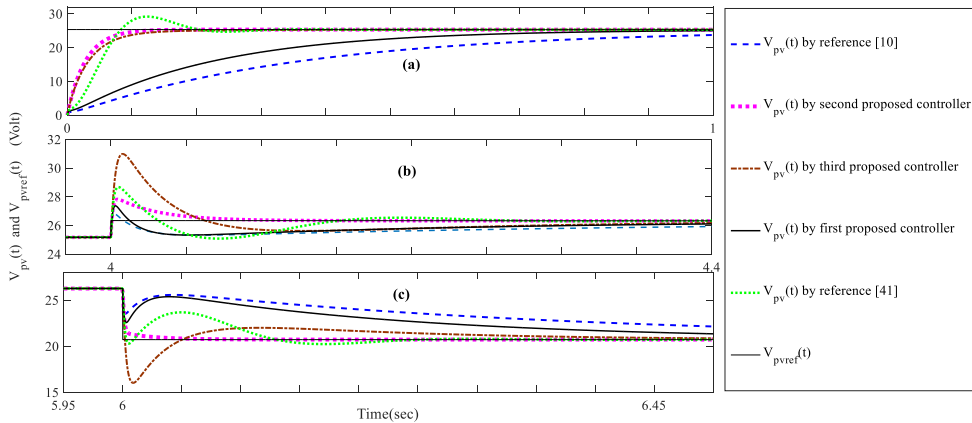
در این مقاله فرض معلوم بودن کران بالای نامعینی و استفاده‌ی مستقیم از آن در رابطه ورودی کنترلی، تا حدود زیادی محافظه‌کارانه بوده و باعث می‌گردد دامنه ورودی کنترلی (و نتیجتاً انرژی کنترلی) بدون آن که نیاز باشند، خیلی بزرگ شود و تلاش کنترلی بهینه به سیستم اعمال نشود. در راستای اولین کار پژوهشی آینده، می‌توان فرض کرد که کران بالای



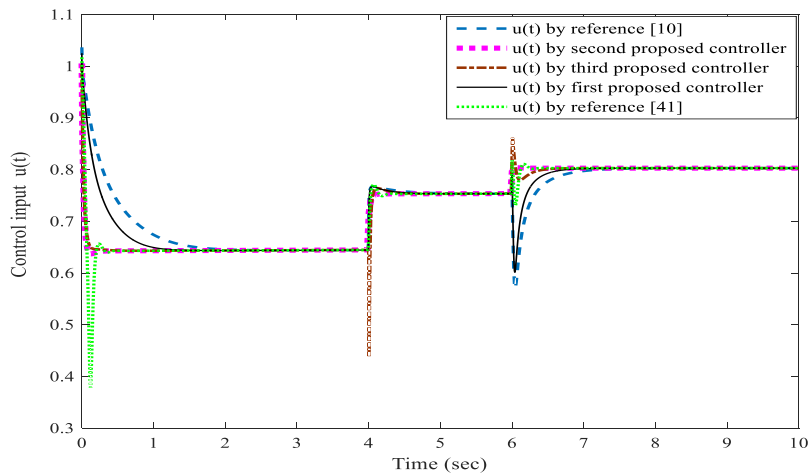
شکل ۷. نمودار مقدار ولتاژ مرجع V_{pvref} در بازه زمانی $\{0 < t < 10\}$.



شکل ۸. پاسخ‌های زمانی $V_{pv}(t)$ در ردیابی شکل موج ولتاژ مرجع $V_{pvref}(t)$ با اعمال پنج راهکار کنترلی مجزا



شکل ۹. بزرگنمایی پاسخ زمانی ولتاژ مازول فتوولتائی $V_{pv}(t)$ برای هر پنج راهکار کنترلی، (a): بزرگنمایی پاسخ زمانی $V_{pv}(t)$ در لحظه $\{t_0 = 0\}$; (b): بزرگنمایی پاسخ زمانی $V_{pv}(t)$ در لحظه $\{t_1 = 4\}$; (c): بزرگنمایی پاسخ زمانی $V_{pv}(t)$ در لحظه $\{t_2 = 6\}$.



شکل ۱۰. پاسخ‌های زمانی ورودی کنترلی $\{u(t) = d(t)\}$ مرتبط با پنج راهبرد کنترلی مجزا

Annual Reviews in Control, vol. 49, no. 1, pp. 173-196, 2020.

[2] M. Sarvi and A. Azadian, "A comprehensive review and classified comparison of MPPT algorithms in PV systems," *Energy Systems*, vol. 13, no. 1, pp. 281-320, 2022.

مراجع

[1] F. Faraz Ahmad, C. Ghenai, A. K. Hamid, and M. Bettayeb, "Application of sliding mode control for maximum power point tracking of solar photovoltaic systems: A comprehensive review,"

- in photovoltaic systems," *CES Transactions on Electrical Machines and Systems*, vol. 2, no. 3, pp. 303-311, 2018.
- [15] F. Valenciaga and F. A. Inthamoussou, "A novel PV-MPPT method based on a second order sliding mode gradient observer," *Energy Conversion and Management*, vol. 176, no. 1, pp. 422-430, 2018.
- [۱۶] محمود ابوالحسنی زرگو، سید بابک مظفری و تورج امرایی، "کنترل توربین بادی با ژنراتور القایی دوگانه تغذیه جهت استحصال حداکثر توان قابل جذب" *مجله علمی و پژوهشی کنترل*، جلد ۸، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۳، صفحات ۵۳-۴۳.
- [17] R. Pradhan and B. Subudhi, "Double integral sliding mode MPPT control of a photovoltaic system," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 24, no. 1, pp. 285-292, 2016.
- [18] B. K. Oubbati, M. Boutoubat, A. Rabhi, and M. Belkheiri, "Experiential integral backstepping sliding mode controller to achieve the maximum power point of a PV system," *Control Engineering Practice*, vol. 102, no. 1, pp. 104570 (1-15), 2020.
- [19] S. Rajamand, "A novel sliding mode control and modified PSO-modified P&O algorithms for peak power control of PV," *ISA Transactions*, DOI: 10.1016/j.isatra.2022.04.009, 2022.
- [20] A. S. Deshpande and S. L. Patil, "Robust observer-based sliding mode control for maximum power point tracking," *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, vol. 31, no. 1, pp. 1210-1220, 2020.
- [21] H. Aminnejhad, S. Kazeminia, and M. Aliasghary, "Robust sliding-mode control for maximum power point tracking of photovoltaic power systems with quantized input signal," *Optik*, vol. 247, no. 1, pp. 167983(1-12), 2021.
- [22] D. Cortes-Vega and H. Alazki, "Robust maximum power point tracking scheme for PV systems based on attractive ellipsoid method," *Sustainable Energy, Grids and Networks*, vol. 25, no. 1, pp. 100410 (1-14), 2021.
- [۲۳] هادی دلاوری و سیده زهرا رشیدنژاد حیدری، "طراحی کنترل کننده مد لغزشی ترمینال تطبیقی مرتبه کسری برای ردیابی نقطه حداکثر توان در یک سلول خورشیدی تحت شرایط عادی و شرایط سایه جزئی" *نشریه سامانه‌های غیرخطی در مهندسی برق*، جلد ۵، شماره ۲، زمستان ۱۳۹۷، صفحات ۲۲-۴.
- [۲۴] علی ابویی، حمیدرضا احمدزاده، محمد حائری و محمد مهدی عارفی، "طراحی گشتاورهای غیرخطی زمان-متناهی مقاوم برای ربات- n درجه آزادی در حضور نامعینی‌ها و غیرخطی سازه‌های ورودی شعاعی و ناحیه مرده" *مجله علمی و پژوهشی کنترل*، جلد ۱۴، شماره ۱، بهار ۱۳۹۹، صفحات ۹۱-۷۳.
- [3] T. T. Sarkar and C. Mahanta, "Gain tuned sliding mode control based maximum power point tracking for solar PV systems," *IFAC-Paper Online*, vol. 55, no. 1, pp. 417-422, 2022.
- [4] A. Kchaou, A. Naamane, Y. Koubaa, and N. M'sirdi, "Second order sliding mode-based MPPT control for photovoltaic applications," *Solar Energy*, vol. 155, no. 1, pp. 758-769, 2017.
- [5] D. G. Montoya, C. A. Ramos-Paja, and R. Giral, "Improved design of sliding-mode controllers based on the requirements of MPPT techniques," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 31, no. 1, pp. 235-247, 2016.
- [6] D. Cortes-Vega and H. Alazki, "Robust maximum power point tracking scheme for PV systems based on attractive ellipsoid method," *Sustainable Energy, Grids and Networks*, vol. 25, no. 1, pp. 100410 (1-14), 2021.
- [7] A. K. Podder, N. K. Roy, and H. R. Pota, "MPPT methods for solar PV systems: a critical review based on tracking nature," *IET Renewable Power Generation*, vol. 13, no. 10, pp. 1615-1632, 2019.
- [8] Y. Zhu and J. Fei, "Adaptive global fast terminal sliding mode control of grid-connected photovoltaic system using fuzzy neural network approach," *IEEE Access*, vol. 5, no. 1, pp. 9476-9484, 2017.
- [9] M. A. Mahmud, T. K. Roy, S. Saha, M. E. Haque, and H. R. Pota, "Robust nonlinear adaptive feedback linearizing decentralized controller design for islanded DC microgrids," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 55, no. 5, pp. 5343-5352, 2019.
- [10] K. Dahech, M. Allouche, T. Damak, and F. Tadeo, "Backstepping sliding mode control for maximum power point tracking of a photovoltaic system," *Electric Power Systems Research*, vol. 143, no. 1, pp. 182-188, 2017.
- [11] D. G. Montoya, P. A. Ortiz Valencia, and C. A. Ramos-Paja, "Fixed-frequency implementation of sliding-mode controllers for photovoltaic systems," *International Journal of Energy and Environmental Engineering*, vol. 10, no. 1, pp. 287-305, 2019.
- [12] E. Bianconi, J. Calvente, R. Giral, E. Mamarelis, G. Petrone, C. A. Ramos-Paja, G. Spagnuolo, and M. Vitelli, "A fast current-based MPPT technique employing sliding mode control," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 60, no. 3, pp. 1168-1178, 2013.
- [۱۳] احمد دهقان زاده، غلامرضا فراهانی و محسن معبودی، "ردیابی توان بیشینه سیستم‌های فتوولتائی با استفاده از الگوریتم رسانیابی افزایشی اصلاح شده و کنترل کننده پیش‌بین" *مجله علمی و پژوهشی کنترل*، جلد ۱۲، شماره ۲، بهار ۱۳۹۷، صفحات ۷۵-۶۷.
- [14] Z. Meng, W. Shao, J. Tang, and H. Zhou, "Sliding-mode control based on index control law for MPPT

- [36] X. Tang, D. Zhai, and X. Li, "Adaptive fault-tolerance control based finite-time backstepping for hypersonic flight vehicle with full state constrains," *Information Sciences*, vol. 507, no. 1, pp. 53–66, 2020.
- [37] Z. Y. Sun, C. Q. Zhou, C. C. Chen, and Q. Meng, "Fast finite-time adaptive stabilization of high-order uncertain nonlinear systems with output constraint and zero dynamics," *Information Sciences*, vol. 514, no. 1, pp. 571–586, 2020.
- [38] Y. Guo, J. H. Guo, X. Liu, A. J. Li, and C. Q. Wang, "Finite-time blended control for air-to-air missile with lateral thrusters and aerodynamic surfaces," *Aerospace Science and Technology*, vol. 97, no. 1, pp. 105638 (1–7), 2020.
- [39] H. Li, S. Zhao, W. He, and R. Lu, "Adaptive finite-time tracking control of full state constrained nonlinear systems with dead-zone," *Automatica*, vol. 100, no. 1, pp. 99–107, 2019.
- [40] S. P. Bhat and D. S. Bernstein, "Continuous finite-time stabilization of the translational and rotational double integrators," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 43, no. 5, pp. 678–682, 1998.
- [41] A. Zaidi, K. Dahech, and T. Damak, "Maximum power point tracking of photovoltaic systems based on fast terminal sliding mode controller," *International Journal of Renewable Energy Research*, vol. 6, no. 4, pp. 1435-1445, 2016.
- [42] A. K. Podder, M. Habibullah, N. K. Roy, and H. R. Pota, "A chronological review of prospects of solar photovoltaic systems in Bangladesh: Feasibility study analysis, policies, barriers, and recommendations," *IET Renewable Power Generation*, vol. 15, no. 10, pp. 2109-2132, 2021.
- [25] علی ابونئی، مهرا ن اسلامی و محمد حائری، "طراحی کنترل کننده های غیرخطی زمان-متناهی مقاوم برای زیردریایی شش درجه آزادی به منظور ردیابی مسیر" *مجله علمی و پژوهشی کنترل*، جلد ۱۴، شماره ۱، بهار ۱۳۹۹، صفحات ۹۳-۱۱۳.
- [26] H. Fakharzade Bafghi, M.R. Jahed-Motlagh, A. Abooe, and A. Moarefianpur, "Robust finite-time tracking for a square fully-actuated class of nonlinear systems," *Nonlinear Dynamics*, vol. 103, no. 1, pp. 1611-1625, 2021.
- [27] F. Sedghi, M. M. Arefi, A. Abooe, and S. Yin, "Distributed adaptive-neural finite-time consensus control for stochastic nonlinear multi-agent systems subject to saturated inputs," *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, DOI: 10.1109/TNNLS.2022.3145975, 2022.
- [28] Z. Yang and H. Sugiura, "Robust nonlinear control of a three-tank system using finite-time disturbance observers," *Control Engineering Practice*, vol. 84, no. 1, pp. 63–71, 2019.
- [29] M. Basin, "Finite- and fixed-time convergent algorithms: Design and convergence time estimation," *Annual Reviews in Control*, vol. 48, no. 1, pp. 209–221, 2019.
- [30] A. Abooe, M. Hayeri Mehrizi, M. M. Arefi, and S. Yin, "Finite-time sliding mode control for a 3-DOF fully actuated autonomous surface vehicle," *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, vol. 43, no. 2, pp. 371-389, 2021.
- [31] J. Yu, P. Shi, and L. Zhao, "Finite-time command filtered backstepping control for a class of nonlinear systems," *Automatica*, vol. 92, no. 1, pp. 173–180, 2018.
- [32] L. Sun, M. Li, M. Wang, W. Yin, N. Sun, and J. Liu, "Continuous finite-time output torque control approach for series elastic actuator," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 139, no. 1, pp. 105853(1–12), 2020.
- [33] K. Mei, L. Ma, R. He, and S. Ding, "Finite-time controller design of multiple integrator nonlinear systems with input saturation," *Applied Mathematics and Computation*, vol. 372, no. 1, pp. 1–16, 2020.
- [34] A. Abooe, M. M. Arefi, F. Sedghi, and V. Abootalebi, "Three robust nonlinear control schemes for finite-time tracking problem of a 5-DOF upper-limb exoskeleton robot," *International Journal of Control*, vol. 92, no. 9, pp. 2178-2193, 2019.
- [35] F. Sedghi, M. M. Arefi, A. Abooe, and O. Kaynak, "Adaptive robust finite-time nonlinear control of a typical autonomous underwater vehicle with saturated inputs and uncertainties," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 26, no. 5, pp. 2517-2527, 2021.