

## طراحی کنترل کننده بهینه غیرخطی برای حرکت زیردریایی در کانال عمق با استفاده از روش گرادیان نزولی با انتخاب روشمند گام

مرضیه احمدی<sup>۱</sup>، علیرضا فرجی<sup>۲</sup>، ابوالفضل حلوائی نیاسر<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق کنترل، دانشکده مهندسی، مؤسسه آموزش عالی فیض کاشانی، miss.marziehahmadi@yahoo.com

<sup>۲</sup> استادیار گروه کنترل، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه کاشان، arfaraji@kashanu.ac.ir

<sup>۳</sup> استادیار گروه قدرت، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه کاشان، halvaei@kashanu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۳/۲/۱۲، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۳/۶/۷)

**چکیده:** این مقاله به طراحی یک کنترل کننده بهینه غیرخطی برای مدل غیرخطی شش درجه آزادی یک زیردریایی می پردازد. اهداف طراحی پایدارسازی، رسیدن به عمق مطلوب در پایان مانور و انتخاب مسیر بهینه مانور است که با حل بهینه تابع هزینه تعریف شده قابل دستیابی است. نوآوری این مقاله انتخاب روشمند گام در حل مسئله بهینه سازی تابع هدف به کمک الگوریتم گرادیان نزولی است که سرعت همگرایی روش را تا حدود دو برابر نسبت به انتخاب گامهای یکسان افزایش یافته است. در پایان به کمک شبیه سازی با نرم افزار متلب رفتار مقاوم کنترل کننده در حضور عدم قطعیت پارامتری مدل برای مانور در عمق های مختلف بررسی شده که نتایج نشان دهنده دستیابی به اهداف طراحی و عملکرد مقاوم کنترل کننده طراحی شده است.

**کلمات کلیدی:** حرکت زیردریایی در کانال عمق، کنترل کننده بهینه غیرخطی، گرادیان نزولی، انتخاب روشمند گام، عدم قطعیت

پارامتری.

### Design of Nonlinear Optimal Controller for Moving of Underwater Vehicle in Depth Channel by Using Gradient Descent Method With Systematic Step Selection

Marzieh Ahmadi, Alireza Faraji, Abolfazl Halvaei Niasar

**Abstract:** This paper proposes the design of a nonlinear optimal controller for a submarine with nonlinear model with six degrees of freedom (6-DOF). The control aims includes achieving system stability, reaching the submarine to a desirable point at the end of the maneuver, and choosing the optimal path that are accessible by solution of optimal cost function. The novelty of this paper is the systematic step selection in the gradient descent algorithm that has increased the rate of convergence beyond two times rather than fixed step algorithm. Finally, via some simulations, the robust performance of the designed controller for moving in different depths with considering of parametric uncertainty has been confirmed.

**Keywords:** Submarine maneuver in depth channel, Nonlinear optimal control, Gradient descent, Systematic step selection, Parametric uncertainty.

## ۱- مقدمه

در حال حاضر زیردریایی‌ها نشان‌دهنده توانمندی قابل توجه کشورها در عرصه‌های مختلف علمی و نظامی هستند. در سال‌های اخیر توجه به پژوهش در مورد زیردریایی‌ها به طور چشمگیری افزایش یافته است [۱ و ۲]. این نوع پژوهش‌ها عموماً طبقه‌بندی شده و غیرقابل دسترسی هستند. تلاش‌های زیادی در جهت کنترل وسایل زیردریایی انجام گرفته است تا بتوان این وسیله را در عمق آب هدایت کرد. لیکن مانور مطلوب با وجود وضعیت تعادل ناپایدار زیردریایی در عمق و شرایط ناشناخته عمق آب در حضور جریانهای زیر آبی امری مهم و دشوار می‌باشد. لذا هدایت زیردریایی از مهمترین مسائل فناوری محسوب می‌شود. از اینرو مدلسازی و تعیین معادلات حرکت و انتخاب روش کنترلی مناسب برای زیردریایی، بسیار حائز اهمیت است.

در زمینه مدلسازی زیردریایی تاکنون مطالعات مختلفی صورت گرفته است. در سال ۱۹۹۱، طی تحقیقاتی، با توجه به نیروهایی که بر حرکت یک زیردریایی تاثیر می‌گذارند، معادلات حاکم بر آن استخراج شد [۴]. مدل دینامیکی ارائه شده برای زیردریایی تورپدوی ساخت هلند یکی دیگر از تلاشها در زمینه مدلسازی زیردریایی به-شمار می‌آید [۵]. در همین زمینه مطالعاتی با توجه به تحلیل نیروها در سال ۲۰۱۳ صورت پذیرفته است [۶].

اما در زمینه طراحی کنترل کننده زیردریایی به علل نظامی و امنیتی، مقالات زیادی منتشر نشده است. از موارد منتشر شده می‌توان به تحقیقات مقایسه‌ای کنترل کننده های مقاوم و مود لغزشی در سال ۱۹۹۴ اشاره کرد [۷]. در این مقاله کنترل کننده مقاوم و مود لغزشی روی مدل خطی طراحی شده است. در زمینه مطالعات کنترل فازی، می‌توان به طراحی کنترل کننده فازی برای زیردریایی در سال ۲۰۰۵ اشاره کرد [۸]. فرض این مطالعات، استفاده از مدل زیردریایی با پنج درجه‌ی آزادی بوده است. همچنین طراحی کنترل کننده تک ورودی فازی تطبیقی از دیگر تلاشها در زمینه طراحی می‌باشد [۹]. در زمینه کنترل زیردریایی در کانال عمق بر مبنای شبکه‌ی عصبی و منطق فازی نیز در سال‌های ۲۰۰۷ و ۲۰۱۳ تحقیقاتی با ساده سازی‌های فرضی مانند در نظر گرفتن چهار متغیر حالت و یک ورودی کنترلی صورت پذیرفته است [۱۰ و ۱۱].

اغلب مقالات ارائه شده بر مبنای مدل خطی با درجه‌ی آزادی کم یا مدل ساده‌سازی شده می‌باشد. در این مقاله تلاش شده است تا طراحی کنترل کننده برای مدل غیرخطی و بدون ساده‌سازی صورت پذیرد تا به عملکرد سیستم به شرایط واقعی نزدیکتر باشد. با توجه به اینکه زیردریایی در کانال عمق در شرایط تعادل ناپایدار و دارای رفتاری غیرخطی می‌باشد، لذا کنترل کننده غیرخطی برای پایدارسازی سیستم مدنظر قرار گرفته و چون انتخاب مسیر بهینه مانور و رسیدن به عمق مطلوب در پایان مانور از اهداف طراحی می‌باشد، یک تابع هزینه برای نیل به اهداف مذکور تعریف می‌شود و برای بهینه‌سازی آن از روش-

گرادیان نزولی استفاده خواهد شد.

نوآوری این مقاله انتخاب روشمند گام در حل الگوریتم گرادینان نزولی برای افزایش سرعت همگرایی نسبت به حالتی است که گامهای ثابت و یکسان در نظر گرفته شود. بعلاوه در این مقاله تلاش شده تا رفتار مقاوم کنترل کننده در برابر عدم قطعیت پارامترهای مدل در عمقهای مختلف بررسی گردد.

افزایش سرعت همگرایی روش گرادینان نزولی با انتخاب روشمند گام الگوریتم، بهینه بودن رفتار کنترل کننده و مقاوم بودن عملکرد آن در برابر عدم قطعیت پارامتری مدل غیرخطی بدون ساده سازی، از مزایای این طراحی می‌باشد. البته این کار پیچیدگی، زمانبر بودن و در نتیجه افزایش هزینه پیاده سازی در طراحی کنترل کننده را به همراه دارد که از معایب آن محسوب می‌شود.

در ادامه‌ی این مقاله، در ابتدا در بخش ۲ مدل زیردریایی منتخب از مراجع تشریح می‌شود. در بخش ۳، کنترل کننده بهینه غیرخطی با استفاده از روش گرادینان نزولی با انتخاب روشمند گام تحلیل و طراحی گردیده و همچنین رفتار کنترل کننده طراحی شده در برابر عدم قطعیت و تست صعود برای عمق‌های مختلف بررسی می‌گردد. سپس نتایج شبیه‌سازی کلیه مراحل طراحی در بخش ۴ نشان داده می‌شود.

## ۲- مدل زیردریایی

معادلات حاکم بر مانور زیردریایی معمولاً در دو دستگاه مختصات استاندارد بدنه- ثابت<sup>۱</sup> و زمین- ثابت<sup>۲</sup> توصیف می‌شوند. برای تحلیل مانور زیردریایی با شش درجه‌ی آزادی، معمولاً از دستگاه مختصات بدنه ثابت  $X_0 Y_0 Z_0$  استفاده می‌شود و اغلب مبدأ مختصات بدنه ثابت تقریباً بر مرکز گرانش منطبق می‌باشد.

## ۲-۱ موقعیت، جهت‌گیری و بردارهای سرعت زیردریایی

موقعیت و جهت‌گیری زیردریایی توسط کمیت‌های مطابق با SNAME<sup>۳</sup>، از مرجع [۱۲] توسط رابطه‌ی (۱) تعریف می‌گردد.

$$\eta_1 = (x, y, z)^T, \quad \eta_2 = (\phi, \theta, \psi)^T \quad (1)$$

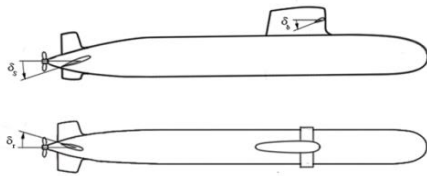
$$\eta = (\eta_1^T, \eta_2^T)^T$$

که در آن  $\eta_1$  مشخص کننده‌ی موقعیت زیردریایی و  $\eta_2$  معرف جهت-گیری زیردریایی می‌باشد. به عبارتی دیگر  $x$ ،  $y$  و  $z$  به ترتیب معرف موقعیت زیردریایی نسبت به محورهای مرجع شمال، شرق و عمق می-باشند و  $\phi$ ،  $\theta$  و  $\psi$  به ترتیب نمایانگر زاویه‌های چرخش، عمق و جهت نسبت به محورهای مرجع می‌باشند. شکل ۱ شماتیکی از موقعیت و جهت‌گیری زیردریایی را برای تفهیم بهتر نشان می‌دهد.

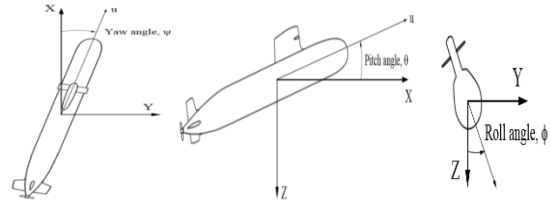
<sup>۱</sup> Body-fixed

<sup>۲</sup> Earth-fixed

<sup>۳</sup> Society of Naval Architects and Marine Engineers



شکل ۳: شماتیک ورودی‌های کنترلی



شکل ۱: شماتیک موقعیت و جهت گیری زیردریایی

**۳-۲ مدل دینامیکی زیردریایی**

در حالت کلی شکل استاندارد مدل دینامیکی حالت، بردار متغیرهای حالت و ورودی‌های کنترلی به صورت رابطه ۴ می‌باشد:

$$\dot{X}(t) = f(X(t), U(t)) \quad (4)$$

$$X = (x, y, z, \phi, \psi, u, v, w, p, q, r)^T$$

$$U(t) = (\delta_b(t), \delta_s(t), \delta_r(t))^T$$

باتوجه به نیروها و گشتاورهای اعمالی بر وسیله‌ی زیردریایی در مرجع [۴]، مدل دینامیکی زیر برای زیردریایی مورد مطالعه اخذ می‌گردد [۱۳ و ۱۴ و ۱۵].

$$f_1 = \cos\psi\cos\theta \cdot u + (-\sin\psi\cos\phi + \cos\psi\sin\theta\sin\phi)v + (-\sin\psi\cos\phi + \cos\psi\sin\theta\sin\phi)w \quad (5)$$

$$f_2 = \sin\psi\cos\theta \cdot u + (\cos\psi\cos\phi + \sin\psi\sin\theta\sin\phi)v + (-\cos\psi\sin\phi + \sin\psi\sin\theta\cos\phi)w \quad (6)$$

$$f_3 = -\sin\theta \cdot u + (\cos\theta\sin\phi)v + (\cos\theta\cos\phi)w \quad (7)$$

$$f_4 = p + \sin\phi\tan\theta \cdot q + \cos\phi\tan\theta \cdot r \quad (8)$$

$$f_5 = \cos\phi \cdot q - \sin\phi \cdot r \quad (9)$$

$$f_6 = \left(\frac{\sin\phi}{\cos\theta}\right)q + \left(\frac{\cos\phi}{\cos\theta}\right)r \quad (10)$$

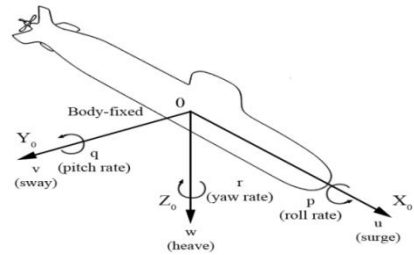
$$f_7 = m[vr - wq + x_G(q^2 + r^2) - y_G(p) - z_G(pr)] + \frac{\rho}{2}l^4[X'_{qq}q^2 + X'_{rr}r^2 + X'_{rp}rp + X'_{rq}rq] + \frac{\rho}{2}l^3[X'_{vr}vr + X'_{wq}wq] + \frac{\rho}{2}l^2[X'_{uu}u^2 + X'_{vv}v^2 + X'_{ww}w^2 + X'_{|w|w}|w|] + \frac{\rho}{2}l^2[X'_{\delta_r\delta_r}u^2\delta_r^2 + X'_{\delta_s\delta_s}u^2\delta_s^2 + X'_{\delta_b\delta_b}u^2\delta_b^2] - (W - B)\sin\theta + \rho T(1 - t) \quad (11)$$

بردارهای سرعت زیردریایی نیز در مختصات بدنه- ثابت به صورت رابطه (۲) تعریف می‌شوند:

$$v_1 = (u, v, w)^T, \quad v_2 = (p, q, r)^T \quad (2)$$

$$v = (v_1^T, v_2^T)^T$$

در سیستم مرجع بدنه ثابت  $v_1$  بردار سرعت خطی و  $v_2$  بردار سرعت زاویه‌ای نامیده می‌شود. به عبارتی  $u, v$  و  $w$  معرف سرعت‌های خطی در راستای محور  $x, y$  و  $z$  است و  $p, q$  و  $r$  نمایانگر سرعت‌های زاویه‌ای حول محور  $x, y$  و  $z$  می‌باشند. شکل ۲ بردارهای سرعت زیردریایی را نمایش می‌دهد.



شکل ۲: بردارهای سرعت زیردریایی

**۲-۲ عملگرهای کنترلی**

سیستم عملگر کنترلی در زیردریایی شامل بالکها، سکان<sup>۱</sup> و سروموتورها می‌باشد. کارایی بالک‌های جلو<sup>۲</sup> و عقب<sup>۳</sup> در انجام غوص و صعود دینامیکی و یا به عبارتی تغییر ارتفاع و همچنین تنظیم زاویه‌ی شیب و وظیفه‌ی سکان، تغییر جهت زیردریایی در صفحه‌ی افقی می‌باشد. به همین منظور ورودی‌های کنترلی  $U(t)$  به صورت رابطه‌ی (۳) تعریف می‌شود:

$$U(t) = (\delta_b(t), \delta_s(t), \delta_r(t))^T \quad (3)$$

$\delta_b, \delta_s$  و  $\delta_r$  به ترتیب نشانگر انحراف زاویه‌ی بالکهای جلو و عقب و انحراف زاویه‌ی سکان در شکل ۳ می‌باشند.

<sup>1</sup> Rudder  
<sup>2</sup> Bow planes  
<sup>3</sup> Stern planes

$$f_{12} = -(I_y - I_x)pq + (rp)I_{yz} - (q^2 - p^2)I_{xy} \quad (16)$$

$$- (rq)I_{zx}$$

$$- m[x_G(-wp + ur)$$

$$- y_G(-vr + wq)]$$

$$+ \frac{\rho}{2} l^5 [\dot{N}_{pq}pq + \dot{N}_{r|r}r|r]$$

$$+ \frac{\rho}{2} l^4 [\dot{N}_p up + \dot{N}_r ur + \dot{N}_v \dot{v}]$$

$$+ \frac{\rho}{2} l^3 [\dot{N}_* u^2$$

$$+ \dot{N}_v uv + \dot{N}_{v|v|N} v|(v^2 + w^2)^{\frac{1}{2}}]$$

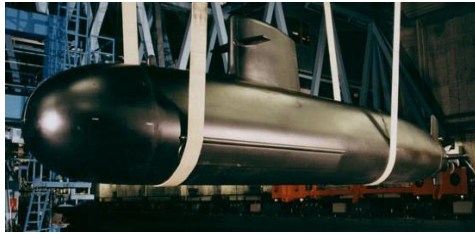
$$+ \frac{\rho}{2} l^3 [\dot{N}_{\delta_r} u^2 \delta_r + \dot{N}_{\delta_r \eta} u^2 \delta_r (\eta$$

$$- \frac{1}{C})C] + \frac{\rho}{2} l^3 [\dot{N}_{vwN} vw$$

$$+ (x_G W - x_B B) \cos \theta \sin \theta$$

$$+ (y_G W - y_B B) \sin \theta]$$

ضرایب هیدرودینامیکی که در این معادلات ظاهر می شود، بستگی به نوع زیردریایی دارد. ضرایب موردنیاز معادلات این مقاله مربوط به زیردریایی P-650<sup>1</sup> نشان داده شده در شکل ۴ می باشد که در پیوست آمده است [۱۴].



شکل ۴: شماتیک زیردریایی P-650

### ۳- طراحی کنترل کننده ی بهینه

تابع هزینه کنترل کننده بهینه در رابطه (۱۷) در ذیل تعریف شده

$$J = \Phi(X(T), X^T) + \int_0^T F(X(t), U(t)) dt \quad (17)$$

$$\Phi(X(T), X^T) = \sum_{j=1}^{12} \alpha_j (X_j(T) - X_j^T)^2$$

$$F(X(t), U(t)) = \sum_{j=1}^3 \beta_j (U_j(t))^2 + \sum_{i=1}^{12} \delta_i (X_i(t))^2$$

در رابطه (۱۷)  $X = (x, y, z, \phi, \theta, \psi, u, v, w, p, q, r)^T$  معرف بردار متغیرهای حالت و  $X^T$  نمایانگر متغیرهای حالت در لحظه نهایی T است. بخش اول تابع هزینه  $\Phi(X(T), X^T)$ ، با هدف رسیدن هر یک از متغیرهای حالت به مقادیر مطلوب در زمان نهایی با ضریب متفاوت ارزش دهی  $\alpha$  و بخش دوم  $F(X(t), U(t))$ ، با هدف بهینه سازی ورودی های کنترلی و متغیرهای حالت در تمامی طول مسیر با ضرایب ارزش دهی متفاوت  $\beta$  و  $\delta$  می باشد. همچنین فضای حالت به صورت تابعی غیرخطی از متغیرهای حالت و ورودی های کنترلی بیان می شود.

$$f_8 = m[wp - ur + y_G(r^2 + p^2) - z_G(qr) - x_G(qp)] \quad (12)$$

$$+ \frac{\rho}{2} l^4 [\dot{Y}_{r|r} r|r + \dot{Y}_{pq} pq]$$

$$+ \frac{\rho}{2} l^3 [\dot{Y}_r ur + \dot{Y}_p up + \dot{Y}_{wp} wp]$$

$$+ \frac{\rho}{2} l^2 [\dot{Y}_* u^2 + \dot{Y}_v uv$$

$$+ \dot{Y}_{v|v|N} v|(v^2 + w^2)^{\frac{1}{2}}]$$

$$+ \frac{\rho}{2} l^2 [\dot{Y}_{\delta_r} u^2 \delta_r$$

$$+ \dot{Y}_{\delta_r \eta} u^2 \delta_r (\eta - \frac{1}{C})C]$$

$$f_9 = m[ur - vp + z_G(p^2 + q^2) - x_G(rp) - y_G(rq)] \quad (13)$$

$$+ \frac{\rho}{2} l^4 [\dot{Z}_{q|q} q|q + \dot{Z}_{rr} r^2]$$

$$+ \frac{\rho}{2} l^3 [\dot{Z}_q uq + \dot{Z}_{vp} vp + \dot{Z}_{vr} vr]$$

$$+ \frac{\rho}{2} l^2 [\dot{Z}_* u^2 + \dot{Z}_w uw + \dot{Z}_{vv} v^2$$

$$+ \dot{Z}_{w|w|N} w|(v^2 + w^2)^{\frac{1}{2}}]$$

$$+ \frac{\rho}{2} l^2 [\dot{Z}_{\delta_s} u^2 \delta_s + \dot{Z}_{\delta_b} u^2 \delta_b$$

$$+ \dot{Z}_{\delta_s \eta} u^2 \delta_s (\eta - \frac{1}{C})C]$$

$$+ (W - B) \cos \theta \sin \theta$$

$$f_{10} = -(I_z - I_y)qr + (pq)I_{xz} - (r^2 - q^2)I_{yz} \quad (14)$$

$$- (pr)I_{xy}$$

$$- m[y_G(-uq + vp)$$

$$- z_G(-wp + ur)]$$

$$+ \frac{\rho}{2} l^5 [\dot{K}_{qr} qr + \dot{K}_{p|p} p|p]$$

$$+ \dot{K}_{r|r} r|r]$$

$$+ \frac{\rho}{2} l^4 [\dot{K}_p up + \dot{K}_r ur + \dot{K}_v \dot{v}$$

$$+ \dot{K}_{wp} wp]$$

$$+ \frac{\rho}{2} l^3 [\dot{K}_* u^2 + \dot{K}_v uv$$

$$+ \dot{K}_{v|v|v} v|v + \dot{K}_{\delta_r} u^2 \delta_r]$$

$$+ (y_G W - y_B B) \cos \theta \cos \theta$$

$$- (z_G W - z_B B) \cos \theta \sin \theta - \rho Q$$

$$f_{11} = -(I_x - I_z)rp + (qr)I_{xy} - (p^2 - r^2)I_{zx} \quad (15)$$

$$- (qp)I_{yz}$$

$$- m[z_G(-vr + wq)$$

$$- x_G(-uq + vp)]$$

$$+ \frac{\rho}{2} l^5 [\dot{M}_q \dot{q} + \dot{M}_{rp} rp + \dot{M}_{rr} r^2$$

$$+ \dot{M}_{q|q} q|q]$$

$$+ \frac{\rho}{2} l^4 [\dot{M}_q uq + \dot{M}_{vr} vr + \dot{M}_w \dot{w}]$$

$$+ \frac{\rho}{2} l^3 [\dot{M}_* u^2 + \dot{M}_w uw$$

$$+ \dot{M}_{vv} v^2 + \dot{M}_{w|w|N} w|(v^2 + w^2)^{\frac{1}{2}}]$$

$$+ \frac{\rho}{2} l^3 [\dot{M}_{vw} vw$$

$$+ \dot{M}_{w|w} w|w + \dot{M}_{vw} w|(v^2 + w^2)^{\frac{1}{2}}]$$

$$+ \frac{\rho}{2} l^3 [\dot{M}_{\delta_s} u^2 \delta_s + \dot{M}_{\delta_b} u^2 \delta_b$$

$$+ \dot{M}_{\delta_s \eta} u^2 \delta_s (\eta - \frac{1}{C})C]$$

$$- (x_G W - x_B B) \cos \theta \cos \theta$$

$$- (z_G W - z_B B) \sin \theta]$$

<sup>1</sup> P-650 Submarine

## ۳-۱ هدف طراحی کنترل کننده بهینه غیرخطی

در این مرحله کنترل کننده بهینه غیرخطی با هدف مانور صعود زیردریایی در کانال عمق، از عمق ۱۰۰ متری به سطح دریا (عمق صفر) طراحی می گردد. در این قسمت باید پس از رسیدن زیردریایی به عمق دلخواه، وسیله برای ادامه مانور، در سطح باقی بماند. در واقع، هدف اصلی به دست آوردن بردار کنترلی  $U(t)$  به گونه ای است که سیستم بتواند از حالت اولیه  $X^0$  به سمت حالت نهایی مطلوب  $X^T$  در لحظه- $t$  حرکت کند. بنابراین، فرضیات مشخص شده در رابطه (۱۸) برای تابع هزینه تعریف شده در رابطه (۱۷) در نظر گرفته می شود:

$$\begin{cases} \alpha_3 = 1, & \alpha_j = 0 \text{ for } j \neq 3 \\ \beta_j = 0 \text{ for } j = 1, 2, 3. \\ \delta_3 = 0.1, & \delta_j = 0 \text{ for } j \neq 3 \\ X(0) = (0, 0, 100, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) \\ X^T = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) \end{cases} \quad (18)$$

برای حل مسئله بهینه فوق چندین روش بهینه سازی وجود دارد [۱۶]. اما با توجه به پیچیدگی معادلات حرکت و نیز تعداد زیاد متغیرها در این مسئله، می توان با استفاده از روش گرادیان نزولی، توانمندی رسیدن به پاسخ مطلوب را فراهم کرد. زیرا روش گرادیان نزولی یک روش بسیار مفید و کاربردی برای مدل های بزرگ و پیچیده می باشد [۱۷].

## ۳-۲ روش گرادیان نزولی

روش گرادیان نزولی، یک الگوریتم بهینه سازی مرتبه اول می باشد. در این روش برای پیدا کردن مینیمم یک تابع با استفاده از گرادیان نزولی، جستجو از یک نقطه اولیه آغاز می گردد و الگوریتم با یک-گام مناسب در جهت شیب منفی برای رسیدن به راه حل مناسب، ادامه می یابد. نهایتاً با رسیدن به راه حل مناسب نهایی و با توجه به مقدار دقت  $\epsilon$ ، روند الگوریتم خاتمه می یابد [۱۸]. این روش مراحل اصلی زیر را شامل می شود:

- مقداردهی اولیه سیگنال کنترلی  $U^0$

- محاسبه سیگنال کنترلی مشخص شده با رابطه (۱۹):

$$U^{k+1} = U^k - \lambda \nabla J(U^k), \text{ for } k \geq 0 \quad (19)$$

این مرحله با توجه به شرط  $\epsilon |J(U^0)| \leq |J(U^{k+1}) - J(U^k)|$  تکرار می گردد.

در رابطه (۱۹)،  $\lambda > 0$  پارامتر گام نامیده می شود و  $\nabla J(U^k)$  گرادیان تابع هزینه است.

اکنون مرحله مهم، محاسبه گرادیان  $\nabla J(U^k)$  می باشد. برای به-دست آوردن این گرادیان از روش زیر استفاده می شود:

۱. حل معادله زیر در نرم افزار متلب با استفاده از روش گام به گام و دستورات ODE و به دست آوردن حالت

$$X^{k+1}(t)$$

$$\dot{X}(t) = f(X(t), U^k(t)) \quad (20)$$

$$X(0) = X^k(0)$$

۲. حل معادله بازگشتی (۲۱) برای حالت  $P(t)$  با داشتن  $P^{k+1}(t)$  و به دست آوردن  $(U^k(t), X^{k+1}(t))$

$$\dot{P}(t) \quad (21)$$

$$= -\nabla_X F(X^{k+1}(t), U^k(t)) - [\nabla_X f(X^{k+1}(t), U^k(t))]^T P(t)$$

$$P(T) = \Phi(X^{k+1}(T), X^T)$$

در رابطه (۲۱)،  $\nabla_X$  گرادیان نسبت به متغیر حالت  $X$  می باشد.

۳. به دست آوردن  $\nabla J(U^k)$  با استفاده از رابطه (۲۲).

$$\nabla J(U^k) \quad (22)$$

$$= \nabla_U F(X^{k+1}(t), U^k(t)) + [\nabla_U f(X^{k+1}(t), U^k(t))]^T P^{k+1}(t)$$

در رابطه (۲۲)،  $\nabla_U$  گرادیان نسبت به سیگنال کنترلی  $U$  می-باشد.

در روش گرادیان نزولی، انتخاب گام الگوریتم یک مسئله حائز اهمیت می باشد. انتخاب یک گام بزرگ باعث ناکارآمد شدن روش و عدم رسیدن به پاسخ مناسب می گردد. همچنین انتخاب یک گام بسیار کوچک باعث می گردد سرعت همگرایی بسیار کم گردد. به همین جهت انتخاب مناسب گام الگوریتم در این روش اهمیت ویژه ای دارد [۱۹].

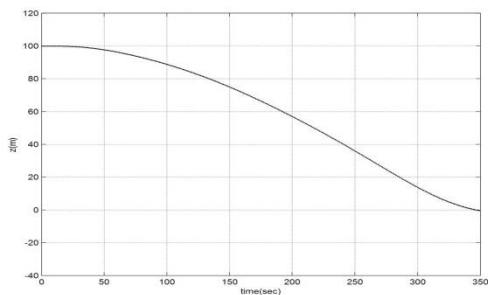
## ۳-۳ انتخاب روشمند گام

در این مرحله، اندازه گام به صورت روشمند انتخاب می گردد. به این منظور الگوریتم به صورتی طراحی می گردد که ابتدا برای افزایش سرعت همگرایی، گام بزرگ انتخاب می گردد، این روند تا زمانی که خطای تابع هزینه یک دهم مقدار خطای اولیه می باشد ادامه می یابد، سپس با نزدیک شدن به هدف نهایی، اندازه گام برای رسیدن به نتیجه مطلوب، به میزان ۱/۱۰ اندازه گام قبلی کوچک می شود. انتخاب روشمند گام در مقایسه با استفاده از گام ثابت در حل الگوریتم باعث افزایش سرعت همگرایی و کاهش زمان در رسیدن به پاسخ بهینه نهایی می-گردد.

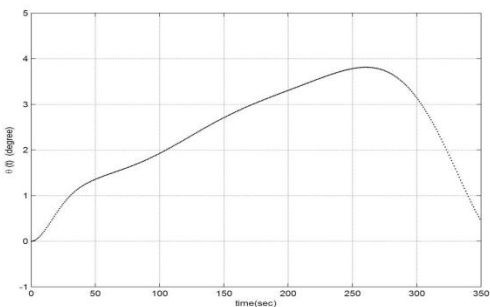
## ۳-۴ بررسی رفتار کنترل کننده در برابر عدم قطعیت

## پارامتری

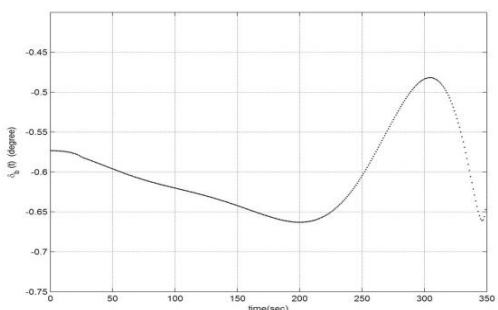
اگرچه در روند مدلسازی و طراحی کنترل کننده پارامترهای مدل ثابت در نظر گرفته می شوند ولی در حقیقت برخی از این پارامترها در طول فرآیند تغییر می کنند. این امر می تواند باعث ایجاد خطاها و نامعینی هایی



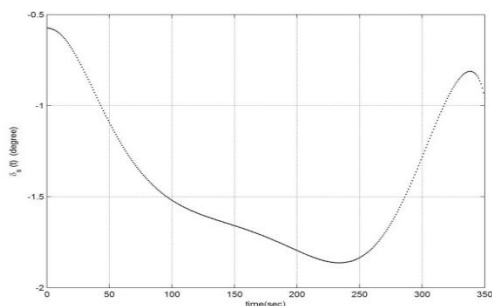
شکل ۶: نمایش صعود موقعیت زیردریایی از عمق ۱۰۰ متر به سطح در کانال عمق



شکل ۷: زاویه عمق  $\theta(t)$



شکل ۸: زاویه بالک‌های جلو  $\delta_b(t)$



شکل ۹: زاویه بالک‌های عقب  $\delta_s(t)$

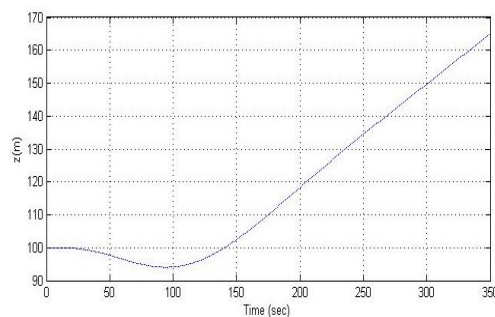
در تعیین این مقادیر گردد. اکنون با در نظر گرفتن عدم قطعیت با مقدار حقیقی برای پارامترهای زیردریایی و اعمال آن از ابتدا در تابع هدف، رفتار کنترل کننده طراحی شده برای زیردریایی بررسی می‌گردد. یکی از مهمترین پارامترهای زیردریایی که تاثیر بسزایی بر عملکرد زیردریایی دارد، جرم زیردریایی است [۲۰] که نتایج شبیه‌سازی در بازه تغییرات آن نسبت به جرم سیستم در ادامه آمده است. تاثیر سایر پارامترها بر عملکرد سیستم نیز قابل بررسی است.

#### ۴- شبیه‌سازی

نتایج شبیه‌سازی قسمت‌های مختلف طراحی کنترل کننده بهینه غیرخطی و مقایسه‌های صورت گرفته به منظور نمایش برتری کنترل کننده طراحی شده در ادامه ارائه می‌گردد:

#### ۴-۱ رفتار حلقه باز سیستم

در ابتدا رفتار حلقه باز زیردریایی بدون استفاده از کنترل کننده شبیه‌سازی می‌گردد. موقعیت زیردریایی در محور Z با اعمال



اغتشاش در شکل ۵ نشان داده شده است:

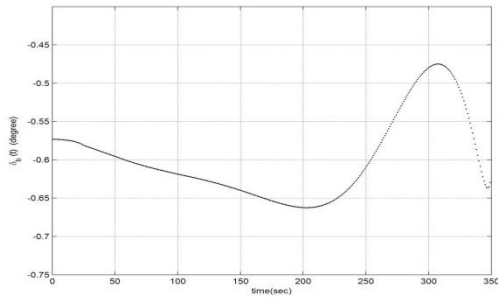
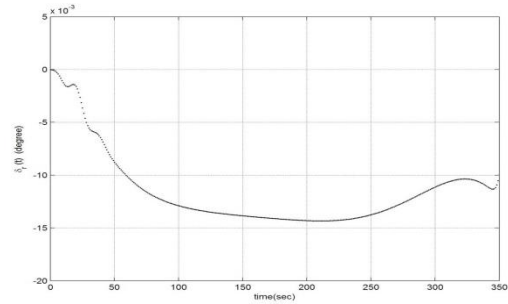
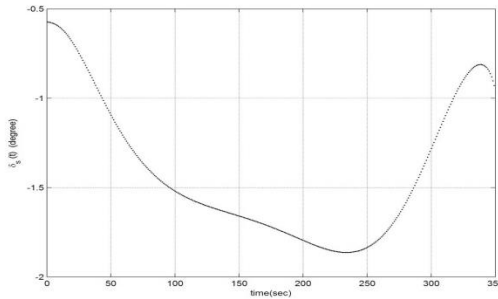
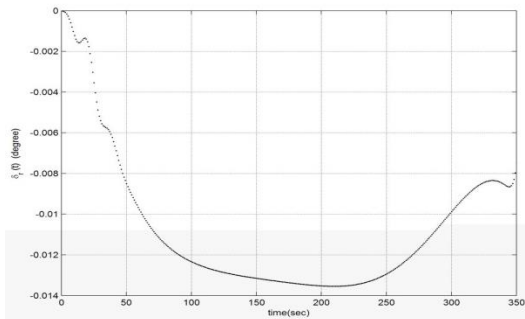
شکل ۵: رفتار حلقه باز موقعیت زیردریایی در محور Z

باتوجه به شکل ۵ مشاهده می‌شود که با اعمال اغتشاش، زیردریایی با حرکت به سمت بالا یا پایین، از نقطه تعادل اولیه، ناپایدار می‌گردد، به همین دلیل نیاز به کنترل کننده جهت پایدارسازی و سپس تامین اهداف کنترلی امری ضروری می‌باشد.

#### ۴-۲ طراحی کنترل کننده با استفاده از روش گرادیان

##### نزولی با گام ثابت

ابتدا مسئله‌ی کنترل بهینه با استفاده از روش گرادیان نزولی با گام ثابت، حل و کنترل کننده‌ی مناسب با هدف صعود زیردریایی از عمق ۱۰۰ متری به سطح دریا (صفر متر) طراحی می‌گردد. در این قسمت باید پس از رسیدن زیردریایی به عمق صفر، در ادامه مانور، در سطح باقی بماند. به این ترتیب نتایج شبیه‌سازی به صورت نشان داده شده در شکل های ۶ تا ۱۰ حاصل می‌گردد:

شکل ۱۳: زاویه‌ی بالک‌های جلو  $\delta_b(t)$ شکل ۱۰: زاویه‌ی سکان  $\delta_r(t)$ شکل ۱۴: زاویه‌ی بالک‌های عقب  $\delta_s(t)$ شکل ۱۵: زاویه‌ی سکان  $\delta_r(t)$ 

باتوجه به شکل‌های ۱۱ تا ۱۵ مشخص است که زیردریایی با استفاده از کنترل کننده طراحی شده توانسته است از عمق ۱۰۰ متری به سطح آب برسد و در انتهای زمان شبیه‌سازی در سطح برای ادامه مانور قرار گیرد و مسئله‌ی بهینه‌سازی محقق شده است.

#### ۴-۴ مقایسه نتایج طراحی بر مبنای روش گرادیان

##### نزولی با گام ثابت و انتخاب روشمند گام

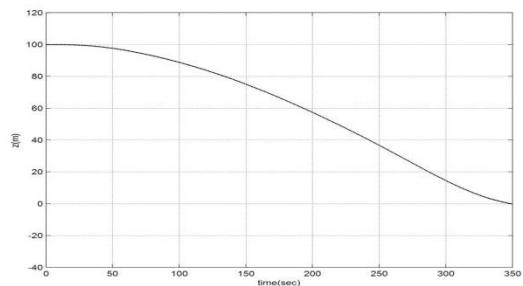
برای این منظور، تابع هزینه‌ی مسئله برای هر دو حالت با تعداد تکرار مورد نیاز برای رسیدن به پاسخ نهایی، در شکل ۱۶ نمایش داده می‌شود:

همانطور که در شکل ۶ مشاهده می‌شود، تغییرات عمق به خوبی صورت گرفته است و زیردریایی از عمق ۱۰۰ متری به سطح آب رسیده است. بنابراین می‌توان گفت مانور زیردریایی با تنظیم و کنترل حرکت زیردریایی توسط بالک‌های جلو و عقب به خوبی انجام گرفته است. همچنین با توجه به شکل ۷ مشخص می‌باشد که پس از رسیدن به عمق مطلوب زاویه‌ی عمق به نزدیک صفر رسیده تا زیردریایی به حالت افقی در سطح آب قرار گیرد.

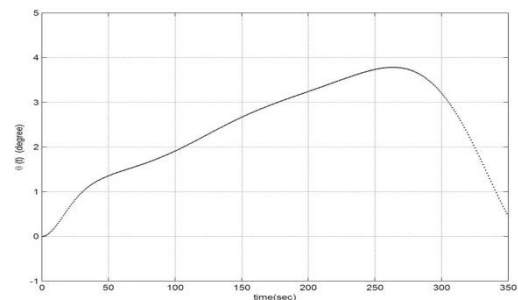
#### ۳-۴ طراحی کنترل کننده با استفاده از روش گرادیان

##### نزولی با انتخاب روشمند گام

اکنون به منظور افزایش سرعت طراحی، مسئله طراحی بار دیگر با استفاده از انتخاب گام به صورت روشمند تکرار می‌گردد. نتایج شبیه‌سازی در شکل‌های ۱۱ تا ۱۵ نشان داده شده است.



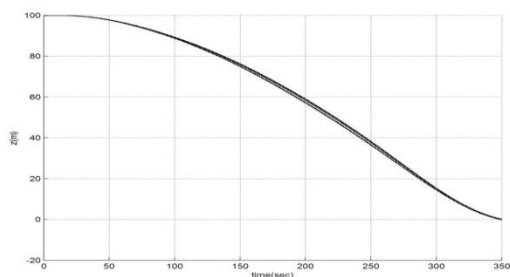
شکل ۱۱: نمایش صعود موقعیت زیردریایی از عمق ۱۰۰ متر به سطح در محور Z با انتخاب روشمند گام

شکل ۱۲: زاویه‌ی عمق  $\theta(t)$

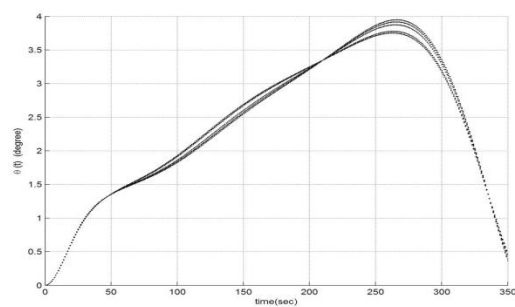
باشد. زمان طراحی کنترل کننده در حدود چند ثانیه بوده و نسبت به زمان انجام عملیات مانور تغییر عمق که چند دقیقه است بسیار کوتاه و قابل صرف نظر است. لذا حل معادلات فوق در هر بار تغییر عمق زیردریایی قابل انجام می باشد.

#### ۶-۴ تحلیل رفتار کنترل کننده در برابر عدم قطعیت پارامتری

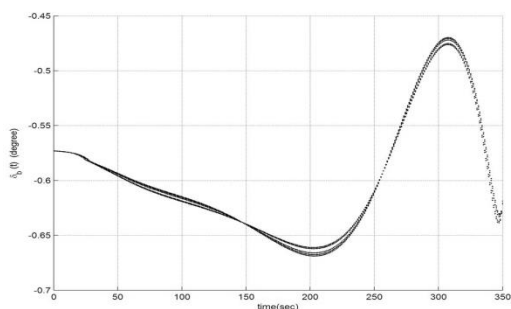
با توجه به شرایط واقعی سیستم، می توان فرض کرد که جرم سوخت حداکثر ده درصد جرم زیردریایی است لذا در هنگام پرو یا خالی بودن مخزن سوخت، جرم کل آن حداکثر ده درصد کاهش یا افزایش دارد. با این فرض، رفتار کنترل کننده بهینه غیرخطی، برای تضمین پایداری و عملکرد مطلوب سیستم در شرایط فوق، با استفاده از دستور (ureal) در متلب شبیه سازی و بررسی می شود [۲۱ و ۲۲]:



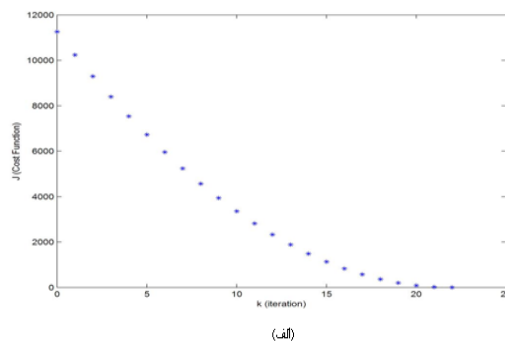
شکل ۱۸: نمایش صعود موقعیت زیردریایی از عمق ۱۰۰ متر به سطح در محور Z در برابر عدم قطعیت در جرم زیردریایی



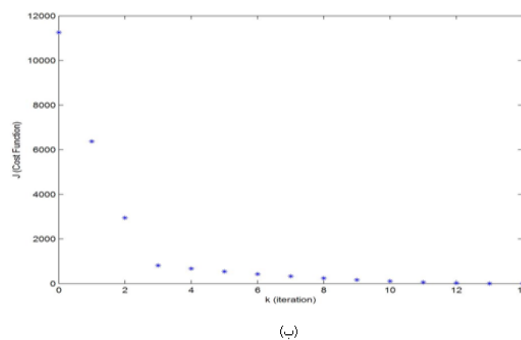
شکل ۱۹: زاویه عمق  $\theta(t)$



شکل ۲۰: زاویه ی بالک های جلو  $\delta_b(t)$



(الف)



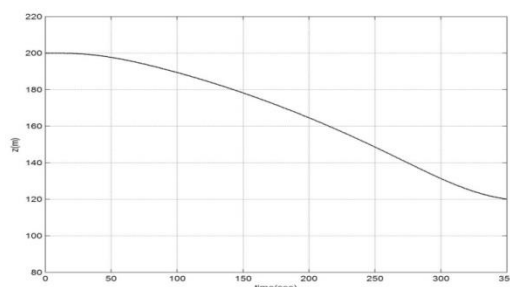
(ب)

شکل ۱۶: تابع هزینه مسئله الف- با گام ثابت، ب- با انتخاب روشمند گام

همانطور که از شکل ۱۶- الف مشخص است، سرعت همگرایی در روش گرادینانزولی با گام ثابت پایین می باشد، در واقع برای رسیدن به نتیجه نهایی تعداد تکرار زیادی لازم می باشد. در حالی که از تابع هزینه ی رسم شده در شکل ۱۶- ب مشخص است که کنترل کننده ی بهینه غیرخطی طراحی شده با استفاده از روش گرادینانزولی با انتخاب روشمند گام توانسته است با تعداد حدود نصف تعداد گام های همگرایی در روش قبل همگرا شود و زمان طراحی برای رسیدن به پاسخ بهینه بسیار کمتر گردیده است.

#### ۵-۴ تست صعود زیردریایی برای عمق های مختلف

اکنون به منظور بررسی مقاوم بودن دینامیکی کنترل کننده ی بهینه غیرخطی طراحی شده با استفاده از روش گرادینانزولی با انتخاب روشمند گام، شبیه سازی ها برای صعود دینامیکی دلخواه دیگری در عمق متفاوت از ۲۰۰ متر به ۱۲۰ متر تکرار می گردد:



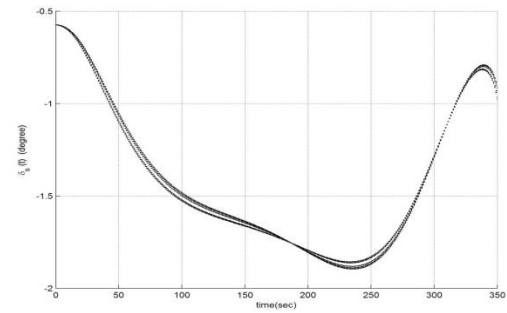
شکل ۱۷: نمایش صعود زیردریایی از عمق ۲۰۰ متر به ۱۲۰ متر

با استفاده از این کنترل کننده امکان کنترل زیردریایی با استفاده از عملگرهای کنترلی برای صعود در هر عمق دلخواهی امکان پذیر می-

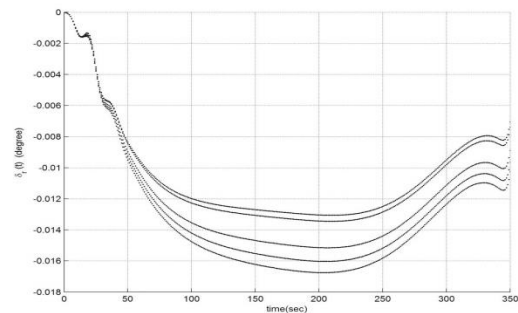


مطلوب، به میزان ۱/۱. اندازه گام قبلی کوچک گردید. با حل الگوریتم گرادیان نزولی با انتخاب گام به صورت روشمند زمان حل مسئله طراحی کنترل کننده بطور قابل ملاحظه‌ای کاهش یافت. در نتیجه زمان طراحی کنترل کننده نسبت به زمان انجام عملیات مانور تغییر عمق که چند دقیقه است، قابل صرف نظر بوده و در نتیجه قبل از انجام هر مانور در کانال عمق می توان با سرعت قابل قبولی محاسبات لازم برای طراحی کنترل کننده بهینه را انجام داد.

با در نظر گرفتن عدم قطعیت برای پارامتر مدل، رفتار کنترل کننده در حضور عدم قطعیت بررسی شد و نتایج برای تغییر جرم زیردریایی شبیه سازی گردید و نشان داده شد که کنترل کننده توانسته است اهداف کنترلی را در حضور عدم قطعیت پارامتری تامین نماید و با استفاده از این کنترل کننده، عملیات مانور حرکت در کانال عمق به خوبی صورت گرفت. همچنین پایداری و عملکرد این کنترل کننده بهینه غیرخطی در برابر عدم قطعیت پارامتری در مدل، برای مانور زیردریایی در کانال عمق، مطلوب بود. از نقاط ضعف روش می توان به پیچیدگی و حجیم بودن محاسبات و در نتیجه هزینه بر بودن آن در پیاده سازی روش اشاره کرد که البته باید با سایر روشهایی که در آینده طراحی خواهد شد، مقایسه گردد. بعلاوه در مرحله پیاده سازی می توان از تخمینگر برای تخمین متغیرهای حالت مورد نیاز جهت طراحی کنترل کننده استفاده کرد که به عنوان موضوعات تحقیقاتی آینده می تواند مورد توجه قرار گیرد. از دیگر چالشهای آینده، می توان به بررسی رفتار کنترل کننده های طراحی شده در حضور انواع اغتشاشات دریایی جهت نزدیک تر شدن به شرایط واقعی در عمق آب اشاره کرد.



شکل ۲۱: زاویه‌ی بالک‌های عقب  $\delta_s(t)$



شکل ۲۲: زاویه‌ی سکان  $\delta_r(t)$

همانطور که در شکل‌های ۱۸ تا ۲۲ دیده می شود، با وجود عدم قطعیت حقیقی در جرم زیردریایی، کنترل مانور صعود زیردریایی در کانال عمق، با احتساب محدوده جرم متغیر در عملیات صعود، با دقت مطلوب انجام گرفته است. با تکرار شبیه سازی در حضور عدم قطعیت سایر پارامترها و مشاهده شدن رفتار آنها می توان نتیجه گرفت کنترل کننده بهینه غیرخطی طراحی شده در برابر عدم قطعیت در پارامترهای مدل نتایج مطلوبی دارد که برای تلخیص از آوردن نتایج آن صرف نظر می شود.

## ۵- نتیجه گیری

در این مقاله با توجه به ماهیت بسیار پیچیده‌ی زیردریایی، مدل زیردریایی با شش درجه‌ی آزادی به صورت غیرخطی از مقالات در دسترس انتخاب گردید. در اکثر مقالات، طراحی‌ها بر مبنای مدل خطی سازی شده، درجه‌ی آزادی کم یا مدل ساده سازی شده، انجام گرفته است. استفاده از این مدل بدون ساده سازی، عملکرد سیستم را به واقعیت نزدیکتر می کند.

سپس کنترل کننده‌ی بهینه غیرخطی برای مانور صعود زیردریایی با استفاده از روش گرادیان نزولی با انتخاب گام به صورت روشمند با اهداف پایدارسازی سیستم، رسیدن به موقعیت مطلوب در پایان زمان مانور و نیز انتخاب بهینه مسیر زیردریایی جهت حرکت زیردریایی در کانال عمق طراحی شد. مسئله بهینه سازی مربوطه، با انتخاب مناسب گامها در روش گرادیان نزولی حل گردید، به طوری که در ابتدا برای افزایش سرعت همگرایی طراحی، گام بزرگ انتخاب گردید و سپس با نزدیک شدن به هدف نهایی، اندازه گام برای رسیدن به نتیجه

## پیوست ۱: فهرست علائم

علائم	تعریف	علائم	تعریف
B	نیروی بویانسی	$v_1$	بردار سرعت خطی
D	قطر پروانه	$v_2$	بردار سرعت زاویه‌ای
g	شتاب گرانش	u	سرعت خطی در راستای محور x
J	تابع هزینه	v	سرعت خطی در راستای محور y
$J_1$	ماتریس تبدیل سرعت خطی	w	سرعت خطی در راستای محور z
$J_2$	ماتریس تبدیل سرعت زاویه‌ای	W	وزن زیردریایی
l	طول زیردریایی	x	موقعیت نسبت به محور مرجع (شمال)
m	جرم زیردریایی	y	موقعیت نسبت به محور مرجع (شرق)
n	دور پروانه	z	موقعیت نسبت به محور مرجع (عمق)
p	سرعت زاویه‌ای حول محور x	$\eta_1$	بردار معرف موقعیت زیردریایی
q	سرعت زاویه‌ای حول محور y	$\eta_2$	بردار معرف جهت گیری زیردریایی
r	سرعت زاویه‌ای حول محور z	$\theta$	زاویه عمق نسبت به محور مرجع
T	نیروی رانش پروانه	$\phi$	زاویه چرخش نسبت به محور مرجع
U	بردار ورودی‌های کنترلی	$\psi$	زاویه جهت نسبت به محور مرجع

## پیوست ۲: ضرایب هیدرودینامیکی زیردریایی

مقدار	ضریب	مقدار	ضریب	مقدار	ضریب
-0.0003	$Y_p$	0.00142	$X_{qq}$	2352	m
-0.06136	$Y_p$	0.00208	$X_{rr}$	67	l
0.00007	$Y_{pq}$	0.0006	$X_{rp}$	0	$x_G$
0.0144	$Y_{wp}$	0	$X_{qlql}$	0	$y_G$
-0.00305	$Y_p$	-0.00046	$X_{ii}$	-0.356	$z_G$
0.0007	$Y_r$	0.0224	$X_{vr}$	1.09431	$\eta$
-0.06137	$Y_p$	-0.01316	$X_{wq}$	1.026	$\rho$
0	$Y_*$	-0.0011	$X_{uu}$	16390	$I_x$
0.00465	$Y_{r r}$	0.01746	$X_{vv}$	659770	$I_y$
-0.1162	$Y_{v v N}$	0.00775	$X_{ww}$	659770	$I_z$
-0.00083	$Y_{\delta_r}$	0	$X_{w w }$	0	$I_{xy}$
0.00067	$Y_{\delta_r\eta}$	-0.0039	$X_{\delta_r\delta_r}$	0	$I_{yz}$
-0.00007	$K_p$	-0.00119	$X_{\delta_s\delta_s}$	0	$I_{xz}$
-0.0006	$K_p$	-0.00299	$X_{\delta_b\delta_b}$	0	$x_B$
0.0003	$K_{qr}$	-0.00007	$Z_q$	0	$y_B$
-0.00062	$K_p$	-0.0144	$Z_w$	-0.621	$z_B$
0.00026	$K_r$	-0.00699	$Z_q$	23073.1	W
-0.00287	$K_v$	-0.2028	$Z_w$	23073.1	B
-0.0003	$K_{p p }$	-0.0396	$Z_{rr}$	0.8976	C
-0.00019	$K_{r r}$	-0.01837	$Z_{vp}$	0.344	t
-0.00214	$K_{v v }$	-0.04513	$Z_{vr}$	0.525403	$K_{T0}$
-0.00021	$K_{wp}$	0.185	$Z_{vv}$	-0.338313	$K_{TJ}$
0	$K_*$	-0.00398	$Z_{qlql}$	-0.197236	$K_{TJ2}$
0.00005	$K_{\delta_r}$	-0.0003	$Z_*$	0.070405	$K_{Q0}$
-0.00003	$N_p$	-0.002	$Z_{ w }$	-0.02846	$K_{QJ}$
0.00068	$N_p$	-0.00512	$Z_{\delta_s}$	-0.033684	$K_{QJ2}$
-0.00091	$N_{pq}$	-0.00512	$Z_{\delta_b}$	0	$K_{QJ3}$
-0.00068	$N_p$	-0.00045	$Z_{\delta_s\eta}$	0	$K_{QJ4}$
-0.00483	$N_r$	-0.00098	$M_q$	2	n
-0.01864	$N_v$	-0.00139	$M_w$	3.821	D
0	$N_*$	0.00112	$M_{rp}$	0.148	$w_f$
0.00209	$N_{r r}$	-0.00119	$M_{rr}$	0.00045	$M_{ww}$
-0.0185	$N_{v v N}$	-0.01573	$M_{vr}$	-0.00303	$M_{qlql}$
-0.303	$N_{vwN}$	0.03461	$M_{vv}$	-0.00674	$M_{w w N}$
-0.0012	$N_{\delta_r}$	0	$M_{vw}$	-0.00034	$N_{\delta_r\eta}$
0.00094	$M_{\delta_b}$	0.00478	$M_w$	-0.00036	$M_{ w }$

## مراجع

- [10] Shi, Y.; Qian, W.; Yan, W.; Li, J.; "Adaptive Depth Control for Autonomous Underwater Vehicles Based on Feedforward Neural Networks", International Journal of Computer Science & Applications, Vol. 4, Issue 3, pp. 107-118, 2007.
- [11] Nag, A.; Patel, S. S.; Akbar, S. A.; "Fuzzy logic based depth control of an autonomous underwater vehicle", IEEE, pp. 117 - 123, 2013.
- [12] Fossen, Thor Inge; "Guidance and Control of Ocean Vehicles", John Wiley and sons, ISBN 0-471.94113-1, 1994.
- [13] Gertler, M.; Hagen, G. R.; "Standard Equations of Motion for Submarine Simulation", NSRDC Rep. 2510, 1967.
- [14] Ovalle, D.; Periago, F.; García, J.; "Optimal Control Design for the Nonlinear Manoeuvrability of a Submarine", Francisco periago, 2009.
- [15] Hauser, J.; Ovalle, D.; García, J.; "Submarine Dive Plane Reversal and the Critical Velocity Saddle", 2007.
- [16] Chong, Edwin K. P.; Zak, Stanislaw H.; "An Introduction to Optimization", New York, 4th Edition, ISBN 978-1-118-27901-4, 2013.
- [17] Nicolas Le Roux; "Using Gradient Descent for Optimization and Learning", 15 may 2009.
- [18] Wang, X.; "Method of Steepest Descent and its Applications", IEEE Microwave and Wireless Components Letters, Vol. 12, pp. 24-26, 2008.
- [19] Kirk, Donald E.; "Optimal Control Theory: An Introduction", Prentice-Hall Englewood Cliffs, N.J. ISBN 0-486-43484-2, pp. 331-347, 1970.
- [20] Roche, E.; Sename, O.; Simon, D.; "LPV/Hinf control of an Autonomous Underwater Vehicle (AUV)", European Control Conference, 2009.
- [21] Balas, G.; Chiang, R.; Packard, A.; Safonov, M.; "Robust Control Toolbox for Use with MATLAB (User's Guide)", 2006.
- [22] Nathan Sorensen Kedrick Black; "Matlab Robust control Toolbox", pp. 1-168, 2006.
- [1] Aras, M.S.M.; Basar, M.F.; Abdullah, S.S.; Azis, F.A.; Ali, F.A.; "Analysis Movement of Unmanned Underwater Vehicle using the Inertial Measurement Unit", International Journal of Emerging Science and Engineering (IJESE), Vol. 1, pp. 47-53, 2013.
- [2] He, B.; Liang, Y.; Feng, X.; Nian, R.; Yan, T.; Li, M.; Zhang, S.; "AUV SLAM and Experiments Using a Mechanical Scanning Forward-Looking Sonar", Sensors journal, pp. 9386-9410, 2012.
- [3] Herman, H. E.; "Electrostatic Sensing for Underwater Object Detection and Localization", thesis submitted in partial satisfaction of the requirements for the degree Master of Science in Electrical Engineering, 2013.
- [4] Fossen, ThorInge; "Nonlinear Modelling and Control of Underwater Vehicles", ProQuest Dissertations and Theses, 1991.
- [5] Ridley, D. P.; Fontan, J.; Corke, D. P.; "Submarine Dynamic Modeling", Australasian Conference on Robotics and Automation, Brisbane, Australia, 2003.
- [6] Liang, X.; Zhang, J.; Qin, Y.; Yang, H.; "Dynamic Modeling and Computer Simulation for Autonomous Underwater Vehicles with Fins", Journal of Computers, Vol. 8, No. 4, pp. 1058-1064, 2013.
- [7] Logan, C. L.; "A Comparison between H-Infinity/Mu-Synthesis Control and Sliding-Mode Control for Robust Control of a Small Autonomous Underwater Vehicle", IEEE, pp. 399-416, 1994.
- [8] Sakagami, N.; Pandian, S. R.; Petry, F.; "A Fuzzy Controller for Underwater Vehicle-Manipulator Systems", IEEE Proceedings, Vol. 2, pp. 1110-1115, 2005.
- [9] Aras, M.; Abdollah, S.; Shah, H.; Rashid, M.; Aziz, M.; "Robust Control of Adaptive Single Input Fuzzy Logic Controller for Unmanned Underwater Vehicle", Journal of Theoretical and Applied Information Technology, Vol. 57, No. 3, pp. 372-379, 2013.

