

## تخمین غیرخطی مقید ضریب اصطکاک جاده و لغزش چرخ برای کنترل سیستم ترمز ضداقل

مسعود عزیزی<sup>۱</sup>، مهدی میرزاوی<sup>۲</sup>، طه فلاحتی نوده<sup>۳</sup>، صدرا رفعت‌نیا<sup>۴</sup>

<sup>۱</sup> فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند تبریز، ma\_azizi@sut.ac.ir

<sup>۲</sup> استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند تبریز، mirzaei@sut.ac.ir

<sup>۳</sup> دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند تبریز، ta\_falahati@sut.ac.ir

<sup>۴</sup> دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند تبریز، sa Rafatnia@sut.ac.ir

پذیرش: ۱۳۹۹/۰۳/۱۶

ویرایش: ۱۳۹۸/۱۲/۱۰

دریافت: ۱۳۹۸/۰۴/۲۸

**چکیده:** در طراحی سیستم ترمز ضداقل، برخی از پارامترها و حالت‌ها مثل ضریب اصطکاک جاده و لغزش طولی چرخ، توسط سنسور قابل اندازه‌گیری نبوده و باید با استفاده از دیگر پارامترهای قابل اندازه‌گیری، تخمین زده شوند. اثرات غیرخطی در مدل خودرو و نیروهای تایر، استفاده از یک تخمین گر غیرخطی را ضروری می‌نماید. از طرفی در نظر گرفتن قیدهای متناسب با فیزیک سیستم و شرایط جاده می‌تواند دقت تخمین گر را در شرایط واقعی افزایش دهد. در این مقاله ضمن طراحی فیلتر کالمن توسعه یافته برای سیستم ترمز ضداقل، الگوریتم این تخمین گر چنان اصلاح می‌گردد تا تأثیر قیود فیزیکی مربوط به ضریب اصطکاک جاده و لغزش چرخ در آن لحاظ شود. عملکرد تخمین گر مقید طراحی شده در مقایسه با حالت نامقید متداول مورد بررسی و مقایسه قرار می‌گیرد. در ادامه، یک کنترل کننده غیرخطی مبتنی بر پیش‌بین برای محاسبه‌ی گشتاور ترمزی طراحی می‌گردد تا با استفاده از اطلاعات تخمین، گشتاور ترمزی را کنترل کرده و از لغزش تایر و قفل شدن آن جلوگیری نماید. برای کاهش خطای ناشی از تخمین مقید در عملکرد کنترلی، تکنیک فیدبک انتگرالی به کنترل کننده طراحی شده اضافه می‌گردد. نتایج شیوه‌سازی‌ها نشان می‌دهد که ضمن بهبود عملکرد کنترل در حضور خطای تخمین و دیگر نامعینی‌ها، از نوسانی شدن سیگنال کنترلی با فرکانس‌های بالا جلوگیری می‌گردد.

**کلمات کلیدی:** سیستم ترمز ضداقل، تخمین گر غیرخطی مقید، تخمین ضریب اصطکاک، کنترل کننده غیرخطی، فیدبک انتگرال.

## Constrained Nonlinear Estimation of Road Friction Coefficient and Wheel Slip for Control of Anti-Lock Braking System

Masoud Azizi, Mehdi Mirzaei, Taha Falahati Nodeh, Sadra Rafatnia

**Abstract:** In designing the anti-lock braking system (ABS), some states and parameters of vehicle system such as road friction coefficient and wheel slip should be estimated due to lack of cost effective and reliable sensors for direct measurement. Because of nonlinear characteristics of vehicle dynamics and tire forces, development of a nonlinear estimation algorithm is necessary. However, consideration of physical constraints can enhance the accuracy and reliability of estimation algorithm in real situations. In this paper, the extended Kalman filter (EKF) is applied for the ABS and its algorithm is modified in way that the physical limitations of road friction and wheel slip could be considered. The performance of the modified EKF in the constrained case is compared with the conventional EKF. At the rest of paper, a nonlinear predictive-based controller is analytically

designed for the ABS and combined with the proposed constrained estimation algorithm. In order to decrease the effect of estimation errors on tracking performance, the integral feedback technique is combined with the control strategy. The simulation results indicate that not only the proposed algorithm improves the tracking accuracy in the presence of uncertainties, but also the control signal oscillations with high frequency will be prevented.

**Keywords:** Anti-lock braking system (ABS), Constrained nonlinear estimation, Road friction coefficient, predictive control, Integral feedback.

عملکرد آن به علت خطی شدن مدل محدود می‌شود و احتمال واگرایی تخمین پیش می‌آید. با توجه به اینکه در دینامیک طولی خودرو تمام روابط نسبت به متغیرهای حالت غیرخطی بوده و خطاهای عدم قطعیت‌های تاثیرگذار بر فرآیند و داده‌های اندازه‌گیری نامعلوم است، بنابراین نیاز به طراحی تخمین زن غیرخطی در این سیستم است. به همین منظور الگوریتم‌های مختلف تخمین براساس ساختار فیلتر کالمون برای تخمین متغیرهای حالت دینامیکی خودرو همانند فیلتر کالمون توسعه یافته [۶، ۷]، فیلتر کالمون توسعه یافته تطبیقی [۸]، فیلتر کالمون آنستت [۵، ۹] توسط محققان استفاده شده است. استفاده از فیلتر مدل لغزشی [۱۰]، افق در حرکت [۱۱] و فیلترهای تعویضی [۱۲] نیز در کارهای دیگر توسط محققان ارائه شده‌اند.

یکی از نکات مهم در کارهای ارائه شده در بالا این است که قیود فیزیکی سیستم مورد بحث قرار نگرفته و مسئله تخمین به صورت نامقید مطرح شده است. این در حالی است که برخی از حالت‌ها و پارامترهای تخمینی همچون ضریب اصطکاک و لغزش چرخ، محدوده مشخص و مقیدی دارند. به همین منظور در این مقاله در یک رویکرد جدید و به منظور ارائه داده‌های قابل اطمینان و افزایش دقت تخمین زن، قیود فیزیکی در فرآیند تخمین بهینه مورد استفاده قرار خواهد گرفت. بدین ترتیب ضمن طراحی فیلتر کالمون توسعه یافته برای سیستم ترمز ضد قفل، الگوریتم این تخمین زن چنان اصلاح می‌گردد تا تاثیر قیود فیزیکی مربوط به ضریب اصطکاک جاده و لغزش چرخ در آن لحاظ شود. برای طراحی تخمین زن مقید، لازم است مدل دینامیکی سیستم ترمز و قیود حاکم به شکل جدیدی ارائه گردد. عملکرد تخمین گر مقید طراحی شده در مقایسه با حالت نامقید متداول مورد بررسی و مقایسه قرار می‌گیرد. اهمیت طراحی تخمین گر مقید در حضور قیود فیزیکی سیستم در کاربردهایی نظری موثرهای القایی و توربین گازی قبل مورد بحث قرار گرفته است [۱۳-۱۵]. در ادامه طراحی تخمین گر مقید برای سیستم ترمز ضد قفل در این مقاله، یک کنترل کننده غیرخطی مبتنی بر پیش‌بین نیز برای محاسبه گشتاور ترمی طراحی می‌گردد تا با استفاده از اطلاعات تخمین، گشتاور ترمی را کنترل کرده و از لغزش تایر و قفل شدن آن جلوگیری نماید. برای کاهش خطای ناشی از تخمین مقید در عملکرد کنترلی و دیگر نامعینی‌های موجود در سیستم کنترلی، تکنیک فیدبک انتگرالی به کنترل کننده طراحی شده اضافه می‌گردد.

## ۱- مقدمه

بررسی افزایش ایمنی در خودرو به منظور کاهش تصادفات از جایگاه ویژه‌ای در صنعت خودروسازی برخوردار است. در این راستا سیستم ترمز ضد قفل، به عنوان یک وسیله استاندارد و ضروری برای سلامتی خودرو و سرنوشت‌شناخته شده است. سیستم ترمز ضد قفل عبارت است از یک سیستم کنترلی که در حین ترمز گیری، دینامیک چرخ را کنترل و تنظیم می‌کند. اختلاف بین سرعت غلتش آزاد تایر و سرعت حرکت انتقالی آن، باعث تولید لغزش طولی چرخ در مسیر تماس می‌شود. هدف اصلی این سیستم، جلوگیری از قفل شدن تایرها و نگهداشتن لغزش در یک محدوده مطلوب می‌باشد تا بتواند حداکثر نیروی ترمی را تولید کند [۱-۴].

در راستای طراحی کنترل کننده برای سیستم‌های دینامیک خودرو نظری سیستم ترمز ضد قفل، بایستی تمامی پارامترها و متغیرهای حالت سیستم در هر لحظه در دسترس باشند. قابل اندازه گیری نبودن و یا مقرنون به صرفه نبودن اندازه گیری برخی حالت‌های سیستم ترمز ضد قفل همچون ضریب لغزش طولی تایر، سرعت طولی و ضریب اصطکاک از مهم‌ترین مشکلات در طراحی این سیستم کنترل می‌باشند. از این رو با اندازه گیری تعداد متغیرهای از خروجی‌های سیستم، بقیه متغیرهای حالت و پارامترهای سیستم باید تخمین زده شوند. با توجه به این که در این حالت سیستم کنترل از محدودی از خروجی‌های سیستم، بقیه متغیرهای حالت و پارامترهای سیستم نمایند، عملکرد سیستم کنترلی به دقت و سرعت تخمین زن وابسته می‌شود. از سویی دیگر با توجه به وجود اثرات غیرخطی موجود در دینامیک خودرو که عمدتاً مربوط به اشباع نیروهای تایر می‌باشد و همچنین وجود نامعینی‌های مدل، طراحی تخمین زن غیرخطی در جهت کاهش سطح نویز سیگنال‌ها و کنترل غیرخطی خودرو نیز از اهمیت بالایی برخوردار می‌باشد [۵]. بنابراین هدف اصلی از این پژوهش ارائه یک روش غیرخطی مناسب برای تخمین پارامترها و متغیرهای حالت دینامیک خودرو با در نظر گرفتن محدودیت‌های فیزیکی برای کنترل و بهبود عملکرد سیستم ترمز ضد قفل خودرو می‌باشد.

فیلتر کالمون به عنوان یک راه حل مناسب برای ترکیب اطلاعات در سیستم‌های چند سنسوری مورد استفاده قرار می‌گیرد. این فیلتر برای مدل‌های خطی سیستم حل بهینه‌ای از مسئله ارائه می‌نماید. بر همین اساس، بهینه بودن این فیلتر به خطی بودن دینامیک سیستم بستگی داشته و در مواردی که از آن برای سیستم‌ها با دینامیک غیرخطی استفاده می‌شود،

$$E^* = \frac{E}{B},$$

$$E = a_6 F_z^2 + a_7 F_z + a_8$$

این نکته لازم به ذکر می باشد، که ضرایب نیروهای طولی تایر توابعی از ضریب لغزش، ضریب اصطکاک و نیروهای عمودی تایر می باشند. همچنین در طول ترمزنگیری لغزش طولی تایر به صورت معادله زیر بیان می شود [۱۷]:

$$\lambda = 1 - \frac{R\omega}{V} \quad (4)$$

با توجه به نیاز برای تخمین ضریب اصطکاک جاده  $\mu$ ، این پارامتر با مقدار ثابت در کنار سرعت خودرو  $V$  و سرعت زاویه ای چرخ  $\omega$  به عنوان متغیرهای حالت سیستم بصورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$x_1 = V, x_2 = \omega, x_3 = \mu \quad (5)$$

بدین ترتیب مدل فضای حالت با در نظر گرفتن  $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$  به عنوان بردار حالت سیستم به صورت معادلات زیر نوشته می شود:

$$\dot{x}_1 = f_1(x) \quad (6)$$

$$\dot{x}_2 = f_2(x, T_b) \quad (7)$$

$$\dot{x}_3 = 0 \quad (8)$$

که در آن،

$$f_1(x) = -F_x/m_t$$

$$f_2(x, T_b) = \frac{1}{I_t} (RF_x - T_b)$$

با توجه به قابل اندازه گیری بودن شتاب طولی  $a_x$  و سرعت زاویه ای چرخ  $\omega$ ، خروجی های سیستم بصورت زیر در نظر گرفته می شوند:

$$y = \begin{bmatrix} \omega \\ a_x \end{bmatrix} \quad (9)$$

با در نظر گرفتن گشتاور ترمزی به عنوان ورودی سیستم،  $u = T_b$  معادلات حالت گسترشده سیستم با اضافه شدن نویزهای اندازه گیری و فرآیند به صورت زیر نوشته می شوند:

$$x_k = \varphi(x_{k-1}, u_{k-1}) + w_{k-1} \quad (10)$$

$$y_k = h(x_k) + v_k \quad (11)$$

که ...  $v_k \sim (0, R_k)$  نویز اندازه گیری و  $w_k \sim (0, Q_k)$  نویز فرآیند هستند که بصورت سفید با میانگین صفر و کواریانس به ترتیب  $R_k$  و  $Q_k$  می باشند.

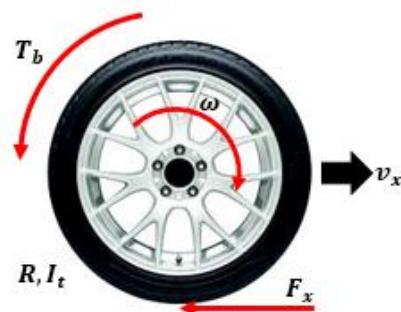
### ۳- طراحی فیلتر کالمن تعمیم یافته

در این پژوهش از یک فیلتر کالمن توسعه یافته برای تخمین متغیرهای حالت و پارامترهای مورد نیاز کنترل کننده ترمز ضد قفل استفاده می شود. تخمین زن کالمن توسعه یافته در دو گام به روزرسانی زمان و به روزرسانی اندازه گیری پیاده سازی می شود. در گام اول ماتریس کواریانس تخمین  $(P_k^-)$  و تخمین متغیر حالت به شکل زیر به روزرسانی می شوند [۱۸]:

به منظور ارزیابی الگوریتم ارائه شده در این مقاله، از مدل یک چهارم خودرو با مدل تایر جادویی استفاده شده است. در ادامه به تخمین متغیرهای حالت دینامیک طولی خودرو براساس تخمین زن مقید پرداخته می شود و در نهایت از یک کنترل کننده بهینه غیرخطی مبتنی بر فیدبک انتگرال برای حفظ لغزش طولی در محدوده مناسب استفاده شده است. به صورت خلاصه، اهداف و نوآوری های این پژوهش شامل توسعه ای الگوریتم تخمین مقید برای تخمین ضریب اصطکاک جاده و لغزش چرخ با استفاده از تصحیح و مقید کردن فیلتر کالمن توسعه یافته در کنار طراحی کنترل کننده پیش بین با اضافه کردن تکنیک فیدبک انتگرال جهت کاهش خطای ناشی از تخمین می باشد.

## ۲- مدل سازی

در این مطالعه، به منظور بیان رفتار خودرو در هنگام ترمزنگیری از مدل یک چهارم خودرو مطابق شکل ۱ استفاده شده است. این مدل دارای ۲ درجه آزادی است و در مطالعات مختلف برای طراحی کنترل کننده و تخمین گر مورد استفاده قرار گرفته است [۳] با توجه به شکل ۱، معادلات (۱) و (۲) به عنوان معادلات حاکم برای این مدل می باشند.



شکل ۱: دیاگرام آزاد مدل یک چهارم خودرو

$$\dot{V} = \frac{-F_x}{m_t} \quad (1)$$

$$\dot{\omega} = \frac{1}{I_t} (RF_x - T_b) \quad (2)$$

که در آن  $m_t$  جرم یک چهارم خودرو،  $R$  شاعر چرخ،  $I_t$  ممان اینرسی،  $F_x$  نیروی طولی تایر،  $\omega$  سرعت زاویه ای چرخ  $V$  سرعت طولی خودرو و  $T_b$  گشتاور ترمزی می باشد. براساس معادله (۳) برای محاسبه نیروی طولی تایر از مدل فرمول جادویی تایر استفاده می شود، که متغیرهای آن در برگیرنده ضریب اصطکاک جاده می باشد [۱۶].

$$F_x = Z^* \sin[C^* \tan^{-1}(B^*(1-E)\lambda + E^* \tan^{-1}(B^*\lambda))] \quad (3)$$

که در آن،

$$Z^* = \mu(a_1 F_z^2) + a_2 F_z, \quad B^* = (2 - \mu)B,$$

$$C^* = 1.65, \quad B = \frac{a_3 F_z^2 + a_4 F_z}{C^* Z^* e^{a_5 F_z}},$$

$$\begin{aligned} \hat{x}_k^+ &= \operatorname{argmin}_x \frac{1}{2}(x - \hat{x}_k^+)^T W(x - \hat{x}_k^+) \\ \text{subject to} \quad Dx &\leq d \end{aligned} \quad (21)$$

که در این رابطه  $\hat{x}_k^+$  نتیجه نهایی تخمین پس از اعمال قید و  $W$  ماتریس ضرایب وزنی می‌باشد. همانطور که مسئله بهینه‌سازی فوق نشان می‌دهد در صورت برآورده شدن قید نیازی به حل مسئله مقید نیست چرا که پاسخ این مسئله با تخمین بدست آمده از فیلتر کالمن یکسان می‌باشد. ولی اگر قید برآورده نشود مسئله فوق در جست و جوی متغیر حالت در مرز قید و نزدیک ترین فاصله تا تخمین می‌باشد. بنابراین قید ناتساوی در (21) به قید تساوی به فرم  $Dx = d$  تبدیل می‌شود. با اعمال ضرایب لاگرانژ،تابع هزینه تعیین یافته بصورت زیر تبدیل خواهد شد:

$$\Omega(x, \kappa) = \frac{1}{2}(x - \hat{x}_k^+)^T W(x - \hat{x}_k^+) + \kappa^T(Dx - d) \quad (22)$$

شرط لازم برای بهینه‌سازی تابع هزینه فوق مطابق روابط زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial \Omega(x, \kappa)}{\partial x} = W(x - \hat{x}_k^+) + D^T \kappa = 0 \quad (23)$$

$$\frac{\partial \Omega(x, \kappa)}{\partial \kappa} = (Dx - d) = 0 \quad (24)$$

با حل دو معادله (23) و (24)، مقدار ضریب لاگرانژ و تخمین مقید

$$x = \tilde{x}_k^+ \quad (19)$$

$$\kappa = (DW^{-1}D^T)^{-1}(D\hat{x}_k^+ - d) \quad (25)$$

$$\tilde{x}_k^+ = \hat{x}_k^+ - W^{-1}D^T(DW^{-1}D^T)^{-1}(D\hat{x}_k^+ - d) \quad (26)$$

اگر نویزهای فرآیند و اندازه گیری گوسی باشند و  $W = I$  انتخاب شود تخمین حداقل مربعات حالت برای مسئله مقید بدست می‌آید. بطورکلی در نظر گرفتن قیود حالت در طراحی تخمین گر به منظور تخمین متغیرهای حالت، اطلاعات اضافی کمکی برای طراح ارائه می‌دهد و قابلیت اطمینان تخمین را افزایش می‌دهد.

بر اساس الگوریتم فوق، در ادامه به ارائه قیود مناسب برای ضرب لغزش طولی و ضریب اصطکاک پرداخته می‌شود تا الگوریتم تخمین مقید برپایه فیلتر کالمن توسعه یافته برای سیستم ترمز ضد قفل استخراج گردد. در همین راستا، دو قید برای ضرب لغزش طولی و ضریب اصطکاک در حالت ترمز گیری، به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$0 \leq \mu \leq 1 \quad (27)$$

$$0 \leq \lambda \leq 1 \quad (28)$$

معادله (27) قیدی خطی از متغیرهای حالت تعریف شده می‌باشد، اما برای معادله قید دوم (28) با توجه به این که ضرب لغزش به صورت توابعی غیرخطی از حالت‌های تعریف شده بیان می‌گردد، قید برای این متغیر به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$0 \leq g(x) = 1 - \frac{Rx_2}{x_1} \leq 1 \quad (29)$$

$$P_k^- = \eta_k Q_{k-1} \eta_k^T + \psi_k P_{k-1}^+ \psi_k^T \quad (12)$$

$$\hat{x}_k^- = \varphi_{k-1}(\hat{x}_{k-1}^+, u_{k-1}, 0) \quad (13)$$

که در آن  $\eta_k$  و  $\psi_k$  ماتریس‌های ژاکوبین بوده و به شکل زیر تعریف می‌شوند [۱۸]:

$$\psi_k = \left. \frac{\partial \varphi_k}{\partial x} \right|_{\hat{x}_{k-1}^+} \quad (14)$$

$$\eta_k = \left. \frac{\partial \varphi_k}{\partial w} \right|_{\hat{x}_{k-1}^+} \quad (15)$$

لازم به ذکر است  $\hat{x}_k^-$  تخمین متغیر حالت در شاخص زمانی  $k$ -ام قبل از اعمال اندازه گیری‌ها و  $\hat{x}_k^+$  تخمین متغیر حالت در شاخص زمانی  $k$ -ام بعد از اعمال اندازه گیری‌ها است.

در مرحله بروزرسانی اندازه گیری، ابتدا بهره کالمن ( $K_k$ ) محاسبه شده سپس بردار تخمین متغیرهای حالت و ماتریس کواریانس تخمین به شکل زیر بروزرسانی می‌شود [۱۸]:

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + M_k R_k M_k^T)^{-1} \quad (16)$$

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k [y_k - h_k(\hat{x}_k^-, 0)] \quad (17)$$

$$P_k^+ = (I - K_k H_k) P_k^- \quad (18)$$

که در آن  $H_k$  و  $M_k$  به شکل زیر تعریف می‌شوند [۱۸]:

$$H_k = \left. \frac{\partial h_k}{\partial x} \right|_{\hat{x}_k^-} \quad (19)$$

$$M_k = \left. \frac{\partial h_k}{\partial v} \right|_{\hat{x}_k^-} \quad (20)$$

باید توجه نمود که در این بخش، الگوریتم تخمین در شکل متداول خود و به حالت نامقید ارائه شده و قیود فیزیکی سیستم در فرآیند طراحی در نظر گرفته نمی‌شوند. اما از آنجایی که ضرب اصطکاک و لغزش چرخ همواره برپایه برخی قیود استوار هستند، استفاده از الگوریتم تخمین مقید موجب افزایش دقت و قابلیت اطمینان در فرآیند تخمین متغیرهای حالت می‌شود. در ادامه به ارائه الگوریتم تخمین مقید در فیلتر کالمن توسعه یافته با قیود پرداخته می‌شود.

#### ۴- طراحی تخمین گر مقید

چنانچه قید بر روی متغیر حالت به شکل استاندارد  $D\hat{x}_k^+ \leq d$  تعریف شود که در آن  $D$  ماتریس با ابعاد مناسب و  $d$  کران قید می‌باشد، برای بهره گیری از اطلاعات قید در تخمین گر باستی تصحیحاتی در الگوریتم فیلتر کالمن صورت گیرد. یکی از رویکردهایی که بدین منظور مورد استفاده قرار می‌گیرد روش تصویر کردن تخمین نامقید فیلتر کالمن به سطح قید می‌باشد [۲۰، ۱۹]. این روش از فضای مجاز که قیدها برآورده می‌شوند، متغیر حالتی که کمترین فاصله را تا تخمین فیلتر کالمن دارد، به عنوان نتیجه تخمین ارائه می‌دهد. بنابراین تخمین مقید با حل مسئله بهینه سازی زیر حاصل می‌شود [۱۹]:

که در آن،

$$\beta(x) = -\frac{1}{V} \left[ \frac{F_x}{m_t} (1 - \lambda) + \frac{R^2}{I_t} F_x \right] \quad (۳۴)$$

برای طراحی کنترل کننده سیستم ترمز از روش کنترل بهینه مبتنی بر پیش‌بین با رویکرد ارزان استفاده شده است. این روش که بر اساس پیش‌بینی یک گام به جلو از مدل پیوسته سیستم غیرخطی استفاده می‌کند، با موقوفیت در کارهای قبلی نویسنده گان در عدم حضور تخمین‌گر مورد استفاده قرار گرفته است [۱-۳]. در این مقاله همان رویکرد قبلی استفاده خواهد شد ولی برای افزایش مقاومت کنترل کننده در حضور تخمین‌گر، تکنیک فیدبک انتگرالی اضافه شده و آنالیز خط ارائه خواهد شد.

برای مسئله ردیابی در حالت کنترل ارزان با ضریب وزنی صفر روی ورودی کنترلی، تابع هزینه‌ای به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$J = \frac{1}{2} [\lambda(t+h) - \lambda_d(t+h)]^2 \quad (۳۵)$$

که در آن  $\lambda_d$  مقدار لغزش طولی مطلوب برای داشتن نیروی ترمی مطلوب می‌باشد.

براساس معادله (۳۵) این تابع هزینه براساس لغزش چرخ برای بازه‌ی زمانی بعدی،  $\lambda(t+h)$  تعریف می‌شود. به همین منظور لازم است در هر لحظه پاسخ غیرخطی لغزش برای بازه زمانی بعدی،  $\lambda(t+h)$ ، توسط بسط سری تیلور پیش‌بینی شده و سپس دستور کنترل فعلی ( $T_b(t)$ ) بر اساس حداقل کردن تابع هزینه (۳۵)، بدست می‌آید. در اینجا  $h$  زمان پیش‌بینی یا افق پیش‌بین بوده و یک عدد مثبت حقیقی می‌باشد.

در ابتدا  $\lambda(t+h)$  به وسیله سری تیلور مرتبه  $k$ -ام در زمان  $t$  به صورت زیر بسط داده می‌شود:

$$\begin{aligned} \lambda(t+h) &= \lambda(t) + \frac{h}{1!} \dot{\lambda}(t) + \frac{h^2}{2!} \ddot{\lambda}(t) + \dots \\ &\quad + \frac{h^k}{k!} \lambda^{(k)}(t) \end{aligned} \quad (۳۶)$$

در معادله (۳۶) مرتبه بسط  $k$  که مشخص کننده بالاترین مرتبه مشتق خروجی استفاده شده در پیش‌بینی است، به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$k = \rho + r \quad (۳۷)$$

به طوری که  $\rho$  درجه نسبی متغیر مورد نظر بوده و  $r$  مرتبه کنترلی می‌باشد [۲۱]. مرتبه کنترلی نشان‌دهنده میزان تغییرات انرژی کنترلی در بازه پیش‌بین است. به طور معمول، مرتبه کنترل به عنوان یک پارامتر آزاد طراحی بوده و با مشخصات سیستم کنترلی و محدودیت‌های انرژی کنترلی توسط طراح تعیین می‌گردد. برای رسیدن به یک انرژی کنترلی پایین و جلوگیری از پیچیدگی قانون کنترلی، باید تا حد امکان مقدار مرتبه کنترلی حداقل انتخاب شود. در این مقاله برای رسیدن به یک انرژی کنترلی پایین، مرتبه کنترلی صفر در نظر گرفته شده به طوری که انرژی کنترلی در بازه پیش‌بینی ثابت مانده و مشتقات ورودی کنترلی در پیش‌بینی خروجی ظاهر نمی‌شود.

در ادامه با خطی سازی قیود غیرخطی در (۲۹)، قیود بالا و پایین ضریب لغزش به فرم استاندارد و خطی زیر تعریف می‌شود:

$$g'(\hat{x}_k^-)x \leq 1 - g(\hat{x}_k^-) + g'(\hat{x}_k^-)\hat{x}_k^- \quad (۳۰)$$

$$-g'(\hat{x}_k^-)x \leq 1 + g(\hat{x}_k^-) - g'(\hat{x}_k^-)\hat{x}_k^- \quad (۳۱)$$

که در آن،

$$g'(\hat{x}_k^-) = \begin{bmatrix} \frac{R\hat{x}_{1k}^-}{(\hat{x}_{1k}^-)^2}, & -\frac{R}{\hat{x}_{1k}^-}, & 0 \end{bmatrix}$$

در نهایت با ترکیب قیود (۲۷) و قیود (۳۰) و (۳۱)، ماتریس  $D$  و حد بالا این قیود در فرم  $Dx \leq d$ ، به شکل استاندارد زیر تعریف می‌شوند:

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ \frac{R\hat{x}_{2k}^-}{(\hat{x}_{1k}^-)^2} & -\frac{R}{\hat{x}_{1k}^-} & 0 \\ -\frac{R\hat{x}_{2k}^-}{(\hat{x}_{1k}^-)^2} & \frac{R}{\hat{x}_{1k}^-} & 0 \end{bmatrix} \quad (۳۲)$$

$$d = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 - g(\hat{x}_k^-) + g'(\hat{x}_k^-)\hat{x}_k^- \\ 1 + g(\hat{x}_k^-) - g'(\hat{x}_k^-)\hat{x}_k^- \end{bmatrix}$$

پس از تخمین متغیرهای حالت، در ادامه به ارائه یک الگوریتم مناسب کنترلی برای سیستم ترمز ضد قفل پرداخته می‌شود.

## ۵- طراحی کنترل کننده غیرخطی مبتنی بر پیش‌بین

- به منظور حفظ لغزش طولی تایر در یک محدوده مطلوب و جلوگیری از قفل شدن تایر، ارائه یک الگوریتم مناسب کنترلی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار می‌باشد. به طور خلاصه، در توسعه یک قانون کنترلی مناسب برای سیستم ترمز ضد قفل موارد زیر از اهمیت بالایی برخوردار است:
  - قانون کنترلی باید بتواند از عهده اثرات غیرخطی دینامیک خودرو با موقوفیت برآید. در این راستا استفاده از یک قانون کنترلی مبتنی بر مدل غیرخطی ضروری است.
  - قانون کنترلی باید بتواند از قوام خوبی در مقابل نامعینی‌های مدل برخوردار باشد. این نامعینی‌ها می‌توانند ناشی از تغییر پارامترهای مدل و همچنین دینامیک مدل نشده باشد.
  - قانون کنترلی باید به شکلی توسعه یابد که محاسبه و پیاده‌سازی آن آسان باشد. بنابراین توسعه قوانین کنترلی به شکل تحلیلی و بسته از اهمیت زیادی برخوردار است.
- از آنجایی که هدف، کنترل مقدار لغزش طولی چرخ  $A$  می‌باشد لازم است که معادلات بر حسب لغزش طولی نوشته شود. از این رو، با مشتق‌گیری از رابطه (۴) نسبت به زمان و جایگذاری معادلات (۱) و (۲) در آن،  $\dot{A}$  به شکل زیر ارائه می‌شود:

$$\dot{\lambda} = \beta(x) + R \frac{T_b}{I_t V} \quad (۳۳)$$

معادله (۴۷) نشان دهنده‌ی آن است که مقدار خطای رديابي ناشی از نامعنه‌ی های مدل‌سازی و خطای تخمین به صورت يکنواخت در تمام زمان‌ها محدود بوده و به مجموعه بسته‌ی  $e_{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Phi h$  می‌کند. بنابراین با کاهش زمان پیش‌بین، امکان کاهش خطای رديابي وجود دارد. با در نظر گرفتن هر  $0 < h < \sqrt{3}\varepsilon/2\Phi$  با انتخاب  $0 < h < \varepsilon$  در قانون کنترلی می‌توان نشان داد که  $|e_{\lambda}| \leq \varepsilon$ . بنابراین پایداری کنترل کننده با فرضیات مطرح شده در حالت طراحی شده از دیدگاه لیپانوف قابل اثبات می‌باشد.

## ۶- طراحی کنترل کننده با اضافه شدن تکنیک فیدبک انتگرال

در این مقاله به منظور کاهش خطای در سیستم کنترلی، از تکنیک فیدبک انتگرالی در ترکیب با کنترل کننده طراحی شده استفاده می‌گردد. در این راستا انتگرال لغزش طولی ( $p = \int \lambda dt$ ) به شکل زیر به معادلات حالت سیستم اضافه می‌شود:

$$\dot{p} = \lambda \quad (48)$$

بنابراین متغیرهای کنترلی سیستم  $y = [\lambda \ p]^T$  در نظر گرفته می‌شود.

با تعریف خطای رديابی انتگرال لغزش طولی به صورت  $e_p = p(t) - p_d(t)$   $p$  شاخص عملکرد به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$J = \frac{1}{2} w_1 [\lambda(t+h) - \lambda_d(t+h)]^2 + \frac{1}{2} w_2 [p(t+h) - p_d(t+h)]^2 \quad (49)$$

در رویکردی مشابه با حالت قبل، با استفاده از بسط تیلور خروجی‌های سیستم برای زمان‌های آینده بسط داده شده و پس از جاگذاری آن‌ها در شاخص عملکرد (۴۹) و اعمال شرط بهینگی، قانون کنترلی به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$T_b(t) = -\frac{VI_t}{Rh} \alpha_1 \left[ (\alpha_2) e_{\lambda} + (\alpha_3) e_p + h \left( \frac{1}{\alpha_1} \right) (\beta - \lambda_d) \right] \quad (50)$$

که در آن،

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{1}{1 + 0.25vh^2}, & \alpha_2 &= 1 + 0.5vh^2 \\ \alpha_3 &= 0.5vh, & v &= \frac{w_2}{w_1} \geq 0 \end{aligned}$$

با جایگذاری قانون کنترلی (۵۰) در معادلات سیستم، معادلات خطای شکل زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$\dot{e}_{\lambda} + \frac{\alpha_1 \alpha_2}{h} e_{\lambda} = -\frac{\alpha_1 \alpha_3}{h} e_p + (\beta - \hat{\beta}) \quad (51)$$

تابع  $(x)$  در معادله (۵۱) شامل نیروهای تایر با خاصیت اشباع بوده و تغییر علامت نمی‌دهد. لذا ترم  $(\beta(x) - \hat{\beta}(x))$  همواره مثبت یا همواره منفی است. بنابراین براساس معادله (۴۳) عبارت مثبت برای  $(\beta(x) - \hat{\beta}(x))$  موجب ایجاد خطای مثبت  $e_{\lambda}$  می‌شود و برعکس. از

از آنجایی که طبق معادله معادله (۳۳) درجه نسبی سیستم برابر یک می‌باشد،  $\mathbf{1} = \rho$ . از سری تیلور مرتبه ۱ برای خروجی استفاده خواهد شد.

$$\lambda(t+h) = \lambda(t) + h \left\{ \beta(x) + R \frac{T_b}{I_t V} \right\} \quad (38)$$

بر همین اساس خروجی مطلوب نیز به شکل زیر بسط داده می‌شود:

$$\lambda_d(t+h) = \lambda_d(t) + h \dot{\lambda}_d \quad (39)$$

با جایگزینی معادله (۳۹) و (۳۸) درتابع هزینه (۳۵) و اعمال شرط بهینگی،  $\mathbf{0} = \frac{\partial J}{\partial T_b}$ ، ورودی کنترلی به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$T_b(t) = -\frac{VI_t}{Rh} [e_{\lambda} + h(\beta(x) - \dot{\lambda}_d)] \quad (40)$$

$e_{\lambda}$  نیز خطای رديابی در لحظه‌ی فعلی می‌باشد:

$$e_{\lambda} = \lambda - \lambda_d \quad (41)$$

برای ارزیابی کنترل کننده لغزش طولی و استخراج معادله دینامیکی خطای در حالت حلقه بسته، قانون کنترلی (۴۰) را که مبتنی بر مدل نامی است به مدل واقعی (۳۳) به صورت زیر اعمال می‌کنیم:

$$\dot{\lambda} = \beta(x) - \frac{1}{h} [(e_{\lambda}) + h(\hat{\beta}(x) - \dot{\lambda}_d)] \quad (42)$$

علامت (۸) نشان دهنده مدل نامی است. معادله فوق را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\dot{e}_{\lambda} + \frac{1}{h} e_{\lambda} = \beta(x) - \hat{\beta}(x) \quad (43)$$

تابع  $\hat{\beta}$  که در برگیرنده نیروهای طولی تایر می‌باشد، با توجه به محدود بودن و خاصیت اشباع نیروهای تایر یک تابع محدود و کراندار است. در حالت کلی، انحراف  $\beta$  از مدل نامی نیز ناشی از عواملی مانند دینامیک مدل نشد، تغییر در پارامترهای دینامیک خودرو در شرایط مختلف حرکت، تغییر در شرایط جاده و خطای تخمین می‌باشد. بنابراین می‌توان ثابت  $\Phi$  را معرفی کرد به طوری که:

$$|\beta - \hat{\beta}| \leq \Phi \quad (44)$$

در رابطه فوق  $\Phi$  کران بالای نامعنه سیستم را مشخص می‌کند. در ادامه به منظور نشان دادن پایداری سیستم حلقه بسته با دینامیک خطای (۴۳)، تابع کاندید لیپانوفی به شکل  $L = \frac{1}{2} e_{\lambda}^2$  ارائه شده و با استفاده از معادله (۴۳) مشتق این تابع نسب به زمان به شکل زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$\dot{L} = -\frac{1}{h} e_{\lambda}^2 + (\beta - \hat{\beta}) e_{\lambda} \leq -\frac{1}{h} e_{\lambda}^2 + \Phi |e_{\lambda}| \quad (45)$$

ترم دوم در سمت راست معادله (۴۵) می‌تواند به کمک ناتساوی  $ab \leq na^2 + \frac{b^2}{4n}$  برای هر مقدار حقیقی  $a$  و  $b > 0$  جایگزین شود.

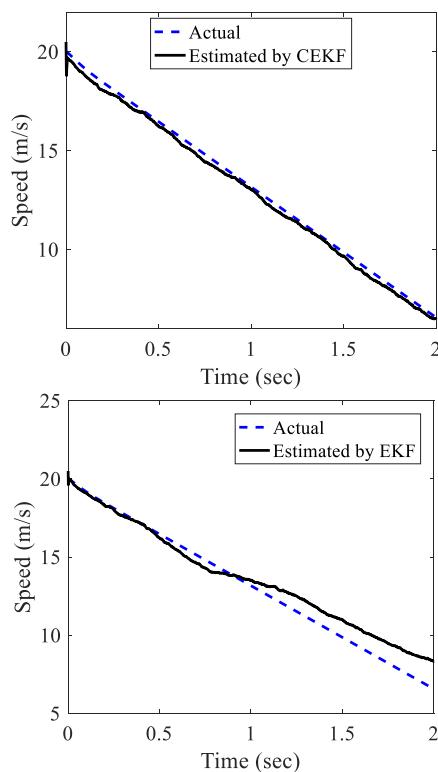
با در نظر گرفتن  $\mathbf{m} = \frac{1}{4h}$

$$\dot{L} \leq -\frac{3}{4h} e_{\lambda}^2 + h\Phi^2 \leq -\frac{3}{2h} L + h\Phi^2 \quad (46)$$

با استفاده از لم مقایسه‌ای [۲۲] و حل معادله دیفرانسیل درجه‌ی یک خواهیم داشت،

$$L = \frac{1}{2} e_{\lambda}^2 \leq \left[ L(0) - \frac{2h^2}{3} \Phi^2 \right] e^{-\frac{3}{2h} t} + \frac{2}{3} \Phi^2 h^2 \quad (47)$$

براساس شکل ۲ فیلتر کالمن مقید از عملکرد بهتری در تخمین سرعت طولی خودرو برخوردار است. در تمامی نتایج ارائه شده EKF نشان دهنده فیلتر کالمن توسعه یافته در شکل معمول خود و CEKF نشان دهنده فیلتر کالمن توسعه یافته‌ی مقید می‌باشد.



شکل ۲: مقایسه تخمین سرعت با تخمین گر مقید و تخمین گر نامقید

به منظور مقایسه عملکرد تخمین زن مقید و نامقید، در شکل ۳ نتایج تخمین شتاب طولی حرکت در مقایسه با شتاب طولی واقعی ارائه شده است. این نکته لازم به ذکر می‌باشد که در اینجا، شتاب خطی سیستم به عنوان یکی از خروجی‌های سیستم اندازه گیری می‌شود، اما برای نشان دادن دقیق تخمین گر لازم است خروجی اندازه گیری شده با خروجی تخمینی مقایسه گردد. خروجی تخمینی از روی حالت‌های تخمین زده شده و با استفاده از معادلات سیستم محاسبه می‌گردد. بنابراین پس از تخمین متغیرهای حالت، شتاب تخمینی که از روی حالت‌های تخمینی محاسبه شده، در شکل ۳ نمایش داده می‌شود. نزدیک بودن شتاب اندازه گیری شده و شتاب تخمینی نشان دهنده عملکرد مطلوب تخمین زن مقید در مقایسه با تخمین گر نامقید است.

آنچهای هم که  $e_p = \int e_A dt = \hat{\beta}(x) - \beta(x)$  است، بنابراین دو ترم  $\alpha_1 > 0$  و  $\alpha_3 > 0$  به خودی خود، هم علامت می‌باشند. حال با توجه به اینکه  $\alpha_1 > 0$  و  $\alpha_3 > 0$  ضرایب مشتبه هستند بنابراین سمت راست معادله (۵۱) دارای دو نتیج غیر هم علامت می‌باشد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که در تکیک فیدبک انتگرال، عبارت سمت راست معادله خطأ همواره مقدار کمتری نسبت به حالت بدون فیدبک انتگرال در معادله (۴۳) دارد که در مجموع باعث کاهش قابل توجه خطای رדיابی در اثر نامعینی می‌شود.

## ۷- نتایج شبیه‌سازی

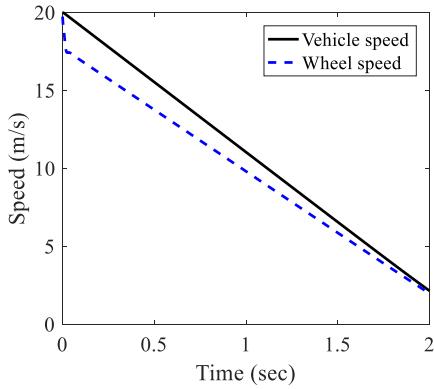
به منظور ارزیابی الگوریتم ارائه شده برای تخمین مقید پارامترها و حالات‌های سیستم همچون ضریب اصطکاک جاده و لغزش طولی چرخ، از یک مدل یک چهارم خودرو با پارامترهای جدول ۱ استفاده شده است. در تمامی شبیه‌سازی‌ها، عملکرد ترمز گیری پس از برداشتن گشتاور موتور، بر روی خودرویی در سرعت اولیه ۲۰ متر بر ثانیه و در جاده‌ای فاقد شبیه مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. همچنین در تمامی شبیه‌سازی‌ها، مقدار اصطکاک بین تایر و جاده ۹۰٪ فرض می‌شود.

جدول ۱: مقادیر پارامترهای مدل

مقدار	نماد	متغیر
۰.۳(m)	$R$	شعاع چرخ
۱.۷(kg.m²)	$I_t$	ممان اینرسی تایر
۴۱۵(kg)	$m_t$	جرم مدل یک چهارم خودرو
۰.۹	$\mu$	ضریب اصطکاک
۲۰(m/s)	$V_0$	سرعت اولیه
-21.3	$a_1$	پارامترهای مدل تایر
1144	$a_2$	
49.6	$a_3$	
226	$a_4$	
0.069	$a_5$	
-0.006	$a_6$	
0.056	$a_7$	
0.486	$a_8$	

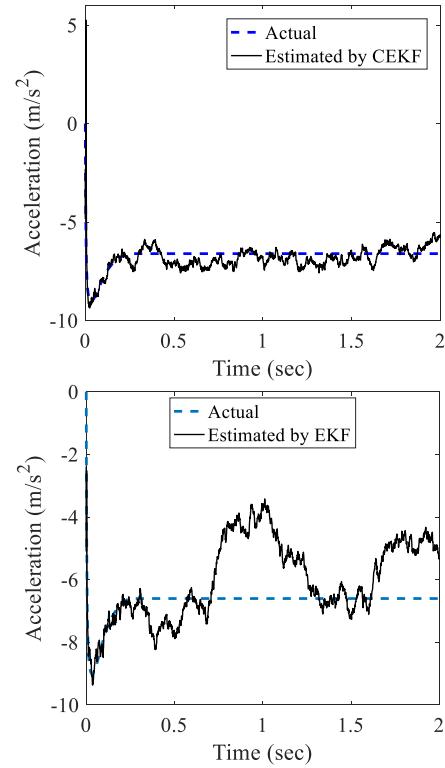
به منظور بررسی عملکرد الگوریتم تخمین زن مقید ارائه شده و اعتبارسنجی آن، در ابتدا نتایج تخمین سرعت طولی خودرو در شکل ۲ ارائه شده است. همچنین به منظور صحنه‌سنجی، نتایج این الگوریتم با یک فیلتر کالمن توسعه یافته مقایسه شده است. در هر دو تخمین زن نویز گوسی سفید با قدرت صفر دسی بل و ضریب برابر قرار داده شده است. این نکته لازم به ذکر می‌باشد، که به منظور طراحی یک نویز گوسی با میانگین صفر و قدرت (واریانس) مطلوب در این شبیه‌سازی‌ها، مقدار نسبت سیگنال به نویز هدف ۴۰ دسی بل فرض شده است. به همین اساس، متناسب با حسگر مورد استفاده، انحراف معیار به صورت  $\sigma = 10^{\frac{40}{20}} = 10^{2\sigma}$  در نظر گرفته می‌شود که در آن  $A_{signal} = 0.01A_{noise}$  اندازه میانگین مربعات سیگنال می‌باشد.

طولی و ضریب اصطکاک تخمین زده شده برای جلوگیری از قفل شدگی تایر و تولید حداکثر نیروی ترمزی استفاده می‌کند. در شکل ۵ نتایج سرعت طولی خودرو در حضور کنترل کننده طراحی شده البته بدون استفاده از تکنیک فیدبک انتگرالی ارائه شده است. براساس شکل ۵ بعد از ۲ ثانیه سرعت طولی خودرو و سرعت چرخ به تقریباً ۲ متر بر ثانیه می‌رسد و با توجه به صفر نشدن سرعت زاویه‌ای از لغزش جلوگیری شده است.



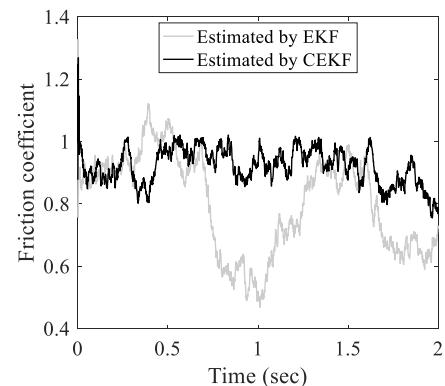
شکل ۵: نمودار سرعت چرخ و سرعت خودرو

در شکل ۶ و ۷ به ترتیب نتایج ردیابی و خطای ردیابی ضریب لغزش مطلوب در حضور کنترل کننده ارائه شده است. طبق شکل ۶ ضریب لغزش رفته رفته با گذشت زمان دارای خطای افزایشی است که دلیل آن افزایش نامعینی های سیستم به هنگام کاهش سرعت طولی خودرو می باشد که با روابط (۳۴) و (۴۳) مشاهده می گردد. این نکته لازم به ذکر می باشد، که مقدار مطلوب ضریب لغزش به منظور تولید بیشترین نیروی طولی ترمزی، براساس معادلات نیروی تایر، مقدار  $0/121$  در نظر گرفته می شود. به منظور برطرف کردن خطای ردیابی در کنترل کننده طراحی شده، براساس تحلیل خطای انجام شده در ذیل معادله (۴۷)، می توان با کاهش زمان پیش‌بین  $h$ ، مقدار خطرا را کاهش داد. در این راستا، نتایج شبیه‌سازی با ۳ مقدار مختلف از زمان پیش‌بین در شکل‌های ۸ و ۹ انجام شده تا میزان تاثیرگذاری تغییرات این پارامتر در خطا و گشتاور کنترلی مورد نیاز بهتر دیده شود. براساس شکل ۸ کاهش زمان پیش‌بین تا یک حد موجب کاهش خطای ردیابی می شود. همچنین با توجه به شکل ۹، کاهش زمان پیش‌بین موجب افزایش گشتاور کنترلی می شود. در ادامه براساس شکل ۱۰ کاهش بیش از حد زمان پیش‌بین موجب ایجاد پیک در گشتاور کنترلی می شود. بنابراین در حالتی که زمان پیش‌بین برابر  $0/002$  در نظر گرفته می شود خطای لغزش کمتر می شود اما این کاهش خطای لغزش سبب افزایش ناگهانی انرژی کنترلی نیز می شود. در نتیجه اگرچه کاهش زمان پیش‌بین تا حدی موجب کاهش خطای ردیابی لغزش مطلوب می شود، اما کاهش بیش تر زمان پیش‌بین موجب تغییر ناگهانی در گشتاور کنترلی شده که از نظر عملی قابلیت اعمال ندارد. بنابراین در ادامه به ارائه نتایج تکنیک کنترل کننده با فیدبک انتگرالی پرداخته می شود.



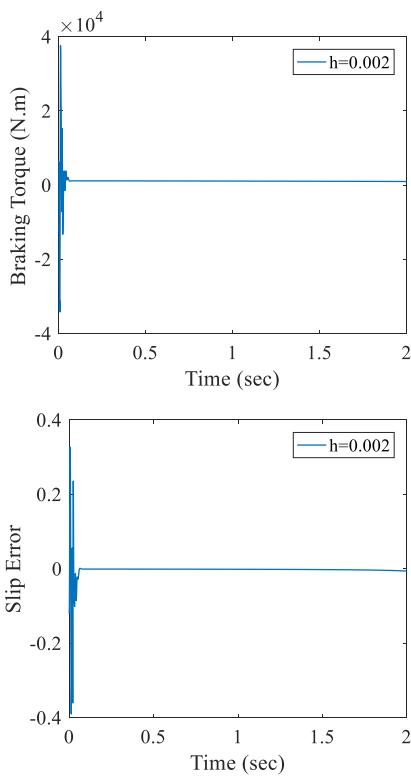
شکل ۶: مقایسه تخمین شتاب با تخمین گر مقید و تخمین گر نامقید

در ادامه عملکرد فیلتر مقید ارائه شده در زمینه تخمین پارامترهای دینامیک خودرو مورد بحث و بررسی قرار می گیرد. بر همین اساس در شکل ۴ نتایج تخمین ضریب اصطکاک بین تایر و جاده در مقایسه با مقدار واقعی آن ارائه شده است. براساس شکل ۴ الگوریتم تخمین مقید ارائه شده، عملکرد بسیار خوبی نسبت به الگوریتم فیلتر کالمون نامقید در تخمین ضریب اصطکاک ارائه می دهد. این عملکرد بخصوص در زمانهای ارضا قیود مشهود می باشد که در آن تخمین گر نامقید نه تنها توانسته مقدار  $0/9$  ضریب اصطکاک سیستم را به درستی تخمین بزند، بلکه در برخی زمان‌ها بازه‌ی قیود تعریف شده برای ضریب اصطکاک را نقض کرده و مقدار ضریب اصطکاک را غیرواقعی و حتی بیشتر از یک تخمین می زند.

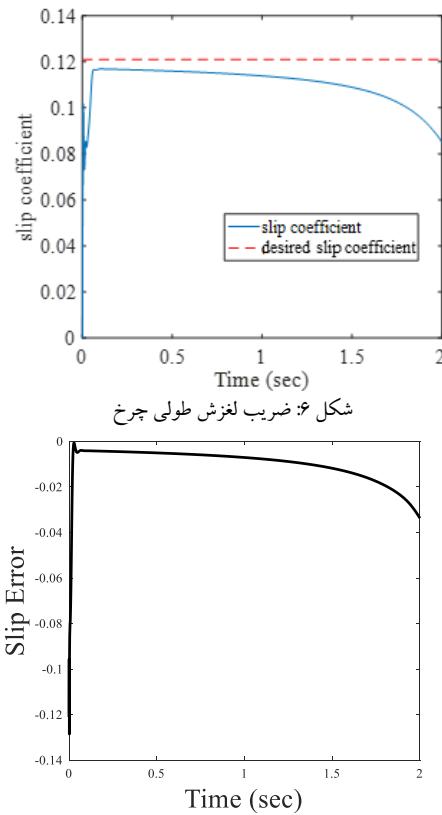


شکل ۷: مقایسه تخمین ضریب اصطکاک با تخمین گر مقید و تخمین گر نامقید

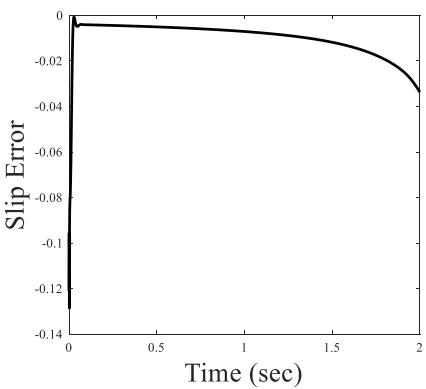
در ادامه نتایج ترکیب تخمین زن و کنترل کننده ارائه می شود. همانطور که در بخش طراحی کنترل کننده توضیح داده شد، کنترل کننده از سرعت



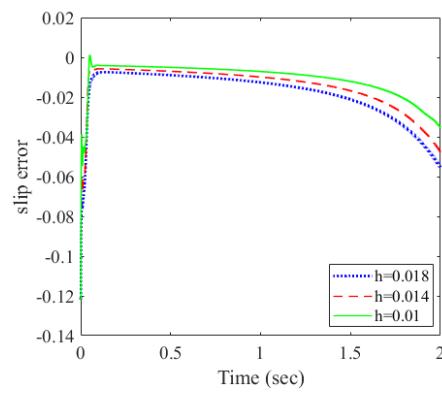
شکل ۱۰: تغییرات انرژی کنترلی و خطای برای مقادیر خیلی کم زمان پیش‌بین



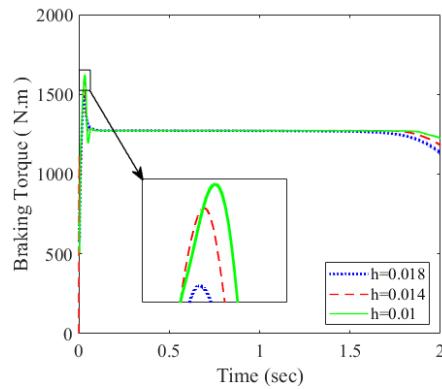
شکل ۶: ضریب لغزش طولی چرخ



شکل ۷: خطای ردیابی لغزش طولی چرخ



شکل ۸: بررسی خطای لغزش با کاهش زمان پیش‌بین

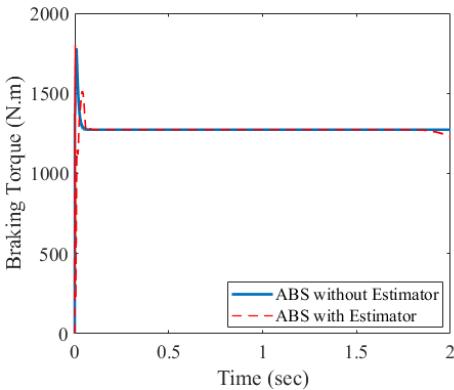


شکل ۹: بررسی گشتاور کنترلی با کاهش زمان پیش‌بین

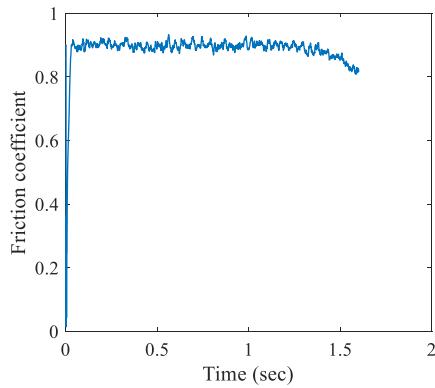
به منظور کاهش خطای ردیابی ضریب لغزش و همچنین جلوگیری از یک ناگهانی ورودی کنترلی، در ادامه از کنترل کننده با تکنیک فیدبک انتگرال استفاده می‌شود. نتایج مقایسه دو روش کنترلی در حالت با فیدبک انتگرالی و بدون آن در شکل‌های ۱۱ و ۱۲ ارائه شده است. این نکته لازم به ذکر می‌باشد، که در این نمودار زمان پیش‌بین برای هر دور روش کنترلی ۰/۰ در نظر گرفته شده است. براساس شکل ۱۱ کنترل کننده طراحی شده با تکنیک فیدبک انتگرال نه تنها از خطای لغزش کمتری نسبت به حالی که از فیدبک انتگرال استفاده نمی‌شود، برخوردار است، بلکه براساس شکل ۱۲ یک گشتاور کنترلی نیز در این روش کاهش یافته است. به منظور مقایسه بهتر دو روش کنترلی، نتایج مقایسه فاصله توقف در جدول ۲ ارائه شده است، براساس جدول ۲ در تکنیک کنترل کننده با فیدبک انتگرالی، فاصله توقف کم تر از حالت بدون فیدبک انتگرال می‌باشد.

در نهایت به مقایسه نتایج کار حاضر با کنترل کننده طراحی شده در مرجع [۳] پرداخته می‌شود. این نکته لازم به ذکر می‌باشد که کنترل کننده طراحی شده در مرجع [۳] بدون تخمین می‌باشد و در آن خطای تخمین وجود ندارد (حالت ایده‌آل). مقایسه نتایج در حضور و عدم حضور تخمین زن در شکل‌های ۱۳ و ۱۴ ارائه شده است. خطای ردیابی مشاهده شده در شکل ۱۳ ناشی از خطای تخمین می‌باشد. بنابراین نتایج ارائه شده در مقاله حاضر به دلیل در نظر گرفتن تخمین در ساختار خود، از دیدگاه عملی نتایج نزدیک‌تری به واقعیت ارائه می‌دهد.

ارائه شده است. براساس این شکل، تخمین زن مقید عملکرد مطلوبی را در تخمین مقدار واقعی ضریب اصطکاک در حضور نویز قدرت بالا ارائه می‌دهد.

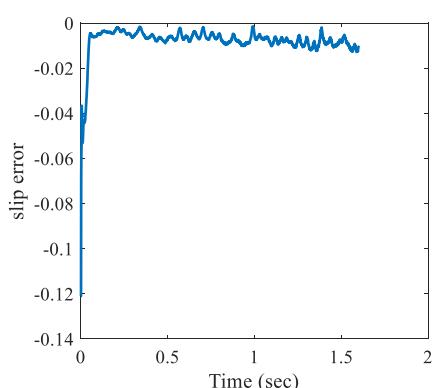


شکل ۱۴: مقایسه گشتاور کنترلی با و بدون تخمین زن

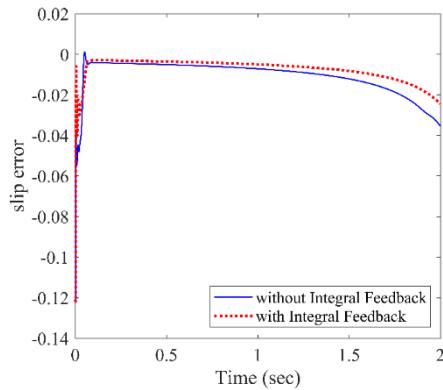


شکل ۱۵: نمودار ضریب اصطکاک

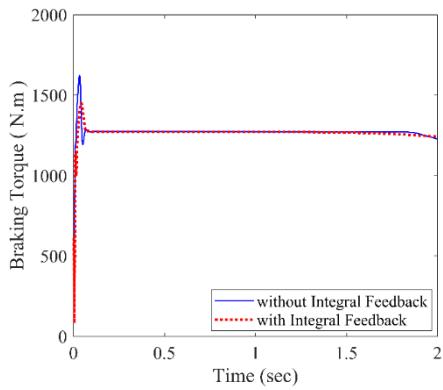
با توجه به کنترل کننده طراحی شده که به منظور نگه داشتن ضریب لغزش نزدیک مقدار مطلوب طراحی شده است شکل ۱۶ نشان می‌دهد این ماموریت با وجود نویز تزریق شده به ساختار کامل سیستم کنترلی به بهترین شکل انجام شده و خطای لغزش همواره نزدیک به صفر می‌باشد. شکل ۱۷ گشتاور ترمیزی یا انرژی کنترلی را نشان می‌دهد.



شکل ۱۶: خطای لغزش بر حسب زمان در حضور نویز



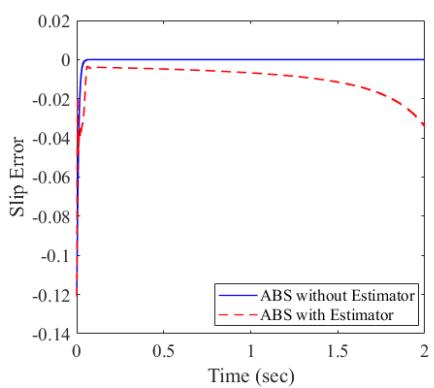
شکل ۱۱: مقایسه خطای لغزش با فیدبک انتگرال و بدون فیدبک انتگرال



شکل ۱۲: مقایسه گشتاور کنترل، کنترل کننده با فیدبک انتگرال و بدون فیدبک انتگرال

جدول ۲: مقایسه فاصله توقف در دو روش کنترلی

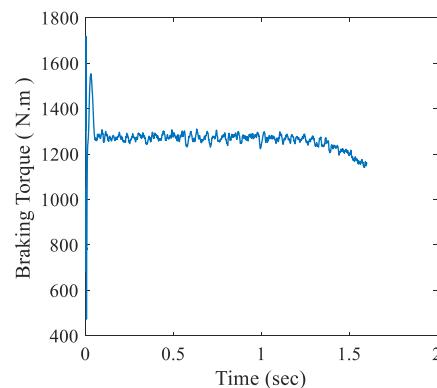
روش کنترلی	فاصله توقف (متر)
کنترل کننده با فیدبک انتگرال	۲۲/۷
کنترل کننده بدون فیدبک انتگرال	۲۴/۸۱



شکل ۱۳: مقایسه خطای ردیابی ضریب لغزش با و بدون تخمین زن

به منظور ارزیابی ساختار کامل کنترلی، شرایط واقعی‌تر که شامل ترکیب تخمین‌گر مقید با کنترل کننده‌ای است که در آن از روش فیدبک انتگرال استفاده شده و نویز گوسی سفید به آن اضافه شده است، امتحان می‌گردد. ضریب نویز گوسی سفیدی که در این قسمت استفاده شده برابر ۰/۰۰۵ در نظر گرفته می‌شود. در شکل ۱۵ نتایج تخمین ضریب اصطکاک

- estimation to improve vehicle directional stability". ISA Trans., vol. 80, pp. 513-527.
- [6] Reina, G., & Messina, A. (2019). "Vehicle dynamics estimation via augmented Extended Kalman Filtering". Measurement, vol. 133, pp. 383-395.
- [7] Guo, H., Chen, H., Xu, F., Wang, F., & Lu, G. (2013). "Implementation of EKF for vehicle velocities estimation on FPGA". IEEE Trans. Ind. Electron., vol. 60, no. 9, pp. 3823-3835.
- [8] Patra, N., & Sadhu, S. (2015, December). "Adaptive Extended Kalman Filter for the state estimation of Anti-Lock Braking System". In 2015 Annual IEEE India Conference (INDICON)(pp. 1-6). IEEE.
- [9] Antonov, S., Fehn, A., & Kugi, A. (2011). "Unscented Kalman filter for vehicle state estimation". Veh. Sys. Dyn., vol. 49, no.9, pp. 1497-1520.
- [10] Rajendran, S., Spurgeon, S. K., Tsampardoukas, G., & Hampson, R. (2019). "Estimation of road frictional force and wheel slip for effective antilock braking system (ABS) control". Int. J. Robust. Nonlin. Control, vol. 29, no.3, pp. 736-765.
- [11] Zhang, W., Wang, Z., Zou, C., Drugge, L., & Nybacka, M. (2019). "Advanced Vehicle State Monitoring: Evaluating Moving Horizon Estimators and Unscented Kalman Filter". IEEE Trans. Veh. Technol., vol. 68, no. 6, pp. 5430-5442.
- [12] Sun, F., Huang, X., Rudolph, J., & Lolenko, K. (2015). "Vehicle state estimation for anti-lock control with nonlinear observer". Control Eng. Prac., vol. 43, pp. 69-84.
- [13] Laowanitwattana, J., & Uatrongjit, S. (2016, June). "Estimation of induction motor states and parameters based on extended kalman filter considering parameter constraints". In 2016 International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion (SPEEDAM) (pp. 755-760). IEEE.
- [14] Lu, F., Ju, H., & Huang, J. (2016). "An improved extended Kalman filter with inequality constraints for gas turbine engine health monitoring". Aerosp. Sci. Technol., vol. 58, pp. 36-47.
- [15] Joukov, V., Bonnet, V., Venture, G., & Kulic, D. (2015, September). "Constrained dynamic parameter estimation using the extended Kalman filter". In 2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS) (pp. 3654-3659). IEEE.
- [16] Pacejka, H. Tire and vehicle dynamics. Elsevier, 2005.
- [17] Rajamani, R. Vehicle dynamics and control. Springer Science & Business Media, 2011.
- [18] Simon, D. Optimal state estimation: Kalman, H infinity, and nonlinear approaches. John Wiley & Sons, 2006.



شکل ۱۷: گشتاور ترمزی در حضور نویز

## - نتیجه گیری

در این مقاله مقایسه‌ای بین تخمین مقید با تخمین نامقید صورت گرفت و نشان داده شد که تخمین مقید خطای کمتر و به طبع آن دقیق‌تر بالاتری را ارائه می‌دهد طوری که در حضور نویزهای قدرتمندتر عملکردی بسیار دقیق‌تر از تخمین گر نامقید دارد و در ادامه تخمین گر مقید با کنترل-کننده غیرخطی مبتنی بر پیش‌بین ترکیب شد و نشان داده شد با استفاده از تکنیک فیدبک انتگرال خطابی که ناشی از تخمین و نامعینی‌های مدل-سازی است جبران می‌شود و در واقع کمبودهای مشاهده گر را می‌توان کاهش داد. در ضمن از نوسانی شدن انرژی کنترلی نیز جلوگیری به عمل می‌آید. در آخر در نمونه‌ای به بررسی اثر نویز روی ساختار کامل کنترلی مشکل از تخمین‌گر مقید و کنترل کننده با فیدبک انتگرالی اشاره شد و نشان داده شد که در حضور این نویز اختلالی در کارکرد این ساختار به وجود نمی‌آید.

## مراجع

- [1] Aghasizade, S., Mirzaei, M., & Rafatnia, S. (2018). "Novel constrained control of active suspension system integrated with anti-lock braking system based on 14-degree of freedom vehicle model". Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics, vol. 232, no. 4, pp. 501-520.
- [2] Aghasizade, S., Mirzaei, M., & Rafatnia, S. (2018). "The effect of road quality on integrated control of active suspension and anti-lock braking systems". AUT Journal of Mechanical Engineering, vol. 3, no. 1, pp. 123-135.
- [3] Mirzaeinejad, H., & Mirzaei, M. (2010). "A novel method for non-linear control of wheel slip in anti-lock braking systems". Control Eng. Pract., vol. 18, no. 8, pp. 918-926.
- [4] Mirzaei, M., & Mirzaeinejad, H. (2017). "Fuzzy scheduled optimal control of integrated vehicle braking and steering systems". IEEE/ASME Trans. Mechatron., vol. 22, no. 5, pp. 2369-2379.
- [5] Mirzaeinejad, H., Mirzaei, M., & Rafatnia, S. (2018). "A novel technique for optimal integration of active steering and differential braking with

- [19] Simon, D., & Chia, T. L. (2002). "Kalman filtering with state equality constraints". IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. 38, no. 1, pp. 128-136.
- [20] Chia, T. L. (1985). Parameter identification and state estimation of constrained systems (Doctoral dissertation, Case Western Reserve University).
- [21] Chen, W. H., Ballance, D. J., & Gawthrop, P. J. (2003). "Optimal control of nonlinear systems: a predictive control approach". Automatica, vol. 39, no. 4, pp. 633-641.
- [22] Khalil, H. K. Nonlinear control (pp. 33-45). New York: Pearson, 2015.