مجله کنترل
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
مقاله کاربردی
جلد۱۸، شماره ۳، پاییز ۱۴۰۳، صفحه ۸۹-۷۱

# کنترل‌کننده مد لغزشی دکوپله جدید به منظور ردیابی موقعیت بازوهای رباتیک با مفاصل انعطاف‌پذیر در حضور آشوب با پیاده‌سازی عملی

عبدالله حسن نژاد[۱]، ابوالفضل رنجبر نوعی[۲]، محمدرضا سلطانپور[۳]، محمد ویسی [۴]

[۱] دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل،مازندران، ایران a.hasannezhad@stu.nit.ac.ir

[۲] استاد، دانشکدهٔ مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل،مازندران، ایران a.ranjbar@nit.ac.ir

[۳] استاد، دانشکدهٔ مهندسی برق، دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری ،تهران، ایران soltanpour@ssau.ac.ir

[۴] استادیار، دانشکدهٔ مهندسی برق، دانشگاه خاتم الانبیاء ،تهران، ایران m.veysi@khadu.ac.ir

دریافت: ۱۴۰۳/۰۱/۱۹ ویرایش: ۱۴۰۳/۰۶/۰۲ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۸/۲۲

**چکیده**: این مقاله یک کنترل‌کننده مد لغزشی دکوپله جدید، به منظور ردیابی موقعیت بازوهای رباتیک با مفاصل انعطاف‌پذیر، در حضور آشوب و عدم قطعیت، ارائه می‌کند. در گام اول از یک مرجع آشوبناک با رویکرد همزمان‌سازی برای ایجاد آشوب در دینامیک بازو استفاده شده و سپس رفتار کنترل‌کننده مد لغزشی دکوپله معمولی تحلیل می‌شود. نشان داده شده که همگرایی همزمان سطوح لغزش و پایداری مجانبی این کنترل‌کننده در برخی حالات می‌تواند با چالش‌هایی همراه باشد. بعد از آن، با به‌کارگیری یک سطح لغزشی ترمینال سریع غیرمنفرد و طراحی یک متغیر کوپلینگ جدید و هم‌چنین ارائه یک روش جدید برای کاهش چترینگ، کنترل‌کننده‌ای پیشنهاد شده که نه تنها می‌تواند مشکلات کنترل‌کننده مد لغزشی دکوپله معمولی را حل کند، بلکه می‌توانند زمان همگرایی را بهبود بخشد، پایداری مجانبی سراسری زمان‌محدود را برای سیستم کنترل حلقه‌بسته در حضور آشوب و عدم قطعیت‌های ساختاری و غیرساختاری فراهم نموده و دامنه چترینگ را نیز کاهش دهد. در نهایت، به منظور ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی، برخی شبیه‌سازی‌ها و پیاده‌سازی‌های عملی به صورت سخت‌افزار در حلقه انجام و نتایج با دو روش دیگر مقایسه شده است. نتایج حاصله کارایی کنترل پیشنهادی را در تضمین پایداری مجانبی،کاهش زاویه انحراف، بهبود زمان همگرایی وکاهش چترینگ تایید می‌کنند.

**کلمات کلیدی:** کنترل مد لغزشی دکوپله، بازوهای رباتیک با مفاصل انعطاف‌پذیر، آشوب، عدم‌قطعیت، پایداری مجانبی زمان‌محدود.

# A New Decoupled Sliding Mode Control for Flexible Joint Robotic Manipulators Trajectory Tracking in the Presence of Chaos with Practical Implementation

**Abdollah Hasan Nezhad, Abolfazl Ranjbar Noiey, Mohammad Reza Soltanpour, Mohammad Veysi**

**Abstract:** This paper presents a novel non-singular fast terminal decoupled sliding mode control for position tracking of flexible joint robotic manipulators under chaos and uncertainty. Firstly, a suitable chaotic reference is used as a synchronization mechanism to create chaos in the dynamics. Next, the conventional decoupled sliding mode control is examined. It is shown that this method faces challenges in achieving asymptotic stability for trajectory tracking under some conditions. Subsequently, a new coupling variable is designed, a non-singular fast terminal sliding surface is utilized, and a new reaching law is proposed in such a way that they can resolve not only the problems of the decoupled sliding mode control but also improve convergence time, reduce chattering, eliminate singularity, and provide finite-time asymptotic stability. A comprehensive convergence analysis is conducted for all the sliding surfaces. Finally, simulations and experimental implementations as hardware-in-the-loop are carried out to evaluate the performance of the proposed method. Additionally, the results are compared to the conventional decoupled sliding mode control and hierarchical sliding mode control. The results validate the effectiveness of the proposed control method in suppressing the deflection angle, improving convergence time, and reducing chattering in the control input in the presence of chaos and uncertainties.

**Keywords:** Decoupled sliding mode control, Flexible joint robot manipulator, Chaos, Uncertainty, Finite-time asymptotic stability.

## ۱- مقدمه

کنترل بازوهای رباتیک با مفاصـــل انعطاف‌پذیر[۱] بدلیل کاربردهای فراوان در حوزه‌های صنعتی، نظامی و پژوهشی، همواره یکی از زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه پژوهشـــگران در ســـال‌های اخیر بوده اســـت [۱]. علی‌رغم اینکه این‌گونه بازوها، نسـبت به بازوهای صـلب[۲] دارای مزایایی همچون مـانورپـذیری بـالاتر، ابعـاد کوچکتر، مصـــرف انرژی کمتر می‌باشـــند[۲] اما، فرآیند کنترل آنها بدلیل اینکه این بازوها دارای مدل دینامیکی غیرخطی، چندمتغیره و فروتحریک[۳] همراه با عدم قطعیت هسـتند، پیچیده‌تر اسـت[۳]. علاوه بر این‌ها، در این بازوها پدیده ارتعاش[۴] ناخواسته نیز وجود دارد که کنترل را سخت‌تر می‌نماید[۴]. از سوی دیگر، این بازوها می‌توانند تحت شـــرایط مختلفی، مانند وجود بار متغیر[۵] و تاخیر در ســـیگنال کنترلی [۶]، آشـوبی شـوند که این عامل هم می‌تواند مشـکلاتی در آن‌ها ایجاد نموده یا حتی منجر به ناپایداری شـود. بنابراین، در فرآیند طراحی کنترل‌کننده برای این بازوها، لازم اسـت آشـوب نیز مورد توجه قرار گرفته و کنترل‌کننده به گونه‌ای طراحی شـود که ضـمن مقابله با چالش‌های پیش‌گفته، در حضـــور آشـــوب نیز بتواند به اهداف کنترلی خود دســت یابد. بنابراین، مســاله اصــلی که باید مورد توجه قرار گیرد، کنترل یک FJRM در حضور عدم قطعیت و آشوب است [۷].

در این راســـتا، برای بررســـی قابلیت‌های کنترل‌کننده در حضـــور آشـوب، ابتدا باید آشـوب را در دینامیک بازو ایجاد نموده و سـپس به مطالعه و کنترل آن پرداخت. در بین روش‌های آشـوبی‌سـازی FJRM، به دلیل ســادگی در پیاده‌ســازی، می‌توان از رویکرد همزمان‌ســازی با مرجع آشـوبی برای ایجاد آشـوب در دینامیک بازو اسـتفاده نمود[۸]. علاوه بر این، یک سیگنال آشوبی که یک مسیر حداقل انرژی است[۹]، می‌تواند به عنوان مســیر مطلوب برای ایجاد آشـوب در سـیسـتم‌های دینامیکی با رویکرد همزمان سازی مورد استفاده قرار گیرد[۱۰]. در این رویکرد لازم اسـت با یک قانون کنترل مناسـب، یکی از متغیرهای حالت را با سـیگنال آشوبی همزمان نموده و متغیر دیگر را در حضور عدم قطعیت و آشوب، کنترل نموده و به اهداف اصـلی نظیر پایداری مجانبی، همگرایی سـریع و کاهش زاویه ارتعاش، دست یافت[۱۱].

در میان روش‌های کنترل FJRM، از جمله فیدبک حالت[۱۲]، کنترل هوشمند[۱۳]، کنترل تطبیقی[۱۴] و کنترل امپدانس[۱۵]، استفاده از کنترل مد لغزشی[۵] در سال‌های اخیر به دلیل پیاده‌سازی آسان و مقاومت در برابر اغتشاش و پاسخ ردیابی مناسب، افزایش چشمگیری داشته است. به عنوان نمونه، در [۱۶]، یک روش مبتنی بر کنترل ســـاختار متغیر فازی، برای کنترل و ضدکنترل آشوب[۶] یک FJRM تک رابط، پیشنهاد شده است. کنترل بازوهای رباتیک آشـــوبی دو رابطی، با اســـتفاده از SMC، در [۵] انجام شده است. یک سیگنال آشوبی به عنوان مسیر مرجع مطلوب برای کاهش زاویه انحراف در بازوهای رباتیک در [۱۷] بکار گرفته شده است. علیرغم اینکه این مقالات راه‌حل‌هایی را برای کنترل FJRM در شـــرایط آشـوبی ارائه نموده‌اند، اما با مشـکلاتی نیز روبرو هسـتند. برخی کارها، راه‌حل‌هایی را ارائه داده‌اند که مبتنی بر گشـــتاور بوده و معادلات بخش الکتریکی بازو را نادیده گرفته‌اند، که این عامل ممکن اســـت منجر به چالش‌هایی در پیاده‌ســـازی عملی آن‌ها شـــود. روش‌های مبتنی بر کنترل هوشـــمند حجم محاســـباتی بالایی داشـــته و تنظیم قوانین فازی در آن‌ها، زمان‌بر است. در بعضی از مقالات نیز از مدل خطی FJRM استفاده شده، در حالی که FJRM یک سیستم غیرخطی فروتحریک است.

علاوه بر این‌ها، برای اعمال SMC روی FJRM با n مفصـــل، لازم است چندین سطح لغزش تعریف شود که همگرایی همزمان این سطوح لغزش با تعداد ورودی کنترلی کمتر از درجه آزادی، بدلیل فرو تحریک بودن این‌گونه سیستم‌ها، کار دشواری است. برای حل این مساله، روشی بنام کنترل مد لغزشی سلسله مراتبی[۷]، در [۱۸] پیشنهاد شده است. رویکرد دیگر، کنترل مد لغزشی افزایشی[۸] است که در [۱۹] پیشنهاد شده است. اما، علیرغم ارائه راه‌حل‌هایی در این مقالات، آن‌ها هیچ اســـتدلالی برای همگرایی همزمان تمام ســطح لغزشــی در ســطوح کنترلی ارائه نکردند و اثبات پایداری آن‌ها بر اساس همگرایی سطح لغزش کلی است. علاوه بر این، تعداد پارامترهای کنترلی در آن‌ها زیاد بوده و تنظیم آن‌ها گاهاً دشوار است.

کنترل مـد لغزشـــی دکوپلـه[۹] (DSMC)، یکی دیگر از روش‌هـای پرکاربرد برای کنترل کلاسی از سیستم‌های فروتحریک است [۲۰] . این تکنیک به دلیل تعداد پارامترهای کنترلی کمتر و عملکرد موثرتر برای

[1]Flexible Joint Robotic Manipulator (FJRM)
[2]Rigid robot
[3]Under Actuated
[4]Deflection
[5]Sliding Mode Control (SMC)
[6]Chaos control and Anti control
[7]Hierarchical Sliding Mode Control (HSMC)
[8]Incremental Sliding Mode Control (ISMC)
[9]Decoupled Sliding Mode Control (DSMC)

کنترل سیستم‌های الکترومکانیکی گوناگون استفاده شده است. به طور مثال، در [۲۱]، یک DSMC ترمینال غیر منفرد برای کلاسی از سیستم‌های مرتبه چهارم پیشنهاد شده است. یک کنترل‌کننده DSMC ترمینال غیرمنفرد، بر اساس یک شبکه عصبی در [۲۲] برای یک بازوی موازی با سه درجه آزادی افزونه، طراحی شده است. در [۲۳]، یک DSMC خودتنظیم مقاوم با استفاده از یک الگوریتم ژنتیک معرفی و بر روی پاندول معکوس پیاده سازی شده است. نویسندگان در [۲۴] DSMC را با کنترل پسگام به عقب[1] ترکیب نموده و از آن برای کنترل پاندول معکوس استفاده کرده‌اند. هم‌چنین، در [۲۵]، یک DSMC ترمینال سریع غیر منفرد سرا سری فازی تطبیقی برای کنترل ردیابی موقعیت FJRM پیشنهاد شده است. علاوه بر این‌ها، در [۲۶] یک کنترل‌کننده ترمینال سریع غیرمنفرد DSMC فازی ترکیب شده با رویتگر، به منظور ردیابی زمان‌محدود موقعیت بازوهای رباتیک معرفی شده است.

موضوع بعدی در طراحی کنترل‌کننده‌های مبتنی بر مد لغزشی، طراحی بخش ناپیوسته قانون کنترل یا قانون رسیدن است. طراحی قانون رسیدن برای به حداقل رساندن چترینگ، تضمین پایداری و کاهش زمان رسیدن بسیار مهم است. در SMC معمولی، قانون رسیدن با نرخ ثابت استفاده شده که استفاده از تابع علامت با یک ضریب ثابت منجر به بروز چترینگ در ورودی کنترل می‌شود. برای حل این مشکل و هم‌چنین بهبود نرخ همگرایی، قانون رسیدن با نرخ بالا در [۲۷] پیشنهاد شده است. این قانون زمانی که حالت‌ها از سطح لغزش دور هستند زمان همگرایی را کاهش می‌دهد اما، زمانی که حالت‌ها نزدیک سطح هستند زمان رسیدن را افزایش می‌دهد. علاوه بر این، این قانون شامل یک اصطلاح سوئیچینگ نرم است که چترینگ را کاهش می‌دهد. برای حل مساله سرعت در نزدیکی سطح لغزش مرتبط با قانون رسیدن با نرخ بالا، قانون رسیدن TSM-type در [۲۸] پیشنهاد شده است. سایر محققان نیز از این قانون استفاده کرده و آن را با ساختارهای مختلف ترکیب کرده‌اند [۲۹].

اگر چه مقالات فوق کنترل‌کننده های مناسبی بر مبنای DSMC معرفی نموده‌اند، اما دستیابی به اهداف کنترلی در شرایط آشوبی که همراه با عدم قطعیت و اغتشاش است، نیازمند تغییراتی در ساختار آن‌ها دارد که در این مقالات به آن اشاره‌ای نشده است. از این‌رو شایسته است، روش DSMC بیشتر مورد برر سی قرار گیرد. به عنوان نمونه، برخی دیگر از مشکلات این روش به شرح زیر است:

۱. روش DSMC معمولی تنها می‌تواند پایداری یکنواخت محدود سیستم حلقه بسته را تضمین کند، زیرا در این روش، ورودی کنترل تنها می‌تواند اولین سطح لغزش و مشتق آن‌را به صفر همگرا کند و بر عملکرد سطح لغزشی دوم تاثیری ندارد.

۲. نحوه طراحی متغیر کوپلینگ و چگونگی تنظیم ضرایب آن در روش DSMC، بسیار مهم است. به‌گونه‌ای که، این متغیر باید بتواند بطور همزمان هر دو سطح لغزش را به صفر همگرا نموده و در حالت ماندگار با گذشت زمان نیز خطای حالت ماندگار ایجاد نکند.

۳. در برخی از این مقالات، به ارائه اثبات پایداری زمان‌محدود توجهی نشده، درحالیکه، زمان همگرایی در DSMC معمولی، به دلیل استفاده از سطح لغزشی خطی، نامحدود است.

۴. استفاده از تابع علامت در ساختار DSMC منجر به بروز چترینگ می شود که این امر در کاربردهای عملی نامطلوب بوده و می‌تواند طول عمر عملگر را کاهش داده یا باعث استهلاک آن شود. روش‌هایی نیز که با تغییر بخش ناپیوسته قانون کنترلی یا طراحی قانون رسیدن، سعی در کاهش چترینگ یا افزایش سرعت رسیدن داشته‌اند، دربرخی حالات در تضمین پایداری مجانبی سیستم حلقه بسته دچار مشکل هستند.

۵. در برخی از مقالات، روش DSMC فقط برای یک کلاس از سیستم‌ها پیشنهاد شده است، در حالی که FJRM یک سیستم با n ورودی و 2n خروجی است. بنابراین، فقط می‌توان از آن برای کنترل بازوی یک درجه آزای استفاده نمود و نمی‌توان آن را برای کنترل FJRM با n درجه آزادی تعمیم داد.

۶. در برخی موارد، فرآیند طراحی کنترل‌کننده پیچیده بوده و یا تعداد ضرایب کنترل‌کننده زیاد است که پیاده‌سازی عملی را چالش برانگیز می‌کند.

در پاسخ به محدودیت‌های فوق، این مقاله ابتدا، یک تحلیل کاملی از عملکرد DSMC معمولی را ارائه می‌کند، سپس مشکلات آن را تشریح نموده و برخی تغییرات در ساختار آن، جهت استفاده از آن، در کنترل ردیابی موقعیت FJRM با n رابط در حضور آشوب، عدم قطعیت و اغتشاش خارجی، اعمال می‌نماید. بدین منظور، یک روش کنترلی جدید به عنوان کنترل مد لغزشی دکوپله ترمینال سریع غیر منفرد بهبود یافته[2] پیشنهاد شده است. فرآیند آشوبی‌سازی و کنترل آشوب به طور هم‌زمان در یک رویکرد هم‌زمان‌سازی آشوبی انجام می‌شود. ثابت می‌شود که روش پیشنهادی، دارای برخی ویژگی‌ها، مانند تضمین پایداری مجانبی، همگرایی زمان‌محدود همزمان تمامی سطوح لغزش و مقاومت بالا در برابر اغتشاش و عدم قطعیت است. علاوه بر این، چندین شبیه‌سازی و پیاده سازی به صورت سخت‌افزار در حلقه[3] برای ارزیابی عملکرد کنترل پیشنهادی انجام می شود. برخی از نوآوری‌ها و مزایای روش پیشنهادی به شرح زیر است:

- تحلیل کاملی از عملکرد روش DSMC معمولی ارائه شده و مشکلات آن در تضمین پایداری و همگرایی همزمان هر دو سطوح لغزش، بیان شده است.
- یک متغیر کوپلینگ جدید به گونه‌ای پیشنهاد شده که مشکلات روش DSMC در همگرایی همزمان تمام سطوح لغزش و عدم وجود خطای ماندگار در کلیه اهداف را حل نموده و زاویه

[1] Back-Stepping
[2] Improved Nonsingular fast Terminal Decoupled Sliding Mode Control (INSFTDSMC)
[3] Hardware in the loop (HWIL)

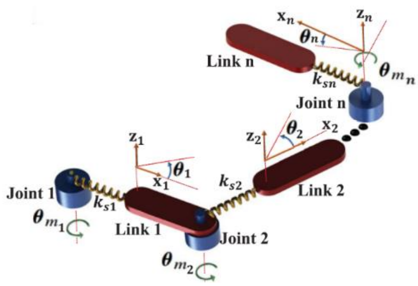
انحراف را کاهش دهد.

- یک روش جدید برای کاهش چترینگ بر مبنای قانون رسیدن TSM-type پیشنهاد شده، که می‌تواند، ضمن تضمین پایداری مجانبی سراسری سیستم کنترلی حلقه بسته در حضور اغتشاش، ورودی کنترلی را بسیار نرم نموده و سرعت بالای رسیدن به سطح لغزش را نیز بخوبی حفظ کند.
- از یک سطح لغزش ترمینال سریع غیر منفرد[1] برای تضمین پایداری مجانبی زمان‌محدود و بهبود زمان همگرایی استفاده شده است.
- روش پیشنهادی به صورت جامع و با قابلیت تعمیم به کنترل FJRM با n درجه آزادی طراحی شده است. همچنین، می‌توان از آن در کنترل کلاسی از سیستم‌های فروتحریک، استفاده نمود.
- با در نظر گرفتن دینامیک بخش‌های مکانیکی و الکتریکی طرح پیشنهادی کنترل بر مبنای ولتاژ است که چالش پیاده‌سازی روش‌های مبتنی بر گشتاور را ندارد.
- کنترل پیشنهادی به صورت گام به گام ارائه شده و یادگیری، شبیه‌سازی و اجرای عملی آن برای مهندسین رباتیک و کنترل آسان است. علاوه بر این، روش پیشنهادی با آزمون HWIL و مطالعه تطبیقی اعتبارسنجی شده است.

ادامه این مقاله به صورت است: بخش ۲ معادلات دینامیکی بازوی رباتیک، مکانیزم آشوبی‌سازی و طرح کلی کنترل را توضیح می‌دهد. بخش ۳ مفاهیم اساسی و نحوه عملکرد روش DSMC معمولی را بصورت دقیق بررسی و مشکلات آن‌را را تشریح می‌نماید. بخش ۴ ساختار روش INSFTDSMC، با قابلیت کاهش زمان همگرایی، جلوگیری از بروز تکینگی و کاهش چترینگ، را بیان می‌دارد. بخش ۵، شبیه‌سازی‌ها و اعتبارسنجی عملی را برای ارزیابی عملکرد کنترل پیشنهادی ارائه می‌نماید. در نهایت، با بخش ۶، با عنوان نتیجه‌گیری، بحث به پایان می‌رسد.

## ۲- مدل دینامیکی بازوهای رباتیک با مفاصل انعطاف‌پذیر

نمای کلی FJRM با n مفصل سریال در شکل ۱ نشان داده شده است.




شکل ۱: یک FJRM سریال با n مفصل [۲۷]

در شکل ۱، برای هر موتور و مفصل متصل به آن، یک فنر برای مدل کردن اثر انعطاف درنظر گرفته شده است. $\theta_{m_i}$ و $\theta_i$ به ترتیب، موقعیت زاویه‌ای موتور و رابط $i$ام هستند. زاویه انحراف به صورت $\alpha_i = \theta_i - \theta_{m_i}$ تعریف می‌شود. بر اساس معادله اویلر-لاگرانژ و تعریف یک مختصات جدید به صورت $\left[\theta_{m_i}, \alpha_i\right]^T \in \mathcal{R}^{2n}$ برای $i = 1, \ldots, n$، معادلات فضای حالت برای مفصل اول تا $n$ام به صورت می‌باشد [۲۷]:

مفصل اول

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_3(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_4(t) \\ \dot{x}_3(t) = f_1(X_1) + g_1(X_1)u_1(t) + d_1(t) \\ \dot{x}_4(t) = f_2(X_1) + g_2(X_1)u_1(t) + d_2(t) \end{cases}$$
$$y_1(t) = [x_1(t), x_2(t)]$$

مفصل n ام

$$\begin{cases} \dot{x}_{4n-3}(t) = x_{4n-1}(t) \\ \dot{x}_{4n-2}(t) = x_{4n}(t) \\ \dot{x}_{4n-1}(t) = f_{2n-1}(X_n) + g_{2n-1}(X_n)u_n(t) \\ \qquad +d_{2n-1}(t) \\ \dot{x}_{4n}(t) = f_{2n}(X_n) + g_{2n}(X_n)u_n(t) \\ \qquad +d_{2n}(t) \end{cases} \quad (۱)$$
$$y_n(t) = [x_{4n-3}(t), x_{4n}(t)]$$

در (۱)، بردار حالت برابر $X_i = \left[\theta_{m_i}, \alpha_i, \dot{\theta}_{m_i}, \dot{\alpha}_i\right]^T \in \mathcal{R}^{4i}$ برای $i = 1, \ldots, n$ و $f_i(X_i)$ و $g_i(X_i)$ توابعی غیرخطی، هموار و محدود هستند و همچنین $g_i(X_i)$ تابعی غیرصفر است. $u_i(t) \in \mathcal{R}^i$ ورودی کنترل (ولتاژ موتورها) بوده و $d_i(t)$ اغتشاش کلی وارد بر سیستم است که شامل کلیه عدم قطعیت‌ها و دینامیک‌های مدل نشده‌ی بخش‌های الکتریکی و مکانیکی و اغتشاش خارجی است. اگر $\theta_{m_{d_i}} = x_{d_i}$ (مقادیر مطلوب) و $\theta_{m_i} = x_i$ (متغیر حالت) باشند، یک هدف کنترلی این است که خطای ردیابی $e_i = x_i - x_{d_i}$ به صفر همگرا شده و هدف دیگر این است که زوایای انحراف در طول ردیابی به صفر برسند. یعنی مقدار مطلوب برای $\alpha_i$ برابر صفر است.

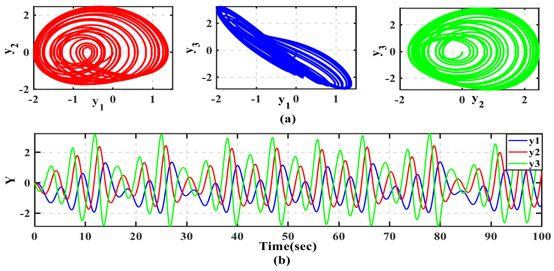
**فرض ۱:** در (۱)، اغتشاش $d_i(t)$ دارای دینامیکی نامعلوم اما دامنه‌ای محدود و معلوم به صورت $\|d_i(t)\| \leq D$ فرض می‌شوند. هم‌چنین $d_i(t)$ مشتق‌پذیر و مشتق آن نیز محدود فرض می‌شود.

اولین گام در ارزیابی عملکرد کنترل‌کننده در حضور آشوب، ایجاد آشوب در آن است. بدین منظور، از یک سیستم آشوبی به عنوان مرجع ردیابی با رویکرد همزمان سازی استفاده می شود. لازم به ذکر است که با توجه به دینامیک لخت بازو، باید از مرجعی با فرکانس مناسب برای ایجاد آشوب استفاده نمود. بدین منظور، از سیستم (۲) برای آشوبی سازی $x_{d_i}$ استفاده می‌شود [۱۷]:

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 \,, \\ \dot{y}_2 = y_3 \,, \\ \dot{y}_3 = -0.44y_3 - 2\,y_2 + {y_1}^2 - 1 \end{cases} \quad (۲)$$

شکل (۲) دیاگرام فاز و سیگنال آشوبی (۲) را نشان می‌دهد. این سیستم یک نقطه تعادل پایدار داشته و نمای لیاپانوف آن برابر (0.105,0,-0.545) است [۲۸].

[1] Non-singular fast Terminal Sliding Surface




شکل ۲: دیاگرام فاز و سیگنال آشوبی سیستم (۲)

برای ایجاد آشـوب در دینامیک بازو از متغیر اول (۲)، یعنی ($y_1$)، به عنوان مرجع مطلوب ردیابی برای مقدار $\theta_{md_i}$ استفاده می‌شود. با استفاده از همزمان سازی زاویه موتور با مرجع آشوبی و رساندن خطای ردیابی به سمت صفر، آشوب به سیستم تزریق می‌شود ($e = (\theta_{md_i} - y_1) \to 0$). در همین حال، متغیر دوم حالت، باید روی صـفر کنترل شـده و غیرآشـوبی باشـد ($\alpha_i \to 0$). در این حالت می‌توان گفت، عملکرد کنترل‌کننده در حضـور آشـوب ارزیابی می‌شـود. بنابراین، اسـتخراج فرم معادلات خطای همزمان سازی ضروری است. لذا، این خطا برای مفصل $i$ام به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{cases} e_{4i-3}(t) = x_{4i-3}(t) - x_{d_{i_1}}(t), \\ e_{4i-2}(t) = x_{4i-2}(t), \\ e_{4i-1}(t) = x_{4i-1}(t) - x_{d_{i_2}}(t), \\ e_{4i}(t) = x_{4i}(t) \end{cases} \qquad (۳)$$

در (۳)، $\dot{x}_{d_{i_1}}(t) = x_{d_{i_2}}(t)$ است. برای نشان دادن دینامیک خطای با جایگزینی مشتق (۳) در سیستم (۱) می‌توان رابطه زیر را محاسبه نمود:

$$\begin{cases} \dot{e}_1(t) = e_3(t), \\ \dot{e}_2(t) = e_4(t), \\ \dot{e}_3(t) = f_1(X_1) + g_1(X_1)u_1 + d_1(t) \\ \qquad - \ddot{x}_{d_{11}}, \\ \dot{e}_4(t) = f_2(X_1) + g_2(X_1)u_1 + d_2(t) \\ \qquad \vdots \\ \dot{e}_{4n-3}(t) = e_{4n-1}(t), \\ \dot{e}_{4n-2}(t) = e_{4n}(t), \\ \dot{e}_{4n-1}(t) = f_{2n-1}(X_n) + g_{2n-1}(X_n)u_n \\ \qquad + d_{2n-1}(t) - \ddot{x}_{d_{n1}}, \\ \dot{e}_{4n}(t) = f_{2n}(X_n) + g_{2n}(X_n)u_n + d_{2n}(t) \end{cases} \qquad (۴)$$

در(۴)، $e_i(t) = \left[\, \theta_{m_i} - \theta_{md_i}, \alpha_i - \alpha_{d_i}, \dot{\theta}_{m_i} - \dot{\theta}_{md_i}, \dot{\alpha}_i - \dot{\alpha}_{d_i} \right]^T \in \mathcal{R}^{4i}, i = 1, \dots, n$ اسـت. لازم به ذکر اسـت که مقادیر مطلوب زاویه انحراف و مشتق آن در (۴) برابر صفر است. در هر مفصل، دو متغیر ($\theta_m, \alpha$) باید به گونه‌ای کنترل شـوند که مقادیر مطلوب را دنبال کنند. در این حالت، مدل دینامیکی (۴) یک سیستم فرو تحریک با nورودی و 2n خروجی است. علاوه بر این، معادلات FJRM به صورت جامع بوده و معادلات حالت آن به فرم خطای ردیابی با در نظر گرفتن عدم قطعیت در کلیه بخش‌ها، ارائه شـده اسـت. همان‌گونه که ذکر شـد، معروف‌ترین روش کنترل مد لغزشی برای سیستم‌های فروتحریک، روش DSMC اسـت که در ادامه به طور دقیق مورد بررسـی قرار گرفته و مشکلات آن بیان می‌شود.

## ۳- تحلیل و بررسی روش DSMC

یک سـیسـتم با معادلات دینامیکی (۵) را در نظر بگیرید. برای این سیستم دو زیر سیستم $A$، شامل متغیرهای حالت $x_1(t)$ و $x_3(t)$ و $B$ شامل $x_4(t)$ و $x_2(t)$ به صورت زیر تعریف می‌گردند:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_3(t), \\ \dot{x}_3(t) = f_1(X) + g_1(X)U(t) + d_1(t), \end{cases} A \qquad \begin{cases} \dot{x}_2(t) = x_4(t), \\ \dot{x}_4(t) = f_2(X) + g_2(X)U(t) + d_2(t) \end{cases} B \qquad (۵)$$

قدم اول در طراحی کنترل مد لغزشـی انتخاب سـطوح لغزش اسـت. لذا، سطوح لغزش برای این سیستم، به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} S_1(t) &= c_1\big(x_1(t) - z(t)\big) + \dot{x}_1(t) = \\ &\quad c_1(x_1(t) - z(t)) + x_3(t), c_1 > 0 \\ S_2(t) &= c_2\, x_2(t) + \dot{x}_2(t) = c_2\, x_2(t) + x_4(t), \\ &\quad c_2 > 0 \end{aligned} \qquad (۶)$$

**نکته ۱:** لازم به ذکر اسـت که در معادله (۶)، $x_i(t)$، $z_i(t)$ و $S_i(t)$ توابعی از زمان هسـتند که در ادامه مقاله به طور خلاصـه به صورت $x_i$، $z_i$ و $S_i$ ذکر شده‌اند.

متغیر کوپلینگ $z$ بر اساس رابطه (۷) تعریف می گردد[۲۰]:

$$z = \mu_z \tanh\left(\frac{S_2}{\varphi_z}\right) \quad 0 < \mu_z < 1\,,\ \varphi_z > 1 \qquad (۷)$$

برای (۵)، ورودی کنترل U(t) به صورت زیر بدست می‌آید:

$$U(t) = \frac{-1}{g_1(X)}\big(f_1(X) + c_1(\dot{x}_1 - \dot{z}) + k.\mathrm{sign}(S_1)\big) \qquad (۸)$$

بمنظور تحلیل و بررسی پایداری سیستم حلقه بسته، تابع کاندیدای لیاپانوف به صـورت $v(S_1) = \frac{1}{2}{S_1}^2$ پیشـنهاد می‌شـود. با جایگزینی ورودی (۸) در معادله $\dot{S}_1$ و پس از ساده‌سازی، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{v}(S_1) = S_1\dot{S}_1 &= S_1\big(-k\mathrm{sign}(S_1) + d_1(t)\big) \\ &= -k|S_1| + S_1 d_1(t) \end{aligned} \qquad (۹)$$

طبق فرض ۱، $|d_1(t)| < D$ بوده و اگر $k = D + \eta$ انتخاب شود که $\eta > 0$ اسـت آن گاه $-k|S_1| + S_1 d_1(t) \le -(D+\eta)|S_1| + |S_1|D \le -\eta|S_1| \le 0$ خواهد شـد. در نتیجه $\dot{v}(S_1) \le 0$ اسـت. از طرفی دیگر وقتی $S_1 = 0$ شود آنگاه $\dot{v}(S_1) = 0$ می‌شود. بنابراین طبق قضیه لاسال [۲۹]، کنترل پیشنهادی در حضور اغتشاشات خارجی، سطح لغزش $S_1$ و مشتق آنرا با هر شرایط اولیه‌ی محدود به سمت صفر همگرا می‌نماید. پس با اعمال ورودی (۸) به سیستم (۵) داریم $S_1 = \dot{S}_1 = 0$. بنابراین:

$$S_1 = 0 \to c_1(x_1 - z) + x_3 = 0 \to \begin{cases} x_1 = z, \\ x_3 = 0 \end{cases} \quad and \qquad (۱۰)$$

به طور مشـابه از $\dot{S}_1 = 0$ نتیجه می‌شـود $\dot{x}_3 + c_1 x_3 = c_1 \dot{z}$ با حل این معادله، $x_3(t)$ برابر (۱۱) است.

$$x_3 = x_3(0)e^{-c_1 t} + c_1 \int_0^t e^{-c_1(t-\tau)}\, \dot{z}(\tau)\, d\tau \qquad (۱۱)$$

در (۱۱) اگر $\dot{z}(\tau)$ معلوم باشد $x_3$ قابل محاسبه خواهد بود. بنابراین اگر $S_1 = 0$ شود آنگاه $x_3 = 0$ از معادله (۱۱) می‌توان مشاهده نمود که اگر $x_3 = 0$ باشد آنگاه ترم انتگرالی $c_1\int_0^t e^{-c_1\,(t-\tau)}\ \dot{z}\,(\tau)\,d\tau$ برابر صفر خواهد شد. این حالت تنها زمانی اتفاق می‌افتد که $\dot{z} = 0$ باشد. برای بررسی این حالت از (۷) به صورت زیر مشتق می‌گیریم:

$$\dot{z} = \mu_z\left(\frac{\dot{S}_2}{\varphi_z}\right)sech^2\left(\frac{S_2}{\varphi_z}\right) \tag{۱۲}$$

رابطه (۱۲) نشان می‌دهد که اگر $\dot{S}_2$ برابر صفر باشد آنگاه $\dot{z}$ برابر صفر خواهد شد. این حالت زمانی اتفاق می‌افتد که $S_2 = 0$ یا $S_2 = cte$ باشد. از حالت اول داریم:

$$S_2 = 0 \rightarrow c_2\,x_2 + x_4 = 0\ \rightarrow \begin{cases} x_2 = 0, \\ x_4 = 0 \end{cases} \tag{۱۳}$$

بنابراین، متغیرهای حالت زیرسیستم B به سمت صفر همگرا می‌شوند. همچنین، از $S_2 = 0$ و رابطه (۷) می‌توان دریافت $z(t)$ برابر صفر خواهد شد. در نتیجه متغیرهای زیرسیستم A نیز به سمت مبدا (یا نقطه تعادل) همگرا می‌شوند. اما در حالت دیگر وقتی که $S_2$ برابر با یک مقدار ثابت باشد می‌توان نتیجه گرفت که:

$$\begin{aligned} &S_2 = cte = \sigma\ \rightarrow c_2\,x_2 + x_4 = \sigma \rightarrow c_2\,x_2 + \dot{x_2} \\ &\qquad = \sigma \rightarrow \\ &x_2 = \left. x_2(0)e^{-c_2 t} + c_2\int_0^t e^{-c_2(t-\tau)}\,\sigma d\,(\tau)\right|_{t\to\infty} \\ &\qquad = \ \sigma \end{aligned} \tag{۱۴}$$

که $\sigma$ یک مقدار ثابت است. از (۱۴)، مشاهده می‌شود که اگر $S_2 = cte$ آنگاه، $x_2(t)$ به صفر همگرا نمی‌شود بلکه دارای یک مقدار ثابت غیر صفر خواهد بود. بنابراین می‌توان گفت، در این حالت DSMC فقط می‌تواند $S_1$ و $\dot{S}_1$ را به صفر برساند و بر همگرایی سطح لغزش دوم به صفر تاثیری ندارد. در این حالت، سیستم حلقه بسته تحت DSMC دارای پایداری محدودیکنواخت خواهد بود.

**نکته ۲:** روش کنترلی DSMC برای اولین بار در [۲۰] معرفی شده و در [۲۱،۲۲،۲۳،۲۴] توسعه یافته است. با بررسی اجمالی این مقالات می‌توان دریافت که نحوه طراحی متغیر کوپلینگ در این روش بسیار مهم بوده بطوری که با متغیر کوپلینگ DSMC سنتی، این روش تنها می‌تواند سطح لغزش اول را به صفر همگرا نموده و سطح لغزش دیگر را در یک مقدار محدود کراندار نگه دارد. در نتیجه، همگرایی همزمان هر دو سطح لغزش با متغیر کوپلینگ DSMC سنتی ( رابطه (۷)) میسر نمی‌باشد. لذا می‌توان گفت، این روش تنها می‌تواند پایداری یکنواخت محدود برای سیستم حلقه بسته را فراهم کند. در حالی که تمام این مقالات بر پایداری مجانبی سیستم حلقه بسته بدون ارائه اثبات ریاضی مناسب تاکید داشته‌اند. از طرف دیگر، اگر چه در [۲۶] یک متغیر کوپلینگ جدید به صورت $z(t) = \mu_z \tanh(\int_0^t \frac{S_2}{\varphi_z}\,dt)$ معرفی شده که مشکل همگرایی همزمان سطوح لغزش و تضمین پایداری مجانبی را با اثبات ریاضی حل نموده اما با کمی دقت در این متغیر می‌توان مشاهده نمود که بدلیل وجود ترم انتگرالی در ساختارآن، بروز خطای حالت ماندگار در مدت زمان طولانی، اجتناب‌ناپذیر است.

بنابراین، مشکلات دیگر روش DSMC به طور خلاصه شرح زیر است:

- عدم تجزیه و تحلیل جامع همگرایی همزمان تمام سطوح لغزش و عدم تضمین پایداری مجانبی،
- خطای ردیابی در حالت ماندگار،
- زمان همگرایی نامحدود سطوح لغزش،
- نوسان متغیر کوپلینگ در اهداف ردیابی،
- چترینگ در ورودی کنترل،
- و محدودیت در کاربردهای ردیابی برای کنترل FJRM با n مفصل.

در ادامه، یک روش جدید، با عنوان INSFTDSMC ، برای حل این مشکلات، پیشنهاد شده است.

## ٤- طراحی کنترل‌کننده INSFTDSMC به منظور ردیابی موقعیت بازوهای رباتیک آشوبی با n مفصل

در این بخش یک کنترل جدید پیشنهاد شده که مشکلات DSMC را حل می‌کند. در ابتدا، این روش برای ردیابی مسیر FJRM با n مفصل، تعمیم داده می‌شود. سپس، یک سطح لغزشی ترمینال سریع غیرمنفرد برای تضمین همگرایی زمان‌محدود ارائه می‌شود. پس از آن، یک متغیر کوپلینگ جدید طراحی می‌شود و در نتیجه پایداری مجانبی زمان‌محدود حاصل می‌شود.

در بخش ۳ دیدیم که DSMC معمولی را فقط می‌توان بر روی سیستم‌هایی با معادله دینامیکی مشابه قسمت اول (۱) پیاده سازی کرد. با این نگاه، این روش فقط برای یک FJRM با یک مفصل قابل استفاده است و نمی‌توان آن را برای FJRM با n مفصل با معادله کلی (۱) تعمیم داد. برای حل این مشکل از استراتژی کنترل مستقل مفصل استفاده می‌شود.

**نکته ۳:** استراتژی کنترل مستقل مفصل یکی از مؤثرترین روش‌ها در بازوهای رباتیک [۳۰] است. در این استراتژی هر مفصل و موتور و رابط مربوطه به صورت یک سیستم فروتحریک مستقل در نظر گرفته شده و یک کنترل‌کننده جداگانه در فضای مفصلی برای کنترل موقعیت مفصل طراحی می شود. در این استراتژی، تاثیر سایر قسمت‌های بازو بر روی این مفصل به صورت اغتشاش خارجی در نظر گرفته شود.

بنابراین برای یک بازوی n مفصلی، طراحی n سیگنال کنترلی در فضای مفصلی ضروری است. این باعث می‌شود فرآیند طراحی کنترل‌کننده برای همه مفاصل‌ها مشابه هم باشد. بنابراین، در ادامه، برای جلوگیری از تکرار مطالب، فرآیند طراحی برای مفصل iام= $(i$ $1,\dots,n)$ آمده است.

برای اجرای اســتراتژی کنترل مســتقل مفصــل، در رویکرد همزمان‌سازی، دینامیک خطا معادله (۴) به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases} \dot{e}_{4i-3}(t) = e_{4i-1}(t), \\ \dot{e}_{4i-2}(t) = e_{4i}(t), \\ \dot{e}_{4i-1}(t) = f_{2i-1}(X_i) + g_{2i-1}(X_i)u_i + \\ \qquad d_{2i-1}(t) - \ddot{x}_{d_{i_1}}, \\ \dot{e}_{4i}(t) = f_{2i}(X_i) + g_{2i}(X_i)u_i + d_{2i}(t) \end{cases} \quad (۱۵)$$

مشــابه رابطه (۵)، معادله (۱۵) را به دو زیر ســیســتم $A_i$ و $B_i$ به صورت زیر تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{cases} \left.\begin{aligned} &\dot{e}_{4i-3}(t) = e_{4i-1}(t), \\ &\dot{e}_{4i-1}(t) = f_{2i-1}(X_i) + g_{2i-1}(X_i)u_i \\ &\qquad +d_{2i-1}(t) - \ddot{x}_{d_{i_1}}, \end{aligned}\right\} A_i \\ \left.\begin{aligned} &\dot{e}_{4i-2}(t) = e_{4i}(t), \\ &\dot{e}_{4i}(t) = f_{2i}(X_i) + g_{2i}(X_i)u_i + d_{2i}(t) \end{aligned}\right\} B_i \end{cases} \quad (۱۶)$$

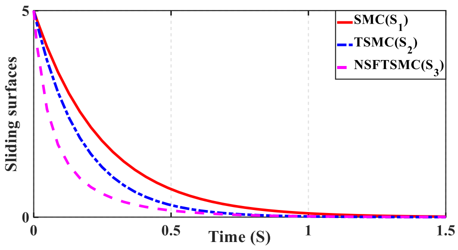
بنابراین مســاله اصلــی در (۱۶)، عبارت اســت از طراحی $(u_i)$ برای مــفصــل iام، بــگــونــه‌ای کــه خــطــاهــای $e_{4i-3}(t), e_{4i-2}(t), e_{4i-1}(t), e_{4i}(t)$، به صفر همگرا شــوند. گام اول، انتخاب سطوح لغزش است.

### ۱-۴ سطوح لغزش

همان‌گونه که بیان شــد، یکی از مشــکلات DSMC معمولی، زمان همگرایی نامحدود، بعلت استفاده از سطح لغزش خطی، است. برای حل این مســاله در SMC با ســطح لغزش $s_1 = \dot{e} + \alpha e \,, \alpha > 0$، محققان کنترل مــد لغزشــی ترمینال[۱] را بــا ســطــح لغزش $s_2 = \dot{e} + \alpha e^{\gamma}$، $0 < \gamma < 1 \,, \alpha > 0$ پیشـــنهاد کرده‌اند [۳۱]. اگرچه این روش زمان همگرایی محدودی دارد، اما این روش در نقـاط اولیه دور از مبـدا، همگرایی کندی دارد. همچنین، در برخی موارد، تکینگی در ســیگنال کنترل اجتناب‌ناپذیر است. برای جلوگیری از مشکلات ذکر شده TSMC، از یک ســطح لغزش ترمینال ســریع غیرتکین به صــورت زیر اســتفاده می‌شود[۲۶]:

$$S_3 = \dot{x} + \alpha x + \beta |x|^{\gamma} sign(x) \qquad (۱۷)$$
$$\alpha > 0, \beta > 0, 1 < \gamma < 2$$

معادله (۱۷) نرخ همگرایی بهتری داشــته و به علت اینکه $1 < \gamma < 2$ اســت، مشــکل تکینگی نیز ندارد. برای مقایســه بهتر زمان همگرایی ســه ســطح لغزش $(s_1, s_2, s_3)$، رفتار آن‌ها برای مقـادیر $\alpha = 4 \,, \beta = 3, \gamma = 1.9, e(0) = 5$ در شکل ۳ نشان داده شده است.




شکل ۳: مقایسه نرخ همگرایی سطوح لغزش $s_1, s_2, s_3$

از شکل ۳ می‌توان دریافت که $s_3$ سریع‌تر از $s_1, s_2$ به صفر همگرا می‌شــود. حال در ادامه، بعلت اینکه مســاله انتخاب متغیر کوپلینگ با پایداری در ارتباط اســت، ابتدا طراحی متغیر کوپلینگ مورد بحث قرار گرفته و تحلیل زمان‌محدودی، در بخش ۳-۴، بیان خواهد شد.

### ۲-۴ متغیر کوپلینگ پیشنهادی

بر اساس تحلیل ارائه شده در بخش ۳ دیدیم که، بعلت انتخاب متغیر کوپلینگ، روش DSMC معمولی تنها می‌توانســت پایداری یکنواخت محدود را تضمین نماید (معادله (۷)). بنابراین لازم است با بازطراحی آن، یک متغیر کوپلینگ جدید $(z_{new})$، پایداری منتجه از این روش را بهبود بخشــیده و مشــکل متغیر کوپلینگ آنرا بگونه‌ای حل نماییم که دامنه و نوســان کمتری داشــته و در اهداف ردیابی یا تنظیم بتواند، هر دو ســطح لغزش را به صفر همگرا نموده و مشکل خطای حالت ماندگار نیز ندا شته باشد.

بنابراین، به منظور رفع هر دو مشکل همگرایی همزمان سطوح لغزش و عدم وجود خطای ماندگار، متغیر جدید $(z_{new})$ به صــورت زیر پیشنهاد می‌شود:

$$z_{new_i} = \mu_{1_i} e^{-\int_0^t \left|\frac{S_{i_B}}{\varphi_{1_i}}\right| dt} - \mu_{1_i} + \mu_{2_i} \tanh\left(\frac{S_{i_B}}{\varphi_{2_i}}\right), \qquad (۱۸)$$
$$\varphi_{1_i}, \varphi_{2_i} > 1, 0 < \mu_{1_i} < 1, 0 < \mu_{2_i} < 1$$

بر اساس معادله (۱۷)، سطح لغزش اول برای مفصل $i$ ام به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S_{i_A} = e_{4i-1} + \alpha_{n_A}\left(e_{4i-3} - z_{new_i}\right) + \beta_{i_A}\left|e_{4i-3} - z_{new_i}\right|^{\gamma_{i_A}} sign\left(e_{4i-3} - z_{new_i}\right) \qquad (۱۹)$$
$$1 < \gamma_{i_A} < 2, 0 < \alpha_{i_A}, 0 < \beta_{i_A}$$

به همین صورت، سطح لغزش دوم به صورت زیر انتخاب می‌شود:

$$S_{i_B} = e_{4i} + \alpha_{i_B} e_{4i-2} + \beta_{i_B} \left|e_{4i-2}\right|^{\gamma_{i_B}} sign(e_{4i-2}), \qquad (۲۰)$$
$$1 < \gamma_{i_A} < 2, 0 < \alpha_{i_A}, 0 < \beta_{i_A}$$

مشابه معادله (۸)، ورودی کنترل $u_{eq_i}$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$u_{eq_i} = \left(\frac{-1}{g_{2i-1}(X_i)}\right)\Big[ f_{2i-1}(X_i) - \ddot{x}d_{i_1} + \alpha_{i_A}\left(e_{4i-1} - \dot{z}_{new_i}\right)\Big] + \beta_{i_A}\gamma_{i_A}\left(\dot{e}_{4i-3} - \dot{z}_{new_i}\right)\left|e_{4i-3} - z_{new_i}\right|^{\gamma_{i_A}-1} sign\left(e_{4i-3} - z_{new_i}\right) \qquad (۲۱)$$

[۱] Terminal Sliding Mode Control (TSMC)

مساله بعد طراحی بخش ناپیوسته ورودی کنترلی است که بعلت استفاده از تابع علامت معمولاً با چترینگ همراه است. در بخش بعد با ارائه یک تکنیک جدید، این مشکل حل شده است.

### ۳-۴ طراحی بخش ناپیوسته قانون کنترل

برای کاهش دامنه چترینگ در ورودی کنترلی، بخش ناپیوسته ورودی کنترل($u_{sw}$) برای مفصل iام به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$u_{sw_i} = \left(\frac{-1}{g_{2i-1(X_i)}}\right)\Big[k_{1_i} S_{i_A} + k_{2_i}\left|S_{i_A}\right|^{\rho_i} sign(S_{i_A}) + k_{3_i} tanh(S_{i_A} + tanh^{-1}(\delta_i)\Big] \quad (۲۲)$$

$$k_{1_i}, k_{2_i} > 0 \;\; , k_{3_i} > D, 0 < \rho_i < 1$$

در رابطه (۲۲) $\delta_i = \frac{\|d_{2i-1}(t)\|}{k_{3_i}} = \frac{D}{k_{3_i}}$. در نتیجه ورودی کنترل نهایی به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} u_i &= u_{eq_i} + u_{sw_i} \\ &= \left(\frac{-1}{g_{2i-1\,(X_i)}}\right)\Big[ f_{2i-1}(X_i) - \ddot{x}d_{i_1} + \alpha_{i_A}\left(e_{4i-1} - \dot{z}_{new_i}\right) \\ &\quad + \beta_{i_A}\gamma_{i_A}\left(\dot{e}_{4i-3} - \dot{z}_{new_i}\right)\left|e_{4i-3} - z_{new_i}\right|^{\gamma_{i_A}-1} sign\left(e_{4i-3} - z_{new_i}\right) + k_{1_i}S_{i_A} \\ &\quad + k_{2_i}\left|S_{i_A}\right|^{\rho_i} sign\left(S_{i_A}\right) + k_{3_i} tanh(S_{i_A} + tanh^{-1}(\delta_i)\Big] \end{aligned} \quad (۲۳)$$

قضیه ۱: برای مفصل iام FJRM با دینامیک خطا (۱۶) ثابت می‌شود که با انتخاب متغیر کوپلینگ (۱۸)، سطوح لغزش (۱۹)-(۲۰) و اعمال قانون کنترل (۲۳)، سیستم حلقه بسته دارای پایداری سرا سری مجانبی زمان‌محدود است.

**اثبات:** اثبات پایداری مجانبی زمان‌محدود، در دو مرحله انجام می شود. ابتدا پایداری مجانبی اثبات شده و سپس تحلیل زمان‌محدودی ارائه می‌شود. برای اثبات پایداری مجانبی، تابع لیاپانوف به صورت $v\left(S_{i_A}\right) = \frac{1}{2}{S_{i_A}}^2$ در نظر گرفته می‌شود. بنابراین، مشتق تابع لیاپانوف برابر $\dot{v}\left(S_{i_A}\right) = S_{i_A}\dot{S}_{i_A}$ است. با استفاده از معادله (۱۶) و جای‌گزینی کنترل پیشنهادی (۲۳) در $\dot{S}_{i_A}$ مشتق تابع لیاپانوف به صورت زیر بدست می‌آید

$$\begin{aligned} \dot{v}\left(S_{i_A}\right) &= \left(\frac{-1}{g_{2i-1\,(X_i)}}\right)\Big[ f_{2i-1}(X_i) - \ddot{x}d_{i_1} + \alpha_{i_A}\left(e_{4i-1} - \dot{z}_{new_i}\right) \\ &\quad + \beta_{i_A}\gamma_{i_A}\left(\dot{e}_{4i-3} - \dot{z}_{new_i}\right)\left|e_{4i-3} - z_{new_i}\right|^{\gamma_{i_A}-1} sign\left(e_{4i-3} - z_{new_i}\right) + k_{1_i}S_{i_A} \\ &\quad + k_{2_i}\left|S_{i_A}\right|^{\rho_i} sign\left(S_{i_A}\right) + k_{3_i} tanh(S_{i_A} + tanh^{-1}(\delta_i)\Big] \end{aligned} \quad (۲۴)$$

با ساده کردن (۲۴)، $\dot{v}\left(S_{i_A}\right)$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{v}\left(S_{i_A}\right) &= -k_{1_i}{S_{i_A}}^2 - k_{2_i}\left|S_{i_A}\right|^{\rho_i+1} - k_{3_i} tanh(S_{i_A} + tanh^{-1}(\delta_i)) + d_{2i-1}(t)S_{i_A} \\ &\le -k_{1_i}{S_{i_A}}^2 - k_{2_i}\left|S_{i_A}\right|^{\rho_i+1} - k_{3_i} tanh(S_{i_A} + tanh^{-1}(\delta_i)) + S_{i_A}\mathrm{D} \\ &= -k_{1_i}{S_{i_A}}^2 - k_{2_i}\left|S_{i_A}\right|^{\rho_i+1} + DS_{i_A}\left(1 - \frac{1}{\delta_i} tanh(S_{i_A} + tanh^{-1}(\delta_i))\right) \end{aligned} \quad (۲۵)$$

همان‌طوری که در رابطه (۲۵) می‌توان ملاحظه نمود، دو ترم اول این معادله، به ازای تمامی مقادیر غیرصفر $S_{i_A}$، منفی هستند. پس برای اینکه $\dot{v}\left(S_{i_A}\right) < 0$ باشد تنها کافیست ثابت کنیم، مقدار ترم $DS_{i_A}\left(1 - \frac{1}{\delta_i}\tanh(S_{i_A} + \tanh^{-1}(\delta_i))\right)$ به ازای تمامی مقادیر غیر صفر $S_{i_A}$، منفی است.

برای اثبات، $f\left(S_{i_A}\right) = 1 - \frac{1}{\delta_i}\tanh(S_{i_A} + \tanh^{-1}(\delta_i))$ در نظر گرفته می‌شود. در این تابع $f(0) = 0$. حال، با توجه به دو مقدار مثبت و منفی برای $S_{i_A}$، دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم:

۱) برای $S_{i_A} > 0$ نشان می‌دهیم که $f\left(S_{i_A}\right) < 0$. در نتیجه رابطه $DS_{i_A}f\left(S_{i_A}\right) < 0$ برقرار خواهد شد.

۲) برای $S_{i_A} < 0$ نشان می‌دهیم که $f\left(S_{i_A}\right) > 0$. در نتیجه رابطه $DS_{i_A}f\left(S_{i_A}\right) < 0$ صادق است.

لذا کافی است ثابت شود، تابع $f(S_{i_A})$ یک تابع نزولی است. بدین منظور، از تابع $f(S_{i_A})$ به صورت زیر مشتق می‌گیریم:

$$\frac{df(S_{i_A})}{dS_{i_A}} = \frac{-1}{\delta_i cosh^2(S_{i_A} + tanh^{-1}(\delta_i))} \quad (۲۶)$$

بر اســاس رابطه (۲۶)، می‌توان مشــاهده نمود که، به ازای $S_{i_A} \in \mathbb{R}$ رابطه $\frac{df}{dS_{i_A}} < 0$ همواره بر قرار است. بنابراین می‌توان گفت $f(S_{i_A})$ یک تابع اکیداً نزولی است. هم‌چنین می‌دانیم، در یک تابع اکیداً نزولی، اگر $a < b$ باشد آنگاه $f(a) > f(b)$ خواهد بود. پس داریم:

$$\begin{cases} S_{i_A} > 0 \to f(S_{i_A}) < f(0) \to f(S_{i_A}) < 0, \\ S_{i_A} < 0 \to f(S_{i_A}) > f(0) \to f(S_{i_A}) > 0 \end{cases} \quad (۲۷)$$

بنـابراین بـه ازای تمـامی مقـادیر $S_{i_A}$ در هر دو حـالـت، رابطـه $DS_{i_A} f(S_{i_A}) < 0$ برقرار خواهـد شـــد. در نتیجـه می‌توان گفـت $\dot{v}\left(S_{i_A}(t)\right) = -k_{1_i} {S_{i_A}}^2 - k_{2_i}|S_{i_A}|^{\rho_i+1} + DS_{i_A} f(S_{i_A}) < 0$ است.

درنتیجه، می‌توان مشــاهده نمود که اگر $k_{1_i},\ k_{2_i} > 0, k_{3_i} > D$ باشــند، آنگه به ازای تمامی مقادیر غیر صــفر $S_{i_A}$ مقدار $\dot{v}\left(S_{i_A}(t)\right)$ همواره منفی اســت. از طرف دیگر، هنگامیکه $S_{i_A} = 0$ اســت آنگاه $\dot{v}(S_{i_A}) = 0$ می‌شود. پس مطابق قضیه لاسال، سیستم کنترل حلقه‌بسته دارای پایداری مجانبی به ازای هر شــرط اولیه محدود اســت. در نتیجه کنترل (۲۳) می‌تواند $S_{i_A}$ و $\dot{S}_{i_A}$ را به طور هم‌زمان در حضـور اغتشـاش خارجی و عدم قطعیت به صفر همگرا نماید.

**نکته ٤:** در رابطه (۲۳)، ترم $k_{3_i} tanh(S_{i_A} + tanh^{-1}(\delta_i))$ به قانون رســیدن TSM-Type[1] که در [۳۲] معرفی شـــده و برابر $\dot{S} = -k_1 S - k_2 |S|^{\alpha} sign(S)$ اسـت، اضـافه شـده اسـت. اگر چه قانون رسیدن TSM-Type که در مقالات مختلفی از آن اسـتفاده شـده [ ۳۳ ،۳۴، ۲۶] ، می‌تواند مشــکلات مربوط به ســرعت رســیدن و کاهش چترینگ را حل کند، اما، این قانون در تضــمین پایداری مجانبی در نزدیک سطح لغزش صفر، دچار مشکل است. چراکه مشابه روابط (۲۵) و (۲۴) ، مشــتق تابع لیاپانوف حاصــله از این قانون برابر $\dot{v}\left(S_{i_A}(t)\right) = -k_{1_i} {S_{i_A}}^2 - k_{2_i}|S_{i_A}|^{\rho_i+1} + DS_{i_A}$ بدســت می‌آید. حال اگر در این رابطه $0 < |S_{i_A}| < 1$ باشد، می‌توان مشاهده نمود که مقدار مشــتق تابع لیاپانوف مثبت می‌شـود. در این حالت، بدلیل اینکه ترم‌های ${S_{i_A}}^2$ و $|S_{i_A}|^{\rho_i+1}$ از $S_{i_A}$ کوچکتر است، مقادیرمجموع ترم‌های منفی $(-k_{1_i}{S_{i_A}}^2 - k_{2_i}|S_{i_A}|^{\rho_i+1})$ کوچک‌تر از ترم مثبت ( $DS_{i_A}$ ) بوده و مقدار $\dot{v}(S_{i_A}(t))$ مثبت می‌شود، که این موضوع، پایداری مجانبی را تحت تاثیر قرار می‌دهد. لذا، می‌توان گفت که قانون رســیدن TSM-type تنها می‌تواند پایداری محدود یکنواخت را در حالت کلی، برای سیستم حلقه بسته فراهم نماید. این در حالی است که قانون جدید که در رابطه (۲۳) پیشــنهاد شـده می‌تواند این مشـکل را مرتفع نموده و در تمام حالات مشــتق تابع لیاپانوف را منفی و پایداری مجانبی ســراســری را تضمین نماید.

حال از همگرا شـــدن $S_{i_A}$ به صــفر می‌توان نتیجه گرفت که $e_{4i-3} = z_{new_i}$ و $e_{4i-1} = 0$ و $\dot{e}_{4i-3} = e_{4i-1} = 0$ می‌شوند. از سوی دیگر از $\dot{S}_{i_A} = 0$ داریم:

$$\begin{aligned}\dot{e}_{4i-1} = & \\ -\alpha_{i_A}\dot{e}_{4i-3} - \beta_{i_A}\gamma_{i_A}|e_{4i-3} & - z_{new_i}|^{\gamma_{i_A}-1} sign(e_{4i-3} - z_{new_i})\dot{e}_{4i-3} \\ +\alpha_{i_A}\dot{z}_{new_i} + \beta_{i_A}\gamma_{i_A}|e_{4i-3} & - z_{new_i}|^{\gamma_{i_A}-1} sign(e_{4i-3} - z_{new_i})\dot{z}_{new_i}\end{aligned} \quad (۲۸)$$

با حل معادله (۲۸)، $e_{4i-1}$ به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} e_{4i-1}(t) = e_{4i-1}(0) e^{-\int \alpha_{i_A} + \beta_{i_A}\gamma_{i_A}|e_{4i-3}-z_{new_i}|^{\gamma_{i_A}-1} sign(e_{4i-3}-z_{new_i}) d\zeta} \\ + \alpha_{i_A}\int_0^t e^{-\int \alpha_{i_A} + \beta_{i_A}\gamma_{i_A}|e_{4i-3}-z_{new_i}|^{\gamma_{i_A}-1} sign(e_{4i-3}-z_{new_i}) d\zeta}\ \dot{z}_{new_i}(\tau)\, d\tau \\ + \beta_{i_A}\gamma_{i_A}\int_0^t e^{-\int \alpha_{i_A} + \beta_{i_A}\gamma_{i_A}|e_{4i-3}-z_{new_i}|^{\gamma_{i_A}-1} sign(e_{4i-3}-z_{new_i}) d\zeta}\ \dot{z}_{new_i}(\tau)\left|e_{4i-3} - z_{new_i}(\tau)\right|^{\gamma_{i_A}-1} d\tau \end{aligned} \quad (۲۹)$$

در این رابطه، $e_{4i-1}(0)$ شــرایط اولیه خطا اســت. معادله (۲۹) نشــان می‌دهد که اگر $\dot{z}_{new_i}(\mathrm{t}) = 0$ باشــد آنگاه $e_{4i-1}(t) = 0$ خواهد شــد. با توجه به تعریف متغیر $z_{new_i}$ در (۱۸) و مشــابه معادلات (۱۰)-(۱۴) برای بررســی شــرط اخیر (یعنی $\dot{z}_{new_i}(t) = 0$ )، $\dot{z}_{new_i}$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned}\dot{z}_{new_i} & \\ = -\mu_1 & \left|\frac{S_{i_B}}{\varphi_{1_i}}\right| e^{-\int_0^t \left|\frac{S_{i_B}}{\varphi_{1_i}}\right| dt} \\ + \mu_{2i} & \left(\frac{\dot{S}_{i_B}}{\varphi_{2_i}}\right)\left(sech^2\ \left(\frac{S_{i_B}}{\varphi_{2_i}}\right)\right)\end{aligned} \quad (۳۰)$$

رابطه (۳۰) نشان می‌دهد که $\dot{z}_{new_i}(t)$ هنگامی برابر با صفر خواهد شد که اگر وتنها اگر هر دوی $S_{i_B}$ و $\dot{S}_{i_B}$ به طور همزمان برابر صفر شوند. از شــرط $S_{i_B} = 0$ می توان نتیجـه گرفـت $e_{4i} + \alpha_{i_B} e_{4i-2} + \beta_{i_B}|e_{4i-2}|^{\gamma_{i_B}} sign(e_{4i-2}) = 0$. پس لازم اســت $e_{4i} = 0$ و $e_{4i-2} = 0$ شوند. از طرفی از صـفر شـدن $S_{i_B}$ بر اساس رابطه (۱۸) می‌توان نتیجه گرفت کـه $z_{new_i} = 0$ اســت. در نتیجه $e_{4i-3} = z_{new_i} \to 0$ و $\dot{e}_{4i-3} = e_{4i-1} = 0$ می‌شوند.

بنابراین، از تحلیل ریاضــی فوق، این نتیجه حاصــل می‌شــود که اگر استراتژی کنترل مستقل مفصل بکار گرفته شود و ورودی کنترل (۲۳) بر روی مفصل iام اعمال شود، سطوح لغزش $S_{i_A}$ و $S_{i_B}$ و مشتق آنها به

[1] Terminal Sliding mode type reaching law

طور همزمان به صفر همگرا می‌شوند. نتیجتاً مقادیر خطای ردیابی $e_{4i-3}(t), e_{4i-2}(t), e_{4i-1}(t), e_{4i}(t),$ نیز به صفر میل می‌کنند. بنابراین، کنترل‌کننده پیشنهادی پایداری مجانبی سیستم حلقه بسته را در حضور اغتشاشات خارجی و عدم قطعیت‌های موجود تضمین می‌کند.

به طور خلاصه با اعمال کنترل (۲۳) به (۱۵) داریم:

$$
\begin{aligned}
& u_i \rightarrow \\
& S_{i_A}=0 \rightarrow \begin{cases} e_{4i-3}=z_{new_i}, \\ e_{4i-1}=0 \end{cases} \quad and \\
& \dot{S}_{i_A}=0 \rightarrow e_{4i-1}=0 \rightarrow \dot{z}_{new_i}(t)=0 \rightarrow \\
& \begin{cases} S_{i_B}=0, \rightarrow \begin{cases} z_{new_i}=0 \rightarrow e_{4i-3}=0, \\ e_{4i}=e_{4i-2}=0 \end{cases} \quad and \\ \dot{S}_{i_B}=0 \end{cases}
\end{aligned}
\tag{۳۱}
$$

## ۴-۴ آنالیز پایداری زمان‌محدود

مطابق تعریف، زمان رسیدن $T_r$ مدت زمانی است که طول می‌کشد تا سیستم از $S_{i_A}(0) \neq 0$ به $S_{i_A}(T_r)=0$ برسد[۳۵]. یعنی پس از گذشت این زمان داریم $S_{i_A}(T_r)=0$. بر اساس معادله (۲۵) می‌بینیم که $S_{i_A}\dot{S}_{i_A} \leq -\eta|S_{i_A}|$ می‌باشد که $\eta$ یک مقدار ثابت و مثبت است. بنابراین، وقتی $S_{i_A}>0$ است می‌توان نتیجه گرفت که $\dot{S}_{i_A} \leq -\eta$ می‌شود. بنابراین، با انتگرال‌گیری از طرفین این رابطه، معادله (۳۲) حاصل می‌شود:

$$
\begin{aligned}
& \int_{S_{i_A}(0)}^{S_{i_A}(T_r)} ds \leq \int_0^{T_r} -\eta dt \rightarrow S_{i_A}(T_r)-S_{i_A}(0) \\
& \leq -\eta T_r \rightarrow T_r \leq \frac{S_{i_A}(0)}{\eta}
\end{aligned}
\tag{۳۲}
$$

بطور مشابه اگر $S_{i_A} \leq 0$ باشد آنگاه $T_r \leq -\frac{S_{i_A}(0)}{\eta}$ است. پس داریم:

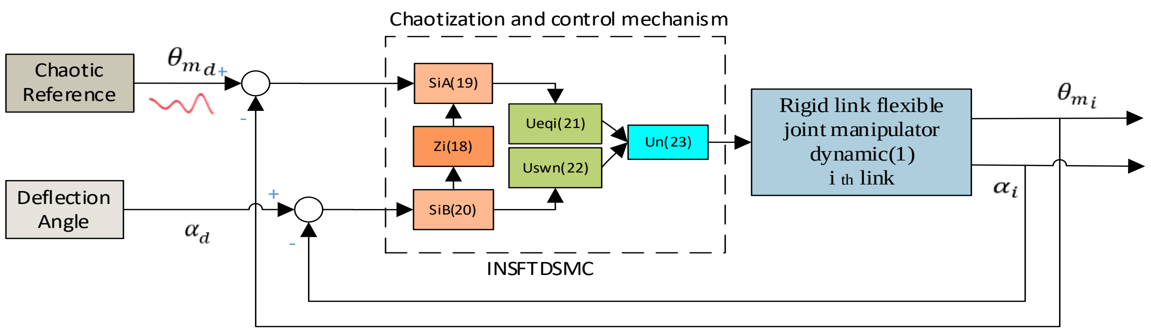
$$
T_r \leq \frac{|S_{i_A}(0)|}{\eta}
\tag{۳۳}
$$

از آنجایکه $|S_{i_A}(0)|$ و $\eta$ محدود هستند لذا زمان رسیدن $T_r$ نیز محدود است. در ادامه آنالیز پایداری زمان‌محدودی، مدت زمان لغزش $T_s$ محاسبه می‌شود که طبق تعریف برابر است با زمانی که طول می‌کشد تا سیستم از $e_{4i-3}(T_r) \neq 0$ به $e_{4i-3}(T_s+T_r)=0$ برسد. این فاز لغزش نامیده شده و در طول مدت آن $S_{i_A}(\mathrm{t})=0$ است. زمان لغزش $T_s$ را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$
\begin{aligned}
& S_{i_A}=0 \rightarrow \dot{e}_{4\mathrm{i}-3}+\alpha_{i_A}(e_{4\mathrm{i}-3}-z_i)+\beta_{i_A}|e_{4\mathrm{i}-3}-z_i|^{\gamma_{iA}} sign(e_{4\mathrm{i}-3}-z_i)=0 \\
& \dot{e}_{4\mathrm{i}-3}=\frac{de_{4\mathrm{i}-3}}{dt}=-[\alpha_{i_A}(e_{4\mathrm{i}-3}-z_i)+\beta_{i_A}|e_{4\mathrm{i}-3}-z_i|^{\gamma_{iA}} sign(e_{4\mathrm{i}-3}-z_i)] \rightarrow \\
& \int_{T_r}^{T_s+T_r} dt=\int_{e_{4i-3}(T_r)}^{0} \frac{-de_{4\mathrm{i}-3}}{\alpha_{i_A}(e_{4\mathrm{i}-3}-z_i)+\beta_{i_A}|e_{4\mathrm{i}-3}-z_i|^{\gamma_{iA}} sign(e_{4\mathrm{i}-3}-z_i)} \\
& T_s=\frac{1}{\alpha_{i_A}(1-\gamma_{i_A})}\ln\left(\frac{\alpha_{i_A}|e_{4\mathrm{i}-3}(T_r)-z_i(T_r)|^{1-\gamma_{i_A}}+\beta_{i_A}}{\beta_{i_A}}\right)
\end{aligned}
\tag{۳۴}
$$

از (۳۴)، می‌توان نتیجه گرفت که زمان لغزش $T_s$ نیز محدود است. بنابراین، $(T_s+T_r)$ نیز یک زمان محدود خواهد بود. اکنون می‌توان ادعا نمود که سیستم کنترل حلقه بسته، با توجه به متغیر کوپلینگ جدید (۱۸)، سطوح لغزش (۱۹)-(۲۰)، و تحت قانون کنترل اصلاح شده (۲۳)، در حضور اغتشاش و عدم قطعیت و آشوب، دارای پایداری مجانبی زمان‌محدود است. این اثبات را کامل می‌کند ■.

تا اینجا، مشکلات مربوط به DSMC معمولی حل شد. در ادامه این روش برای ایجاد و کنترل آشوب در FJRM با n مفصل با رویکرد همزمان‌سازی مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای درک بهتر این طرح، بلوک دیاگرام نحوه اجرای آن در شکل ۴ نشان داده شده است.




شکل ۴: بلوک دیاگرام پیاده‌سازی طرح پیشنهادی

## ۵- نتایج شبیه‌سازی و پیاده‌سازی عملی

در این بخش، برای تأیید عملکرد کنترل پیشنهادی، چندین شبیه‌سازی و پیاده‌سازی عملی بر روی یک FJRM تک مفصل آشوبی انجام می‌شود و نتایج با روش‌های DSMC و HSMC مقایسه می‌شوند. لازم به ذکر است که معیارهای ارزیابی بر اساس خطای ردیابی، دامنه ورودی کنترل، زمان همگرایی و مقدار زاویه انحراف است. معادلات دینامیکی بازوی رباتیک در پیو ست آورده شده ا ست. هر دو شبیه سازی و اعتبار سنجی عملی در محیط MATLAB ™ / Simulink® 2019a انجام شده است.

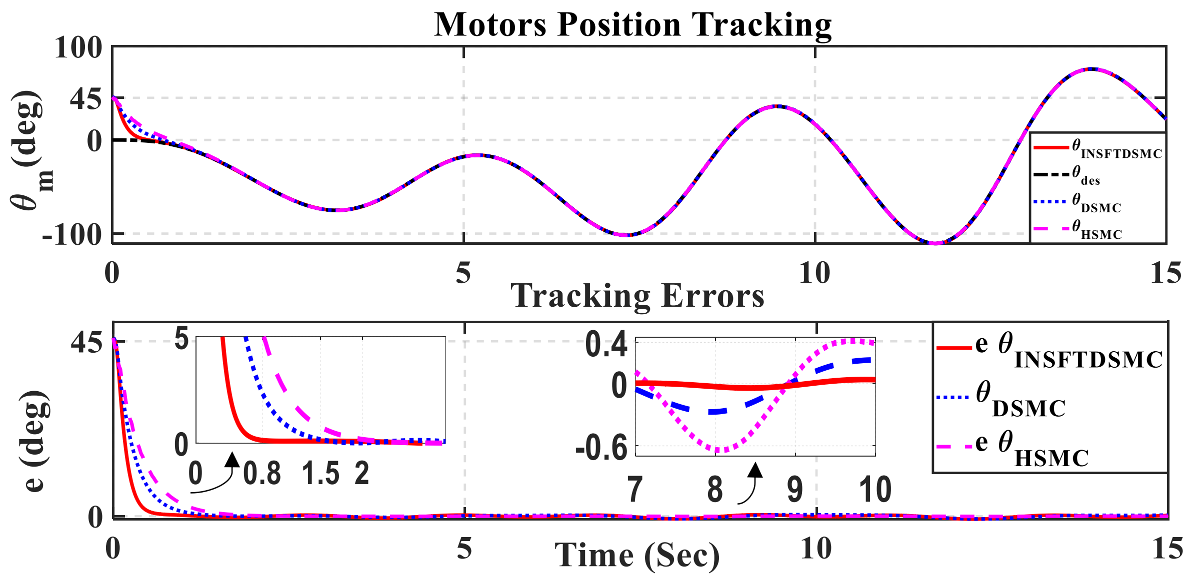
### ۵-۱ نتایج شبیه‌سازی

در مرحله شبیه‌سازی، کنترل پیشنهادی (۲۳) با رویکرد همزمانی آشوبی بر روی بازو پیاده‌سازی می‌شود. ضرایب کنترل‌کننده‌ها در جدول ۱ آورده شده است

جدول ۱: مقادیر ضرایب کنترل‌کننده‌ها

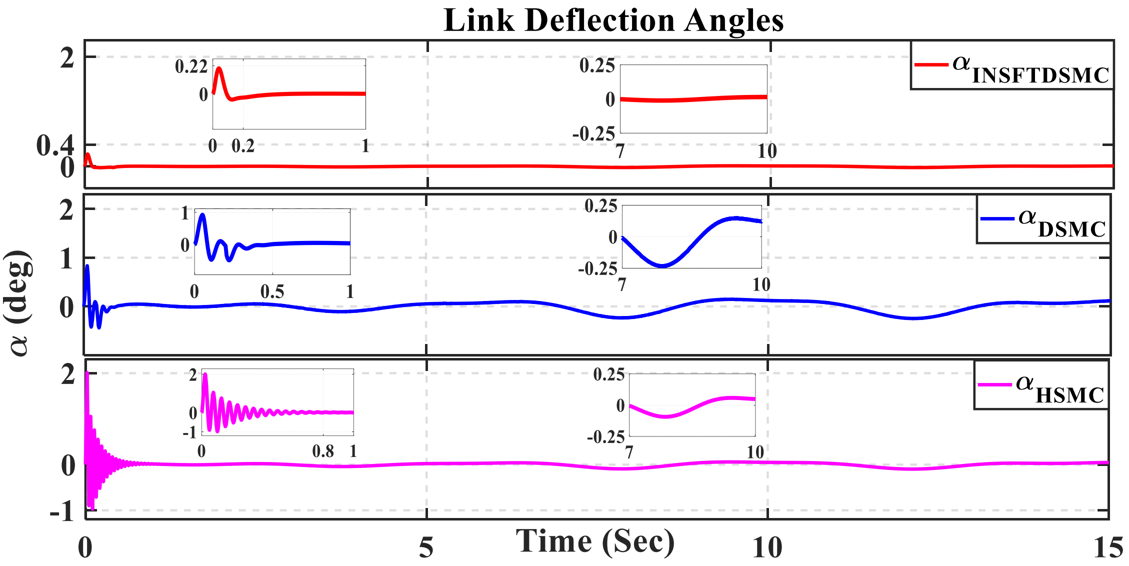
| پارامترهای INSFTDSMC (۲۳) | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| پارامترها | $\alpha_1$ | $\beta_1$ | $\gamma_1$ | $\alpha_2$ | $\beta_2$ | $\gamma_2$ | $k_1$ | $k_2$ | $k_3$ | $\rho$ | $\mu_1$ | $\mu_2$ | $\varphi_1$ | $\varphi_2$ |
| مقادیر | ۸,۵ | ۳ | ۱,۹ | ۹۵ | ۱۵ | ۱,۸ | ۷ | ۵ | ۰,۸۱ | ۰,۱ | ۰,۱ | ۰,۳ | ۱۵ | ۱,۵ |
| پارامترهای DSMC | | | | | | پارامترهای HSMC | | | | | | | | |
| پارامتر | $c_1$ | $c_2$ | $k$ | $\varphi_z$ | $z_u$ | $c_1$ | $c_2$ | $k_1$ | $k_2$ | $\eta_1$ | $\eta_2$ | | | |
| مقادیر | ۳,۹ | ۸۰ | ۰,۸۷ | ۵ | ۰,۹ | ۲,۸ | ۰,۱ | ۳۲,۱ | ۶۳,۱ | ۱۰ | ۸ | | | |

به منظور لحاظ کردن عدم‌قطعیت ساختاری، در طراحی کنترل‌کننده فرض گردیده که پارامترهای بازو ۹۰ درصد مقادیر نامی جدول ۱ هستند. در این صورت تمامی کنترل‌کننده‌ها با عدم قطعیت پارامتری ۱۰ درصدی مواجه می‌شوند. هم‌چنین، اغتشاشات خارجی به صورت $d_1(t) = 0.8\sin(3t),\ d_2(t) = 0.5\cos(2t)$ در نظر گرفته می‌شوند. برای نمایش بهتر سرعت همگرایی در نقاط دور از مبدا، شرط اولیه برابر $x_0 = (0.8,0,0,0)^T$ رادیان در نظر گرفته می شود. شکل ۴ رفتار همزمانی آشوبی موقعیت موتور را نشان می‌دهد.



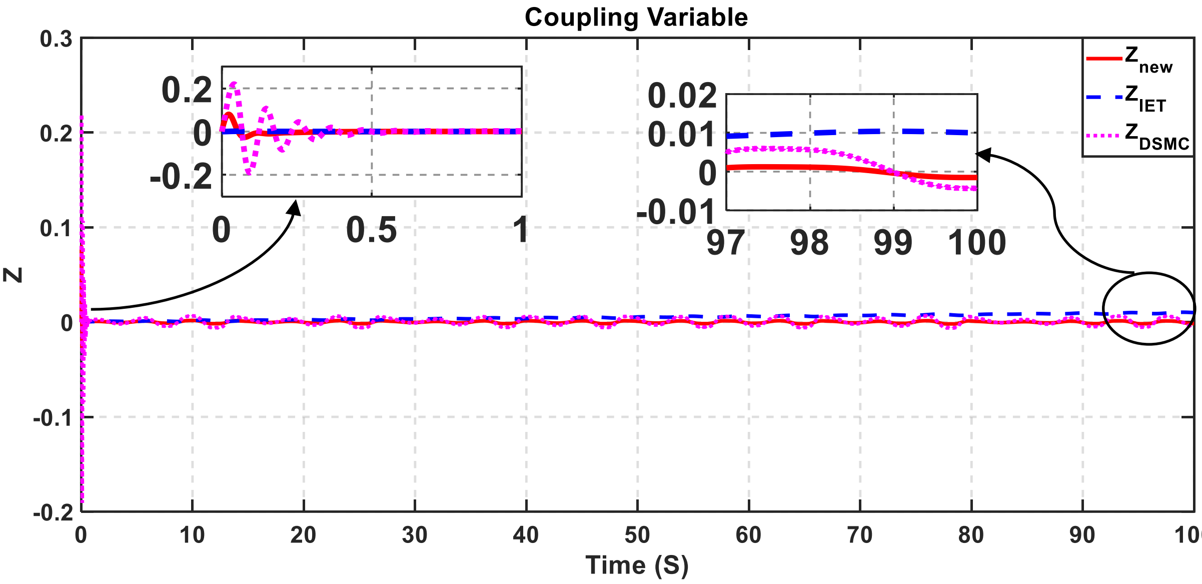

شکل ۵: عملکرد کنترل‌کننده‌ها در همزمان سازی آشوبی در شبیه‌سازی

نمودار پایین شکل ۵ نشان می‌دهد که کنترل پیشنهادی خطای همزمان سازی را در مدت ۰,۸ ثانیه به صفر ر سانده ا ست. در این حالت آشوب به سیستم تزریق می‌شود. در مقابل، این زمان برای DSMC و HSMC به ترتیب برابر ۱,۵ و ۲ ثانیه است. می‌توان گفت، بهبود سرعت همگرایی در کنترل پیشنهادی به دلیل ا ستفاده از سطح لغز شی جدید است. همچنین رفتار کنترل‌کننده‌ها از ثانیه هفتم تا دهم نشان می‌دهد که روش پیشنهادی نسبت به اغتشاش نیز مقاوم‌تر است. عملکرد کنترل زوایای انحراف در شکل ۶ نشان داده شده است.



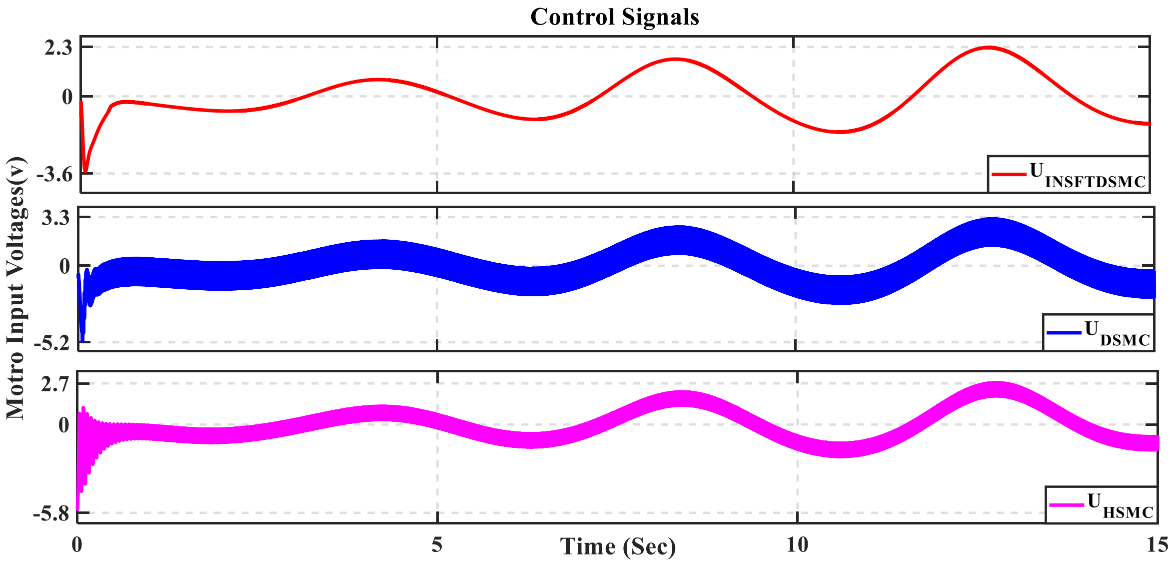

شکل ۶: عملکرد کنترل‌کننده‌ها از نظر مقادیر زاویه انحراف در شبیه‌سازی

همان‌طور که در شکل ۶ نشان داده شده، زاویه انحراف در روش پیشنهادی با حداکثر مقدار ۰٫۲۲ درجه در۰٫۲ ثانیه به صفر همگرا می‌شود. درحالیکه DSMC و HSMC زاویه انحراف را با حداکثر ۱ و ۲ درجه به صفر می‌رسانند و زمان‌های همگرایی نیز به ترتیب برابر با ۰٫۵ و ۰٫۸ ثانیه است. علاوه بر این، زاویه انحراف در DSMC در یک محدوده‌ی کراندار، نوسان دارد. یکی از دلایل این امر ممکن است انتخاب متغیر کوپلینگ این روش باشد. با توجه به اینکه روش HSMC فاقد متغیر کوپلینگ است، مقایسه رفتار سه متغیر کوپلینگ ذکر شده در مقالات شامل، متغیر کوپلینگ جدید(۱۸)، متغیر کوپلینگ قبلی(۷) و متغیر کوپلینگ [۲۶]، در شکل ۷ برای مدت زمان ۱۰۰ ثانیه نشان داده شده است.



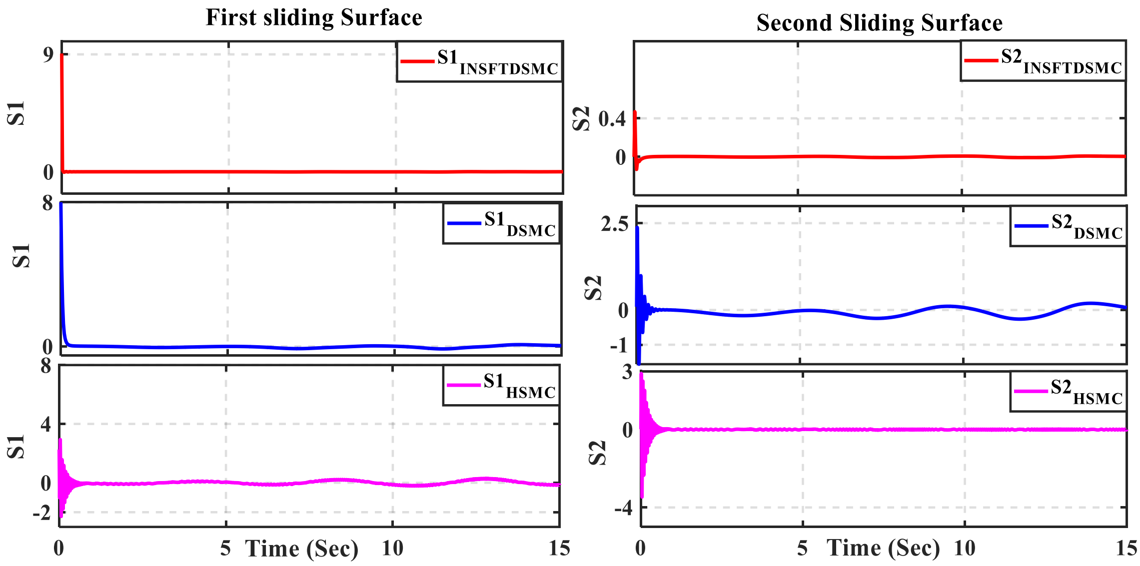

شکل ۷: مقایسه رفتار متغیرهای کوپلینگ در زمانهای طولانی

از شکل ۷ می‌توان مشاهده نمود که، متغیر جدید پیشنهادی در مدت زمان طولانی خطای حالت ماندگار ندارد اما متغیر پیشنهاد شده در [۲۶] هر چند هر دو سطح لغزش را به صفر همگرا می کند اما، بدلیل استفاده از ترم انتگرالی دارای ۰٫۰۱ خطای حالت ماندگار است. هم‌چنین متغیر پیشنهادی(۱۸ ) در شرایط آشوبی دامنه کمتری نسبت به متغیر کوپلینگ DSMC (رابطه ۷) دارد و فاقد نوسانات اضافی است. ورودی‌های کنترل در شکل ۸ نشان داده شده است.




شکل ۸: مقادیر ورودی کنترل‌کننده ها در شبیه‌سازی

شکل ۸ نشان می‌دهد که ورودی کنترل (۲۳) دارای حداکثر دامنه ۳٫۶ ولت و بدون چترینگ بوده اما، حداکثر ورودی های DSMC و HSMC به ترتیب ۵٫۲۵ و ۵٫۸ ولت و همراه با چترینگ است. رفتار سطوح لغزش در شکل ۹ نشان داده شده است.

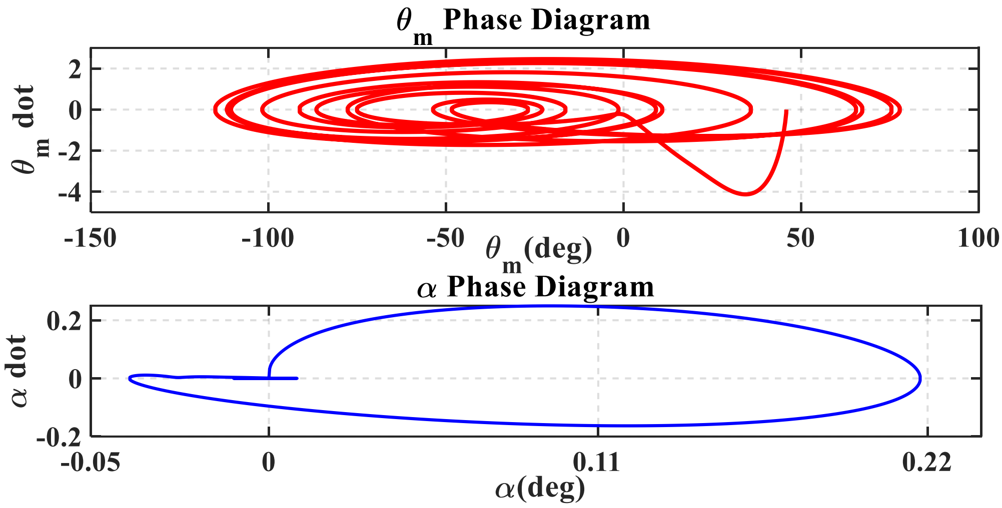



شکل ۹: سطوح لغزشی کنترل پیشنهادی و DSMC

از شکل ۹، می‌توان مشاهده نمود که سطح لغزشی دوم در INSFTDSMC به صفر همگرا می‌شود. اما برای DSMC در یک محدوده کراندار نزدیک صفر باقی مانده و دارای نوسان است. بنابراین می‌توان گفت که به دلیل تغییر دامنه و فرکانس مرجع مطلوب آشوبی، DSMC عملکرد مناسبی در شرایط آشوبی ندارد.

**نکته ۵:** لازم به ذکر است که در اهداف تنظیم، متغیر کوپلینگ DSMC ممکن است عملکرد مناسبی را ارائه دهد، اما در ردیابی یک مرجع آشوبی، بر اساس نکات ذکر شده، در برخی شرایط ممکن است همگرایی مناسب قابل دستیابی نباشد. در این حالات، بر اساس معادله (۱۴)، متغیر حالت دوم ($\alpha$) ممکن است به صفر همگرا نشود و فقط در یک محدوده کراندار باقی بماند. بنابراین، DSMC تنها می‌توانند پایداری یکنواخت محدود را تضمین نماید. در مقابل، با توجه به شکل‌های ۶،۷ و ۹، با متغیر کوپلینگ جدید، این مشکل حل می شود و پایداری مجانبی توسط INSFTDMC حاصل می‌شود.

همچنین دیاگرام فاز موقعیت موتور و زاویه انحراف در شکل ۱۰ برای مدت شبیه‌سازی ۵۰ ثانیه نشان داده شده است.




شکل ۱۰: دیاگرام فاز موقعیت زاویه ای موتور و زاویه انحراف در شبیه سازی

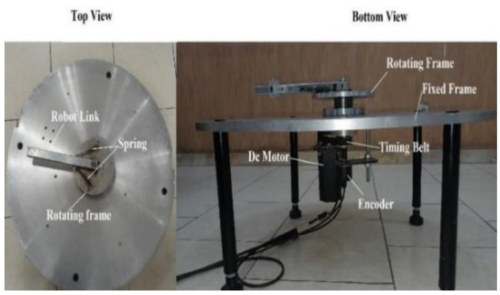
شکل ۱۰ رفتار آشوبی موقعیت زاویه ای موتور $(\theta_m)$ را نشان می‌دهد. اما زاویه انحراف $(\alpha)$ رفتار کنترل شده و غیر آشوبی دا شته، در حالی که سیستم آشوبی است. علاوه بر این، از معیار (IAE) به عنوان ابزاری برای مقایسه بهتر عملکرد کنترل‌کننده‌ها استفاده شده و نتایج مقایسه در جدول ۲ آورده شده است.

جدول ۲: مقایسه معیار IAE کنترل پیشنهادی با DSMC و HSMC در شبیه‌سازی

| معیارها | IAE | | |
|---|---|---|---|
| | کنترل پیشنهادی (۲۳) | DSMC | HSMC |
| خطای ردیابی موقعیت | ۰٫۱۶ | ۰٫۲۸ | ۰٫۳ |
| زاویه انحراف | ۰٫۰۰۲ | ۰٫۲۱۴ | ۰٫۲۵۷ |

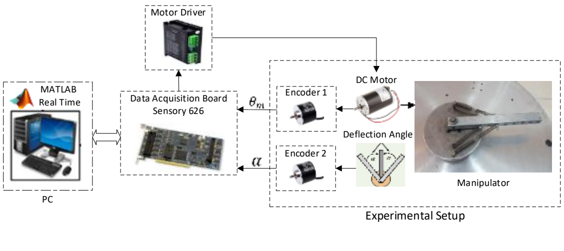
## ۵-۲ نتایج پیاده‌سازی عملی

برای ارزیابی عملی کنترل پیشنهادی (۲۳)، در این بخش، آزمایشاتی بر روی بازوی رباتیک به صورت سخت افزار در حلقه انجام شده است. بستر سخت افزاری که در شکل ۱۱ نشان داده شده، شامل یک بازوی ربات، یک موتور DC، دو انکودر نوری افزایشی، یک درایور موتور، یک کارت جمع‌آوری داده (DAQ) و چهار فنر است.



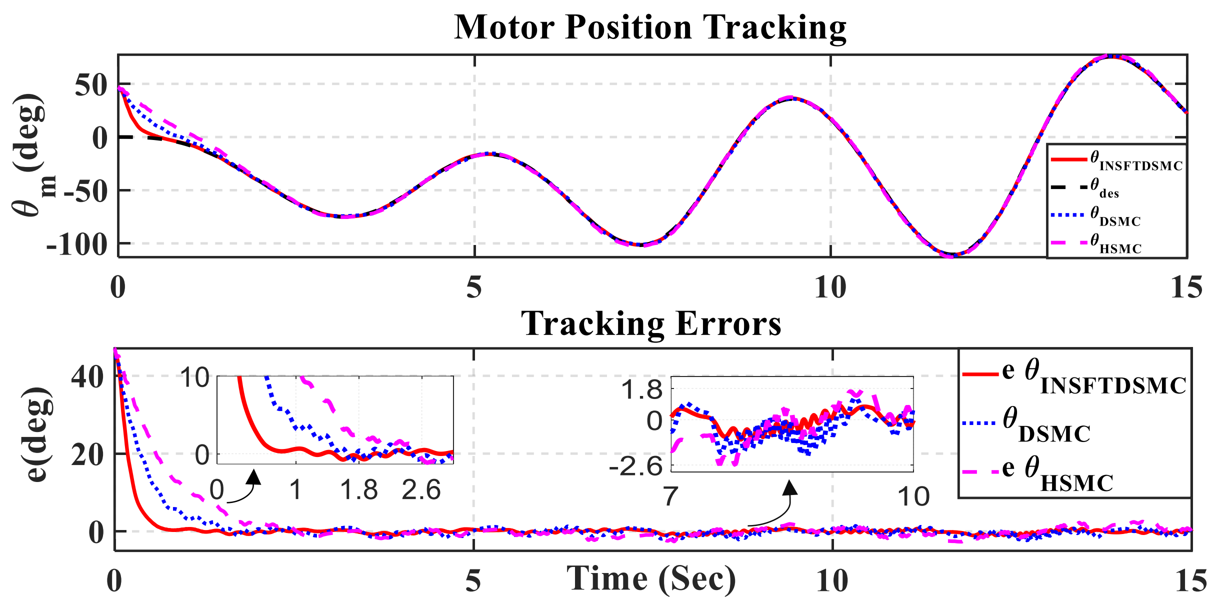

شکل ۱۱: بستر سخت افزاری پیاده‌سازی عملی بصورت سخت افزار در حلقه

موتور DC به عنوان عملگر، نیروی لازم را برای راه اندازی و حرکت مفصل فراهم می‌نماید. گشتاور اعمالی از موتور، فریم و بدنه‌ای که بازو به آن متصل است را به حرکت در می‌آورد. فنرهای متصل به رابط به جهت ایجاد انعطاف در بازو به کار گرفته می شوند و متنا سب با مقدارشان، باعث ایجاد انحراف در زاویه موتور می گردند. دو انکودر نوری افزایشی به عنوان سنسور در مسیر فیدبک، به کار گرفته شده‌اند تا زوایای موتور و زاویه انحراف را اندازه‌گیری نمایند. انکودر اول که به شفت موتور متصل است، برای اندازه‌گیری زاویه موتور $(\theta_m)$ و انکودر دوم که به انتهای رابط وصل است، برای اندازه‌گیری زاویه انحراف $(\alpha)$ استفاده شده است. بر DAQ از یک طرف، اطلاعات اندازه‌گیری شده به و سیله سنسورها را به رایانه فر ستاده و از طرف دیگر، فرامین کنترلی تولید شده بوسیله رایانه را به درایور موتور می‌دهد. فرامین کنترلی بر اساس کنترل پیشنهادی در محیط نرم افزاری Matlab تولید می‌شود. در نهایت، درایور موتور ولتاژ متناسب با فرامین اعمال شده را برای رسیدن به مقادیر مطلوب به موتور، اعمال می‌کند. بلوک دیاگرام نحوه پیاده سازی عملی در شکل ۱۲ نشان داده شده است. همانند بخش ۱٫۵، معادلات بازو و پارامترها در پیوست آورده شده است.



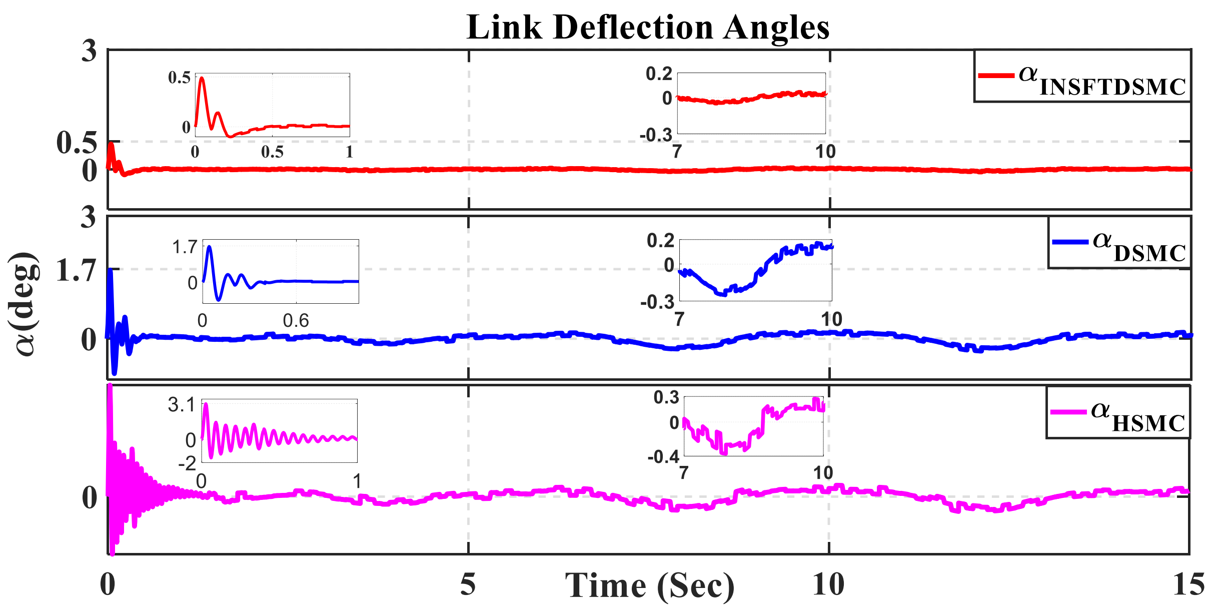

شکل ۱۲: شماتیک پیاده‌سازی عملی

شرایط آشوبی‌سازی بازو، مقادیر اولیه و ضرایب کنترل‌کننده و پارامترهای سیستم همانند بخش ۵٫۱ است. شکل ۱۳ عملکرد موقعیت موتور را در همزمانی آشوبی نشان می‌دهد



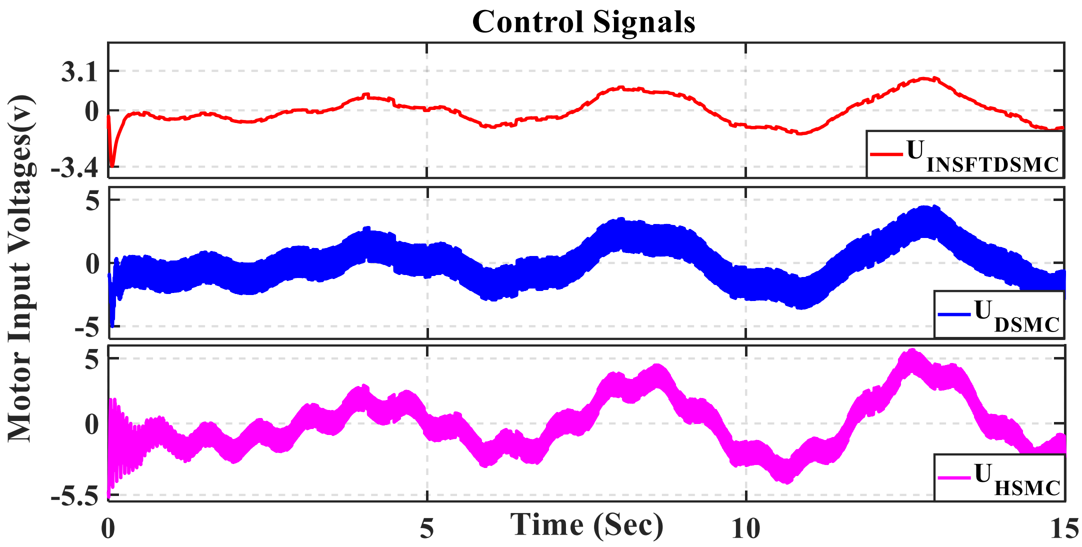

شکل ۱۳: عملکرد کنترل‌کننده‌ها در همزمان‌سازی آشوبی در پیاده‌سازی عملی

شکل ۱۳ نشان می‌دهد که کنترل پیشنهادی خطای همزمانی آشوبی را در مدت ۱ ثانیه به صفر می‌رساند، این در حالی است که این زمان برای DSMC و HSMC به ترتیب برابر ۱٫۸ و ۲٫۶ ثانیه است. شکل ۱۴ رفتار زوایای انحراف را نشان می‌دهد.




شکل ۱۴: عملکرد کنترل‌کننده‌ها از نظر مقادیر زاویه انحراف در پیاده‌سازی عملی

شکل ۱۴ نشان می‌دهد که کنترل پیشنهادی (۲۳) عملکرد مطلوبی از نظر کاهش زاویه انحراف دارد و زاویه انحراف را با حداکثر ۰٫۵ درجه در ۰٫۵ ثانیه به صفر می‌رساند. در مقابل، DSMC و HSMC زوایای انحراف را با حداکثر مقادیر ۱٫۷و ۳٫۱ درجه با نوسانات بیشتر، به ترتیب در ۰٫۶ و ۱ ثانیه به صفر همگرا می‌کنند. شکل ۱۵ ورودی‌های کنترل را در پیاده سازی عملی نشان می‌دهد.




شکل ۱۵: ورودی کنترل‌کنندها در پیاده‌سازی عملی

شکل ۱۵ نشان می‌دهد که دامنه ورودی در پیاده‌سازی عملی کمی کمتر از شبیه سازی است و حداکثر دامنه آن برای روش پیشنهادی حدود ۳,۴ ولت است. همچنین دامنه نوسان و چترینگ نسبت به شبیه‌سازی افزایش یافته است. مقایسه عددی نتایج شبیه سازی و پیاده سازی عملی در جدول ۳ بیان شده است.

جدول ۳: مقایسه عددی نتایج پیاده‌سازی عملی و شبیه‌سازی

| معیارها | نتایج شبیه‌سازی | | |
|---|---|---|---|
| | کنترل پیشنهادی (۲۳) | DSMC | HSMC |
| Max Rotor Position Settling Time (sec) | ۰,۸ | ۱,۵ | ۲ |
| Max Link Deflection (º) | ۰,۲ | ۱ | ۲ |
| Max Amplitude Control Input (v) | ۳,۶ | ۵,۲۵ | ۵,۸ |
| **معیارها** | **نتایج پیاده‌سازی عملی** | | |
| | کنترل پیشنهادی (۲۳) | DSMC | HSMC |
| Max Rotor Position Settling Time (sec) | ۱ | ۱,۸ | ۲,۶ |
| Max Link Deflection (º) | ۰,۵ | ۱,۷ | ۳,۱ |
| Max Amplitude Control Input (v) | ۳,۴ | ۵ | ۵,۵ |

نتایج شکل‌ها و اعداد ارائه شده در جدول۳ نشان می‌دهد که روش پیشنهادی بهتر از دو روش دیگر عمل نموده و سرعت همگرایی روش DSMC بهتر از HSMC است.

## ٦- نتیجه‌گیری

این مقاله به بررسی مساله ردیابی موقعیت بازوهای رباتیک با مفاصل انعطاف‌پذیر در حضور آشوب، عدم‌قطعیت و اغتشاش پرداخته است. در این راستا از یک رویکرد همزمان‌سازی با یک مرجع آشوبی برای ایجاد آشوب در دینامیک بازو استفاده شد. علاوه بر این، بررسی قابلیت‌های روش DSMC، نقاط قوت و ضعف آن به طور کامل، مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. سپس، مشکلات حاکم بر آن با پیشنهاد یک کنترل‌کننده جدید با عنوان INSFTDSMC که شامل یک متغیر کوپلینگ جدید، یک سطح لغزشی سریع ترمینال و یک تکنیک جدید برای کاهش چترینگ است، بر طرف شد. هم‌چنین طرح کنترلی برای بازوهایی با n مفصل انعطاف‌پذیر توسعه داده شد. نتایج تحلیل‌ها نشان می‌دهد که DSMC تنها می‌تواند پایداری یکنواخت محدود را در برخی حالات ارائه دهد، در حالی که اثبات ریاضی تأیید می‌کند که سیستم حلقه بسته با استفاده از INSFTDSMC، دارای پایداری مجانبی زمان‌محدود در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری، اغتشاشات خارجی و آشوب است. برای ارزیابی

عملکرد INSFTDSMC ، چندین شبیه‌سازی بر روی یک FJRM تک مفصل انجام شده و عملکرد آن از نظر حداکثر انحراف رابط، زمان همگرایی، دامنه ورودی کنترل، پاسخ گذرا و خطای ردیابی ارزیابی و نتایج با DSMC و HSMC مقایسه شد. علاوه بر این، یک ارزیابی عملی نیز بر روی FJRM تک مفصل، به صورت سخت‌افزار در حلقه نیز انجام شد. نتایج شبیه سازی و پیاده سازی عملی کارایی بهتر کنترل‌کننده پیشنهادی را تأیید می‌کنند.

## پیوست

معادلات دینامیکی FJRM تک مفصل، به صورت زیر است[۲۷] :

$$\begin{cases}\dot{x}_1(t)=x_3(t),\\ \dot{x}_2(t)=x_4(t),\\ \dot{x}_3(t)=f_1(X)+g_1(X)u(t)+d_1\,(t),\\ \dot{x}_4(t)=f_2(X)+g_2(X)u(t)+d_2\,(t)\end{cases} \qquad (A.1)$$

بردار حالت برابر $X=[\theta_m,\alpha,\dot{\theta}_m,\dot{\alpha}]$ و توابع سیستم به صورت زیر است

$$\begin{aligned}
f_1(X)&=\frac{K_s}{J_{eq}}\,x_2+\frac{(-K_2-B_{eq}+B_{Arm}\,)}{J_{eq}}\,x_3+\frac{B_{Arm}}{J_{eq}}\,x_4,\\
f_2(X)&=\frac{mgl\sin(x_1+x_2)}{J_{Arm}}-\frac{K_s(J_{eq}+J_{Arm})}{J_{eq}J_{Arm}}x_2+\left(\frac{K_2+B_{eq}-B_{Arm}}{J_{eq}}-\frac{B_{Arm}}{J_{Arm}}\right)x_3-\frac{B_{Arm}(J_{eq}+J_{Arm})}{J_{Arm}J_{eq}}x_4\\
g_1(X)&=\frac{\eta_g\eta_m K_t K_g}{J_{eq}R_m}\qquad g_2(X)=-g_1(X),\\
K_2&=\frac{\eta_g {K_g}^2\,\eta_m K_m\,K_t}{R_m}
\end{aligned} \qquad (A.2)$$

مقادیر پارامترهای سیستم در جدول ۴ بیان شده است.

جدول ۴: مقادیر پارامترهای موتور و بازوی رباتیک

| Definition | Parameter | Values |
|---|---|---|
| Equivalent Viscous damping ($N.M.S/rad$) | $B_{eq}$ | ۰٫۰۷ |
| Rotor Viscous Friction ($N.M.S/rad$) | $B_{arm}$ | ۰٫۰۰۴ |
| Back-EMF Constant ($V.S/rad$) | $K_m$ | ۰٫۰۰۷۶۷ |
| Motor Torque Constant ($N.M/A$) | $K_t$ | ۰٫۰۰۷۶۷ |
| Total Gear Ratio | $K_g$ | ۱۴:۵ |
| Gearbox Efficiency | $\eta_g$ | ۰٫۸۹ |
| Armature Efficiency | $\eta_m$ | ۰٫۸۴ |
| Motor Resistance (Ω) | $R_m$ | ۲٫۴ |
| Joint Stiffness | $K_s$ | ۵۰ |
| Equivalent Inertia ($Kg.m^2$) | $J_{eq}$ | ۰٫۰۰۲۳ |
| Total Link Inertia ($Kg.m^2$) | $J_{arm}$ | ۰٫۰۰۳۵۲ |
| Length of the Link ($m$) | $l$ | ۰٫۳ |
| Mass of the Link ($Kg$) | $m$ | ۰٫۱ |
| Gravitational Constant ($N/m$) | $g$ | ۹٫۸۱ |

## مراجع


[1] Alandoli EA, Lee TS. “A critical review of control techniques for flexible and rigid link manipulators”, Robotica, 2020 ;38(12):2239-65.

[2] Ozgoli S, Taghirad HD. “A survey on the control of flexible joint robots”, Asian journal of control. 2006 ;8(4):332-44.

[3] Sun L, Zhao W, Yin W, Sun N, Liu J. “Proxy based position control for flexible joint robot with link side energy feedback”, Robotics and Autonomous Systems. 2019, 1:121:103272.

[4] Yan Z, Lai X, Meng Q, Zhang P, Wu M. “Tracking control of single-link flexible-joint manipulator with unmodeled dynamics and dead zone”, International Journal of Robust and Nonlinear Control. 2021, 10;31(4):1270-87.

[5] Minagar S, Kazemitabar J, Alizadeh M. “Fractional dynamic sliding mode control for uncertain chaotic systems applied to a chaotic robot arm under dynamic load”, International Journal of Sensors Wireless Communications and Control. 2020 1, 10(6):1023-31.

[6] Gholipour S, Shandiz HT, Alizadeh M, Minagar S, Kazemitabar J. “Dynamic sliding mode control based on fractional calculus subject to uncertain delay based chaotic pneumatic robot”, International Journal of Sensors Wireless Communications and Control. 2020, 1;10(3):413-20.

[7] He B, Wang S, Liu Y. “Underactuated robotics: a review. International Journal of Advanced Robotic Systems”, 2019, 16;16(4):1729881419862164.

[8] Lochan K, Roy BK, Subudhi B. “Chaotic tip trajectory tracking and deflection suppression of a two-link flexible manipulator using second-order fast terminal SMC”, Transactions of the Institute of Measurement and Control. 2019, 41(12):3292-308.

[9] Ott E, Grebogi C, Yorke JA. “Controlling chaos”, Physical review letters. 1990, 12;64(11):1196.

[10] Li Y, Wu Y. “Neural network based adaptive chaotification of uncertain robot manipulators incorporating motor dynamics”, IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2018, 1 (Vol. 428, No. 1, p. 012054).

[11] Kandroodi MR, Farivar F, Pedram MZ, Shoorehdeli MA. “Variable structure control and anti-control of flexible joint manipulator with experimental validation”, In2011 IEEE International Conference on Mechatronics, 2011, Vol, 13, pp. 294-299.

[12] Yin W, Sun L, Wang M, Liu J. “Nonlinear state feedback position control for flexible joint robot with energy shaping”, Robotics and Autonomous Systems. 2018, 1:99:121-34.

[13] Gao H, He W, Zhou C, Sun C. “Neural network control of a two-link flexible robotic manipulator using assumed mode method”, IEEE Transactions on Industrial Informatics. 2018, 22;15(2):755-65.

[14] Ling S, Wang H, Liu PX. “Adaptive fuzzy tracking control of flexible-joint robots based on command filtering”, IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2019, 10;67(5):4046-55.

[15] Spyrakos-Papastavridis E, Dai JS. “Minimally model-based trajectory tracking and variable impedance control of flexible-joint robots”, IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2020, 20;68(7):6031-41.

[16] Rostami Kandroodi Mojtaba, Farivar Faeze A. Mahdi, “Control of flexible joint manipulator via variable structure rule-based fuzzy control and chaos anti-control with experimental validation”, Intelligence systems in electrical engineering, 4th year, No. 4, (2014), 1-12.

[17] Lochan K, Singh JP, Roy BK, Subudhi B. “Chaotic path planning for a two-link flexible robot manipulator using a composite control technique”, In Recent Advances in Chaotic Systems and Synchronization 2019, 1 (pp. 233-257).

[18] Dianwei Qian, Jianqiang Yi, “Hierarchical sliding mode control for under-actuated cranes design”, analysis and simulation, Springer Link, 2015, 978-3-662-48417-3.

[19] Soltanpour MR, Moattari M. “Voltage based sliding mode control of flexible joint robot manipulators in presence of uncertainties”, Robotics and Autonomous Systems. 2019, 1:118:204-19.

[20] Lo JC, Kuo YH. “Decoupled fuzzy sliding-mode control”, IEEE Transactions on fuzzy systems. 1998 ;6(3):426-35.

[21] Arman Rajaei, Amin Vahidi-Moghaddam, Mohammad Eghtesad, DS Necsulescu and Ehsan Azadi Yazdi, “Nonsingular decoupled terminal sliding-mode control for a class of fourth-order underactuated nonlinear systems with unknown external disturbance”, IOP, Engineering Research Express,Vol. 2, No. 3, 2020, 035028.

[22] Xuemei N, Gao G, Liu X, Fang Z. “Decoupled sliding mode control for a novel 3-DOF parallel manipulator with actuation redundancy”, International journal of advanced robotic systems. 2015, 22;12(5):64.

[23] Mahmoodabadi MJ, Yazdi SM, Talebipour M. “Optimal self-tuning decoupled sliding mode control for a class of nonlinear systems”, International Journal of Intelligent Engineering Informatics. 2019, 7(6):529-44.

[24] Ata B, Coban R. “Decoupled adaptive backstepping sliding mode control of underactuated mechanical systems”, Journal of Control Engineering and Applied Informatics. 2022, 23;24(1):45-56.

[25] Zaare S, Soltanpour MR. “Adaptive fuzzy global coupled nonsingular fast terminal sliding mode control of n-rigid-link elastic-joint robot manipulators in presence of uncertainties”, Mechanical Systems and Signal Processing. 2022, 15:163:108165.

[26 ] Nezhad, A. H., Noiey, A. R., Soltanpour, M. R., & Veysi, M. “A new fuzzy decoupled sliding mode control of flexible joint robotic manipulators based on the finite-time observer in the presence of chaos with experimental validation”, IET Control Theory & Applications, 2024, 18(4), 422-441.

[27] Zaare S, Soltanpour MR, Moattari M. “Adaptive sliding mode control of n flexible-joint robot manipulators in the presence of structured and unstructured uncertainties”, Multibody System Dynamics. 2019 ,47(4):397-434.

[28] Molaie M, Jafari S, Sprott JC, Golpayegani SM. “Simple chaotic flows with one stable equilibrium”, International Journal of Bifurcation and Chaos. 2013, 23(11):1350188.

[29] Khalil HK. “Control of nonlinear systems”, Prentice Hall, New York, NY; 2002.

[30] Spong MW, Hutchinson S, Vidyasagar M. “ Robot modeling and control”, John Wiley & Sons; 2020.

[31] Wang X, Liu J, Cai KY. “Tracking control for a velocity-sensorless VTOL aircraft with delayed outputs”, Automatica. 2009, 1;45(12):2876-82.

[32] Wang, Hai, L. Shi, Zhihong Man, Jinchuan Zheng, S. Li, Ming Yu, C. Jiang, Huifang Kong, and Zhenwei Cao. “Continuous fast nonsingular terminal sliding mode control of automotive electronic throttle systems using finite-time exact observer”, IEEE Transactions on Industrial Electronics 65, no. 9. 2018, 7160-7172.

[33] Chen, S., Liu, W., & Huang, H. “Nonsingular fast terminal sliding mode tracking control for a class of uncertain nonlinear systems”, Journal of Control Science and Engineering, 2019, 8146901.

[34] Junejo, A. K., Xu, W., Hashmani, A. A., El-Sousy, F. F., Habib, H. U. R., Tang, Y., ... & Ismail, M. M. “Novel fast terminal reaching law based composite speed control of PMSM drive system”, IEEE Access, 2022, 10, 82202-82213.

[35] Lui J, Wang X. “Advanced Sliding Mode Control for Mechanical Systems. Design, Analysis and MATLAB Simulation”, TSINCHUA university Press. 2012, 147-148.