

مروری بر نظریه و کاربردهای سیستم‌های و کنترل‌کننده‌های هوشمند بازه‌ای

پوریا جعفری^۱، سیدمحمدجواد آل‌هاشر^۲، محمدتشنه‌لب^۱

^۱ دانشگاه سیستان و بلوچستان، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، pjafari@ece.usb.ac.ir

^۲ دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، آزمایشگاه سیستم‌های هوشمند و قطب اتوماسیون صنعتی

teshnehlab@eed.kntu.ac.ir

^۳ دانشگاه آزاد واحد علوم و تحقیقات تهران، دانشکده فنی و مهندسی، گروه کامپیوتر، soheil.alehasher@gmail.com

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۳/۳/۱۷، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۳/۸/۱)

چکیده: در این مقاله دانش بازه‌ای و کاربرد آن در شبکه‌های عصبی و سیستم‌های فازی بررسی شده است. دانش بازه‌ای چارچوبی برای بازنمایی دانش ضمنی - حدودی بشر با استفاده از روش‌های محاسباتی مبتنی بر گرانول‌های اطلاعاتی مانند مجموعه‌های فازی و مجموعه‌های راف می‌باشد. کنترل‌کننده‌ها و سیستم‌های مبتنی بر دانش بازه‌ای و محاسبات گرانولی به اصطلاح کنترل‌کننده‌ها و سیستم‌های هوشمند بازه‌ای گفته می‌شوند. کنترل‌کننده‌ها و سیستم‌های هوشمند بازه‌ای قادر هستند تا با انواع ابهامات و عدم قطعیت‌ها کار کنند. تحقیقات متعدد در دو دهه گذشته ثابت کرده است که کنترل‌کننده‌ها و سیستم‌های هوشمند بازه‌ای نسبت به همتایانشان که از روش‌های معمول استفاده می‌کنند از توانایی بالاتری در پردازش داده‌ها به خصوص در شرایط نویزی برخوردار هستند و در شرایط یکسان کارایی بالاتری را ارائه می‌دهند. در این مقاله مجموعه‌های راف، شبکه‌های عصبی راف، مجموعه‌های فازی نوع - ۲ و برخی از کاربردهای آنها بطور فشرده مورد بحث و بررسی قرار گرفته‌اند.

کلمات کلیدی: دانش بازه‌ای، محاسبات گرانولی، سیستم‌های هوشمند بازه‌ای، شبکه‌های عصبی راف، کنترل‌کننده‌های فازی نوع ۲

An Overview of the Theory and Applications of Interval-based Intelligent Systems and Controllers

Pourya Jafari, Seyed Mohammad Javad Alhasher, Mohammad Teshnehlab

Abstract: Interval knowledge and its application in Neural Networks and Fuzzy systems is introduced in this paper. It is a new paradigm for representation of human's partial-implicit knowledge which applies granular information-based computational methods, e.g., rough sets and fuzzy sets. The interval-based intelligent systems and controllers are ones used interval knowledge and granular computing approaches. These systems and controllers are able to deal with the types of vagueness and uncertainties. During past two decades, several researches have proved that the interval-based intelligent system are more capable than ones use traditional approaches in order to processes of data, especially in noisy situations. In this paper, rough sets theory, rough set neural networks, and theory of fuzzy type2 as most important interval knowledge approaches are presented, and also some their applications are summarized.

Keywords: Interval knowledge, Granular computing, Interval-based intelligent systems, Rough neural networks, Fuzzy type - 2 controllers.

۱- مقدمه

ناسازگاری در داده‌ها، چارچوبی را برای اکتساب دانش در مواجهه با ابهام و عدم قطعیت فراهم می‌آورد. در این بخش مفاهیم پایه در مجموعه‌های راف [۳، ۹، ۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲ و ۲۳] بطور مختصر مرور می‌گردد.

۲-۱-۱- سیستم اطلاعاتی

داده‌ها را می‌توان در قالب جدولی که به آن سیستم اطلاعاتی گفته می‌شود، بازنمایی کرد. هر سطر این جدول متناظر با یک شی و هر ستون آن متناظر با یک خصوصیت آن شی است که به آن صفت گفته می‌شود.

زوج $IS = (U, A)$ سیستم اطلاعاتی است که در آن $U = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ مجموعه‌ای متناهی و غیرتهی از اشیا است و $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ به آن مجموعه جهانی گفته می‌شود و $a: U \rightarrow V_a$ مجموعه‌ای متناهی و غیرتهی از صفات است بطوریکه $a \in A$ بوده و V_a مجموعه مقادیر صفت a است که دامنه a نامیده می‌شود.

۲-۱-۲- رابطه تمایزناپذیری

رابطه تمایزناپذیری این واقعیت را منعکس می‌کند که با استفاده از اطلاعات در دسترس و با توجه به وجود نقصان در دانش، برخی از اشیا نسبت به هم غیر قابل تشخیص هستند. این رابطه به نوعی افزونگی در داده‌ها را نشان می‌دهد. هر مجموعه صفات $B \subseteq A$ رابطه‌ای باینری را روی مجموعه جهانی U مشخص می‌کند که رابطه تمایزناپذیری گفته می‌شود. این رابطه عبارت است از:

$$IND(B) = \{(x, y) \in U^2 : \forall a \in B a(x) = a(y)\} \quad (1)$$

اگر $(x, y) \in IND(B)$ ، آنگاه دو شی x و y با توجه به مجموعه صفات B نسبت به هم غیر قابل تشخیص هستند. رابطه بالا دارای خواص بازتابی، تقارنی و تعدی است و بنابراین رابطه‌ای هم‌ارز محسوب می‌شود.

۲-۱-۳- کلاس‌های هم‌ارزی

رابطه تمایزناپذیری $IND(B)$ مجموعه جهانی U را به خانواده‌ای از کلاس‌های هم‌ارزی افزایش می‌دهد که با U/B نشان داده می‌شود. همچنین کلاس هم‌ارزی شی x ، یعنی بلاکی از افزایش U/B که شامل شی x است با $B(x)$ نشان داده شده و به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$B(x) = \{y \in U : (x, y) \in IND(B)\} \quad (2)$$

این کلاس‌ها هم‌ارزی مجموعه‌های ابتدایی و به عبارتی دیگر گرانول‌های ابتدایی گفته می‌شوند. همچنین اجتماع تمامی مجموعه‌های ابتدایی مجموعه تعریف پذیر نام دارد.

دانش بازه‌ای^۱ رهیافت نوینی در اکتساب، بازنمایی و پردازش دانش با استفاده از محاسبات در حضور نامعینی و عدم قطعیت^۲ به شمار می‌رود. برخلاف شرایط ایده‌آل دنیای انتزاعی که در آن دانش را می‌توان کامل فرض کرد، در دنیای واقعی ناکامل بودن دانش، که از ابهام و عدم قطعیت ناشی می‌شود، چالش برانگیز است. سوالی که مطرح می‌شود این است که بشر در مواجهه با پدیده‌ها چگونه با ابهام و عدم قطعیت برخورد می‌کند و با دانش ناکامل چگونه می‌تواند این پدیده‌ها را برای حل مسائل آنالیز نماید؟ ادعا این است که بشر در مواجهه با پدیده‌ها به جای آنالیز آنها با استفاده از اطلاعات دقیق، اطلاعات حدودی را به عنوان عناصر ابتدایی دانش بکار می‌برد. این اطلاعات حدودی که در واقع به شکل بازه‌هایی انتزاعی هستند و با توابع عضویت، اعداد بازه‌ای، مجموعه‌ها، خوشه‌ها و نظایر آن بازنمود می‌شوند، به گرانول‌های اطلاعاتی^۳ موسومند. اصطلاح گرانولی بودن اطلاعات و گرانول‌سازی اطلاعات بطور صریح ابتدا توسط زاده در [۲۰۱] و پلاک در [۴۰۳] مطرح گردید. این بخش از حوزه تحقیقاتی تحت عنوان محاسبات گرانولی در سال‌های اخیر مورد توجه پژوهشگران حوزه هوش محاسباتی [۵، ۶، ۷، ۸ و ۹] قرار گرفته است. مجموعه‌های فازی [۱۰]، محاسبه با کلمات [۱۱]، مجموعه‌های راف [۱۲] و فضای تقریب [۱۳]، مجموعه‌های فازی-راف^۴ و راف-فازی^۵ [۱۴، ۱۵ و ۱۶] و محاسبات بازه‌ای^۶ [۱۷ و ۱۸] که در آنها بازنمود اطلاعات به صورت حدودی است، همگی روش‌هایی را برای محاسبات گرانولی، گرانول‌سازی اطلاعات و مدل‌سازی گرانول‌های اطلاعاتی ارائه می‌دهند. در این مقاله در دو بخش مجزا به معرفی و بررسی دو روش هوشمند بازه‌ای پرداخته می‌شود. ابتدا در بخش اول به مطالعه مجموعه‌های راف و کاربرد آن در شبکه‌های عصبی پرداخته شده و در بخش دوم سیستم‌های فازی نوع دوم و کاربردهای آن بررسی می‌شوند.

۲- بخش اول- مجموعه‌های راف و کاربرد آنها

در شبکه‌های عصبی

۲-۱- نظریه مجموعه‌های راف: مفاهیم اولیه

نظریه مجموعه‌های راف که برای آنالیز داده‌ها ارائه شده است را می‌توان یکی از رویکردهای اصلی در اکتساب، بازنمایی و پردازش دانش بازه‌ای به شمار آورد. این نظریه با هدف برخورد با تناقض و

¹ Interval knowledge

² Uncertainty

³ Granularities of information

⁴ Fuzzy rough sets

⁵ Rough fuzzy sets

⁶ Interval Analysis

فضای تقریب و تقریب مجموعه

(۸)

فضای تقریب ساخته شده توسط مجموعه صفات $B \subseteq A$ روی سیستم اطلاعاتی IS که با چندتایی $AS_B = (U, IND(B))$ نشان داده می‌شود، خصوصیتی تقریبی را برای هر مجموعه $X \subseteq U$ فراهم می‌کند. با توجه به اطلاعاتی که توسط مجموعه صفات $B \subseteq A$ در دسترس است، هر مجموعه $X \subseteq U$ که غیر قطعی است، را می‌توان با دو مجموعه قطعی جایگزین کرد. این تقریب‌ها به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$\underline{B}(X) = \{x \in U | B(x) \subseteq X\} \quad (۱)$$

$$\overline{B}(X) = \{x \in U | B(x) \cap X \neq \emptyset\} \quad (۲)$$

که $\underline{B}(X)$ و $\overline{B}(X)$ به ترتیب تقریب پایین و تقریب بالای مجموعه X می‌باشند. بر حسب مجموعه صفات $B \subseteq A$ ، تقریب پایین مجموعه‌ی اشیایی است که قطعاً عضو مجموعه X هستند، در حالیکه تقریب بالا شامل مجموعه اشیایی است که ممکن است که عضو مجموعه X باشند.

بر اساس تقریب‌های پایین و بالای مجموعه $X \subseteq U$ ، مجموعه جهانی U را می‌توان، به ناحیه مرزی $BN(X)$ ، ناحیه مثبت $POS(X)$ و ناحیه منفی $NEG(X)$ تقسیم کرد. این نواحی به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$BND(X) = \overline{B}(X) - \underline{B}(X) \quad (۳)$$

$$POS(X) = \underline{B}(X) \quad (۴)$$

$$NEG(X) = U - \overline{B}(X) \quad (۵)$$

بر حسب مجموعه صفات $B \subseteq A$ ، هر عنصر $x \in POS(X)$ به طور قطع به X متعلق است، در حالی که هر عنصر $x \in NEG(X)$ به X متعلق نیست. هر عنصر $x \in BND(X)$ می‌تواند به X متعلق باشد و یا نباشد. بر حسب مجموعه صفات $B \subseteq A$ ، اگر ناحیه مرزی مجموعه X تهی باشد، یعنی $BND(X) = \emptyset$ ، آنگاه مجموعه X صریح و دقیق^۱ است. در غیر اینصورت مجموعه X راف^۲ یا نادقیق است.

۲-۱-۴- انواع ابهام

چهار کلاس پایه مجموعه‌های راف را می‌توان با توجه به تقریب‌های پایین و بالای مجموعه $X \subseteq U$ ، بر حسب مجموعه صفات $B \subseteq A$ ، به صورت زیر تعریف کرد.

$B(X) \neq \emptyset \ \& \ \overline{B}(X) \neq U$, iff X is roughly definable

$B(X) = \emptyset \ \& \ \overline{B}(X) \neq U$, iff X is internally indefinable

$B(X) \neq \emptyset \ \& \ \overline{B}(X) = U$, iff X is externally indefinable

$B(X) = \emptyset \ \& \ \overline{B}(X) = U$, iff X is totally indefinable

۲-۱-۵- صحت تقریب

معیار صحت تقریب بیان می‌نماید که یک مجموعه چقدر راف است. این معیار به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\alpha_B(X) = \frac{card(\underline{B}(X))}{card(\overline{B}(X))} \quad (۶)$$

که $card(X)$ تعداد اعضای مجموعه X را نشان می‌دهد. بدیهی است که $0 \leq \alpha_B(X) \leq 1$ می‌باشد. بر حسب مجموعه صفات $B \subseteq A$ ، اگر $\alpha_B(X) = 1$ آنگاه X صریح و دقیق است. در غیر اینصورت X راف یا نادقیق می‌باشد. صحت تقریب را می‌توان برای اندازه‌گیری کیفیت تقریب کلاس‌های تصمیم روی مجموعه جهانی U استفاده کرد. همچنین معیارهای دیگری را می‌توان به صورت زیر تعریف نمود.

$$1 - \alpha_B(X) \quad (۷)$$

$$\beta_B(X) = 1 - \frac{card(BND(X))}{card(U)} \quad (۸)$$

۲-۱-۶- تابع عضویت راف

تابع عضویت راف، احتمال شرطی تعلق عنصر $x \in U$ به مجموعه $X \subseteq U$ را بیان می‌کند. از نظر اطلاعات بیان شده توسط کلاس هم‌ارز $B(x)$ ، به عنوان درجه تعلق عنصر x به مجموعه X تفسیر می‌گردد. تابع عضویت راف به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\mu_X^B(x) = \cup \rightarrow 0, 1$$

$$\mu_X^B(x) = \frac{card(B(x) \cap X)}{card(X)} \quad (۹)$$

که در آن $x \in X \subseteq U$ است. مقدار $\mu_X^B(x)$ را می‌توان عنوان درجه تعلق عنصر x به مجموعه X بر حسب مجموعه صفات $B \subseteq A$ تفسیر کرد. این تعریف در مقابل تعریف کلاسیک مجموعه، دانش ذهنی را در مورد عناصر مجموعه جهانی منعکس می‌کند.

می‌توان با استفاده از تابع عضویت راف، ناحیه مرزی و تقریب‌های پایین و بالای مجموعه $X \subseteq U$ را به صورت زیر باز تعریف کرد.

$$\underline{B}(X) = \{x \in U | \mu_X^B(x) = 1\} \quad (۱۰)$$

$$\overline{B}(X) = \{x \in U | \mu_X^B(x) > 0\} \quad (۱۱)$$

$$BND(X) = \{x \in U | 0 < \mu_X^B(x) < 1\} \quad (۱۲)$$

اکنون می‌توان دو تعریف مجموعه راف را به صورت زیر ارائه کرد.

تعریف ۱- مجموعه X بر حسب مجموعه صفات $B \subseteq A$

$$\underline{B}(X) \neq \overline{B}(X) \text{ راف است اگر}$$

^۱ Crisp

^۲ Rough

یافته $\partial_C : U \rightarrow \text{Pow}(x_{d \in D} V_d)$ را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد.

$$\partial_C(x) = \{i : \exists x' \in U [(x', x) \in \text{IND}(C) \text{ and } d(x') = i]\} \quad (17)$$

که $\text{Pow}(V_d)$ مجموعه توانی ضرب کارترین $x_{d \in D} V_d$ از خانواده $\{V_d\}_{d \in D}$ است. سیستم تصمیم DT سازگار یا قطعی گفته می‌شود، اگر برای هر $x \in U$ ، $\text{card}(\partial_C(x)) = 1$ ، در غیر اینصورت سیستم تصمیم DT ناسازگار یا غیر قطعی است. از این رو، سیستم تصمیم ناسازگار است اگر شامل اشیایی با تصمیمات متفاوت اما بر حسب صفات شرطی تمایزناپذیر باشد. هر مجموعه شامل همه اشیا با مقادیر یکسان تصمیم تعمیم یافته، کلاس تصمیم تعمیم یافته گفته می‌شود.

۲-۲-۲-۲- وابستگی صفات

یکی دیگر از موضوعات مهم در آنالیز داده‌ها کشف وابستگی بین صفات در یک سیستم تصمیم است. مجموعه صفات D کاملاً به صفات C وابسته است، اگر مقادیر صفات C منحصرماً مقادیر صفات D را تعیین کنند. به عبارت دیگر، تصمیمات D کاملاً به صفات C وابسته است اگر وابستگی کارکردی بین مقادیر C و D وجود داشته باشد. از این رو، $C \Rightarrow D$ اگر و فقط اگر قاعده (۱۶) برای هر $x \in U$ روی DT صحیح باشد. همچنین تصمیمات D به صفات C وابسته است اگر وابستگی کارکردی بین مقادیر C و D با درجه‌ای وجود داشته باشد. بطور رسمی، گفته می‌شود که D با درجه $k \in [0, 1]$ به C وابسته است و با $C \Rightarrow_k D$ نشان داده می‌شود، اگر درجه وابستگی به صورت زیر تعریف گردد.

$$k = \gamma(C, D) = \frac{\text{card}(\text{POS}_C(D))}{\text{card}(U)} \quad (14)$$

که در آن

$$\text{POS}_C(D) = \bigcup_{X \in U/D} C(X) \quad (15)$$

که ناحیه مثبت افراز U/D بر حسب C گفته می‌شود. مجموعه همه عناصری از U است که به وسیله C می‌توانند منحصرماً با بخش‌هایی از افراز U/D کلاس‌بندی شوند. اگر $k = 1$ باشد، گفته می‌شود که D کاملاً وابسته به C است. اگر $k < 1$ باشد، گفته می‌شود که D جزء وابسته به C است. همچنین اگر $k = 0$ باشد، آنگاه ناحیه مثبت افراز U/D بر حسب C تهی است. بدیهی است که اگر D کاملاً وابسته به C باشد آنگاه $\text{IND}(C) \subseteq \text{IND}(D)$. بطور خلاصه، D کاملاً وابسته به (جزء) C است، اگر همه (برخی) عناصر مجموعه جهانی U را بتوان با بلاک‌های افراز U/D منحصرماً توسط C کلاس‌بندی کرد.

تعریف ۲- مجموعه X بر حسب مجموعه صفات $B \subseteq A$ راف است اگر $0 < \mu_X^B(x) < 1$

این دو تعریف معادل نیستند. تعریف اول بر اساس عملگرهای تقریب بوده و ناحیه مرزی غیر تهی را نشان می‌دهد. در حالیکه تعریف دوم بر اساس تابع عضویت راف است که مقدار عضویت عنصر به مجموعه را نشان می‌دهد.

۲-۱-۲-۷- وابستگی کارکردی

برای سیستم اطلاعاتی مفروضی مانند $IS = (U, A)$ ، وابستگی کارکردی صفت D به C در A با $C \Rightarrow D$ نشان داده می‌شود. این وابستگی اگر و فقط اگر $\text{IND}(C) \subseteq \text{IND}(D)$ برقرار است.

۲-۲- سیستم تصمیم و قواعد تصمیم

مجموعه صفات ممکن است به دو زیر مجموعه صفات شرطی $C \subset A$ و صفات تصمیم $D = A - C$ تقسیم شود. صفات شرطی ویژگی‌های اندازه‌گیری شده اشیا و صفات تصمیم، که معمولاً دو مقادیراند، کلاس شی را نشان می‌دهند. یک سیستم تصمیم، یک سیستم اطلاعاتی با صفت تصمیم است. بطور رسمی، یک سیستم تصمیم چندتایی $DT = (U, C, D)$ است، که در آن $d : U \rightarrow V_d$ و $a : U \rightarrow V_a$ یک صفت تصمیم و $a \in C$ یک صفت شرطی است و $V = \bigcup \{V_a : a \in C\} \cup \{V_d : d \in D\}$.

در موردی که $C \Rightarrow d$ کاملاً برقرار باشد، گفته می‌شود که سیستم تصمیم DT قطعی یا سازگار و وابستگی $C \Rightarrow d$ دقیق است. آنگاه برای سرتاسر هر کلاس هم‌ارزی $C(x)$ ، تصمیم منحصر بفر $d(x)$ وجود دارد. در غیر اینصورت، وابستگی $C \Rightarrow d$ با درجه‌ای برقرار است و گفته می‌شود که سیستم تصمیم DT غیرقطعی یا ناسازگار و وابستگی $C \Rightarrow d$ نادقیق است. هر شی در جدول تصمیم DT، یک قاعده تصمیم را مشخص می‌کند که هر عبارتی است که به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\begin{aligned} & \wedge \{a = a(x) : a \in C, a(x) \in V_c\} \\ & \Rightarrow \wedge \{d = d(x) : d \in D, d(x) \in V_d\} \end{aligned} \quad (13)$$

این قاعده تصمیم صحیح یا مطمئن است اگر برای هر شی، ارضای سمت چپ آن سمت راست را نیز برآورده کند یا به عبارت دیگر سازگار باشد، و در غیر اینصورت با درجه‌ای صحیح یا محتمل است. تعداد قواعد سازگار به تمام قواعد جدول تصمیم فاکتور سازگاری گفته می‌شود.

۲-۲-۱- تصمیم تعمیم یافته

برای هر سیستم تصمیم $DT = (U, C, D)$ ، تابع تصمیم تعمیم

۲-۲-۳- کاهش و هسته

کاهش زیر مجموعه‌ای از صفات است که دانش در مجموعه داده‌ها بطور کامل مشخص نماید. این به معنای آن است که می‌توان بدون ایجاد نقصان در دانش و با حفظ ویژگی‌های اساسی، برخی از داده‌های غیر ضروری را از مجموعه داده‌ها حذف کرد. کاهش را می‌توان به عنوان مجموعه‌ای کافی از ویژگی‌ها تصور کرد. فرض کنید که $IS = (U, A)$ ، یک سیستم اطلاعاتی و $B \subseteq A$ زیر مجموعه‌ای از صفات باشد. اگر $a \in B$ غیر ضروری باشد، آنگاه $B' = B - \{a\}$ یک مجموعه کاهشی از صفات است. بطوریکه $IND(B') = IND(B)$. همچنین هسته مجموعه صفات ضروری است که در تمامی مجموعه‌های کاهشی وجود دارند. یعنی:

$$CORE(B) = \bigcap RED(B) \quad (۱۶)$$

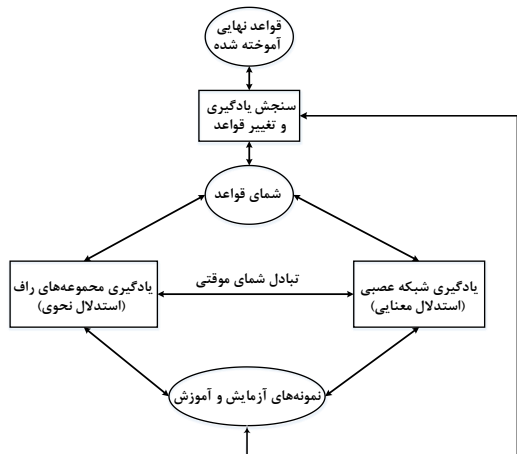
فرض کنید که $DT = (U, C, D)$ ، یک سیستم تصمیم و C و D به ترتیب مجموعه صفات شرط و تصمیم باشد. آنگاه $C' \subseteq C$ یک کاهش از C است، اگر C' مجموعه‌ای کمیته از C باشد. بطوریکه

$$\gamma(C, D) = \gamma(C', D) \quad (۱۷)$$

به اشتراک همه کاهش‌ها هسته گفته می‌شود. بنابراین هسته شامل صفاتی است که بدون فروپاشی ساختار افزاز مجموعه جهانی، از سیستم اطلاعاتی حذف ناپذیرند. هسته را می‌توان به عنوان مجموعه صفات ضروری تصور کرد.

۲-۳- شبکه‌های عصبی راف

مجموعه‌های راف به نحوه تفکر منطقی بشر نزدیک است، قابلیت تفسیر داده‌ها و کاهش افزونگی‌ها را دارد و می‌تواند دانش را بطور صریح بازنمایی کند، اما فاقد تحمل‌پذیری در برابر نویز موجود در داده‌ها است. از طرف دیگر شبکه‌های عصبی به نحو تفکر شهودی بشر نزدیک است، قابلیت پردازش موازی، خود تطبیقی و یادگیری دارد و می‌تواند مسائل پیچیده و غیر خطی را حل کند. هر چند در برابر نویز موجود در داده‌ها تحمل‌پذیر است. اما فرآیند آموزش آن طولانی بوده و نمی‌تواند دانش را بطور صریح بازنمایی کند. از این رو، به نظر می‌رسد با ترکیب مجموعه‌های راف و شبکه‌های عصبی، نقطه ضعف یکی توسط توانایی دیگری بر طرف می‌شود. اولین تلاش در زمینه ترکیب مجموعه‌های راف و شبکه‌های عصبی در [۲۳] انجام شد. که در آن یک روش آموزش ترکیبی از یادگیری مجموعه‌های راف و یادگیری عصبی برای مواجه با اطلاعات نادقیق و غیر قطعی ارائه گردید. شکل ۱ چارچوب کلی الگوریتم ارائه شده در [۲۳] را نشان می‌دهد.



شکل ۱- چارچوب کلی ادغام یادگیری مجموعه راف و یادگیری عصبی [۲۳]

بطور کلی، دو رویکرد اصلی در ترکیب مجموعه‌های راف و شبکه‌های عصبی وجود دارد: ترکیب مجزا، و ترکیب ادغامی. در ترکیب مجزا، این دو ایده به صورت دو سیستم مستقل از هم با یکدیگر ترکیب می‌شوند، در حالیکه در ترکیب ادغامی، این دو ایده به صورت یک سیستم واحد با یکدیگر ترکیب می‌شوند.

۲-۴- مجموعه‌های راف در پیش‌پردازشگر داده‌ها

از آنجا که نظریه مجموعه راف اصالتاً روشی برای پردازش داده‌ها بوده و ابزارهای مفیدی را برای حذف افزونگی‌ها از اطلاعات ناکامل فراهم می‌کند، بدیهی است که دیدگاه غالب در ترکیب مجموعه‌های راف با شبکه‌های عصبی، مجموعه‌های راف را به عنوان پیش‌پردازشگر داده‌ها ورودی به شبکه عصبی استفاده می‌کند. در این دیدگاه مجموعه‌های راف معمولاً به منظور انتخاب ویژگی‌ها و کاهش ابعاد بردار ورودی به شبکه مورد استفاده قرار می‌گیرد. از جمله این مطالعات می‌توان به [۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸، ۲۹ و ۳۰] اشاره کرد. شکل ۲ چارچوب کلی چنین ترکیب‌سازی را نشان می‌دهد.



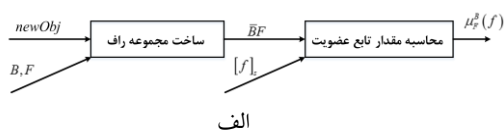
شکل ۲- رویکرد مجزا در ترکیب مجموعه‌های راف و شبکه‌های عصبی، استفاده از مجموعه‌های راف در پیش‌پردازش داده‌های ورودی به شبکه عصبی

۷-۲- ترکیب مجموعه‌های فازی، مجموعه‌های راف و شبکه‌های عصبی

تاکنون روش‌های متنوعی برای ترکیب مجموعه‌های فازی، مجموعه‌های راف و شبکه‌های عصبی در یک قالب ترکیبی ارائه شده است. در [۳۴] از مجموعه‌های راف - فازی برای استخراج ویژگی‌های مهم و از الگوریتم خوشه‌بندی k-نزدیکترین همسایه برای کلاس‌بندی استفاده شد، در [۳۵] یک معماری ماژولار تکاملی برای شبکه چند لایه پرسپترون فازی در ترکیب با مجموعه‌های راف پیشنهاد شده است، در [۳۶] توابع عضویت فازی - راف در معماری شبکه عصبی به کار رفته است، در [۳۷] یک رویکرد هیبریدی مبتنی بر مجموعه‌های راف و ANFIS برای داده‌های با ابعاد بالا معرفی شده است که در آن مجموعه‌های راف برای کاهش ابعاد ویژگی، تعیین اتصالات بین لایه‌های اول و دوم، و پارامترهای لایه چهارم استفاده شده است، در [۳۸] شبکه عصبی فازی - راف و کاربردهای آن در انتخاب ویژگی مورد بررسی قرار گرفته است، در [۳۹] یک معماری جدید عصبی - فازی - راف برای کلاس‌بندی داده‌ها با مقادیر ناقص ارائه شده است.

۸-۲- محاسبات عصبی راف مبتنی بر تابع عضویت راف

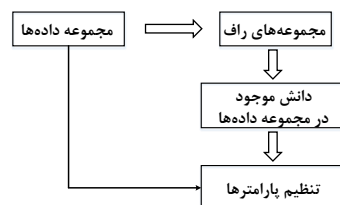
در [۴۰ و ۴۱] نون راف تقریب (شکل ۵ - الف) و نون راف تصمیم (شکل ۵ - ب) معرفی شده است. معماری شبکه عصبی تشکیل شده از این نوع نون‌ها دو لایه دارد، که لایه اول شامل تعدادی نون راف تقریب و لایه دوم شامل یک نون تصمیم می‌باشد. نون‌های تقریب درجه همپوشانی سیگنال‌های ورودی و کلاس‌های هم‌ارزی را محاسبه می‌کنند، و سپس نون تصمیم که مجموعه قواعد تصمیم را شبیه‌سازی می‌کند، یکی از قواعد با کمترین خطا را انتخاب می‌کند. از چنین شبکه‌ای برای کالیبراسیون کیفیت نرم‌افزار [۴۲] و آنالیز سیگنال [۴۳] استفاده شده است. محاسبات و دیاگرام نون‌های تقریب و تصمیم در ادامه شکل ۵ نشان داده شده است.



شکل ۵- الف) دیاگرام نون راف تقریب، ب) دیاگرام نون راف تصمیم

۵-۲- استفاده از مجموعه‌های راف در تنظیم پارامترهای شبکه عصبی

یکی از مسائل مهم در شبکه‌های عصبی، تنظیم اولیه پارامترهای آن است. از جمله کاربردهای مجموعه راف استخراج دانش نهفته در داده‌ها، از قبیل هسته، مجموعه صفات کاهش‌یافته و ضرایب وابستگی صفات، برای تنظیم پارامترهای ساختاری شبکه عصبی مانند تعداد لایه‌های پنهان، تعداد نون‌های هر لایه، اتصالات بین نون‌ها و یا تنظیم مقادیر اولیه پارامترهای شبکه عصبی مانند مقادیر اولیه وزن اتصالات و تعداد تکرارهای آموزش است. از جمله این مطالعات می‌توان به [۳۱] اشاره کرد. شکل ۳ چارچوب کلی چنین ترکیب‌سازی را نشان می‌دهد.

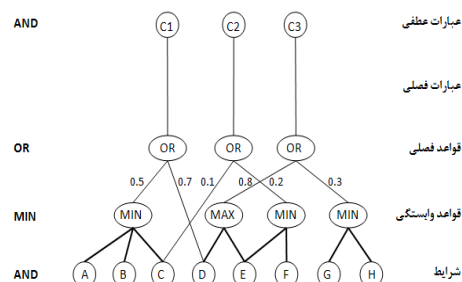


شکل ۳- ترکیب مجموعه‌های راف و شبکه‌های عصبی، استفاده از مجموعه‌های راف در تنظیم پارامترهای شبکه عصبی

۶-۲- طراحی معماری شبکه عصبی مبتنی بر مجموعه‌های راف

قواعد تصمیم استخراج شده از پردازش داده‌ها توسط مجموعه‌های راف را می‌توان بطور مستقیم در طراحی معماری یک کلاس‌بندی کننده شبکه عصبی اعمال کرد. در این رویکرد ابتدا ضرایب وابستگی و قواعد تصمیم از مجموعه داده‌ها استخراج می‌شوند، سپس یک کلاس‌بندی کننده شبکه عصبی معمولاً با چندین لایه AND و OR، min و max ایجاد می‌شود به گونه‌ای که اتصالات بین نون‌های آن قواعد تصمیم استخراج شده را بازنمود می‌کنند. همچنین مقادیر اولیه وزن اتصالات در شبکه عصبی برابر با ضرایب وابستگی است که در طول آموزش برای رسیدن به یک کلاس‌بندی مناسب تطبیق می‌یابند. از جمله این مطالعات می‌توان به [۳۲ و ۳۳] اشاره کرد. شکل ۴ ساختار یک کلاس‌بندی کننده شبکه عصبی راف را نشان می‌دهد.

عملگرهای مورد استفاده هر لایه



شکل ۴- بازنمایی قواعد تصمیم در معماری شبکه عصبی در یک

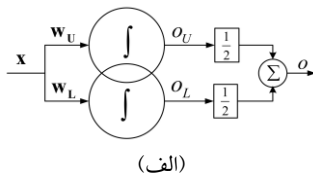
ساختار سلسله مراتبی [۲۳]

قانونمند^۱ فرآیندهای صنعتی [۶۵]، طراحی کنترل‌گرهای راف-فازی [۶۶]، جبر و هندسه کنترل کننده‌های راف [۶۷]، کنترل کننده‌های میرولولژیکی راف [۶۸]، شبیه‌سازی فرآیندهای کنترل با مجموعه راف [۶۹]، کنترل فازی با مجموعه راف [۷۰]، و کنترل ماهواره [۷۱] اشاره کرد. هر چند این تحقیقات پایه در مقایسه با کاربردهای منطق فازی در کنترل اندک است اما بطور کلی اصولی را برای مطالعات کاربردی‌تر بعدی ایجاد کرده‌اند، بطوریکه در دهه اخیر مبحث کنترل راف همانند کنترل فازی در مسیر رو به رشد قابل قبولی قرار گرفته است.

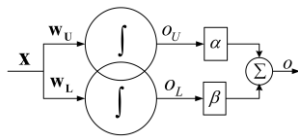
۲-۱۰- شبکه‌های عصبی راف مبتنی بر نورن‌های بازه‌ای

یکی دیگر از راه‌ها ادغام کامل مجموعه راف و شبکه عصبی در مدلی یکپارچه استفاده از نورن‌های راف بازه‌ای در معماری شبکه است که اولین بار در [۷۲ و ۷۳] معرفی شده است. یک نورن راف متشکل از دو نورن کرانه پایین و کرانه بالا است، و توانایی پردازش الگوهای راف را دارد و می‌تواند با اندکی تغییر در انواع ساختارهای شبکه عصبی نظیر شبکه‌های پیشرو [۷۳]، شبکه بدون نظارت SOM [۷۴] شبکه فازی - عصبی تطبیقی [۷۵] اعمال شود. **Error! Reference source not found.** ساختار انواع نورن‌های راف را نشان می‌دهد.

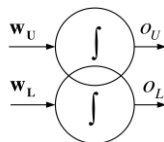
بطوریکه در آن w بردار وزن، X بردار ورودی، o خروجی نورن، α و β ضریب وزن‌دهی خروجی، زیرنویس U حد بالا و زیرنویس L حد پایین متغیر را نشان می‌دهد.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۶- انواع ساختارهای نورن‌های راف الف- مدل نورن راف با خروجی میانگین ب- مدل نورن راف با خروجی وزن دار ج- ساختار مدل نورن راف مستقل

محاسبات در هر یک از انواع نورن‌ها	
$y = \sum_{i=1}^n w_i x_i + v$	نورن معمول که در آن x_i ورودی و w_i وزن بین نورن و ورودی، و v وزن بایاس است
$y_x = f(\overline{BX}, \underline{BX}, X)$	نورن تقریب بالا
$y = f(\overline{BX}, X)$	نورن تقریب پایین
$y_{rule} = \min(e_i, d_i [\mu_X^{A_i}(x) \dots \mu_X^{A_n}(x)])$	نورن تصمیم با گزاره‌های شرطی
$[\mu_X^{A_i}(x) \dots \mu_X^{A_n}(x)]$	

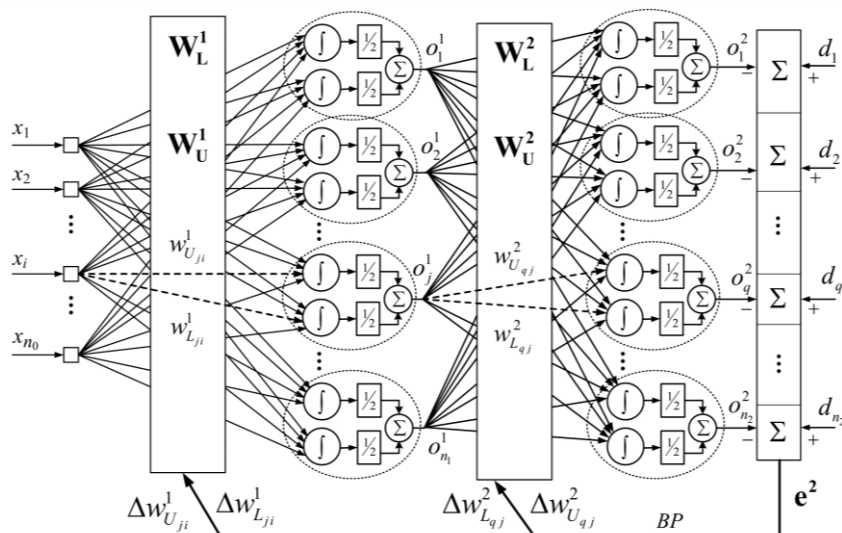
ادامه شکل ۵- جدول محاسبات در نورن‌های راف [۴۳]

۲-۹- کاربردهای مجموعه راف

نظریه مجموعه‌های راف همانند نظریه مجموعه‌های فازی از پشتوانه فلسفی محکمی برخوردار است، عدم قطعیت و ابهام را به خوبی فرموله کرده، توانایی مواجه با دانش ناکامل و باز نمود آنرا دارد و با منطق، قیاس، استدلال تقریبی مرتبط است. منطق راف، جبر آن و ارتباطش با استدلال بولی بطور قابل ملاحظه‌ای مورد توجه ریاضیدانان قرار گرفته است. از سوی دیگر همانطور که نظریه مجموعه‌های فازی با مبحث کنترل و بازنمایی دانش ضمنی پیوند خورده است، نظریه مجموعه راف با مبحث داده کاوی، و استخراج دانش از درون داده‌ها پیوند خورده است. در واقع، مجموعه‌های راف ابزار قدرتمندی برای کاهش افزونگی‌ها و انتخاب ویژگی‌ها است و به تبع آن سهم عمده‌ی مطالعات مجموعه‌های راف معطوف به کاربرد آن در یادگیری ماشین، بازشناسی الگو و اکتشاف دانش شده است. به عنوان مثال در [۴۴ و ۴۵] روش‌های مجموعه راف در انتخاب ویژگی و بازشناسی الگو، در [۴۶ و ۴۷] کاربرد آن در یادگیری ماشین و اکتشاف دانش، و در [۴۸] کاربرد آن در پردازش سیگنال و پردازش تصویر مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین در زمینه پشتیبانی تصمیم [۴۹ و ۵۰]، تصمیم‌گیری چند معیاره [۵۱]، استدلال تقریبی و یادگیری سلسله مراتبی [۵۲] کاربرد یافته‌اند.

امروزه استفاده از روش‌های هوشمند در صنایع زمینه‌ای است که به صورت روز افزون مورد توجه قرار می‌گیرد. مجموعه‌های راف در کنار سایر روش‌های هوش مصنوعی از جمله مجموعه‌های فازی، شبکه‌های عصبی و پردازش‌های تکاملی در زمینه‌های کاربردهای صنعتی مطرح می‌شود. از جمله تحقیقاتی که در زمینه کاربرد مجموعه‌های راف در حوزه صنایع انجام شده است می‌توان به مواردی از قبیل طراحی و بررسی خواص مواد [۵۳] و بررسی رابطه بین ساختار و فعالیت دارو [۵۴]، طراحی سیستم‌های تصمیم‌یار در پیش‌بینی ورشکستگی [۵۵] و بازار سهام [۵۶]، و تشخیص عیوب [۵۷ و ۵۸] اشاره کرد. علاوه بر این، یکی از کاربردهای مورد توجه نظریه مجموعه‌های در صنایع استفاده از آن در حوزه کنترل هوشمند [۵۹، ۶۰، ۶۱ و ۶۲] است. برخی از تحقیقات ابتدایی در این زمینه عبارتند از اکتساب الگوریتم‌های کنترل [۶۳]، مدل‌سازی و کنترل با استفاده از مجموعه راف [۶۴]، کنترل

¹ Rule Base



شکل ۷- ساختار شبکه عصبی راف کامل

درون نورن است. نورن راف j -ام لایه میانی از طریق وزن‌های حد بالا و حد پایین بین لایه ورودی و لایه میانی با سیگنال ورودی تحریک می‌شود. پس هر نورن لایه میانی دارای مجموع وزن دار ورودی حد بالا و حد پایین است. خروجی نورن j -ام لایه میانی نیز دارای حد بالا و حد پایین به صورت زیر است. همچنین نوع تابع درونی هر نورن راف می‌تواند تک قطبی، دو قطبی و هر تابع مشتق‌پذیر دیگر در نظر گرفته شود. سپس خروجی هر نورن لایه فعال ساز اول عبارت است از:

$$o_{U_j}^1(k) = \max\left(f_j^1\left(\text{net}_{L_j}^1(k)\right), f_j^1\left(\text{net}_{U_j}^1(k)\right)\right) \quad (21)$$

$$o_j^1(k) = \frac{o_{U_j}^1(k) + o_{L_j}^1(k)}{2} \quad (22)$$

که در آن $j = 1, 2, \dots, n_1$ می‌باشد.

الگوریتم پیشرو در لایه فعال ساز دوم (لایه خروجی):

از آنجاییکه نورن‌های لایه خروجی نیز به صورت نورن راف مدل میانگین تعریف شده‌اند پس در هر نورن لایه خروجی و وزن‌های مربوط به آن دو قسمت حد بالا و حد پایین وجود دارد. به عنوان مثال برای نورن k -ام در لایه خروجی خواهیم داشت:

$$\text{net}_{L_q}^2(k) = \sum_{j=1}^{n_1} w_{L_{qj}}^2(k) o_j^1(k) \quad (23)$$

$$\text{net}_{U_q}^2(k) = \sum_{j=1}^{n_1} w_{U_{qj}}^2(k) o_j^1(k) \quad (24)$$

$$o_{L_q}^2(k) = \min\left(f_q^2\left(\text{net}_{L_q}^2(k)\right), f_q^2\left(\text{net}_{U_q}^2(k)\right)\right) \quad (25)$$

$$o_{U_q}^2(k) = \max\left(f_q^2\left(\text{net}_{L_q}^2(k)\right), f_q^2\left(\text{net}_{U_q}^2(k)\right)\right) \quad (26)$$

شبکه عصبی راف معرفی شده در [۷۲] دارای ایراداتی از جمله تبادل قطعی اطلاعات بین کرانه‌های بالا و پایین نورن با استفاده از عملگرها \min , \max است، و همچنین به تمهیداتی برای تغییر نوع اتصالات از تحریک به مهار و بالعکس نیاز دارد. مساله دیگر استفاده از الگوریتم قاعده دلتای تعمیم یافته برای آموزش پارامترهای شبکه است. به همین منظور در [۷۶] اصلاحاتی برای رفع ایرادات شبکه عصبی راف پیشنهاد گردید. در شبکه اصلاح شده، (۱) با استفاده از تعریف نرخ تبادل اطلاعات بین کرانه‌های بالا و پایین مشکل مربوط به اعمال عملگرهای قطعی \min و \max حل شده است (۲) اتصالات تحریک و مهار همزمان در مجموع وزندار شده تاثیر می‌گذارند، این مشکل دوم در مورد تمهیدات مربوط به فعالسازی اتصالات و تغییر دائمی بین آنها را حل می‌کند (۳) روش آموزش شبکه بر پایه پس انتشار خطا مبتنی بر گرایان نزولی مرتبه اول ارائه شده است، که می‌توان را به سادگی به شبکه‌ای با چندین لایه اعمال کرد. شکل ۷ ساختار شبکه عصبی راف و پارامترهای آنرا نشان می‌دهد. که در آن اعداد بالانویس نشان دهنده شماره لایه، و حروف پایین‌نویس شمارش گر نورن در آن لایه است. به عنوان مثال o_j^1 به خروجی نورن j -ام از لایه فعال‌ساز اول اشاره دارد. همچنین d_q مقدار مطلوب خروجی نورن q -ام، e^2 بردار خطای لایه فعال‌ساز دوم و BP روش آموزش پس انتشار خطا است. الگوریتم پیشرو [۷۶]

الگوریتم پیشرو در لایه فعال ساز اول (لایه پنهان):

$$\text{net}_{L_j}^1(k) = \sum_{i=1}^{n_0} w_{L_{ji}}^1(k) x_i(k) \quad (18)$$

$$\text{net}_{U_j}^1(k) = \sum_{i=1}^{n_0} w_{U_{ji}}^1(k) x_i(k) \quad (19)$$

$$o_{L_j}^1(k) = \min\left(f_j^1\left(\text{net}_{L_j}^1(k)\right), f_j^1\left(\text{net}_{U_j}^1(k)\right)\right) \quad (20)$$

که در آن net مجموع وزندار ورودی نورن و f تابع فعال‌ساز

$$\begin{aligned} \Delta w_{L_{qj}}^2(k) &= -\eta^2 \frac{\partial E}{\partial w_{L_{qj}}^2}(k) \\ &= -\eta^2 \frac{\partial E}{\partial e_q^2} \frac{\partial e_q^2}{\partial o_q^2} \frac{\partial o_q^2}{\partial net_{L_q}^2} \frac{\partial net_{L_q}^2}{\partial w_{L_{qj}}^2}(k) \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \eta^2 e_q^2(k) f_q^{2'}(net_{L_q}^2(k)) o_j^1(k) \\ \Delta w_{L_{qj}}^2(k) &= \eta^2 \delta_{L_{qj}}^2(k) o_j^1(k) \\ \delta_{L_{qj}}^2(k) &= \frac{1}{2} e_q^2(k) f_q^{2'}(net_{L_q}^2(k)) \end{aligned} \quad (32)$$

تنظیم وزن حد بالای لایه خروجی:

$$\begin{aligned} \Delta w_{U_{qj}}^2(k) &= -\eta^2 \frac{\partial E}{\partial w_{U_{qj}}^2}(k) \\ &= -\eta^2 \frac{\partial E}{\partial e_q^2} \frac{\partial e_q^2}{\partial o_q^2} \frac{\partial o_q^2}{\partial net_{U_q}^2} \frac{\partial net_{U_q}^2}{\partial w_{U_{qj}}^2}(k) \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \eta^2 e_q^2(k) f_q^{2'}(net_{U_q}^2(k)) o_j^1(k) \\ \Delta w_{U_{qj}}^2(k) &= \eta^2 \delta_{U_{qj}}^2(k) o_j^1(k) \\ \delta_{U_{qj}}^2(k) &= \frac{1}{2} e_q^2(k) f_q^{2'}(net_{U_q}^2(k)) \end{aligned} \quad (34)$$

حالت دوم: اما اگر در نورن q -ام لایه دوم رابطه بصورت

$$f_q^2(net_{L_q}^2(k)) \geq f_q^2(net_{U_q}^2(k))$$

پایین و بالای نورن q -ام عبارت است از:

$$\begin{aligned} o_{L_q}^2(k) &= \\ \min &\left(f_q^2(net_{L_q}^2(k)), f_q^2(net_{U_q}^2(k)) \right) \\ &= f_q^2(net_{U_q}^2(k)) \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} &= f_q^2 \left(\sum_{j=1}^{n_1} w_{U_{qj}}^2(k) o_j^1(k) \right) \\ o_{U_q}^2(k) &= \\ \max &\left(f_q^2(net_{L_q}^2(k)), f_q^2(net_{U_q}^2(k)) \right) \\ &= f_q^2(net_{L_q}^2(k)) \end{aligned} \quad (36)$$

پس خروجی حد پایین o_L^2 به w_U^2 و خروجی حد بالا o_L^2 به w_L^2 وابسته است. آموزش پارامتر وزن بین نورن q -ام لایه خروجی و نورن j -ام لایه میانی به فرم زیر خواهد بود.

تنظیم وزن حد پایین لایه خروجی:

$$o_q^2(k) = \frac{o_{U_q}^2(k) + o_{L_q}^2(k)}{2} \quad (27)$$

بطوریکه $q=1,2,\dots,n_2$ می باشد.

۲-۱۰-۱- الگوریتم آموزش پس انتشار شبکه عصبی راف

همانطور که گفته شد روند آموزش پارامترهای این مدل بر اساس بهینه‌سازی گرادیان نزولی مرتبه اول بوده که در ادامه با در نظر گرفتن تابع هزینه زیر محاسبات آن انجام می شود.

$$E(k) = \frac{1}{2} \left(\mathbf{e}^2(k) \right)_{1 \times n_2}^T \mathbf{e}^2(k)_{n_2 \times 1} = \frac{1}{2} \sum_{q=1}^{n_2} (e_q^2(k))^2 \quad (28)$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{q=1}^{n_2} (d_q(k) - o_q^2(k))^2$$

که در آن $\mathbf{e}^2(k) = [e_1^2(k), e_2^2(k), \dots, e_{n_2}^2(k)]^T$ بردار خطای خروجی شبکه می‌باشد. ابتدا آموزش پارامترهای لایه فعال ساز دوم (خروجی) بررسی می‌گردد. برای این منظور وزن بین نورن q -ام در لایه خروجی و نورن j -ام در لایه فعال ساز اول به صورت زیر به‌روز می‌شود.

الگوریتم پس انتشار در لایه فعال ساز دوم (لایه خروجی):

برای آموزش وزن‌ها در لایه فعال ساز دوم می‌توان دو حالت را با توجه به حد بالا و حد پایین بودن پارامترهای بازه ای $\left(\mathbf{f}^2(\mathbf{net}_{U_q}^2(k)) \right)$ و $\left(\mathbf{f}^2(\mathbf{net}_{L_q}^2(k)) \right)$ در نورن لایه خروجی در نظر گرفت.

حالت اول: اگر در نورن q -ام لایه دوم (لایه خروجی) رابطه $f_q^2(net_{L_q}^2(k)) \leq f_q^2(net_{U_q}^2(k))$ برقرار باشد، آنگاه خروجی حد پایین و حد بالای نورن q -ام لایه خروجی با توجه به روابط زیر بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} o_{L_q}^2(k) &= \min \left(f_q^2(net_{L_q}^2(k)), f_q^2(net_{U_q}^2(k)) \right) \\ &= f_q^2(net_{U_q}^2(k)) \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} &= f_q^2 \left(\sum_{j=1}^{n_1} w_{L_{qj}}^2(k) o_j^1(k) \right) \\ o_{U_q}^2(k) &= \max \left(f_q^2(net_{L_q}^2(k)), f_q^2(net_{U_q}^2(k)) \right) \\ &= f_q^2(net_{L_q}^2(k)) \end{aligned} \quad (30)$$

پس خروجی حد پایین o_L^2 به w_L^2 و خروجی حد بالا o_U^2 به w_U^2 وابسته است. آموزش پارامتر وزن بین نورن q -ام لایه خروجی و نورن j -ام لایه میانی به فرم زیر خواهد بود.

تنظیم وزن حد پایین خروجی:

که در آن $j = 1, 2, \dots, n_1$ و $w_{L_j}^2(k)$ و $w_{U_j}^2(k)$ به ترتیب بردار وزن‌های خروجی حد پایین و حد بالای نورن راف j -ام لایه میانی می‌باشند. عملگر $(\cdot)^*$ نشان دهنده ضرب آرایه در آرایه متناظر دو ماتریس یا دو بردار است. در این نوع ضرب باید ابعاد دو ماتریس یا دو بردار باهم برابر باشد و ماتریس حاصل ضرب نیز دارای همان ابعاد خواهد بود. نحوه عملکرد این عملگر در رابطه زیر نشان داده شده است:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{bmatrix} \rightarrow \quad (45)$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_1 b_1 & a_2 b_2 \\ a_3 b_3 & a_4 b_4 \end{bmatrix}$$

الگوریتم پس انتشار در لایه فعال ساز اول (لایه پنهان):

همانطور که در آموزش وزن‌های لایه فعال ساز خروجی نشان داده شد، بزرگتر یا کوچکتر بودن تابع فعال ساز لایه خروجی تغییری در روند آموزش ایجاد نمی‌کند. در نتیجه می‌توان بدون توجه به اختلاف $\mathbf{f}^2(\mathbf{net}_U^2(k))$ و $\mathbf{f}^2(\mathbf{net}_L^2(k))$ به آموزش وزن‌های لایه فعال ساز میانی با توجه به مقادیر $\mathbf{net}_U^1(k)$ و $\mathbf{net}_L^1(k)$ پرداخت.

حالت اول: اگر در نورن j -ام لایه فعال ساز میانی $f_j^1(\mathbf{net}_{L_j}^1(k)) \leq f_j^1(\mathbf{net}_{U_j}^1(k))$ باشد، طبق روال قبل خواهیم داشت:

$$\Delta w_{L_{ji}}^1(k) = -\eta^1 \frac{\partial E}{\partial w_{L_{ji}}^1(k)} = -\eta^1 \left(\frac{\partial E}{\partial \mathbf{e}^2} \frac{\partial \mathbf{e}^2}{\partial \mathbf{o}^2} \frac{\partial \mathbf{o}^2}{\partial \mathbf{o}_v^2} \frac{\partial \mathbf{o}_v^2}{\partial \mathbf{net}_U^2} \frac{\partial \mathbf{net}_U^2}{\partial \mathbf{o}_j^1} \frac{\partial \mathbf{o}_j^1}{\partial \mathbf{o}_{L_j}^1} \frac{\partial \mathbf{o}_{L_j}^1}{\partial \mathbf{net}_{L_j}^1} \frac{\partial \mathbf{net}_{L_j}^1}{\partial w_{L_{ji}}^1} + \right) \quad (46)$$

$$\left(\frac{\partial E}{\partial \mathbf{e}^2} \frac{\partial \mathbf{e}^2}{\partial \mathbf{o}^2} \frac{\partial \mathbf{o}^2}{\partial \mathbf{o}_v^2} \frac{\partial \mathbf{o}_v^2}{\partial \mathbf{net}_U^2} \frac{\partial \mathbf{net}_U^2}{\partial \mathbf{o}_j^1} \frac{\partial \mathbf{o}_j^1}{\partial \mathbf{o}_{L_j}^1} \frac{\partial \mathbf{o}_{L_j}^1}{\partial \mathbf{net}_{L_j}^1} \frac{\partial \mathbf{net}_{L_j}^1}{\partial w_{L_{ji}}^1} \right) (k)$$

$$\Delta w_{L_{ji}}^1(k) = -\eta^1 \left(\mathbf{e}^2(k) \mathbf{f}'^2(\mathbf{net}_L^2(k)) \mathbf{w}_{L_j}^2(k) f_j^{1'}(\mathbf{net}_{L_j}^1(k)) - \right) \quad (47)$$

$$\frac{1}{4} \mathbf{e}^2(k) \mathbf{f}'^2(\mathbf{net}_U^2(k)) \mathbf{w}_{U_j}^2(k) f_j^{1'}(\mathbf{net}_{L_j}^1(k)) x_i(k) \quad (48)$$

$$\Delta w_{U_{ji}}^1(k) = -\eta^1 \left(-\frac{1}{4} \mathbf{e}^2(k) \mathbf{f}'^2(\mathbf{net}_L^2(k)) \mathbf{w}_{L_j}^2(k) f_j^{1'}(\mathbf{net}_{U_j}^1(k)) - \right) \quad (49)$$

$$\frac{1}{4} \mathbf{e}^2(k) \mathbf{f}'^2(\mathbf{net}_U^2(k)) \mathbf{w}_{U_j}^2(k) f_j^{1'}(\mathbf{net}_{U_j}^1(k)) x_i(k)$$

$$\Delta w_{U_{ji}}^1(k) = \eta^1 \delta_{U_{ji}}^1(k) x_i(k) \quad (50)$$

حالت دوم: اگر در نورن j -ام لایه فعال ساز میانی $f_j^1(\mathbf{net}_{L_j}^1(k)) \geq f_j^1(\mathbf{net}_{U_j}^1(k))$ باشد، داریم:

$$\Delta w_{L_{ji}}^2(k) = -\eta^2 \frac{\partial E}{\partial w_{L_{ji}}^2(k)} = -\eta^2 \frac{\partial E}{\partial \mathbf{e}_q^2} \frac{\partial \mathbf{e}_q^2}{\partial \mathbf{o}_q^2} \frac{\partial \mathbf{o}_q^2}{\partial \mathbf{o}_{U_q}^2} \frac{\partial \mathbf{o}_{U_q}^2}{\partial \mathbf{net}_{L_q}^2} \frac{\partial \mathbf{net}_{L_q}^2}{\partial w_{L_{ji}}^2}(k) \quad (37)$$

$$= \frac{1}{2} \eta^2 e_q^2(k) f_q^{2'}(\mathbf{net}_{L_q}^2(k)) o_j^1(k) \quad (38)$$

$$\Delta w_{L_{ji}}^2(k) = \eta^2 \delta_{L_{ji}}^2(k) o_j^1(k)$$

تنظیم وزن حد بالای لایه خروجی:

$$\Delta w_{U_{ji}}^2(k) = -\eta^2 \frac{\partial E}{\partial w_{U_{ji}}^2(k)} = -\eta^2 \frac{\partial E}{\partial \mathbf{e}_q^2} \frac{\partial \mathbf{e}_q^2}{\partial \mathbf{o}_q^2} \frac{\partial \mathbf{o}_q^2}{\partial \mathbf{o}_{L_q}^2} \frac{\partial \mathbf{o}_{L_q}^2}{\partial \mathbf{net}_{U_q}^2} \frac{\partial \mathbf{net}_{U_q}^2}{\partial w_{U_{ji}}^2}(k) \quad (39)$$

$$= \frac{1}{2} \eta^2 e_q^2(k) f_q^{2'}(\mathbf{net}_{U_q}^2(k)) o_j^1(k) \quad (40)$$

$$\Delta w_{U_{ji}}^2(k) = \eta^2 \delta_{U_{ji}}^2(k) o_j^1(k)$$

رابطه (۳۸) و (۳۹) نشان می‌دهند که تابع حساسیت حد پایین لایه فعال ساز خروجی در هر دو حالت مقدار یکسانی دارد. همچنین در هر دو رابطه (۴۰) و (۴۱) نیز تابع حساسیت حد بالا مشابه است. در نتیجه بدون توجه به تفاوت $\mathbf{f}^2(\mathbf{net}_U^2(k))$ و $\mathbf{f}^2(\mathbf{net}_L^2(k))$ مقدار تابع حساسیت حد بالا و حد پایین لایه دوم فعال ساز به ازای $q = 1, 2, \dots, n_2$ برابر است با:

$$\delta_{L_{ji}}^2(k) = \frac{1}{2} e_q^2(k) f_q^{2'}(\mathbf{net}_{L_q}^2(k)) o_j^1(k) \quad (41)$$

$$\delta_{U_{ji}}^2(k) = \frac{1}{2} e_q^2(k) f_q^{2'}(\mathbf{net}_{U_q}^2(k)) o_j^1(k) \quad (42)$$

به این ترتیب می‌توان به جای بررسی نورن به نورن در لایه خروجی، روابط آموزش وزن‌های بین تمام نورن‌های لایه فعال ساز خروجی و نورن j -ام لایه فعال ساز اول را به صورت برداری نوشت. در این صورت خواهیم داشت:

$$\Delta \mathbf{w}_{U_j}^2(k) = \frac{1}{2} \eta^2 \left[\mathbf{e}^2(k) \cdot \mathbf{f}'^2(\mathbf{net}_U^2(k)) \right]_{n_2 \times 1} \quad o_j^1(k) \quad (43)$$

$$= \eta^2 \delta_U^2(k) o_j^1(k)$$

$$\Delta \mathbf{w}_{L_j}^2(k) = \frac{1}{2} \eta^2 \left[\mathbf{e}^2(k) \cdot \mathbf{f}'^2(\mathbf{net}_L^2(k)) \right]_{n_2 \times 1} \quad o_j^1(k) \quad (44)$$

$$= \eta^2 \delta_L^2(k) o_j^1(k)$$

$$\mathbf{e}_L^1(k) = \begin{pmatrix} \mathbf{w}_{L_j}^2(k) \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{e}^2(k) * \mathbf{f}'(\mathbf{net}_L^2(k)) \end{bmatrix}_{n_2 \times 1} \quad (60)$$

$$\mathbf{e}_U^1(k) = \begin{pmatrix} \mathbf{w}_{U_j}^2(k) \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{e}^2(k) * \mathbf{f}'(\mathbf{net}_U^2(k)) \end{bmatrix}_{n_2 \times 1} \quad (61)$$

۳- بخش دوم سیستم‌های فازی نوع دوم و کاربردهای آن

سیستم‌های فازی نوع اول در سال ۱۹۶۵ توسط پرفسور لطفی عسگرزاده ارائه شدند و تاکنون در زمینه‌های متعددی از قبیل صنعتی، نظامی، تجاری و غیره به صورت موفقیت آمیز مورد استفاده قرار گرفته‌اند. با این حال این نوع سیستم‌ها دارای محدودیت در کارکردن با داده‌های نامعین هستند. کارکردن با داده‌های نامعین شامل مدل سازی آنها و همچنین کمینه کردن اثر آنها در مدل است. نامعینی در حالت‌های متنوعی ظاهر شده بطوریکه مستقل از نوع سیستم و روش ارتباط با آن است. دو نوع مهم از نامعینی‌ها عبارتند از نامعینی زبانی و نامعینی تصادفی. نامعینی زبانی به کلماتی که در ساخت قواعد مقدم و تالی فازی به کار می‌روند بستگی دارد. زیرا هر کلمه مفهوم و معنی متفاوتی بین افراد گوناگون دارد [۷۷ و ۷۸]. به عنوان مثال ممکن است یک نفر سرعت زیاد را ۱۰۰ کیلومتر بر ساعت و نفر دیگر ۱۲۰ کیلومتر بر ساعت تعریف نماید. اختلاف بین این دو مقدار به عنوان نامعینی در مفهوم کلمه "سرعت زیاد" به حساب می‌آید. نامعینی تصادفی نیز به مفهوم غیرقابل پیش‌بینی بودن برخی پارامترهای مدل اشاره می‌کند. این نامعینی‌ها می‌توانند به صورت نویز در اندازه‌گیری و یا داده‌های ورودی ظاهر شوند [۷۸]. تئوری احتمال برای کنترل نامعینی‌های تصادفی و سیستم‌های فازی برای مدیریت نامعینی‌های زبانی ارائه شده‌اند. البته در بعضی موارد سیستم فازی برای کار بر روی داده‌های نامعین زبانی و تصادفی استفاده شده است. در اینگونه موارد سیستم فازی داده‌ی نویزی را دریافت نموده و با وجود اغتشاش تصادفی در سیستم عمل می‌کند.

سیستم‌های فازی مرسوم که به سیستم‌های فازی نوع اول شناخته شده‌اند قادر به مدیریت و کنترل کامل نامعینی‌های زبانی و عددی مربوط به دینامیک محیط‌های ساختار نیافته نمی‌باشند. زیرا در این نوع سیستم‌ها از تابع تعلق دقیق و صریح استفاده می‌شود که قابلیت زیادی برای پوشش عدم قطعیت داده ورودی را ندارد. به همین دلیل دقت قسمت‌های مقدم و تالی در سیستم فازی نوع اول در برخورد با نامعینی‌ها کاهش می‌یابد. همچنین هر سیستم فازی برای محیط مشخصی طراحی شده و می‌تواند تحت شرایط از قبل تعیین شده‌ای بازدهی نسبتاً بهینه‌ای داشته باشد. اما اگر تحت هر عاملی، نامعینی در محیط و یا شرایط حاکم بر سیستم ایجاد شود، کارکرد سیستم فازی نوع اول طراحی شده مناسب نباشد. در نتیجه

$$\Delta w_{L_{ji}}^1(k) = -\eta^1 \left(-\frac{1}{4} \mathbf{e}^2(k) \mathbf{f}^{2'}(\mathbf{net}_L^2(k)) \mathbf{w}_{L_j}^2(k) f_j^{1'}(\mathbf{net}_L^1(k)) - \frac{1}{4} \mathbf{e}^2(k) \mathbf{f}^{2'}(\mathbf{net}_U^2(k)) \mathbf{w}_{U_j}^2(k) f_j^{1'}(\mathbf{net}_L^1(k)) \right) x_i(k) \quad (51)$$

$$\Delta w_{L_{ji}}^1(k) = \eta^1 \delta_{L_{ji}}^1(k) x_i(k) \quad (52)$$

$$\Delta w_{U_{ji}}^1(k) = -\eta^1 \left(-\frac{1}{4} \mathbf{e}^2(k) \mathbf{f}^{2'}(\mathbf{net}_L^2(k)) \mathbf{w}_{L_j}^2(k) f_j^{1'}(\mathbf{net}_U^1(k)) - \frac{1}{4} \mathbf{e}^2(k) \mathbf{f}^{2'}(\mathbf{net}_U^2(k)) \mathbf{w}_{U_j}^2(k) f_j^{1'}(\mathbf{net}_U^1(k)) \right) x_i(k) \quad (53)$$

$$\Delta w_{U_{ji}}^1(k) = \eta^1 \delta_{U_{ji}}^1(k) x_i(k) \quad (54)$$

مشخص است که توابع حساسیت حد بالا و حد پایین بدون توجه به تفاوت $f_j^1(\mathbf{net}_{L_j}^1(k))$ و $f_j^1(\mathbf{net}_{U_j}^1(k))$ عبارتند از:

$$\delta_{L_{ji}}^1(k) = -\frac{1}{4} \mathbf{e}^2(k) \mathbf{f}^{2'}(\mathbf{net}_L^2(k)) \mathbf{w}_{L_j}^2(k) f_j^{1'}(\mathbf{net}_L^1(k)) - \frac{1}{4} \mathbf{e}^2(k) \mathbf{f}^{2'}(\mathbf{net}_U^2(k)) \mathbf{w}_{U_j}^2(k) f_j^{1'}(\mathbf{net}_L^1(k)) \quad (55)$$

$$\delta_{U_{ji}}^1(k) = -\frac{1}{4} \mathbf{e}^2(k) \mathbf{f}^{2'}(\mathbf{net}_L^2(k)) \mathbf{w}_{L_j}^2(k) f_j^{1'}(\mathbf{net}_U^1(k)) - \frac{1}{4} \mathbf{e}^2(k) \mathbf{f}^{2'}(\mathbf{net}_U^2(k)) \mathbf{w}_{U_j}^2(k) f_j^{1'}(\mathbf{net}_U^1(k)) \quad (56)$$

در نتیجه نیازی به بررسی نوردن به نوردن در لایه فعال ساز میانی برای $j=1,2,\dots,n_1$ نیست و می‌توان به صورت برداری روابط آموزش وزن‌های لایه فعال ساز میانی را برای ورودی i -ام نوشت.

$$\Delta w_{U_i}^1(k) = \frac{1}{2} \eta^1 \begin{bmatrix} \mathbf{e}^1(k) * \mathbf{f}'(\mathbf{net}_U^1(k)) \end{bmatrix}_{n_1 \times 1} x_i(k) \quad (57)$$

$$\Delta w_{L_i}^1(k) = \frac{1}{2} \eta^1 \begin{bmatrix} \mathbf{e}^1(k) * \mathbf{f}'(\mathbf{net}_L^1(k)) \end{bmatrix}_{n_1 \times 1} x_i(k) \quad (58)$$

که در آن $i=1,2,\dots,n_0$ و $\mathbf{e}^1(k)$ خطای پس انتشار شده به لایه فعال ساز اول است. بطوریکه:

$$\mathbf{e}^1(k) = \frac{\mathbf{e}_L^1(k) + \mathbf{e}_U^1(k)}{2} \quad (59)$$

که در آن $\mathbf{e}_L^1(k)$ و $\mathbf{e}_U^1(k)$ به ترتیب خطای حد بالا و حد پایین پس انتشار شده به لایه اول می‌باشند. بطوریکه:

مخابرات دیجیتالی غیر خطی متغیر با زمان.
- الگوهای متغیر توصیف شده توسط مشخصه‌های آماری که امکان توصیف آنها با روابط ریاضی متغیر با زمان نیست. مانند دسته بندی قانونمند تصاویر ویدئویی ترافیک.

اطلاعاتی که از فرد خبره با پرسش‌های اگر - آنگاه استخراج می‌شوند. طبیعتاً پاسخ به آنها با توجه به دانش هر فرد خبره با عدم قطعیت و نامعینی همراه خواهد بود. مانند کنترل صحت و تایید برقراری ارتباط در شبکه‌های ATM [۷۸].

این چهار نوع نامعینی که در بالا اشاره شد، منجر به تولید خروجی نامعین در سیستم فازی نوع دوم می‌شوند. در یک سیستم فازی نوع دوم (به عنوان مثال سیستم فازی مرتبه دوم بازه‌ای که پر کاربردترین سیستم فازی نوع دوم است) خروجی به صورت نامعین در یک بازه با استفاده از روش کاهش نوع بدست می‌آید.

۳-۱- مجموعه‌های فازی نوع دوم

یک مجموعه فازی نوع دوم مثل \tilde{A} می‌توان به صورت رابطه (۶۲) بیان شود.

$$\tilde{A} = \{((x, u), \mu_{\tilde{A}}(x, u)) \mid \forall x \in X \quad \forall u \in J_x \subseteq [0, 1]\} \quad (62)$$

بطوریکه $\mu_{\tilde{A}}(x, u)$ تابع تعلق فازی نوع دوم بود که در بازه $[0, 1]$ صدق خواهد کرد. همچنین می‌توان این مجموعه فازی را به صورت زیر نیز بیان کرد.

$$\tilde{A} = \int_{x \in X} \int_{u \in J_x} \mu_{\tilde{A}}(x, u) / (x, u) \quad (63)$$

$$J_x \subseteq [0, 1]$$

که در آن \int به عمل اجتماع فازی بر روی تمام مقادیر قابل قبول x و u اشاره می‌کند. J_x تابع عضویت اولیه x نام دارد [۸۱].

به علاوه هر مقدار تابع تعلق اول دارای تابع تعلق دیگری است که آن را به صورت فازی بیان می‌کند. این تابع تعلق دوم نیز دارای مقداری در بازه $[0, 1]$ است. این مقدار می‌تواند برای هر متغیر ورودی مثل x یک مقدار مشخص بین دو بازه حد بالا و حد پایین داشته باشد. به عنوان مثال اگر تابع تعلق گوسی باشد می‌توان با بازه‌ای کردن مقدار میانگین در واریانس ثابت و یا مقدار واریانس در میانگین ثابت به تابع تعلق بازه‌ای دست یافت. در اینصورت هر تابع تعلق بازه‌ای شده فضای محدودی را پوشش می‌دهد که دارای یک مرز در حد بالا و یک مرز در حد پایین است. به ناحیه بین این دو مرز سطح نامعینی (FOU)^۳ گفته می‌شود. این ناحیه از اجتماع تمام مقادیر ممکن برای تابع تعلق ساخته شده است. به بالاترین مرز هر سطح نامعینی، تابع تعلق حد بالا^۴ و به پایین‌ترین مرز،

به علت پایین بودن بازدهی سیستم فازی نوع اول در برخورد با نامعینی‌های متنوع محیط، نیاز به تنظیم مجدد و پی در پی پارامترهای سیستم فازی ضروری است. این امر موجب کاهش دقت سیستم و از دست رفتن زمان برای طراحی خواهد شد [۷۹].

همانطور که در آمار و احتمال از واریانس برای اندازه گیری پراکندگی داده‌ها اطراف میانگین استفاده می‌شود، سیستم فازی نوع اول نیز به ابزاری نیاز دارد که نامعینی‌های زبانی اطراف تابع تعلق را پوشش دهد و عملکردی شبیه واریانس در احتمال داشته باشد. سیستم فازی نوع دوم (T2 FS)^۱ که توسط پرفسور لطفی عسگرزاده در سال ۱۹۷۵ ارائه گردید، برای تامین این خواسته و ایجاد یک ابزار جهت مدل‌سازی پراکندگی اطراف تابع تعلق^۲ ارائه شده است [۷۷]. برخلاف آنچه در مجموعه فازی نوع اول معرفی شده است، که هر تابع تعلق برای هر عضو یک مقدار ثابت و صریح در بازه $[0, 1]$ دارد، یک مجموعه فازی نوع دوم که تشکیل دهنده سیستم فازی نوع دوم است، با توابع تعلق فازی گونه توصیف می‌شود. به عنوان مثال مقدار تابع تعلق فازی یا درجه تابع عضویت فازی برای هر عضو از این مجموعه به صورت مجموعه فازی در بازه $[0, 1]$ است. به همین دلیل به آنها مجموعه‌های فازی - فازی نیز گفته می‌شود. که به معنی مجموعه فازی‌ای است که تابع عضویت آن خود یک مجموعه فازیست. در حقیقت مجموعه‌های فازی نوع اول تقریب درجه اول عدم قطعیت و مجموعه‌های فازی نوع دوم تقریب درجه دوم از نامعینی است. به همین ترتیب می‌توان با تعمیم مجموعه‌های فازی نوع ۳، نوع ۴ و تا نوع بینهایت نامعینی را با دقت بالاتری تقریب زد. البته اجرایی کردن این امر در عمل به علت بالا رفتن پیچیدگی محاسبات امکان پذیر نبوده و باید با یک مجموعه فازی محدود عدم قطعیت‌های موجود در سیستم را تخمین زد [۸۰].

توابع تعلق مجموعه‌های فازی نوع دوم سه بعدی در نظر گرفته شده‌اند بطوریکه تاثیر نامعینی‌ها را نیز در لحاظ نماید. با اضافه شدن بعد سوم به تابع تعلق انعطاف پذیری تابع تعلق بیشتر شده و مدل‌سازی و مدیریت مستقیم داده‌های نامعین امکان‌پذیر می‌شود. همچنین این مجموعه‌ها در مواقعی که تعیین یک تابع تعلق صریح برای سیستم دشوار است کاربرد دارند [۷۹].

شرایطی که برای آنها استفاده از سیستم و مجموعه‌های فازی نوع دوم مناسب است، عبارتند از:

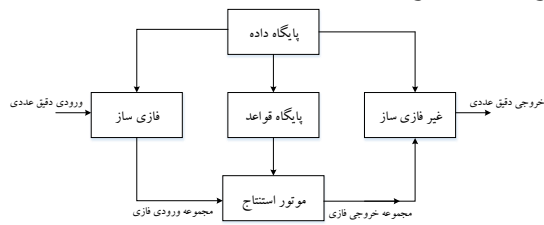
- وجود نویز متغیر و غیر ثابت که بیان آن با روابط ریاضی امکان‌پذیر نیست. به عنوان مثال پیش‌بینی سری‌های زمانی با نسبت سیگنال به نویز متغیر با زمان.
- مکانیزم تولید داده متغیر با زمان بوده و بدست آوردن رابطه ریاضی آن امکان پذیر نباشد. به عنوان مثال کاهش تداخل در کانال‌های

³ Footprint of uncertainty
⁴ Upper bound

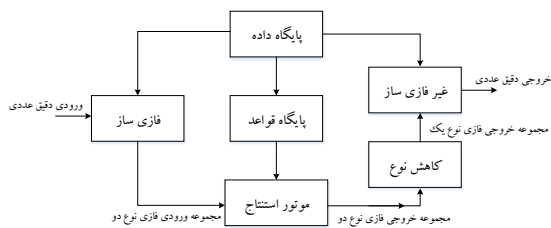
¹ Type two Fuzzy System
² Membership function

شده است. لذا به ازای هر ورودی صریح و دقیق با استفاده از فازی ساز یک مقدار صریح از تابع تعلق فازی بدست آمده که بر اساس قوانین از قبل طراحی شده خروجی فازی از موتور استنتاج بدست می‌آید. این خروجی فازی به بخش غیرفازی ساز انتقال یافته و خروجی دقیق و غیر فازی بدست می‌آید.

نمای کلی سیستم فازی نوع دوم بازه‌ای در شکل ۱۱ نشان می‌دهد. سیستم فازی نوع دوم در بلوک دیاگرام خود یک بلوک اضافی بنام کاهش نوع^۶ نسبت به بلوک دیاگرام نوع اول دارد. این امر نشان می‌دهد که در کنار افزایش قابلیت کار با عدم قطعیت‌ها، افزایش محاسبات در نوع دو بیشتر از نوع یک است [۸۱].



شکل ۱۰- بلوک دیاگرام سیستم فازی نوع اول [۸۱]



شکل ۱۱- بلوک دیاگرام سیستم فازی نوع دوم [۸۱]

۳-۲-۱- فازی ساز

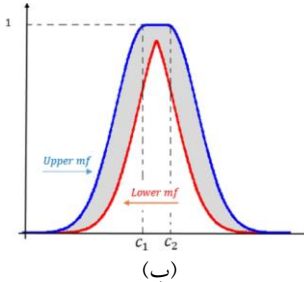
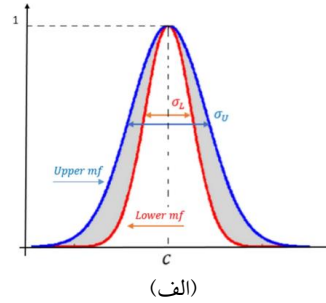
قسمت فازی ساز ورودی‌های دقیق عددی $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_p)^T \in X_1 \times X_2 \times \dots \times X_p \equiv \mathbf{X}$ را به مجموعه‌ی فازی نوع دوم \tilde{A}_x در \mathbf{X} نگاشت می‌نماید. معمولاً جهت سادگی و راحتی در کاربردهای زمان واقعی^۷ از فازی ساز منفرد برای سیستم‌های بازه‌ای نوع دوم استفاده می‌شود. در فازی ساز منفرد تابع تعلق فقط یک مقدار غیر صفر دارد. \tilde{A}_x یک فازی ساز منفرد نوع دوم است اگر $\mu_{\tilde{A}_x}(x) = 1/1$ برای $\mathbf{x} = \mathbf{x}'$ و $\mu_{\tilde{A}_x}(x) = 1/0$ برای $\mathbf{x} \neq \mathbf{x}'$ برقرار باشد.

۳-۲-۲- قوانین

مجموعه قوانین در سیستم‌های فازی نوع دوم مشابه با سیستم‌های فازی نوع اول است با این تفاوت که بخش‌های مقدم^۸ و تالی^۱ آن به

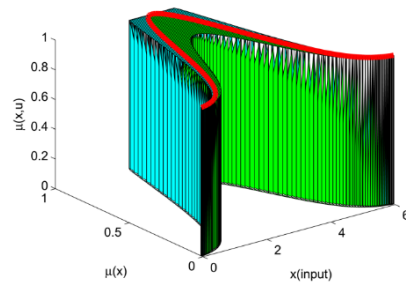
تابع تعلق حد پایین^۱ گفته می‌شود. به این نوع توابع تعلق توابع تعلق بازه‌ای گفته می‌شود. شکل ۸ تابع تعلق گوسی بازه‌ای را به ازای واریانس بازه‌ای و یا میانگین بازه‌ای نشان می‌دهد [۸۲].

در مواردی که از میزان عدم قطعیت اطلاعات زیادی در دسترس نباشد می‌توان از یک تابع متغیر همچون گوسی، مثلثی و دوزنقه‌ای به عنوان تابع تعلق دوم استفاده کرد. به عنوان مثال شکل ۹ تابع تعلق بازه‌ای سه بعدی را نمایش می‌دهد که در آن هر دو تابع تعلق اول و دوم به صورت گوسی هستند [۸۱].



شکل ۸- تابع تعلق گوسی بازه‌ای به ازای (الف) واریانس

بازه‌ای (ب) میانگین بازه‌ای [۸۲]



شکل ۹- تابع تعلق گوسی فازی سه بعدی [۸۱]

۳-۲-۳- چگونگی عملکرد یک سیستم فازی نوع دوم بازه‌ای

مطابق شکل ۱۰ هر سیستم فازی نوع اول از پنج بخش (پایگاه قواعد^۲، فازی ساز^۳، موتور استنتاج^۴، پایگاه داده و غیرفازی ساز^۵) تشکیل

¹ Lower bound
² Rules
³ Fuzzifier
⁴ Inference
⁵ Defuzzifier

⁶ Type reduction
⁷ Real time
⁸ Antecedent

بخش مقدم (که شامل مجموعه $(x'_i \equiv F^l(\mathbf{x}'))$ $\prod_{i=1}^p \mu_{\tilde{F}_i}$ هستند)، خود یک مجموعه نوع یک بازه‌ای است.

$$F^l(\mathbf{x}') = [\underline{f}^l(\mathbf{x}'), \bar{f}^l(\mathbf{x}')] \equiv [\underline{f}^l, \bar{f}^l] \quad (70)$$

که در آن

$$\underline{f}^l(\mathbf{x}') = \underline{\mu}_{\tilde{F}_1^l}(x'_1) * \dots * \underline{\mu}_{\tilde{F}_p^l}(x'_p) \quad (71)$$

و

$$\bar{f}^l(\mathbf{x}') = \bar{\mu}_{\tilde{F}_1^l}(x'_1) * \dots * \bar{\mu}_{\tilde{F}_p^l}(x'_p) \quad (72)$$

می‌باشند. همچنین عملگر * به معنی ضرب می‌باشد [۸۴ و ۸۵].

۳-۲-۴- کاهش نوع

برای تبدیل خروجی فازی نوع دوم به فازی نوع اول از قسمت کاهش نوع استفاده می‌شود. دو روش مرسوم برای عملیات کاهش نوع در سیستم فازی نوع دوم بازه‌ای وجود دارد. اولی الگوریتم تکراری Karnik-Mendel [۸۶] است که یک روش زمان‌بر بوده و در کاربردهای زمان واقعی چندان قابل استفاده نیست. دومین روش الگوریتم الگوریتم مبتنی بر حداکثر و حداقل حدود نامعینی^۴ [۸۷] نام دارد. این روش که در شرایط زمان واقعی نیز استفاده می‌شود به روش حدود نامعینی Wu-Mendel نیز مشهور است. هر دو روش از محاسبات مربوط به مرکز ثقل استفاده می‌کنند.

۳-۲-۵- غیرفازی‌ساز

بعد از انجام عملیات کاهش نوع، خروجی کاهش پیدا کرده به قسمت غیرفازی‌ساز انتقال پیدا می‌کند. در این بخش خروجی دقیق و قطعی از خروجی فازی استخراج می‌شود [۸۷].

۳-۳- کاربردهای سیستم فازی نوع دو

پس از پیدایش مجموعه‌های فازی نوع دوم و نمایش توانایی آنها در حذف تاثیر منفی عدم قطعیت‌های ورودی و نامعینی‌های سیستم، کاربردهای متنوع و فراوانی برای آنها ارائه گردیده است. در این راستا بسیاری از محققان و پژوهشگران با استفاده از این ویژگی مهم سیستم‌های فازی نوع دو، مقالات متنوعی را به چاپ رسانده‌اند. به عنوان مثال سیستم فازی نوع دوم به خوبی به عنوان یک متعادل کننده در کانال‌های مخابراتی دیجیتال غیرخطی متغیر با زمان استفاده شده است. بطوریکه در آن سیستم فیلتر تطبیقی فازی نوع دوم از همتای نوع اولش و الگوریتم k-امین نزدیکترین همسایه عملکرد بهتری از خود نشان داده است. این برتری با افزایش تعداد کانال‌های بارزتر می‌شود [۸۸]. در [۸۹] سیستم فازی نوع دو برای دسته‌بندی و مدل‌سازی ویدیوی نرخ بیت متغیر MPEG بکار رفته است. که در آن کلاس‌بندی کننده فازی نوع دو برای

صورت بازه‌ای در مجموعه‌های فازی نوع دوم تعریف می‌شوند. بطوریکه برای سیستم فازی نوع دوم با p ورودی $x_1 \in X_1, \dots, x_p \in X_p$ و یک خروجی $y \in Y$ ، با فرض وجود M قانون، l -امین قانون به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$R^l : \text{IF } x_1 \text{ is } \tilde{F}_1^l \text{ and } \dots \text{ and } x_p \text{ is } \tilde{F}_p^l, \quad (64)$$

THEN y is $\tilde{G}^l \quad l=1, \dots, M$

۳-۲-۳- موتور استنتاج

موتور استنتاج ورودی‌های فازی شده را بر اساس قوانین موجود در مجموعه و قواعد فازی به خروجی‌های فازی نوع دوم تبدیل می‌نماید. قواعد فازی مورد استفاده در این قسمت قاعده انطباق^۲ \prod معادل با اشتراک، اتصال \prod معادل با اجتماع و ترکیب تعمیم یافته روابط نوع دوم می‌باشند. اگر $\tilde{A}^l = \tilde{F}_1^l \times \dots \times \tilde{F}_p^l$ برای رابطه (۶۴) برقرار باشد می‌توان نوشت:

$$R^l : \tilde{F}_1^l \times \dots \times \tilde{F}_p^l \rightarrow \tilde{G}^l \equiv \tilde{A}^l \rightarrow \tilde{G}^l \quad (65)$$

$l=1, \dots, M$

قانون R^l با تابع تعلق $\mu_{R^l}(\mathbf{x}, y)$ $\mu_{R^l}(x_1, \dots, x_p, y)$ توصیف می‌شود، بطوریکه:

$$\mu_{R^l}(\mathbf{x}, y) = \mu_{\tilde{A}^l \rightarrow \tilde{G}^l}(\mathbf{x}, y) \quad (66)$$

که با توجه به [۸۳] می‌تواند به صورت زیر نوشته شود.

$$\mu_{R^l}(\mathbf{x}, y) = \mu_{\tilde{F}_1^l}(x_1) \prod \dots \prod \mu_{\tilde{F}_p^l}(x_p) \prod \mu_{\tilde{G}^l}(y) \quad (67)$$

$$= \left[\prod_{i=1}^p \mu_{\tilde{F}_i^l}(x_i) \right] \prod \mu_{\tilde{G}^l}(y)$$

بصورت متداول ورودی p بعدی توسط مجموعه فازی نوع دوم \tilde{A}_x با قانون R^l داده می‌شود. تابع تعلق \tilde{A}_x به صورت زیر حساب می‌شود:

$$\mu_{\tilde{A}_x}(\mathbf{x}) = \mu_{\tilde{A}_x}(x_1) \prod \dots \prod \mu_{\tilde{A}_x}(x_p) = \prod_{i=1}^p \mu_{\tilde{A}_x}(x_i) \quad (68)$$

بطوریکه $\tilde{x}_i (i=1, \dots, p)$ معرف مجموعه فازی ورودی است. هر قانون R^l مجموعه فازی نوع دومی چون $\tilde{B}^l = \tilde{A}_x \circ R^l$ را نتیجه می‌دهد. که تابع تعلق آن عبارت است از:

$$\mu_{\tilde{B}^l}(y) = \mu_{\tilde{A}_x \circ R^l} \quad (69)$$

$$= \prod_{x \in X} \left[\mu_{\tilde{A}_x}(\mathbf{x}) \prod \mu_{R^l}(\mathbf{x}, y) \right]$$

$y \in Y, \quad l=1, \dots, M$

در سیستم منطقی فازی (FLS) از مجموعه‌های فازی نوع دوم بازه‌ای به همراه t نرم استفاده می‌شود. پس نتیجه اعمال ورودی بر عملگرهای

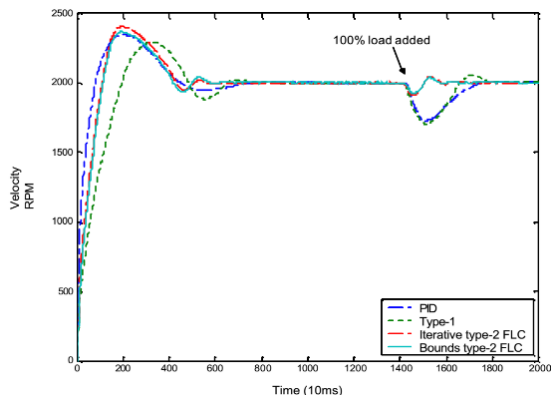
¹ Consequent

² Meet

³ Joint

⁴ Minimax uncertainty bounds

نظر بگیرد و پایداری را در هر شرایط تامین کرده و پاسخ گذرای سریعی ایجاد نماید. شمای کلی این مبدل در شکل ۱۳ مشاهده می‌شود. در [۹۳] از کنترل کننده فازی نوع دو برای کنترل این مبدل‌ها استفاده کرده است که نتایج مناسب‌تری نسبت با کنترل کننده فازی نوع یک بدست آورده است.



شکل ۱۲- نمودار تغییرات سرعت کنترل موتور دیزل دریایی برای چند کنترل کننده متفاوت [۹۲]

کنترل کننده فازی نوع دو در کنترل ربات و هدایت ربات‌های متحرک خودکار نیز وارد عمل شده است. کنترل کننده ربات‌های متحرک خودکار در محیط واقعی با موقعیت‌های مبهم و پیش‌بینی نشده‌ای مواجه می‌شود که باید بتواند فرمان مناسب را در این شرایط نامعین تولید نماید. قبل از فازی نوع دو از کنترل کننده فازی نوع یک برای ناوبری ربات‌ها استفاده شده است، ولی سیستم‌های فازی نوع اول تحت شرایط مشخصی از محیط و ربات می‌توانستند پاسخ نسبتاً بهینه‌ای داشته باشند. بطوریکه با ایجاد نامعینی در ربات و محیط اطرافش، به عنوان مثال با تغییر شرایط آب و هوایی و یا قرار گرفتن ربات در موقعیتی نسبتاً جدید، خطای این کنترل کننده‌ها افزایش می‌یافت. در [۸۷] کنترل کننده فازی نوع دو بازه‌ای برای کنترل ربات در محوطه‌های مختلف باز و بسته ارائه شده است. در انتهای این مقاله نیز نتیجه می‌شود که کنترل کننده فازی نوع دوم علاوه بر کاهش خطای هدایت ربات از تعداد قوانین کمتری نیز استفاده می‌کند. شکل ۱۴ تفاوت عملکرد کنترل کننده فازی نوع یک و نوع دو را به صورت رسم گرافیکی مسیر حرکت یک ربات متحرک نشان می‌دهد. همانطور که مشخص است مسیر حرکتی رباتی که با فازی نوع دوم هدایت می‌شود بسیار هموارتر و مفیدتر است. این عملکرد خوب بدلیل آن است که فازی نوع دو از تعداد بسیار زیادی فازی نوع یک تشکیل شده است که در نتیجه در کنار هم می‌توانند جزئیات محوطه را بهتر توصیف نمایند.

دسته بندی ویدیوی ترافیک از داده های فشرده استفاده کرده و در نهایت از سیستم فازی نوع اول و کلاس بندی به روش بیزین بهتر عمل نموده است. همچنین از سیستم فازی نوع دو برای پیش‌بینی توان سیگنال دریافت شده در سنسورهای بیسیم نیز استفاده شده است که نتایج شبیه سازی نشان می‌دهد که نسبت به فازی نوع یک بازدهی بالاتری دارد [۹۰]. علاوه بر این در علم پزشکی هم از فازی نوع دوم استفاده شده است. به عنوان مثال در [۹۱] از سیستم تصمیم گیری فازی نوع دو برای تشخیص و مدیریت بیماری‌های نادر و سخت استفاده شده است. در ادامه چند زمینه پر کاربرد از فازی نوع دوم بررسی و مقالات مرتبط بررسی می‌گردند.

۳-۳-۱- کاربرد سیستم‌های فازی نوع دو در کنترل

اولین کاربرد کنترل صنعتی سنگین فازی نوع دو بازه‌ای در کنترل سرعت موتورهای دیزل دریایی^۱ بوده است. موتورهای دیزل دریایی، موتورهای عظیمی هستند که با توجه به حجم بالا و توان خروجی زیاد (در حدود ۹۰۰۰ کیلو وات) به کنترل سرعت دقیق و مقاوم نیاز دارند. اینگونه موتورها در محیطی با دینامیک بالا و عدم قطعیت زیاد کار کرده بطوریکه تغییرات وسیعی در دمای پیرامون، سوخت، رطوبت و بار را تجربه می‌کنند. به همین دلیل انتخاب یک مدل کنترلی مناسب برای کار در چنین شرایط نامطمئن بسیار حیاتی است. در [۹۲] کنترل کننده فازی نوع دومی برای کنترل سرعت موتور دیزل دریایی ارائه شده است. در این تحقیق از کنترل کننده فازی نوع دو برای کنترل جریان موتور به صورت زمان واقعی استفاده شده که در خاتمه نتایج بهتری نسبت به کنترل کننده PID و کنترل کننده فازی نوع اول بدست آمده است. شکل ۱۲ نمودار تغییرات سرعت را به ازای کنترل کننده‌های متفاوتی نشان می‌دهد که در زمان ۱۴ ثانیه بار مصرفی دو برابر می‌شود.

کاربرد دیگر کنترل کننده فازی نوع دو در مبدل DC به DC باک^۲ است. مبدل‌های DC به DC سیستم‌های الکترونیک قدرتی هستند که سطح ولتاژ الکتریکی را با عمل کلیدزنی^۳ تغییر می‌دهند. مبدل‌های DC به DC مصارف گسترده‌ای در کامپیوترهای شخصی، دستگاه‌های جانبی کامپیوتر، آداپتورهای وسایل برقی خانگی دارند. با توجه به ماهیت غیرخطی و پیچیده‌ی که در مبدل‌های DC به DC وجود دارد، آنها جزء موضوعات مورد علاقه بسیاری از محققان هستند. مسئله کنترل در این سیستم‌ها شامل تعیین چرخه کاری^۴ مناسب برای داشتن خروجی ثابت در ازای ورودی متغیر و بار مصرفی نامعین است. روش کنترل این مبدل‌ها باید گسترده‌ی وسیعی از ولتاژ ورودی و تغییرات زیاد بار مصرفی را در

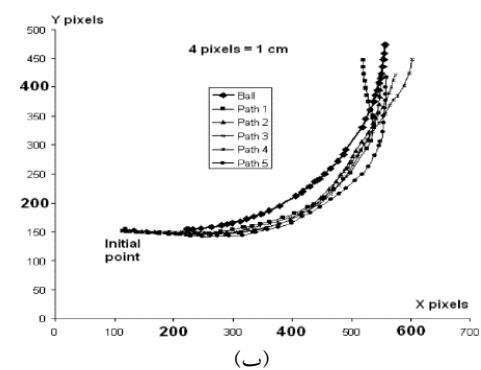
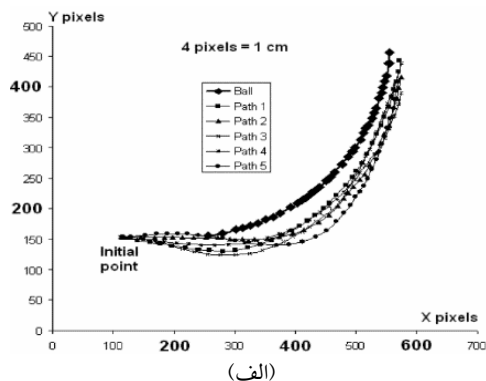
¹ Marine diesel engines

² Buck DC-DC convertor

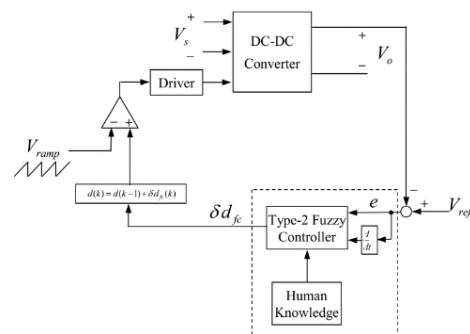
³ Switching

⁴ Duty cycle

ربات می‌شود. ولی کنترل کننده فازی نوع دوم بر این مشکل نیز غلبه کرده و با تعداد قوانین کمتری نسبت به فازی نوع اول پاسخ سریعتری دارد. در زمینه کنترل فازی نوع دو بازه‌ای پژوهش‌های متنوعی انجام شده است که برای مطالعه بیشتر می‌توان به [۷۹] مراجعه نمود.



شکل ۱۳- کنترل کننده فازی نوع دوم و نوع اول برای هدایت ربات متحرک خودکار [۸۷]

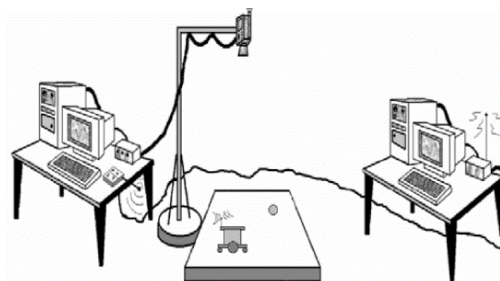


شکل ۱۴- کنترل کننده فازی نوع دوم برای مبدل DC به DC [۹۳]



شکل ۱۵- کنترل کننده‌های فازی نوع دوم و نوع اول برای هدایت ربات متحرک خودکار [۸۷]

در [۹۴] از سیستم فازی نوع دو برای هدایت ربات فوتبالیست با استفاده از تصاویر گرفته شده از دوربین استفاده شده است. شکل ۱۵ چگونگی قرار گرفتن دوربین برای مشاهده موقعیت ربات، توپ و دروازه را نشان می‌دهد. در یک زمین بازی و بین ربات و توپ موقعیت‌های متنوع و پیش‌بینی نشده‌ی فراوانی ایجاد می‌شوند که باید کنترل کننده ربات توانایی مدیریت آنها را داشته باشد. به همین دلیل کنترل کننده فازی نوع دو می‌تواند تا حدود زیادی این وظیفه را بخوبی انجام دهد. نمودارهای (الف) و (ب) در شل ۱۶ نحوه حرکت ربات فوتبالیست به دنبال توپ متحرک را نشان می‌دهد.



شکل ۱۶- کنترل فازی نوع دوم و نوع اول برای هدایت ربات متحرک خودکار [۹۴]

شبکه عصبی فازی تطبیقی^۱ نوع دو نیز با ترکیب ANFIS و سیستم فازی نوع دو طراحی شده است. با توجه به توانایی یادگیری این گونه سیستم‌ها و تطبیق به‌هنگام^۲ پارامترها، کاربردهای زیادی برای آنها اختصاص یافته است. به عنوان مثال در [۹۵] از شبکه عصبی فازی تطبیقی نوع دو به منظور کنترل به‌هنگام دمای آب حمام^۳ به عنوان سیستم دینامیکی غیرخطی، استفاده شده است. این سیستم شامل پارامترهای نامعین بوده که با سیستم تطبیقی عصبی فازی نوع دو، علاوه بر شناسایی و کنترل این سیستم، تاثیر عدم قطعیت‌های موجود در پارامترهای آن نیز کاهش داده شده است. در این کنترل کننده تطبیقی هر دو بخش مقدم و تالی از توابع تعلق بازه‌ای استفاده کرده‌اند و به منظور تنظیم پارامترهای بازه‌ای از الگوریتم کاهش شیب^۴ استفاده شده است. البته در صورتیکه شناسایی سیستم به صورت غیربهنگام^۵ انجام شود، می‌توان برای تنظیم

این دو نمودار بیانگر آن است که سیستم فازی نوع دوم خطای تعقیب کمتری نسبت به سیستم فازی نوع اول دارد. نکته قابل توجه دیگری که در این مقاله به آن اشاره شده است سرعت عمل ربات می‌باشد. هر چه سرعت عمل ربات بیشتر باشد عملکرد ربات بهتر خواهد بود. در نتیجه نمی‌توان در فازی نوع یک تعداد قوانین فازی سیستم کنترل کننده را افزایش داد، زیرا افزایش قوانین فازی باعث کند شدن پاسخ

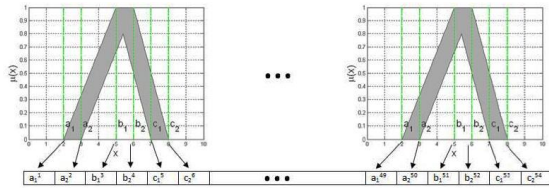
¹ Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System (ANFIS)

² Online

³ Water bath temperature system

⁴ Gradient descent

⁵ Offline



شکل ۱۷- اختصاص پارمترهای توابع تعلق فازی نوع دو به کروموزوم

[۹۷]

همانطور که در بخش کنترل فازی نوع دوم اشاره شد، کنترل و هدایت ربات‌های متحرک خودکار زمینه بسیار مستعدی برای به کار بردن سیستم فازی نوع دوم است. ولی در برخی مواقع انتخاب و تعیین توابع تعلق کنترل‌کننده فازی نوع دو کار دشواری است و نیاز به سعی و خطای بسیاری دارد. به همین دلیل از الگوریتم‌های بهینه‌ساز جهت انتخاب مناسب این توابع استفاده می‌شود. در [۹۸ و ۹۹] کنترل‌کننده فازی نوع دو برای هدایت ربات خودکار در محیطی با شرایط نامعین و با عدم قطعیت در نظر گرفته شده است. بطوریکه توابع تعلق آن در فاصله زمانی کوتاهی توسط الگوریتم ژنتیک تنظیم می‌شوند. توابع تعلق که در نظر گرفته شده‌اند به فرم گوسی بوده که دارای دو پارامتر مقدار متوسط و مقدار واریانس بازه‌ای می‌باشند. با کنار هم قرار دادن مقادیر واریانس بازه‌ای و میانگین‌های توابع تعلق ورودی و خروجی کروموزوم را تشکیل داده و با الگوریتم ژنتیک بهترین کروموزوم را انتخاب کرده است.

یادگیری ژنتیک در [۱۰۰] با کنترل فازی نوع دو ترکیب شده و برای کنترل سیستم کنترل سطح مایع با دو مخزن استفاده شده است. نتایج بدست آمده در این روش با سه سیستم فازی نوع ۱ متفاوت بهینه شده با یادگیری ژنتیک مقایسه شده است. در این مقاله نتیجه می‌شود که به علت بالاتر بودن درجه آزادی نوع دو نسبت به فازی نوع یک عملکرد کنترل‌کننده فازی نوع دو بهتر می‌باشد. همچنین در [۱۰۱] نشان داده شده است که روی همان سیستم کنترل سطح مایع دو مخزن کنترل‌کننده بهینه فازی نوع دو با الگوریتم ژنتیک نسبت به کنترل‌کننده بهینه فازی نوع یک با الگوریتم ژنتیک در برابر نامعینی‌ها و عدم قطعیت‌ها مقاوم‌تر است.

از الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات (PSO) نیز برای بهینه‌سازی سیستم و کنترل‌کننده‌های فازی نوع دو استفاده شده است. به عنوان مثال در [۱۰۲] الگوریتم اجتماع ذرات با کنترل‌کننده تطبیقی و بهینه فازی نوع دوی بازه‌ای برای کنترل سیستم تعلیق فعال غیرخطی ترکیب شده است. کنترل‌کننده به گونه‌ای طراحی شده است که بتواند از عهده خواص غیر خطی، نامعین و نامنظم جاده و اغتشاش‌های غیر قابل اندازه‌گیری برآید. استراتژی تطبیقی در این روش به گونه‌ای به کار رفته است که کنترل‌کننده به صورت خود تنظیم توابع تعلق حد بالا و حد پایین را بهینه نماید.

[۱۰۳] کنترل‌کننده بهینه فازی نوع اول و فازی نوع دوم بازه‌ای را

بهینه پارمترهای سیستم عصبی فازی نوع دو از الگوریتم‌های هوشمند از جمله الگوریتم ژنتیک استفاده کرد [۹۶].

۳-۳-۲- کاربرد الگوریتم‌های بهینه‌ساز هوشمند در سیستم‌های فازی نوع دوم

در این بخش به بررسی مقاله‌هایی پرداخته می‌شود که در آنها برای طراحی یک سیستم بهینه فازی نوع دو از بهینه‌سازهای هوشمند از جمله ژنتیک، الگوریتم بهینه‌ساز اجتماع ذرات و مورچگان استفاده شده است. بطور کلی دو روش برای طراحی بهینه سیستم فازی نوع دو با توجه به داده وجود دارد. در روش اول فرض می‌شود که سیستم بهینه فازی نوع یک از قبل طراحی شده و تنها کافی است که سیستم بهینه فازی نوع دو از روی آن به دست آید. پس مسئله طراحی تنها تبدیل سیستم فازی نوع یک به سیستم فازی نوع دو را در بر می‌گیرد. در روش دوم، سیستم بهینه فازی نوع دو بصورت مستقیم از روی داده طراحی خواهد شد. در هر دو روش از الگوریتم‌های بهینه‌ساز مختلفی برای بالا بردن بازدهی سیستم و یا کنترل‌کننده استفاده می‌شود. از طرفی توانایی الگوریتم‌های بهینه‌ساز بیولوژیک محور^۱ در حل مسائل پیچیده به اثبات رسیده است. به همین دلیل از این الگوریتم‌ها برای بدست آوردن ساختار و پارمترهای مناسب و بهینه سیستم‌های فازی نوع دو استفاده می‌شود. البته مسئله طراحی سیستم بهینه فازی با هر کدامیک از الگوریتم‌های بهینه‌ساز تکاملی قابل حل می‌باشد. تنها تفاوت این روش‌ها نحوه ارائه سیستم فازی نوع دو به عنوان تابع هزینه الگوریتم بهینه‌ساز است. مثلاً در الگوریتم‌های ژنتیک پارمترهای سیستم فازی نوع دو به عنوان کروموزوم در نظر گرفته می‌شوند. سیستم فازی نوع دو در الگوریتم مورچگان به صورت یک مسیر حرکتی بهینه و در الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات (PSO) به صورت یک ذره در روند بهینه‌سازی فرض می‌شود [۸۵].

در ابتدا به کاربرد الگوریتم‌های ژنتیک در بهینه‌سازی سیستم‌های فازی پرداخته می‌شود. الگوریتم ژنتیک که یکی از پرکاربردترین روش‌های بهینه‌ساز است در طراحی و بهینه‌سازی سیستم فازی نوع دو نیز استفاده شده است. در [۹۷] پارمترهای توابع تعلق بازه‌ای کنترل‌کننده فازی نوع دو به عنوان کروموزوم‌های الگوریتم ژنتیک در نظر گرفته شده‌اند. سیستمی که در این مقاله در نظر گرفته شده است، یک سیستم سروو مکانیزم به همراه لقی بوده که خروجی آن با کمک کنترل‌کننده فازی نوع دو تنظیم می‌شود. هدف کنترل‌کننده بهینه‌سازی شده فازی نوع دو رسیدن خروجی سیستم حلقه بسته به موقعیت دلخواه است. شکل ۱۷ نحوه انتخاب کروموزوم را با توجه به پارمترهای توابع تعلق نشان می‌دهد.

² Particle Swarm Optimization

¹ Bio inspired

بطوریکه با ترکیب شبکه عصبی و سیستم فازی و تشکیل یک شبکه فازی - عصبی طبقه‌بندی بر روی داده‌های موجود را با توجه به این سه پارامتر انجام می‌گیرد. در پایان مقاله شبیه‌سازی‌های انجام شده نشان می‌دهند که سیستم فازی نوع دوی بازه‌ای در برابر عدم قطعیت‌های موجود در داده ورودی مقاوم‌تر از فازی نوع اول عمل می‌کند.

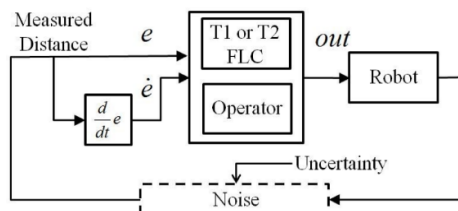
در [۱۰۷] با توجه به اهمیت تشخیص سرطان سینه و بالا بودن نرخ مرگ و میر بر اثر این بیماری روشی ارائه شده است که با استفاده از تجمع کلسیم در ماموگرافی بتوان زودتر از موعد این بیماری خطرناک را تشخیص داد. برای این منظور از سیستم فازی نوع دوی بازه‌ای به همراه الگوریتم طبقه‌بندی PCM^۵ استفاده شده است. بطوریکه الگوریتم PCM به صورت خودکار توابع تعلق سیستم فازی را تولید می‌کند. شبیه‌سازی انجام شده نشان می‌دهد که سیستم فازی نوع دوی بازه‌ای به همراه PCM نتایج بهتری نسبت به فازی نوع دو به همراه FCM دارد.

در روش پیشنهادی [۱۰۸] خودروهای زرهی^۶ بوسیله امواج صوتی دسته‌بندی می‌شوند. برای این منظور از سیستم فازی نوع یک سلسه مراتبی و غیر سلسله مراتبی و سیستم فازی نوع دو و دسته‌بندی کننده بیزین استفاده شده است. نتایج شبیه‌سازی شده نشان می‌دهند که تمام دسته‌بندی کننده‌های فازی عملکرد بهتری نسبت به دسته‌بندی کننده بیزین داشته و بازده‌ای دسته‌بندی کننده فازی نوع دو در وضعیت نامعین و متغیر با زمان نسبت به فازی نوع یک بهتر بوده است.

یک از کاربردهای منطق فازی نوع دو در تشخیص الگو در مقاله [۱۰۹] ارائه شده است. به این ترتیب که از منطق فازی نوع دوی بازه‌ای جهت تشخیص لبه تصاویر در پردازش تصویر در مقایسه با نوع یک استفاده شده و همچنین بردارهای ورودی سیستم فازی با استفاده از فیلتر سوبل^۸ آماده گردیده است.

در [۱۱۰] روش جدیدی برای حذف نویز از تصاویر اثرانگشت با توجه به مقدار متوسط پیکسل به وسیله سیستم‌های فازی نوع یک و دو معرفی شده که در شکل ۱۸ مشاهده می‌شود. بطوریکه در آن ابتدا به چند شبکه عصبی مجزا (چند مدول مجزا) تصویر اثرانگشت ورودی معیوب و نویز دار داده شده و سپس با کنار هم قرار دادن خروجی مدول‌های عصبی ورودی سیستم فازی (نوع یک یا نوع دو) فراهم می‌شود. از الگوریتم ژنتیک برای بهینه‌سازی توابع تعلق سیستم فازی استفاده کرده و در پایان تصویر بدون نویز اثر انگشت از سیستم فازی بدست می‌آید. روند کلی این روش را نشان می‌دهد. شبیه‌سازی این مقاله نشان می‌دهد که سیستم تصمیم‌گیر فازی نوع دو نسبت به نویز اضافه شده مقاوم‌تر عمل می‌نماید. مقاله‌ها و تحقیق‌های بسیاری در زمینه کاربرد سیستم‌های فازی

بر روی یادگیری ربات‌های متحرک با یکدیگر مقایسه کرده است. هر دو نوع کنترل‌کننده با استفاده از الگوریتم PSO بهینه‌سازی شده و عملکردشان در محیط نویز و بدون نویز مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که کنترل بهینه فازی نوع دوم توانایی بالاتری در مدیریت حرکت ربات در محیط‌های نامعین و با عدم قطعیت را دارا است. شکل ۱۸ ساختار این سیستم را نشان می‌دهد.



شکل ۱۸- ساختار کنترل کننده فازی برای ربات متحرک [۱۰۳]

از الگوریتم کلونی مورچه‌ها نیز در بهینه‌سازی سیستم فازی نوع دو استفاده شده است. در [۱۰۴] سیستم فازی نوع دوم بازه‌ای خود تنظیم تقویتی (RSOIT2FS-ACO)^۱ با الگوریتم مورچه‌ها ارائه شده است. در این سیستم هیچ قانون فازی در ابتدا وجود نداشته و تمام قوانین به صورت برخط^۲ تولید می‌شوند. بخش تالی هر قانون فازی با استفاده از بهینه‌ساز کلونی مورچه‌ها طراحی می‌شود. همچنین در شبیه‌سازی این سیستم مسئله پارک کامیون در نظر گرفته شده که هر دو سیستم فازی نوع یک و نوع دو با یکدیگر مقایسه شده‌اند. نتایج نهایی این مقاله نیز نشان می‌دهند که سیستم فازی نوع دو در هنگام وجود نویز و نامعینی مقاوم‌تر عمل می‌نماید. مقاله‌های بسیار زیادی دیگری نیز در حوزه کاربرد الگوریتم‌های بهینه‌ساز هوشمند در سیستم‌های فازی نوع دو به چاپ رسیده‌اند که برای مطالعه بیشتر می‌توان به مرجع [۸۵] مراجعه نمود.

۳-۳-۳- سیستم‌های فازی نوع دو در تشخیص الگو و طبقه‌بندی داده

توانایی انکار نشدنی سیستم فازی نوع دو در مدیریت نامعینی‌های موجود در ورودی و پارامترهای مربوط به سیستم دلیل بسیار خوبی است تا این روش در مقاله‌های مربوط به طبقه‌بندی داده و تشخیص الگو نیز مورد استفاده قرار بگیرد. نتایج بدست آمده در این مقاله‌ها نیز مبین برتری سیستم فازی نوع دو نسبت به فازی نوع یک در برخورد با عدم قطعیت‌ها است. در این بخش به چند نمونه از این تحقیق‌ها اشاره می‌شود.

[۱۰۵] و [۱۰۶] سیستم فازی نوع دوی بازه‌ای را برای طبقه‌بندی خودروهای درون جاده به کار گرفته‌اند. هر کلاس از روی فاصله بین چرخ جلو و عقب^۳، فاصله تا زمین^۴ و طول ماشین مشخص می‌شود.

⁴ Ground clearance

⁵ Possibilistic C-Means

⁶ Battlefield ground vehicles

⁷ Acoustic

⁸ Sobel

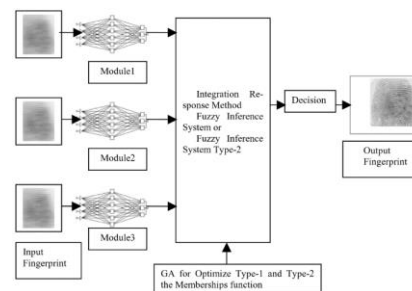
¹ Reinforcement Self-organizing Interval Type-2 Fuzzy System

² On line

³ Wheel base

- [4] Z. Pawlak, "Granularity of Knowledge, Indiscernibility and Rough Sets," in Proceedings of 1998 IEEE International Conference on Fuzzy Systems, 1998.
- [5] Bargiela, A., Pedrycz, W., Granular Computing: an Introduction, Boston: Kluwer Academic, 2002.
- [6] P. W., Granular Computing: an Emerging Paradigm, Heidelberg: Physica-Verlag, 2001.
- [7] Lin, T. Y., Yao, Y. Y., Zadeh, L. A., Data Mining, Rough Sets and Granular Computing, Heidelberg: Physica-Verlag, 2002.
- [8] Inuiguchi, M., Hirano, S., Tsumoto, S., Rough Set Theory and Granular Computing, Berlin: Springer, 2003.
- [9] Pedrycz, W., Skowron, A., Kreinovich, V., Handbook of Granular Computing, West Sussex: Wiley and Sons Ltd, 2008.
- [10] L. A. Zadeh, "Fuzzy Sets," Information and Control, vol. 8, pp. 338-353, 1965.
- [11] L. A. Zadeh, "Fuzzy Logic=Computing with Words," IEEE Transaction on Fuzzy Sets and Systems, vol. 4, pp. 103-111, 1996.
- [12] Z. Pawlak, "Rough Sets," Computer and Information Sciences, vol. 11, pp. 341-356, 1982.
- [13] Z. Pawlak, "Rough Sets and Fuzzy Sets," IEEE Transaction on Fuzzy Sets and Systems, vol. 17, pp. 99-102, 1985.
- [14] Skowron, A., Swiniarski, R., "Approximation Spaces and Information Granulation," Transaction on Rough Set III, vol. 3400, pp. 175-189, 2005.
- [15] Dubois, D., Prade, H., "Rough Fuzzy Sets and Fuzzy Rough Sets," IEEE Transaction on Fuzzy Sets and Systems, vol. 23, pp. 3-18, 1987.
- [16] Pal, S. K., Skowron, A. (Eds.), Rough Fuzzy Hybridization: A New Trend in Decision-Making, Singapore: Springer-Verlag, 1999.
- [17] R. E. Moore, Interval Analysis, New Jersey, 1966.
- [18] R. B. Kearfott, "Interval Computations: Introduction, Uses, and Resources," Euromath Bulletin, vol. 1, no. 2, pp. 1-23, 1994.
- [19] Z. Pawlak, "Rough Classification," International Journal of Man-Machine Studies, vol. 2, no. 5, pp. 469-483, 1984.
- [20] Z. Pawlak, "Rough Logic," Bulletin of the Polish Academy of Science, Technical Sciences, vol. 35, no. 5-6, pp. 253-258, 1987.
- [21] Z. Pawlak, "Decision Rules, Bayes' Rules and Rough Set," in Proceedings of the 7th International Workshop on Rough Sets, Fuzzy Sets, Data Mining, and Granular-Soft Computing, Yamaguchi, 1999.
- [22] L. Polkowski, Rough Sets: Mathematical Foundation, Advances in Soft Computing, Heidelberg: Physica-Verlag, 2002.

نوع دو در تشخیص الگو، استخراج ویژگی و طبقه‌بندی داده ارائه شده که [۸۴] به معرفی آنها پرداخته است.



شکل ۱۹- روند کلی حذف نویز از تصاویر اثر انگشت [۱۱۰]

۴- نتیجه‌گیری

در این تحقیق بصورت خلاصه به روابط و ویژگی‌های مجموعه‌های راف، شبکه‌های عصبی راف، سیستم‌های فازی نوع دوم و کاربردهای آنها پرداخته شد. نشان داده شد که شبکه‌های عصبی راف نسبت به نویز و نامعینی در سیستم و عدم قطعیت در پارامترهای آن نسبت به شبکه‌های عصبی غیر بازه‌ای مقاوم‌تر می‌باشند. از طرفی با توجه به اینکه سیستم‌های فازی نوع دو شامل تعداد زیادی از سیستم‌های فازی نوع اول هستند، علاوه بر دارا بودن تمامی خواص سیستم فازی نوع یک، می‌توانند اثر نامطلوب عدم قطعیت محیط و نامعینی پارامترهای سیستم را نیز تا حد بسیار زیادی کاهش دهند. زیرا در دنیای واقعی نامعینی و عدم قطعیت‌های فراوانی وجود دارد که با اضافه شدن آنها به مدل سیستم، مدیریت و کنترل سیستم‌ها با مشکل مواجه می‌شود. به همین دلیل در زمینه‌های متنوع مهندسی، تجاری و نظامی که عدم قطعیت‌ها قابل پیش‌بینی و اندازه‌گیری نمی‌باشند، شبکه‌های عصبی راف بر پایه مجموعه‌های راف و سیستم‌های فازی نوع دو بیشتر مورد توجه قرار گرفته‌اند. البته لازم به ذکر است اگر نامعینی و عدم قطعیت وجود نداشته باشد سیستم فازی نوع دو همانند سیستم فازی نوع یک و شبکه‌های عصبی راف شبیه شبکه‌های عصبی غیر بازه‌ای عمل خواهند کرد.

مراجع

- [1] L. A. Zadeh, "Fuzzy Sets and Information Granularity," in Advance in Fuzzy Set Theory and Applications, Amsterdam, Gupta, 1979, pp. 3-18.
- [2] L. A. Zadeh, "The Key Roles of Information Granulation and Fuzzy Logic in Human Reasoning," Proceeding IEEE International Conference on Fuzzy Systems, vol. 90, no. 2, pp. 8-11, 1996.
- [3] Z. Pawlak, Rough Sets. Theoretical Aspects of Reasoning about Data, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1991.

- [35] Pal, S. K., Mitra, S., Mitra, P., "Rough-Fuzzy Mlp: Modular Evolution, Rule Generation, And Evaluation," *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, vol. 15, no. 1, January/February 2003.
- [36] N. A. A. Kumar, "Nonparametric Neural Network Model Based on Rough-Fuzzy Membership Function for Classification of Remotely Sensed Images," *ICVGIP*, p. 106 – 117, 2006.
- [37] C. S. Lee, "A Rough-Fuzzy Hybrid Approach on a Neuro-Fuzzy Classifier for High Dimensional Data," in *Proceedings of International Joint Conference on Neural Networks*, 2011.
- [38] Zhao, J., Zhang, Z., "Fuzzy Rough Neural Network and Its Application to Feature Selection," *International Journal of Fuzzy Systems*, vol. Vol. 13, no. 4, pp. 270-275, December 2011.
- [39] Nowak, B. A., Nowicki, R. K., "Learning in rough-neuro-fuzzy system for data with missing values," *Springer, Heidelberg*, vol. 7203, p. 501–510, 2012.
- [40] J. S. A. S. Z. H. L. R. S. Peters, "Design of Rough Neurons: Rough Set Foundation and Petri Net Model," *LNAI*, vol. 1932, pp. 283-291, 2000.
- [41] Peters, J.F., Skowron, A., Han, L., Ramanna, S., "Towards Rough Neural Computing Based on Rough Membership Functions: Theory and Application," *LNAI*, p. 611–618, 2001.
- [42] H. L. P. J. F. R. S. Z. R. Pedrycz W., "Calibration of software quality: Fuzzy neural and rough neural computing approaches," *Neurocomputing*, vol. 36, pp. 149-170, 2001.
- [43] Peters, J. F., Han, L. H., Ramanna, S., "Rough Neural Computing in Signal Analysis," *Computational Intelligence*, vol. 17, no. 3, pp. 493-513, 2001.
- [44] R. W. S. A. Swiniarski, "Rough set methods in feature selection and recognition," *Pattern Recognition Letters*, vol. 24, p. 833–849, 2003.
- [45] Thangavel, K., Pethalakshmi, A., "Dimensionality reduction based on rough set theory: A review," *Applied Soft Computing*, vol. 9, p. 1–12, 2009.
- [46] Polkowski, L., Lin, T. Y., Tsumoto, S., "Rough Set Methods and Applications: New Developments in Knowledge Discovery in Information Systems," *Springer Verlag/Physica-Verlag, Heidelberg*, vol. vol. 56, 2000.
- [47] A. P. S. K. Skowron, "Rough sets, pattern recognition and data mining," *Pattern Recognition Letters*, vol. 24, no. 6, 2003.
- [48] S. T. S. Hirano, "Rough representation of a region of interest in medical images," *International Journal of Approximate Reasoning*, vol. 40, no. 1-2, p. 23–34, 2005.
- [23] R. Yasdi, "Combining Rough Sets Learning- and Neural Learning-method to deal with uncertain and imprecise information," *Neurocomputing*, vol. 7, pp. 61-84, 1995.
- [24] Jelonek, J., Krawiec, K., Slowinski, R., "Rough Set Reduction of Attributes and Their Domains for Neural Networks," *International Journal of Computational Intelligence*, vol. 11, no. 2, pp. 339-347, 1995.
- [25] Hashemi, R. R., Blanc L. A., Rucks, C. T., Rajartnam, A., "A Hybrid Intelligent System for Predicting Bank Holding Structures," *European Journal of Operational Research*, vol. 109, pp. 390-402, , 1998.
- [26] Ahn, B. S., Cho, S. S., Kim, C. Y., "The Integrated Methodology of Rough Set Theory and Artificial Neural Network for Business Failure Prediction," *Expert Systems with Applications*, vol. 18, no. 2, p. 65–74, 2000.
- [27] R. Swiniarski, "Rough Sets Methods in Feature Reduction and Classification," *International Journal of Applied Mathematics and Computing Science*, vol. 11, no. 3, pp. 565-582, 2001.
- [28] Shen, Q., Chouchoulas, A., "Rogh Set-based Dimensionality Reduction for Supervised and Unsupervised Learning," *International Journal of Applied Mathematics and Computers*, vol. 11, no. 3, pp. 583-601, 2001.
- [29] Shang, C., Shen, Q., "Rough Feature Selection for Neural Network Based Image Classification," *International Journal of Image and Graphics*, vol. 2, no. 4, pp. 541-555, 2002.
- [30] Durairaj, M., Meena, K., "A Hybrid Prediction System Using Rough Sets and Artificial Neural Networks," *International Journal of Innovative Technology & Creative Engineering*, vol. vol. 1, no. 7, pp. 16-23, 2011.
- [31] Shen, Y., Li, T., Hermans, E., Ruan, D., Wets, G., Vanhoof, K., Brijs, T., "A hybrid system of neural networks and rough sets for road safety performance indicators," *International Journal of Soft Computing*, vol. 14, no. 12, pp. 1255-1263, 2010.
- [32] Liu, H., Kong, W., Oiu, T. S., Li, G. L., "A Neural Network based on Rough Set (RSNN) for Prediction of Solitary Pulmonary Nodules," in *IEEE International Joint Conference on Bioinformatics, Systems Biology and Intelligent Computing*, 2009.
- [33] R. W. Z. Li, "Mining Classification Rules Using Rough Sets and Neural Networks," *European Journal of Operational Research*, vol. 157, pp. 439-448, 2004.
- [34] Sarkar, M., Yegnanarayana, B., "Rough-Fuzzy Set Theoretic Approach to Evaluate the Importance of Input Features in Classification," *IEEE*, pp. 1590-1595, 1997.

- [62] T. Munakata, "Rough control: a perspective," in *Rough Sets and Data Mining. Analysis for Imprecise Data*, Kluwer Academic Publishers, 1997, pp. 77-88.
- [63] W. K. J. Ziarko, "Control algorithms acquisition, analysis and reduction: machine learning approach," *Knowledge-Based Systems Diagnosis, Supervision and Control*, Plenum Press, Oxford, pp. 167-178, 1989.
- [64] W. K. J. Ziarko, "Rough sets approach to system modelling and control algorithm acquisition," in *Proceedings of IEEE WESCANEX 93 Conference*, Saskatoon, 1993.
- [65] L. M. A. Płonka, "Rule-based stabilization of the inverted pendulum," *Computational Intelligence, An International Journal*, vol. 11, pp. 348-356, 1995.
- [66] E. M. A. P. Z. Czogała, "The idea of rough-fuzzy controller," *International Journal of Fuzzy Sets and Systems*, vol. 72, 1995.
- [67] T. Y. W. M. Lin, "Algebra and geometry of rough logic controllers," in *The fourth International Workshop on Rough Sets, Fuzzy Sets, and Machine Discovery*, Proceeding, The University of Tokyo, 1996, pp. 111-117.
- [68] P. L. Skowron A., "Rough mereological controller," in *Proc. of The Fourth European Congress on Intelligent Techniques and Soft Computing*, 1996.
- [69] J. S. J. Pulaczewski, "A rough set approach to process control – simulations and results," *Fourth European Congress on Intelligent Techniques and Soft Computing, Proceedings*, vol. 1, p. 197–201, 1996.
- [70] T. Y. Lin, "Fuzzy controllers: an integrated approach based on fuzzy logic, rough sets, and evolutionary computing," in *Rough Sets and Data Mining. Analysis for Imprecise Data*, Kluwer Academic Publishers, 1997, pp. 123-138.
- [71] Peters, J. F., Ziaei, K., Ramanna, S., "Approximate time rough control: Concepts and applications to satellite attitude control," in *Rough Sets and Current Trends in Computing*, Springer Verlag, 1998, pp. 491-498.
- [72] P. Lingras, "Rough Neural Networks," in *In: Proc. of the 6th Int. Conf. on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-based Systems*, 1996.
- [73] P. Lingras, "Comparison of Neofuzzy and Rough Neural Networks," *Information Science*, vol. 110, pp. 207-215, 1998.
- [74] P. Lingras, "Unsupervised learning using rough Kohonen neural network classifiers," in "in: Proceedings of Symposium on Modelling, Analysis and Simulation, CESA'96 IMACS Multi conference, Lille, 1996.
- [49] R. Słowiński, *Intelligent Decision Support. Handbook of Applications and Advances of the Rough Set Theory*, Kluwer Academic Publishers, 1992.
- [50] R. Słowiński, "Rough set theory and its applications to decision aid," *Belgian Journal of Operation Research, Special Issue Francoro*, vol. 35, no. 3-4, pp. 81-90, 1995.
- [51] S. M. B. S. R. Greco, "Dealing with missing data in rough set analysis of multi-attribute and multi-criteria decision problems," in *Decision Making: Recent Developments and Worldwide Applications*, Kluwer Academic Publishers, 2000, pp. 295-316.
- [52] A. Skowron, "Approximate reasoning in distributed environments," in *Intelligent Technologies for Information Analysis*, Heidelberg, Springer, 2004, p. 433–474.
- [53] Jackson, A. G., Pawlak, Z., Leclair, S. R., "Rough set and discovery of new materials," *Journal of Alloys and Compounds*, 2000.
- [54] J. Krysinski, "Application of the rough sets theory to the analysis of structure-activity relationships of antimicrobial pyridinium compounds," *Die Pharmazie*, vol. 50, pp. 593-597, 1995.
- [55] Ziarko, W., Golan, R., Edwards, D., "An application of DATALOGIC/R knowledge discovery tool to identify strong predictive rules in stock market data," in *Proc. AAAI Workshop on Knowledge Discovery in Databases*, Washington, DC, 1993.
- [56] Słowiński, R., Zopounidis, C., "Application of the rough set approach to evaluation of bankruptcy risk *Int. J. Intelligent Systems in Accounting*," *Finance & Management*, vol. 4, no. 1, pp. 27-41, 1995.
- [57] F. E. H. S. L. Taya, "Fault diagnosis based on Rough Set Theory," *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 16, p. 39 – 43, 2003.
- [58] Y. W. L. Xu, "Fault Diagnosis System Based on Rough Set Theory and Support Vector Machine," *Fuzzy Systems and Knowledge Discovery, Lecture Notes in Computer Science*, vol. 3614, pp. 980-988, 2005.
- [59] Z. Pawlak, "Rough real functions and rough controllers," *Rough Sets and Data Mining – Analysis of Imperfect Data*, p. 139–147.
- [60] Z. M. T. Pawlak, "Rough control: Application of rough set theory to control," *Fourth European Congress on Intelligent Techniques and Soft Computing Proceedings*, vol. 1, pp. 209-218, 1996.
- [61] A. Oehrn, "Rough logic control," *Knowledge Systems Group, the Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway*, 1993.

- [89] Q. Liang and J. M. Mendel, "MPEG VBR Video Traffic Modeling and Classification Using Fuzzy Technique," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 19, no. 1, pp. 183-193, February 2001.
- [90] Q. Liang and L. Wang, "Sensed Signal Strength Forecasting for Wireless Sensors Using Interval Type-2 Fuzzy Logic System," in *The 14th IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, May 22-25, 2005.
- [91] L. D. Lascio, A. Gisolfi and A. Nappi, "Medical Differential Diagnosis through Type-2 Fuzzy Sets," in *The 14th IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, 25-25 May 2005.
- [92] C. Lynch and H. V. Callaghan, "Embedded Type-2 FLC for Real-Time Speed Control of Marine & Traction Diesel Engines," in *The 14th IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, 2005.
- [93] P.-Z. Lin, C.-F. Lin and T.-T. Lee, "Type-2 Fuzzy Logic Controller Design for Buck DC-DC Converters," in *The 2005 IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, 2005.
- [94] J. Figueroa, J. Posada, J. Soriano, M. Melgarejo and S. Rojas, "A Type-2 Fuzzy Logic Controller for Tracking Mobile Objects in the Context of Robotic Soccer Games," in *The IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, 2005.
- [95] طاووسی، جعفر؛ بادامچی‌زاده، محمد علی؛ قانمی، سحرانه؛
"کنترل معکوس سیستم‌های دینامیکی غیرخطی با شبکه‌های فازی
نوع 2-، نشریه علمی - پژوهشی انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق
ایران - دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، vol. 5, no. 2, pp.
59-52 تابستان 1390.
- [96] Chi-Hsu Wang, Chun-Sheng Cheng, and Tsu-Tian Lee., "Dynamical Optimal Training for Interval Type-2 Fuzzy Neural Network (T2FNN)," *IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS—PART B: CYBERNETICS*, vol. 34, no. 3, pp. 1462-1477, 2004.
- [97] N. R. Cazarez-Castro, L. T. Aguilar and O. Castillo, "Hybrid Genetic-Fuzzy Optimization of a Type-2 Fuzzy Logic Controller," in *The Eighth International Conference on Hybrid Intelligent Systems*, 10-12 Sept. 2008.
- [98] C. Wagner and H. Hagnas, "Evolving Type-2 Fuzzy Logic Controllers for Autonomous Mobile Robots," *Analysis and Design of Intelligent Systems using Soft Computing Techniques Advances in Soft Computing*, vol. 41, pp. 16-25, 2007.
- [99] C. Wagner and H. Hagnas, "A Genetic Algorithm Based Architecture for Evolving Type-2 Fuzzy Logic Controllers for Real World Autonomous Mobile Robots," in *Fuzzy Systems Conference*, London, 23-26 July 2007.
- [75] S. M. R. V. Chandana, "Rough Neuron based on Pattern Space Partitioning," *Neurocomputing*, vol. 74, p. 2052-2061, 2011.
- [76] آل‌هاشر، سید محمد جواد؛ تشنه لب، محمد؛ پیاده‌سازی شبکه‌های
عصبی راف با یادگیری احتمالاتی جهت شناسایی سیستم‌های
غیرخطی، "نشریه علمی - پژوهشی انجمن مهندسان کنترل و ابزار
دقیق ایران - دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، vol. 6, no. 1,
1391، pp. 41-50، بهار.
- [77] J. M. Mendel, "Type-2 Fuzzy Sets and Systems: An Overview," *IEEE Computational Intelligence magazine*, vol. 2, no. 1, pp. 20-29, February 2007.
- [78] H. Wu and J. M. Mendel, "Uncertainty Bounds and Their Use in the Design of Interval Type-2 Fuzzy Logic Systems," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 10, no. 5, pp. 622-639, October 2002.
- [79] H. Hagnas, "Type-2 FLCs: A New Generation of Fuzzy Controllers," *IEEE Computational Intelligence Magazine*, vol. 2, no. 1, pp. 30-43, February 2007.
- [۸۰] ح. مرادی فراهانی، ج. عسگری و م. ذکری، "مروری بر منطق فازی
نوع ۲- از پیدایش تا کاربرد،" *نشریه علمی - ترویجی محاسبات نرم*،
جلد ۳، pp. 22-43، دی ۱۳۹۲.
- [81] E. Kayacan, *Interval Type-2 Fuzzy Logic Systems: Theory and Design*, Boğaziçi University: PhD theses, 2011.
- [82] Q. Liang and J. M. Mendel, "Interval Type-2 Fuzzy Logic Systems: Theory and Design," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 8, no. 5, pp. 535-550, October 2000.
- [83] N. N. Karnik and J. M. Mendel, "Introduction to Type-2 Fuzzy Logic Systems," in *Fuzzy Systems Proceedings*, Anchorage, AK, 1998.
- [84] P. Melin and O. Castillo, "A Review on the Applications of Type-2 Fuzzy Logic in Classification and Pattern Recognition," *Expert Systems with Applications*, vol. 40, no. 13, pp. 5413-5423, October 2013.
- [85] O. Castillo and P. Melin, "A Review on the Design and Optimization of Interval Type-2 Fuzzy Controllers," *Applied Soft Computing*, vol. 12, no. 4, pp. 1268-1278, April 2012.
- [86] J. M. Mendel, *Uncertain Rule-Based Fuzzy Logic Systems: Introduction and New Directions*, Prentice Hall PTR, 2001.
- [87] H. A. Hagnas, "A Hierarchical Type-2 Fuzzy Logic Control Architecture for Autonomous Mobile Robots," *IEEE Transactions on fuzzy systems*, vol. 12, no. 4, pp. 524-539, 2004.
- [88] Q. Liang and J. M. Mendel, "Overcoming Time-Varying Co-Channel Interference Using Type-2 Fuzzy Adaptive Filters," *IEEE Transactions on Circuits and Systems—II: Analog and Digital Signal Processing*, vol. 47, no. 12, pp. 1419-1428, December 2000.

- [106] P. Sharma and P. Bajaj, "Accuracy Comparison of Vehicle Classification System using Interval Type-2 Fuzzy Inference System," in Third International Conference on Emerging Trends in Engineering and Technology, Goa, 2010.
- [107] S. Chumklin,, S. Auephanwiriyaikul and N. Theera-Umporn, "Microcalcification Detection in Mammograms Using Interval type-2 Fuzzy logic System with Automatic Membership Function Generation," in The IEEE International Conference on Fuzzy Systems, Barcelona, 18-23 July 2010.
- [108] H. Wu and J. M. Mendel, "Classification of Battlefield Ground Vehicles Using Acoustic Features and Fuzzy Logic Rule-Based Classifiers," IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol. 15, no. 1, pp. 56 - 72, February 2007.
- [109] P. Melin, "Interval Type-2 Fuzzy Logic Applications in Image Processing and Pattern Recognition," in IEEE International Conference on Granular Computing, 2010.
- [110] M. Lopez, P. Melin and O. Castillo, "Optimization of Response Integration with Fuzzy Logic in Ensemble Neural Networks Using Genetic Algorithms," Soft Computing for Hybrid Intelligent Systems Studies in Computational Intelligence, vol. 154, pp. 129-150, 2008.
- [111] Alehasher, M. J., Teshnehlal, M., "Implementation of Rough Neural Networks with Probabilistic Learning for Nonlinear System Identification," (in Persia), Journal of Control, vol. 6, no. 1, pp. 41-50 , 2012 .
- [100] D. Wu and W. W. Tan, "Genetic Learning and Performance Evaluation of Interval Type-2 Fuzzy," Engineering Applications of Artificial Intelligence, vol. 19, no. 8, p. 829–841, December 2006.
- [101] D. WU and W. W. Tan, "A Type-2 Fuzzy Logic Controller for the Liquid-level Process," in The IEEE International Conference on Fuzzy Systems, 2004.
- [102] J. Cao, P. Li, H. Liu and D. Brown, "Adaptive Fuzzy Controller for Vehicle Active Suspensions," in Seventh International Symposium on Instrumentation and Control Technology. International Society for Optics and Photonics,, 2008.
- [103] O. Linda and M. Manic, "Comparative Analysis of Type-1 and Type-2 Fuzzy Control in Context of Learning Behaviors for Mobile Robotics," in The 36th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society, 2010.
- [104] C.-F. Juang, C.-H. Hsu and C.-F. Chuang, "Reinforcement Self-Organizing Interval Type-2 Fuzzy System with Ant Colony Optimization," in The IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, 2009.
- [105] P. Sharma and P. Bajaj, "Performance Analysis of Vehicle Classification System using Type-1 Fuzzy, Adaptive Neuro-Fuzzy and Type-2 Fuzzy Inference System," in The 2nd International Conference on Emerging Trends in Engineering and Technology (ICETET), Nagpur, 2009.

