

## تعیین مسیر رویت گر در موقعیت‌یابی تنها با زاویه سمت با در نظر گرفتن محدودیت میدان دید

امیرحسین نایبی آستانه<sup>۱</sup>، ناصر پریرز<sup>۲</sup>، محمدباقر نقیبی سیستانی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه فردوسی مشهد، am\_nayebi@yahoo.com

<sup>۲</sup> استاد، دانشکده مهندسی، گروه کنترل، دانشگاه فردوسی مشهد، n-pariz@um.ac.ir

<sup>۳</sup> استادیار، دانشکده مهندسی، گروه کنترل، دانشگاه فردوسی مشهد، naghib@yahoo.com

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۳/۰۲/۱۶، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۳/۰۳/۳۱)

**چکیده:** کنترل بهینه رویت‌گری که تنها با زاویه سمت در حال مکان‌یابی هدفی ساکن است، مدنظر است. بدین منظور سیگنال کنترل به گونه‌ای تولید می‌شود تا خطای تخمین مکان هدف کاهش یابد. معیار بهینگی، اثر ماتریس کوواریانس خطای تخمین در لحظه نهایی انتخاب شده است. این مسئله با ارائه قانون کنترلی که جهت حرکت رویت‌گر را به زاویه سمت هدف مرتبط می‌سازد، حل شده است. ویژگی روش ارائه شده علاوه بر تولید بلادرنگ مسیرهایی که بسیار نزدیک به مسیر بهینه می‌باشند، در نظر گرفتن محدودیت میدان دید رویت‌گر است. کارایی روش ارائه شده توسط شبیه‌سازی در شرایط مختلف و در مقایسه با روشی مشابه نشان داده شده است. همچنین این روش به صورت عملی در کنترل یک ربات متحرک به کار رفته است.

**کلمات کلیدی:** مسیر بهینه رویت‌گر، تولید بلادرنگ مسیر، مکان‌یابی هدف تنها با زاویه سمت، فیلتر کالمن توسعه یافته، میدان دید

محدود.

### Observer Path Planning for Bearings-Only Localization Considering Limited Field of View

Amirhossein Nayebi-Astaneh, Naser Pariz, Mohammad-Bagher Naghibi-Sistani

**Abstract:** Optimal control of an observer trying to localize a stationary target is presented. The objective is to generate the control signal in order to reduce the position estimate error. The trace of estimation error covariance matrix at final time is selected as the optimality criterion. This problem is solved by presenting a control policy which relates the observer course to the target bearing. In addition to generating paths in real-time which are very close to the optimal path, the advantage of the proposed method is its ability to consider the observer's field of view. In comparison to a similar method, the performance of the proposed method is shown using various simulations. This method is also applied to the control of a mobile robot.

**Keywords:** Optimal Observer Path, Real-Time Path Planning, Bearings-only Target Localization, Extended Kalman Filter, Limited Field of View.

## ۱- مقدمه

مکان یابی هدف با استفاده از حس گرهای غیرفعال کاربردهای زیادی در صنایع دفاعی و غیر دفاعی دارد. در این میان می توان به مکان یابی غیرفعال اهداف و مکان یابی نقطه دسترسی<sup>۱</sup> در شبکه های بی سیم مخابراتی اشاره نمود. از جمله معمول ترین حس گرهای غیرفعال، حس گرهایی هستند که تنها توانایی اندازه گیری زاویه سمت هدف را دارند. در این مقاله مکان یابی یک هدف ساکن توسط یک رویت گر متحرک مجهز به حس گر تشخیص دهنده سمت مدنظر است. رویت پذیری سامانه های مکان یاب مبتنی بر زاویه سمت کاملاً وابسته به مسیر پیموده شده توسط رویت گر است. از طرف دیگر به دلیل غیرخطی بودن مدل سیستم، تعیین معیاری که توسط آن بتوان به طور دقیق رویت پذیری سیستم را سنجید اغلب غیرممکن است؛ لذا، استفاده از تقریب در تعیین این معیار ضروری است. کنترل خودکار چنین رویت گری در مسیری که باعث کاهش هرچه بیشتر کوواریانس خطای تخمین مکان هدف به عنوان معیاری تقریبی برای رویت پذیری شود، حائز اهمیت است. همچنین میدان دید<sup>۲</sup> محدود رویت گر که مسیر بهینه را تحت تأثیر قرار می دهد نیز مسئله ای است که باید در نظر گرفته شود.

اکثر کارهای انجام شده تا به امروز برای مکان یابی هدف بر اساس چهار نوع اندازه گیری AOA<sup>۳</sup>، TOA<sup>۴</sup>، TDOA<sup>۵</sup> و RSS<sup>۶</sup> [۴] می باشند. در مکان یابی تنها با زاویه سمت، اندازه گیری ها از نوع AOA هستند. فرض بر این است که حس گر و هدف در یک صفحه قرار دارند و زاویه سمت نسبت به شمال جغرافیایی سنجیده می شود. از جمله حس گرهای تشخیص دهنده زاویه سمت می توان به دوربین [۵] و آنتن های رادیویی تشخیص دهنده جهت [۶] اشاره نمود.

تعیین مسیر بهینه رویت گر در مکان یابی با زاویه سمت موضوعی است که بسیار مورد توجه پژوهشگران بوده و هست. در اغلب کارهای انجام شده تابعی اسکالر از ماتریس اطلاعات فیشر<sup>۷</sup> به عنوان معیار بهینگی مورد استفاده قرار گرفته است. به عنوان مثال [۷] از درمینان ماتریس اطلاعات فیشر استفاده نموده است که ارتباط نزدیکی با معیار بهینگی D [۸] در تئوری طرح آزمایش علم آمار دارد. در [۹] و [۱۰] نشان داده شده است که استفاده از اثر معکوس ماتریس اطلاعات فیشر (که به معیار بهینگی A مشهور است) در مکان یابی با زاویه سمت معیار مناسب تری نسبت به معیار بهینگی D است.

مسئله دیگری که در انتخاب معیار بهینگی وجود دارد مربوط به انتخاب زمانی است که معیار مورد نظر در آن زمان بهینه می شود. به عنوان مثال در [۷] پیشنهادی در درمینان ماتریس اطلاعات فیشر در یک گام جلوتر،

معیار تعیین مسیر رویت گر است؛ در صورتی که در [۱۱] پیشنهادی در درمینان ماتریس اطلاعات فیشر در لحظه نهایی در نظر گرفته شده است. مسیرهای تولید شده با روش هایی که تنها یک گام به جلو را در نظر می گیرند به صورت مارپیچ حول هدف می باشند [۱۲]. از طرف دیگر در روش هایی که بهینه سازی در زمان نهایی را در نظر گرفته اند مسیر بهینه به گونه ای خواهد بود که در ابتدا رویت گر خود را به هدف نزدیک کرده و سپس شروع به دور زدن آن می کند [۱۳].

اکثر حس گرهایی که برای اندازه گیری زاویه سمت استفاده می شوند، میدان دید محدودی دارند که در تعیین مسیر بهینه رویت گر باید لحاظ شود. در [۱۱] وجود قید به صورت کلی در نظر گرفته شده است که می تواند شامل قید میدان دید نیز باشد ولی روش ارائه شده برون خط<sup>۸</sup> است. مرجع [۷] نیز قید در حالت کلی را در نظر گرفته است و روشی مبتنی بر بهینه سازی درمینان ماتریس اطلاعات فیشر در یک گام به جلو ارائه داده است که در هر لحظه یک مسئله بهینه سازی غیرخطی برای تعیین جهت حرکت رویت گر حل می شود و پردازش نسبتاً زیادی را می طلبد. در [۱۴] قید میدان دید در نظر گرفته شده و روشی مبتنی بر جستجو برای تعیین مسیر بهینه رویت گر ارائه شده است که در آن برای کاهش زمان جستجو ابتدا مسیرهایی را به صورت قطعه قطعه خطی به عنوان مسیرهای کاندید تولید می کند سپس در بین مسیرهای کاندید، بهترین مسیر را جستجو می کند. در این روش با زیاد شدن فاصله رویت گر از هدف تعداد مسیرهای کاندید نیز به شدت افزایش می یابد و باعث کند شدن روش ارائه شده می شود.

تلاش هایی نیز برای حل تحلیلی این موضوع صورت گرفته است. به عنوان مثال در [۱۳] با در نظر گرفتن یک حد پایین برای درمینان ماتریس اطلاعات فیشر در لحظه نهایی [۱۵] و با استفاده از تئوری حساب تغییرات، رابطه ای بین جهت حرکت (کورس) رویت گر و زاویه سمت هدف در مسیر بهینه بدون در نظر گرفتن قید میدان دید ارائه شده است. در مرجع [۱۶] نیز با در نظر گرفتن دو معیار بهینگی D و دقت تخمین برد هدف در لحظه نهایی و بدون در نظر گرفتن قید میدان دید، سعی شده است تا روشی تحلیلی برای حل این مسئله ارائه شود ولی در پایان تنها موفق به حل مسئله به صورت تحلیلی - عددی شده است. در [۱۷] با ساده سازی و ثابت در نظر گرفتن حالت نهایی رویت گر و همچنین بدون توجه به قید میدان دید، کنترل بهینه حلقه بازی ارائه شده است.

در این مقاله روشی بلادرنگ برای کنترل یک رویت گر متحرک در مسیر بهینه ارائه شده است. فرض شده است که رویت گر از مکان خود آگاه است و با اعمال فیلتر کالمن توسعه یافته<sup>۹</sup> (EKF) بر روی اندازه گیری های زاویه سمت به دست آمده از هدفی ساکن (با موقعیت نامعلوم)، مکان آن را تخمین می زند. با بررسی خصوصیات مسیر بهینه، نشان داده می شود که در مسیر بهینه رابطه ای بین کورس رویت گر و

<sup>1</sup> Access Point

<sup>2</sup> Field Of View

<sup>3</sup> Angle of Arrival

<sup>4</sup> Time of Arrival

<sup>5</sup> Time Delay of Arrival

<sup>6</sup> Receive Signal Strength

<sup>7</sup> Fisher Information Matrix

<sup>8</sup> Offline

<sup>9</sup> Extended Kalman Filter

$x^t$ و $y^t$	مکان دوبعدی هدف
$\dot{x}^t$ و $\dot{y}^t$	سرعت هدف به ترتیب در جهت $x$ و $y$
$x^0$ و $y^0$	مکان دوبعدی رویت گر
$\dot{x}^0$ و $\dot{y}^0$	سرعت رویت گر به ترتیب در جهت $x$ و $y$
$v^0$	اندازه سرعت خطی رویت گر
$v_{max}^0$	بیشینه سرعت خطی رویت گر
$\theta^0$	جهت حرکت یا همان کورس رویت گر
$\omega_x$ و $\omega_y$	عدم قطعیت سرعت هدف در جهت $x$ و $y$ ، متغیرهای تصادفی گوسی مستقل با میانگین صفر و واریانس های به ترتیب $\sigma_x^2$ و $\sigma_y^2$
<b>Q</b>	ماتریس کوواریانس متغیر تصادفی برداری $[\omega_x \ \omega_y]$ که برابر است با $\begin{bmatrix} \sigma_x^2 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 \end{bmatrix}$
$v$	نویز اندازه گیری، گوسی با میانگین صفر و واریانس $\sigma_v^2$
$t_f$	زمان نهایی
$z$ و $\beta$	به ترتیب مقدار واقعی و اندازه گیری شده زاویه سمت هدف
$\beta_0$ و $\beta_f$	زاویه سمت هدف به ترتیب در لحظه اولیه و نهایی
$\hat{x}^t$ و $\hat{y}^t$	تخمین مکان هدف
$\hat{\beta}$	تخمین $\beta$
$\hat{r}$	فاصله تخمینی رویت گر تا هدف
<b>P</b> و <b>P-dot</b>	به ترتیب ماتریس کوواریانس خطای تخمین مکان هدف و مشتق آن بر حسب زمان
<b>P<sub>f</sub></b>	کوواریانس خطای تخمین مکان در زمان نهایی
$p_{ij}$	عنصر مربوط به سطر $i$ ام و ستون $j$ ام ماتریس <b>P</b>
<b>H</b>	گرادیان $\beta$ نسبت به $[x^t \ y^t]$ در نقطه $[\hat{x}^t \ \hat{y}^t]$
<b>FIM</b>	ماتریس اطلاعات فیشر
<b>x</b>	بردار پنج در یک $[x^0 \ y^0 \ p_{11} \ p_{21} \ p_{22}]^T$
$\dot{\mathbf{x}}$	مشتق <b>x</b> بر حسب زمان
$\mathbf{x}_f$	مقدار <b>x</b> در لحظه نهایی
<b>u</b>	بردار دو در یک $[v^0 \ \theta^0]^T$
$\alpha$	میدان دید رویت گر

معادلات فضای حالت زمان پیوسته یک هدف ساکن با اندازه گیری تنها زاویه سمت به صورت زیر می باشند:

$$\dot{x}^t = \omega_x \quad (۱)$$

$$\dot{y}^t = \omega_y \quad (۲)$$

$$z = \beta + v \quad (۳)$$

که در آن  $\beta$  (شکل ۱) به صورت زیر تعریف می شود:

$$\beta(x^t, y^t) = \tan^{-1} \frac{x^t - x^0}{y^t - y^0} \quad (۴)$$

زاویه سمت هدف وجود دارد و این رابطه مستقل از موقعیت اولیه رویت گر و موقعیت هدف است. با برازش یک تابع خطی کسری بر روی داده های به دست آمده از شبیه سازی، این رابطه با تقریب بسیار خوبی به دست می آید و به منظور هدایت حلقه بسته رویت گر در مسیر بهینه، قانون کنترلی بر اساس آن ارائه می شود. سپس قانون ارائه شده به گونه ای اصلاح می شود تا محدودیت میدان دید حس گر نیز لحاظ شود. برای تعیین مسیر بهینه از معیار بهینگی A (اثر معکوس ماتریس اطلاعات فیشر) استفاده شده است. از آنجا که ماتریس اطلاعات فیشر علاوه بر مسیر رویت گر به مقدار واقعی مکان هدف نیز وابسته است و مقدار واقعی مکان هدف معلوم نیست، در عمل استفاده از ماتریس اطلاعات فیشر امکان پذیر نیست، لذا از کوواریانس خطای تخمین به عنوان تقریبی از معکوس ماتریس اطلاعات فیشر استفاده شده است. در واقع معیار بهینگی، اثر کوواریانس خطای تخمین مکان در لحظه نهایی در نظر گرفته شده است و نشان داده می شود که این معیار باعث کاهش بیشتر کوواریانس خطای تخمین در درازمدت نسبت به روش یک گام به جلو خواهد شد. روش ارائه شده در این مقاله مانند روش Hammel [۱۳] رابطه ای بین کورس رویت گر و سمت هدف در مسیر بهینه ارائه می دهد با این تفاوت که رابطه Hammel رابطه ای خطی است و رابطه ارائه شده در این مقاله به صورت خطی کسری است که باعث تولید مسیرهای بسیار نزدیک تر به مسیر بهینه می شود. این روش به صورت عملی نیز بر روی یک ربات با دو چرخ محرک و یک دوربین متصل به آن به عنوان حس گر تشخیص دهنده سمت، پیاده شده است.

ساختار این مقاله به صورت زیر است. در بخش ۲ این مسئله در چهارچوب تئوری کنترل بهینه مدل می شود. سپس در بخش ۳ تأثیر مسیر رویت گر بر کوواریانس خطای تخمین بررسی می شود و نشان داده می شود که با کاهش زمان نهایی، مسیر بهینه بیشتر دایره ای شکل خواهد بود. در بخش ۴ مسیر بهینه به ازای موقعیت های مختلف رویت گر و هدف به صورت عددی به دست می آید و نشان داده می شود که در مسیر بهینه رابطه بین کورس رویت گر و سمت هدف، مستقل از موقعیت های مختلف رویت گر و هدف است. در ادامه و در بخش ۵ با برازش یک تابع خطی کسری بر نمودار کورس - سمت، قانون کنترل در مسیر بهینه حاصل و عملکرد آن با قانون کنترل ارائه شده توسط Hammel [۱۳] مقایسه می شود. تغییر قانون کنترل به منظور در نظر گرفتن میدان دید محدود رویت گر نیز در بخش ۶ انجام می شود. در بخش ۷ مسئله کنترل رویت گر در مسیر بهینه همزمان با مکان یابی هدف ساکن در نظر گرفته می شود. نتایج حاصل از پیاده سازی این روش روی ربات متحرک در بخش ۸ آمده است و در نهایت در بخش ۹ جمع بندی و نتیجه گیری و پیشنهادهایی برای ادامه کار ارائه می شود.

## ۲- مدل سازی مسئله

متغیرهای استفاده شده در متن مقاله به شرح زیر می باشند:

که در آن

$$h(\mathbf{x}_f) = \text{tr}(\mathbf{P}_f) = p_{11}(t_f) + p_{22}(t_f) \quad (14)$$

تابع  $\mathbf{f}$  نیز از روی (۶)، (۹) و (۱۰) ساخته می‌شود. لازم به ذکر است که اگر  $\mathbf{P}_0$  در لحظه اولیه ( $t_0$ ) متقارن باشد با توجه به (۶)،  $\mathbf{P}$  در بقیه زمان‌ها نیز متقارن خواهد ماند. لذا همواره  $p_{12}$  با  $p_{21}$  برابر خواهد بود. به همین دلیل در بردار حالت  $\mathbf{x}$ ،  $p_{12}$  درج نشده است.

### ۳- بررسی تاثیر مسیر رویت گر بر کواریانس

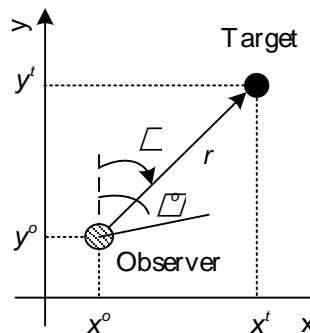
#### خطای تخمین

به منظور بررسی تاثیر مسیر رویت گر بر تابع هزینه (۱۲) شبیه‌سازی زیر انجام شده است. در این شبیه‌سازی فرض می‌شود  $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = 0.01$ ،  $\sigma_v = 5^\circ$  و سرعت رویت گر در تمام لحظات  $v^0 = 0.5 \frac{m}{s}$  بوده و از مبدا شروع به حرکت نماید  $[x^0(t_0) \ y^0(t_0)] = [0 \ 0]$  و جهت آن  $(\theta^0)$  در طول مسیر همواره ثابت باشد. مکان هدف نیز  $[0 \ 5]$  در نظر گرفته شده است. همچنین زمان نهایی  $t_f$ ،  $\rho$  برابر مدت زمان لازم برای رسیدن رویت گر به هدف در حرکت مستقیم، در نظر گرفته می‌شود یعنی

$$t_f = \rho \frac{\| [x^t - x^0(t_0) \ y^t - y^0(t_0)] \|}{v^0} \quad (15)$$

مسیر رویت گر و  $\text{tr}(\mathbf{P})$  به ازای  $\rho = 0.5$  و سه مقدار مختلف  $\theta^0$  در شکل ۲ نشان داده شده است. همانطور که انتظار می‌رفت اگر رویت گر به طور مستقیم به طرف هدف حرکت کند ( $\theta^0 = 0^\circ$ )،  $\text{tr}(\mathbf{P})$  زیاد خواهد بود. در واقع در این حالت مسئله رویت‌ناپذیر است و دترمینان  $\mathbf{P}$  صفر می‌شود و حرکت در این مسیر باعث کاهش اثر کواریانس خطای تخمین نمی‌شود. نکته مهم دیگر این است که با اینکه حرکت با زاویه  $90^\circ$  نسبت به هدف در ابتدا باعث کاهش بیشتر  $\text{tr}(\mathbf{P})$  می‌شود ولی حدوداً از ثانیه چهار به بعد،  $\text{tr}(\mathbf{P})$  برای مسیر با زاویه  $30^\circ$  کمتر شده است. در شکل ۳  $\text{tr}(\mathbf{P}_f)$  بر حسب  $\theta^0$  رسم شده است. ملاحظه می‌شود که به ازای  $\theta^0 = 48^\circ$ ،  $\text{tr}(\mathbf{P}_f)$  کمینه شده است و این یعنی اگر رویت گر تنها قادر به حرکت در مسیر مستقیم باشد و زمان نهایی نصف زمان مورد نیاز برای رسیدن مستقیم رویت گر به هدف باشد ( $\rho = 0.5$ )، آنگاه اگر رویت گر با کورس  $\theta^0 = 48^\circ$  نسبت به خط واصل مکان اولیه رویت گر و هدف حرکت کند،  $\text{tr}(\mathbf{P}_f)$  کمترین مقدار ممکن را خواهد داشت (البته با مقادیر ذکر شده در بالا برای  $\sigma_x^2$ ،  $\sigma_y^2$  و  $\sigma_v$ ).

کورس بهینه به ازای مقادیر مختلف  $\rho$  در شکل ۴ رسم شده است. نکته قابل توجه این است که با کاهش  $\rho$  که منجر به کاهش زمان نهایی می‌شود، کورس بهینه به  $90^\circ$  نزدیک می‌شود و این یعنی اگر هدف کمینه کردن  $\text{tr}(\mathbf{P})$  در آینده نزدیکتر باشد (مثل روش یک گام به جلو)، مسیر بهینه بیشتر دایره‌ای شکل خواهد بود. کمینه تابع هزینه به



شکل ۱: سناریوی ردیابی تنها با زاویه سمت

معادلات زمان پیوسته EKF برای تخمین مکان هدف در سیستم فوق به صورت زیر می‌باشد [۱۸]:

$$\begin{bmatrix} \hat{x}^t \\ \hat{y}^t \end{bmatrix} = \frac{\mathbf{P}\mathbf{H}^T}{\sigma_v^2} (z - \hat{\beta}) \quad (5)$$

$$\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{Q} - \frac{1}{\sigma_v^2} \mathbf{P}\mathbf{H}^T\mathbf{H}\mathbf{P} \quad (6)$$

که در آن  $\mathbf{H}$  به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \beta}{\partial x^t} & \frac{\partial \beta}{\partial y^t} \end{bmatrix}_{x^t=\hat{x}^t, y^t=\hat{y}^t} = \frac{[\cos \hat{\beta} \quad -\sin \hat{\beta}]}{\hat{r}} \quad (7)$$

$\hat{r}$  نیز در رابطه زیر صدق می‌کند:

$$\hat{r}^2 = (\hat{x}^t - x^0)^2 + (\hat{y}^t - y^0)^2 \quad (8)$$

همچنین معادلات دینامیکی رویت گر با توجه به شکل ۱ به صورت زیر می‌باشند:

$$\dot{x}^0 = v^0 \sin \theta^0 \quad (9)$$

$$\dot{y}^0 = v^0 \cos \theta^0 \quad (10)$$

به منظور تعیین مسیر بهینه رویت گر بر اساس معیار بهینگی  $A$  که برابر اثر (مجموع عناصر قطری) معکوس ماتریس اطلاعات فیشر می‌باشد و با استفاده از تقریب  $\mathbf{P} \cong \mathbf{FIM}^{-1}$ ، تابع هزینه به صورت

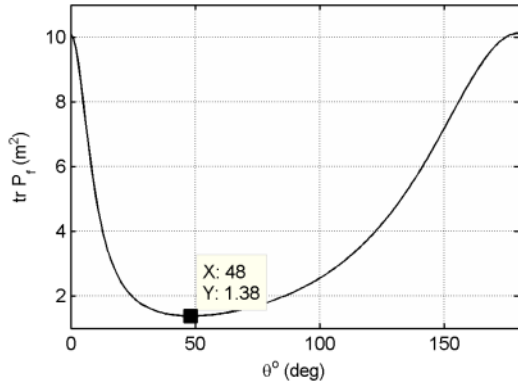
$$J = \text{tr}(\mathbf{P}_f) \quad (11)$$

در نظر گرفته می‌شود که در آن منظور از  $\text{tr}(\cdot)$  اثر ماتریس می‌باشد. با فرض اینکه مکان هدف معلوم باشد مسئله بهینه‌سازی فوق را می‌توان به فرم مسئله کنترل بهینه زیر نوشت:

$$\min h(\mathbf{x}_f) \quad (12)$$

با قید

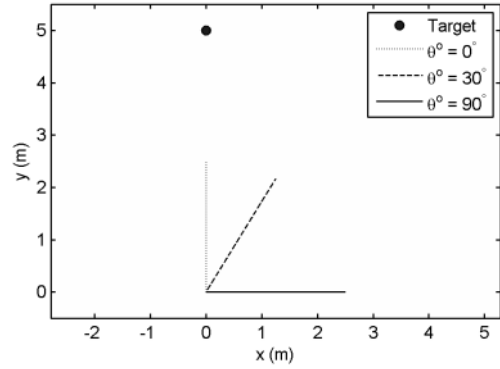
$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (13)$$



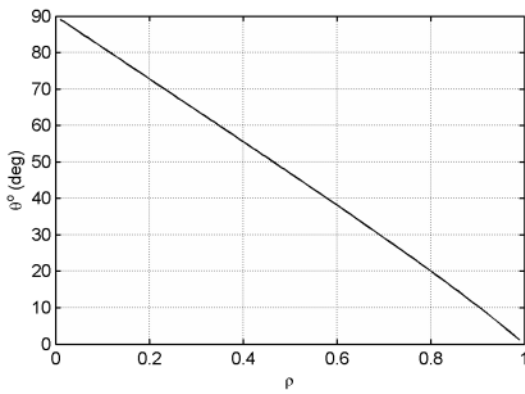
ازای مقادیر مختلف  $\rho$  در شکل ۵ نشان داده شده است. آنچه که از این نمودار نتیجه می‌شود این است که هر چه زمان نهایی بیشتر باشد، اثر کواریانس خطای تخمین نهایی به ازای کورس بهینه نیز کمتر خواهد بود. مشخص است که مصالح‌های بین زمان نهایی و کواریانس خطای نهایی وجود دارد. لذا به منظور تعیین مسیر بهینه رویت گر به دو صورت می‌توان عمل نمود:

۱. با زمان نهایی مشخص، کواریانس خطای نهایی کمینه شود.
۲. با کواریانس خطای نهایی معلوم، زمان نهایی کمینه شود.

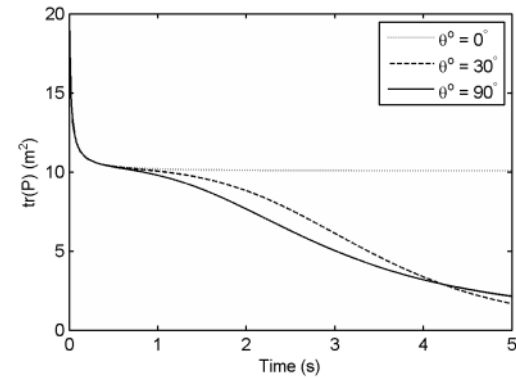
شکل ۳:  $tr(\mathbf{P})$  در لحظه نهایی به ازای جهت‌های مختلف حرکت رویت گر. کمینه  $tr(\mathbf{P}_f)$  ۱.۳۸ می‌باشد که به ازای کورس  $\theta^o = 48^o$  اتفاق افتاده است.



(الف)

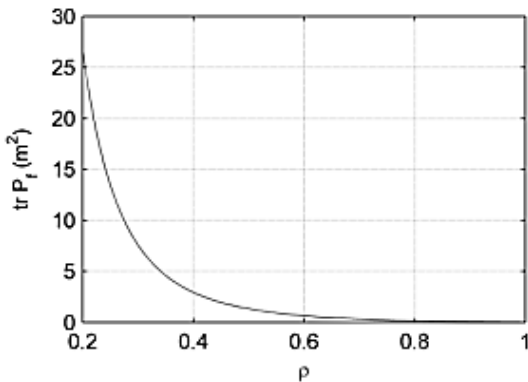


شکل ۴: کورس بهینه به ازای مقادیر مختلف  $\rho$ .



(ب)

شکل ۵: تاثیر مسیر رویت گر بر  $tr(\mathbf{P})$  (الف) مسیر رویت گر به ازای چند مقدار مختلف  $\theta^o$ . (ب) تغییرات  $tr(\mathbf{P})$  در طول زمان.



شکل ۵: تابع هزینه به ازای کورس بهینه بر حسب مقادیر مختلف  $\rho$ .

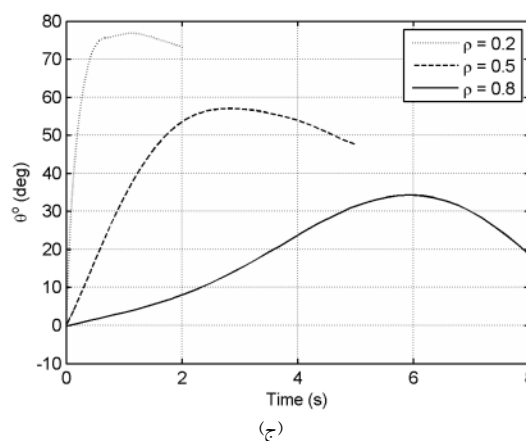
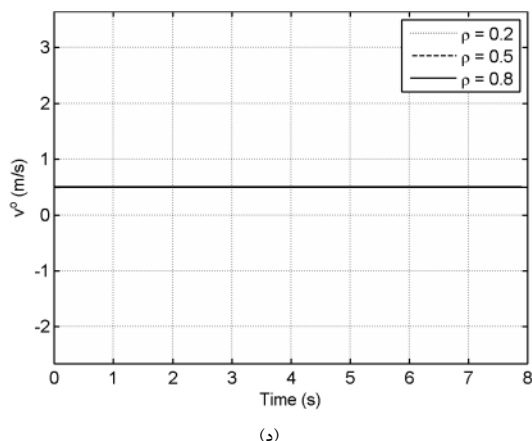
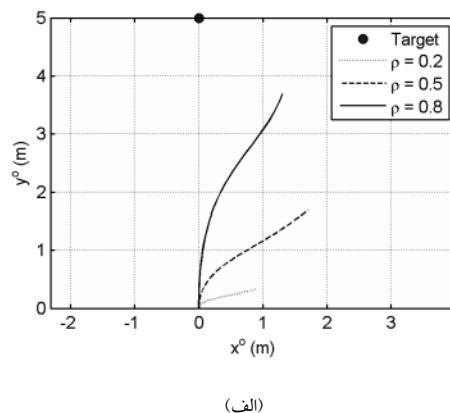
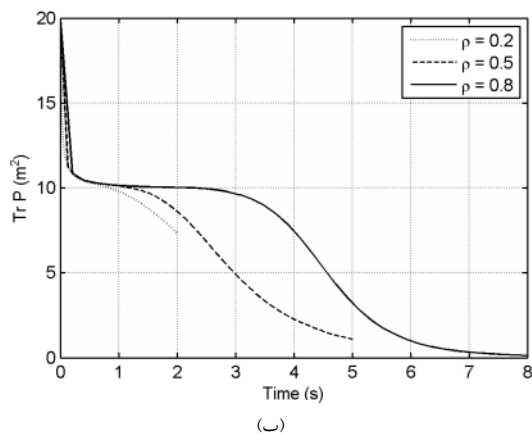
از آنجا که کواریانس خطای نهایی وابسته به دقت اندازه‌گیری و مدل سیستم می‌باشد، تعیین مقدار مناسب آن معمولاً اگر نگوئیم نشدنی ولی مشکل است و ممکن است حتی این نوع مسئله جواب بهینه هم نداشته باشد یا زمان نهایی بهینه صفر شود (یعنی اگر رویت گر حرکت نکند بهتر است!) [۱۹]. لذا در این پژوهش بهینگی نوع اول مد نظر قرار گرفته است. به عبارت دیگر هدف رسیدن به کمینه کواریانس خطای نهایی ممکن در زمان نهایی مشخص است.

### ۴- تعیین مسیر بهینه با استفاده از بسته نرم افزاری

#### GPOPS

قبلا فرض شد سرعت رویت گر ثابت و معلوم و کورس آن نیز ثابت ولی نامعلوم است و کورس بهینه با کمینه کردن  $tr(P_f)$  حاصل شد. اکنون با حذف این دو محدودیت، هم سرعت بهینه و هم کورس بهینه

رویت گر به منظور کمینه کردن  $tr(P_f)$  تعیین می شود. البته برای اینکه مسئله جواب داشته باشد کران بالای سرعت رویت گر  $v_{max}^o = 0.5 \frac{m}{s}$  در نظر گرفته شده است. در واقع در پی حل مسئله کنترل بهینه (۱۲) و (۱۳) هستیم. قبل از ارائه یک قانون کنترل، ابتدا این مسئله با بسته نرم افزاری GPOPS [۲۰-۲۳] حل می شود.



شکل ۶: (الف) مسیر بهینه، (ب)  $tr(P)$  بهینه، (ج) کورس بهینه، (د) سرعت بهینه به ازای مقادیر مختلف  $\rho$ .

که همواره برابر بیشینه مقدار خود می باشد (شکل ۶-د). لذا در حل مسئله کنترل بهینه (۱۲) و (۱۳)، با ثابت نگه داشتن سرعت در مقدار بیشینه خود، تنها کافی است که کورس بهینه رویت گر در هر لحظه بدست آید. مسیرهای بهینه به ازای  $\rho = 0.5$  و مقادیر مختلف برد اولیه  $(r_0)$  و سمت اولیه  $(\beta_0)$  در شکل ۷ رسم شده اند. آنچه که واضح است موازی بودن این مسیرها نسبت به یکدیگر به ازای سمت اولیه مشخص است. این طور به نظر می رسد که اگر  $\beta_0$  ثابت باشد، رویت گر با هر فاصله ای از هدف که شروع به حرکت کند رابطه بین کورس آن و زاویه سمت هدف در مسیر بهینه یکسان خواهد بود. نمودار شکل ۸ این موضوع را ثابت می کند.

به علاوه اگر مسیرهای بهینه نسبت به خط واصل مکان اولیه رویت گر و هدف در نظر گرفته شوند آنگاه رابطه بین کورس رویت گر و سمت هدف در مسیر بهینه کاملا مستقل از موقعیت اولیه رویت گر و

نرم افزار GPOPS از روش شبه طیفی<sup>۱</sup> که جزء روش های مستقیم<sup>۲</sup> برای حل عددی مسائل کنترل بهینه می باشد، استفاده می کند. در شکل ۶ به ازای سه مقدار مختلف پارامتر  $\rho$  جواب بهینه بدست آمده ارائه شده است. نتایج بدست آمده با نتایج شبیه سازی قبل (رویت گر با کورس ثابت) همخوانی دارد. با توجه به نمودار شکل ۶-الف، همانطور که انتظار می رفت هر چه زمان نهایی کمتر باشد ( $\rho$  کمتر باشد)، مسیر بهینه بیشتر شبیه دایره خواهد بود و در این حالت اگر رویت گر به جای اینکه خود را به هدف نزدیک کند آن را دور بزند بهتر است (شکل ۶-ب). از طرف دیگر با افزایش زمان نهایی، رویت گر ابتدا خود را به هدف نزدیک کرده سپس آن را دور می زند به این ترتیب کواریانس خطای نهایی کمتری حاصل می شود. نکته قابل توجه دیگر اندازه سرعت بهینه رویت گر است

<sup>1</sup> Pseudospectral  
<sup>2</sup> Direct Methods

نمودار  $\theta^o - \beta_0$  بر حسب  $\beta - \beta_0$  دارای دو مجانب عمودی و مورب می باشد. فرم کلی یک تابع خطی کسری که این خاصیت را داشته باشد به صورت زیر است:

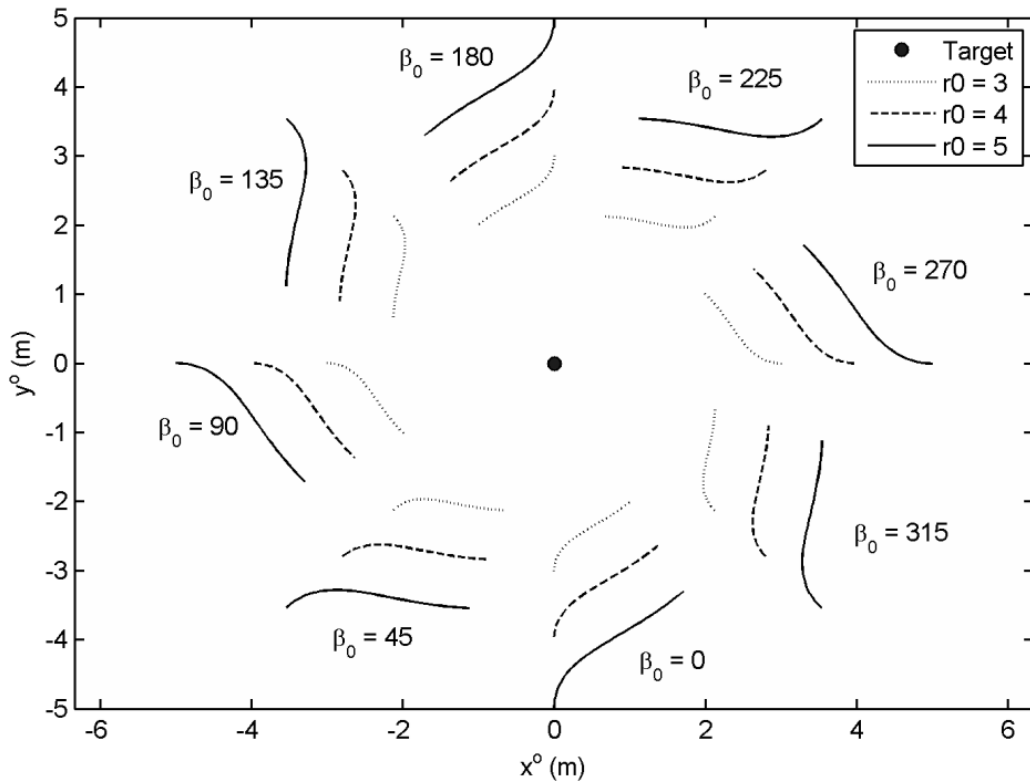
$$\theta^o - \beta_0 = a(\beta - \beta_0) + b + \frac{c}{\beta - \beta_0 + d} \quad (16)$$

مجانب عمودی این تابع  $\beta - \beta_0 = -d$  و مجانب مورب آن  $\theta^o - \beta_0 = a(\beta - \beta_0) + b$  می باشد. با استفاده از داده های نمودار شکل ۸ (بر حسب رادیان) و استفاده از روش کمینه مربعات غیرخطی، پارامترهای  $a$ ،  $b$ ،  $c$  و  $d$  تخمین زده شدند. مقادیر بدست آمده برای این پارامترها در جدول ۱ آورده شده است.

موقعیت هدف خواهد بود. شکل ۸ رابطه بین  $\theta^o - \beta_0$  و  $\beta - \beta_0$  را به ازای تمام مسیرهای رسم شده در شکل ۷ نشان می دهد. مشخص است که به ازای تمام این مسیرها نمودار یکسانی تولید شده است. با استفاده از این واقعیت می توان قانون کنترلی برای تولید مسیر بهینه رویت گر بدست آورد.

### ۵- قانون کنترل برای تولید مسیر بهینه رویت گر

با توجه به نتایج شبیه سازی قبل مشخص شد که رابطه بین کورس رویت گر و سمت هدف در مسیر بهینه یک رابطه ثابت است. در این قسمت به دنبال پیدا کردن این رابطه هستیم. از شکل ۸ مشخص است که

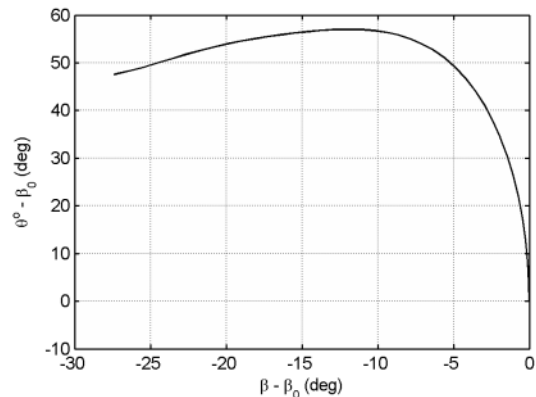


شکل ۷: مسیرهای بهینه به ازای  $\rho = 0.5$  و مقادیر مختلف  $r_0$  و  $\beta_0$ .

جدول ۱: پارامترهای تخمین زده شده برای رابطه بین کورس و سمت.

پارامتر	$a$	$b$	$c$	$d$
مقدار	1.045	1.47	0.06794	-0.04875

در شکل ۹ نمودار تخمینی کورس بر حسب سمت با نمودار واقعی آن مقایسه شده است. ملاحظه می شود که نمودار تخمینی به خوبی نمودار واقعی را دنبال می کند. لذا می توان از (۱۶) به عنوان قانون کنترل جهت تولید مسیر بهینه استفاده نمود. در واقع اگر زمان نهایی نصف مدت زمان لازم برای رسیدن رویت گر به هدف در حرکت مستقیم باشد ( $\rho = 0.5$ )، قانون کنترل (۱۶) برقرار خواهد بود.



شکل ۸:  $\theta^o - \beta_0$  بر حسب  $\beta - \beta_0$  به ازای  $\rho = 0.5$  و مقادیر مختلف  $r_0$  و  $\beta_0$ .

در روش Hammel رابطه بین کورس رویت گر و سمت هدف در مسیر بهینه به صورت زیر می باشد:

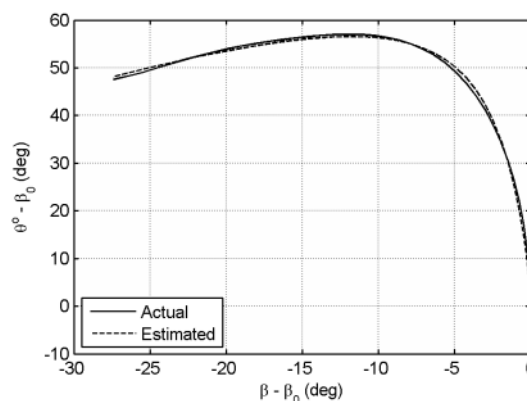
$$\theta^o = 3\beta_f - 2\beta + \frac{\pi}{2} \quad (17)$$

که در آن  $\beta_f$  طبق رابطه غیرخطی ناصریح زیر با  $\beta_0$  مرتبط است:

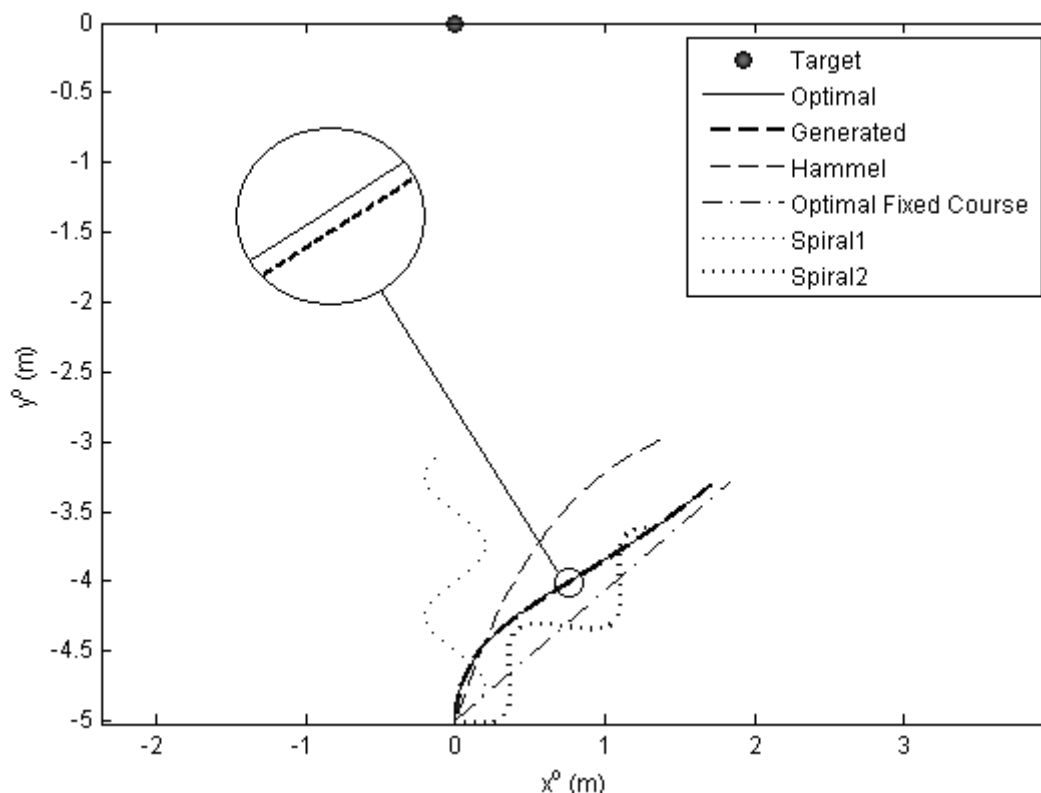
$$\rho = \cos^{\frac{1}{3}}[3(\beta_f - \beta_0)] \int_{\beta_f}^{\beta_0} \frac{d\beta}{\cos^{\frac{4}{3}}[3(\beta_f - \beta)]} \quad (18)$$

لازم به ذکر است که بدلیل تفاوت مبدا اندازه گیری زوایا در این مقاله با مقاله Hammel، حدود انتگرال در رابطه فوق جابجا شده اند. با توجه به نمودار شکل ۱۱ مشخص است که روش ارائه شده بهتر از روش Hammel عمل نموده است و  $tr(\mathbf{P})$  در آن همواره کمتر بوده است. ابتدا شاید اینگونه به نظر برسد که چون معیار بهینگی روش Hammel بر اساس معیار بهینگی D بوده است،  $tr(\mathbf{P})$  در آن بیشتر شده است؛ ولی با توجه به نمودار شکل ۱۳ ملاحظه می شود باز هم روش ارائه شده در این مقاله بهتر عمل نموده است و دترمینان  $\mathbf{P}^{-1}$  در آن بیشتر شده است. این مقاله بهتر عمل نموده است و دترمینان  $\mathbf{P}^{-1}$  در آن بیشتر شده است.  $tr(\mathbf{P}_f)$  و  $|\mathbf{P}_f^{-1}|$  این دو روش نیز در شکل ۱۳ با هم مقایسه شده اند.

از بین روش های موجود در تعیین مسیر بهینه روش ارائه شده توسط Hammel [۱۳] بیشترین تشابه را با روش ارائه شده در این مقاله دارد. لذا به منظور بررسی بیشتر عملکرد روش ارائه شده، مسیر تولید شده توسط این روش با مسیر بدست آمده توسط روش Hammel، در شکل ۱۰ مقایسه شده است.



شکل ۹: نمودار واقعی و تخمینی کورس بر حسب سمت.



شکل ۱۰: مقایسه مسیر تولید شده توسط قانون کنترل بدست آمده با مسیر بهینه و دیگر روش ها.

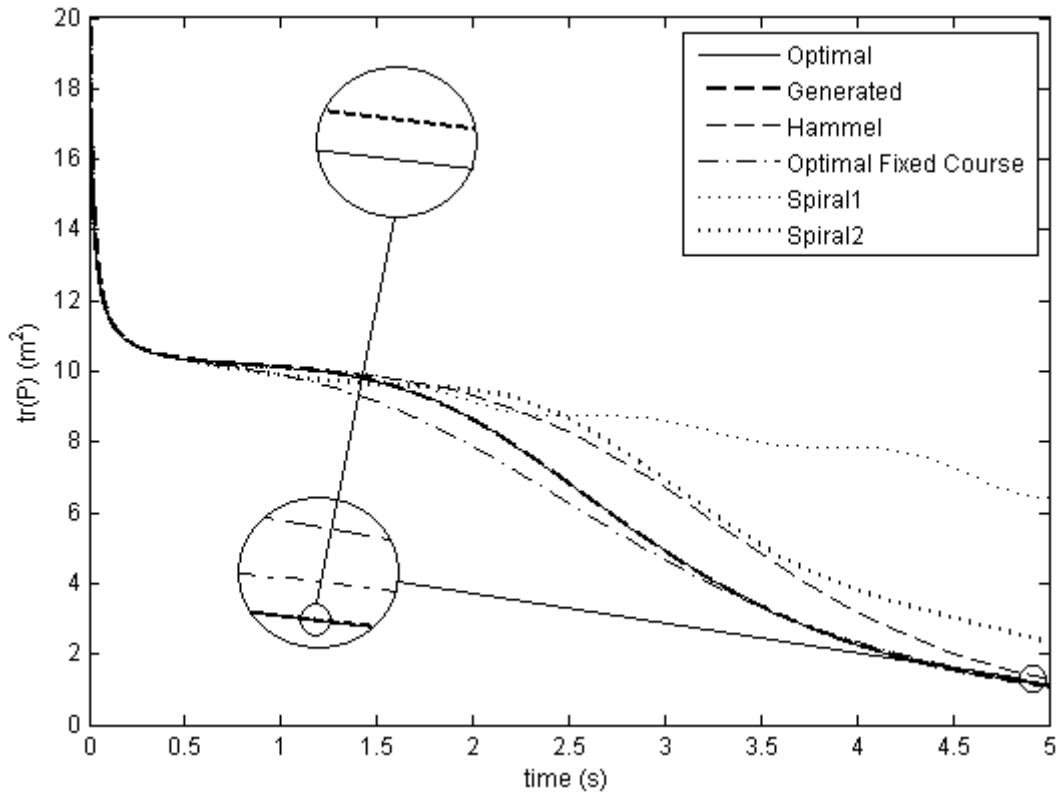
در جهت کورس بهینه می باشد، وضعیت بهتری نسبت به مسیر Spiral1 دارد. از طرف دیگر، مسیر مستقیم الخط در ابتدا (تا قبل از حدود سه ثانیه) بهتر از سایر مسیرها عمل می کند ولی در انتها، این موضوع به نفع دو مسیر بهینه و مسیر تولید شده با قانون کنترل (۱۶) تغییر می کند. نکته قابل توجه

در شکل ۱۰، مسیر مستقیم الخط با کورس بهینه  $48^\circ$  و یک مارپیچ به طرف هدف (Spiral1) و مسیر مارپیچ دیگر در جهت کورس بهینه (Spiral2) نیز رسم شده اند. با توجه به شکل ۱۱،  $tr(\mathbf{P})$  برای هر دو مسیر مارپیچ بیشتر از چهار مسیر دیگر می باشد. البته مسیر Spiral2 که

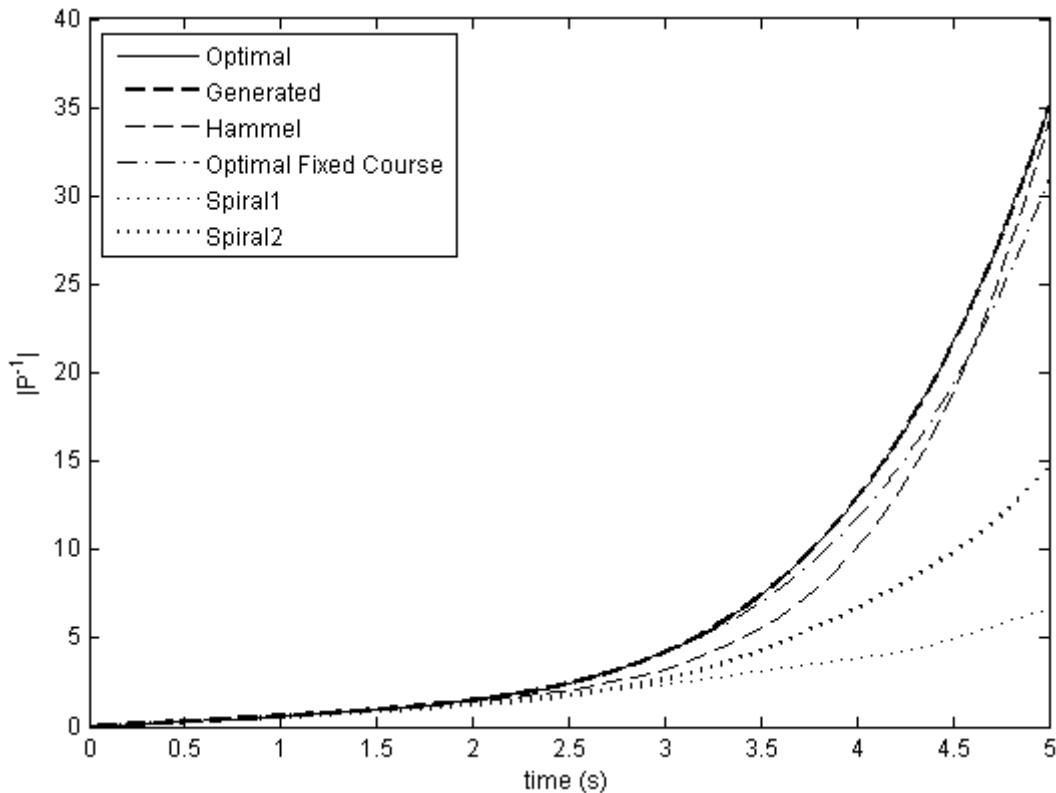


شده در شکل ۱۴ مقایسه شده است. ملاحظه می‌شود که کورس تولید شده به خوبی کورس بهینه را دنبال می‌کند. دیاگرام بلوکی این سیستم نیز در شکل ۱۵ ترسیم شده است.

دیگر تطابق بسیار زیاد  $tr(\mathbf{P})$  برای مسیر تولید شده توسط قانون کنترل (۱۶) با  $tr(\mathbf{P})$  برای مسیر بهینه می‌باشد که نشان دهنده بهینگی بسیار زیاد روش ارائه شده می‌باشد. همچنین کورس بهینه  $\theta_{opt}^0$  نیز با کورس تولید

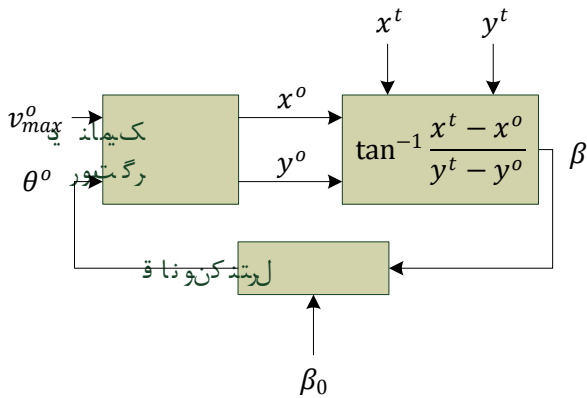


شکل ۱۰:  $tr(\mathbf{P})$  بر حسب زمان، مربوط به شش مسیر شکل ۱۰.

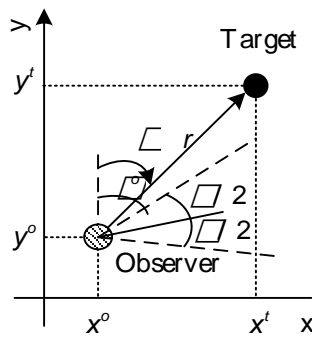


شکل ۱۱:  $|P^{-1}|$  بر حسب زمان، مربوط به شش مسیر شکل ۱۰.

کمتر باشد طوری تغییر داده می شود که قید میدان دید در نظر گرفته شود.



شکل ۱۵: دیاگرام بلوکی سیستم کنترل رویت گر در مسیر بهینه با فرض معلوم بودن مکان هدف ساکن.



شکل ۱۶: رویت گر با میدان دید alpha.

با توجه به شکل ۱۶، اگر میدان دید رویت گر alpha باشد، برای اینکه هدف همواره در دید رویت گر قرار گیرد باید داشته باشیم:

$$-\frac{\alpha}{2} \leq \theta^o - \beta \leq \frac{\alpha}{2} \quad (19)$$

با توجه به (۱۶) خواهیم داشت:

$$\theta^o - \beta \triangleq f(\beta - \beta_0) = \frac{c}{(a-1)(\beta - \beta_0) + b + \beta - \beta_0 + d} \quad (20)$$

تابع f در

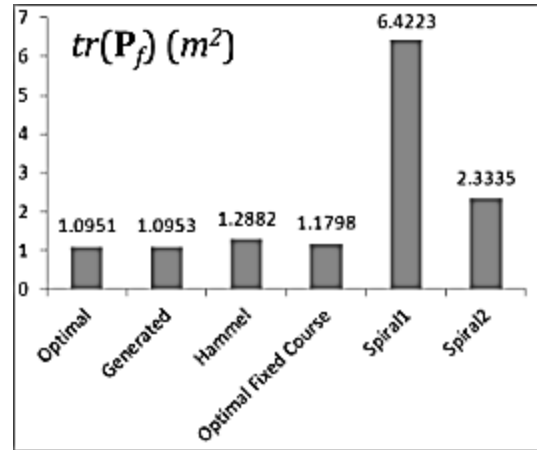
$$\beta - \beta_0 = -\left(\sqrt{\frac{c}{a-1}} + d\right) \quad (21)$$

مقدار بیشینه خود را خواهد داشت که برابر است با

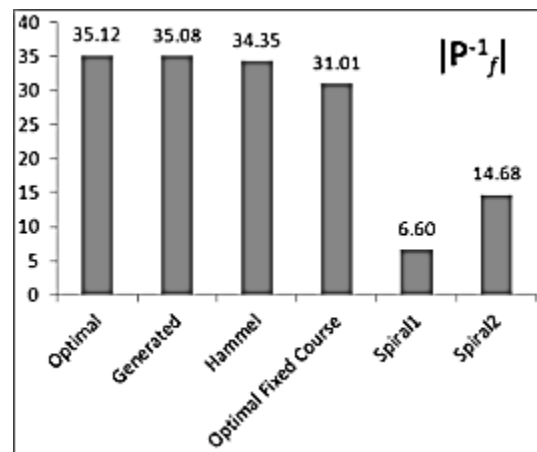
$$\max(\theta^o - \beta) = -(a-1)\left(\sqrt{\frac{c}{a-1}} + d\right) + b - \sqrt{c(a-1)} = b - 2\sqrt{c(a-1)} - d(a-1) \quad (22)$$

با توجه به (۱۹) و مقادیر جدول ۱، اگر

$$\alpha \geq 2 \max(\theta^o - \beta) \cong 156^\circ \quad (23)$$

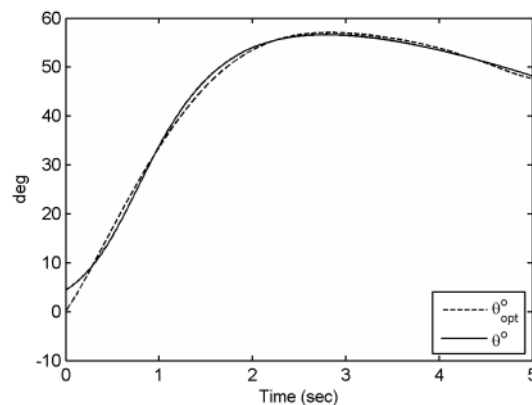


(الف)



(ب)

شکل ۱۳: مقایسه tr(P) (الف) و |P<sup>-1</sup>| (ب) در لحظه نهایی، برای شش مسیر شکل ۱۰.



شکل ۱۴: مقایسه کورس بهینه با کورس تولید شده توسط قانون کنترل.

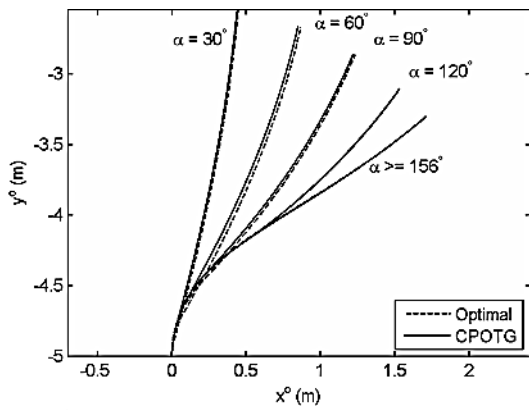
### ۶- در نظر گرفتن قید میدان دید

در این قسمت ابتدا کمینه میدان دید طوری تعیین می شود، که با حرکت در مسیر بهینه بدست آمده از قانون کنترل (۱۶)، هدف همواره در دید رویت گر قرار داشته باشد. بدین ترتیب قید میدان دید تاثیری بر مسیر بهینه نخواهد داشت و قانون کنترل قبل همچنان پا بر جا خواهد بود. پس از آن قانون کنترل برای حالتی که میدان دید از مقدار کمینه مذکور

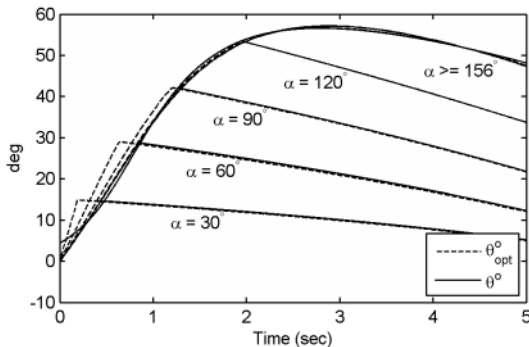
$$\theta^o = \beta + \frac{\alpha}{2} \quad \text{if } f(\beta - \beta_0) < \frac{\alpha}{2} \quad (24)$$

$$\theta^o - \beta_0 = a(\beta - \beta_0) + b + \frac{c}{\beta - \beta_0 + d} \quad \text{Oth.}$$

مسیر بهینه و مسیر تولید شده با استفاده از قانون کنترل (24) وقتی که هدف در مبدا قرار دارد، به ازای میدان دیدهای مختلف در شکل 19 هم مقایسه شده‌اند. ملاحظه می‌شود که مسیر تولید شده بسیار نزدیک مسیر بهینه می‌باشد. شکل 20 کورس بهینه و کورس تولید شده با قانون کنترل بر حسب زمان را به ازای مقادیر مختلف میدان دید نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که اختلاف جزئی بین کورس بهینه و کورس تولید شده قبل از قرار گرفتن هدف در مرز میدان دید وجود دارد و هر چه میدان دید بازتر می‌شود این اختلاف اولیه کمتر و کمتر می‌شود.



شکل 19: مقایسه مسیر بهینه با مسیر تولید شده توسط قانون کنترل با در نظر گرفتن قید میدان دید.

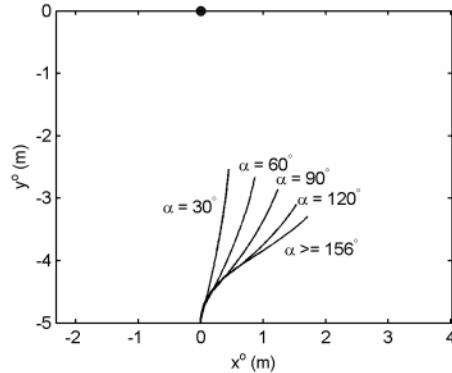


شکل 20: مقایسه کورس بهینه با کورس تولید شده توسط قانون کنترل با در نظر گرفتن قید میدان دید.

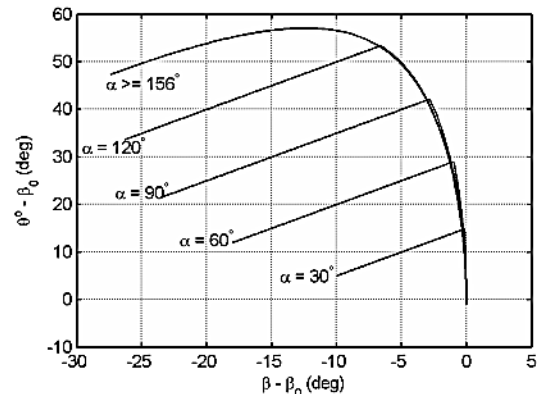
## ۷- تعیین مسیر بهینه همزمان با مکان یابی هدف

در عمل موقعیت هدف معلوم نیست و باید تخمین زده شود، تنها اطلاعاتی که از موقعیت هدف وجود دارد زاویه سمت است که آن نیز آغشته به نویز می‌باشد. خوشبختانه معادله مسیر بهینه (24) تنها وابسته به زاویه سمت هدف می‌باشد. به منظور استفاده از (24)، زاویه سمت اولیه  $\beta_0$  نیز لازم است. می‌توان اولین اندازه‌گیری سمت را به عنوان تخمینی از سمت اولیه استفاده نمود که چون آغشته به نویز می‌باشد راهکار مناسبی

باشد، آنگاه با حرکت در مسیر بهینه، هدف همواره در میدان دید رویت گر قرار خواهد داشت و عملاً قید میدان دید تأثیری بر مسیر بهینه نخواهد داشت. مسیرهای بهینه بدست آمده توسط نرم‌افزار GPOPS با در نظر گرفتن میدان دیدهای مختلف در شکل 17 نشان داده شده‌اند. همانطور که انتظار می‌رفت به ازای  $\alpha \geq 156^\circ$  مسیرهای بهینه یکسانی بدست آمده است.



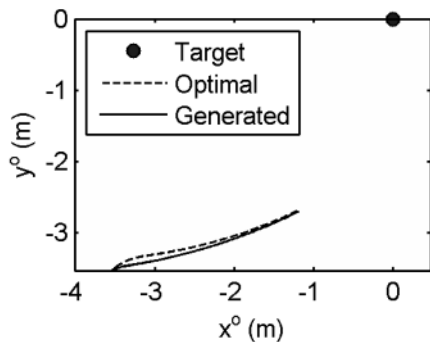
شکل 17: مسیرهای بهینه به ازای مقادیر مختلف میدان دید. به ازای میدان دیدهای بزرگتر از  $156^\circ$  مسیرهای بهینه یکسان شده‌اند.



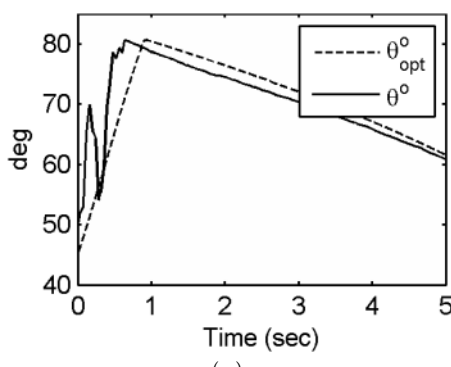
شکل 18:  $\theta^o - \beta_0$  بر حسب  $\beta - \beta_0$  در مسیر بهینه به ازای مقادیر مختلف میدان دید.

با رسم نمودارهای کورس بر حسب سمت در مسیر بهینه به ازای میدان دیدهای مختلف، نمودار شکل 18 بدست آمده است. نکته قابل توجه این است که تغییرات کورس بر حسب سمت تا وقتی که اختلاف آنها از  $\alpha/2$  کمتر باشد تقریباً مثل حالت بدون قید میدان دید است. همینکه این اختلاف به مقدار  $\alpha/2$  می‌رسد (هدف در مرز میدان دید رویت گر قرار می‌گیرد)، کورس رویت گر به صورت خطی با شیب یک نسبت به سمت هدف تغییر می‌کند. به عبارت دیگر مسیر بهینه مانند حالت بدون قید خواهد بود تا اینکه که هدف در مرز میدان دید رویت گر قرار گیرد و از این لحظه به بعد مسیر بهینه به گونه‌ای خواهد بود که هدف در این مرز باقی بماند. لذا قانون کنترل برای حالتی که میدان دید رویت گر محدود است به صورت زیر اصلاح می‌شود:

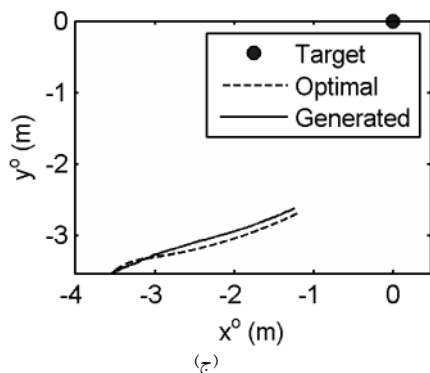
بهینه خود نزدیک‌تر می‌شود (شکل ۲۱ - ب و د). در نتیجه استفاده از تخمین سمت برای تولید مسیر بهینه مطلوب‌تر خواهد بود.



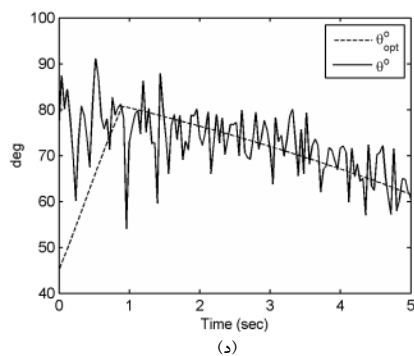
(الف)



(ب)



(ج)



(د)

شکل ۲۱: مسیر رویت گر بدست آمده از تخمین زاویه سمت (الف)، اندازه‌گیری زاویه سمت (ج)، کورس رویت گر بدست آمده از تخمین زاویه سمت (ب)، اندازه‌گیری زاویه سمت (د).

نمی‌باشد و منجر به تولید مسیرهایی می‌شود که از مسیر بهینه فاصله زیادی دارند. راه حلی بهتر برای تخمین  $\beta_0$ ، استفاده از چندین اندازه‌گیری اولیه می‌باشد که در ادامه بیان خواهد شد.

اگر رویت گر در موقعیت اولیه خود ثابت باشد و  $m$  اندازه‌گیری از زاویه سمت هدف انجام دهد، با توجه به (۳) خواهیم داشت:

$$z_i \sim \mathcal{N}(\beta_0, \sigma_v^2), \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (25)$$

که در آن منظور از  $z_i$ ،  $i$ امین اندازه‌گیری اولیه می‌باشد. با توجه به استقلال  $z_i$ ها، تابع توزیع چگالی احتمال توأم آنها به صورت زیر می‌باشد:

$$p(z_1, z_2, \dots, z_m) = \frac{1}{(\sigma_v \sqrt{2\pi})^m} \prod_{i=1}^m \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_v^2}(z_i - \beta_0)^2\right) \quad (26)$$

تخمین بیشینه تشابه سمت اولیه ( $\hat{\beta}_0$ )، به صورت زیر قابل محاسبه خواهد بود

$$\frac{\partial}{\partial \beta_0} \log p(z_1, \dots, z_m) \Big|_{\beta_0 = \hat{\beta}_0} = \sum_{i=1}^m \frac{z_i - \hat{\beta}_0}{\sigma_v^2} = 0 \quad (27)$$

$$\hat{\beta}_0 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m z_i \quad (28)$$

از آنجا که  $z_i$ ها مستقل و گوسی می‌باشند،  $\hat{\beta}_0$  نیز گوسی با میانگین  $\beta_0$  و واریانس  $\sigma_v^2/m$  خواهد بود [۲۴]. لذا هرچه تعداد اندازه‌گیری از سمت اولیه بیشتر باشد، واریانس  $\hat{\beta}_0$  کمتر می‌شود. با توجه به مطلب فوق، تعداد اندازه‌گیری لازم برای اینکه واریانس تخمین اولیه سمت هدف  $\sigma_f^2$  باشد برابر خواهد بود با

$$m = \frac{\sigma_v^2}{\sigma_f^2} \quad (29)$$

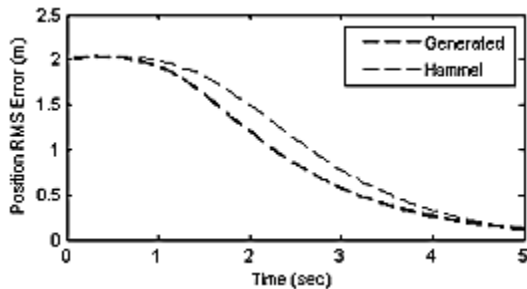
حال که  $\beta_0$  تخمین زده شد، به منظور تعیین مسیر بهینه با استفاده از (۲۴) تنها کافی است تخمینی برای  $\beta$  پیدا کرد. مانند قبل دو رویکرد وجود دارد.

۱. استفاده از اندازه‌گیری زاویه سمت ( $z$ )

۲. استفاده از  $\hat{\beta} = \beta(\hat{x}^t, \hat{y}^t)$

برای بررسی این دو رویکرد با شبیه‌سازی، فرض می‌شود هدف در مبدا قرار دارد. تخمین اولیه سمت هدف با روش فوق محاسبه می‌شود و تخمین اولیه برد آن نیز سه متر در نظر گرفته می‌شود. همچنین در این شبیه‌سازی، میدان دید رویت گر ۷۵ درجه بوده و از  $[-3.5 \quad -3.5]$  شروع به حرکت می‌کند. به منظور رسیدن به انحراف معیار ۰/۵ درجه برای  $\hat{\beta}_0$ ،  $m = 100$  اندازه‌گیری اولیه از زاویه سمت انجام شده است. با توجه به شکل ۲۱ - الف و ج، مسیر بدست آمده با استفاده از  $\hat{\beta}$  در مقایسه با مسیر بدست آمده از  $z$ ، به مسیر بهینه نزدیکتر است. همچنین کورس رویت گر  $\theta^o$  بدست آمده از  $\hat{\beta}$  به مراتب نرم‌تر از حالتی است که از اندازه‌گیری زاویه سمت استفاده شده است و به مرور زمان به مقدار

رسم شده است. ملاحظه می شود که در هر دو روش تخمین مکان هدف بهبود یافته است ولی سرعت کاهش خطای تخمین در روش ارائه شده از روش Hammel بیشتر است. این نتایج موید این موضوع است که در این مسئله حرکت در مسیری که باعث کاهش هر چه بیشتر اثر کواریانس خطای EKF شود، منجر به کاهش بیشتر خطای تخمین خواهد شد.



شکل ۲۴. مقایسه RMS خطای تخمین مکان هدف بر حسب زمان در ۱۰۰ بار تکرار مربوط به روش ارائه شده و روش Hammel.

### ۸- نتایج عملی

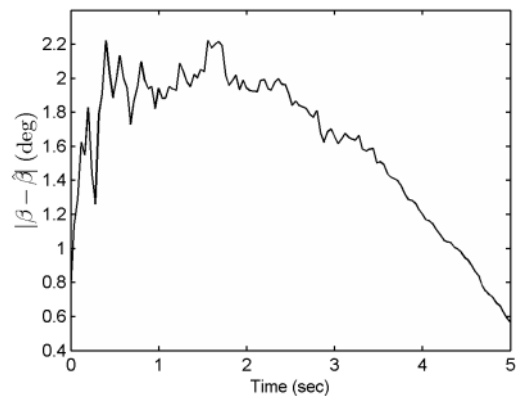
به منظور پیاده سازی عملی روش ارائه شده در این مقاله، از یک ربات که دارای دو چرخ محرک در جلو و یک چرخ هرزگرد در عقب است استفاده شده است (شکل ۲۵). همچنین این ربات مجهز به یک دوربین با میدان دید ۷۵ درجه و تفکیک پذیری ۷۲۰ در ۵۷۶ پیکسل می باشد و قادر است موقعیت و جهت خود را نسبت به یک صفحه متشکل از چندین ردیف نشانگر براق بدست آورد (شکل ۲۶). این صفحه مرجع دارای پنج ردیف هشت تایی نشانگر است که به فاصله ۳۰ سانتیمتر از یکدیگر قرار دارند. نشانگر بالا سمت چپ به عنوان مبدا دستگاه مختصات جهانی انتخاب شده است. با استفاده از روشی مشابه روش ارائه شده در [۲۵]، موقعیت و جهت سه بعدی ربات (شش درجه آزادی) نسبت به این دستگاه مختصات بدست می آید.



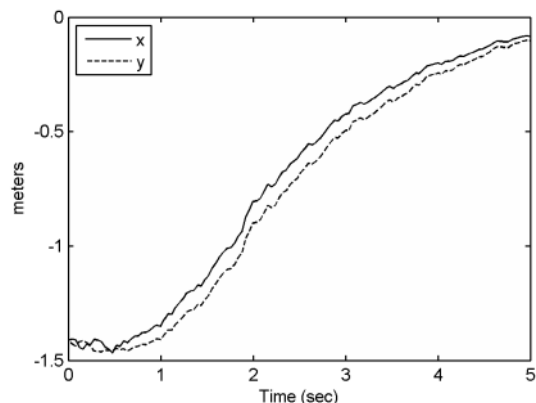
شکل ۲۵. ربات استفاده شده به عنوان رویت گر.

در این مقاله تنها موقعیت و جهت دوبعدی رویت گر مد نظر است؛ لذا با اعمال تبدیلی ساده بر روی موقعیت و جهت سه بعدی ربات،

نکته دیگر، تفاوت مسیر تولید شده با مسیر بهینه می باشد که این امر به خاطر اختلاف موجود بین مقدار واقعی سمت با مقدار تخمینی و یا اندازه گیری شده آن می باشد. در شکل ۲۲ قدر مطلق خطای تخمین زاویه سمت بر حسب زمان رسم شده است. ملاحظه می شود که در لحظات اولیه خطای تخمین زاویه سمت زیاد است و باعث می شود تا کورس بدست آمده با مقدار بهینه آن تفاوت داشته باشد و رویت گر کمی از مسیر بهینه خارج شود. به مرور این خطا کاهش پیدا می کند و کورس رویت گر به مقدار بهینه خود نزدیک می شود. در شکل ۲۳ نیز تخمین مکان هدف بر حسب زمان رسم شده است. مشخص است که تخمین طول و عرض هدف رفته رفته به صفر (مکان واقعی هدف) نزدیک می شوند.



شکل ۲۲. قدر مطلق خطای تخمین زاویه سمت بر حسب زمان.



شکل ۲۳. تخمین مکان هدف در طول زمان.

به منظور بررسی تاثیر روش ارائه شده بر خطای تخمین شبیه سازی دیگری انجام شده است. در این شبیه سازی مسیر تولید شده توسط روش ارائه شده در این مقاله با مسیر تولید شده در روش Hammel از لحاظ RMS خطای تخمین مکان هدف با هم مقایسه می شوند. از آنجا که در روش Hammel محدودیت میدان دید رویت گر لحاظ نمی شود و برای اینکه بتوان مقایسه عادلانه ای بین این دو روش انجام داد، فرض شده است که رویت گر میدان دید ۳۶۰ درجه دارد. بقیه پارامترها مانند شبیه سازی قبل در نظر گرفته شده اند. این شبیه سازی ۱۰۰ بار تکرار شده است. RMS خطای تخمین مکان هدف بر حسب زمان برای هر دو روش در شکل ۲۴

است که ماتریس کواریانس نیز به مرور کاهش می‌یابد که نشان‌دهنده همگرایی EKF می‌باشد. خطای تخمین مکان هدف نیز در شکل ۳۲ آورده شده است. ملاحظه می‌شود که در طول زمان تخمین مکان هدف نیز بهبود یافته است.

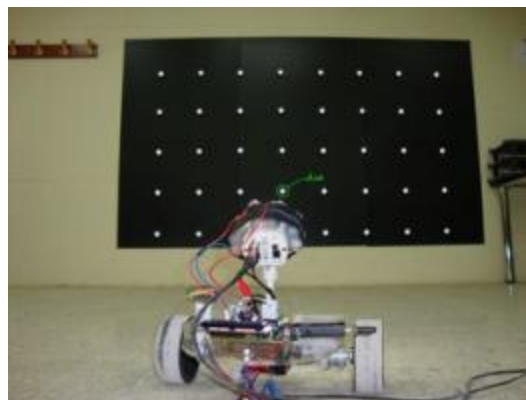
### ۹- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

بخشی از روش ارائه شده در این مقاله به صورت برون‌خط و بخشی به صورت برخط اجرا می‌شود. در بخش برون‌خط که در روندنمای شکل ۳۳ مشخص است قانون کنترل بر اساس مقادیر از پیش تعیین شده  $\rho$ ،  $t_f$ ،  $v_{max}^0$  بدست می‌آید. این قانون، کورس رویت گر را به زاویه سمت هدف مرتبط می‌سازد. یکی از ویژگی‌های این قانون، عدم وابستگی آن به مکان هدف و موقعیت اولیه رویت گر می‌باشد. مادامی که پارامترهای  $\rho$ ،  $t_f$ ،  $v_{max}^0$  ثابت هستند، قانون کنترل، مستقل از موقعیت اولیه رویت گر و هدف، معتبر خواهد بود و می‌توان از آن برای کنترل بلادرنگ رویت گر در مسیر بهینه طبق دیاگرام بلوکی شکل ۳۴ استفاده نمود.

بر اساس شبیه‌سازی‌های انجام شده و پیاده‌سازی عملی آن، مسیرهای تولید شده توسط این روش، بسیار نزدیک به مسیرهای بهینه بوده و با اینکه این روش بر اساس معیار بهینگی A طراحی شده ولی بر اساس معیار بهینگی D نیز خوب عمل می‌کند. از آنجا که کورس بهینه بر اساس سمت هدف بدست می‌آید، روش ارائه شده به صورت حلقه بسته بوده و توانایی مقابله با عدم قطعیت‌های موجود در سیستم از جمله عدم قطعیت در مکان هدف را دارد. علاوه بر بلادرنگ بودن روش ارائه شده، قابلیت در نظر گرفتن محدودیت میدان دید رویت گر، این روش را به روشی بسیار مناسب در کاربردهای عملی تبدیل می‌نماید.

در این مقاله با توجه به شبیه‌سازی‌های صورت گرفته مشخص شد که رابطه بین کورس رویت گر و سمت هدف به خوبی با تابعی خطی کسری قابل تقریب می‌باشد ولی حل تحلیلی برای آن ارائه نشده است. بدین ترتیب بدست آوردن تحلیلی این رابطه به عنوان یکی از کارهایی که در ادامه می‌توان انجام داد در نظر گرفته می‌شود. همچنین ارائه روشی مشابه برای اهداف متحرک و مانوردار نیز برای ادامه این کار پیشنهاد می‌گردد.

موقعیت و جهت دوبعدی آن در اتاق بدست می‌آید (با این فرض که صفحه مرجع عمود بر کف اتاق می‌باشد). یکی از نشان‌گرها که در شکل ۲۷ نیز مشخص است به عنوان هدف در نظر گرفته می‌شود. مختصات دوبعدی این نشان‌گر در اتاق [0.9 0] متر می‌باشد و این ربات با پیمودن مسیر بهینه مکان آن را تخمین می‌زند. با استفاده از زبان برنامه‌نویسی ویژوال ++C برنامه‌ای جهت کنترل بلادرنگ این ربات با استفاده از قانون کنترل (۲۴) نوشته شده است که در یک سیستم با پردازشگر Intel® Core™2 T7200 @ 2.00GHz به حداکثر نرخ فریم ممکن (۲۵ بار در ثانیه) رسیده است<sup>۱</sup> (شکل ۲۸).



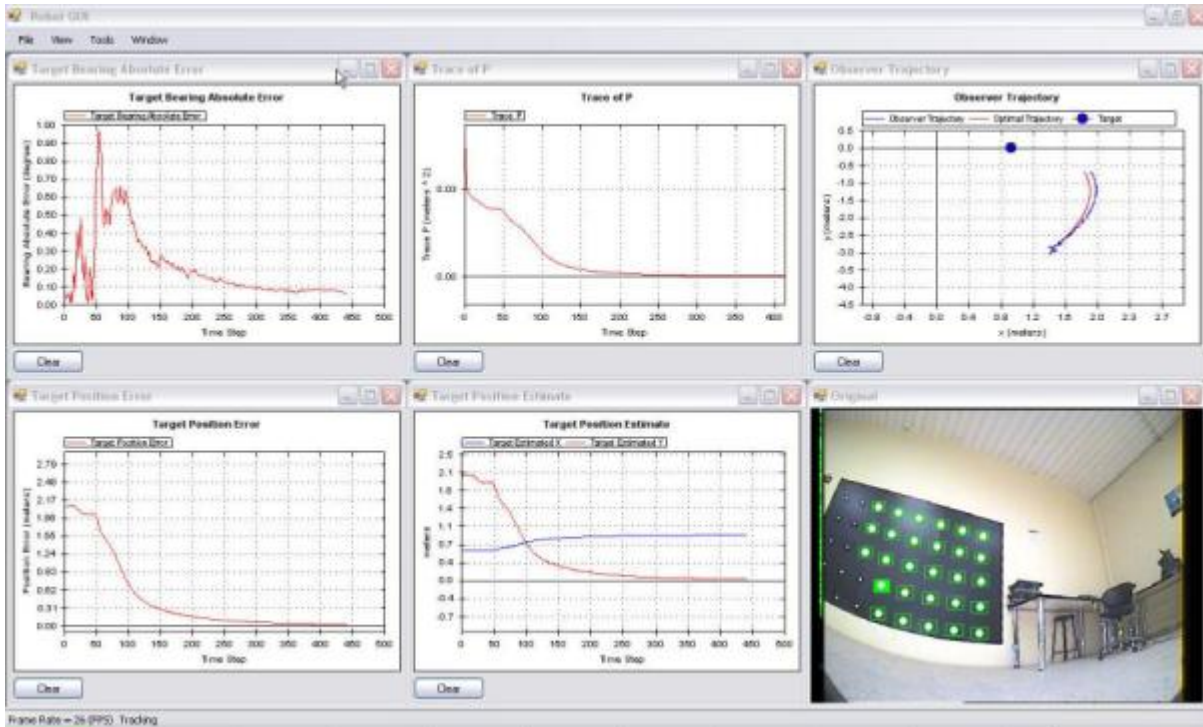
شکل ۲۶: صفحه مرجع متشکل از پنج ردیف هشت‌تایی از نشانگرهای براق و نشانگر انتخاب شده به عنوان هدف.



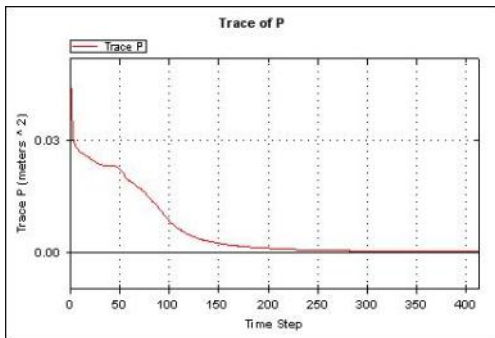
شکل ۲۷: تصویر دوربین ربات در حال مکان‌یابی هدف.

در شکل ۲۹ مسیر بهینه و مسیر پیموده شده توسط ربات به منظور مکان‌یابی هدف ثابت رسم شده است. از آنجا که مقدار واقعی سمت هدف معلوم نیست و در قانون کنترل (۲۴) از تخمین آن استفاده می‌شود، مسیر تولید شده کمی با مسیر بهینه تفاوت دارد. در شکل ۳۰ قدر مطلق خطای تخمین سمت هدف بر حسب زمان رسم شده است. ملاحظه می‌شود که به مرور این خطا کاهش می‌یابد. در شکل ۳۱ اثر ماتریس کواریانس EKF بر حسب زمان رسم شده است. آنچه مشخص است این

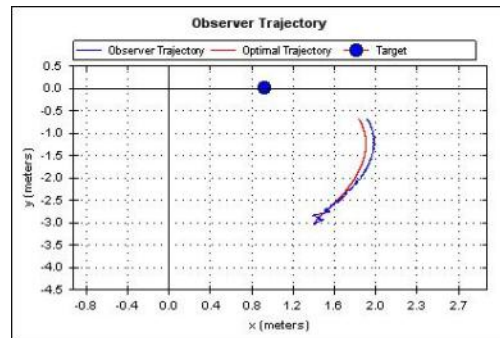
<sup>۱</sup> حداکثر نرخ فریم دوربین استفاده شده ۲۵ هرتز می‌باشد.



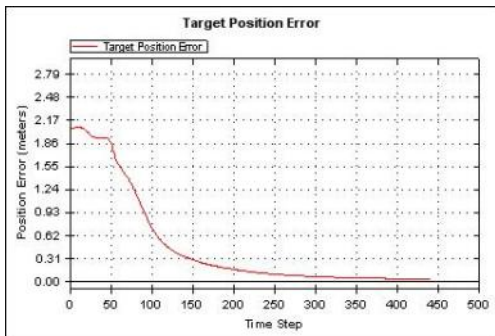
شکل ۲۸: واسط کاربر برنامه نوشته شده جهت کنترل بلادرنگ ربات در مسیر بهینه.



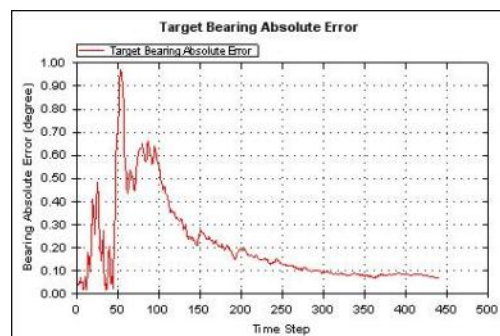
شکل ۳۱: اثر ماتریس کواریانس EKF در طول زمان.



شکل ۲۹: مسیر بهینه و مسیر پیموده شده توسط ربات به منظور مکان یابی هدف ثابت.



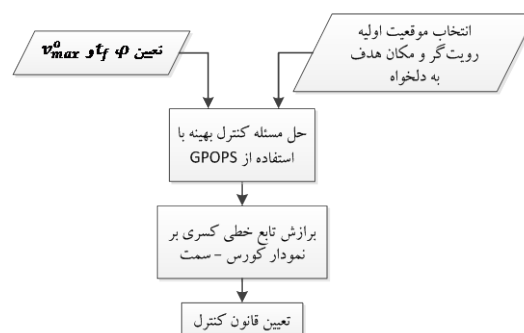
شکل ۳۲: خطای تخمین مکان هدف در طول زمان.



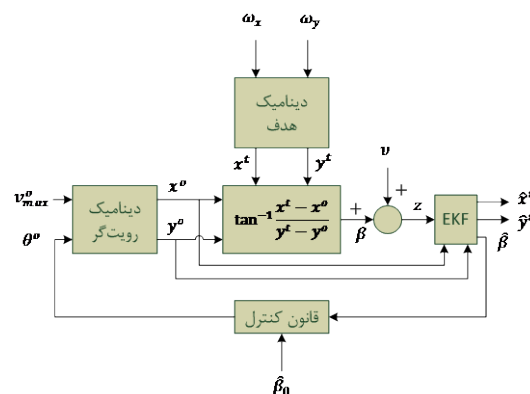
شکل ۳۰: قدر مطلق خطای تخمین سمت هدف  $(|\beta - \hat{\beta}|)$  در طول زمان.



- [6] R. L. Johnson and G. E. Miner, "Comparison of superresolution algorithms for radio direction finding," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-22, pp. 432-442, 1986.
- [7] K. Dogancay, "UAV path planning for passive emitter localization," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 48, pp. 1150-1166, 2012.
- [8] D. Ucinski, *Optimal measurement methods for distributed parameter system identification*. Boca Radon, FL: CRC Press, 2004.
- [9] J. P. Helferty and D. R. Mudgett, "Optimal observer trajectories for bearings-only tracking by minimizing the trace of the Cramer-Rao lower bound," in *Proceedings Of The 32nd Conference On Decision And Control*, San Antonio, Texas, 1993.
- [10] S. S. Ponda, "Trajectory optimization for target localization using small unmanned aerial vehicles," Master of Science Thesis, Dept. of Aeronautics and Astronautics, Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts, 2008.
- [11] Y. Oshman and P. Davidson, "Optimization of observer trajectories for bearings-only target localization," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 35, July 1999.
- [12] S. M. Ross, "Stochastic real-time optimal control: a pseudospectral approach for bearing-only trajectory optimization," Doctor of Philosophy, Graduate School of Engineering and Management, Air Force Institute of Technology, 2011.
- [13] S. E. Hammel, P. T. Liu, E. J. Hilliard, and K. F. Gong, "Optimal observer motion for localization with bearing measurements," *Computers and Mathematics with Applications*, vol. 18, pp. 171-180, 1989.
- [14] E. W. Frew, "Observer trajectory generation for target-motion estimation using monocular vision," Doctor of Philosophy Thesis, Department of Aeronautics and Astronautics, Stanford University, Palo Alto, California, 2003.
- [15] P. T. Liu, "An optimum approach in target tracking with bearing measurements," *Journal of Optimization Theory and Applications*, vol. 56, pp. 205-214, February 1988.
- [16] J. M. Passerieux and D. Van-Cappel, "Optimal observer maneuver for bearings-only tracking," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 34, July 1998.



شکل ۳۳: روندنمای بدست آوردن قانون کنترل.



شکل ۳۴: دیاگرام بلوکی سیستم کنترل رویت گر در مسیر بهینه همراه با مکان یابی هدف ساکن.

## مراجع

- [1] A. G. Lindgren and K. F. Gong, "Position and velocity estimation via bearing observations," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-14, pp. 564-577, 1978.
- [2] N. Patwari, A. O. H. Iii, M. Perkins, N. S. Correal, and R. J. O'dea, "Relative location estimation in wireless sensor networks," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 51, pp. 2137-2148, 2003.
- [3] J. Rullán-Lara, S. Salazar, and R. Lozano, "Real-time localization of an UAV using Kalman filter and a wireless sensor network.," *Journal of Intelligent and Robotic Systems: Theory and Applications*, vol. 65, pp. 283-293, 2012.
- [4] س. ورزندیان، "یافتن محل نقطه دسترسی در شبکه WiFi"، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران، ۱۳۹۲.
- [5] M. H. Ferdowsi, P. J. Maralani, and A. K. Sedigh, "Design of bearing-only vision-based tracking filters," *Optical Engineering*, vol. 43, pp. 472-481, 2003.



- [22] A. V. Rao, D. A. Benson, C. L. Darby, M. A. Patterson, C. Francolin, I. Sanders, *et al.*, "Algorithm 902: GPOPS, a matlab software for solving multiple-phase optimal control problems using the gauss pseudospectral method," *ACM Transactions on Mathematical Software*, vol. 37, p. 39 pages, 2010.
- [23] D. Garg, M. A. Patterson, C. L. Darby, C. Francolin, G. T. Huntington, W. W. Hager, *et al.*, "Direct trajectory optimization and costate estimation of finite-horizon and infinite-horizon optimal control problems using a radau pseudospectral method," *Computational Optimization and Applications*, vol. 49, pp. 335-358, 2011.
- [24] A. Papoulis, *Probability, random variables, and stochastic processes*, 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 1991.
- [25] ا. نایی-آستانه، "ردیابی سه‌بعدی اجسام صلب با چند دوربین"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، گروه برق دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی، مشهد، ۱۳۸۶.
- [17] Y. Watanabe, E. N. Johnson, and A. J. Calise, "Optimal 3-D guidance from a 2-D vision sensor," presented at the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, number AIAA-2004-4779, Providence, Rhode Island, 2004.
- [18] F. C. Schweppe, *Uncertain dynamic systems*: Prentice-Hall, 1973.
- [19] F. L. Lewis and V. L. Syrmos, *Optimal control*, 2nd ed. NY: John Wiley & Sons, Inc., 1995.
- [20] D. A. Benson, G. T. Huntington, T. P. Thorvaldsen, and A. V. Rao, "Direct trajectory optimization and costate estimation via an orthogonal collocation method," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 29, pp. 1435-1440, 2006.
- [21] D. Garg, M. A. Patterson, W. W. Hager, A. V. Rao, D. A. Benson, and G. T. Huntington, "A unified framework for the numerical solution of optimal control problems using pseudospectral methods," *Automatica*, vol. 46, pp. 1843-1851, 2010.