

طراحی الگوریتم کالیبراسیون روی برد حسگر مغناطیسی ماهواره با استفاده از روش‌های پاسخ متمرکز و فیلتر کالمن دو مرحله‌ای

علی راهدان^۱، حسین بلندی^۲، مصطفی عابدی^۳

^۱ کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه علم و صنعت، alirahdan1370@gmail.com

^۲ دانشیار، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه علم و صنعت، h_bolandi@iust.ac.ir

^۳ استادیار، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه شهید بهشتی، mo_abedi@sbu.ac.ir

دریافت: 1396/4/26 ویرایش اول: 1396/11/30 پذیرش: 1396/9/9

چکیده: حسگر مغناطیسی یکی از حسگرهای مهم مورد استفاده در سیستم تعیین و کنترل وضعیت ماهواره است. با توجه به بروز خطاهای مختلف در هنگام جدا شدن ماهواره از ماهواره‌بر و همچنین هنگام چرخش ماهواره در مدار، لازم است پارامترهای این حسگر به شکل روی برد دوباره اصلاح گردد. برای این منظور در این مقاله راهکارهایی برای استخراج پارامترهای حسگر ارائه شده است که در آنها نیاز به دانستن وضعیت لحظه‌ای ماهواره نمی‌باشد. در این راستا ابتدا یک مدل از حسگر مغناطیسی ارائه شده که بر خلاف مدل‌های مرسوم شامل اثر غیرخطی، اثر هیستریزیس، اثر کوانتیزه کردن داده‌ها، اثر نفوذپذیری و خطای نصب است. در ادامه به منظور کالیبراسیون روی برد حسگر، ساختارهای سری دو مرحله‌ای خارج از خط و برخط پیشنهاد شده است. در حالت خارج از خط، از ترکیب دو الگوریتم پاسخ متمرکز و لونبرگ مارکارد استفاده شده است و در حالت برخط دو الگوریتم مبتنی بر فیلتر کالمن توسعه یافته و خنثی پیشنهاد گردیده است. با استفاده از راهکارهای معرفی شده می‌توان انواع خطاهای حسگر شامل بایاس، ضریب مقیاس و خطای نصب را بطور همزمان تعیین نمود و دقت کالیبراسیون را در قیاس با کارهای مشابه بهبود بخشید. نتایج شبیه‌سازی روی یک ماهواره نزدیک به زمین نشان می‌دهد که این دو روش پارامترهای حسگر را با دقت قابل قبول استخراج می‌کنند. بر این اساس، رویکرد مبتنی بر پاسخ متمرکز هر چند دارای زمان محاسبات و همگرایی کوتاه‌تر در قیاس با روش‌های برخط دارا می‌باشد اما دارای دقت کمتر می‌باشد.

کلمات کلیدی: حسگر مغناطیسی، ماهواره، فیلتر کالمن دو مرحله‌ای، الگوریتم لونبرگ مارکارد.

Design of On Board Calibration Algorithms of Satellite Magnetometer based on Two Stage Centered Solution and Kalman Filter Methods

Ali Rahdan, Hossein Bolandi, Mostafa Abedi

Abstract: Magnetometer is one of the most important sensors used in the satellite attitude determination and control system. Due to occurrence of various errors when the satellite is separated from the launcher and also during its rotation in the orbit, it is necessary to re-adjust onboard the sensor parameters. For this purpose, some solutions are proposed in this paper in which the satellite current attitude is not required. In this regard, first a magnetometer model is presented that despite conventional models; it includes nonlinearity, hysteresis and data quantization effects, permeability and installation error. Then, for sensor onboard calibration purposes, two stages-offline and two-stage online series structures are suggested. In the offline case, the centered solution and Levenberg Marquardt methods have been integrated. Also, the extended and unscented Kalman filters are integrated for online case. Utilizing the suggested algorithms, different errors including bias, scale factor and installation errors are simultaneously determined and also the accuracy is improved compared to the similar works. The simulation results for a Leo satellite show that the sensor

parameters are derived with acceptable accuracy. Accordingly, it will be illustrated that the centered solution method has lower computational load and shorter time convergence, but it has lower accuracy with respect to online methodology.

Keywords: Magnetometer, satellite, two-stage Kalman filter, Levenberg Marquardt.

۱- مقدمه

حسگر، مدل دقیق‌تری از حسگر مغناطیسی را به دست آورده و برای استخراج پارامترهای آن از الگوریتم حداقل مربعات غیرخطی استفاده کرده است. در مرجع [۹] یک الگوریتم کالیبراسیون سریع ارائه شده است که محاسبات کم آن، برخط بودن و همگرایی سریع باعث تمایز آن از دیگر روش‌ها شده است. مرجع [۱۰] با ترکیب حسگر مغناطیسی وژیروسکوپ، اثر خطای هم تراز را در روند کالیبراسیون از بین برده و باعث افزایش دقت کالیبراسیون شده است.

پس از نصب حسگر مغناطیسی روی بدنه ماهواره و پرتاب ماهواره به فضا، به دلیل وجود پسماند مغناطیسی ناشی از زیرسیستم‌های ماهواره، تغییرات دمایی، لرزش‌های ناشی از جدایش ماهواره و فرسودگی، پارامترهای حسگر مغناطیس دچار تغییر می‌شوند. با توجه به در دسترس نبودن ماهواره پس از پرتاب، لازم است این پارامترها روی برد تصحیح شوند. کالیبراسیون روی برد این حسگرها به دو دسته مستقل از وضعیت وابسته به وضعیت تقسیم می‌شود. روش‌های مستقل از وضعیت به دلیل عدم تأثیرپذیری از خطای وضعیت دارای دقت بالاتری هستند و بیشتر مورد توجه قرار دارند. به منظور کالیبراسیون روی برد مستقل از وضعیت حسگرهای مغناطیسی با توجه به مدل ریاضی و ثابت نبودن میدان مغناطیسی مرجع ناشی از چرخش ماهواره، از ایده تفاضل مربع نرم بردار مرجع و بردار اندازه‌گیری استفاده می‌کنند. روش‌های مستقل از وضعیت به دو دسته خارج از خط^۵ یا برخط^۶ تقسیم می‌شوند. در روش‌های خارج از خط، داده‌های حسگر و داده‌های مرجع در یک زمان مشخص شده ذخیره می‌شوند و سپس توسط الگوریتم‌های موجود، پارامترهای حسگر استخراج می‌شوند. این روش‌ها در طول عمر ماهواره بارها تکرار شده تا بهترین دقت از پارامترها حاصل شود. در روش‌های برخط با هر بار نمونه برداری از خروجی حسگر، پارامترها تخمین زده می‌شوند [۱۱-۱۴].

روش‌های خارج از خط مختلفی برای تعیین پارامترهای حسگر مغناطیسی ارائه شده است. در مرجع [۱۵] روش‌های مبتنی بر تکرار نیوتون - گوس^۷ و نقطه ثابت^۸ و همچنین روش‌های تک مرحله‌ای داونپورت^۹ و آکیونا^{۱۰} به منظور تعیین بایاس حسگر مغناطیسی پیشنهاد شده است. این روش‌ها در ماهواره‌های چرخشی به کار گرفته می‌شوند و استفاده از آن‌ها در ماهواره‌های پایدار شده منجر به همگرایی نامطلوب یا حتی واگرایی

حسگرهای مغناطیسی^۱ اغلب در ماهواره‌های نزدیک به زمین^۲ برای تشخیص جهت و دامنه میدان مغناطیسی به کار گرفته می‌شوند. در این راستا خروجی این حسگر یکی از ورودی‌های مورد نیاز برای تعیین وضعیت ماهواره است. همچنین در ماهواره‌هایی که از گشتاوردهنده مغناطیسی^۳ برای کنترل وضعیت استفاده شده است، دانستن اطلاعات میدان مغناطیسی ضروری می‌باشد. [۱-۳]. با توجه به وجود خطاهای سیستماتیک و تصادفی مانند نویز اندازه‌گیری، دقت حسگرهای مغناطیسی کاهش می‌یابد که منجر به کاهش دقت زیرسیستم تعیین و کنترل وضعیت ماهواره می‌شود. این زیرسیستم وظیفه جهت‌دهی به ماهواره و پایدارسازی آن را بر عهده دارد. این جهت‌دهی به منظور قرار دادن ماهواره به سمت هدف مطلوب، قرار دادن پنل‌های خورشیدی به سمت خورشید و قرار دادن آنتن‌ها به سمت نقطه خاص انجام می‌گیرد [۴]. بنابراین تغییر پارامترهای حسگر می‌تواند تأثیر قابل ملاحظه بر مأموریت ماهواره داشته باشد و لذا دستیابی به یک راهکار برای تنظیم مجدد این پارامترها پس از پرتاب ماهواره ضروری می‌باشد. کالیبراسیون حسگرهای مغناطیسی ماهواره هم روی زمین و هم روی مدار صورت می‌گیرد. کالیبراسیون روی زمین با استفاده از ابزار دقیق آزمایشگاهی به منظور تعیین پارامترهای اولیه حسگر صورت می‌گیرد. به منظور تعیین پارامترهای حسگر مغناطیسی روی زمین، روش‌های زیادی ارائه شده است که با توجه به مدل حسگر و ثابت بودن میدان مغناطیسی مرجع در محیط آزمایشگاه، این روش‌ها بر پایه معیار تطبیق بیضی هستند. بر اساس این معیار، در مرجع [۵] یک تخمین‌گر تکرار حداقل مربعات دسته‌ای ارائه شده است و مقدار شروع آن توسط یک تخمین‌گر غیرخطی دیگر تعیین شده است. در مرجع [۶] الگوریتم حداقل مربعات بازگشتی پیشنهاد شده است. این الگوریتم برای کاربردهای برخط مناسب است ولی تعیین پارامترهای اولیه آن به منظور همگرایی الگوریتم دشوار است. در مرجع [۷] الگوریتم‌های تفاضل تکاملی^۴ و ژنتیک که جزو روش‌های جستجوی بهینه هستند جهت کالیبراسیون حسگر مغناطیسی معرفی شده اند. مزیت این روش‌ها نسبت به روش‌های گذشته، عدم حساسیت آن‌ها به شرایط اولیه است و مشکل تنظیم شرایط اولیه برای آن‌ها وجود ندارد. مرجع [۸] با در نظر گرفتن اثر غیرخطی حساسیت ورودی

^۶ Online

^۷ Newton - Gauss

^۸ Fix point

^۹ Davenport

^{۱۰} Acuna

^۱ Magnetometer

^۲ Low earth orbit

^۳ Magnetic torquer

^۴ Deferential evolution

^۵ Offline

محتمل در حسگر تخمین زده می‌شوند. نتایج شبیه‌سازی بهبود دقت کالیبراسیون را نسبت به کارهای مرتبط به اثبات می‌رساند. همچنین مقایسه روش‌های خارج از خط و برخط پیشنهاد شده نشان می‌دهد که رویکرد مبتنی بر پاسخ متمرکز هر چند دارای زمان محاسبات و همگرایی کوتاه‌تر در قیاس با روش‌های برخط دارا می‌باشد اما دارای دقت کمتر می‌باشد.

ساختار مقاله در ادامه به شرح زیر است. در بخش ۲، ابتدا یک مدل برای حسگر مغناطیسی پیشنهاد می‌شود و در ادامه مدل مستقل از وضعیت و وابسته به وضعیت حسگر نیز بررسی می‌شود. در بخش ۳، سناریوی تولید خروجی حسگر مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در بخش ۴، روش کالیبراسیون خارج از خط بیان می‌شود. در بخش ۵، روش برخط فیلتر کالمن دو مرحله‌ای مورد بررسی قرار می‌گیرد. در بخش ۶، نتایج شبیه‌سازی و عملکرد این روش‌ها ارزیابی می‌شود. در نهایت در بخش ۷ نیز جمع‌بندی مقاله ارائه می‌گردد.

۲- مدل‌سازی حسگر مغناطیسی

در ابتدا یک مدل از حسگر مغناطیسی ارائه می‌شود که بر خلاف مدل‌های مرسوم شامل اثر هیستریزس، اثر غیرخطی، اثر نفوذپذیری، اثر کوانتیزه کردن داده و خطای نصب است. مدل این حسگر به صورت زیر است [۱۷]:

$$\vec{B}_{meas} = R_{body}^{sensor} (I + LS)^{-1} \times (R_{sensor}^T \times C_{ECI}^{body} \times \vec{B}_{ECI} + \vec{b} + \vec{nl} + \vec{hys} + \vec{n} + \vec{p} + \vec{q}) \quad (1)$$

که در آن \vec{B}_{ECI} میدان مغناطیسی زمین در سیستم مختصات اینرسی، \vec{B}_{meas} میدان مغناطیسی اندازه‌گیری شده توسط حسگر، L ماتریس عدم تعادل محورها، E ماتریس قطری ضریب مقیاس، \vec{b} مجموع بایاس حسگر، \vec{nl} اثر غیرخطی بودن حسگر، \vec{hys} خطای هیستریزس، \vec{p} اثر نفوذپذیری، \vec{q} اثر کوانتیزه کردن داده‌ها، \vec{n} نویز حسگر، R_{sensor} خطای نصب داخلی حسگر، R_{body}^{sensor} خطای نصب بین دستگاه بدنه و دستگاه حسگر و C_{ECI}^{body} ماتریس دوران بین دستگاه بدنه و دستگاه لخت را نشان می‌دهد.

با توجه به ماهیت تصادفی بودن \vec{nl} ، \vec{hys} ، \vec{q} و \vec{n} ، مدل وابسته به وضعیت به شکل زیر به دست می‌آید:

$$\vec{B}_{meas} = R_{body}^{sensor} (I + D)^{-1} \times (R_{sensor}^T \times C_{ECI}^{body} \times \vec{B}_{ECI} + \vec{b} + \vec{\varepsilon}) \quad (2)$$

که در آن:

$$D = LS \quad (3)$$

$$\vec{\varepsilon} = \vec{nl} + \vec{hys} + \vec{q} + \vec{n} \quad (4)$$

می‌شود. در مرجع [۱۶] روش پاسخ متمرکز^۱ برای به دست آوردن بایاس، ضریب مقیاس و عدم تعادل حسگر مورد بررسی قرار گرفته است. این روش با استفاده از ایده تقریب مرکزی، ترم‌های غیرخطی مدل حسگر را حذف کرده و در نهایت با استفاده از الگوریتم حداقل مربعات خطی، پارامترها محاسبه می‌شود. این روش هم در ماهواره‌های چرخشی و هم در ماهواره‌های پایدار شده به کار گرفته می‌شود. در مرجع [۱۷] یک روش دو مرحله‌ای^۲ که تکمیل‌کننده روش پاسخ متمرکز است ارائه شده است. ابتدا با استفاده از روش پاسخ متمرکز، شرایط اولیه مرحله بعد حاصل می‌شود و در ادامه با استفاده از روش نیوتون - گوس پاسخ نهایی به دست می‌آید.

روش‌های برخط اغلب بر پایه فیلتر کالمن هستند. در مرجع [۱۸] از فیلتر کالمن توسعه یافته و روش پاسخ متمرکز متوالی برای تخمین بایاس، ضریب مقیاس و عدم تعادل استفاده شده است. در مرجع [۱۹-۲۰] با ترکیب معادلات سینماتیک ماهواره و مدل حسگر مغناطیسی و مدل ژيروسکوپ و بهره‌گیری از فیلتر کالمن خنثی، پارامترهای وضعیت، بایاس حسگر مغناطیسی و بایاس ژيروسکوپ تخمین زده شده است. در مرجع [۲۱] با ترکیب معادلات موقعیت ماهواره و مدل حسگر مغناطیسی و به کارگیری فیلتر کالمن خنثی، پارامترهای موقعیت، بایاس و ضریب مقیاس حسگر مغناطیسی به دست آورده شده است. در [۲۲] با ارائه الگوریتم مقدار تفاضلی^۳ که توسعه یافته روش آکونیا است، آن را برای کاربردهای زمان واقعی مهیا کرده است. این الگوریتم تنها توانایی محاسبه خطای نصب را دارد.

در این مقاله نیز با توجه به اهمیت تعیین پارامترهای حسگر پس از پرتاب ماهواره، راهکارهایی برای انجام کالیبراسیون به شکل روی برد ارائه شده است. در این راستا ابتدا یک مدل از حسگر مغناطیسی ارائه می‌شود که بر خلاف مدل‌های مرسوم شامل اثر غیرخطی، اثر هیستریزس، اثر کوانتیزه کردن داده‌ها، اثر نفوذپذیری و خطای نصب است. بنابراین کلیه خطاهای حسگر برای ارزیابی الگوریتم‌ها دخیل گردیده‌اند. براین اساس، یک روش خارج از خط جدید از ترکیب دو الگوریتم پاسخ متمرکز و لونبرگ مارکارد ارائه گردیده است که در قیاس با مراجعی همچون [۱۵] و [۱۶] امکان محاسبه همزمان بایاس، ضریب مقیاس، عدم تعادل را فراهم آورد. همچنین با بکارگیری الگوریتم حداقل مربعات خطی در کنار راهکار فوق امکان اندازه‌گیری خطای نصب نیز فراهم گردیده است. در این مقاله همچنین یک ساختار سری دو مرحله‌ای برخط معرفی گردیده است که در مرحله اول آن با به کارگیری الگوریتم فیلتر کالمن توسعه یافته یا خنثی، بایاس، ضریب مقیاس و عدم تعادل حسگر محاسبه می‌شود و در مرحله دوم با استفاده از خروجی مرحله اول و ماتریس وضعیت ماهواره و به کارگیری الگوریتم فیلتر کالمن خطی، خطای نصب حسگر حاصل می‌شود. بنابراین در مقایسه با روش‌هایی همچون [۲۰] و [۲۱] تمامی خطاهای

^۲ Differential value

^۱ Centered solution

^۳ Two step

که در آن U ماتریس متعامد و V ماتریس قطری با المان‌های v_1, v_2, v_3 است. برای محاسبه D ابتدا المان‌های ماتریس قطری W را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$w_i = -1 + \sqrt{1 + v_i} \quad i = 1, 2, 3 \quad (17)$$

در نهایت \vec{b} و D به صورت زیر به دست می‌آید:

$$D = U \text{diag}(w_i) U^T \quad (18)$$

$$\vec{b} = (I + D)^{-1} \vec{c} \quad (19)$$

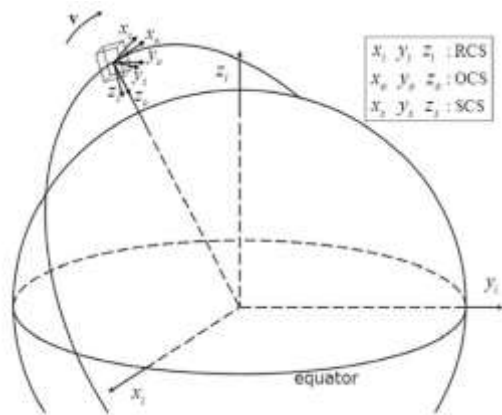
۳- سیستم‌های توصیف کننده حرکت ماهواره

مطابق با شکل (۱) سیستم‌های مختصات استفاده شده برای توصیف حرکت ماهواره عبارت است از [۲۳]:

سیستم مختصات بدنه^۱: مبدا آن مرکز جرم ماهواره است و محورهای آن منطبق بر محورهای اصلی است.

سیستم مختصات مداری^۲: مبدا آن مرکز جرم ماهواره است. محور Z به سمت مرکز جرم زمین و محور Y در جهت مخالف ممثوم زاویه‌ای صفحه مدار و محور X توسط قانون دست راست تعیین می‌شود.

سیستم مختصات لخت^۳: مبدا آن مرکز زمین است. محور Z با محور چرخش زمین تراز می‌شود و محور X در جهت اعتدال بهاری و محور Y توسط قانون دست راست تعیین می‌شود.



شکل ۱: سیستم‌های مختصات توصیف حرکت ماهواره [۲۴]

۴- سناریوی تولید خروجی حسگر مغناطیسی

مطابق با شکل (۲) برای تولید خروجی حسگر مغناطیسی باید ماتریس دوران سیستم مختصات اینرسی نسبت به سیستم مختصات حسگر نصب شده روی بدنه ماهواره و همچنین اطلاعات میدان مغناطیسی مرجع را بدانیم. ماتریس دوران ذکر شده از رابطه زیر به دست می‌آید:

D ماتریس قطری شامل ضریب مقیاس و عدم تعامد و $\vec{\varepsilon}$ مجموع نویز با میانگین صفر و کواریانس Σ است. با کم کردن اندازه دو میدان از یکدیگر مدل مستقل از وضعیت حسگر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$y = \|\vec{B}_{meas}\|^2 - \|\vec{B}_{ECI}\|^2 = -\vec{B}_{meas}^T (2D + \|D\|^2) \vec{B}_{meas} + 2\vec{B}_{meas}^T (I + D) \vec{b} - \|\vec{b}\|^2 + v \quad (5)$$

که در آن:

$$v = 2 \left((I + D) \vec{B}_{meas} - \vec{b} \right)^T \vec{\varepsilon} - \|\vec{\varepsilon}\|^2 \quad (6)$$

نویز این مدل دارای میانگین (μ) و واریانس (σ^2) زیر می‌باشد:

$$\mu = -tr(\Sigma) \quad (7)$$

$$\sigma^2 = 4 \left((I + D) \vec{B}_{meas} - \vec{b} \right)^T \Sigma \left((I + D) \vec{B}_{meas} - \vec{b} \right) + 2 \left(tr(\Sigma^T \Sigma) \right) \quad (8)$$

برای کاهش میزان غیرخطی بودن مدل، متغیرهای زیر تعریف می‌گردند:

$$E = 2D + D^T D = \begin{pmatrix} E_{11} & E_{12} & E_{13} \\ E_{12} & E_{22} & E_{23} \\ E_{13} & E_{23} & E_{33} \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$\vec{c} = (I + D) \vec{b} \quad (10)$$

با در نظر گرفتن عناصر ماتریس E به صورت برداری، خواهیم داشت:

$$\vec{F} = [E_{11} \ E_{22} \ E_{33} \ E_{12} \ E_{13} \ E_{23}]^T \quad (11)$$

بر این اساس، مدل اصلاح شده به صورت زیر آورده می‌شود:

$$y = \vec{L}^T x' - \|\vec{b}(x')\|^2 + v \quad (12)$$

که در آن:

$$x' = \begin{bmatrix} c^T & \vec{F}^T \end{bmatrix}^T \quad (13)$$

$$\vec{L} = \begin{bmatrix} 2\vec{B}_{meas}^T & -\vec{B}^T \end{bmatrix}^T \quad (14)$$

$$\vec{B} = [B_{meas1}^2 \ B_{meas2}^2 \ B_{meas3}^2 \ 2B_{meas1}B_{meas2} \ 2B_{meas1}B_{meas3} \ 2B_{meas2}B_{meas3}]^T \quad (15)$$

اندیس‌های ۱، ۲ و ۳، شماره عنصر بردار \vec{B}_{meas} است. هدف کالیبراسیون به دست آوردن x' است. بعد از به دست آوردن x' لازم است آن را به \vec{b} و D تبدیل کنیم. به دلیل متقارن بودن ماتریس E ، تجزیه مقدار تکین آن به صورت زیر است:

$$E = UVU^T \quad (16)$$

^۱ Inertial coordinate system

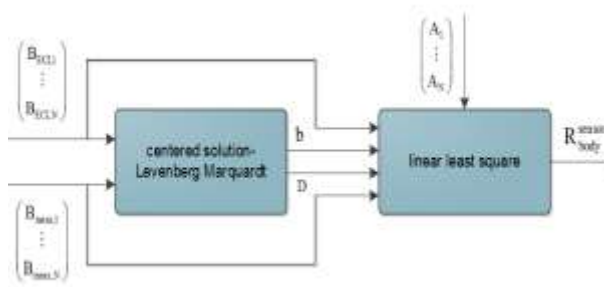
^۲ Satellite coordinate system

^۳ Orbit coordinate system

۵- روش خارج از خط حداقل مربعات دو

مرحله‌ای

مطابق با شکل (۳) برای به دست آوردن پارامترهای حسگر با دقت بالا و پارامترهای نصب از یک ساختار سری استفاده می‌شود. ابتدا اطلاعات میدان مغناطیسی مرجع $(\vec{B}_{ECL,1} \dots \vec{B}_{ECL,N})^T$ و خروجی حسگر $(\vec{B}_{meas,1} \dots \vec{B}_{meas,N})^T$ پس از ذخیره‌سازی در یک دوره زمانی مشخص وارد بلوک اول می‌شوند. در این بلوک با به کارگیری الگوریتم پیشنهادی جدید پاسخ متمرکز- لونیبرگ مارکاد، پارامترهای حسگر شامل بایاس، ضریب مقیاس و عدم تعاد به دست می‌آید. سپس خروجی این بلوک به عنوان ورودی وارد بلوک دوم می‌شود. در بلوک دوم با استفاده از خروجی بلوک قبل و اطلاعات ماتریس وضعیت $(C_{ECL,1}^{Bbody} \dots C_{ECL,N}^{Bbody})^T$ و بهره‌گیری از الگوریتم حداقل مربعات خطی، پارامترهای ماتریس خطای نصب استخراج می‌شود. در بخش بعد جزئیات هر یک از این بلوک‌ها بیان شده است.



شکل ۳: روش حداقل مربعات دو مرحله‌ای

۵-۱- مرحله اول از روش حداقل مربعات دو مرحله‌ای

در این مرحله ابتدا با تعریف متغیرهای مرکزی و متغیرهای متمرکز، اثر $\|b\|^2$ از رابطه ۱۰ حذف می‌شود. سپس با کمک الگوریتم حداقل مربعات خطی، پاسخ اولیه به دست می‌آید [۱۷]. در ادامه با به کارگیری الگوریتم لونیبرگ مارکاد پاسخ نهایی حاصل می‌شود. جهت استفاده از الگوریتم لونیبرگ مارکاد، مدل اندازه‌گیری (۱۲) به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$y_k = \vec{L}_k^T x' - \|\vec{b}(x')\|^2 + v_k = h_k(x') + v_k \quad (25)$$

با در نظر مقدار X_0 به عنوان شرایط اولیه الگوریتم، ماتریس ژاکوبی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$H_k = \frac{\partial h_k(x')}{\partial x'}(x_k) = \vec{L}_k^T - \frac{\partial \|\vec{b}(x')\|^2}{\partial x'}(x_k) \quad (26)$$

که در آن:

$$C_{inertial}^{body} = C_{inertial}^{orbit} \times C_{orbit}^{body} \quad (20)$$

$C_{inertial}^{orbit}$ ماتریس دوران بین سیستم مختصات اینرسی و سیستم مختصات مداری است که تابعی از موقعیت و سرعت خطی ماهواره است و از رابطه زیر به دست می‌آید [۲۳]:

$$C_{inertial}^{orbit} = [O_1 \ O_2 \ O_3] \quad (21)$$

که در آن:

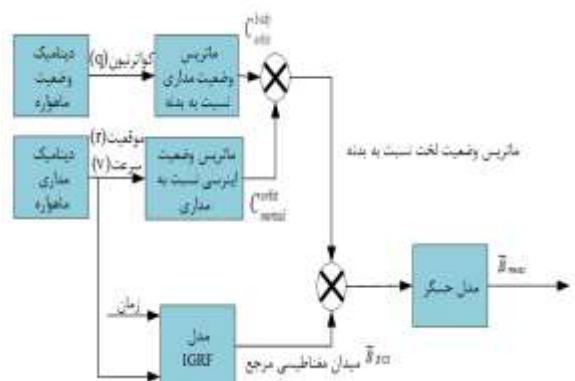
$$O_3 = \frac{r}{\|r\|} \quad (22)$$

$$O_2 = \frac{r \times v}{\|r \times v\|} \quad (23)$$

$$O_1 = O_3 \times O_2 \quad (24)$$

r بردار موقعیت ماهواره و v بردار سرعت خطی ماهواره است. برای تولید این دو بردار نیاز به مدل‌سازی دینامیک مداری ماهواره است. C_{orbit}^{body} ماتریس دوران بین دستگاه مداری و دستگاه بدنه است که از مدل‌سازی دینامیک و سینماتیک وضعیت ماهواره به دست می‌آید.

جهت تعیین میدان مغناطیسی مرجع چندین مدل ارائه شده است که دقیق‌ترین آن‌ها مدل میدان مرجع ژئو مغناطیسی بین‌المللی است که توسط انجمن بین‌المللی ژئو مغناطیسی^۱ و فضاکای در سال ۱۹۴۵ میلادی برای اولین بار ارائه شد. اساس این نوع مدل‌سازی بر این اصل استوار است که میدان مغناطیسی ناشی از منابع درونی زمین در هر نقطه واقع بر سطح زمین و یا نواحی بالاتر از آن متناسب با گرادیان تابع اسکالر پتانسیل مغناطیسی در آن نقطه است. آخرین نسخه این مدل IGRF12 است که در سال ۲۰۱۴ عرضه شد. این مدل تابعی از زمان و موقعیت است و برای به کارگیری آن باید موقعیت و زمان ماهواره را بدانیم [۲۵]. با ضرب بردار لخت میدان مغناطیسی مرجع در ماتریس دوران ذکر شده، بردار ایده‌آل میدان مغناطیسی در دستگاه بدنه حاصل می‌شود و در نهایت با به کارگیری مدل حسگر، خروجی آن به دست می‌آید.



شکل ۲: سناریوی تولید خروجی حسگر مغناطیسی

$$\vec{B}_{meas} = R_{body}^{sensor} \vec{B}_{body} + \vec{\eta} \quad (38)$$

برای تبدیل مدل حسگر به یک مدل خطی مورد استفاده در الگوریتم، متغیرهای زیر تعریف می‌شوند:

$$W = \begin{pmatrix} B_{body1} & B_{body2} & B_{body3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B_{body1} & B_{body2} & B_{body3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B_{body1} & B_{body2} & B_{body3} \end{pmatrix} \quad (39)$$

$$\vec{V} = \vec{B}_{meas} \quad (40)$$

$$x = (r_{11} \dots r_{33})^T \quad (41)$$

اندیس‌های ۱، ۲ و ۳، شماره عنصر بردار \vec{B}_{body} است. مدل خطی مد نظر به صورت زیر است:

$$\vec{V} = Wx + \vec{\eta} \quad (42)$$

با توجه به وجود N داده اندازه‌گیری، ماتریس W و V و R به صورت زیر تعریف می‌گردند:

$$W = \begin{pmatrix} W_1 \\ \vdots \\ W_N \end{pmatrix}_{3N \times 3} \quad (43)$$

$$V = \begin{pmatrix} \vec{V}_1 \\ \vdots \\ \vec{V}_N \end{pmatrix}_{3N \times 1} \quad (44)$$

$$R = \begin{pmatrix} (I+D)^{-1} \Sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & (I+D)^{-1} \Sigma_N \end{pmatrix} \quad (45)$$

در نهایت پاسخ حداقل مربعات خطی برای محاسبه x به صورت زیر خواهد بود:

$$x = (W^T R^{-1} W + \gamma I)^{-1} W^T R^{-1} V \quad (46)$$

که γ یک ضریب ثابت مثبت است.

۶- روش برخط فیلتر کالمن دو مرحله‌ای

مطابق با شکل (۴) اطلاعات میدان مغناطیسی مرجع $\vec{B}_{ECI,k}$ و خروجی حسگر $\vec{B}_{meas,k}$ پس از نمونه برداری در هر لحظه وارد بلوک اول می‌شوند. در این بلوک با به کارگیری الگوریتم فیلتر کالمن توسعه‌یافته یا فیلتر کالمن خنثی، پارامترهای حسگر شامل بایاس، ضریب مقیاس و عدم تعامد تخمین زده می‌شوند. این مقادیر تخمین زده شده در هر لحظه به عنوان ورودی وارد مرحله دوم می‌شوند. در لایه دوم با استفاده از خروجی لایه قبل و اطلاعات ماتریس وضعیت C_{ECI}^{body} و بهره‌گیری از فیلتر کالمن خطی، پارامترهای ماتریس خطای نصب استخراج می‌شود. در

$$\frac{\partial \|\vec{b}(x')\|^2}{\partial c_m} = (2(I+E)^{-1} \vec{c})_m \quad (27)$$

$$\frac{\partial \|\vec{b}(x')\|^2}{\partial E_{mm}} = -(2-\delta_{mm})((I+E)^{-1} \vec{c})_m \times ((I+E)^{-1} \vec{c})_m \quad (28)$$

m و n معرف مولفه‌های m ام و n ام بردار مورد نظر هستند. همچنین در صورتی که m با n برابر باشد مقدار δ_{mm} برابر یک و در غیر این صورت برابر صفر است. با توجه به N داده اندازه‌گیری، ماتریس M و T و R به صورت تعریف می‌گردند:

$$M = \begin{pmatrix} H_1 \\ \vdots \\ H_N \end{pmatrix} \quad (29)$$

$$T = \begin{pmatrix} y_1 - h_1(x_k) \\ \vdots \\ y_N - h_N(x_k) \end{pmatrix} \quad (30)$$

$$R = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_N^2 \end{pmatrix} \quad (31)$$

بر این اساس میزان تغییرات پارامترها از معادله زیر حاصل می‌شود:

$$\Delta x = (M^T R^{-1} M)^{-1} M^T R^{-1} T \quad (32)$$

در نهایت پارامترها با استفاده از رابطه زیر به روز می‌شوند:

$$x_{k+1} = x_k + \Delta x \quad (33)$$

روابط (۲۶) تا (۳۳) آنقدر تکرار می‌شوند تا الگوریتم همگرا شود. شرط همگرایی تعداد تکرار یا کوچک شدن $\|\Delta x\|$ از یک مقدار معین است.

۵-۲- مرحله دوم از الگوریتم حداقل مربعات

این مرحله برای استخراج پارامترهای خطای نصب مورد استفاده قرار می‌گیرد. با بهره‌گیری از پارامترهای حسگر به‌دست آمده از مرحله اول و ماتریس وضعیت ماهواره و همچنین رابطه (۲) می‌توان ماتریس خطای نصب حسگر نسبت به بدنه را به‌دست آورد. ابتدا رابطه (۲) را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\vec{B}_{meas} = R_{body}^{sensor} (I+D)^{-1} (C_{ECI}^{Bbody} \times \vec{B}_{ECI} + \vec{b}) + R_{body}^{sensor} (I+D)^{-1} \vec{\varepsilon} \quad (34)$$

در ادامه متغیرهای زیر تعریف می‌شوند:

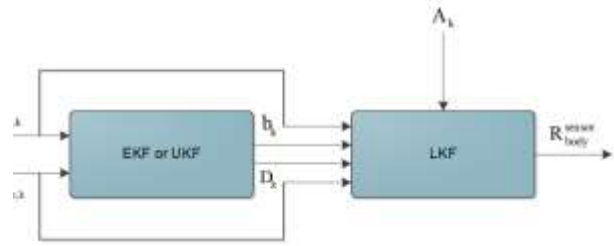
$$\vec{B}_{body} = (I+D)^{-1} (C_{ECI}^{Bbody} \times \vec{B}_{ECI} + \vec{b}) \quad (35)$$

$$R_{body}^{sensor} (I+D)^{-1} \vec{\varepsilon} \approx (I+D)^{-1} \vec{\varepsilon} = \vec{\eta} \quad (36)$$

$$R_{body}^{sensor} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \quad (37)$$

در روابط بالا η نویز سفید و \vec{B}_{body} میدان مغناطیسی اندازه‌گیری در دستگاه حسگر است. بنابراین مدل حسگر به صورت زیر خلاصه می‌گردد:

بخش بعد جزئیات هر یک از این مراحل بیان شده است.



شکل ۴: روش فیلتر کالمن دو مرحله‌ای

(۵۴)

$$J = [B_{meas1}b_1 \ B_{meas2}b_2 \ B_{meas3}b_3 \ B_{meas1}b_2 + B_{meas2}b_1 \ B_{meas1}b_3 + B_{meas3}b_1 \ B_{meas2}b_3 + B_{meas3}b_2]$$

(۵۵)

روابط (۵۱) تا (۵۵) آتقدر تکرار می‌شوند تا الگوریتم به مقدار مطلوب همگرا شود.

۶-۱-۲- الگوریتم فیلتر کالمن خنثی

معادله حالت و اندازه‌گیری جهت به کارگیری این الگوریتم طبق روابط (۵۴) و (۵۵) است. بر اساس این روابط، الگوریتم فیلتر کالمن خنثی در ادامه عنوان می‌گردد. پس از تعیین شرایط اولیه برای حالت-ها ($\hat{x}_0(+)$) و ماتریس کوواریانس خطای حالت‌ها ($P_{xx,0}(+)$)، ۱۹ نقطه سیگما از رابطه زیر به دست می‌آیند:

$$\chi_{i,k} = \begin{cases} \hat{x}_k(+) & i=0 \\ \hat{x}_k(+) + (\sqrt{(9+\lambda)P_{xx,k}(+)})_i & i=1, \dots, 9 \\ \hat{x}_k(+) - (\sqrt{(9+\lambda)P_{xx,k}(+)})_i & i=10, \dots, 18 \end{cases}$$

(۵۶)

که $(\sqrt{(9+\lambda)P_{xx,k}(+)})_i$ ستون i ام ریشه دوم ماتریس $(9+\lambda)P_{xx,k}(+)$ است. سپس ضرایب وزنی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$w_i^{(m)} = \begin{cases} \frac{\lambda}{9+\lambda} & i=0 \\ \frac{1}{2(9+\lambda)} & i=1, \dots, 18 \end{cases}$$

(۵۷)

$$w_i^{(c)} = \begin{cases} \frac{\lambda}{9+\lambda} + (1-\alpha^2 + \beta) & i=0 \\ \frac{1}{2(9+\lambda)} & i=1, \dots, 18 \end{cases}$$

(۵۸)

$$\lambda = \alpha^2(9+\kappa) - n$$

(۵۹)

در این روابط λ پارامتر مقیاس، α توزیع نقاط سیگما، β دانش قبلی توزیع حالت‌ها و κ پارامتر مقیاس ثانویه است. λ معمولاً بین ۰/۱ تا ۱ و κ برابر $3-n$ در نظر گرفته می‌شود. در ادامه نقاط سیگما بر اساس رابطه (۶۰) انتشار می‌یابد:

$$\chi_{i,k+1} = \chi_{i,k}$$

(۶۰)

حالت‌های پیشین و ماتریس کواریانس خطای حالت پیشین به صورت زیر است:

$$x_{k+1}(-) = \sum_{i=0}^{18} w_i^{(m)} \chi_{i,k+1}$$

(۶۱)

$$P_{xx,k+1}(-) = \sum_{i=0}^{18} w_i^{(c)} (\chi_{i,k+1} - \hat{x}_{k+1}(-))(\chi_{i,k+1} - \hat{x}_{k+1}(-))^T$$

(۶۲)

پس از آن معادله اندازه‌گیری به شکل زیر انتشار می‌یابد:

$$z_{i,k+1} = h(\chi_{i,k+1})$$

(۶۳)

۶-۱-۱- مرحله اول از الگوریتم فیلتر کالمن دو مرحله‌ای

۶-۱-۱-۱- الگوریتم فیلتر کالمن توسعه یافته

جهت به کارگیری فیلتر کالمن توسعه یافته باید معادله حالت و معادله اندازه‌گیری مشخص باشد. در این راستا پارامترهای حسگر به عنوان حالت-ها در نظر گرفته می‌شوند. به دلیل ثابت بودن پارامترهای حسگر، معادله حالت به شکل زیر است:

$$x(k+1) = x(k)$$

(۴۷)

با توجه به رابطه (۳)، معادله اندازه‌گیری به صورت رابطه (۴۸) در نظر گرفته می‌شود:

$$y = \|\bar{B}_{means}\|^2 - \|\bar{B}_{ECI}\|^2 = -\bar{B}_{means}^T(2D+D^2)\bar{B}_{means} + 2\bar{B}_{means}^T(I+D)\bar{b} - \|\bar{b}\|^2 + v = h(x) + v$$

(۴۸)

که در آن:

$$x = [\bar{b}^T \ D_{11} \ D_{22} \ D_{33} \ D_{12} \ D_{13} \ D_{23}]^T$$

(۴۹)

بر اساس روابط (۴۸) و (۴۹)، الگوریتم فیلتر کالمن توسعه یافته به صورت زیر طراحی می‌شود:

ابتدا شرایط اولیه برای حالت‌ها (\hat{x}_0) و ماتریس کوواریانس خطای حالت‌ها (P_0) انتخاب می‌شود. سپس روابط فیلتر کالمن توسعه یافته به صورت زیر بیان می‌شود:

$$K_k = P_k H_{k+1}^T (\hat{x}_k) (H_{k+1} (\hat{x}_k) P_k H_{k+1}^T (\hat{x}_k) + \sigma_{k+1}^2 (\hat{x}_k))^{-1}$$

(۵۰)

$$\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_k + K_k (y_{k+1} - h_{k+1}(\hat{x}_k))$$

(۵۱)

$$P_{k+1} = (I - K_k H_{k+1}(\hat{x}_k)) P_k$$

(۵۲)

در روابط بالا ماتریس ژاکوبی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$H(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x} = [2B_{meas}^T(I+D) - 2b^T \ -S^T M_{ED}(D) + 2J]$$

(۵۳)

که در آن:

$$M_{ED}(D) = 2I + \begin{pmatrix} 2D_{11} & 0 & 0 & 2D_{12} & 2D_{13} & 0 \\ 0 & 2D_{22} & 0 & 2D_{12} & 0 & 2D_{23} \\ 0 & 0 & 2D_{33} & 0 & 2D_{13} & 2D_{23} \\ D_{12} & D_{12} & 0 & D_{11} + D_{22} & D_{23} & D_{13} \\ D_{13} & 0 & D_{13} & D_{23} & D_{11} + D_{33} & D_{12} \\ 0 & D_{23} & D_{23} & D_{13} & D_{12} & D_{22} + D_{33} \end{pmatrix}$$

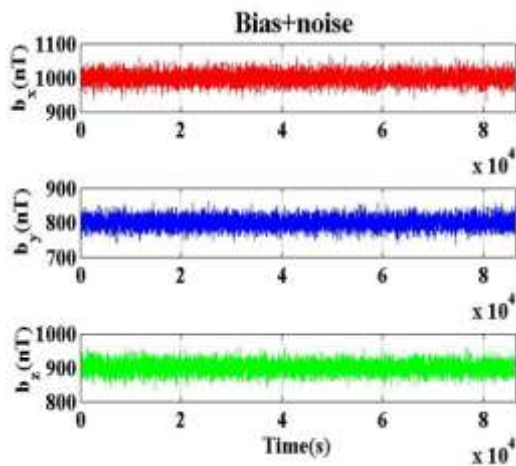
استفاده می‌شود. مشخصات این حسگر در جدول (۱) آورده شده است. در ضمن ماتریس خطای نصب بین بدنه و حسگر به صورت زیر است:

$$R = \begin{pmatrix} 0.9992 & 0.0349 & -0.0175 \\ -0.0346 & 0.9992 & 0.0174 \\ 0.0180 & -0.0168 & 0.9997 \end{pmatrix} \quad (۷۳)$$

شکل (۵) مجموع بایاس و نویز حسگر مغناطیسی را نشان می‌دهد و شکل (۶) اندازه بردار خروجی حسگر و اندازه بردار مدل میدان مغناطیسی مرجع شبیه سازی شده را نشان می‌دهد که به عنوان ورودی الگوریتم‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد.

جدول ۱: مشخصات حسگر مغناطیسی AMR-RS422-LV

مقدار	پارامتر
$(۱۰۰۰,۸۰۰,۹۰۰) \text{ nT}$	مجموع بایاس (بایاس+رانس بایاس)
$۳ \text{ nT} / \text{sqrt(Hz)}$	ضریب نویز هر محور
$۰,۰۱\%$	ضریب غیرخطی هر محور
$۰,۰۱\%$	ضریب هیستریزس هر محور
۰	ضریب نفوذپذیری هر محور
$۶ \text{ nT} / ^\circ\text{C}$	ضریب دمایی بایاس
$۶ \text{ nT} / \text{year}$	ضریب بلند مدت بایاس
۲۰۰۰۰ nT	محدوده
۱۰۰ Hz	پهنای باند
۱۶ bit	تعداد بیت گسسته‌سازی
$D = \begin{pmatrix} 0.01 & 0.01 & 0.01 \\ 0.01 & 0.02 & 0.01 \\ 0.01 & 0.01 & 0.01 \end{pmatrix}$	ماتریس LS
5 mrad	خطای نصب داخلی برای هر محور



شکل ۵: مجموع بایاس و نویز حسگر مغناطیسی

$$\hat{z}_{k+1}(-) = \sum_{i=0}^{18} W_i^{(m)} z_{i,k+1} \quad (۶۴)$$

همچنین کوواریانس اندازه‌گیری و ماتریس همبستگی متقابل به شکل زیر است:

$$P_{zz,k+1} = \sum_{i=0}^{18} W_i^{(c)} (z_{i,k+1} - \hat{z}_{k+1}(-))(z_{i,k+1} - \hat{z}_{k+1}(-))^T + \sigma_{k+1} \quad (۶۵)$$

$$P_{xz,k+1} = \sum_{i=0}^{18} W_i^{(c)} (\chi_{i,k+1} - \hat{x}_{k+1}(-))(z_{i,k+1} - \hat{z}_{k+1}(-))^T \quad (۶۶)$$

در نهایت بهره کالمن فیلتر، حالت‌های پسین و ماتریس کوواریانس خطای حالت پسین به صورت زیر است:

$$K_{k+1} = P_{xz,k+1} P_{zz,k+1}^{-1} \quad (۶۷)$$

$$\hat{x}_{k+1}(+) = \hat{x}_{k+1}(-) + K_{k+1} (z_{k+1} - \hat{z}_{k+1}(-)) \quad (۶۸)$$

$$P_{xx,k+1}(+) = P_{xx,k+1}(-) - K_{k+1} P_{zz} K_{k+1}^T \quad (۶۹)$$

روابط (۵۶) تا (۶۹) آنقدر تکرار می‌شوند تا الگوریتم به مقدار مطلوب همگرا شود.

۶-۲- مرحله دوم از الگوریتم فیلتر کالمن دو مرحله‌ای

این مرحله برای استخراج پارامترهای خطای نصب مورد استفاده قرار می‌گیرد. با استفاده از پارامترهای حسگر به دست آمده از مرحله اول و ماتریس وضعیت ماهواره می‌توان ماتریس خطای نصب حسگر نسبت به بدنه را به دست آورد. با توجه به رابطه (۴۸)، روابط فیلتر کالمن خطی به صورت زیر خواهد بود:

$$K_k = P_k W_{k+1}^T (W_{k+1} P_k W_{k+1}^T + (I + D)^{-1} \Sigma_{k+1})^{-1} \quad (۷۰)$$

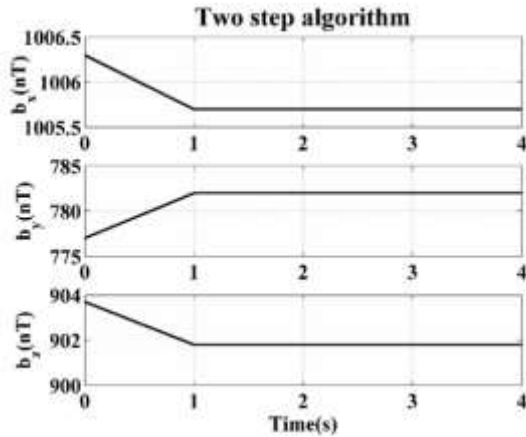
$$\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_k + K_k (\vec{V}_{k+1} - W_{k+1} \hat{x}_k) \quad (۷۱)$$

$$P_{k+1} = (I - K_k W_{k+1}) P_k \quad (۷۲)$$

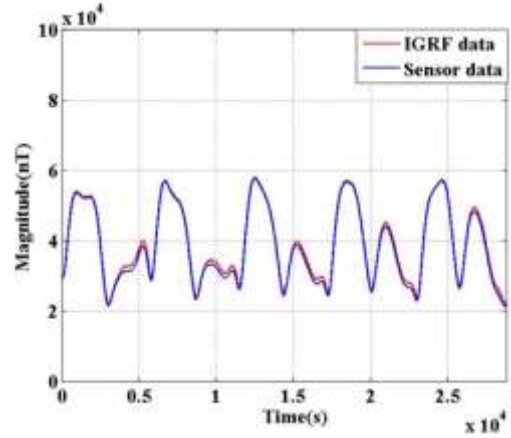
روابط (۷۰) تا (۷۲) تکرار می‌شوند تا الگوریتم به مقدار مطلوب همگرا شود.

۷- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش هدف از شبیه‌سازی بررسی هر یک از روش‌ها از نظر دقت، زمان همگرایی یا زمان جمع‌آوری داده، میزان حافظه ذخیره‌سازی و حجم محاسبات برای یک حسگر مغناطیسی نصب شده روی یک ماهواره مدار پایین است. در این راستا چارچوب بدنه ماهواره منطبق بر چارچوب مداری ماهواره در نظر گرفته می‌شود و از یک مدل مداری ایده‌آل در ارتفاع ۵۵۰ کیلومتری سطح زمین استفاده می‌شود. زمان شروع حرکت ماهواره در مدار ۲۰۱۶/۱/۱ در نظر گرفته می‌شود. همچنین از حسگر مغناطیسی AMR-RS422-LV شرکت ZARM جهت شبیه‌سازی



شکل ۷: نتایج الگوریتم حداقل مربعات غیر خطی برای بایاس حسگر مغناطیسی



شکل ۶: اندازه بردار خروجی حسگر و اندازه بردار مدل میدان مغناطیسی مرجع

۱-۷-۱- روش خارج از خط دو مرحله‌ای

۱-۱-۷- الگوریتم لونبرگ مارکاد

با جمع‌آوری داده با زمان نمونه‌برداری ۱۰ ثانیه به مدت ۱۲ ساعت و ده مرتبه اجرای روش پاسخ متمرکز و میانگین گرفتن از مقادیر حاصله، جدول (۲) به دست می‌آید. بر اساس جدول (۲) میانگین خطای بایاس برابر ۱۱ nT و میانگین خطای ماتریس D برابر ۰/۰۰۰۲۵ است که دقت قابل قبولی است. برای افزایش دقت، الگوریتم لونبرگ مارکاد را اجرا می‌کنیم. شکل (۷) نتیجه اجرای این الگوریتم را برای بایاس حسگر مغناطیسی نشان می‌دهد. مطابق با این شکل، الگوریتم بعد از یک بار تکرار همگرا می‌شود. جدول (۳) مقدار پارامترها بعد از همگرایی را نشان می‌دهد. بر اساس این جدول میانگین خطای بایاس برابر ۸/۵ nT و میانگین خطای ماتریس D برابر ۰/۰۰۰۱۶ است که نشان می‌دهد دقت نسبت به مرحله اول بیش‌تر شده است.

۲-۱-۷- الگوریتم حداقل مربعات خطی

با اجرای الگوریتم حداقل مربعات خطی، ماتریس خطای نصب به دست آمده به صورت زیر است:

$$R_{body}^{sensor} = \begin{pmatrix} 0.9992 & 0.0365 & -0.0190 \\ -0.0358 & 0.9992 & 0.0189 \\ 0.0199 & -0.0192 & 0.9996 \end{pmatrix} \quad (74)$$

بر اساس این ماتریس، زوایای خطای نصب مطابق با جدول (۴) است. طبق جدول، میانگین خطا برابر ۰,۰۸۵ درجه است که دقت قابل قبولی است.

جدول ۴: زوایای ماتریس خطای نصب

پارامترها	مقدار صحیح (درجه)	مقدار به دست آمده (درجه)
$(\theta \ \phi \ \psi)^T$	(۱,۲,۱)	(۱/۰۸, ۲/۰۹, ۱/۰۸)

جدول ۲: نتایج الگوریتم پاسخ متمرکز

پارامترها	مقدار صحیح ح (نانو تسلا)	مقدار به دست آمده (نانو تسلا)
$(b_1 \ b_2 \ b_3)^T$	(۱۰۰۰,۸۰۰,۹۰۰)	(۱۰۰۶,۳۷۷,۹۰۳/۷)
$(D_{11} \ D_{22} \ D_{33})^T$	(۰/۰۱, ۰/۰۲, ۰/۰۱)	(۰/۰۱۰۲, ۰/۰۱۹۵, ۰/۰۱۰۰)
$(D_{12} \ D_{13} \ D_{23})^T$	(۰/۰۱, ۰/۰۱, ۰/۰۱)	(۰/۰۱۰۲, ۰/۰۱۰۲, ۰/۰۰۹۶)

۲-۷-۲- روش بر خط فیلتر کالمن دو مرحله‌ای

۱-۲-۷- الگوریتم فیلتر کالمن توسعه یافته

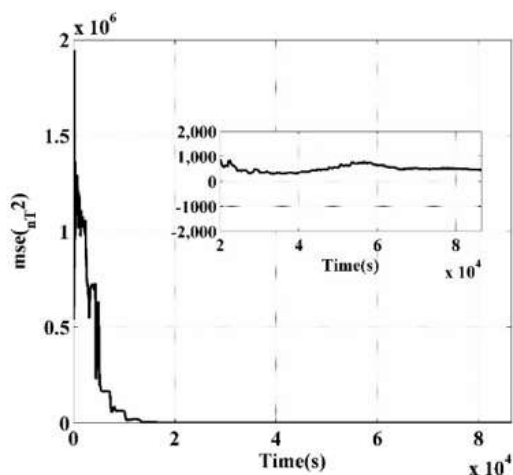
با زمان نمونه‌برداری ۱۰ ثانیه و ده مرتبه اجرای الگوریتم فیلتر کالمن توسعه یافته و میانگین گرفتن از نمودارهای حاصله، شکل (۸) تا شکل (۱۰) به دست می‌آید. همان‌طور که از شکل‌ها در می‌یابیم تمامی پارامترها بعد از مدت زمان ۸۰۰۰۰ ثانیه همگرا می‌شوند. مقدار پارامترها بعد از همگرایی به صورت جدول (۵) است. بر اساس این جدول، میانگین خطای بایاس برابر ۱۸/۳ nT و میانگین خطای ماتریس D برابر ۰/۰۰۱۱ است.

جدول ۳: نتایج الگوریتم پاسخ لونبرگ مارکاد

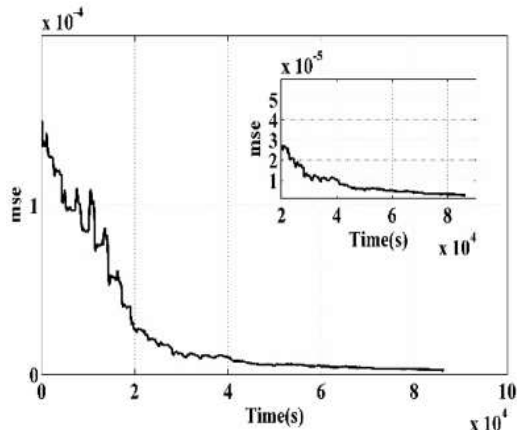
پارامترها	مقدار صحیح (نانو تسلا)	مقدار به دست آمده (نانو تسلا)
$(b_1 \ b_2 \ b_3)^T$	(۱۰۰۰,۸۰۰,۹۰۰)	(۱۰۰۵,۷۷۸/۰,۹۰۱/۸)
$(D_{11} \ D_{22} \ D_{33})^T$	(۰/۰۱, ۰/۰۲, ۰/۰۱)	(۰/۰۱۰۲, ۰/۰۱۹۷, ۰/۰۱۰۰)
$(D_{12} \ D_{13} \ D_{23})^T$	(۰/۰۱, ۰/۰۱, ۰/۰۱)	(۰/۰۱۰۱, ۰/۰۱۰۲, ۰/۰۰۹۸)

مقدار به دست آمده (نانوتسلا)	مقدار صحیح (نانوتسلا)	پارامترها
(۱۰۱۳۷,۷۶۶/۶,۹۰۷/۸)	(۱۰۰۰,۸۰۰,۹۰۰)	$(b_1 \ b_2 \ b_3)^T$
(۰/۰۰۸۶,۰/۰۱۶۸,۰/۰۱۰۱)	(۰/۰۱,۰/۰۲,۰/۰۱)	$(D_{11} \ D_{22} \ D_{33})^T$
(۰/۰۰۸۲,۰/۰۱۰۲,۰/۰۰۹۷)	(۰/۰۱,۰/۰۱,۰/۰۱)	$(D_{12} \ D_{13} \ D_{23})^T$

شکل‌های (۱۱) و (۱۲) میانگین مربعات خطای بایاس و ماتریس D حسگر مغناطیسی را نشان می‌دهد. با توجه به نمودارهای به دست آمده، میانگین مربعات خطای بایاس پس از ۲۰۰۰۰ ثانیه به مقدار کمتر از nT^2 و ۱۰۰۰ و پس از ۸۰۰۰۰ ثانیه به مقدار ۴۵۴/۶ می‌رسد. همچنین میانگین مربعات خطای ماتریس D پس از ۴۰۰۰۰ به مقدار کمتر از $۰/۰۰۰۰۱$ و پس از ۸۰۰۰۰ ثانیه به مقدار $۲/۵ \times 10^{-6}$ می‌رسد.

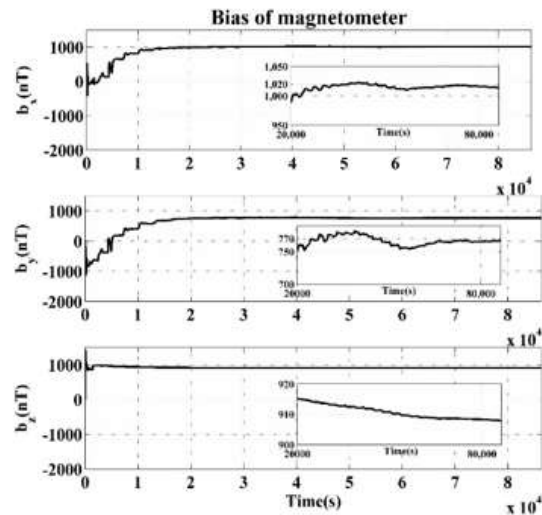


شکل ۱۱: میانگین مربعات خطای بایاس حسگر مغناطیسی

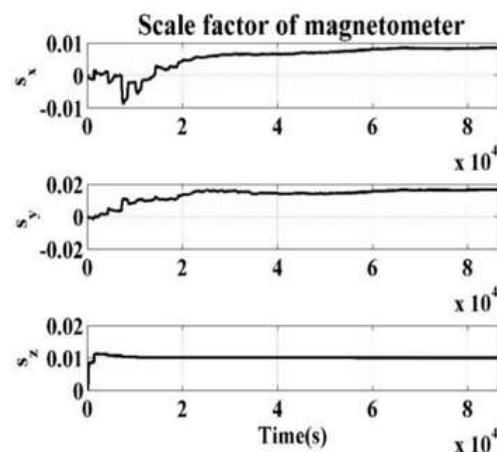


شکل ۱۲: میانگین مربعات خطای ماتریس D حسگر مغناطیسی

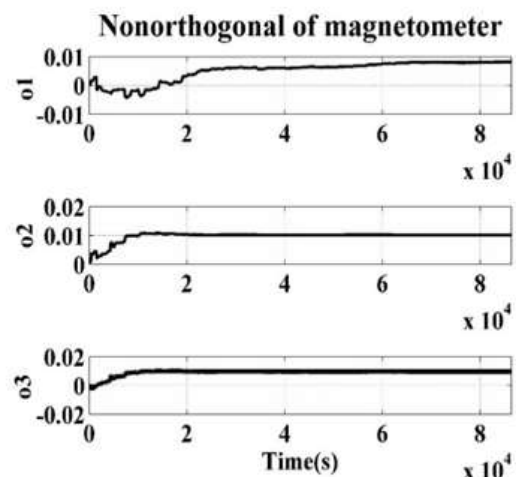
۷-۲-۲- الگوریتم فیلتر کالمن خنثی



شکل ۸: تخمین بایاس با استفاده از الگوریتم فیلتر کالمن توسعه یافته

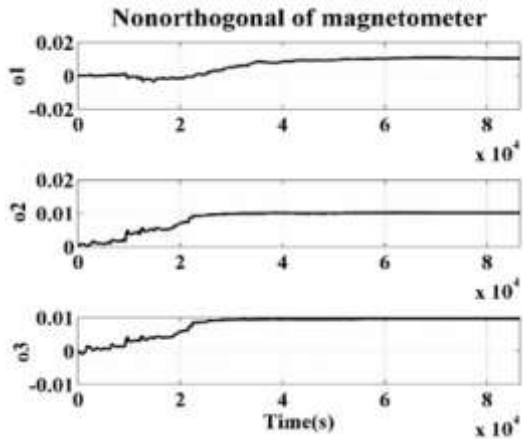


شکل ۹: تخمین ضریب مقیاس با استفاده از الگوریتم فیلتر کالمن توسعه یافته



شکل ۱۰: تخمین عدم تعامد با استفاده از الگوریتم فیلتر کالمن توسعه یافته

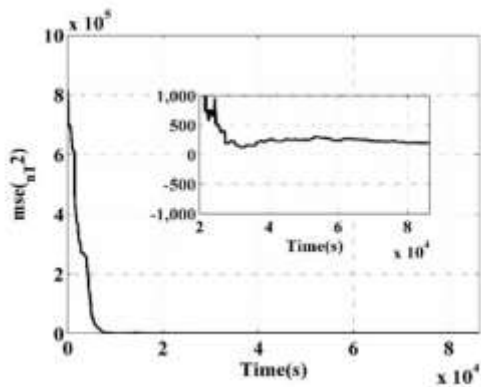
جدول ۵: نتایج الگوریتم فیلتر کالمن توسعه یافته



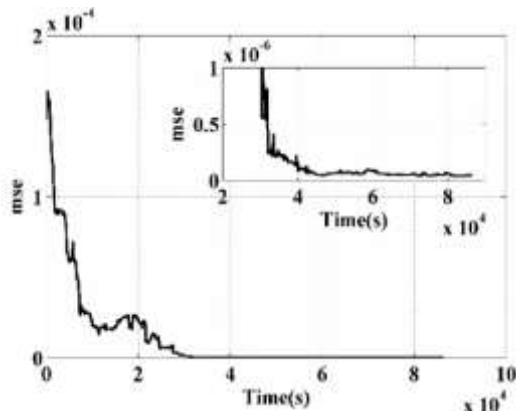
شکل ۱۵: تخمین عدم تعامد با استفاده از الگوریتم فیلتر کالمن خنثی

جدول ۶: نتایج الگوریتم فیلتر کالمن خنثی

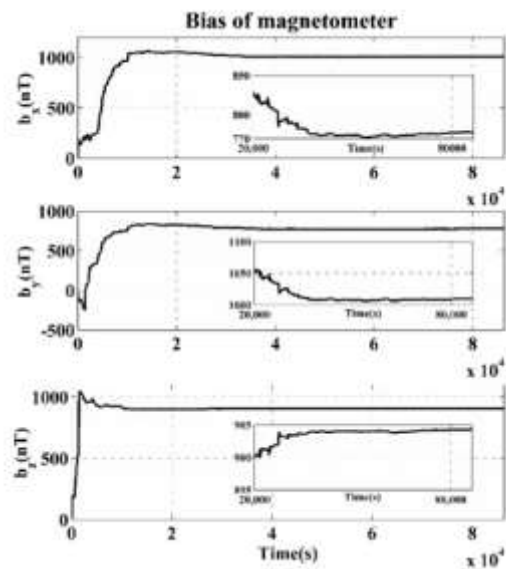
مقدار به دست آمده (نانو تسلا)	مقدار صحیح (نانو تسلا)	پارامترها
(۰/۰۹/۶,۷۷۷/۳,۹۰۴/۳)	(۱۰۰۰,۸۰۰,۹۰۰)	$(b_1 \ b_2 \ b_3)^T$
(۰/۰۱۰۱,۰/۰۲۰۰,۰/۰۱۰۰)	(۰/۰۱,۰/۰۲,۰/۰۱)	$(D_{11} \ D_{22} \ D_{33})^T$
(۰/۰۱۰۴,۰/۰۱۰۱,۰/۰۰۹۷)	(۰/۰۱,۰/۰۱,۰/۰۱)	$(D_{12} \ D_{13} \ D_{23})^T$



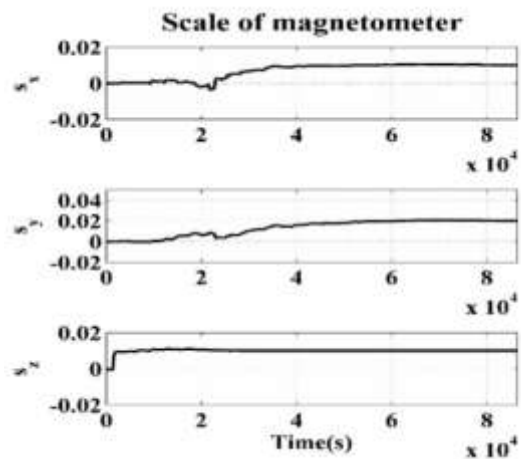
شکل ۱۶: میانگین مربعات خطای بایاس حسگر مغناطیسی



با زمان نمونه برداری و اجرای ده مرتبه الگوریتم فیلتر کالمن خنثی و میانگین گرفتن از نمودارهای حاصله، شکل (۱۳) تا شکل (۱۵) به دست می آید. همان طور که از شکل‌ها در می یابیم تمامی پارامترها بعد از مدت زمان ۸۰۰۰۰ ثانیه همگرا می شوند. مقدار پارامترها بعد از همگرایی به صورت جدول (۶) است. بر اساس این جدول، میانگین خطای بایاس برابر ۱۲/۲ و میانگین خطای ماتریس D برابر ۰/۰۰۰۱۵ است. شکل (۱۶) و (۱۷) میانگین مربعات خطای بایاس حسگر مغناطیسی را نشان می دهد. با توجه به نمودار به دست آمده میانگین مربعات خطا پس از ۲۰۰۰۰ ثانیه به مقدار کمتر از 1000 nT^2 و پس از ۸۰۰۰۰ ثانیه به مقدار $208/6$ می رسد. همچنین میانگین مربعات خطای ماتریس D پس از ۴۰۰۰۰ ثانیه به مقدار کمتر از 10^{-7} و پس از ۸۰۰۰۰ ثانیه به مقدار $4/5 \times 10^{-8}$ می رسد.

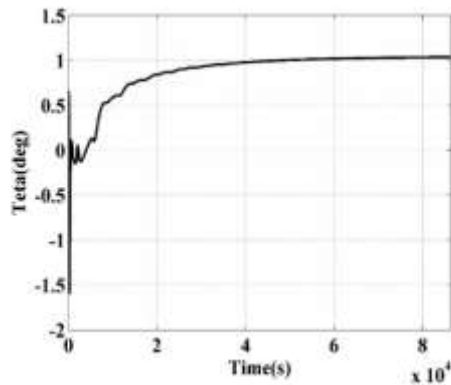


شکل ۱۳: تخمین بایاس با استفاده از الگوریتم فیلتر کالمن خنثی



شکل ۱۴: تخمین ضریب مقیاس با استفاده از الگوریتم فیلتر کالمن خنثی

شکل ۱۷: میانگین مربعات خطای ماتریس D حسگر مغناطیسی



شکل ۲۰: تخمین زاویه یاو با استفاده از الگوریتم فیلتر کالمن خطی

۷-۲-۳- الگوریتم فیلتر کالمن خطی

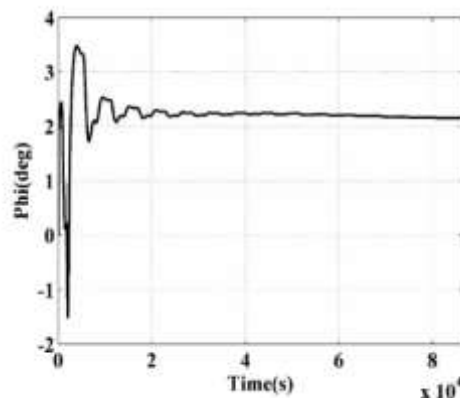
با انتخاب الگوریتم فیلتر کالمن خنثی و ده مرتبه اجرای همزمان آن با فیلتر کالمن خطی جهت به دست آوردن خطای نصب و میانگین گرفتن از نمودارهای حاصله، شکل (۱۸) تا شکل (۲۰) به دست می‌آید. همان‌طور که از شکل‌ها در می‌یابیم تمامی پارامترها بعد از مدت زمان ۸۰۰۰۰ ثانیه همگرا می‌شوند. مقدار پارامترها بعد از همگرایی به صورت جدول (۷) است.

جدول ۷: زوایای ماتریس خطای نصب

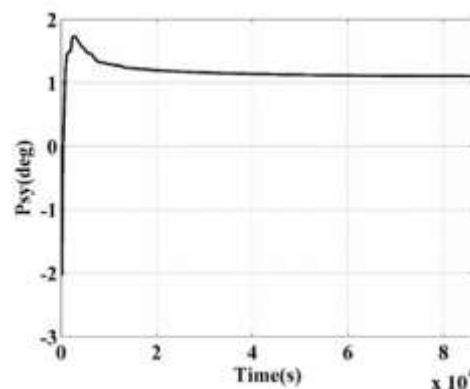
پارامترها	مقدار صحیح	مقدار به دست آمده
$(\theta \ \phi \ \psi)^T$	(۱, ۲, ۱)	(۱۰۳, ۲/۱۵, ۱/۱۰)

بنابراین میانگین خطا برابر ۰/۰۹ درجه است که دقت قابل قبولی است. همچنین ماتریس خطای نصب متناظر با این زوایا به صورت زیر است:

$$R_{body}^{sensor} = \begin{pmatrix} 0.9992 & 0.0375 & -0.0181 \\ -0.0356 & 0.9991 & 0.0193 \\ 0.0203 & -0.0195 & 0.9997 \end{pmatrix} \quad (۷۵)$$



شکل ۱۸: تخمین زاویه رول با استفاده از الگوریتم فیلتر کالمن خطی



شکل ۱۹: تخمین زاویه پیچ با استفاده از الگوریتم فیلتر کالمن خطی

جدول ۸: نتایج شبیه‌سازی الگوریتم‌های کالیبراسیون روی برد حسگر مغناطیسی

نام روش	دقت (MSE) (بایاس)	زمان همگرایی/زمان جمع‌آوری داده	حجم داده	زمان محاسبات
پاسخ متمرکز	۱۹۴/۱ nT^2	۱۲ ساعت	۵۰/۶۲۵ کیلو بایت	۱/۵ ثانیه
پاسخ متمرکز لونیبرگ مارکاد	nT^2 ۱۱۹/۹	۱۲ ساعت	۵۰/۶۲۵ کیلو بایت	۶۰ ثانیه
فیلتر کالمن توسعه یافته	nT^2 ۴۵۴/۶	۲۴ ساعت	۱۲ بایت	۷/۳ ثانیه
فیلتر کالمن خنثی	nT^2 ۲۰۸/۶	۲۴ ساعت	۱۲ بایت	۱۴/۹ ثانیه

خلاصه نتایج شبیه‌سازی روش‌ها در جدول (۸) آورده شده است. همان‌طور که دیده می‌شود از بین روش‌های خارج از خط، روش پاسخ متمرکز لونیبرگ مارکاد دارای دقت بالاتری است ولی حجم محاسبات آن زیاد است. همچنین از بین روش‌های برخط، روش فیلتر کالمن خنثی دارای بیش‌ترین دقت و کمترین زمان همگرایی است. در کاربردهای عملی معمولاً روش‌های برخط به دلیل نیاز به حافظه ذخیره‌سازی کم و زمان واقعی بودن به روش‌های خارج از خط ترجیح داده می‌شوند. در مجموع با توجه به نوع مأموریت، میزان حافظه ذخیره‌سازی، قدرت پردازنده و سایر موارد، هر یک از این روش‌ها می‌تواند گزینه منتخب باشد.

۸- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک مدل از حسگر مغناطیسی مورد بررسی قرار گرفت که بر خلاف مدل‌های گذشته شامل اثر غیرخطی، اثر هیستریزیس، اثر کوانتیزه کردن داده، اثر نفوذ پذیری و خطای نصب است. در ادامه دو روش حداقل مربعات دو مرحله‌ای و فیلتر کالمن دو مرحله‌ای جهت کالیبراسیون روی

- [10] Yang, D., You, Z., Li, B., Duan, W., & Yuan, B., "Complete Tri-Axis Magnetometer Calibration with a Gyro Auxiliary", *Sensors*, 17(6), 2017.
- [11] Jung H, Psiaki ML, "Tests of magnetometer/sun-sensor orbit determination using flight data", *J Guide, Control Dyn*, pp. 582–90, 2002.
- [12] Takahashi F, Shimizu H, Matsushima M, Shibuya H, Matsuoka S, Nakazawa S, et al, "In-orbit calibration of the lunar magnetometer onboard SELENE (KAGUYA)", *Earth Planets Space*, pp. 1269–74, 2009.
- [13] Li W, Wang JL, "Magnetic sensors for navigation applications: an overview", *J Navig*, pp.263–75, 2014.
- [14] F.L. Markley, J.L. Crassidis, "Fundamental of spacecraft Attitude Determination and Control", Springer, 2014.
- [15] Alonso R, Shuster MD, "Attitude-independent magnetometer-bias determination: a survey", *J Astronaut Sci*, pp. 453–75, 2002.
- [16] Alonso R, Shuster MD, "TWOSTEP: a fast robust algorithm for attitude-independent magnetometer-bias determination", *J Astronaut Sci*, pp. 433–51, 2002.
- [17] Alonso R, Shuster MD, "Complete linear attitude-Independent magnetometer calibration", *J Astronaut Sci*, pp. 477–90, 2002.
- [18] Crassidis JL, Lai KL, Harman RR, "Real-time attitude-independent three-axis magnetometer calibration", *J Guid Control Dyn* pp. 115–20, 2005.
- [19] Soken HE, Hajiyev C, "UKF based in-flight calibration of magnetometers and rate gyros for pico satellite attitude determination", *Asian J Control*, pp. 707–15, 2012.
- [20] Soken HE, Hajiyev C, "UKF-based reconfigurable attitude parameters estimation and magnetometer calibration", *IEEE Trans Aerosp Electron Syst*, pp. 2614–27, 2012.
- [21] Juang JC, Tsai YF, Tsai CT, "Design and verification of a magnetometer-based orbit determination and sensor calibration algorithm", *Aerosp Sci Technol*, pp. 47–54, 2012.
- [22] Z. Zhen, X. Jianping, J. Jin, "On-orbit real time magnetometer bias determination for micro-satellite without attitude information", *Chinese Journal of Aeronautics*, pp. 1503-1509, 2015.
- [23] F. Landis Markley, John L. Crassidis, "Fundamental of spacecraft attitude determination and control", Springer, 2014.
- [24] Abdelrahman, M., Chang, I., & Park, S. Y., "Magnetic torque attitude control of a satellite using the state-dependent Riccati equation technique", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 46(5), pp. 758-771, 2011.
- [25] E. Thébault., C.C. Finlay, C.D. Beggan, P. Alken, J. Aubert, O. Barrois, F. Bertrand, T. Bondar, A. Boness, L. Brocco, E. Canet, "International geomagnetic reference field: the 12th generation. Earth", *Planets and Space*, vol. 67, no. 1, pp.1-19, 2015.
- برد ارائه شد. در روش حداقل مربعات دو مرحله‌ای در مرحله اول با به- کارگیری الگوریتم پاسخ متمرکز- لونبرگ مارکاد، بایاس، ضریب مقیاس و عدم تعامد به دست آورده شده‌اند و در مرحله دوم با استفاده از الگوریتم حداقل مربعات خطی، پارامترهای ماتریس خطای نصب را استخراج می- کردند. در روش فیلتر کالمن دو مرحله‌ای در مرحله اول با بهره‌گیری از فیلتر کالمن توسعه یافته یا فیلتر کالمن خنثی، بایاس، ضریب مقیاس و عدم تعامد تخمین زده شدند و در مرحله دوم با استفاده از الگوریتم فیلتر کالمن خطی، پارامترهای ماتریس خطای نصب را محاسبه گردیدند. نتایج شبیه- سازی روی یک ماهواره نزدیک به زمین نشان داد که این دو روش پارامترهای حسگر را با دقت بالایی استخراج می‌کنند و همچنین خطای نصب را به میزان قابل توجهی کاهش می‌دهند. به هر حال روش برخط به دلیل محاسبه لحظه‌ای پارامترها و نیاز کمتر به حافظه ذخیره‌سازی بر روش دیگر ارجحیت دارد. از میان روش‌های برخط، ترکیب فیلتر کالمن خنثی و فیلتر کالمن خطی دارای دقت بالاتر و سرعت همگرایی بیشتری است ولی زمان محاسبات آن طولانی‌تر و پیاده‌سازی آن دشوارتر است.

مراجع

- [1] Jin J, Baoyin HX, Li JF, "Attitude scheme for satellite with defective inertia characteristic", *Aircr Eng Aerosp Technol*, pp. 422–31, 2013.
- [2] Ran DC, Sheng T, Cao L, Chen XQ, Zhao Y, "Attitude control system design and on-orbit performance analysis of nano-satellite", *Chin J Aeronaut*, pp. 593–601, 2013.
- [3] Han K, Wang H, Tu BJ, Jin ZH, "Pico-satellite autonomous navigation with magnetometer and sun sensor data", *Chin J Aeronaut*, pp. 46–54, 2011.
- [4] ح. بلندی، ب. قربانی واقعی، م. اسماعیل زاده، دینامیک و کنترل وضعیت ماهواره، انتشارات دانشگاه علم و صنعت، ۱۳۹۲.
- [5] D. Gebre-Egziabher, G. Elkaim, J. Powell, B. Parkinson, "Calibration of strapdown magnetometers in magnetic field domain", *J. Aerospace Eng*, 19 (2), pp. 87–102, 2006.
- [6] T. Pylvanainen, "Automatic and adaptive calibration of 3D field sensors", *Applied Mathematical Modelling* 32, pp. 575–587, 2007.
- [7] H. Pang, D. Chen, M. Pan, S. Luo, Q. Zang, J. Li, C. Wan, J. Wang, F. Luo and W. Wang, "Calibration of three-axis magnetometer with differential evolution algorithm," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol 346, pp. 5-10, 2013.
- [8] H. Pang, D. Chen, M. Pan, S. Luo, Q. Zang, J. Li and F. Luo, "A New Calibration Method of Three Axis Magnetometer with Nonlinearity Suppression," *IEEE TRANSACTION ON MAGNET*, vol. 49, no. 9, 2013.
- [9] S.A.H Tabatabaei, A. Gluhak and R. Tafazoli, "A Fast Calibration Method for Triaxial Magnetometers," *IEEE Transaction on Instrument and Measurement*, vol. 62, no. 11, pp. 2929-2937, 2013.