

# الگوریتم کالیبراسیون پس گام برای مغناطیس سنج سه-محوره با کاربرد در رونده‌های زیرسطحی خودگردان همراه با انحرافات مغناطیسی

حسین نورمحمدی<sup>۱</sup>، محمدتقی ثابت<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> استادیار، پژوهشکده علوم و فناوری شمال، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مازندران، ایران Hnourmohammadi@mut.ac.ir

<sup>۲</sup> استادیار، پژوهشکده علوم و فناوری شمال، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مازندران، ایران Sabet\_mt@mut.ac.ir

پذیرش: ۱۴۰۱/۰۸/۲۵

ویرایش: ۱۴۰۱/۰۴/۱۴

دریافت: ۱۴۰۰/۱۱/۰۸

**چکیده:** تخمین زاویه‌ی سمت یکی از چالش‌های اساسی در سامانه‌های ناوبری اینرسی ارزان‌قیمت است. عدم مشاهده‌پذیری زاویه‌ی سمت از شمال با بردار شتاب جاذبه و همچنین عدم دسترسی به ناوبری رادیویی/ماهواره‌ای در رونده‌های زیرسطحی بر میزان این چالش می‌افزاید. استفاده از مغناطیس سنج سه-محوره و تخمین زاویه‌ی سمت با میدان مغناطیسی زمین یکی از راهکارهای اساسی برای بهبود دقت سامانه‌های ناوبری اینرسی ارزان‌قیمت است. اما، برای دستیابی به تخمین دقیق از زاویه‌ی سمت، کالیبراسیون مناسب مغناطیس سنج از نظر خطای اندازه‌گیری حسگر و همچنین حضور انحرافات مغناطیسی، ضروری است. هدف از این مقاله، طراحی یک الگوریتم پس‌گام برای کالیبراسیون مغناطیس سنج در اندازه‌گیری مولفه‌های میدان مغناطیسی زمین است. در الگوریتم پیشنهادی، نتایج روش رایج کالیبراسیون مغناطیسی کروی، با ارائه‌ی راهکاری بر مبنای تفکیک کانال عمودی و مولفه‌های میدان در صفحه‌ی تراز اصلاح خواهند شد. ارزیابی الگوریتم پیشنهادی، در آزمون‌های میدانی پیاده‌سازی شده روی یک رونده‌ی زیرسطحی خودگردان انجام می‌گیرد.

**کلمات کلیدی:** مغناطیس سنج سه محوره، کالیبراسیون پس گام، رونده‌های زیرسطحی، ناوبری اینرسی ارزان قیمت.

## Back-stepping calibration algorithm for three-axial magnetometer applied to autonomous underwater vehicles with magnetic deviations

Hossein Nourmohammadi, Mohammad Taghi Sabet

**Abstract:** Heading estimation is one of the main challenges in low-cost inertial navigation systems (INSs). Non-observability of heading angle with gravitational acceleration vector as well as inaccessibility of radio/satellite navigation in underwater vehicles increases the value of this challenge. Applying three-axis magnetometer and heading estimation from earth magnetic field components is one of the main approaches to accuracy enhancement of the low-cost inertial navigation systems. However, in order to achieve accurate heading estimation, the magnetometer must be appropriately calibrated for both sensor errors and presence of magnetic deviations. This paper aims to develop back-stepping algorithm for magnetometer calibration applied to measure the earth magnetic field components. In the proposed algorithm, the results of the prevalent spherical magnetic calibration are corrected based on vertical channel decomposition and magnetic field components in the horizontal plane. The algorithm is evaluated in the field tests executed on an Autonomous Underwater Vehicle (AUV).

**Keywords:** Three-axis magnetometers, Back-stepping calibration, Underwater vehicles, Low-cost inertial navigation.

## ۱- مقدمه

امروزه، روندهای زیرسطحی خودگردان<sup>۱</sup> نقش قابل ملاحظه‌ای در انجام بسیاری از ماموریت‌های دریایی آشکار یا پنهان از جمله عملیات جست‌وجو و بازرسی، نقشه‌برداری، بسترشناسی و جمع‌آوری اطلاعات ایفا می‌کنند. بدیهی است که داشتن ناوبری دقیق یک مسأله‌ی کلیدی در این روندهای خودگردان و ماموریت آنها است. سامانه‌ی ناوبری اینرسی یکی از روش‌های رایج در ناوبری روندهای بدون سرنشین زیرسطحی است؛ به ویژه زمانی که طراحی سامانه‌ی ناوبری/ارزان‌قیمت به عنوان یک الزام سیستمی مطرح باشد. پیشرفت فناوری در حوزه‌ی سیستم‌های میکروالکترومکانیکی<sup>۲</sup> و پیدایش حسگرهای اینرسی ارزان‌قیمت منجر به تحولات چشمگیری در سامانه‌های ناوبری اینرسی شد. نکته‌ی حائز اهمیت این است که در صورت استفاده از حسگرهای اینرسی میکروالکترومکانیکی، دقت تخمین وضعیت و موقعیت به شدت تحت تاثیر خطای این حسگرها قرار می‌گیرد. بنابراین، کاربرد سامانه‌های ناوبری اینرسی منفرد<sup>۳</sup> (غیر تلفیقی) به شدت محدود می‌شود [۱]. این موضوع، انگیزه‌ی اصلی توسعه‌ی سامانه‌های ناوبری اینرسی تلفیقی<sup>۴</sup> است که نوع رایج آن استفاده از سامانه‌های ناوبری ماهواره‌ای جهانی<sup>۵</sup> در کنار ناوبری اینرسی است [۲]. اما، در برخی کاربری‌ها نظیر روندهای زیرسطحی خودگردان امکان بکارگیری ناوبری رادیوی/ماهواره‌ای وجود ندارد و لازم است از راهکارهای دیگری برای جلوگیری از رشد خطای ناوبری اینرسی استفاده شود.

استفاده از مغناطیس سنج سه-محوره<sup>۶</sup> راهکاری مناسب برای بهبود تخمین زاویه‌ی سمت از شمال در سامانه‌ی ناوبری اینرسی است. لازم به ذکر است که تخمین درست زاویه‌ی سمت نقشی تعیین کننده در جلوگیری از رشد خطای ناوبری در الگوریتم‌های بر پایه‌ی محاسبات مرده<sup>۷</sup> خواهد داشت. اما، برای استخراج زاویه‌ی سمت از شمال با دقت قابل قبول از یک مغناطیس سنج سه-محوره لازم است که:

اولاً، منابع خطای حسگر به درستی شناسایی و تخمین زده شوند.

ثانیاً، مولفه‌های میدان مغناطیسی زمین به درستی از منابع میدان خارجی و اغتشاشات مغناطیسی جداسازی شوند.

در صورت عدم اعمال کالیبراسیون مناسب برای برآوردن موارد فوق، وجود خطا در تخمین زاویه‌ی سمت با مغناطیس سنج، اجتناب‌ناپذیر است. این موضوع، محوریت اصلی پژوهش حاضر را تشکیل می‌دهد. در ادامه‌ی این بخش، ابتدا مروری بر ادبیات موضوع و فعالیت‌های پیشین شده و سپس به بیان اهداف و جنبه‌های نوآوری مقاله پرداخته می‌شود.

مسأله‌ی کالیبراسیون مغناطیس سنج در پژوهش‌های متعددی مورد توجه قرار گرفته است. در اواخر قرن بیستم، روشی برای کالیبراسیون

زاویه‌ی سمت مغناطیسی توسط مرکز تصویربرداری و نقشه‌برداری NIMA در آمریکا ارائه و تحت عنوان الگوریتم کالیبراسیون چرخشی<sup>۸</sup> منتشر شد [۳]. الگوریتم کالیبراسیون چرخشی به طور مستقیم روی زاویه‌ی سمت اعمال می‌شود. لزوم در اختیار داشتن یک مقدار مرجع از زاویه‌ی سمت از شمال، مهم‌ترین محدودیت روش کالیبراسیون چرخشی است. برای این منظور، معمولاً از یک صفحه‌ی مندرج شده از ۰ تا ۳۶۰ درجه استفاده می‌شود. نکته‌ی حائز اهمیت این است که برخی از ضرایب کالیبراسیون چرخشی تابع اندازه‌ی میدان مغناطیسی محلی هستند. به همین دلیل اگر روندهای تحت ناوبری در منطقه‌ی دریایی وسیعی حرکت کند، شاید نیاز به چند مرحله کالیبراسیون در طول زمان شناوری باشد. از این رو، در کنار روش فوق، روش‌های کالیبراسیون میدان مغناطیسی (نه کالیبراسیون زاویه‌ی سمت) نیز مطرح شدند. برخلاف روش کالیبراسیون چرخشی، در روش‌های کالیبراسیون میدان، مولفه‌های بردار میدان مغناطیسی اندازه‌گیری شده از مغناطیس سنج سه-محوره بر اساس مقادیر مرجع بردار میدان مغناطیسی زمین کالیبره می‌شوند. در دسته‌ی اول از روش‌های کالیبراسیون مغناطیس سنج، بر کمینه کردن اختلاف بین اندازه‌ی میدان اندازه‌گیری شده توسط مغناطیس سنج و اندازه‌ی میدان مغناطیسی محلی زمین تمرکز شده است [۴]. در دسته‌ی دوم از روش‌های کالیبراسیون مغناطیس سنج، به جای اندازه‌ی میدان به مولفه‌های میدان پرداخته شد. منطق این روش‌ها بر این اساس است که مکان هندسی مولفه‌های بردار میدان مغناطیسی در یک نقطه، یک کره به شعاع اندازه‌ی میدان مغناطیسی محلی آن نقطه خواهد بود. بنابراین مسأله‌ی کالیبراسیون به مسأله‌ی انطباق بردار میدان مغناطیسی از مکان هندسی بیضوی (کالیبره نشده) به کره‌ی (کالیبره شده) خلاصه می‌شود [۵]، [۶] و [۷]. علاوه بر دو دسته‌ی فوق، فعالیت‌های متعدد دیگری نیز انجام شده است که به عنوان مثال می‌توان به فرمول‌بندی‌های متنوع ارائه شده در مرجع [۸] در خصوص کالیبراسیون مغناطیسی اشاره کرد. در مرجع [۹] به ارائه‌ی الگوریتمی با ساختارهای سری دو مرحله‌ای برون‌خط و برخط برای کالیبراسیون روی برد حسگر مغناطیسی پرداخته شده است. در رویکرد دیگری که برای کاربردهای بلادرنگ مناسب است، از فیلتر کالمن توسعه‌یافته برای استخراج پارامترهای کالیبراسیون مغناطیس سنج استفاده شده است [۱۰]. در مرجع [۱۱] نیز با تلفیق روش‌های تخمین کمینه مربعات بازگشتی و بیشینه احتمال به کالیبراسیون مغناطیس سنج سه-محوره پرداخته شده است. در برخی فعالیت‌ها هم، به مسأله‌ی هم‌محوری در کالیبراسیون مغناطیس سنج سه-محوره پرداخته شده است [۱۲] و [۱۳]. با توجه به اینکه به طور عمده از مغناطیس سنج سه-محوره در تخمین زاویه‌ی سمت بدست آمده از ناوبری اینرسی استفاده می‌شود، هم‌محوری این حسگر با واحد اندازه‌گیری اینرسی از اهمیت بالایی برخوردار است. برخی دیگر

<sup>6</sup> Three-Axial Magnetometer (TAM)

<sup>7</sup> Dead Reckoning (DR)

<sup>8</sup> Swinging Calibration

<sup>1</sup> Autonomous Underwater Vehicles (AUVs)

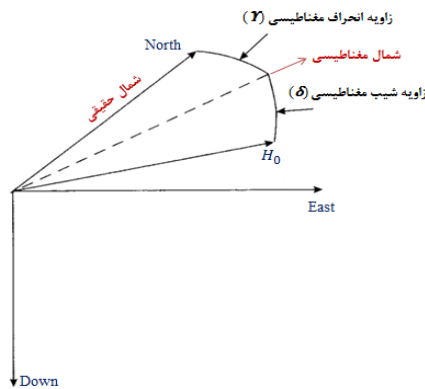
<sup>2</sup> Micro-Electro Mechanical Systems (MEMS)

<sup>3</sup> Stand-alone Inertial Navigation Systems

<sup>4</sup> Integrated Inertial Navigation Systems

<sup>5</sup> Global Navigation Satellite System (GNSS)

می‌دهد. مولفه‌های اصلی میدان مغناطیسی زمین شامل زاویه‌ی شیب مغناطیسی<sup>۱</sup>، زاویه‌ی انحراف مغناطیسی<sup>۲</sup> و شدت میدان مغناطیسی<sup>۳</sup> هستند که در شکل ۱ نشان داده می‌شوند.



شکل ۱: مولفه‌های اصلی میدان مغناطیسی زمین

از آنجایی که خطوط میدان مغناطیسی زمین بر سطح زمین منطبق نیستند، همواره بین شدت میدان مغناطیسی زمین و سطح افقی (سطح تراز)، زاویه وجود دارد. به این زاویه بین بردار میدان مغناطیسی و سطح تراز، زاویه‌ی شیب مغناطیسی ( $\delta$ ) گفته می‌شود. ضمن حرکت از استوا به سوی قطب‌ها، شیب مغناطیسی افزایش می‌یابد. مولفه‌ی دوم، زاویه‌ی انحراف مغناطیسی ( $\gamma$ ) است که در واقع زاویه‌ی بین شمال مغناطیسی و شمال حقیقی (جغرافیایی) است. جهت شمال مغناطیسی نیز از تصویر بردار میدان مغناطیسی زمین در صفحه‌ی تراز حاصل می‌شود. زاویه‌ی انحراف مغناطیسی در نقاط مختلف روی زمین، متفاوت بوده و با زمان تغییر می‌کند. مولفه‌ی سوم، شدت میدان مغناطیسی ( $H_0$ ) است که برابر با اندازه‌ی بردار میدان مغناطیسی زمین است. با داشتن سه مولفه‌ی فوق، بردار میدان مغناطیسی در دستگاه ناوبری ( $H^n$ )، به صورت زیر تشکیل می‌شود.

$$H^n = \begin{bmatrix} H_0 \cos \delta \cos \gamma \\ H_0 \cos \delta \sin \gamma \\ H_0 \sin \delta \end{bmatrix} \quad (1)$$

استخراج زاویه‌ی سمت از شمال از مغناطیس سنج سه-محوره با استفاده از رابطه‌ی انتقال بردار میدان مغناطیسی از دستگاه بدنه به دستگاه ناوبری انجام می‌گیرد.

$$H^b = C_n^b H^n$$

$$\begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} = C_n^b \begin{bmatrix} H_0 \cos \delta \cos \gamma \\ H_0 \cos \delta \sin \gamma \\ H_0 \sin \delta \end{bmatrix}, \quad H_0 = \sqrt{(H_x^2 + H_y^2 + H_z^2)} \quad (2)$$

که  $H^b$  بردار میدان مغناطیسی اندازه‌گیری شده توسط حسگر در دستگاه بدنه است. ماتریس  $C_n^b$ ، ماتریس انتقال از دستگاه ناوبری به دستگاه بدنه است و بر اساس ترتیب Z-Y-X از زوایای اولیه به صورت زیر بیان می‌شود [۱۶].

از فعالیت‌ها بر طراحی و ساخت سامانه‌های خودکار برای انجام کالیبراسیون مغناطیس سنج، البته با در نظر گرفتن الزاماتی نظیر استفاده از موتور پیزوالکتریک و انتخاب مواد از جنس پلاستیک، آلومینیوم، برنج و شیشه (موادی که فاقد خواص مغناطیسی هستند) متمرکز شده‌اند، که از جمله‌ی آنها می‌توان به مرجع [۱۴] اشاره کرد.

مرور بر ادبیات موضوع حاکی از آن است که فعالیت‌های متعددی در حوزه‌ی کالیبراسیون مغناطیسی با هر دو روش کالیبراسیون چرخشی و کالیبراسیون مغناطیسیِ کروی صورت گرفته است. همچنین، استفاده از زاویه‌ی سمت بدست آمده از مغناطیس سنج به عنوان یک اندازه‌گیری کمکی در سامانه‌های ناوبری اینرسی مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱۵].

لازم به ذکر است که از نظر ترتیب، کالیبراسیون مغناطیسیِ کروی مقدم بر الگوریتم کالیبراسیون چرخشی است و به همین خاطر در برخی مراجع با عنوان کالیبراسیون اولیه نیز نام برده می‌شود. به عبارت دیگر، در صورتی که کالیبراسیون مولفه‌های میدان به درستی انجام نگردد، کالیبراسیون چرخشی نیز ممکن است به نتایج نامطلوبی منجر شود. در مقاله‌ی حاضر نیز بر الگوریتم کالیبراسیون مغناطیسیِ کروی تمرکز می‌شود. هدف اصلی از این مقاله، ارائه‌ی راهکاری برای بهبود عملکرد الگوریتم کالیبراسیون مغناطیسیِ کروی در شرایط میدانی و با در نظر گرفتن الزامات عملیاتی و در حضور تداخل‌های مغناطیسی است. جنبه‌های اصلی نوآوری مقاله به شرح زیر هستند.

الف) توسعه‌ی الگوریتم کالیبراسیون پس گام برای کالیبراسیون مغناطیس سنج سه-محوره

ب) اصلاح ضرایب کالیبراسیون مولفه‌های میدان مغناطیس سنج بر اساس پیکره‌بندی چند-کاناله با تفکیک کانال‌های عمودی و فراز  
ج) ارائه‌ی سناریوی عملی در جهت ارزیابی و بهبود نتایج کالیبراسیون مغناطیسی با در نظر گرفتن مسائل و محدودیت‌های عملیاتی  
د) ارائه‌ی الگوریتمی با عملکرد قابل قبول در شرایطی که امکان دوران کامل روندهای حامل حسگر مغناطیس سنج در جهت‌های مختلف وجود ندارد.

ارزیابی الگوریتم پیشنهادی در آزمون میدانی دریایی و با پیاده‌سازی در سامانه‌ی ناوبری یک روندهای زیرسطحی بدون سرنشین انجام می‌گیرد. لازم به ذکر است که روندهای در نظر گرفته شده برای آزمون میدانی شامل انواع عوامل ایجاد اختلال‌های مغناطیسی است.

## ۲- مدل اندازه‌گیری مغناطیس سنج

در صورت اعمال کالیبراسیون دقیق، خروجی مغناطیس سنج سه-محوره، بردار میدان مغناطیسی محلی زمین خواهد بود. در چنین شرایطی، مکان هندسی بردار اندازه‌گیری شده توسط حسگر در دستگاه مختصات سه-بعدی، تشکیل یک کره به شعاع شدت میدان مغناطیسی محلی زمین

<sup>3</sup> Magnetic Field Intensity

<sup>1</sup> Angle of Dip

<sup>2</sup> Declination Angle

$$\psi_M = \begin{cases} \pi/2 & M_1 = 0 \text{ \& } M_2 < 0 \\ 3\pi/2 & M_1 = 0 \text{ \& } M_2 > 0 \\ 0 & M_1 > 0 \text{ \& } M_2 = 0 \\ \pi - \text{atan}(M_2/M_1) & M_1 < 0 \\ 2\pi - \text{atan}(M_2/M_1) & M_1 > 0 \text{ \& } M_2 > 0 \\ -\text{atan}(M_2/M_1) & M_1 > 0 \text{ \& } M_2 < 0 \end{cases} \quad (8)$$

مساله‌ی اصلی در تخمین زاویه‌ی سمت با مغناطیس سنج این است که میدان مغناطیسی اندازه‌گیری شده توسط حسگر، باید همان میدان مغناطیسی زمین باشد. در صورت وجود اغتشاشات مغناطیسی خارجی و همچنین خطای اندازه‌گیری حسگر، تخمین زاویه‌ی سمت با خطا مواجه خواهد شد. به همین خاطر، الگوریتم‌های کالیبراسیون مغناطیسی در بهبود دقت تخمین زاویه‌ی سمت از اهمیت بالایی برخوردار هستند.

### ۳- کالیبراسیون مغناطیس سنج سه-محوره

کالیبراسیون میدان مغناطیسی (که با نام کالیبراسیون مغناطیسی کروی رایج است) و کالیبراسیون چرخشی (برای تخمین زاویه‌ی سمت از شمال) دو روش بنیادی در کالیبراسیون مغناطیس سنج سه-محوره هستند. در این بخش به شرح مبانی این روش‌ها پرداخته می‌شود.

همان طوری که قبلاً نیز اشاره شد، مکان هندسی بردار خروجی حسگر مغناطیس سنج سه-محوره در صورت اندازه‌گیری میدان مغناطیسی زمین، یک کره به شعاع شدت میدان مغناطیسی محلی زمین خواهد بود.

$$H_x^2 + H_y^2 + H_z^2 = H^2 = cte \quad (9)$$

که  $H$ ، شدت میدان مغناطیسی محلی زمین است. اما، وجود هر گونه خطا در حسگر یا قرار گرفتن در معرض اغتشاشات مغناطیسی، موجب خارج شدن این مکان هندسی از حالت کروی می‌شود. مهم‌ترین منابع خطا در اندازه‌گیری مغناطیسی، خطای آهن سخت<sup>۴</sup>، خطای آهن نرم<sup>۵</sup>، نویز پهنای باند اندازه‌گیری، ضریب مقیاس و ناهمترازی هستند. از موارد فوق، خطای آهن سخت و خطای آهن نرم مربوط اغتشاشات یا تداخل میدان مغناطیسی ناخواسته ناشی از تجهیزات پیرامون حسگر هستند که البته بیشترین تاثیر را نیز به خود اختصاص می‌دهند. با توجه به منابع خطای فوق، مدل خطای مغناطیس سنج سه-محوره به صورت زیر بیان می‌شود [۱۸].

$$\hat{H}^b = C_m C_{sf} C_{si} (H^b + b^b + w^b) \quad (10)$$

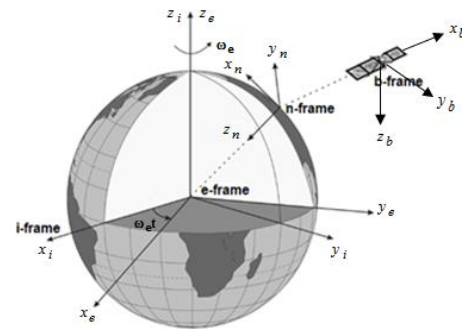
که  $\hat{H}^b$ ، میدان مغناطیسی اندازه‌گیری شده توسط حسگر و  $H^b$ ، میدان مغناطیسی واقعی زمین است. بردارهای  $b^b = [b_x^b \ b_y^b \ b_z^b]^T$  و  $w^b = [w_x^b \ w_y^b \ w_z^b]^T$  به ترتیب بردار بایاس آهن سخت و نویز پهنای باند هستند. ماتریس‌های  $C_m$  و  $C_{sf}$ ،  $C_{si}$  به ترتیب ماتریس‌های  $3 \times 3$  برای خطاهای آهن نرم، ضریب مقیاس و ناهمترازی هستند. در اثر خطای آهن سخت، کره‌ی مکان هندسی میدان مغناطیسی به یک مرکز غیر از

$$C_n^b = C_3 C_2 C_1$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad C_2 = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$C_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$$

دستگاه‌های مختصات مورد استفاده شامل دستگاه مختصات اینرسی (i-frame)، دستگاه مختصات زمینی (e-frame)، دستگاه مختصات بدنه (b-frame) و دستگاه مختصات ناوبری (n-frame) هستند که در شکل ۲ معرفی می‌شوند [۱۷].



شکل ۲: دستگاه‌های مختصات در ناوبری اینرسی

در رابطه‌ی ۳، متغیرهای  $\varphi$ ،  $\theta$  و  $\psi$  به ترتیب بیانگر زوایای غلت<sup>۱</sup>، فراز<sup>۲</sup> و سمت<sup>۳</sup> از شمال هستند. در صورتی که بردار میدان مغناطیسی در دستگاه بدنه به صورت زیر نرمال‌سازی شود،

$$\begin{bmatrix} M_x & M_y & M_z \end{bmatrix}^T = \frac{1}{H_0} \begin{bmatrix} H_x & H_y & H_z \end{bmatrix}^T \quad (4)$$

و همچنین از زاویه‌ی انحراف مغناطیسی ( $\gamma$ ) صرف نظر شود، رابطه‌ی ۲ با استفاده از روابط ۳ و ۴ به صورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$\begin{bmatrix} C\theta & 0 & S\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\theta & 0 & C\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\varphi & -S\varphi \\ 0 & S\varphi & C\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\psi & S\psi & 0 \\ -S\psi & C\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \delta \\ 0 \\ \sin \delta \end{bmatrix} \quad (5)$$

توجه شود که در رابطه‌ی ۵،  $C$  و  $S$  به ترتیب بیانگر توابع  $\cos$  و  $\sin$  هستند. رابطه‌ی ۵ را می‌توان به صورت زیر بسط داد.

$$M_x \cos \theta + M_y \sin \theta \sin \varphi + M_z \cos \varphi \sin \theta = \cos \psi \cos \delta$$

$$M_y \cos \varphi - M_z \sin \varphi = -\sin \psi \cos \delta \quad (6)$$

و زاویه‌ی سمت از شمال به صورت زیر بدست خواهد آمد.

$$\tan \psi = \frac{-M_2}{M_1}$$

$$M_1 = M_x \cos \theta + M_y \sin \theta \sin \varphi + M_z \cos \varphi \sin \theta$$

$$M_2 = M_y \cos \varphi - M_z \sin \varphi \quad (7)$$

و نگاهت زاویه‌ی سمت در بازه‌ی  $[0 \ 2\pi]$  بر اساس رابطه‌ی ۸ انجام می‌گیرد.

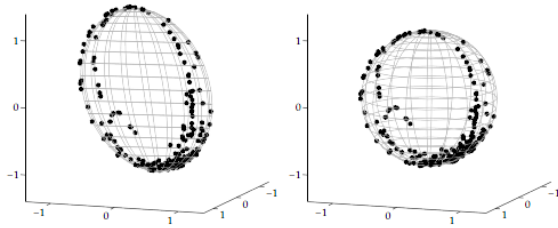
<sup>4</sup> Hard Iron

<sup>5</sup> Soft Iron

<sup>1</sup> Roll

<sup>2</sup> Pitch

<sup>3</sup> Yaw



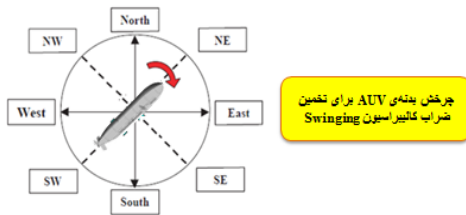
شکل ۳: نتیجه الگوریتم کالیبراسیون اولیه در اصلاح بردار میدان مغناطیسی اندازه گیری شده توسط مغناطیس سنج سه-محوره [۲۰]

در شکل ۳، بردار خروجی حسگر قبل از کالیبره در سمت چپ (با مکان هندسی بیضوی) و بعد از کالیبراسیون در سمت راست (با مکان هندسی کروی) نشان داده شده است. البته معایب و محدودیت‌های برای این روش وجود دارد که در بخش‌های بعد به آن پرداخته شده و راهکار پیشنهادی نیز معرفی خواهد شد.

در ادامه به تشریح روش کالیبراسیون چرخشی پرداخته می‌شود. در روش کالیبراسیون چرخشی، از یک فرم استاندارد از خطای زاویه‌ی سمت از شمال به عنوان مدل کالیبراسیون استفاده می‌شود [۱۸].

$$\delta\psi = A + B \sin(\psi) + C \cos(\psi) + D \sin(2\psi) + E \cos(2\psi) \quad (19)$$

رابطه‌ی ۱۹، یک سری فوری‌ی کوتاه شده است که در واقع ضرایب آن برای در نظر گرفتن خطاهای آهن نرم و سخت هستند. تخمین ضرایب فوری‌ی بر اساس روشی به نام الگوریتم چرخشی انجام می‌گیرد. این فرآیند همچنان که در شکل ۴ نشان داده می‌شود، شامل تراز کردن و چرخاندن سامانه‌ی حامل مغناطیس سنج برای قرار گرفتن در تعداد زیادی زاویه‌ی سمت از شمال مشخص است.



شکل ۴: نمایش الگوریتم کالیبراسیون چرخشی

در k-مین مقداردهی زاویه‌ی سمت، خطای  $\delta\psi_k$  محاسبه می‌شود و با استفاده از این مقادیر، دستگاه معادلات زیر تشکیل می‌شود.

$$\begin{bmatrix} \delta\psi_1 \\ \delta\psi_2 \\ \vdots \\ \delta\psi_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \psi_1 & \cos \psi_1 & \sin 2\psi_1 & \cos 2\psi_1 \\ 1 & \sin \psi_2 & \cos \psi_2 & \sin 2\psi_2 & \cos 2\psi_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \sin \psi_N & \cos \psi_N & \sin 2\psi_N & \cos 2\psi_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{bmatrix} \quad (20)$$

رابطه‌ی ۲۰ به فرم استاندارد  $\mathbf{z} = \Phi \mathbf{x}$  است و با استفاده از روش تخمین حداقل مربعات، ضرایب کالیبراسیون چرخشی تعیین می‌شوند. توجه شود که برای محاسبه‌ی  $\delta\psi$  نیاز به مقداردهی مرجع برای زاویه‌ی سمت از شمال است.

$$\delta\psi = \psi_{ref} - \psi_{Mag} \quad (21)$$

مبدأ انتقال می‌یابد. همچنین، در اثر خطای ضریب مقیاس و خطای آهن نرم (با فرض حذف پارامترهای غیرقطری)، این کره به یک بیضی گون تبدیل می‌شود. بنابراین، در اثر وجود خطا و اغتشاشات مغناطیسی، رابطه‌ی ۱۰ به صورت زیر تغییر می‌یابد.

$$\left(\frac{\hat{H}_x^b - b_x}{s_x}\right)^2 + \left(\frac{\hat{H}_y^b - b_y}{s_y}\right)^2 + \left(\frac{\hat{H}_z^b - b_z}{s_z}\right)^2 = H^2 \quad (11)$$

که  $b_x$ ،  $b_y$  و  $b_z$  ضرایب کالیبراسیون مربوط به خطای آهن سخت و  $s_x$ ،  $s_y$  و  $s_z$  مربوط به ترکیب خطاهای آهن نرم و ضریب مقیاس هستند. لازم به ذکر است، برای جایگذاری  $H$  می‌توان از مدل‌های موجود از میدان مغناطیسی مرجع زمین نظیر مدل IGRF<sup>1</sup> استفاده نمود. برای تخمین ضرایب فوق، می‌توان از روش کمینه مربعات استفاده نمود. اما، ابتدا رابطه‌ی ۱۱ باید به فرم استاندارد  $\mathbf{z} = \Phi \mathbf{x}$  نوشته شود. برای این منظور، از بازنویسی زیر استفاده می‌شود.

$$\begin{aligned} (\hat{H}_x^b)^2 &= -b_x^2 + 2\hat{H}_x^b b_x - \left(\frac{s_x}{s_y}\right)^2 (\hat{H}_y^b)^2 - \left(\frac{s_x}{s_z}\right)^2 b_y^2 + 2\left(\frac{s_x}{s_z}\right)^2 \hat{H}_y^b b_y \\ &\quad - \left(\frac{s_x}{s_z}\right)^2 (\hat{H}_z^b)^2 - \left(\frac{s_x}{s_z}\right)^2 b_z^2 + 2\left(\frac{s_x}{s_z}\right)^2 \hat{H}_z^b b_z + s_x^2 H^2 \end{aligned} \quad (12)$$

بر اساس رابطه‌ی ۱۲، بردار حالت تخمین و ماتریس رگرسیون به صورت زیر تشکیل می‌شوند.

$$\mathbf{x} = \left[ b_x \left(\frac{s_x}{s_y}\right)^2 b_y \left(\frac{s_x}{s_z}\right)^2 b_z \left(\frac{s_x}{s_z}\right)^2 b_x^2 + \left(\frac{s_x}{s_y}\right)^2 b_y^2 + \left(\frac{s_x}{s_z}\right)^2 b_z^2 - s_x^2 H^2 \right]^T \quad (13)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 2\hat{H}_x^b & 2\hat{H}_y^b & 2\hat{H}_z^b & -(\hat{H}_y^b)^2 & -(\hat{H}_z^b)^2 & -1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

بدین ترتیب، برای داده‌برداری به تعداد k نمونه، معادله‌ی تخمین برابر خواهد بود با:

$$\mathbf{z}_{k \times 1} = \Phi_{k \times 6} \mathbf{x}_{6 \times 1} \quad (15)$$

و بر اساس روش کمینه مربعات، بردار حالت به صورت زیر تخمین زده می‌شود [۱۹].

$$\hat{\mathbf{x}} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T \mathbf{z} \quad (16)$$

در نهایت، ضرایب کالیبراسیون میدان مغناطیسی به صورت زیر استخراج می‌شود.

$$\begin{aligned} b_x &= \hat{x}_1, \quad b_y = \frac{\hat{x}_2}{\hat{x}_4}, \quad b_z = \frac{\hat{x}_3}{\hat{x}_5} \\ s_x^2 &= \frac{1}{H^2} \left( -\hat{x}_6 + \hat{x}_1^2 + \frac{\hat{x}_2^2}{\hat{x}_4} + \frac{\hat{x}_3^2}{\hat{x}_5} \right), \quad s_y^2 = \frac{s_x^2}{\hat{x}_4}, \quad s_z^2 = \frac{s_x^2}{\hat{x}_5} \end{aligned} \quad (17)$$

و مولفه‌های میدان مغناطیسی خروجی حسگر به صورت زیر کالیبره می‌شوند.

$$H_x^b = \frac{\hat{H}_x^b - b_x}{s_x}, \quad H_y^b = \frac{\hat{H}_y^b - b_y}{s_y}, \quad H_z^b = \frac{\hat{H}_z^b - b_z}{s_z} \quad (18)$$

به این فرآیند، کالیبراسیون مغناطیسی اولیه نیز گفته می‌شود. در شکل ۳ نقش الگوریتم کالیبراسیون اولیه در اصلاح مکان هندسی بردار میدان مغناطیسی اندازه‌گیری شده توسط حسگر نشان داده می‌شود.

<sup>1</sup> International Geomagnetic Reference Field

به طور معمول استخراج ضرایب کالیبراسیون مغناطیسی به صورت برون-خط انجام گرفته و از نتایج بدست آمده، در اصلاح خروجی مغناطیس سنج استفاده می شود. در الگوریتم پیشنهادی نیز روال کار به همین صورت انجام می گیرد. اما، نکته‌ی اساسی در این است که ابتدا سامانه اصلی (رونده زیرآبی خودگردان) در محیط واقعی قرار گرفته و داده‌برداری‌های لازم انجام می گیرد. سپس با استفاده از داده‌های بدست آمده، ضرایب کالیبراسیون مغناطیسی استخراج می شود. در آزمون واقعی (حین انجام ماموریت) رونده، تنها از ضرایب بدست آمده استفاده شده و ارزیابی می شود که آیا ضرایب کالیبراسیون بدست آمده عملکرد مناسب و قابل قبولی در ناوبری رونده دارند یا خیر. جنبه‌ی اصلی نوآوری مقاله این است که در آن تنها به استخراج ضرایب کالیبراسیون میدان مغناطیسی در کالیبراسیون مغناطیسی کروی بسنده نمی شود. بلکه ضرایب در آزمون دوم (که یک حرکت رفت و برگشتی رونده را شامل می شود) در قالب یک الگوریتم چند-مرحله‌ای بازنگری و اصلاح می شوند. بعد از انجام مراحل فوق و نهایی شدن ضرایب کالیبراسیون، از نتایج بدست آمده در زیرسامانه‌ی ناوبری رونده در حین انجام ماموریت در محیط واقعی استفاده می شود.

اساس کالیبراسیون مغناطیسی پس گام چند-کاناله این است که در قالب گام‌های رو به عقب، ضرایب استخراج شده از روش رایج کالیبراسیون مغناطیسی کروی در چند مرحله اصلاح خواهند شد. گام‌های اصلی الگوریتم پیشنهادی به شرح زیر هستند.

#### گام اول: تخمین اولیه ضرایب کالیبراسیون

شروع الگوریتم با همان الگوریتم رایج کالیبراسیون مغناطیسی (که در بخش ۳ تشریح شد) است و تخمین اولیه از ضرایب کالیبراسیون در آزمون کالیبراسیون اول انجام می گیرد. لازم به ذکر است که در آزمون کالیبراسیون اول، رونده‌ی شامل مغناطیس سنج سه-محوره در موقعیت مربوطه در دریا قرار گرفته و تحت دوران‌های مختلف قرار می گیرد. دوران در کانال سمت، کل بازه‌ی ۰ تا ۳۶۰ را پوشش می دهد. اما در کانال‌های فراز و غلت امکان دوران کامل وجود نداشته و تنها در بازه‌های محدود انجام می گیرد.

#### گام دوم: اصلاح ضرایب در آزمون حرکت رفت و برگشتی رونده

در این گام، ارزیابی اول دقت ضرایب کالیبراسیون استخراج شده از الگوریتم رایج گام اول انجام می گیرد. آزمونی که در این گام ترتیب داده می شود، حرکت رونده‌ی بستر مغناطیس سنج سه-محوره در یک مسیر رفت و برگشتی با برد محدود (مثلاً ۵ یا ۱۰ کیلومتر) است. ضرایب کالیبراسیون باید به گونه‌ای بازنگری و اصلاح شوند که در نقطه‌ی برگشت، پله یا اختلاف مقدار در اندازه‌ی میدان مغناطیسی اندازه‌گیری شده توسط حسگر وجود نداشته باشد. برای حذف این پله، بهتر است از اصلاح ضریب مقیاس کانال عمودی (Z) استفاده شود.

#### گام سوم: اصلاح ضرایب با تفکیک کانال تراز و عمودی

که مقدار مرجع زاویه‌ی سمت از شمال و  $\psi_{Mag}$  مقدار حاصل از مغناطیس سنج (طبق رابطه‌ی ۸) است. به روش کالیبراسیون چرخشی، روش کالیبراسیون مغناطیسی ثانویه نیز گفته می شود.

#### ۴- کالیبراسیون مغناطیسی پس گام چند-کاناله

در این بخش به معرفی الگوریتم کالیبراسیون مغناطیسی پس گام چند-کاناله پرداخته می شود، که به منظور بهبود دقت و عملکرد الگوریتم رایج کالیبراسیون مغناطیسی کروی (که در بخش ۳ تشریح شد) در محیط عملی و با در نظر گرفتن محدودیت‌های عملیاتی توسعه داده می شود. موارد زیادی پیش می آید که ضرایب استخراج شده از آزمون کالیبراسیون، عملکرد مورد انتظار را در آزمون‌های میدانی دیگر ندارند. برای آنکه الگوریتم کالیبراسیون میدان مغناطیسی عملکرد قابل قبولی داشته باشد، موضوعات متعددی وجود دارد. مهم‌ترین مساله این است که سامانه‌ی تحت ناوبری (بستر بکارگیری مغناطیس سنج) لازم است تحت دوران در محدوده‌ی مناسب از زوایای وضعیت (غلت، فراز و سمت از شمال) قرار گیرد. در صورت عدم تامین داده‌های غنی از خروجی مغناطیس سنج سه-محوره در زوایای مختلف، دقت تخمین ضرایب کالیبراسیون میدان مغناطیسی نیز به شدت تحت تاثیر قرار می گیرد. اما در بسیاری از کاربردها، امکان دوران کامل سامانه‌ی ناوبری در زوایای سه محور وجود ندارد. به ویژه در رونده‌های زیرسطحی خودگردان، این محدودیت به مراتب بیشتر نیز خواهد بود. هدف از این بخش که بنیان اصلی پژوهش حاضر را تشکیل می دهد، ارائه‌ی الگوریتمی برای دستیابی به دقت قابل قبول از کالیبراسیون میدان مغناطیسی با وجود محدودیت‌های فوق است.

قبل از آنکه به تشریح الگوریتم کالیبراسیون مغناطیسی پس گام چند-کاناله پرداخته شود، فرضیات و قیود سیستمی مربوط به کالیبراسیون مغناطیس سنج روی یک رونده‌ی زیرسطحی خودگردان بیان می شوند، که شامل موارد زیر هستند.

(الف) امکان چرخش کامل بدنه در زوایای غلت و فراز وجود ندارد.

(ب) محل قرارگیری مغناطیس سنج سه-محوره داخل بدنه‌ی رونده به گونه‌ای است که در معرض فلزات با خاصیت مغناطیسی و به تبع تداخل یا اغتشاشات مغناطیسی قرار می گیرد.

(ج) دسترسی به میز کالیبراسیون مناسب و فاقد اثرات تداخلی وجود ندارد. بنابراین، فرآیند کالیبراسیون باید در محیط میدانی انجام گیرد.

قیود فوق ممکن است منجر به استخراج ضرایب کالیبراسیون با عملکرد مناسب محلی در الگوریتم کالیبراسیون رایج گردد. به عبارت دیگر، ممکن است ضرایب مطلوبی از آزمون کالیبراسیون استخراج شود، ولی استفاده از این ضرایب در آزمون‌های دیگر نتایج مطلوبی به همراه نداشته باشد. الگوریتمی که در ادامه ارائه می شود، در واقع راهکاری برای پاسخ به این چالش است.

نتایج حاصل از این آزمون‌ها در ادامه تشریح خواهند شد. ابتدا به معرفی بستر آزمون میدانی، تجهیزات و حسگرهای اصلی پرداخته می‌شود. در شکل ۵ نمای کلی از روندهی بستر مغناطیس سنج نشان داده می‌شود. جنس بدنه‌ی این رونده از فولاد بوده که منجر به اغتشاشات مغناطیسی خواهد شد. بنابراین، الگوریتم مغناطیسی بکار رفته باید عملکرد مناسبی در محیط متاثر از تداخل‌های مغناطیسی داشته باشد.



شکل ۵: نمایی از بدنه‌ی روندهی زیرسطحی خودگردان

در سامانه‌ی پیشنهادی از حسگر Honeywell HMC1001-1002 استفاده شده که از نوع اثر مقاوت مغناطیسی<sup>۱</sup> است. مشخصات فنی این حسگر در جدول ۱ ارائه می‌شود.

جدول ۱: مشخصات فنی مغناطیس سنج Honeywell HMC1001-1002	
مشخصات	اندازه
نرخ داده‌برداری	0.1 ~ 1000 Hz
محدوده اندازه‌گیری	± 200000 nT
خطای خطی	0.1 %
خطای هیستریزس	0.05 %
رزولوشن	2.9 nT
ولتاژ تغذیه	5 ~ 12 V

لازم به ذکر است که زوایای غلت و فراز مورد نیاز در الگوریتم پیشنهادی از یک سامانه‌ی ناوبری AHRS بر اساس الگوریتم ارائه شده در مرجع [۲۱] تامین می‌شوند.

در آزمون کالیبراسیون اول، رونده‌ی حامل حسگر به داخل دریا منتقل شده و توسط غواص در زوایای مختلف تراز و سمت از شمال چرخانده می‌شود. سناریوی چرخش شامل حالت‌های مختلف چرخش حول محور غلت، چرخش حول محورهای غلت-فراز و چرخش حول محورهای غلت-فراز-سمت است. در شکل ۶ زوایای دوران بدنه در آزمون کالیبراسیون اول نشان داده می‌شوند.

دوران در کانال سمت در کل بازه‌ی ۱۸۰- تا ۱۸۰+ درجه است. اما، در کانال غلت در بازه‌ی ۵۵- تا ۵۵+ درجه بوده و در کانال فراز در بازه‌ی ۱۰- تا ۱۰+ درجه محدود شده است. نتایج بدست آمده از کالیبراسیون میدان مغناطیسی (بر اساس گام اول از بخش ۵) در جدول ۲ ارائه می‌شوند.

در این گام، اصلاح دوم روی ضرایب کالیبراسیون با مقایسه‌ی اندازه‌ی مولفه‌های میدان در صفحه‌ی تراز و کانال عمودی با مقادیر مرجع انجام می‌گیرد. بردار میدان مغناطیسی زمین را (که در رابطه‌ی ۱ تعریف شد.) می‌توان به دو مولفه در صفحه‌ی تراز و کانال عمودی تفکیک کرد.

$$H^n = \begin{bmatrix} (H^n)_h \\ (H^n)_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_0 \cos \delta \\ H_0 \sin \delta \end{bmatrix} \quad (22)$$

بنابراین، با در اختیار داشتن مقادیر مرجع میدان مغناطیسی (به عنوان مثال می‌توان از مدل IGRF استفاده نمود.)، مولفه‌ی میدان مغناطیسی در صفحه‌ی تراز و مولفه‌ی میدان مغناطیسی در کانال عمودی به صورت تفکیک شده وجود دارند. از طرف دیگر خروجی کالیبره شده از مغناطیس سنج سه-محوره نیز در اختیار است. اگر بردار خروجی حسگر از دستگاه بدنه به دستگاه ناوبری انتقال داده شود، مقادیر متناظر با مولفه‌های میدان مغناطیسی زمین در صفحه‌ی تراز و کانال عمودی حاصل می‌شوند. مقایسه‌ی این مقادیر با مقادیر مرجع، معیار مناسبی برای ارزیابی و اصلاح ضرایب کالیبراسیون گام قبل است.

محاسبه‌ی بردار خروجی مغناطیس سنج در دستگاه شامل صفحه‌ی تراز و محور عمودی بر اساس رابطه‌ی زیر انجام می‌گیرد.

$$\begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix}^n = C_2^T C_3^T \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix}^b \quad (23)$$

که مقادیر  $C_2$  و  $C_3$  در رابطه‌ی ۳ تعریف شده‌اند. همچنین، مولفه‌ی میدان مغناطیسی در کانال عمودی برابر با  $H_z^n$  است و مولفه‌ی میدان مغناطیسی در صفحه‌ی تراز به صورت زیر بدست خواهند آمد.

$$(H^n)_h = \sqrt{(H_x^n)^2 + (H_y^n)^2} \quad (24)$$

بدین ترتیب، اصلاح ضرایب کالیبراسیون مغناطیسی با تفکیک کانال تراز و عمودی انجام می‌گیرد.

### گام چهارم: برآورد دقت کالیبراسیون در آزمون ارزیابی

در انتها، بعد از آنکه ضرایب کالیبراسیون میدان مغناطیسی استخراج شد و اصلاحات مربوطه در گام‌های دوم و سوم انجام گرفت، لازم است که دقت و عملکرد الگوریتم کالیبراسیون در یک آزمون میدانی مجزا ارزیابی شود.

لازم به ذکر است که در حین فرآیند کالیبراسیون ممکن است نیاز به چند مرحله تکرار گام‌های دوم و سوم باشد. توضیحات تکمیلی از الگوریتم پیشنهادی در بخش پیاده‌سازی و تحلیل نتایج ارائه خواهد شد.

### ۵- پیاده‌سازی و تحلیل نتایج

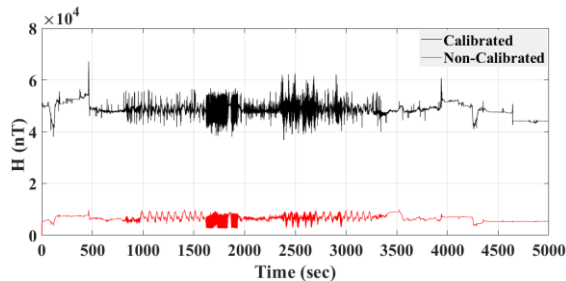
در این بخش، عملکرد الگوریتم پیشنهادی برای بهبود دقت کالیبراسیون مغناطیس سنج سه-محوره، با پیاده‌سازی در آزمون میدانی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. برای این منظور چند آزمون اجرا شده است و

<sup>1</sup> Magneto-Resistance Effect (MRE)

که مربوط به کل آزمون است، تغییرات مولفه‌های خروجی حسگر در هر سه دوران غلت، فراز و سمت منجر به داده‌های غنی‌تری برای استخراج ضرایب کالیبراسیون می‌شود. بر این اساس، از بین ضرایب بدست آمده در حالت‌های مختلف، ضرایب حالت ۴ برگزیده می‌شوند.

$$\begin{aligned} b_x &= -1865 \text{ nT}, & b_y &= 1385 \text{ nT}, & b_z &= -903 \text{ nT} \\ s_x &= 0.19556, & s_y &= 0.09001, & s_z &= 0.16142 \end{aligned} \quad (26)$$

در شکل ۷ اندازه‌ی میدان مغناطیسی قبل و بعد از کالیبراسیون اول نشان داده می‌شود.

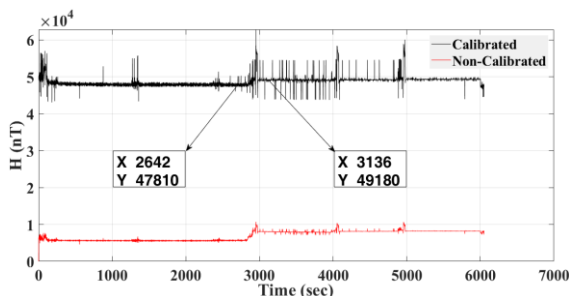


شکل ۷: اندازه‌ی میدان مغناطیسی قبل و بعد از کالیبراسیون اول

در گام بعد، به ارزیابی و اصلاح ضرایب کالیبراسیون میدان در آزمون حرکت رونده در یک مسیر رفت و برگشتی پرداخته می‌شود. فاصله‌ی بین نقطه‌ی رفت و نقطه‌ی برگشت در حدود ۱۰ کیلومتر است. مسیر رفت در زاویه‌ی سمت ۶۲ درجه و مسیر برگشت در زاویه‌ی سمت ۱۱۷- درجه است. خروجی مدل IGRF در وسط نقطه‌ی رفت و نقطه‌ی برگشت به شرح زیر خواهد بود.

$$\left(H^n\right)_h = 27451 \text{ nT}, \quad \left(H^n\right)_z = 40289 \text{ nT}, \quad H = 48752 \text{ nT} \quad (27)$$

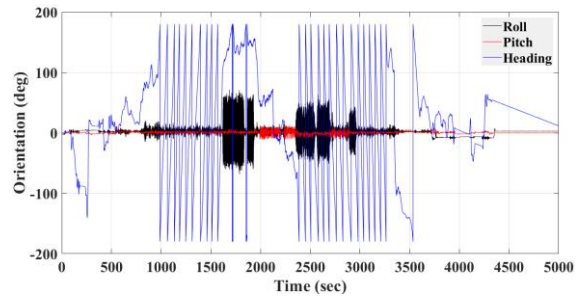
ضرایب کالیبراسیون گام اول (ارائه شده در رابطه‌ی ۲۶) روی خروجی حسگر مغناطیس سنج اعمال شده و دقت کالیبراسیون در آزمون دوم سنجیده می‌شود. در شکل ۸، اندازه‌ی میدان مغناطیسی حسگر در آزمون دوم، قبل و بعد از اعمال ضرایب کالیبراسیون نشان داده می‌شود.



شکل ۸: اندازه‌ی میدان مغناطیسی در آزمون دوم قبل و بعد از اعمال ضرایب کالیبراسیون

با اعمال ضرایب کالیبراسیون رابطه‌ی ۲۶، میانگین مولفه‌ی Z از میدان مغناطیسی در دستگاه ناوبری، میانگین مولفه‌ی افقی از میدان در دستگاه ناوبری و میانگین اندازه‌ی میدان مغناطیسی در بازه‌ی زمانی ۱۴۰۰ تا ۱۶۰۰ ثانیه برابر خواهند بود:

$$\left(H^n\right)_h = 27999 \text{ nT}, \quad \left(H^n\right)_z = 38810 \text{ nT}, \quad H = 47856 \text{ nT} \quad (28)$$



شکل ۹: زوایای تراز و سمت از شمال در آزمون کالیبراسیون اول

جدول ۲: نتایج کالیبراسیون اولیه میدان مغناطیسی در آزمون اول

حالت ۴	حالت ۳	حالت ۲	حالت ۱	
کلی	دوران غلت-فراز-سمت	دوران غلت-فراز	دوران غلت	
-1865	-1613	-2068	-2541	$b_x$ (nT)
1385	1388	1302	1109	$b_y$ (nT)
-903	-9662	-618	-4379	$b_z$ (nT)
0.1956	0.2604	0.1978	0.1526	$s_x$
0.09001	0.1208	0.0849	0.0919	$s_y$
0.1614	0.3379	0.1554	0.2408	$s_z$
39875	44083	39580	41157	$\left(H^n\right)_z$ (nT)
27618	20609	28345	31971	$\left(H^n\right)_h$ (nT)
48505	48662	48683	31971	$H$ (nT)

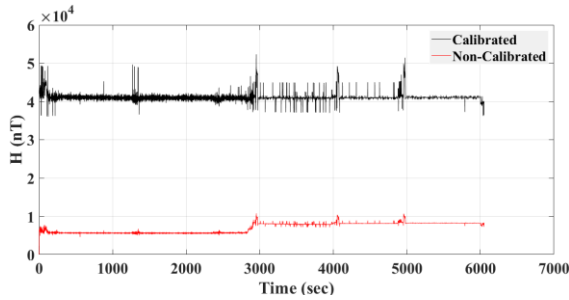
حالت ۱ مربوط به بازه‌ی زمانی ۱۶۲۰ تا ۱۹۲۰ ثانیه بوده که بدنه در معرض دوران حول محور غلت قرار داشته است. حالت ۲ مربوط به بازه‌ی زمانی ۱۹۲۰ تا ۲۳۵۰ ثانیه بوده که بدنه در معرض دوران حول محورهای غلت و فراز قرار داشته است. حالت ۳ مربوط به بازه‌ی زمانی ۲۳۵۰ تا ۲۹۵۰ ثانیه بوده که بدنه در معرض دوران حول محورهای غلت، فراز و سمت قرار داشته و حالت ۴ هم مربوط به بازه‌ی کلی ۹۷۵ تا ۳۲۷۰ ثانیه است. نکته‌ی حائز اهمیت این است که میزان غنای داده‌های آزمون، نقش قابل ملاحظه‌ای در دقت ضرایب کالیبراسیون میدان خواهد داشت. در بازه‌های زمانی که داده‌های غنی از تغییرات مولفه‌های میدان مغناطیسی تحت هر سه دوران در اختیار نباشد (به عنوان مثال، فقط بدنه در معرض تغییر زاویه‌ی سمت باشد)، ممکن است حتی مقادیر غیرحقیقی (مختلط) برای ضرایب کالیبراسیون حاصل شود.

مقادیر مربوط به سه سطر انتهایی جدول ۲، به ترتیب میانگین مولفه‌ی Z از میدان مغناطیسی در دستگاه ناوبری، میانگین مولفه‌ی افقی از میدان در دستگاه ناوبری و میانگین اندازه‌ی میدان مغناطیسی هستند. با استفاده از مدل IGRF، مقادیر متناظر از مولفه‌های بردار میدان مغناطیسی زمین در مختصات طول و عرض جغرافیایی محل آزمون به شرح زیر هستند.

$$\left(H^n\right)_h = 27473 \text{ nT}, \quad \left(H^n\right)_z = 40247 \text{ nT}, \quad H = 48730 \text{ nT} \quad (25)$$

مقایسه‌ی مقادیر ارائه شده در سه سطر انتهایی جدول ۲ با مقادیر متناظر از مدل IGRF در رابطه‌ی ۲۵ نشان می‌دهد که ضرایب کالیبراسیون بدست آمده از حالت ۴ بیشترین تطابق را با مقادیر مرجع دارند. در حالت ۴





شکل ۱۰: اندازه‌ی میدان مغناطیسی در آزمون دوم بعد از اصلاح دوم ضرایب کالیبراسیون

گام اصلاحی سوم:

شکل ۱۰ نشان می‌دهد که با گام اصلاحی دوم، پله‌ی موجود در اندازه‌ی میدان مغناطیسی در مسیرهای رفت و برگشت برطرف شد. اما، تطابق مولفه‌ی عمودی میدان و همچنین اندازه‌ی میدان با خروجی مرجع IGRF تحت تاثیر قرار گرفت. برای تطابق اندازه‌ی میدان (البته، با این قید که مولفه‌ی میدان در صفحه‌ی افقی نباید تحت تاثیر قرار گیرد)، تنها می‌توان از اصلاح پارامتر بایاس مغناطیس سنج (خطای آهن سخت) در کانال Z استفاده نمود. بر اساس رابطه‌ی ۱۱ و با توجه به ناچیز بودن زوایای غلت و فراز می‌توان نوشت:

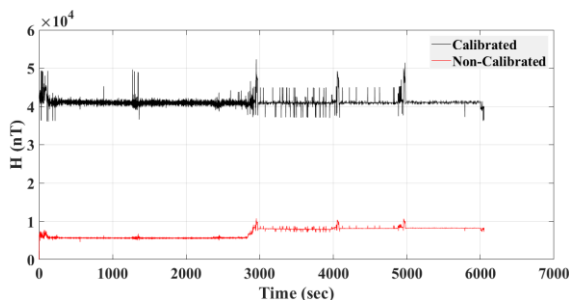
$$(H^n)_h^2 + \left(\frac{\hat{H}_z^b - b_z}{s_z}\right)^2 = H^2 \quad (29)$$

$$(27450)^2 + \left(\frac{5362 - b_z}{0.20642}\right)^2 = 48752^2 \Rightarrow b_z = -2955 \text{ nT} \quad (30)$$

با اصلاح ضریب بایاس در کانال Z نتایج ارائه شده در جدول ۵ و شکل ۱۱ حاصل می‌شوند. قبل از انجام گام‌های اصلاحی، پله‌ی در حدود ۱۴۰۰ نانوتسلا در اندازه‌ی میدان مغناطیسی در مسیر رفت و برگشت وجود داشت. نتایج ارائه شده در شکل ۱۱ نشان می‌دهد که این مقدار به ۶۰۰ نانوتسلا رسیده است.

جدول ۵: ضرایب کالیبراسیون میدان مغناطیسی بعد از اصلاح سوم

$s_z$	$s_y$	$s_x$	$(nT)b_z$	$(nT)b_y$	$(nT)b_x$
0.20642	0.09181	0.19947	-2955	1385	-1865
$H \text{ (nT)}$		$(H^n)_h \text{ (nT)}$		$(H^n)_z \text{ (nT)}$	
48752		27450		40290	



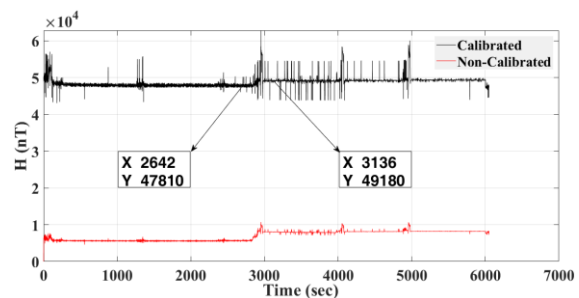
شکل ۱۱: اندازه‌ی میدان مغناطیسی در آزمون دوم بعد از اصلاح سوم ضرایب کالیبراسیون

توجه شود که میزان تغییر شدت میدان مغناطیسی زمین با تغییر موقعیت مکانی در حدی است که در فاصله ۲۵ کیلومتر، اندازه‌ی میدان، تنها در حدود ۸۰ نانوتسلا تغییر می‌کند. بنابراین، اندازه‌ی میدان در حین آزمون فوق نباید تغییر چندانی داشته باشد. اما، همچنان که در شکل ۸ مشاهده می‌شود، بین مسیر رفت و مسیر برگشت پله‌ای به اندازه‌ی ۱۴۰۰ نانوتسلا وجود دارد که ناشی از عدم کالیبراسیون مناسب است. ضرایب کالیبراسیون میدان مغناطیسی در قالب سه گام زیر انجام می‌گیرد. گام اصلاحی اول:

ضرایب مقیاس کانال‌های X و Y در کسر  $\frac{27999}{27451}$  ضرب می‌شوند. این کار مولفه‌ی میدان در صفحه تراز به مقدار مطلوب ۲۷۴۵۱ نانوتسلا رسانده می‌شود. جدول ۳ و شکل ۹ نتایج حاصل از این اصلاح را نشان می‌دهند. توجه شود که مقادیر ارائه شده برای مولفه‌های میدان در جدول ۳، مربوط به مقدار میانگین در بازه‌ی زمانی ۱۴۰۰ تا ۱۶۰۰ ثانیه هستند.

جدول ۳: ضرایب کالیبراسیون میدان مغناطیسی بعد از اصلاح اول

$s_z$	$s_y$	$s_x$	$(nT)b_z$	$(nT)b_y$	$(nT)b_x$
0.16142	0.09181	0.19947	-903	1385	-1865
$H \text{ (nT)}$		$(H^n)_h \text{ (nT)}$		$(H^n)_z \text{ (nT)}$	
47536		27450		38810	



شکل ۹: اندازه‌ی میدان مغناطیسی در آزمون دوم بعد از اصلاح اول ضرایب کالیبراسیون

گام اصلاحی دوم:

در این مرحله، به موضوع وجود پله در اندازه‌ی میدان در مسیرهای رفت و برگشت پرداخته می‌شود. برای حل این مساله، از روش تغییر ضریب مقیاس در کانال Z استفاده می‌شود. با تغییر ضریب مقیاس  $s_z$  از مقدار 0.16142 به 0.20642 نتایج ارائه شده در جدول ۴ و شکل ۱۰ حاصل می‌شود.

جدول ۴: ضرایب کالیبراسیون میدان مغناطیسی بعد از اصلاح دوم

$s_z$	$s_y$	$s_x$	$(nT)b_z$	$(nT)b_y$	$(nT)b_x$
0.20642	0.09181	0.19947	-903	1385	-1865
$H \text{ (nT)}$		$(H^n)_h \text{ (nT)}$		$(H^n)_z \text{ (nT)}$	
40992		27450		30350	

همان گام‌های قبلی تکرار می‌شود و این روال تا جایی ادامه می‌یابد که دقت مناسب در نتایج هر سه گام حاصل شود. وجود این روند برگشت به عقب و تکرار گام‌های فوق تا مرحله‌ی رسیدن به دقت مطلوب، منجر به استفاده از واژه‌ی پس گام در عنوان الگوریتم کالیبراسیون مغناطیسی پیشنهادی شده است.

بعد از اتمام فرآیند کالیبراسیون میدان مغناطیسی که با روش کالیبراسیون مغناطیسی پس گام چند-کاناله انجام گرفت، به ارائه‌ی نتایج کالیبراسیون چرخشی پرداخته می‌شود. برای استخراج ضرایب کالیبراسیون چرخشی نیاز به در اختیار داشتن مقادیر مرجع از زاویه‌ی سمت از شمال است. در اینجا، از خروجی زاویه‌ی سمت GPS (به بیان بهتر زاویه‌ی تعقیب GPS) در نقش مقادیر مرجع استفاده می‌شود، که مهم‌ترین چالش در آن وجود تاخیر زمانی در خروجی GPS است و اثر این تاخیر باید در کالیبراسیون منظور گردد. اعمال ضرایب کالیبراسیون چرخشی در قالب رابطه‌ی زیر انجام می‌گیرد.

$$\psi_M = \hat{\psi}_M + A + B \sin(\hat{\psi}_M) + C \cos(\hat{\psi}_M) + D \sin(2\hat{\psi}_M) + E \cos(2\hat{\psi}_M) \quad (31)$$

که  $\hat{\psi}_M$  و  $\psi_M$  به ترتیب مقدار کالیبره شده و مقدار کالیبره نشده از زاویه‌ی سمت بدست آمده از مغناطیس سنج هستند. ضریب A نقش مهمی در الگوریتم کالیبراسیون چرخشی دارد. برای ارزیابی ضرایب کالیبراسیون چرخشی، می‌توان بقیه‌ی ضرایب را صفر در نظر گرفت و سعی شود که فقط با ضریب A زاویه‌ی سمت بدست آمده از مغناطیس سنج را روی مقدار مرجع منطبق نمود. با انجام این کار به مقداری در حدود 7.5 درجه که معادل با 0.1309 رادیان است، خواهیم رسید. بعد از استخراج ضرایب کالیبراسیون چرخشی، در صورتی که در ضرایب بدست آمده، ضریب A اختلاف قابل ملاحظه‌ای با مقدار 0.1309 رادیان داشته باشد، اعتبار آن کالیبراسیون جای سوال دارد. در چنین شرایطی باید روال کالیبراسیون بازنگری شده و از داده‌های با غنای کافی استفاده شود.

لازم به ذکر است، الگوریتم هدایت در کانال عمق در آزمون دوم (با مسیر رفت و برگشتی) به صورت یک حرکت دلفینی است. به این صورت که به ازای هر ۱۰۰۰ ثانیه حرکت در عمق، یک حرکت سطحی به مدت ۵۰ ثانیه وجود خواهد داشت. تنها، در زمان‌های مربوط به مود حرکت سطحی، دسترسی به GPS امکان‌پذیر است، که می‌توان از داده‌های آن در کالیبراسیون استفاده نمود.

با در نظر گرفتن تاخیر دو ثانیه‌ای در خروجی زاویه‌ی سمت GPS، ضرایب کالیبراسیون چرخشی برابر با مقادیر ارائه شده در جدول ۷ استخراج می‌شوند.

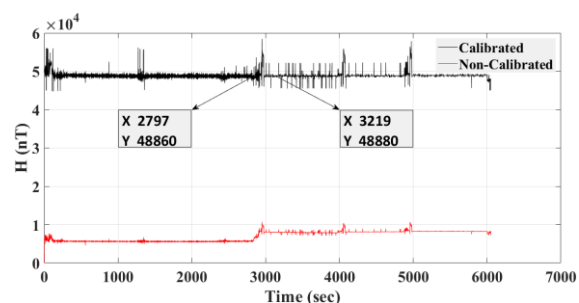
جدول ۷: ضرایب کالیبراسیون چرخشی در آزمون دوم

E (rad)	D (rad)	C (rad)	B (rad)	A (rad)
0.05528	0.00610	0.01071	-0.01101	0.14199

گام‌های اصلاحی اول تا سوم تا جایی تکرار می‌شود که این اختلاف به مقدار مطلوب برسد. در هر بار تکرار، دقت و صحت ضرایب کالیبراسیون بهبود خواهد یافت. در نهایت پس از سه مرحله تکرار گام‌های اصلاحی، ضرایب نهایی کالیبراسیون میدان مغناطیسی در جدول ۶ ارائه می‌شود. با اعمال ضرایب جدول ۶، نمودار شکل ۱۲ حاصل می‌شود که در آن اختلاف اندازه‌ی میدان در مسیرهای رفت و برگشت به ۲۰ نانوتسلا رسیده است.

جدول ۶: اصلاح نهایی ضرایب کالیبراسیون میدان مغناطیسی

$s_z$	$s_y$	$s_x$	$(nT)b_z$	$(nT)b_y$	$(nT)b_x$
0.26142	0.09181	0.19947	-5171	1385	-1865
$H (nT)$			$(H^n)_h (nT)$		$(H^n)_z (nT)$
48753			27450		40291



شکل ۱۲: اندازه‌ی میدان مغناطیسی در آزمون دوم بعد از اصلاح نهایی ضرایب کالیبراسیون

یکی از چالش‌های اساسی در کالیبراسیون مغناطیس سنج سه-محوره در بدنه‌ی AUV این است که امکان دوران کامل بدنه در زوایای غلت، فراز و سمت وجود ندارد. بنابراین تشکیل مکان هندسی کروی به دلیل تغییرات محدود مولفه‌های خروجی مغناطیس سنج و در اختیار نبودن داده‌های با غنای کامل امکان‌پذیر نیست. این موضوع عملکرد روش رایج کالیبراسیون مغناطیسی کروی را تحت تاثیر قرار می‌دهد. با در نظر گرفتن این موضوع، به منظور ارزیابی بهتر دقت و عملکرد الگوریتم کالیبراسیون مغناطیسی، آزمون حرکت رفت و برگشتی طراحی و اجرا شده است. یکی از شاخص‌های معرفی شده در مقاله این است که در حین حرکت کپسول در یک مسیر رفت و برگشتی نباید پله‌ای در اندازه‌ی میدان مغناطیسی مشاهده شود. در صورت استفاده از الگوریتم رایج کالیبراسیون مغناطیسی کروی، همچنان که نتایج آن در شکل ۸ ارائه شده است، پله‌ای در حدود ۱۴۰۰ نانوتسلا در لحظه‌ی تغییر جهت حرکت مشاهده می‌شود. این در حالی است که در الگوریتم پیشنهادی با انجام گام‌های اصلاحی سه-گانه مقدار این پله به ۲۰ نانوتسلا کاهش یافته است. مقایسه‌ی فوق به وضوح مزیت الگوریتم پیشنهادی را در قیاس با الگوریتم رایج کالیبراسیون مغناطیسی کروی نشان می‌دهد.

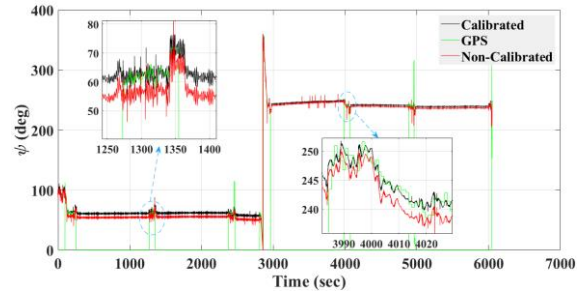
اساس نام‌گذاری پس گام در الگوریتم پیشنهادی این است که بعد از انجام گام‌های اول تا سوم، یک برگشت به عقب صورت گرفته و دوباره

## ۶- نتیجه گیری

دو منبع اصلی خطای موقعیت یابی در سامانه‌ی ناوبری اینرسی (به ویژه نوع ارزان قیمت آن)، از خطای تخمین زاویه‌ی سمت از شمال و خطای تخمین سرعت ناشی می‌شوند. در پژوهش حاضر، در راستای بهبود عملکرد سامانه‌ی ناوبری اینرسی، بر کنترل خطای تخمین زاویه‌ی سمت از شمال تمرکز شده است. روش‌های مختلفی برای بهبود تخمین زاویه‌ی سمت وجود دارند و از میان آنها، در پژوهش حاضر با توجه به محدودیت‌های موجود در ناوبری روندهای زیرسطحی به موضوع استفاده از مغناطیس سنج سه-محوره پرداخته شده است. اما، لازمی دستیابی به تخمین قابل قبول زاویه‌ی سمت با روش‌های مغناطیسی این است که مغناطیس سنج از نظر خطای اندازه‌گیری حسگر و همچنین وجود اغتشاشات مغناطیسی خارجی به گونه‌ی مناسبی کالیبره شود.

مساله‌ی اساسی در کالیبراسیون میدان مغناطیسی این است که فراهم آوردن داده‌های غنی برای کالیبراسیون دقیق در کانال عمودی Z دشوار بوده و شاید در برخی موارد امکان‌پذیر نباشد. برای آنکه مولفه‌ی میدان در کانال Z به طور کامل تحریک شود، لازم است که بستر مربوطه در معرض غلت کامل یا فراز کامل قرار گیرد، که امکان آن در بسیاری از موارد فراهم نیست. از این رو، ممکن است کالیبراسیون صورت گرفته، فراگیر نبوده و وابسته به موقعیت و شرایط محیطی، دقت آن تحت تاثیر قرار گیرد. به عبارت دیگر، عموماً نیاز به ارزیابی‌های مجدد در آزمون‌های متعدد است. یکی از روش‌های مناسب برای ارزیابی و اصلاح ضرایب کالیبراسیون میدان مغناطیسی، ارزیابی بر اساس مولفه‌ی تراز و عمودی به صورت مجزا است که در پژوهش حاضر به آن پرداخته شده است. الگوریتم پیشنهادی بر پایه‌ی کالیبراسیون مغناطیسی پس گام چند-کاناله بوده که نتایج بدست آمده از آزمون‌های میدانی، دلالت بر دقت و عملکرد قابل قبول آن دارد.

در شکل ۱۳ نمودار زاویه‌ی سمت از شمال بدست آمده از مغناطیس سنج، قبل و بعد از کالیبراسیون ارائه می‌شوند. همچنین، این مقادیر با مقدار متناظر در سامانه‌ی GPS (زاویه‌ی تعقیب GPS) مقایسه خواهند شد.



شکل ۱۳: زاویه‌ی سمت از شمال بدست آمده از مغناطیس سنج قبل و بعد از کالیبراسیون چرخشی

نتایج ارائه شده در شکل ۱۳، عملکرد مناسب الگوریتم کالیبراسیون چرخشی را تایید می‌کند. در زمان‌های حرکت رونده در سطح که دسترسی به GPS وجود دارد، انطباق قابل قبولی بین زاویه‌ی سمت مغناطیس سنج بعد از کالیبراسیون و مقدار متناظر در GPS وجود دارد. نکته‌ی حائز اهمیت در ارزیابی عملکردی الگوریتم کالیبراسیون مغناطیسی این است که سه موضوع (۱) دقت و صحت کالیبراسیون، (۲) میزان تاخیر GPS و (۳) تفاوت ماهیتی زاویه‌ی سمت و زاویه‌ی تعقیب GPS باید در کنار هم مورد بررسی قرار گیرند. در آزمون‌های با مسیر دایروی، لزوماً زاویه‌ی سمت از شمال منطبق بر زاویه‌ی تعقیب GPS نیست.

## مراجع

- Journal of the Astronautical Sciences, vol. 50(4), pp. 477-490, 2002.
- [5] M. J. Caruso, "Applications of magnetic sensors for low cost compass systems," In Position Location and Navigation Symposium, IEEE, pp. 177-184, 2000.
- [6] V. Renaudin, M. H. Afzal, and G. Lachapelle, "Complete tri-axis magnetometer calibration in the magnetic domain," Journal of Sensors, doi:10.1155/2010/967245, 2010.
- [7] N. Hadjigeorgiou, K. Asimakopoulos, K. Papafotis, and P. P. Sotiriadis, "Vector magnetic field sensors: operating principles, calibration and applications," IEEE Sensors Journal, vol. 21, pp. 12531-12544, 2020.
- [1] H. Nourmohammadi and J. Keighobadi, "Integration scheme for SINS/GPS system based on vertical channel decomposition and in-motion alignment," AUT Journal of Modeling and Simulation, vol. 50(1), pp. 13-22, 2018.
- [۲] ح. نورمحمدی و ج. کیقبادی، "الگوریتم ناوبری تلفیقی ارزان قیمت SINS/GPS تقویت شده با تخمین وضعیت از روش AHRS"، مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز، جلد ۴۷(۱)، ص. ۳۳۱-۳۲۵، ۲۰۱۷.
- [3] N. Bowditch, "The American Practical Navigator," National Imagery and Mapping Agency, Bethesda, Md, USA, 9<sup>th</sup> edition, 1995.
- [4] R. Alonso and M. D. Shuster, "Complete linear attitude-independent magnetometer calibration,"

- [8] Y. Wu and W. Shi, "On calibration of three-axis magnetometer," *IEEE Sensors Journal*, vol. 15(11), pp. 6424-6431, 2015.
- [۹] ع. راهدان، ح. بندی و م. عابدی، "طراحی الگوریتم کالیبراسیون روی برد حسگر مغناطیسی ماهواره با استفاده از روش های پاسخ متمرکز و فیلتر کالمن دو مرحله‌ای،" *مجله کنترل*، جلد ۱۲(۱)، ص. ۲۵-۳۷، ۲۰۱۸.
- [۱۰] ز. لیبیان، ا. طالبی و ح. سلیمی، تخمین وضعیت تجربی با استفاده از داده‌های بلادرنگ کالیبره شده مغناطیس سنخ. *فصلنامه علوم، فناوری و کاربردهای فضایی*، جلد ۱(۲)، ص. ۷۸-۸۷، ۲۰۲۲.
- [11] G. Cao, X. Xu, and D. Xu, "Real-time calibration of magnetometers using the RLS/ML algorithm," *Sensors*, vol. 20(2), pp. 535, 2020.
- [12] S. Bonnet, C. Bassompierre, C. Godin, S. Lesecq, and A. Barraud, "Calibration methods for inertial and magnetic sensors," *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 156(2), pp. 302-311. 2009.
- [13] Y. Wu, D. Zou, P. Liu, and W. Yu, "Dynamic magnetometer calibration and alignment to inertial sensors by Kalman filtering," *IEEE Transaction on Control System Technology*, vol. 26, pp. 716-723, 2018.
- [14] V. Petrucha, P. Kaspar, P. Ripka, and M. G. Merayo, "Automated system for the calibration of magnetometers," *Journal of Applied Physics*, vol. 105(7), 2009.
- [15] H. Milanchian, J. Keighobadi, and H. Nourmohammadi, "Magnetic calibration of three-axis strapdown magnetometers for applications in MEMS attitude-heading reference systems," *AUT Journal of Modeling and Simulation*, vol. 47(1), pp. 55-65, 2015.
- [16] D. Titterton and J. L. Weston, "Strapdown inertial navigation technology," *IET*, vol. 17, 2004.
- [17] H. Nourmohammadi and J. Keighobadi, "Fuzzy adaptive integration scheme for low-cost SINS/GPS navigation system," *Journal of Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 99, pp. 434-449, 2018.
- [18] D. Gebre-Egziabher, G. H. Elkaim, J. D. Powell, and B. W. Parkinson, "Calibration of strapdown magnetometers in magnetic field domain," *Journal of Aerospace Engineering*, vol. 19(2), pp. 87-102, 2006.
- [19] D. Simon, "Optimal state estimation: Kalman, H $\infty$  and nonlinear approaches," New Jersey: John Wiley & Sons, Inc, 2006.
- [20] M. Kok, J. D. Hol, T. B. Schon, F. Gustafsson, and H. Luinge, "Calibration of a magnetometer in combination with inertial sensors," 15<sup>th</sup> International Conference on Information Fusion, IEEE, Jul 9, pp. 787-793, 2012.
- [۲۱] ا. علیزاده، ح. نورمحمدی، م. ت. ثابت، و م. زرینی، "طراحی و پیاده‌سازی الگوریتم ناوبری AHRS/GPS/DR برای رونده‌های زیرسطحی خودگردان با برد بلند و ماندگاری بالا در زیر آب،" *مجله مهندسی دریا*، جلد ۱۳(۲۶)، ص. ۴۷-۵۷، ۲۰۱۸.