مجله کنترل
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
مقاله پژوهشی
جلد۱۷، شماره ۲، تابستان ۱۴۰۲، صفحه ۱۱۱-۸۱

مروری بر مفاهیم و روش‌های طراحی سیستم‌های کنترل داده‌راند

علی خاکی صدیق [۱]، سپیده نصراللهی [۲]

[۱] استاد، دانشکدهٔ مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران sedigh@kntu.ac.ir

[۲] دانشجوی دکتری مهندسی کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی،تهران، ایران s.nasrollahi@email.kntu.ac.ir

دریافت: ۱۴۰۲/۰۵/۰۸ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۶/۲۰

چکیده: برخی از مهندسان و پژوهشگران حوزه علم مهندسی کنترل در دو دهه اخیر به روش‌های تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل داده‌راند رو آورده‌اند. ویژگی اصلی روش‌های تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل داده‌راند پشت سر گذاشتن مدل و فرضیات وابسته به آن است. این رویکردها با اتکا بر وفور داده‌های ارزان و قابل اطمینان در سیستم‌های پیچیده و پیچیده تطبیقیِ واقعی، به‌دنبال روش‌هایی هستند که بتوان سیستم را تنها با داده‌های اندازه‌گیری شده و بدون استفاده صریح یا ضمنی از مدل، تحلیل و کنترل کرد. در این مقاله، پس از ارائه کلیات رویکرد طراحی سیستم‌های کنترل مدل‌پایه و به‌ویژه روش‌های طراحی سیستم‌های کنترل تطبیقی و مقاوم، اصول رویکرد طراحی سیستم‌های کنترل داده‌راند ارائه شده است. در بررسی روش‌های طراحی سیستم‌های کنترل داده‌راند، آن‌ها را به روش‌های مبتنی بر یادگیری ماشین و محاسبات نرم و هم‌چنین روش‌های مبتنی بر روش‌های سنتی تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل، که به اختصار روش‌های کلاسیک نامیده شده‌اند، تقسیم‌بندی کرده‌ایم. در این مقاله، پس از مروری سریع بر روش‌های مبتنی بر یادگیری ماشین و محاسبات نرم، روش‌های کلاسیک این حوزه با تفصیل بیش‌تری ارائه شده‌اند.

کلمات کلیدی: کنترل داده‌راند، طراحی سیستم، روش‌های کلاسیک، یادگیری ماشین، کنترل مدل‌پایه

A review of data-driven control systems design: concepts and methods

Ali Khaki-Sedigh, Sepideh Nasrollahi

Abstract: Over the past two decades, an increasing number of engineers and researchers in the field of control engineering have shifted their focus towards data-driven methods for system analysis and design. The defining characteristic of these data-driven approaches is their departure from conventional models and their associated assumptions. Instead, these methods harness the wealth of readily available, cost-effective, and reliable data derived from real, complex, and complex adaptive systems. Their primary objective is to facilitate system analysis and control solely through measured data, without relying on explicit or implicit model utilization. In this article, we commence by presenting an overview of the design principles embedded in model-based control systems, with a specific emphasis on adaptive and robust control system design methods. Subsequently, we delve into the fundamental principles of data-driven control system design. To comprehensively examine these data-driven methods, we categorize them into two groups: those grounded in machine learning and soft computing, and those based on traditional control systems analysis and design methods, often referred to as classical methods. Within this article, we initiate with a concise review of machine learning and soft computing-based methods before delving into a more comprehensive exploration of classical methods in this field.

Keywords: data-driven control, system design, classical methods, machine learning, model-based control

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]

[DOI: 10.61186/joc.17.2.81]

۱- مقدمه

در حدود یک قرن گذشته، پارادایم اصلی در تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل، روش‌های مبتنی بر مدل یا مدل‌پایه بوده است. مدل‌ها ابزاری توانمند در همه زمینه‌های مهندسی و به‌ویژه مهندسی کنترل هستند. روش‌های مبتنی بر مدل بسیاری از مسائل کنترل در صنعت را در تمام حوزه‌های مهندسی حل کرده‌اند. اما در دو دهه اخیر حوزه‌های نوظهوری از کاربرد پدیدار شده‌اند که ناکارآمدی روش‌های تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل مبتنی بر مدل را نمایان ساخته‌اند [۱]. در یک دسته‌بندی کلی می‌توان این سیستم‌ها را سیستم‌های پیچیده تطبیقی نامید، که با دو ویژگی پدیداری[1] و تغییرپذیری با زمان[2]، تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل مبتنی بر مدل را با چالش جدی روبرو می‌کنند.

با مطالعه شواهد میدانی کاربردهای نوین و بررسی‌های نظری پیرامون کاستی‌ها و چالش‌های رویکردهای مدل‌پایه و فرضیات وابسته آن‌ها نشان داده شده است که پارادایم جدیدی در حوزه کنترل داده‌راند در حال شکل‌گیری است [۲]. این انتقال پارادایم از نگرش مدل‌پایه به نگرش داده‌راند در ابعاد تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل است. ازاین‌رو مفاهیم و تعاریف جدید معرفی شده‌اند و بر پایه آن‌ها روش‌های داده‌راند در دو دهه اخیر توسعه یافته‌اند. علی‌رغم تمامی تلاش‌های محققان در حوزه کنترل داده‌راند، این پارادایم تا رسیدن به بلوغ و تکامل نهایی و به تعبیر کوهنی[3] علمِ نُرمال[4]، فاصله زیادی دارند [۲].

پژوهش در حوزه کنترل داده‌راند از دو منظر روش‌های مبتنی بر یادگیری ماشین[5] و محاسبات نرم[6] و هم‌چنین روش‌های مبتنی بر روش‌های سنتی[7] تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل شکل گرفته شده و در حال توسعه است. در این مقاله، تمرکز اصلی بر روش‌های مبتنی بر روش‌های سنتی تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل داده‌راند است.

در حوزه روش‌های سنتی تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل داده‌راند، رویکردهای متعددی در دو دهه اخیر شکل گرفته است [۲, ۳]. در این مقاله روش‌هایی که با اقبال بیشتری روبرو بوده‌اند و کاربردهایی نیز از آن‌ها گزارش شده است به اختصار بررسی خواهند شد. روش‌های مورد مطالعه عبارتند از: کنترل تطبیقی ابطال‌نشده[8]، تنظیم فیدبک مرجع مجازی[9]، کنترل مبتنی بر الگوریتم تقریب تصادفی آشفتگی هم‌زمان[10]، کنترل مبتنی بر لم اساسی ویلمز[11]، کاربرد عملگر کوپمن[12] در طراحی سیستم‌های کنترل داده‌راند، کنترل تطبیقی بدون مدل[13]، کنترل یادگیری تکراری[14]، تنظیم بر پایه همبستگی[15]، و تنظیم فیدبک تکراری[16].

این روش‌ها هرکدام رویکرد خاص خود را برای کنترل داده‌راند سیستم‌ها دارند. در دسته‌بندی این روش‌ها می‌توان بر برخط یا برون‌خط بودن آن‌ها توجه داشت. هم‌چنین، در برخی از روش‌های کنترل داده‌راند ساختار کنترل کننده از قبل معلوم است و روش ارائه شده پارامترهای کنترل‌کننده را به صورت داده‌راند به دست می‌آورد. درحالی که در روش‌های دیگر کنترل کننده ساختار معینی ندارد و روش طراحی، سیگنال کنترل داده‌راند را مستقیماً از داده‌های ورودی-خروجی اندازه‌گیری شده به دست می‌آورد.

لازم به ذکر است که معادل‌های فارسی مختلفی برای کنترل داده‌راند پیشنهاد شده‌اند. در ادامه دلایل معادل کنترل داده‌راند را ارائه می‌کنیم. واژه *کنترل داده‌راند* به عنوان ترجمه data-driven control پیشنهاد ارزشمند همکار گرامی زنده‌یاد استاد کامبیز بدیع بود که در ادامه نظر ایشان آورده شده است. "معادل واژه to derive در فارسی همان کلمه *راندن* است که در راندن وسایل نقلیه و غیره کاربرد دارد. کلمه driven اسم یا صفت مفعولی to derive است که از لحاظ دستور زبان فارسی *رانده* می‌باشد. معذالک رسم است (و از لحاظ دستور زبان فارسی نادرست هم نیست) که در مواردی که یک اسم یا صفت مفعولی به صورت الحاقی با واژه دیگری به کارگرفته می‌شود (مانند همین کلمه *رانده* که به صورت الحاقی با واژه *داده* به کارگرفته می‌شود)، حرف "ه" از آن حذف گردد. این حذف به هیچ وجه لطمه‌ای به اعتبار واژه ایجاد شده از لحاظ دستوری ایجاد نمی‌کند. مثال‌های فراوانی در این باره وجود دارد، برای نمونه *درون‌داد* input و *برون‌داد* output که "ه" در آن‌ها حذف شده است."

ساختار مقاله حاضر در ادامه آورده شده است. در بخش ۲، طراحی سیستم‌های کنترل مدل‌پایه با نظر به چالش‌های موجود و ذکر روش‌های کنترل تطبیقی و مقاوم ارائه می‌گردد. بخش ۳ به معرفی طراحی سیستم‌های کنترل داده‌راند می‌پردازد. بخش ۴ نگاهی به انتخاب رویکرد طراحی براساس رده‌بندی سیستم‌ها دارد. در بخش ۵ پس از اشاره به وضعیت پژوهشی روش‌ها و معرفی روش‌های مبتنی بر یادگیری ماشین، به معرفی اجمالی روش‌های کلاسیک شناخته شده موجود اختصاص می‌یابد. این روش‌ها در ۹ زیربخش جمع‌آوری شده اند. نهایتاً بخش ۶ مطالب گفته شده در مقاله را جمع‌بندی می‌نماید.

۲- رویکرد طراحی سیستم‌های کنترل مدل‌پایه

ایده اوّلیه به کارگیری مدل در مطالعات سیستم‌های دینامیکی و سازوکارهای فیدبک، به ماکسول و مقاله کلیدی‌اش برمی‌گردد [۴]. برخی

[1] Emerence
[2] Time variance
[3] Kuhanian
[4] Normal science
[5] Machine learning
[6] Soft computing
[7] Classical
[8] Unfalsied Adaptive Control (UAC)
[9] Virtual Reference Feedback Tuning (VRFT)
[10] Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation (SPSA)
[11] Willem's Fundamental Lemma
[12] Koopman operator
[13] Model-Free Adaptive Control (MFAC)
[14] Iterative Learning Control (ILC)
[15] Correlation based Tuning (CbT)
[16] Iterative Feedback Tuning (IFT)

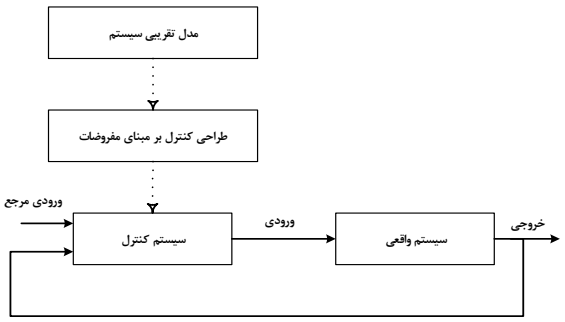
[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOI: 10.61186/joc.17.2.81]

ماکسول را *پدر نظریه کنترل* می‌دانند [۵]. شاهکار ماکسول در معرفی *معادلات دیفرانسیل* برای تحلیل رفتار دینامیکی و به ویژه *پایداری* گاورنر جیمز وات بود. وی نشان داد که می‌توان با معادلات ریاضی، به جای آزمون‌های مکرر عملی، رفتار سیستم‌ها را تحلیل کرد و حوزه نوین *مدلسازیِ سیستم‌های دینامیکی* را برای مطالعات علمی و مهندسی معرفی نمود. این ایده مورد استقبال گسترده دانشمندان و مهندسان قرار گرفت و خیلی زود به گفتمان غالب در تحلیل سیستم‌ها تبدیل شد. پژوهشگران و مهندسان با مدل‌های ریاضی توانستند بسیاری از مسائل حل نشده پایداری را به سادگی تحلیل و حل نمایند. ماکسول توانست ایده‌هایی که امروزه آن‌ها را *خطی‌سازی*، *قطب‌های حقیقی و موهومی*، *نیمه راست و چپ صفحه s* و *پایداری* می‌نامیم، تبیین کند. لذا، بدون شک ماکسول را می‌توان بنیانگذار *نظریه کنترل مدل‌پایه* دانست.

دستاوردهای روش‌های طراحی *سیستم‌های کنترل کلاسیک* که توسط بودی، ایوانز، نایکوئیست، نیکولز و بسیاری دیگر در اختیار مهندسان طراح سیستم‌های کنترل قرار گرفتند، همگی روش‌های مدل‌پایه هستند که از *مدل تابع تبدیل* بهره می‌گیرند. مدل‌های تابع تبدیل نیز از معادلات دیفرانسیل حاکم بر سیستم‌ها استخراج می‌شدند. در دهه‌های بعدی کالمن مدل‌های فضای حالت را معرفی کرد تا با وارد کردن متغیرهای داخلی سیستم و ارائه مدل‌هایی شفاف‌تر و درونی از سیستم، از مدل‌های تابع تبدیل که به صورت *جعبه‌ای سیاه* عمل می‌کردند، عبور کرده و حوزه جدیدی از روش‌های تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل پیشِ روی مهندسان کنترل قرار دهد.

می‌توان ادعا کرد که تنها روش داده-راند آن دوران روش تنظیم پارامترهای کنترل کننده‌های PID پیشنهاد شده توسط زیگلر-نیکولز بود [۶]. این روش بعدها به یکی از پرکاربردترین روش‌های عملی تنظیم پارامترهای کنترل‌کننده‌های PID تبدیل شد و همچنان مورد توجه مهندسان کنترل است [۷]. جالب است که با توجه به فضای سنگین طرفداران مدل‌سازی، زیگلر و نیکولز در مقاله کلیدی خود روش داده-پایه خود را با احتیاط معرفی می‌کنند: *"یک رویکرد کاملاً ریاضیِ مطالعه کنترل خودکار قطعاً مطلوب‌ترین روش از نظر دقت و اختصار است"*. پس از آن برای توجیه روش خود به دشورای روش‌های ریاضیِ کنترلی اشاره می‌کنند که برای اکثر مهندسان زمان‌بر است.

امروزه نیز سیستم‌های کنترل مدل‌پایه روش‌های غالب و پارادایم اصلی در آموزش و پژوهش در مهندسی کنترل هستند. ساختار طراحی سیستم‌های کنترل مدل‌پایه در شکل ۱ نشان داده شده است. نکته قابل توجه آن است که تمامی مدل‌های به کارگرفته شده در کنترل مدل‌پایه مدلی *تقریبی* از سیستم واقعی خواهند بود، حتی مدل‌هایی که از *شناسایی سیستم* در *کنترل تطبیقی* به کارگرفته شده یا *مدل‌های با نامعینی*[1] در *کنترل مقاوم*. همه این مدل‌ها مقداری *خطای مدل‌سازی* خواهند داشت. و این خطاها عملکرد سیستم حلقه بسته را محدود می‌کنند. از دیگر نکات قابل توجه در مدل‌ها آن است که حتی مفهوم پایه‌ای و مهمی همانند *مرتبه سیستم* نیز مفهومی بد تعریف است و در دنیای واقعی *مدل با مرتبه کامل* به جز در موارد اندک دست نیافتنی است. حال آن‌که فرض اصلی در کنترل مدل‌پایه، صرف نظر از نوع مدل یا پیچیدگی آن، معلوم بودن دقیق مدل و مطابقت آن با سیستم واقعی است.



شکل ۱: ساختار طراحی سیستم‌های کنترل مدل‌پایه

۲-۱- چالش‌های اصلی در طراحی سیستم‌های کنترل مدل‌پایه

معرفی مفهوم فضای حالت توسط کالمن در دهه ۱۹۶۰ و ارائه ایده‌های جذابی چون بهینگی در سیستم‌های کنترل، توجه اکثریت پژوهشگران و مهندسان کنترل را به خود جلب کرد. اما خیلی زود متوجه این واقعیت شدند که *سیستم واقعی* و *مدل سیستم* تفاوت‌های چشمگیری دارند و برای کم کردن فاصله مدل‌های تابع تبدیل و فضای حالت با واقعیت سیستم، از یک سو *نظریه شناسایی سیستم‌ها* و از سوی دیگر مفهوم بنیادین *نامعینی* معرفی شدند. با پرهیز از ورود به جزئیات، چالش‌های زیر عنوان‌وار آورده می‌شوند:

- مدل‌ها در بهترین حالت تنها تقریبی از سیستم واقعی هستند و نه خود آن.
- خطاهای مدل‌سازی همواره وجود دارند و *کمّی‌سازی صریح* آن‌ها در عمل ناممکن است.
- خطاهای مدل‌سازی هرچند کوچک می‌توانند به عملکرد نامطلوب حلقه بسته منجر گردند.
- *اصل معادل بودن قطعیت*[2] که در بسیاری از روش‌های کنترلی مفروض است، بر پایه دیدگاه غیرواقعی *مدل‌سازی تقریباً ایده‌آل* بنا نهاده شده است.
- مدل‌های ریاضی که از اصول اوّلیه قوانین فیزیکی به دست می‌آیند تنها در صورتی در کاربردهای واقعی موفق‌اند که دو فرض مهم *دقیق بودن مدل* و *معلوم بودن کران نویز و خطاهای مدل‌سازی* برقرار باشند.

[1] Uncertainty

[2] Certainty equivalence principle

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOI: 10.61186/joc.17.2.81]

- مدل‌های ریاضی به دست آمده از شناسایی سیستم را می‌توان در کاربردهای واقعی با اطمینان به کار بست، تنها اگر، *ساختار مدل* انتخاب شده و *پارامتریزه کردن* آن با مشخصه‌های سیستم واقعی هم‌خوان باشند و *طرح آزمایش* شناسایی (مواردی از قبیل *تحریک غنی*[1] *سیگنال* ورودی) بر مشخصه‌های سیستم واقعی منطبق باشد.

۲-۲- روش‌های طراحی سیستم‌های کنترل تطبیقی و مقاوم

سیستم‌های کنترل تطبیقی و مقاوم از موفق‌ترین روش‌های مدل‌پایه هستند که در کاربردهای بسیاری، سیستم‌های واقعی را به خوبی کنترل کرده‌اند. در واقع می‌توان ادعا کرد که این روش‌ها غایت نهایی روش‌های طراحی مدل‌پایه هستند. اما از آنجا که برای پیاده‌سازی کارآمد و تضمین پایداری و عملکرد حلقه بسته، برآورده کردن شرایط قضایای طراحی‌ها ضروری است، ارزیابی عملکرد میدانی این روش‌ها پیش از اجرا، عملاً به دلیل امکان رخدادهای غیرقابل پیش‌بینی، ناممکن است. ازاین‌رو، این طراحی‌ها با روش‌های *سعی و خطایی* در عمل همراه هستند. با افزایش روزافزون پیچیدگی‌های سیستم‌های صنعتی، هزینه این روش‌های *سعی و خطایی* و امکان شکست پیاده‌سازی‌های کنترل‌کننده‌ها بالا خواهد بود. در این سیستم‌ها *محدودیت‌های ذاتیِ* سیستم‌های کنترل تطبیقی و مقاوم به وضوح نمایان خواهند شد. روش‌های تطبیقی کلیدزنی مدل‌پایه برای فائق آمدن بر برخی از این محدودیت‌ها از قبیل نامعینی‌های خیلی بزرگ یا تغییرات ناگهانی ساختاری یا اغتشاشات نامعلومِ پیش‌بینی نشده، معرفی شدند که در روش‌های داده‌راند ابطال‌ناپذیر در فضایی جدید امتداد یافته‌اند [۸].

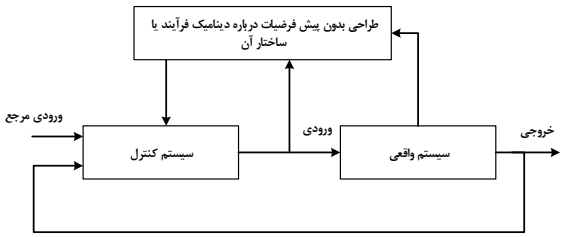
۳- رویکرد طراحی سیستم‌های کنترل داده‌راند

وابستگی به مدل و فرضیاتی که به واسطه مدل بر طراحی سیستم‌های کنترل تحمیل می‌شود، می‌تواند طراحی‌های مدل‌پایه را با چالش‌های جدی مواجه سازد. یک رویکرد جایگزین، طراحی سیستم‌های کنترلِ داده‌راند است. در این رویکرد داده‌های در دسترس سیستم، جایگزین مدل‌های *برخط* یا *خارج خط* محاسبه شده سیستم، برای طراحی سیستم کنترل می‌شوند. امروزه سیستم‌ها داده‌های فراوانی به صورت منظم تولید می‌کنند که با ابزارها و حسگرهای دقیق قابل اندازه‌گیری و ذخیره‌سازی هستند. در واقع سیستم‌های کنترل داده‌راند، سیستم‌های کنترل حلقه بسته‌ای هستند که از آغاز تا پایانِ طراحی آن‌ها تنها از داده‌های اندازه‌گیری شده استفاده می‌شود و در هیچ مرحله‌ای از مدل‌های سیستم به صورت صریح یا ضمنی در طراحی کنترل‌کننده استفاده نمی‌کنند. یک مفهوم کلان‌تر *کنترل داده‌پایه* است، که در آن از *مدل‌های پارامتری* به طور مستقیم در طراحی کنترل‌کننده استفاده نمی‌شود. کنترل داده‌راند زیرمجموعه‌ای از کنترل داده‌پایه است، اما روش‌های کنترل داده‌پایه‌ای هستند که در رده کنترل داده‌راند قرار نمی‌گیرند [۹]. برای نمونه می‌توان به *کنترل تطبیقی مستقیم* و یا *سیستم‌های کنترل یکپارچه‌شده با رویتگر* اشاره کرد. در این رویکردها مدلی پارامتری در طراحی دخالت ندارد، اما می‌توان اذعان داشت که مدل به صورت ضمنی در طراحی حضور دارد. لازم به ذکر است که در برخی منابع به این روش‌ها داده‌راند می‌گویند که با تعریف ارائه شده مطابقت ندارد.

ویژگی‌های اصلی رویکرد طراحی سیستم‌های کنترل داده‌راند را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد:

- تحلیل و طراحی سیستم کنترل تنها با داده‌های اندازه‌گیری شده است و لذا روش‌های *طراحی بدون مدل* هستند.
- به اطلاعات یا فرضیات درباره دینامیک فرآیند یا ساختار آن نیازی نیست.
- ساختار کنترل کننده در برخی روش‌ها معلوم (از پیش تعیین شده) و در پاره دیگری نامعلوم است.
- پایداری حلقه بسته، همگرایی، و عملکرد ایمن، بر حسب مورد، بایستی در یک چارچوب داده‌راند و بدون وابستگی به مدل و مدل‌سازی نامعینی، مطرح و بررسی شوند.
- از بهینه‌سازی یک تابع هزینه که توسط طراح تعریف شده است، پارامترهای کنترل‌کننده تعیین می‌شوند.
- در روش‌های مدل‌پایه مباحثی از قبیل غیرخطی‌گری و متغیر با زمان بودن، محدودیت جدی بر تحلیل و طراحی اعمال می‌کند. حال آن‌که در روش‌های مدل‌پایه این ملاحظات به طور کلی وجود نخواهند داشت.

ساختار یک سیستم طراحی کنترل داده‌راند در شکل ۲ نشان داده شده است. در جمع‌بندی می‌توان گفت که کنترل داده‌راند مجموعه‌ای از نظریه‌های کنترلی و روش‌های طراحی است که تنها و تنها از داده‌های اندازه‌گیری شده برخط یا خارج خط برای کنترل سیستم حلقه بسته استفاده می‌کند. پایداری حلقه بسته، همگرایی[2]، و مقاومت[3] این روش‌ها با تحلیل‌های دقیق ریاضی و فرضیات معقول حداقلی خواهد بود [۳].



شکل ۲: ساختار طراحی سیستم‌های کنترل داده‌راند

[1] Persistence of excitation
[2] Convergence
[3] Robustness

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOI: 10.61186/joc.17.2.81]

٤- رده‌بندی سیستم‌ها و انتخاب رویکرد طراحی

در حالت کلی می‌توان سیستم‌ها را به چهار رده تقسیم کرد. انتخاب رویکرد مدل‌پایه یا داده‌راند به رده سیستمی که برای آن، کنترل‌کننده طراحی می‌شود، بستگی خواهد داشت. نکته مهم آن است که یک معیار کلان در انتخاب رویکرد کنترلی یا روش طراحی، *سادگی* است. روش‌های پیچیده طراحی لزوماً کنترل‌کننده‌های مناسبی برای کاربردهای عملی نیستند. نخست به تعاریف زیر توجه فرمایید.

سیستم ساده[1]. سیستمی تک ورودی و تک خروجی[2]، یا چند ورودی و چند خروجی[3] با غلبه قطری یا دکوپله است. دینامیک حاکم بر رفتار آن (و زیر سیستم‌های آن) با مدل خطی به خوبی توصیف می‌شود.

سیستم غامض[4]. سیستمی چند ورودی و چند خروجی است با تداخل شدید در کانال‌های آن. دینامیک سیستم می‌تواند غیرخطی باشد اما با مدل‌های خطی قابل توصیف است.

سیستم پیچیده[5]. سیستمی چند ورودی و چند خروجی است با تداخل شدید در کانال‌های آن و برخلاف سیستم‌های غامض، این تداخلات می‌توانند به *پدیدآوری* نیز منجر شوند. پدیدآوری هنگامی رخ می‌دهد که خاصیت یا مشخصه‌ای در سیستم ظهور می‌کند که در هیچکدام از زیرسیستم‌ها به تنهایی وجود نداشته است.

سیستم پیچیده تطبیقی[6]. سیستمی چند ورودی و چند خروجی است با تداخل شدید در کانال‌های آن و پدیدآوری همانند سیستم‌های پیچیده. اما افزون بر سیستم‌های پیچیده، مشخصه‌ها و رفتارهای زیرسیستم‌ها می‌توانند با زمان تغییر کنند.

پرسش کلیدی که در ادامه به آن پاسخ داده می‌شود آن است که از روش‌های مدل‌پایه یا داده‌راند برای چه سیستم‌هایی با اولویت می‌توان استفاده کرد؟

رده اوّل: در این رده از سیستم‌ها مدل‌های دقیق ریاضی در دسترس طراح است و فرضیات سختی هم درباره آن‌ها نداریم. این رده شامل سیستم‌های *ساده* و برخی سیستم‌های *غامض* است. این سیستم‌ها را می‌توان به خوبی با روش‌های مدل‌پایه کلاسیک یا فضای حالت کنترل کرد.

رده دوم: در این رده از سیستم‌ها مدل‌های دقیق ریاضی در دسترس طراح نیست. اما با یک سری فرضیات و نامعینی‌ها می‌توان به توصیف نسبتاً دقیقی از سیستم دست یافت. این رده شامل برخی سیستم‌های *ساده* و بسیاری از سیستم‌های *غامض* و تعداد محدودی از سیستم‌های پیچیده است. این سیستم‌ها را می‌توان به خوبی با روش‌های مدل‌پایه کنترل تطبیقی و مقاوم کنترل کرد.

رده سوم: این رده از سیستم‌ها همانند رده دوم است، با این تفاوت که نمی‌توان از برآورده شدن مفروضات و توصیف دقیق خطاهای مدل‌سازی توسط نامعینی‌ها در عمل اطمینان داشت. در این رده از سیستم‌ها به کارگیری روش‌های مدل‌پایه کنترل تطبیقی و مقاوم بایستی با احتیاط فراوان صورت گیرد و پیشنهاد عملی‌تر، کنترل داده‌راند خواهد بود.

رده چهارم: این رده از سیستم‌ها شامل تعداد کمی از سیستم‌های غامض، سیستم‌های پیچیده و سیستم‌های پیچیده تطبیقی است. به‌طوری که نمی‌توان از برآورده شدن مفروضات و توصیف دقیق خطاهای مدل‌سازی توسط نامعینی‌ها در عمل اطمینان داشت. مدل‌سازی این سیستم‌ها با نامعینی نیز عملاً دشوار است و تضمینی برای برآورده شدن مفروضات لازم وجود ندارد. برای این رده از سیستم‌ها به کارگیری روش‌های مدل‌پایه نامناسب است و پیشنهاد اصلی کنترل داده‌راند خواهد بود.

٥- مروری بر روش‌های طراحی سیستم‌های کنترل داده‌راند

روش‌های طراحی سیستم‌های کنترل داده‌راند را در یک تقسیم‌بندی کلی می‌توان به روش‌های مبتنی بر یادگیری ماشین و محاسبات نرم و هم‌چنین روش‌های مبتنی بر روش‌های سنتی تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل، که با اغماض آن‌ها را روش‌های کلاسیک می‌نامیم، دسته‌بندی کرد. در این بخش مروری سریع بر پاره‌ای از این روش‌ها خواهیم داشت.

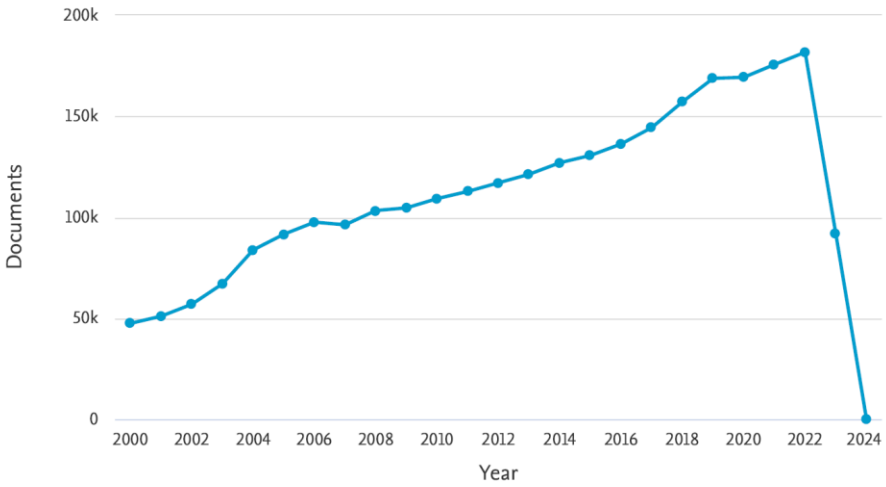
٥-١- آخرین وضعیت پژوهشی روش‌ها

بر اساس پایگاه اطلاعاتی Scopus از سال ۲۰۰۰ تا ۲۰۲۴ وضعیت مقالات چاپ شده در زمینه‌های زیر، گردآوری شده است. این اطلاعات بر اساس مدارک و در عنوان، چکیده و کلمات کلیدی جستجو شده است:

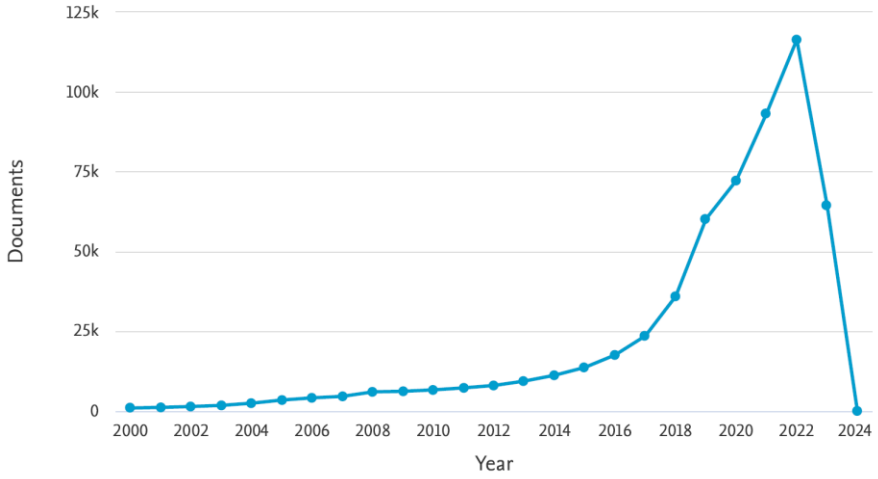
- سیستم‌های کنترل که روند چاپ مقالات آن در شکل ۳ نمایش داده شده است.
- یادگیری ماشین که روند چاپ مقالات آن در شکل ۴ نمایش داده شده است.
- سیستم‌های کنترل و یادگیری ماشین که روند چاپ مقالات آن در شکل ۵ نمایش داده شده است.
- سیستم‌های کنترل و داده‌راند که روند چاپ مقالات آن در شکل ۶ نمایش داده شده است.
- سیستم‌های کنترل و داده‌راند و یادگیری ماشین که روند چاپ مقالات آن در شکل ۷ نمایش داده شده است.
- سیستم‌های کنترل و داده‌راند بدون یادگیری ماشین که روند چاپ مقالات آن در شکل ۸ نمایش داده شده است.

[1] Simple plant
[2] Single Input-Single Output (SISO)
[3] Multiple Iinput-Multiple Output (MIMO)
[4] Complicated system
[5] Complex system
[6] Complex adaptive system

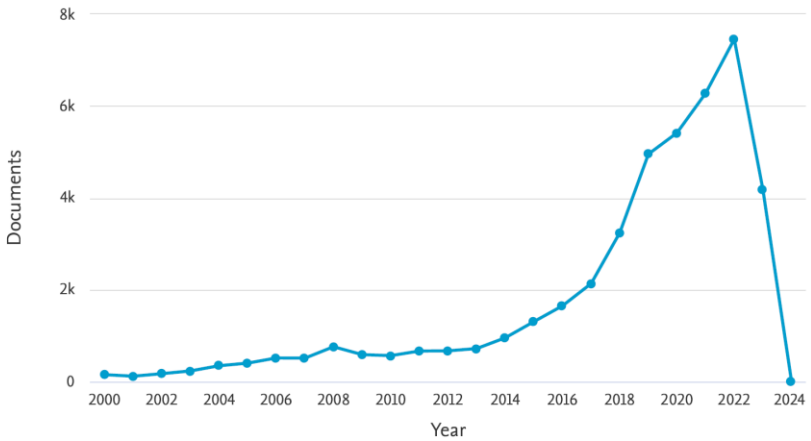
[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOI: 10.61186/joc.17.2.81]



شکل ۳ سیستم‌های کنترل با ۲۷۴۲۳۳۳ عنوان



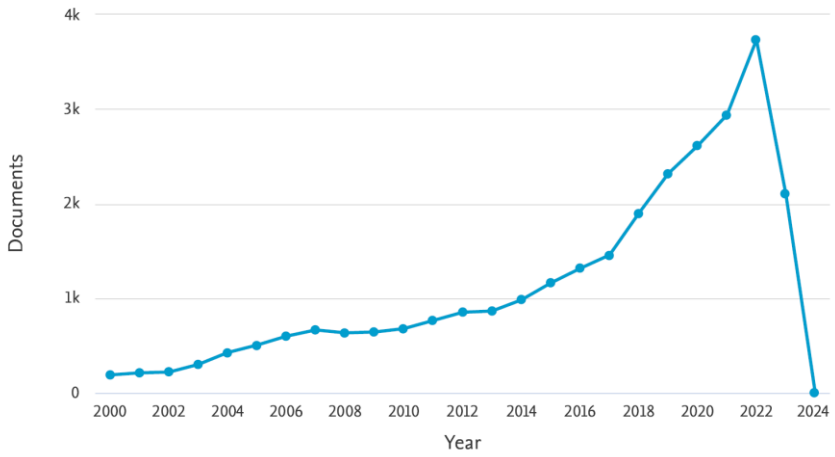
شکل ٤ یادگیری ماشین با ۵۷۱۶۸۴ عنوان



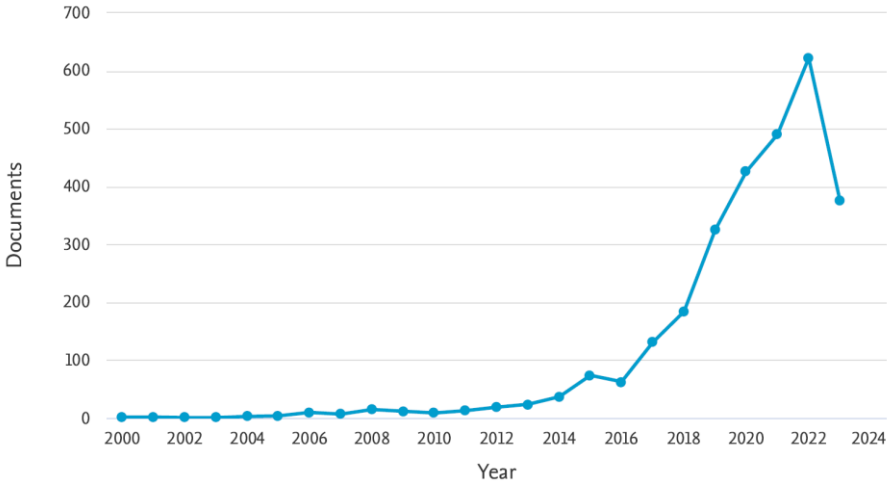
شکل ۵ سیستم‌های کنترل و یادگیری ماشین با ۴۳۹۷۳ عنوان

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]

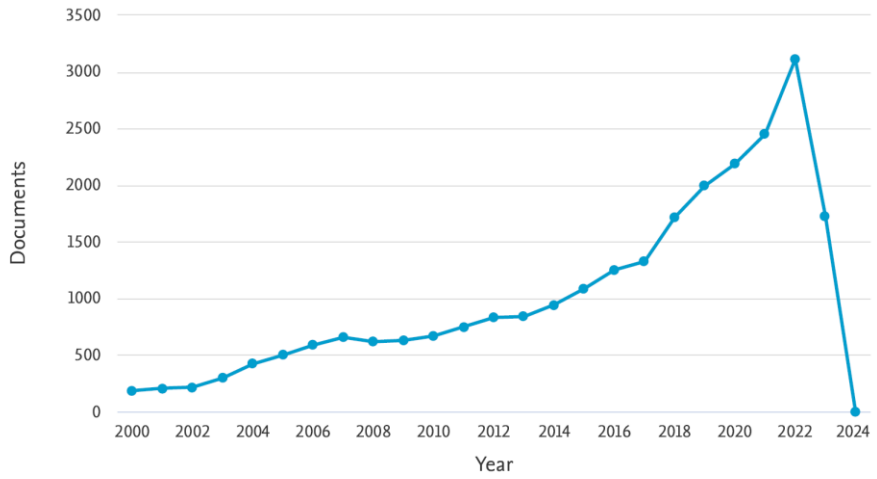
[DOI: 10.61186/joc.17.2.81]



شکل ٦ سیستم‌های کنترل و داده‌راند با ۲۸۰۶۴ عنوان



شکل ۷ سیستم‌های کنترل و داده‌راند و یادگیری ماشین با ۲۸۵۰ عنوان



شکل ۸ سیستم‌های کنترل و داده‌راند بدون یادگیری ماشین با ۲۵۲۱۴ عنوان

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]

[DOI: 10.61186/joc.17.2.81]

با تحلیل این اطلاعات درمی‌یابیم که پژوهش در زمینه‌های *سیستم‌های کنترل داده‌راند* تنها درصد کمی از پژوهش در زمینه *سیستم‌های کنترل* را شامل می‌شود و روش‌های مدل‌پایه، پارادایم اصلی روش‌های تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل هستند. از سوی دیگر روند افزایشی چاپ مقالات در زمینه‌های *سیستم‌های کنترل و یادگیری ماشین* و نیز *سیستم‌های کنترل و داده‌راند* کاملاً مشهود است، که نشان دهنده توجه پژوهشگران به این زمینه‌ها است. پژوهش در زمینه‌های *سیستم‌های کنترل و یادگیری ماشین* درصد بسیار کمی از پژوهش در زمینه *یادگیری ماشین* است و کاربردهای دیگر این روش‌ها بیشتر مورد توجه بوده‌اند. *سیستم‌های کنترل و داده‌راند و یادگیری ماشین* نیز تنها حدود ۱۰٪ از مقالات *سیستم‌های کنترل و داده‌راند* را شامل می‌شود و بخش عمده مقالات در این حوزه به *سیستم‌های کنترل و داده‌راند بدون یادگیری ماشین* تعلق دارد.

۵-۲- روش‌های مبتنی بر یادگیری ماشین

یادگیری ماشین یکی از حوزه‌های هوش مصنوعی و شامل مجموعه‌ای از الگوریتم‌ها و روش‌های یادگیری است که برای استخراج الگوها، ارتباطات و ساختارهای موجود در داده‌ها استفاده می‌شوند. هدف اصلی این روش‌ها، ایجاد مدل‌ها یا تابعی است که بتواند بر اساس داده‌های ورودی، پیش‌بینی، تصمیم‌گیری یا دسته‌بندی صحیح انجام دهد. روش‌های یادگیری انواع مختلفی دارد که در ادامه برخی از آن‌ها را نام می‌بریم:

- **یادگیری عمیق**[1]: یادگیری عمیق یکی از شاخه‌های پیشرفته یادگیری ماشین است که با استفاده از شبکه‌های عصبی عمیق، قادر به یادگیری الگوهای پیچیده است. در یادگیری عمیق، اطلاعات ورودی از طریق چند لایه از نورون‌ها پردازش می‌شود و با پیدا کردن الگوهای پنهان و استفاده از آن‌ها، مدلی برای پیش‌بینی و کنترل ایجاد می‌شود.
- **یادگیری نظارت شده**[2]: شامل الگوریتم‌هایی مانند درخت تصمیم، ماشین بردار پشتیبان، شبکه‌های عصبی و رگرسیون است.
- **یادگیری بدون نظارت**[3]: شامل روش‌های خوشه‌بندی مانند کمینه‌کردن مسافت میان نمونه‌ها، تحلیل مؤلفه‌های اصلی و شبکه‌های خود-نظارتی است.
- **یادگیری تقویتی**[4]: شامل الگوریتم‌هایی مانند Q-Learning، SARSA و Deep Q-Networks (DQN) است. یادگیری تقویتی، یک روش یادگیری ماشین است که مشابه مغز انسان و از طریق تعامل با محیط پیرامون خود یاد می‌گیرد. در این روش، عامل در محیطی قرار دارد و برای بهبود عملکرد خود، با آن محیط تعامل می‌کند و در هر مرحله، محیط به عامل، یک حالت جدید ارائه می‌دهد. عامل با استفاده از الگوریتم‌های یادگیری خود، عملی را انتخاب می‌کند که به بهبود عملکردش کمک کند.
- **یادگیری شبه نظارت شده**[5]: ترکیبی از یادگیری نظارت شده و یادگیری بدون نظارت است و در آن بخشی از داده‌ها دارای برچسب و بخش دیگر بدون برچسب است.
- **یادگیری فعال**[6]: که در آن عامل یادگیری (مانند یک مدل ماشین) می‌تواند از طریق تعامل با محیط و هدایت یا انتخاب نمونه‌های خاص، عملکرد خود را بهبود بخشد.
- **یادگیری تقویتی عمیق**[7]: این روش از ترکیب یادگیری تقویتی و شبکه‌های عصبی عمیق برای حل مسائل پیچیده استفاده می‌کند. در این روش، شبکه‌های عصبی عمیق به عنوان تقریب‌گر تابع ارزش یا سیاست عامل استفاده می‌شوند. این روش توانایی یادگیری خودکار و سلسله‌مراتبی را دارد و در حوزه‌هایی مانند بازی‌های ویدئویی، رباتیک و مدیریت منابع طبیعی مورد استفاده قرار می‌گیرد.
- **یادگیری تقویتی چندعامله**[8]: این روش برای محیط‌هایی با حضور چند عامل استفاده می‌شود. هر عامل به صورت جداگانه یادگیری تقویتی را انجام می‌دهد و با تعامل و رقابت با سایر عامل‌ها، بهبود عملکرد خود را مد نظر قرار می‌دهد. این روش در حوزه‌هایی مانند رباتیک تعاملی، بازی‌های چندنفره و شبکه‌های اجتماعی مورد استفاده قرار می‌گیرد.
- **یادگیری بدون نمونه‌برداری**[9]: در این روش، مدل یادگیری، توانایی دارد برای دسته‌هایی که در فرآیند آموزش موجود نبوده‌اند، پیش‌بینی کند. این روش از اطلاعات جانبی و ارتباطات میان دسته‌ها برای انتقال دانش از دسته‌های موجود به دسته‌های جدید استفاده می‌کند.

یادگیری ماشین در طراحی سیستم‌های کنترل به کارگرفته شده است. اما به کارگیری آن با چالش‌هایی نیز روبرو است. در روش‌های یادگیری به علت تعدد داده و لایه‌های کنترلی اثبات پایداری و تضمین عملکرد مطلوب دشوار است. همچنین روش‌های یادگیری وابسته به شرایط اوّلیه هستند و انتخاب نادرست آن‌ها با توجه به نامعلوم بودن سیستم، می‌تواند پایداری و عملکرد حلقه بسته را به مخاطره اندازد. دو رویکرد کلی در کاربرد یادگیری ماشین در طراحی سیستم‌های کنترل داده‌راند وجود دارد. این دو رویکرد عبارتند از:

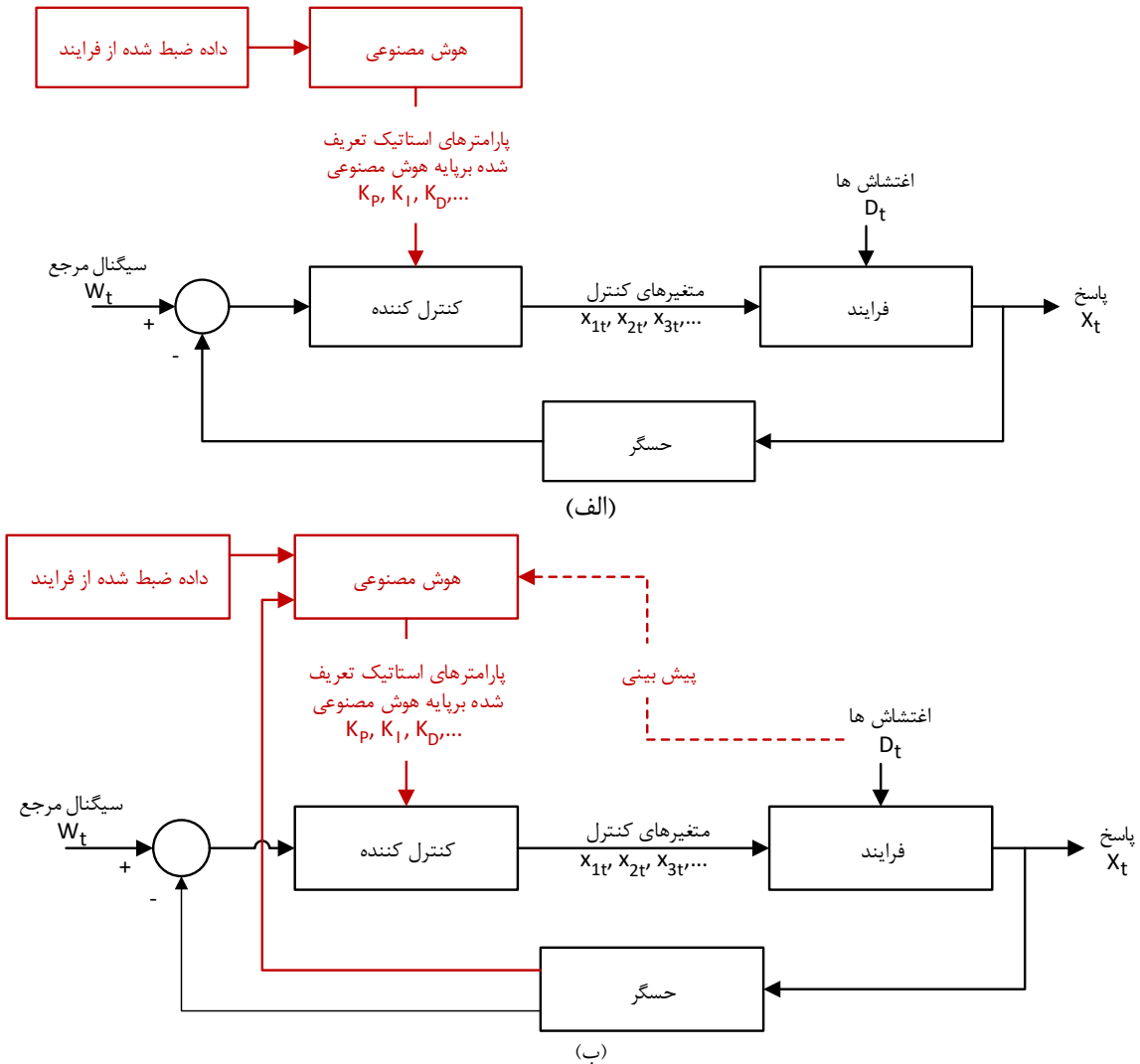
- کاربرد یادگیری ماشین در تنظیم پارامترهای کنترل‌کننده‌ها با ساختار از قبل تعیین شده که می‌تواند به صورت تنظیم

[1] Deep learning
[2] Supervised learning
[3] Unsupervised learning
[4] Reinforcement learning
[5] Semi-supervised learning
[6] Active learning
[7] Deep reinforcement learning
[8] Multi-Agent reinforcement learning
[9] Zero-shot learning

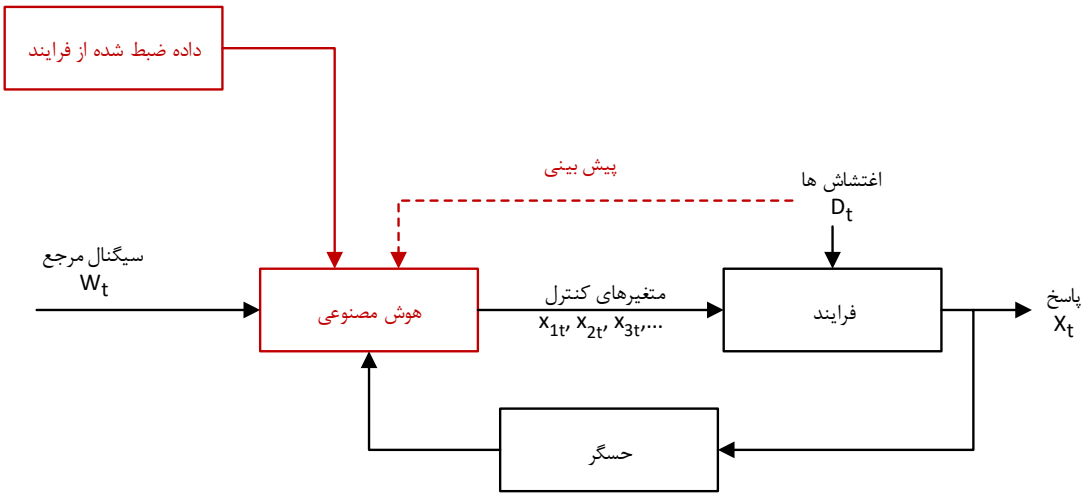
[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOI: 10.61186/joc.17.2.81]

استاتیک در شکل ۹-(الف) و یا تنظیم دینامیک در شکل ۹-(ب) باشد.

- کاربرد یادگیری ماشین در کنترل مستقیم سیستم بدون کنترل‌کننده‌هایی با ساختار از قبل تعیین شده که در شکل ۱۰ نمایش داده شده است.



شکل ۹: کاربرد یادگیری ماشین در تنظیم پارامترهای کنترل‌کننده‌ها با ساختار از قبل تعیین شده: (الف) تنظیم استاتیک و (ب) تنظیم دینامیک



شکل ۱۰: کاربرد یادگیری ماشین در کنترل مستقیم سیستم‌ها

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOI: 10.61186/joc.17.2.81]

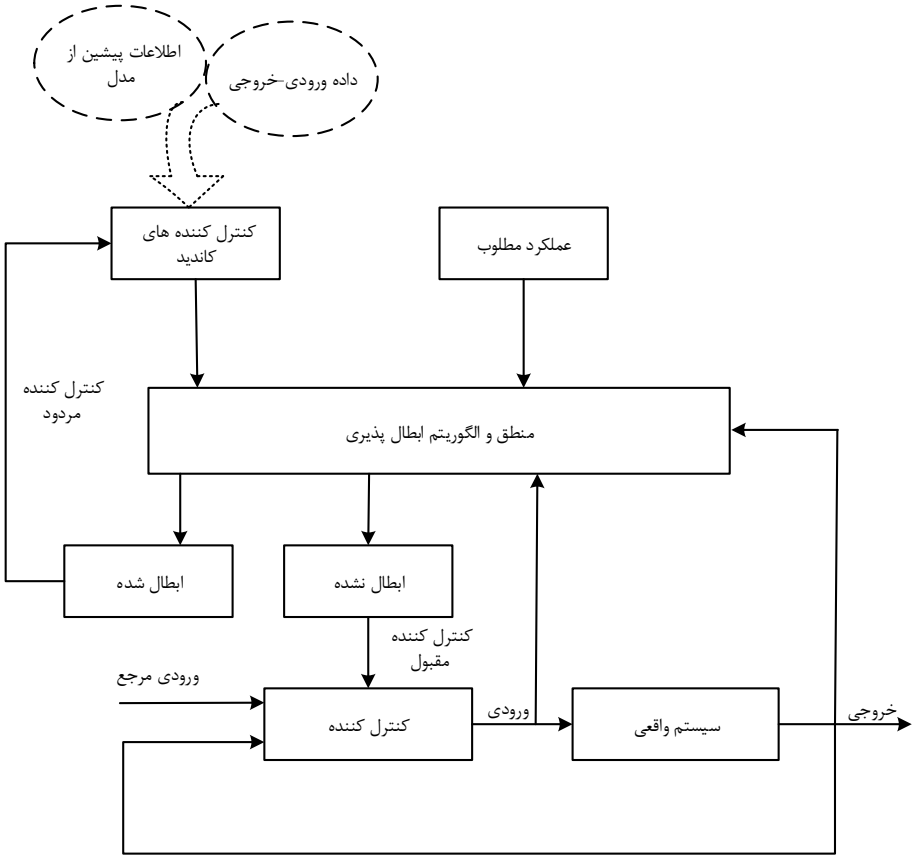
۵-۳- روش‌های کلاسیک کنترل‌داده‌راند

۵-۳-۱- کنترل تطبیقی ابطال‌نشده

کنترل تطبیقی ابطال‌نشده توسط سافونوف[1] در سال ۱۹۹۵ پیشنهاد شد [۱۰]. بنیان فلسفی این رویکرد طراحی سیستم‌های کنترل داده‌راند بر نظریه ابطال‌پذیری[2] پوپر[3] که برای مسئله تفکیک[4] در فلسفه علم پیشنهاد شده است، استوار است. کنترل ابطال‌نشده یک نظریه کنترل مبتنی بر داده است که از داده‌های فیزیکی برای یادگیری یا انتخاب کنترل‌کننده مناسب با استفاده از فرآیند ابطال استفاده می‌کند. در کنترل تطبیقی ابطال‌نشده، هدف تعیین کنترل‌کننده C برای سیستم P به گونه‌ای است که سیستم حلقه بسته T مشخصات عملکردی[5] مورد نظر را ارضا کند. توجه کنید که سیستم P یا به صورت کامل ناشناخته و یا به طور جزئی شناخته شده است و تنها از داده‌های ورودی-خروجی در انتخاب کنترل‌کننده C استفاده می‌شود. در کنترل تطبیقی ابطال‌نشده، سیستم کنترل با اطلاعات ورودی-خروجی جدیدِ سیستم، کنترل‌کننده‌های کاندید[6] نامناسب را که در مخزن کنترل‌کننده‌ها[7] هستند، ابطال می‌کند. سه عنصری کلیدی که مسئله کنترل ابطال‌نشده را تشکیل می‌دهند عبارتند از:

- داده‌های ورودی-خروجی سیستم
- مخزن کنترل‌کننده‌های کاندید
- مشخصات عملکرد حلقه بسته مطلوب

شکل ۱۱ ساختار کلی سیستم کنترل ابطال‌نشده حلقه بسته را به تصویر می‌کشد. ورودی‌های منطق و الگوریتم ابطال‌کنندگی، داده‌های ورودی-خروجی، مجموعه کنترل‌کننده کاندید درون مخزن کنترلی و عملکرد حلقه بسته مطلوب هستند و خروجی آن کنترل‌کننده‌های مردود و کنترل-کننده مقبول است که شاخص عملکرد مرسوم روش را برآورده کرده است.



شکل ۱۱ نمای کلی کنترل مبتنی بر سیستم کنترلی ابطال‌نشده

[1] Safanov
[2] Falsification theory
[3] Poper
[4] Demarcation
[5] Performance specifications
[6] Candidate controllers
[7] Controllers's bank

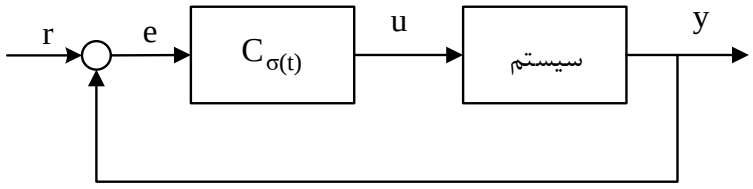
[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOI: 10.61186/joc.17.2.81]

مخزن کنترل‌کننده‌های کاندید را به صورت $K = \{C \mid C_i(s), i \in M = \{1,2,\dots,m\}\}$ در نظر بگیرید. C_i، i اُمین کنترل‌کننده کاندید است و یک کنترل‌کننده فعال در حلقه اصلی نیز وجود دارد. مسئله اصلی در UAC ارزیابی عملکرد تمامی کنترل‌کننده‌های کاندید بدون وارد کردن آن‌ها در حلقه به صورت واقعی و بدون کاربرد مدل یا فرضیاتی وابسته به مدل است. برای انجام این کار از مفهوم ورودی مرجع و سیستم حلقه بسته مجازی استفاده می‌شود.

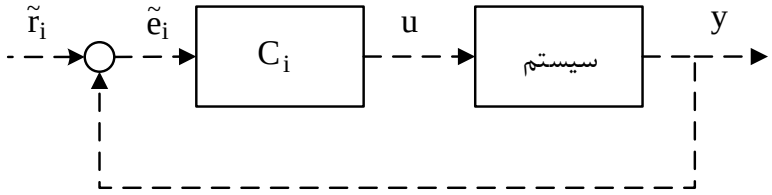
به شکل ۱۲ توجه فرمایید. سیگنال‌های واقعی با در نظرگرفتن حلقه کنترلی برای سیستم ناشناخته در حضور کنترل‌کننده فعال مطابق با شکل ۱۲-(الف) اندازه‌گیری می‌شوند. در واقع این حلقه، حلقه کنترل‌کننده فعال است. از آن‌جایی که سیستم ناشناخته است، اطلاعات موجود فقط شامل سیگنال‌های ورودی و خروجی مشاهده شده سیستم می‌باشد، یعنی $u(t).y(t)$. شکل ۱۲-(ب) نشان‌دهنده حلقه‌های بالقوه[1] است که در آن از $u(t).y(t)$ استفاده شده و برای یک کنترل‌کننده کاندید غیرفعال C_i سیگنال خطای مجازی به گونه‌ای محاسبه می‌شود که گویی در حلقه بازخورد قرار دارد و داده‌های $u(t).y(t)$ به دست آمده‌اند. لذا ورودی مرجع مجازی[2] به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tilde{R}_i(s) = \tilde{E}_i(s) + Y(s) = C_i^{-1}(s)U(s) + Y(s)$$

برای ارزیابی عملکرد این کنترل‌کننده‌ها از تابع هزینه زیر استفاده می‌کنیم:



(الف)



(ب)

شکل ۱۲ (الف) سیستم حلقه بسته واقعی با کنترل‌کننده فعال و (ب) سیستم حلقه بسته مجازی با کنترل‌کننده غیرفعال

$$\tilde{J}_i(t) = \max_{\tau \le t} \frac{\|\tilde{e}_i(t)\|^2_{\tau=[0.t]} + \gamma \|u(t)\|^2_{\tau=[0.t]}}{\|\tilde{r}_i(t)\|^2_{\tau=[0.t]} + \alpha}$$

که در آن ضریب وزنی γ و α اعددی مثبت هستند. مفاهیم مهمی در UAC تعریف می‌شوند که بدون ورود به جزییات به ذکر نام برای ارجاع خواننده آن‌ها می‌پردازیم: امکان‌پذیری[3]، پایداری نموی[4] و بهره نموی، کنترل‌کننده CLI[5]، کنترل‌کننده SCLI[6]، پایداری ابطال‌نشده، آشکارپذیری هزینه[7]، و وابسته به بهره[8].

ویژگی‌های اصلی کنترل تطبیقی ابطال‌نشده عبارتند از:

- نیازی به اطلاعات در مورد سیستم نیست و سیستم تحت کنترل می‌تواند نامینیمم فاز، غیرخطی، ناپایدار و از هر مرتبه‌ای باشد. تنها از داده‌های اندازه‌گیری‌شده استفاده می‌شود و از هیچ مدلی برای آزمودن شرایط استفاده نمی‌شود.
- کنترل ابطال‌نشده را می‌توان به سیستم‌های ناپایدار، غیرخطی، متغیر با زمان و نامینیمم فاز اعمال کرد.
- انتخاب مجموعه کنترل‌کننده‌های کاندید با فرض داشتن اطلاعاتی در مورد سیستم بدست می‌آید و پس از انتخاب مجموعه کنترل‌کننده‌ها در الگوریتم UAC از هیچ مدلی برای طراحی استفاده نمی‌شود.
- از داده‌های ورودی-خروجی سیستم حلقه باز و سیستم حلقه بسته در حضور یک کنترل‌کننده فعال برای ابطال‌کردن

[1] Potential loop
[2] Virtual reference input
[3] Feasibility
[4] Incremental stability
[5] Causally Left Invertible
[6] Stably Causally Left Invertible
[7] Cost Detectability
[8] Gain related

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOI: 10.61186/joc.17.2.81]

کنترل‌کننده‌های کاندید درون مخزن کنترل‌کننده، بدون وارد کردن آن‌ها درحلقه، استفاده می‌شود.

- نویز و اغتشاش مشکلی برای الگوریتم UAC در تشخیص کنترل‌کننده پایدارساز ایجاد نمی‌کنند.
- روش‌هایی که در تلاش‌اند تا از ورود کنترل‌کننده‌های ناپایدرساز جلوگیری کنند، کنترل تطبیقی ایمن[1] نامیده می‌شوند. در UAC با شرط امکان‌پذیری و باتوجه به نوع تابع هزینه از ورود کنترل‌کننده‌های ناپایدارساز حفاظت می‌شود.

در ادامه یک الگوریتم کلیدزنی متداول در کنترل تطبیقی ابطال‌نشده آورده شده است. انواع ابطال‌کردن کنترل‌کننده‌ها به دو صورت ابطال‌پذیری خودی[2] و ابطال‌پذیری داخلی[3] هست. در ابطال‌پذیری خودی روش، مقایسهٔ تابع هزینه کنترل‌کننده داخل حلقه با یک عدد متغیر با زمان است. در ابطال‌پذیری داخلی تابع هزینه کنترل‌کننده فعال با تابع هزینه سایر کنترل‌کننده‌ها مقایسه می‌شود. الگوریتم اپسیلون هیسترزیس[4] (یا الگوریتم HSA) الگوریتم پرکاربردی است که از این روش استفاده می‌کند و به صورت زیر است:

$$(1) Initialization: \varepsilon > 0, t \leftarrow 0, C_{\varphi}(t) \in K$$

$$(2) t \leftarrow t + dt, collect\ r, u, y,\ \text{update}\ \tilde{r}_i\ \text{and calculate}\ \tilde{J}(C_i, d_t, t);$$

$$(3) IF$$

$$(\tilde{J}(\mathrm{C}_{\varphi}(t - dt), d_t, t) > \varepsilon + \min_{C_i \in K} \tilde{J}(C_i(t), d_t, t);$$

THEN

$$\mathrm{C}_{\varphi}(t) \leftarrow \arg \min_{C_i \in K} \tilde{J}(\mathrm{C}_i(t), d_t, t)$$

ELSE

$$\mathrm{C}_{\varphi}(t) \leftarrow \mathrm{C}_{\varphi}(t - dt)$$

ENDIF

$$(4) \text{Go to step(2)}$$

چالش‌های اصلی در طراحی UAC:

- اگرچه طراحی مخزن کنترل‌کننده‌ها پیش‌فرض مسئله UAC است، در هر صورت برای طراحی آن با چالش جدی در صورت در دسترس نبودن اطلاعات سیستم، روبرو هستیم.
- اوّلین چالش UAC الگوریتم کلیدزنی اپسیلون هسیترزیس است که در UAC ممکن است منجر به مشکلات و عملکرد گذرای نامناسبی شود. بررسی‌ها نشان می‌دهد با این الگوریتم یک کنترل‌کننده ناپایدارساز به طور مکرر توسط HSA به حلقه وارد می‌شود و سیگنال‌های کنترل و خروجی، پیش از استقرار نهایی، به مقدار غیرقابل‌قبولی افزایش می‌یابند که به‌عنوان پدیده DAL[5] معرفی شده است [۱۱].
- دومین چالش UAC آن است که سیگنال خطای مجازی اصلی نمی‌تواند عملکرد همه کنترل‌کننده‌های ناپایدارساز غیرفعال را تشخیص دهد. به عبارت دیگر، امکان قرارگیری یک کنترل‌کننده ناپایدارساز در حلقه که عملکرد را به‌شدت کاهش می‌دهد.
- سومین چالش UAC هنگامی است که چندین کنترل‌کننده پایدارساز در مجموعه کنترل‌کننده کاندید وجود دارد، باتوجه به اهداف مختلف کنترلی می‌توان معیارهای مختلفی برای انتخاب بین کنترل‌کننده‌های پایدارساز اختصاص داد و ممکن است کنترل‌کننده انتخابی پایدار بوده؛ اما عملکرد مطلوبی نداشته باشد.

[۱۲] به تعمیم نظریه کنترل تطبیقی ابطال ناپذیر به سیستم‌های چندمتغیره و با تأکید بر ساختار کنترلی غیرمتمرکز پرداخته است. در [۱۳] با هدف انتخاب کنترل‌کننده پایدارسازی که عملکرد مطلوب هم داشته باشد، کنترل تطبیقی ابطال ناپذیر با مدل مرجع ترکیب شده است. [۱۴] برای سیستم‌های چندمتغیره با ساختار کنترلی متمرکز، تابع هزینه جدیدی را برای انتخاب کنترل‌کننده‌ای که تداخل کمتری را نتیجه دهد، پیشنهاد داده است.

۵-۳-۲- نظریه فیدبک مرجع مجازی

تنظیم فیدبک مرجع مجازی یا VRFT روشی برای به دست آوردن پارامترهای کنترل‌کننده بر اساس داده‌های اندازه‌گیری شده است. در این رویکرد فرض می‌شود که پارامترهای کنترل‌کننده نامعلوم اما ساختار آن

[1] Safe adaptive control
[2] Self-falsification
[3] Inter-falsification
[4] ϵ-hystersis
[5] Dehghani-Anderson-Lanzon

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOI: 10.61186/joc.17.2.81]

معلوم است. برای مثال کنترل‌کننده می‌تواند از نوع فیدبک حالت یا PID باشد. داده‌های اندازه‌گیری شده با اعمال ورودی به سیستم و جمع‌آوری داده خروجی به دست می‌آیند. این روش اولین بار در سال ۲۰۰۰ پیشنهاد شد سپس در سال ۲۰۰۲ بهبود یافت. VRFT روشی مستقیم و تک‌مرحله‌ای است که پارامترهای کنترل‌کننده را برای سیستم خطی تغییرناپذیر با زمان به دست می‌آورد. تنظیم فیدبک مرجع مجازی، مسئله تنظیم کنترل‌کننده، یا به عبارت دیگر تعیین پارامترهای کنترل‌کننده را به‌وسیله معرفی سیگنال مرجع مجازی، به‌صورت یک مسئله شناسایی بردار پارامتر کنترل‌کننده، بدون در دسترس داشتن مدل ریاضی سیستم، فرمول‌بندی می‌کند. این روش غیرتکراری یا یک‌باره‌ای[1] مستقیم با استفاده از داده‌های ورودی–خروجیِ جمع‌آوری شده از سیستم، یک هزینه کنترل تعریف شده از نوع نرم ۲ را به حداقل می‌رساند، که در آن متغیر بهینه‌سازی بردار پارامتر کنترل‌کننده است. از این‌رو، روشی تطبیقی است که تطبیق آن به صورت برون‌خط انجام می‌شود [۱۵]. در VRFT، یک رده کنترل‌کننده[2] تعیین شده و یک کنترل‌کننده مشخص بر اساس داده‌های جمع‌آوری شده طراحی می‌شود. سپس کنترل‌کننده طراحی شده بدون نیاز به تطبیق بیشتر در حلقه قرار می‌گیرد. توجه کنید که کنترل‌کننده طراحی شده قبل از قرار گرفتن نهایی در حلقه، برای پایداری و نیازهای عملکردی بررسی می‌شود. درواقع VRFT، بدون نیاز به تکرار و یا دسترسی بیشتر به سیستم برای آزمایش‌های مکرر، پس از جمع‌آوری دسته داده‌های ورودی–خروجی، یک کنترل‌کننده را بازمی‌گرداند. این امکان به دلیل این است که موتور طراحی داخلی VRFT به طور فراگیر است و هیچ روش کاهش گرادیانی در آن دخالت ندارد. البته سیگنال‌های ورودی باید به اندازه کافی غنی باشند و در صورت ناکافی بودن غنا، کنترل‌کننده انتخاب شده ممکن است نامطلوب و پاسخ‌های حلقه بسته آن غیرقابل قبول باشد. نتایج حاصل از VRFT با محتوای اطلاعات موجود در دسته داده‌های ورودی–خروجی داده شده مرتبط هستند. ویژگی یک مرحله‌ای بودن VRFT عملاً جذاب است زیرا نیاز به تعداد آزمایش‌های چندگانه در سیستم ندارد و به همین دلیل عملکرد عادی سیستم تحت تأثیر قرار نمی‌گیرد و مشکلات شروع سیستم‌های تطبیقی را ندارد [۱۵].

فرض کنید که کنترل‌کننده از رده کنترل‌کننده‌های $\{C(z;\rho)\}$ باشد و $C(z;\rho)=\beta^T(z)\rho$ که در آن $\beta(z)=[\beta_1(z)\cdots\beta_n(z)]^T$ برداری معلوم است که ساختار کنترل‌کننده را تعیین می‌کند و ρ بردار پارامترهای نامعلوم است. تابع هزینه زیر را در نظر بگیرید

$$J(\rho)=\left\|\frac{C(\rho.z^{-1})P(z^{-1})}{1+C(\rho.z^{-1})P(z^{-1})}r-M(z^{-1})r\right\|^2 \qquad (۱)$$

که در آن، $\|,\|$ نشان‌دهنده نُرم ۲[3] است، $M(z^{-1})$ مدل مرجع، r ورودی مرجع، $P(z^{-1})$ مدل سیستم و $C(\rho.z^{-1})$ کنترل‌کننده است. کمینه‌سازی این تابع در صورت معلوم بودن $P(z^{-1})$ بردار ρ را چنان خواهد داد تا سیستم حلقه بسته همانند مدل مرجع عمل نماید. اما در عمل $P(z^{-1})$ نامعلوم است. ایده اصلی VRFT آن است که با داشتن مجموعه داده ورودی و خروجی از سیستم حلقه‌باز، طراح بتواند $J(\rho)$ را بدون دانستن مدل سیستم، به حداقل برساند. به این منظور، از *سیگنال مجازی* [۱۶] که در سیستم حلقه باز تولیدشده، استفاده می‌شود. این ورودی در حقیقت وجود خارجی ندارد و تنها درفرآیند طراحی از آن استفاده می‌شود، به همین دلیل به آن ورودی مجازی r_v گویند. تصور نمایید که خروجی به دست آمده از سیستم حلقه باز نشان‌داده شده با $y(t)$، از سیستم حلقه بسته‌ای به دست آمده که تابع تبدیل آن $M(z)$ باشد. اکنون مرجع مجازی‌ای نشان‌داده شده با $r_v(t)$ پیدا کنید که اگر به سیستم حلقه‌بسته اعمال شود، همان خروجی حلقه‌باز $y(t)$ را به دست دهد. بدین‌ترتیب می‌توان کنترل‌کننده را با شناسایی تابع تبدیلی که ورودی آن $r_v(t)$ و خروجی‌اش $y(t)$ باشد با روش‌های شناسایی سیستم به دست آورد. می‌توان برای به دست آوردن پارامترهای کنترل‌کننده رابطه زیر را کمینه کرد

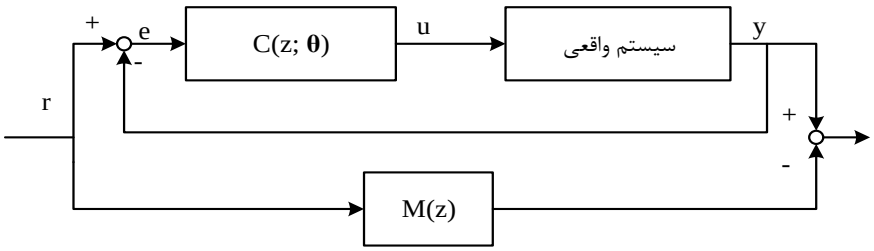
$$J_v=\|C(\rho.z^{-1})e_v-u\| \qquad (۲)$$

این مسئله شناسایی سیستم در شکل ۱۳ نشان داده شده است. در واقع با ملاحظاتی می‌توان رابطه (۲) را به‌جای رابطه اصلی (۱) کمینه کرد. این ملاحظات بایستی معادل بودن دو ضابطه را تضمین نمایند. برای نمونه به دو ملاحظه زیر توجه نمایید:

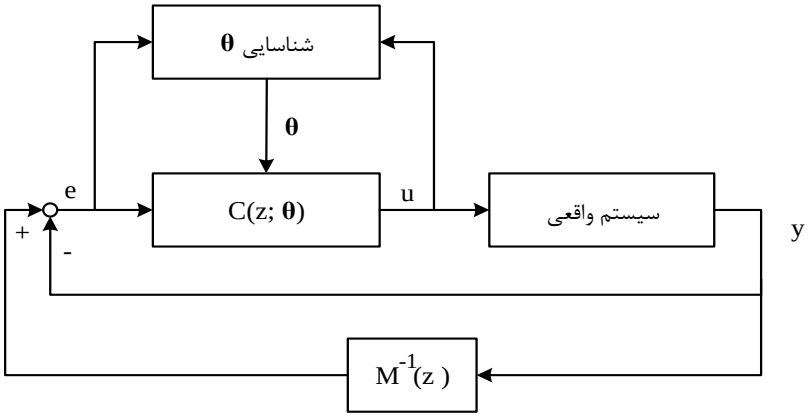
- رده کنترل‌کننده باید آن‌قدر وسیع باشد تا اجازه تطبیق کامل را بدهد. به عبارت دیگر بتوان بردار پارامتری در چارچوب ساختار تعیین شده بدست آورد تا سیستم حلقه بسته همانند مدل مرجع عمل نماید، در غیر این صورت این دو ضابطه نتیجه مشابهی نخواهند داشت [۱۵].
- انتخاب یک فیلتر مناسب $L(z)$ برای سیگنال خطا و ورودی و استفاده از $e_L(t)=L(z)e_v(t)$ و $u_L(t)=L(z)u(t)$ در تابع هزینه به صورت $J_{VR}^N(\rho)=\varphi_L(t)$ که در آن $\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}(u_L(t)-\varphi_L^T(t)\rho)^2$ $\beta(z)e_L(t)$. این کار می‌تواند یکسان بودن دو پاسخ کمینه را تا حد زیادی تضمین کند. یکی از موضوعات مطرح در VRFT طراحی این فیلتر است [۱۶].

[1] One-shot
[2] Controller class
[3] 2-norm

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOI: 10.61186/joc.17.2.81]



(الف)



(ب)

شکل ۱۳ نمای کلی کنترل مبتنی بر تنظیم فیدبک مرجع مجازی

از دیگر مباحث مهم در طراحی بر اساس VRFT می‌توان به وجود نویز اندازه‌گیری، سیستم‌هایی با صفرهای در نیمه راست صفحه، سیستم‌های چندمتغیره و نحوه برخورد با آن‌ها اشاره کرد. از جمله مشکلات روش VRFT می‌توان به نیاز به تنظیم مجدد درصورت تغییر در سیستم (ماهیت برون‌خط روش) و نیز نیاز به سیگنال از مرتبه کافی غنی برای آزمایش، برخلاف روش‌های کنترل داده–راند برون‌خط مشابه مثل CbT اشاره نمود.

[۱۷] با استفاده از روش مجموعه عضویت[1]، صفرهای نامینمم فاز را در مدل مرجع قرار داده و به ارائه راه‌حلی برای ناپایداری ایجاد شده در روش تنظیم فیدبک مجازی برای سیستم SISO دارای صفر نامینمم فاز می‌پردازد. [۱۸] با ترکیب الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات[2] و تنظیم فیدبک مرجع مجازی، روشی برای انتخاب همزمان مدل مرجع بهینه و کنترل‌کننده بهینه برای سیستم MIMO ارائه کرده است.

استفاده از VRFT برای تنظیم پارامتر نسخه‌های پیشرفته‌تر از PID، به عنوان مثال PID زمانبند بهره با تعریف تابع چندجمله‌ای به جای جدول جستجو[3] انجام شده است [۱۹].

۵-۳-۳- کنترل مبتنی بر تقریب تصادفی آشفتگی هم‌زمان

SPSA در طراحی کنترل‌کننده‌های داده‌راند توجه زیادی را به خود جلب کرده است. ویژگی اساسی SPSA که آن را برای طراحی کنترل داده‌راند جذاب می‌کند، تقریب گرادیان نزولی است که تنها با اندازه‌گیری ورودی–خروجی سیستم به دست می‌آید. الگوریتم‌های بهینه‌سازی بر اساس گرادیان به طور گسترده در طراحی‌های سیستم‌های کنترل مبتنی بر مدل استفاده می‌شوند. در این رویکردها در دسترس بودن مدل دقیق سیستم مفروض است. در غیر این‌صورت، روش‌ها غیرقابل اجرا خواهند بود و یا اگر مدل دستگاه به اندازه کافی دقیق نباشد نتایج تحلیل و طراحی‌ها قابل اعتماد نخواهد بود [۲۰].

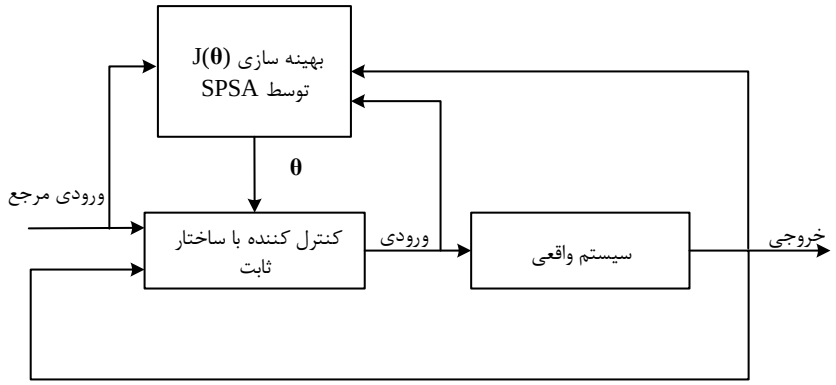
طرح مسئله. مسئله کلی بهینه‌سازی یافتن $\boldsymbol{\theta}^*$ است که تابع هزینه $J(\boldsymbol{\theta})$ را کمینه می‌کند. اکنون حالتی را در نظر بگیرید که در آن $J: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ تابعی نامعلوم از بردار پارامتر $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^n$ است. در این‌صورت، گرادیان تابع هزینه نسبت به بردار پارامتر به علت نامعلوم بودن ارتباط بین این دو، قابل محاسبه نیست. بنابراین تخمین گرادیان باید مورد استفاده قرار گیرد. تقریب تصادفی[4]، یک الگوریتم جستجوی مسیر بر پایه گرادیان است که مستقل از اندازه‌گیری مستقیم یا محاسبه گرادیان عمل می‌کند. به جای آن، برای تخمین گرادیان از اندازه گیری های تابع هزینه بهره می‌گیرد. الگوریتم‌های SA با یک حدس اولیه از بردار پارامتر بهینه آغاز می‌شوند و آن حدس اولیه را با هدف همگرایی گرادیان به صفر، به

[1] Set membership
[2] Particle swarm optimization
[3] Look-up table
[4] Stochastic Approximation (SA)

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOI: 10.61186/joc.17.2.81]

وسیله معادله ای تکراری به‌روزرسانی می‌کنند. در واقع این الگوریتم، نسخه تصادفی الگوریتم قطعی[1] کاهش گرادیان[2] است. تقریب تصادفی آشفتگی هم‌زمان نوعی از الگوریتم تقریب تصادفی است که تخمین گرادیان در آن از طریق آشفتگی تصادفی تمام پارامترها به طور هم‌زمان، به دست می‌آید؛ درواقع برای یافتن بردار تخمین گرادیان، تنها به دو مرتبه اندازه‌گیری داده از سیستم نیاز است [۲۱]. این ویژگی، مزیت روش را نسبت به الگوریتم تصادفی شناخته شده شفر-ولفویتز[3] (الگوریتم تقریب تصادفی تفاضل محدود[4]) که بر پایه تقریب تفاضل محدود گرادیان استوار است، نشان می‌دهد. در الگوریتم اخیر، آشفتگی بردار پارامتر، مؤلفه به مؤلفه انجام می‌گیرد و برای تخمین بردار گرادیان به تعداد دو برابر بُعد بردار پارامتر، اندازه‌گیری داده از سیستم صورت می‌گیرد. این موضوع در مسائل کنترل‌کننده عصبی که تعداد پارامترها از مرتبه ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ است بسیار حائز اهمیت است.

کاربرد SPSA در طراحی سیستم‌های کنترل داده‌راند. سیستم کنترل غیرخطی عمومی با مدل نامعلوم مفروض است. ساختار حلقه بسته با کنترل‌کننده‌ای دارای ساختار از پیش تعیین شده و معلوم را در نظر بگیرید. تابع هزینه در اینجا، یک تابع معیار عملکرد کنترل و با توجه به در دسترس نبودن مدل سیستم تحت کنترل، رابطه تابع معیار عملکرد و پارامترهای کنترل‌کننده نامعلوم است. در عوض، اندازه‌گیری از سیگنال‌های ورودی- خروجی و درواقع اندازه گیری‌های تابع هزینه در اختیار است که در حالت کلی می‌تواند همراه با نویز باشد. هدف یافتن بردار پارامتر بهینه کنترل‌کننده به نحوی است که تابع هزینه کمینه شود. در واقع تنظیم آنها روی مقادیری است که اهداف کنترلی مسئله برآورده شود. لذا در این مسائل به SPSA، الگوریتم تنظیم و به بردار پارامتر کنترل‌کننده، بردار پارامتر تنظیم نیز گفته می‌شود. شکل ۱۴ نمای کلی این روش را ارائه می‌کند.



شکل ١٤ نمای کلی کنترل مبتنی بر تقریب تصادفی آشفتگی هم‌زمان

هر تکرار از الگوریتم SPSA، سه لحظه زمانی (نمونه) را در بر می‌گیرد. بردار پارامتر در لحظه اول هر تکرار، یک مقدار نامی دارد. در لحظات دوم و سوم، بردار پارامتر برابر با دو مقدار آشفته است که از اضافه و کم کردن عبارتی تصادفی به مقدار نامیِ تکرار مربوطه حاصل می‌شوند. به ازای این دو بردار پارامتر کنترل‌کننده، دو آزمایش انجام و اطلاعات ورودی/خروجی سیستم ضبط می‌شود؛ بدین صورت که سیگنال مرجع در هر دو، مساوی با مقدار آن در لحظه اول آن تکرار باشد. سپس با استفاده از این اطلاعات، مقادیر تابع هزینه در این دو لحظه به دست می‌آید و بر اساس این دو مقدار، تقریب گرادیان محاسبه می‌شود. در نهایت با استفاده از رابطه به روزرسانی، بردار پارامتر کنترل‌کننده در تکرار بعد ساخته می‌شود. در ادامه روابط ریاضی این الگوریتم بیان می‌شود:

تخمین بردار پارامتر تنظیم در لحظه زمانی $k-1$ و در تکرار j ام، به صورت $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_j(k-1)$ در نظر گرفته می‌شود. سپس مقدار این بردار در لحظه دوم از تکرار j ام با $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_j^+(k)$ و تابع هزینه نظیر آن به صورت $J_j^+ = J\left(\widehat{\boldsymbol{\theta}}_j^+(k)\right)$ نمایش داده می‌شوند. به طور مشابه مقدار این بردار در لحظه سوم از تکرار j ام و تابع هزینه نظیر آن به ترتیب با $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_j^-(k+1)$ و $J_j^- = J\left(\widehat{\boldsymbol{\theta}}_j^-(k+1)\right)$ نشان داده می شوند. توجه شود منظور از تابع هزینه نظیر یک بردار پارامتر، تابع هزینه محاسبه شده در شرایطی که کنترل‌کننده ها، پارامترهایی مساوی با آن بردار پارامتر دارند، می‌باشد. حال، مقادیر آشفته بردار پارامتر تنظیم از روابط زیر به دست می‌آیند [۲۱]:

$$\widehat{\boldsymbol{\theta}}_j^+(k) = \widehat{\boldsymbol{\theta}}_j(k-1) + g_{2_j}\boldsymbol{\delta}_j \qquad (۳)$$

$$\widehat{\boldsymbol{\theta}}_j^-(k+1) = \widehat{\boldsymbol{\theta}}_j(k-1) - g_{2_j}\boldsymbol{\delta}_j \qquad (۴)$$

در روابط بالا، g_{2_j} مقدار دنباله گام آشفتگی $\{g_2\}$ در تکرار j ام است. به علاوه، $\boldsymbol{\delta}_j \in \mathbb{R}^n$ بردار تصادفی آشفتگی هم‌زمان نامیده می‌شود که شامل n متغیر تصادفی دو به دو مستقل است که توزیع یکسانی دارند. این بردار باید در هر تکرار ساخته شود و می‌تواند هر توزیع متقارنی نسبت به صفر را به شرط احراز شرایط موجود در [۲۱] داشته باشد، با این وجود

[1] Deterministic
[2] Gradient discent
[3] Kiefer-Wolfowitz
[4] Finite Difference Stochastic Approximation (FDSA)

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOI: 10.61186/joc.17.2.81]

معمولاً توزیع برنولی ± 1 انتخاب می شود. سپس، تخمین گرادیان در تکرار jام با استفاده از J_j^+و J_j^-قابل دستیابی است [۲۱]:

$$\widehat{\boldsymbol{\sigma}}_j = \begin{bmatrix} \frac{J_j^+ - J_j^-}{2g_{2_j}\delta_{j_1}} \\ \frac{J_j^+ - J_j^-}{2g_{2_j}\delta_{j_2}} \\ \vdots \\ \frac{J_j^+ - J_j^-}{2g_{2_j}\delta_{j_n}} \end{bmatrix} \quad (۵)$$

که در آن δ_{j_l} مولفه lام بردار $\boldsymbol{\delta}_j$ است. در نهایت، بردار پارامتر تنظیم با رابطه زیر، به روزرسانی می‌شود [۲۱]:

$$\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{j+1}(k+2) = \widehat{\boldsymbol{\theta}}_j(k-1) - g_{1_j}\widehat{\boldsymbol{\sigma}}_j \quad (۶)$$

که در آن، g_{1_j} مقدار دنباله گام به روزرسانی $\{g_1\}$ در تکرار jام است. دنباله های بهره در این الگوریتم دارای جملات مثبت و وابسته به مقادیر نامنفی پارامترهای a، A، α، c و γ هستند و با روابط استاندارد زیر نمایش داده می‌شوند [۲۲]:

$$g_{1_j} = \frac{a}{(j+1+A)^{\alpha}} \quad (۷)$$

$$g_{2_j} = \frac{c}{(j+1)^{\gamma}} \quad (۸)$$

چالش‌های الگوریتم SPSA در طراحی سیستم‌های کنترل داده‌راند:

- تنظیم درست پارامترهای الگوریتم و تعیین شرایط اوّلیه که از موضوعات پژوهشی در این حوزه است.
- SPSA از جمله روش‌های کنترل داده–راند است که در آنها ساختار کنترل‌کننده از قبل مشخص است و دستیابی به ساختار کنترل‌کننده مناسب برای یک سیستم غیرخطی معین، یک چالش جدی است.
- در SPSA در هر تکرار، دو آزمایش با سیگنال آزمون[1] و به ازای مقادیر آشفته بردار پارامتر صورت می‌گیرد. برای ثبت روند تغییر عملکرد سیستم، اندازه‌گیری داده های آن به ازای مقادیر به روزرسانی شده بردار پارامتر (مقادیر نامی) کافی است اما برای محاسبه تخمین گرادیان نیاز است که مقادیر آشفته، به کنترل‌کننده اِعمال و داده‌های متناظر با آن‌ها اندازه–گیری شوند. در نتیجه، داده‌هایی اضافی (متناظر با مقادیر آشفته بردار پارامتر) طی روش SPSA تولید می‌شوند که علاوه بر بالا بردن زمان همگرایی، حجم زیادی از پایگاه داده را می‌طلبد و ممکن است زمان پردازش کامپیوتر را تحت تأثیر قرار دهد.
- برای استفاده از SPSA در کنترل داده‌راند، ترکیب آن با سایر روش‌های طراحی سیستم‌های کنترل بر عملیاتی شدن روش می‌افزاید.

در [۲۳] از SPSA در تنظیم پارامتر کنترل‌کننده برای سیستم توربین بادی با سرعت متغیر استفاده شده است. در [۲۴] برای مسئله کنترل ارتعاش سیستم‌های مکانیکی، ماتریس‌های Q و R در LQR، با SPSA تنظیم شده اند.

۵-۳-۴- کنترل مبتنی بر لم اساسی ویلمز

دسته‌ای از روش‌های کنترل داده‌راندِ سیستم‌های نامعلوم خطی نامتغیر با زمان بر اساس لم اساسی ویلمز طراحی شده‌اند. بر اساس این لم، به جای توصیف یک سیستم با معادلات دیفرانسیل و سایر مدل‌های ریاضی و شناسایی سیستم، سیستم با رفتار[2] آن و به بیان دیگر فضای تمامی مسیرهای ممکن آن معرفی می‌گردد. لم اساسی ویلمز، تمامی پاسخ‌های یک سیستم خطی نامتغیر با زمان را در صورت در دست داشتن مسیرهای اندازه‌گیری[3] شده‌اش مشخص می‌کند. مسیرهای اندازه‌گیری شده همان خروجی‌های سیستم هستند که از ورودی تحریک غنی اعمال شده به سیستم به دست آمده‌اند. در این نظریه غنای سیگنال با استفاده از ماتریس‌های هنکل[4] تعریف می‌شود. برای دنباله $\{w(k).k = 0.\ldots.T-1\}$، ماتریس هنکل از عمق L به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathcal{H}_L(w) = \begin{bmatrix} w(0) & w(1) & \cdots & w(T-L) \\ w(1) & w(2) & \cdots & w(T-L+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w(L-1) & w(L) & \cdots & w(T-1) \end{bmatrix} \quad (۹)$$

حال اگر $\mathcal{H}_L(w)$ رتبه کامل[5] باشد $(T-L \geq L-1)$، سیگنال w غنی از مرتبه‌ی L است. لم اساسی ویلمز از ماتریس‌های هنکل برای توصیف پاسخ سیستم‌های خطی نامتغیر با زمان استفاده می‌کند. در ادامه به معرفی این لم می‌پردازیم [۲۵].

لم اساسی ویلمز. سیستم خطی نامتغیر با زمان می‌نیمال[6] زیر را در نظر بگیرید:

$$\boldsymbol{x}(k+1) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(k) + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(k). \quad (۱۰)$$
$$\boldsymbol{y}(k) = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(k) + \boldsymbol{D}\boldsymbol{u}(k).$$

که در آن $\boldsymbol{A} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}. \boldsymbol{B} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_u}. \boldsymbol{C} \in \mathbb{R}^{n_y \times n_x}. \boldsymbol{D} \in \mathbb{R}^{n_y \times n_u}$ و مرتبه این سیستم برابر با n_x است. اگر $\{\boldsymbol{u}^d(k). \boldsymbol{y}^d(k). k = 0.,,,.T-1\}$ یک مسیر[7] اندازه‌گیری‌شده از سیستم (۱۰) باشد، که در آن $\boldsymbol{u}^d$ ورودی تحریک غنی

[1] Test signal
[2] Behaviour
[3] Measured trajectories
[4] Hankel
[5] Full rank
[6] Minimal
[7] Trajectory

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOI: 10.61186/joc.17.2.81]

از مرتبه‌ی $n_x + L$ است، سپس هر مجموعه ورودی و خروجی دیگر مانند $\{\boldsymbol{u}(k).\boldsymbol{y}(k).k = 0.,,,.L-1\}$ نیز یک مسیر از این سیستم خواهد بود اگروتنها اگر یک $\boldsymbol{g} \in \mathbb{R}^{T-L+1}$ وجود داشته باشد که داشته باشیم:

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\mathcal{H}_L(u^d)}\\ \boldsymbol{\mathcal{H}_L(y^d)}\end{bmatrix}\boldsymbol{g} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{col_{k=0}^{L-1}(u(k))}\\ \boldsymbol{col_{k=0}^{L-1}(y(k))}\end{bmatrix} \quad (۱۱)$$

که در آن $col(,)$ نشان‌دهنده بردار ستونی از متغیر مربوطه است. به عبارتی، هر ترکیب خطی از ستون‌های ماتریس‌های هنکل یک مسیر ورودی-خروجی به طول L از سیستم (۱۰) است. این لم مسیرهای یک سیستم نامعلوم خطی نامتغیر با زمان- یا رفتار آن را- بدون مدل‌سازی تحلیلی یا شناسایی سیستم به دست می‌آورد. همان‌طور که از لم اساسی ویلمز مشخص است، رابطه (۱۱) برای مسیرهای ورودی-خروجی سیستم خطی صدق می‌کند. از آن‌جایی که خروجی یک سیستم خطی، ترکیب خطی بردار متغیرهای حالت و ورودی‌های آن سیستم است، بنابراین رابطه (۱۱) برای مسیرهای متغیرهای حالت سیستم نیز می‌تواند نوشته شود [۲۶].

کاربردهای لم اساسی ویلمز در طراحی کنترل‌کننده‌های داده‌راند. لم اساسی ویلمز بستری را فراهم می‌کند در آن می‌توان نمایش‌های یک سیستم خطی تغییرناپذیربازمان را به صورت‌های حلقه باز و حلقه بسته بر پایه داده به دست آورد. این نمایش‌ها معادل نمایش‌های تابع تبدیل و یا فضای حالت خواهند بود. برای نمونه می‌توان سیستم حلقه بسته با فیدبک حالت را، بر اساس لم اساسی ویلمز، به گونه‌ای بر پایه داده‌های اندازه‌گیری شده پارامتریزه کرد، که ماتریس فیدبک حالت به سادگی در چارچوب راهبرد داده‌راند قابل محاسبه باشد. در واقع، با رویکرد لم اساسی ویلمز، بسیاری از سیستم‌های کنترلی را می‌توان به صورت داده‌راند طراحی کرد. یک نمونه حائز اهمیت، طراحی کنترل پیش‌بین داده‌راند است که در ادامه کلیات و تفاوت آن با کنترل پیش‌بین مدل‌پایه را به اختصار بیان می‌کنیم. مسئله طراحی کنترل پیش‌بین مدل‌پایه به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{aligned}&\min_{\mathbf{x}.\bar{\mathbf{u}}.\bar{\mathbf{y}}} \sum_{k=0}^{N-1}\left(\|\bar{\mathbf{y}}_k(t)-\mathbf{r}_k(t)\|_{\boldsymbol{Q}}^2+\|\bar{\mathbf{u}}_k(t)\|_{\boldsymbol{R}}^2\right)\\ &s,t,\quad \bar{\mathbf{x}}_{k+1}(t)=\mathbf{A}\bar{\mathbf{x}}_k(t)+\mathbf{B}\bar{\boldsymbol{u}}_k(t).\quad k=0.\ldots.N-1\\ &\bar{\mathbf{y}}_k(t)=\mathbf{C}\bar{\boldsymbol{x}}_k(t)+\mathbf{D}\bar{\mathbf{u}}_k(t).\qquad k=0.\ldots.N-1\\ &\bar{\mathbf{u}}_k(t)\in\mathbb{U}.\qquad k=0.\ldots.N-1\\ &\bar{\mathbf{y}}_k(t)\in\mathbb{Y}.\qquad k=0.\ldots.N-1\end{aligned}$$

که در آن $N \in \mathbb{Z}^+$ افق پیش‌بینی[1]، $\bar{\mathbf{u}}_k(t).\bar{\mathbf{x}}_k(t).\bar{\mathbf{y}}_k(t).k=0.\ldots.N-1$ سیگنال‌های پیش‌بینی شده ورودی، حالت و خروجی هستند و $\mathbf{r}_k(t) \in \mathbb{R}^p$ سیگنال ورودی مرجع است. توجه کنید که از مدل فضای حالت سیستم برای به دست آوردن سیگنال‌های پیش‌بینی شده ورودی، حالت و خروجی استفاده می‌شود. اگر مدل سیستم در دسترس نباشد و بخواهیم از راهبرد داده‌راند استفاده کنیم، مسئله بالا با مسئله زیر جایگزین می‌شود:

$$\begin{aligned}&\min_{\mathbf{g}.\bar{\mathbf{u}}.\bar{\mathbf{y}}} \sum_{k=0}^{N-1}\left(\|\bar{\mathbf{y}}_k(t)-\mathbf{r}_k(t)\|_{\mathbf{Q}}^2+\|\bar{\mathbf{u}}_k(t)\|_{\mathbf{R}}^2\right)\\ &s,t,\quad \begin{bmatrix}U_p\\ Y_p\\ U_f\\ Y_f\end{bmatrix}\mathbf{g}(t)=\begin{bmatrix}\bar{\mathbf{u}}_{[-T_{ini}.-1]}(t)\\ \bar{\mathbf{y}}_{[-T_{ini}.-1]}(t)\\ \bar{\mathbf{u}}_{[0.N-1]}(t)\\ \bar{\mathbf{y}}_{[0.N-1]}(t)\end{bmatrix}\\ &\begin{bmatrix}\bar{\mathbf{u}}_{[-T_{ini}.-1]}(t)\\ \bar{\mathbf{y}}_{[-T_{ini}.-1]}(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{u}_{[t-T_{ini}.t-1]}\\ \mathbf{y}_{[t-T_{ini}.t-1]}\end{bmatrix}\\ &\bar{\mathbf{u}}_k(t)\in\mathbb{U}.\qquad k=0.\ldots.N-1\\ &\bar{\mathbf{y}}_k(t)\in\mathbb{Y}.\qquad k=0.\ldots.N-1\end{aligned}$$

که در آن از معادله لم اساسی ویلمز به جای مدل فضای حالت استفاده شده است. در این مقاله از ذکر جزئیات این مسئله و توضیح نمادهای به کارگرفته شده پرهیز می‌کنیم و خواننده علاقه‌مند به [۲۷] ارجاع داده می‌شود.

چالش‌های اصلی لم اساسی ویلمز. برای برخی از چالش‌های ارائه شده در زیر راه‌حل‌هایی در مراجع پیشنهاد شده است، اما واقعیت آن است که نتایج بسیار ابتدایی و اوّلیه هستند و موضوعات هم‌اکنون از موضوعات فعال پژوهشی هستند:

- بررسی مسئله مقاومت روش‌ها در حضور اغتشاشات و نویز
- کاربرد در سیستم‌های غیرخطی و متغیر با زمان و اصلاح فرض سیستم خطی تغییرناپذیر با زمان در لم
- کاربرد برای تعمیم سایر روش‌ها به کنترل داده‌راند، مانند عملگر کوپن و اعمال به سیستم‌های غیرخطی کلی

در [۲۸] تعمیم لم ویلمز به سیستم¬های تصادفی همراه با رویکرد اتخاذ چندباره داده یا multiple- shooting پیشنهاد شده است. رویکرد یادشده در برابر single-shooting است که در روش معمول از لم ویلمز استفاده می¬شود. در روش جدید، بازه زمانی به N ناحیه تقسیم و برای هر کدام ماتریس هنکل داده¬ها جدا نوشته می¬شود.

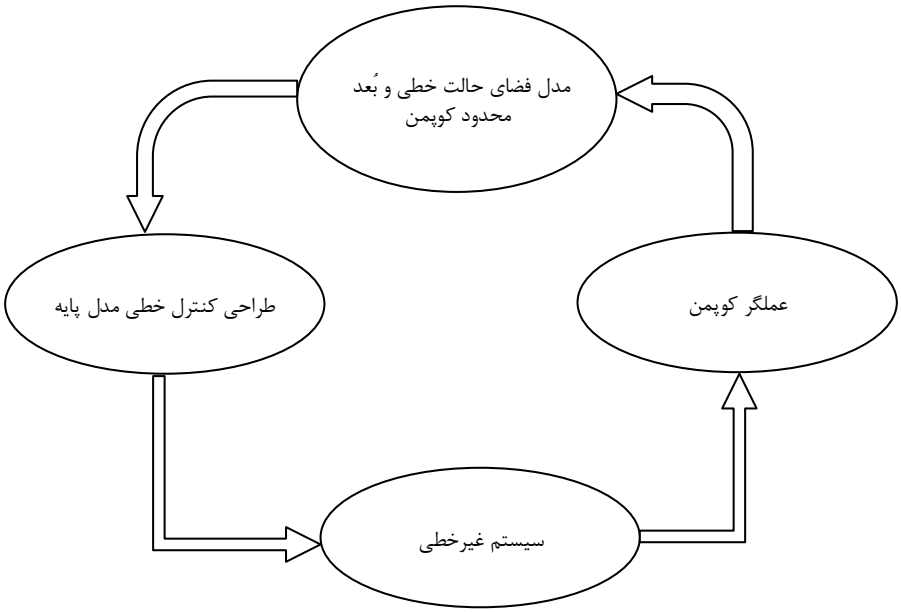
۵-۳-۵- کاربرد عملگر کوپمن در طراحی سیستم‌های کنترل داده‌راند

روش‌های تجزیه و تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل خطی در سیستم‌های غیرخطی عمدتاً به وسیله خطی‌سازی سیستم غیرخطی در نقاط عملکرد آنها به کار می‌روند. از سوی دیگر، عملگرهای کوپمن رویکردی بنیادی و متفاوت به سیستم‌های دینامیکی غیرخطی ارائه داده‌اند. در اصل، عملگر کوپمن نمایشی خطی از دینامیک‌های غیرخطی فراهم می‌کند و امکان استفاده از روش‌های کنترل خطی را بر روی سیستم غیرخطی ممکن می‌سازد. ایده این روش در شکل ۱۵ قابل مشاهده است. این رویکرد با افزایش دسترسی به داده‌ها و روش‌های عددی کارآمد برای کنترل عملی

[1] Prediction horizon

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOI: 10.61186/joc.17.2.81]

عملگرهای کوپمن، به طور گسترده‌تری در طراحی سیستم‌های کنترل غیرخطی مورد استفاده قرار گرفته است. به عبارت دیگر، این روش امکان تجسم و کنترل سیستم‌های دینامیکی غیرخطی را با استفاده از تقریب‌های خطی و روش‌های کنترل خطی فراهم می‌کند.



شکل ۱۵ نمای کلی کنترل مبتنی بر روش کوپمن

شناسایی تبدیل‌های مختصاتی که دینامیک‌های غیرخطی را تقریباً خطی سازد، پتانسیل پیش‌بینی، تخمین و کنترل غیرخطی را با استفاده از نظریه خطی دارد. عملگر کوپمن یک تبدیل داده‌راند است و توابع ویژه‌ی آن مختصات اصلی تبدیل دینامیک‌های غیرخطی را به دینامیک‌های خطی سراسری[1] فراهم می‌نماید. مفهوم خطی‌سازی دینامیک غیرخطی مفهوم جدیدی نیست و نمایش‌های خطی محلی به طور متداول به وسیله‌ی خطی‌سازی حول نقاط کاری به دست می‌آیند، اما عملگر کوپمن یک خطی‌سازی سراسری از دینامیک غیرخطی فراهم می‌نماید که حتی دور از نقاط کاری نیز معتبر است [۲۹, ۳۰]. تفاوت بین مدل‌های خطی مبتنی بر عملگر کوپمن و مدل‌های مبتنی بر خطی‌سازی محلی عبارتند از:

- عملگر کوپمن روی فضای توابع (که توابعی از متغیرهای حالت سیستم اصلی هستند) عمل می‌کند، ولی خطی‌سازی محلی روی فضای حالت سیستم اصلی عمل می‌نماید.
- علی‌رغم خطی‌گری، عملگر کوپمن ویژگی‌های سراسری سیستم دینامیکی اصلی را در بر می‌گیرد در حالی‌که نمایش‌های فضای حالت مبتنی بر خطی‌سازی محلی سیستم‌های غیرخطی تنها به طور محلی معتبر هستند.
- تعداد متغیرهای حالت سیستم مبتنی بر خطی‌سازی محلی برابر با سیستم دینامیکی غیرخطی اصلی است، در حالی‌که بُعد فضای حالت کوپمن اغلب بسیار بزرگتر از بُعد فضای حالت سیستم دینامیکی غیرخطی است.

ایده نمایش یک سیستم دینامیکی کنترل نشده[2] غیرخطی به وسیله‌ی یک عملگر خطی بُعد نامحدود با هدف توصیف دینامیک غیرخطی با استفاده از یک مدل خطی با فضای حالت ساخته شده توسط توابع مشاهده، به کارهای کوپمن و کارلمن[3] در سال‌های ۱۹۳۱ و ۱۹۳۲ باز می‌گردد. با این وجود، پتانسیل عملی این رویکرد تا قبل از ارائه مقاله [۳۱] در سال ۲۰۰۴ ناشناخته مانده بود. این مقاله، مزیت این نمایش‌های خطی را در کاربردهای پیش‌بینی و کنترل مورد بررسی قرار داده است. همچنین علاقه به استفاده از این رویکرد پس از ارائه الگوریتم داده‌راند تجزیه مود دینامیکی[4] در [۳۲] که به ارائه تقریب بُعد محدود از عملگر کوپمن می‌پردازد و در نتیجه امکان تحلیل نظری و تعمیم این عملگر را فراهم می‌آورد، بیش‌تر شد، چراکه مدل خطی بُعد نامحدود حاصل از این عملگر به همین شکل قابل به کارگیری نیست. به دلیل خطی بودن این عملگر، می‌توان برای این عملگر خواص طیفی شامل مقادیر ویژه، توابع ویژه و مودهای ویژه تعریف نمود که ابزاری قوی برای تجزیه و تحلیل سیستم‌های دینامیکی غیرخطی را فراهم می‌نماید [۳۳]. هر سیستم دینامیکی دارای یک عملگر کوپمن است که خواص مهم سیستم را بیان می‌کند [۳۴]. این عملگر تا به حال به طور گسترده برای تجزیه و تحلیل سیستم‌های دینامیکی پیچیده در زمینه‌هایی همچون مکانیک سیالات و فیزیک مولکولی استفاده شده است و در سال‌های اخیر نشان داده است که یک روش مفید برای شناسایی سیستم‌های غیرخطی و طراحی کنترل‌کننده نیز است[۳۵, ۳۶].

[1] Global
[2] Autonomous dynamical system
[3] Carleman
[4] Dynamic Mode Decomposition (DMD)

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOI: 10.61186/joc.17.2.81]

سیستم دینامیکی کنترل نشده گسسته زمان غیرخطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\boldsymbol{x}(k+1) = f\big(\boldsymbol{x}(k)\big) \qquad (۱۲)$$

که در آن $f: \mathcal{M} \to \mathcal{M}$ تابع به روزرسانی سیستم و $\mathcal{M} \subseteq \mathbb{R}^{n_x}$ فضای حالت است. هدف، استفاده از عملگر کوپمن برای توسعه یک سیستم دینامیکی خطی است که برای محاسبه تکامل[1] حالت سیستم (۱۲) می‌تواند به کار گرفته شود. فضای تابع $\mathcal{F}$ یک فضای هیلبرت شامل همگی نگاشت‌های $\mathcal{M} \to \mathbb{R}$ در نظر گرفته می‌شود که این نگاشت‌ها *مشاهدات*[2] سیستم نامیده می‌شوند. یک مجموعه محدود از مشاهدات $\{\psi_i . i = 1.2. \dots\} \in \mathcal{F} \subseteq \mathbb{R}$ شامل حالت‌ها، خروجی‌های سیستم، تابع هزینه‌ای که باید در یک مسئله کنترل بهینه کمینه گردد، قیدی غیرخطی روی حالت سیستم و یا به طور کلی توابعی از متغیرهای حالت سیستم، هستند. هدف، پیش‌بینی تکامل زمانی مشاهده ψ_i در امتداد مسیر متغیرهای حالت سیستم (۱۲) است [۳۳]. بر این اساس، در نظریه کوپمن یک توصیف جایگزین از مدل (۱۲) برحسب تکامل مشاهدات $\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{x}) \in \mathcal{F}$ ارائه می‌گردد و عملگر کوپمن $\mathcal{K}$ که به مشاهده $\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{x})$ اعمال می‌شود، تکامل خروجی‌های عملکرد یا مشاهدات سیستم را به صورت زیر نشان می‌دهد:

$$\begin{aligned} \mathcal{K}\boldsymbol{\psi}\big(\boldsymbol{x}(k)\big) &\triangleq \boldsymbol{\psi}\big(\boldsymbol{x}(k)\big) \circ F\big(\boldsymbol{x}(k)\big) \\ &\triangleq \boldsymbol{\psi}\Big(F\big(\boldsymbol{x}(k)\big)\Big) \\ &= \boldsymbol{\psi}\big(\boldsymbol{x}(k+1)\big) \end{aligned} \qquad (۱۳)$$

مدل کوپمن (۱۳) همگی ویژگی‌های سیستم غیرخطی اصلی (۱۲) را در بر می‌گیرد [۳۳]. با توجه به این مدل، عملگر کوپمن یک سیستم دینامیکی جدید در فضای تابع $\mathcal{F}$ تعریف می‌نماید که تکامل مشاهدات را اداره می‌کند. از آن‌جایی که عملگر کوپمن یک عملگر روی فضای توابع است، $\mathcal{K}$ به طور کلی بُعد نامحدود ولی خطی است حتی اگر دینامیک f غیرخطی باشد [۳۳]:

$$\begin{aligned} &[\mathcal{K}\big(\alpha\psi_1 + \psi_2\big)](\boldsymbol{x}) = \\ &\alpha\,[\mathcal{K}\psi_1](\boldsymbol{x}) + [\mathcal{K}\psi_2](\boldsymbol{x}) \end{aligned} \qquad (۱۴)$$

محدودیت اصلی عملگر کوپمن بُعد نامحدود آن است. حال آنکه قانون‌های کنترلی بر مبنای یک مدل محدود از سیستم طراحی می‌شوند. به دلیل نامحدود بودن بُعد عملگر کوپمن، بی‌نهایت توابع ویژه و مقادیر ویژه کوپمن برای یک سیستم وجود خواهد داشت. با این حال برای ساخت مدل فضای حالت خطی کوپمن، تنها یک زیرمجموعه از توابع ویژه‌ی ϕ_1 تا ϕ_k که ترکیب خطی آن‌ها دربرگیرنده حالات و خروجی سیستم غیرخطی اصلی باشد کافی است [۳۳]. به مجموعه‌ی ϕ_1 تا ϕ_k با k محدود، اعضای دیکشنری[3] یا مشاهدات گفته می‌شود [۳۳]. عملگر کوپمن زمانی‌که به این زیرفضا محدود می‌شود یک ماتریس را ایجاد می‌کند ($\mathcal{K} = K$). نکته حائز اهمیت این است که در عمل، به دست آوردن توابع ویژه کوپمن حتی برای ساده‌ترین سیستم‌ها می‌تواند مشکل‌تر از حل مستقیم معادله غیرخطی (۱۲) باشد و این توابع اغلب به طور قابل توجهی پیچیده یا غیرقابل تفسیر می‌باشند. با این وجود، تلاش برای یافتن توابع ویژه کوپمن یک هزینه یک‌باره است که منجر به یک توصیف خطی سراسری می‌گردد. به دست آوردن توابع ویژه کوپمن از داده‌ها یا به طور تحلیلی، چالش اصلی در سیستم‌های دینامیکی امروزی و یک زمینه تحقیقاتی فعال است و تاکنون هیچ روش قطعی برای محاسبه توابع و مقادیر ویژه کلیه سیستم‌های غیرخطی ارائه نشده است.

عملگر کوپمن برای سیستم‌های کنترل شده به همراه ورودی اغتشاش یا نویز

چنانکه گفته شد هدف استفاده از عملگر کوپمن، ایجاد یک تقریب خطی بعد محدود از سیستم غیرخطی (۱۲) است. برای سیستم‌هایی که مدل فضای حالت غیرخطی مشخص و نسبتاً ساده دارند، توابع ویژه و مقادیر ویژه کوپمن با توجه به ساختار مدل قابل دستیابی است [۳۳]. اما محاسبه تحلیلی توابع ویژه کوپمن از روی معادله دیفرانسیل غیرخطی سیستم تنها برای سیستم‌های خاص با مدل دینامیکی ثابت و نسبتاً ساده میسر است. همچنین استفاده از الگوریتم تجزیه مود دینامیکی تعمیم‌یافته به دلیل نیاز به انتخاب توابع پایه مناسب برای اعضای دیکشنری و همچنین ضعف نیاز به تعداد اعضای دیکشنری معمولاً زیاد، تنها به عنوان یک شروع مناسب برای تقریب مدل خطی کوپمن می‌تواند به کار گرفته شود. با انگیزه حل این مشکل، مطالعات اخیر برای تخمین توابع ویژه کوپمن به روش‌های یادگیری ماشین متوسل شده‌اند تا توابع مشاهده را به طور خودکار تولید کنند [۳۶]. در حقیقت استفاده از روش‌های یادگیری ماشین می‌تواند به طور موثری اعضای دیکشنری را مطابق با سیستم موجود بدون نیاز به انتخاب یک دیکشنری انتخاب شده از قبل آموزش و تطبیق دهد.

در [۳۷]، با ترکیب ایده خطی‌سازی کوپمن و لم اساسی ویلمز، کنترل‌کننده داده-راند مبتنی بر کوپمن برای یک مطالعه موردی خاص در صنعت، پیشنهاد گشته است. همچنین [۳۸] با تقریب مدل EDMD به صورت داده-راند و سپس روش MPC غیرخطی، راهکاری برای کنترل توزیع‌یافته ولتاژ در یک ریزشبکه ارائه کرده است.

۵-۳-۶- کنترل تطبیقی بدون مدل

روش MFAC بر پایه خطی سازی مدل مجازی دینامیکِ به دست آمده از داده‌های ورودی و خروجی بنا شده است، در ابتدا به روش‌های خطی سازی مدل مجازی دینامیک پرداخته خواهد شد و پس از آن به روش‌های طراحی کنترل‌کننده بر این اساس خواهیم رسید [۳۹].

۵-۳-۶-۱- استخراج مدل داده خطی سازی دینامیک

در صورتی که معادله مربوط به یک سیستم غیرخطی زمان گسسته به شرح زیر باشد،

[1] Evolution
[2] Observation
[3] Dictionary

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOI: 10.61186/joc.17.2.81]

$$y(k+1) = f\left(y(k).\ldots.y(k-n_y).u(k).\ldots.u(k-n_u)\right) \quad (۱۵)$$

به صورتی که $u(k) \in R$ و $y(k) \in R$ به ترتیب ورودی و خروجی سیستم می‌باشند، همچنین n_u و n_y دو پارامتر ناشناس و تابع $f(\cdot)$ (یک تابع غیرخطی ناشناس هستند.

فرض ۱: مشتق جزئی تابع $f(\cdot)$ نسبت به $n_y + 2$ اُمین متغیر ($u(k)$) برای همه مقادیر محدود k و استثناء های محدود پیوسته است.

فرض ۲: سیستم شرایط عمومی لیپشیتز[1] را داراست، به صورتی که

$$|y(k_2+1) - y(k_1+1)| \leq b|u(k_2) - u(k_1)|$$

از دید عملی فرضیات فوق فرض‌هایی منطقی و قابل قبول هستند؛ به گونه ای که فرض اول شرایط عمومی سیستم‌های غیرخطی است. همچنین شرط دوم نیز بیان‌کننده این موضوع است که حد بالایی برای تغییرات خروجی بر اساس تغییرات ورودی وجود دارد، به بیان دیگر به شرط محدود بودن انرژی ورودی به سیستم، تغییرات انرژی داخلی سیستم نیز محدود خواهد بود.

خطی سازی دینامیک-صورت فشرده[2]

قضیه ۱: سیستم غیرخطی بیان شده را در (۱۵) نظر بگیرید به صورتی که $\Delta u(k) \neq 0$ در این صورت یک پارامتر متغیر با زمان $\phi_c(k) \epsilon R$ وجود خواهد داشت که زین پس آن را با نام مشتق جزئی مجازی[3] خواهیم شناخت به صورتی که:

$$\Delta y(k+1) = \phi_c(k)\Delta u(k) \quad (۱۶)$$

با این فرض که $\phi_c(k)$ برای هر مقدار k محدود است. این فرض به سادگی با استفاده از فرض دوم قابل تضمین می باشد. توجه شود که Δ عملگر تفاضلی به صورت رو به رو است: $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$. با توجه به این که PPD صرفاً وابسته به ورودی و خروجی می‌باشد، PPD همیشه یک پارامتر متغیر با زمان خواهد بود حتی اگر سیستم اصلی یک سیستم LTI باشد.

با توجه به قضیه ۱ قابل مشاهده است که تمام رفتارهای پیچیده سیستم از جمله رفتار غیرخطی، پارامترهای متغیر با زمان و یا ساختار متغیر با زمان سیستم اصلی در تنها متغیر PPD فشرده می گردد، به همین دلیل دینامیک PPD بسیار پیچیده و دستیابی به معادلات ریاضی آن بسیار پیچیده و یا غیر قابل محاسبه خواهد بود. در صورتی که دستیابی به رفتار عددی آن به واسطه داده های ورودی و خروجی سیستم بسیار ساده می باشد.

مدل دینامیک خطی سازی شده فقط به داده‌های ورودی و خروجی بستگی دارد و لذا اطلاعاتی از مدل سیستم مانند پارامترها یا ساختار آن مورد نیاز نمی‌باشد. به علاوه این مدل تا لحظه نمونه برداری ساخته شده است و همچنین بر پایه ای بنا شده است که صرفاً مناسب طراحی کنترل-کننده می باشد. به این مفهوم که این مدل برای عیب یابی، پایش و غیره مناسب نیست. همچنین تفاوت این روش با روش های مرسوم خطی سازی مشهود است. به طور مثال در روش خطی سازی تیلور عملیات خطی سازی به گونه ای رخ می‌دهد که دینامیک های مرتبه بالا به کلی حذف می‌شوند.

با توجه به مفاهیم موجود در کنترل مبتنی بر مدل در خصوص کنترل پذیری و همچنین با توجه به این که در کنترل داده‌راند اطلاعات تا لحظه نمونه برداری قابل دسترس است، به کارگیری مفاهیم کنترل‌پذیری به همان صورت مرسوم در این روش مشکل و حتی قابل اعمال نیست چرا که مدل سیستم نامشخص تصور می شود. جهت حل این موضوع و بررسی کنترل پذیری یک تعریف جدید از کنترل پذیری با نام "خروجی کنترل پذیر" تعریف شده است که به شرح زیر است.

سیستمی خروجی کنترل پذیر است که بتوان خروجی آن را از مکانی مشخص در لحظه k به مکانی دیگر در زمان مشخص و با ورودی های محدود رسانید. به بیان دیگر و با توجه به قضایای فوق سیستمی خروجی کنترل پذیر است که PPD آن نه صفر باشد و نه بی نهایت.

در این روش همانطور که گفته شد هیچ اطلاعاتی از مدل سیستم نداشته اما با توجه به قضیای موجود می توان محدود بودن و غیر صفر بودن PPD را تضمین کرد، لذا خروجی کنترل پذیر بودن مجموعه به سادگی قابل تضمین است. با توجه به شرط لیپشیتز بودن سیستم، محدود بودن PPD نیز حاصل خواهد شد. در اصل می توان اینگونه بیان نمود که شرط لیپشیتز رابطه مستقیمی با خروجی کنترل پذیر بودن سیستم دارد.

با توجه به این که در قضیه ۱ بیان شده است که حتما می بایست $\Delta u(k) \neq 0$ برقرار باشد، در صورتی که به هر دلیلی این اتفاق رخ ندهد، دو راه در پیش روی است. راه اول متوقف کردن خطی سازی تا زمان i که $u(k+1) - u(k) \neq 0$ رخ بدهد، است. پس از شیفت σ در حالتی که اختلاف ورودی ها به وجود آمد، از آن پس مجدداً خطی-سازی به حالت سابق باز خواهد گشت. راه دوم نیز استفاده از *صورت‌های جزئی و کامل خطی سازی دینامیک* است که در ادامه آورده خواهند شد.

قضیه ۲: یک $1 \leq k_0$ وجود دارد در صورتی که :

$$\Delta u(j) = \begin{cases} = 0 & if \quad j = 1.\ldots.k_0 - 1 \\ \neq 0 & if \quad j = k_0 \end{cases}$$

لذا برای هر $k \geq k_0$ یک σ محدود به گونه موجود است که:

$$\Delta u(j) = \begin{cases} = 0 & if \quad j = 1.\ldots.\sigma - 2 \\ \neq 0 & if \quad j = \sigma - 1 \end{cases}$$

لذا یک PPD وجود دارد و سیستم (۱۵) را می‌توان به صورت یک مدل CFDL به دست آورد.

$$y(k+1) - y(k-\sigma+1) = \phi_c(k)\big(u(k) - u(k-\sigma)\big)$$
$$|\phi_c(k)| \leq b$$

[1] Generalized Lipschitz condition
[2] Compact form dynamic linearization (CFDL)
[3] Pseudo Partial Derivative (PPD)

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOI: 10.61186/joc.17.2.81]

در این قضیه یک حالت خاص بررسی شد و با شرط این که شرایط اولیه برابر باشد و در حالتی که $\Delta u(k) = 0. \forall\, k \geq 1$ باشد، این مدل داده به درستی عمل خواهد کرد. همانطور که گفته شد یک راه مقابله با این شرایط استفاده از مدل‌های دیگر است که در ادامه به آنها پرداخته خواهد شد. همچنین در حالتی که $\sigma = 1$ باشد قضیه ۲ به شرط وجود قضیه ۱ خواهد رسید و به نوعی می‌توان گفت که قضیه ۲ از قضیه ۱ مشتق شده است.

خطی سازی دینامیک-صورت جزئی[1]

با توجه به مباحث گفته شده در قسمت قبل مشاهده شد که تمام رفتارهای غیرخطی، پارامتر متغیر با زمان و حتی ساختار متغیر با زمان سیستم می توانست خود را در یک پارامتر متغیر با زمان نشان دهد. لذا به دلیل وجود این پیچیدگی ها رفتار پارامتر اسکالر ϕ_c بسیار پیچیده می شد و لذا تخمین آن در سیستم‌های پیچیده بسیار مشکل خواهد بود.

همچنین در حالت قبل تمام تغییر رفتار سیستم صرفاً به شرایط آن در یک لحظه نمونه برداری قبل وابسته بود در صورتی که خروجی سیستم ممکن است به ورودی های لحظه های قبل تر نیز وابسته باشد. با توجه به این موارد صورت جزئی خطی سازی معرفی خواهد شد تا به عبارتی با تقسیم نمودن رفتار پیچیده سیستم در چند پارامتر و همچنین در نظر گرفتن ورودی های لحظه قبل تخمین بهتر با قابلیت محاسبه راحت تر به دست آورد. برای همین امر بردار ورودی های سیستم به شرح زیر تعریف می شود:

$$U_L(k) = [u(k). \dots . u(k - L + 1)]$$

به صورتی که L را ثابت طول خطی سازی ورودی کنترلی[2] می نامیم.

برای مدل داده PFDL، در فرض ۱ پیوسته بودن مشتق‌های جزئی تابع $f(\cdot)$ نسبت به ورودی‌های کنترل $u(k)$، $u(k-1)$ تا $u(k-L+1)$ باید برقرار باشد. فرض ۲ یعنی برقراری شرط عمومی لیپشتیز به صورت زیر تغییر می‌کند:

$$|y(k_2 + 1) - y(k_1 + 1)| \leq b\|U_L(k_2) - U_L(k_1)\|$$

با فرض $1 \leq L$ و نیز $\|\Delta U_L(k)\| \neq 0$، مدل داده PFDL معادل برابر است با $\Delta y(k+1) = \boldsymbol{\phi}_{p,L}^T(k)\Delta U_L(k)$ به همراه بردار L بُعدی متغیر با زمان $\boldsymbol{\phi}_{p,L}(k) = [\phi_1(k), \dots . \phi_L(k)]^T$ که گرادیان مجازی[3] نامیده می‌شود و برای هر k محدود است. طبق رابطه اخیر مشخص است در صورتی که $L = 1$ قرار داده شود PFDL تبدیل به CFDL خواهد شد. با توجه به توضیحات داده شده در این حالت پیچیدگی های دینامیکی سیستم در بردار PG ظاهر می شود و در مقایسه با روش قبل این بردار پیچیدگی کمتری داشته و راحت تر قابل تخمین زدن می باشد. با توجه به اثبات موجود در [۳۹]، PG موجود برای هر سیستم در حالتی که L ثابت است یکتا نمی‌باشد و همچنین یک PG محدود حتماً در هر لحظه زمانی وجود دارد.

خطی سازی دینامیک-صورت کامل[4]

همانطور که دیده شد در قسمت قبل صرفاً خروجی سیستم وابسته به ورودی های ماقبل سیستم در نظر گرفته می‌شد و به همین طریق در نهایت خروجی سیستم تخمین زده می‌شد. در صورتی که در سیستم ها ممکن است خروجی سیستم علاوه بر ورودی ها به خروجی های لحظات قبل نیز وابسته باشد. با توجه به این موضوع نیاز است تا در این حالت روابطی را ارائه نماییم تا بتوانیم این موضوع را نیز در آن‌ها لحاظ نماییم.

به همین منظور یک روش کامل خطی سازی دینامیک سیستم با نام خطی سازی دینامیک-صورت کامل معرفی می شود به صورتی که تخمین خروجی سیستم را با توجه به ورودی و خروجی های لحظات قبل سیستم به دست می آورد. با توجه به موارد در نظر گرفته شده در این روش احتمالاً تخمین بهتری از سیستم واقعی به دست خواهد آمد.

یک بردار شامل ورودی و خروجی های لحظات قبل سیستم به صورت زیر تعریف می شود:

$$H_{L_y.L_u}(k) = [y(k). \dots . y(k - L_y + 1). u(k). \dots . u(k - L_u + 1)]^T$$

متغیر های L_y و L_u را مرتبه‌های مجازی[5] سیستم می نامیم. این پارامتر ها مشابه پارامتر L موجود در PFDL می‌باشند. همچنین برای دستیابی به خواسته های مورد نظر نیاز است تا فرضیاتی همانند قسمت های قبل برای این قسمت نیز در نظر گرفته شوند. برای سیستم (۱۵) فرضیات ۱ و ۲ به صورت زیر تعمیم داده می‌شوند:

در فرض ۱ بایستی پیوستگی مشتق‌های جزئی تابع $f(\cdot)$ نسبت به خروجی‌های $y(k)$، $y(k-1)$ تا $y(k-L_y+1)$ و نیز ورودی-های کنترل $u(k)$، $u(k-1)$ تا $u(k-L_u+1)$ برقرار باشد. فرض ۲ یعنی برقراری شرط عمومی لیپشتیز به صورت زیر تغییر می‌کند:

$$|y(k_2 + 1) - y(k_1 + 1)| \leq b \left\| H_{L_y.L_u}(k_2) - H_{L_y.L_u}(k_1) \right\|$$

با فرض $0 \leq L_y \leq n_y$ و $1 \leq L_u \leq n_u$ و نیز $\left\|\Delta H_{L_y.L_u}(k)\right\| \neq 0$، مدل داده FFDL معادل برابر است با $\Delta y(k+1) = \boldsymbol{\phi}_{f,L_y,L_u}^T(k)\Delta H_{L_y.L_u}(k)$ به همراه بردار $L_y + L_u$ بُعدی متغیر با زمان $\boldsymbol{\phi}_{f,L_y,L_u}(k) = \left[\phi_1(k), \dots . \phi_{L_y}(k), \dots . \phi_{L_y+L_u}(k)\right]^T$ که گرادیان مجازی نامیده می‌شود و برای هر k محدود است.

با توجه به روابط موجود مشاهده می شود که با قرار دادن $L_u = L$ و $L_y = 0$ به صورت PFDL و با قرار دادن $L_u = 1$ و $L_y = 0$ به

[1] Partial form dynamic linearization (PFDL)
[2] Control input linearization length
[3] Pseudo gradient (PG)
[4] Full form dynamic linearization (FFDL)
[5] Pseudo orders

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOI: 10.61186/joc.17.2.81]

صورت CFDL می رسیم. در عمل می‌توان به نسبت پیچیده بودن سیستم مرتبه‌های مجازی را افزایش داد. همچنین با توجه به افزایش تعداد عناصر موجود در PG از پیچیدگی آن کاسته می شود و به همین دلیل راحت تر تخمین زده خواهد شد. اما ممکن است فاز محاسباتی را سخت نماید.

پارامتر های L_u و L_y قابل تنظیم می باشند به صورتی که اگر n_u و n_y مشخص باشند می توان با برابر قرار دادن آنها به پاسخ مطلوبی رسید. اما در شرایط عملی این دو نامعین بوده و یا ممکن است با زمان تغییر نمایند، همچنین با توجه به این که در صورتی که مدل پیچیده شود در پی آن کنترل کننده نیز پیچیده شده و این رفتار می تواند در مواردی برای ما مطلوب نباشد، به همین دلیل در نهایت با انتخاب مناسب دو پارامتر L_u و L_y می توان به خواسته های مد نظر کنترلی دست یافت.

در شرایطی که اطلاعات سیستم نامعلوم بوده و یا مدل سیستم دارای نامعینی‌های عظیم وجود داشته باشد مجبور به استفاده از سیستم های کنترل تطبیقی هستیم. در روش های تطبیقی مبتنی بر مدل در ابتدا مجبور به شناسایی مدل سیستم می باشیم. در اغلب موارد شناسایی مدل ورودی خروجی و یا فضای حالت سیستم ها ساده نخواهد بود و حتی در صورت شناسایی همچنان دینامیک های مدل نشده و همچنین نامعینی هایی در مدل وجود خواهد داشت. در این حالت سیستم حلقه بسته دارای مشکلات غیر قابل پیش بینی خواهد شد. اگر چه تعداد عظیمی از مقالات در خصوص سیستم های تطبیقی مقاوم تحقیقاتی را انجام داده اند، اما تعداد اندکی از روش ها به صورت کامل موفق به دست یابی به اهداف کنترلی مد نظر شده‌اند. به همین دلیل استفاده از کنترل تطبیقی بدون مدل در سیستم های غیرخطی و متغیر با زمان مناسب خواهد بود و ذاتاً مشکلاتی که در سیستم های کنترلی مبتنی بر مدل وجود دارد در این کنترل کننده ها وجود نخواهد داشت.

همچنین در ارتباط با سیستم های کنترلی تطبیقی فازی و شبکه عصبی نیز برخلاف نیاز اندک آنها به مدل دقیق سیستم، همچنان در طراحی سیستم های فازی باید تلاش زیادی جهت تولید قوانین فازی و در سیستم های شبکه عصبی نیز باید محاسبات زیادی بر روی داده های سیستم صورت گیرد تا در نهایت به یک کنترل کننده مناسب دست یافته شود.

کنترل تطبیقی بدون مدل در ابتدا به وسیله Zhongsheng Hou در سال ۱۹۹۴ میلادی برای سیستم های غیرخطی زمان گسسته ارائه شد [۳]. ایده اولیه این روش به دست آوردن یک مدل خطی سازی شده از داده ها در هر نقطه کار و سپس دست یابی به مشتق جزئی مجازی سیستم و در نهایت طراحی کنترل کننده برای تنظیم خروجی یک گام به جلوی سیستم می باشد. جهت رسیدن به این اهداف برای مدل خطی شده داده ها تابع هزینه ای مناسب به صورتی که قادر باشد خطای تخمین را حداقل نماید و همچنین برای طراحی کنترل کننده، تابع هزینه ای وزن‌دار با هدف کمینه کردن خطای یک گام به جلوی و تغییرات ورودی سیستم در نظر گرفته شده است.

۵-۳-۶-۲- طراحی کنترل کننده برپایه مدل خطی سازی دینامیک

در این قسمت، طراحی کنترل‌کننده بر پایه مدل FFDL توضیح داده می‌شود و کنترل‌کننده برپایه مدل‌های PFDL و CFDL به عنوان حالات خاص قابل دستیابی هستند. سیستم غیرخطی (۱۵) به‌گونه‌ای که فرض‌های تعمیم‌یافته ۱ و ۲ مربوط به مدل FFDL در زیربخش ۵-۳-۶-۱ را برآورده کند، مفروض است. چنانکه گفته شد برای هر $0 \le L_y \le n_y$ و $0 \le L_u \le n_u$ به نحوی‌که $\left\|\Delta H_{L_y,L_u}(k)\right\| \neq 0\ \forall k$ سیستم یادشده قابل تبدیل به مدل زیر است:

$$y(k+1) = y(k) + \boldsymbol{\phi}^T_{f.L_y.L_u}(k)\Delta H_{L_y.L_u}(k) \quad (۱۷)$$

فرض ۳: برای سیگنال خروجی مطلوب محدود $y_d(k+1)$، سیگنال کنترلی $u^*(k)$ محدود به صورتی که بتواند خروجی سیستم را به خروجی مطلوب برساند، موجود است. به عبارت دیگر می توان گفت که سیستم باید خروجی کنترل پذیر[1] باشد.

فرض ۴: برای تمام k ها علامت $\phi_{L_y+1}(k)$ در $\boldsymbol{\phi}_{f.L_y.L_u}(k)$ ثابت باشد.

تابع هزینه زیر که مجموع وزن‌دار مربعات خطای یک گام به جلوی خروجی و تغییرات ورودی است برای تعیین قانون کنترل در نظر گرفته می‌شود:

$$J(u(k)) = |y_d(k+1) - y(k+1)|^2 + \lambda|u(k) - u(k-1)|^2 \quad (۱۸)$$

به صورتی که $\lambda > 0$ انتخاب می شود و قادر است آهنگ تغییر خروجی سیستم را تنظیم نماید. با جایگذاری معادله (۱۷) در رابطه (۱۸)، مشتق‌گیری از آن نسبت به $u(k)$ و نهایتاً برابر صفر قرار دادن آن، قانون کنترل زیر استخراج می‌شود:

$$u(k) = u(k-1) + \frac{\rho_{L_y+1}\phi_{L_y+1}(k)(y_d(k+1) - y(k))}{\lambda + \phi_{L_y+1}(k)^2} - \frac{\phi_{L_y+1}\sum_{i=1}^{L_y}\rho_i\phi_i(k)\Delta y(k-i+1)}{\lambda + \phi_{L_y+1}(k)^2} - \frac{\phi_{L_y+1}\sum_{i=L_y+2}^{L_y+L_u}\rho_i\phi_i(k)\Delta u(k+L_y-i+}{\lambda + \phi_{L_y+1}(k)^2} \quad (۱۹)$$

همانطور که مشاهده می شود پارامتر λ جریمه تغییر میزان ورودی سیستم می باشد و دلیل استفاده از آن جلوگیری از به وجود آمدن تغییرات شدید سیگنال کنترلی می باشد. به همین منظور این پارامتر یک پارامتر قابل تنظیم برای طراح می باشد و همچنین مقادیر مناسب آن می تواند پایداری و پاسخ مناسب سیستم را تضمین نماید. همچنین $\rho_i \in (0.1]. i = 1.2. \ldots . L_y + L_u$ است. تنها متغیر مجهول در معادله (۱۹)، عناصر بردار

[1] Output controllable

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOI: 10.61186/joc.17.2.81]

$\boldsymbol{\phi}_{f.L_y.L_u}(k)$ هستند که در ادامه با کمینه سازی تابع هزینه‌ای، معادله‌ای تکراری برای تخمین این پارامترها به دست می‌آید. تابع هزینه زیر را در نظر بگیرید:

$$J\left(\boldsymbol{\phi}_{f.L_y.L_u}(k)\right) = \left|y(k) - y(k-1) - \boldsymbol{\phi}^T_{f.L_y.L_u}(k)\Delta H_{L_y.L_u}(k-1)\right|^2 + \mu\left\|\boldsymbol{\phi}_{f.L_y.L_u}(k) - \widehat{\boldsymbol{\phi}}_{f.L_y.L_u}(k-1)\right\|^2$$

کمینه سازی تابع فوق نسبت به $\boldsymbol{\phi}_{f.L_y.L_u}(k)$ با استفاده از لم معکوس‌سازی ماتریس، معادله زیر را نتیجه می‌دهد:

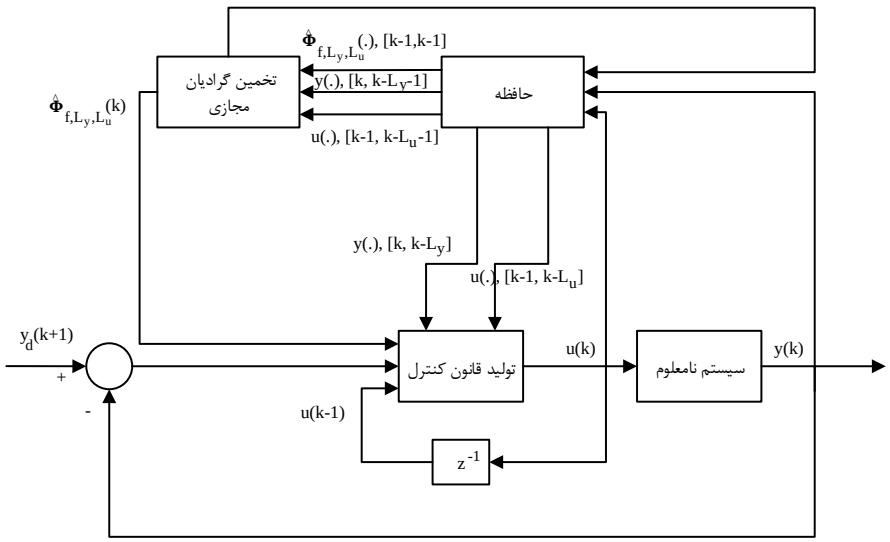
$$\widehat{\boldsymbol{\phi}}_{f.L_y.L_u}(k) = \widehat{\boldsymbol{\phi}}_{f.L_y.L_u}(k-1) + \frac{\eta\Delta H_{L_y.L_u}(k-1)}{\mu + \left\|\Delta H_{L_y.L_u}(k-1)\right\|^2}\left[\Delta y(k) - \widehat{\boldsymbol{\phi}}^T_{f.L_y.L_u}(k-1)\Delta H_{L_y.L_u}(k-1)\right] \quad (۲۰)$$

مجموعه روابط (۱۹) و (۲۰) به همراه یک سازوکار بازنشانی[1] تخمین PG الگوریتم FFDL-MFAC را تشکیل می‌دهند. داریم:

$$\begin{aligned}
&\widehat{\boldsymbol{\phi}}_{f.L_y.L_u}(k) \\
&= \widehat{\boldsymbol{\phi}}_{f.L_y.L_u}(k-1) \\
&+ \frac{\eta\Delta H_{L_y.L_u}(k-1)}{\mu + \left\|\Delta H_{L_y.L_u}(k-1)\right\|^2}\left[\Delta y(k)\right. \\
&\left. - \widehat{\boldsymbol{\phi}}^T_{f.L_y.L_u}(k-1)\Delta H_{L_y.L_u}(k-1)\right]
\end{aligned} \quad (۲۱)$$

$$\begin{aligned}
&\widehat{\boldsymbol{\phi}}_{f.L_y.L_u}(k) \\
&= \widehat{\boldsymbol{\phi}}_{f.L_y.L_u}(0);\ \text{if } \left\|\widehat{\boldsymbol{\phi}}_{f.L_y.L_u}\right\| \le \varepsilon. \\
&\left\|\Delta H_{L_y.L_u}(k-1)\right\| \le \varepsilon. \\
&or\ sign(\hat{\phi}_{L_y+1}(k)) \\
&\neq sign(\hat{\phi}_{L_y+1}(0)) \\
&u(t) \\
&= u(k-1) \\
&+ \frac{\hat{\phi}_{L_y+1}(k)}{\lambda + \hat{\phi}_{L_y+1}(k)^2}\left[\rho_{L_y+1}\left(y_d(k+1) - y(k)\right)\right. \\
&- \sum_{i=1}^{L_y}\rho_i\hat{\phi}_i(k)\Delta y(k-i+1) \\
&- \sum_{i=L_y+2}^{L_y+L_u}\rho_i\hat{\phi}_i(k)\Delta u(k+L_y-i \\
&\left. + 1)\right] \\
&\eta \in (0.2].\mu > 0.\rho_i \in (0.1].i \\
&= 1.2.\ldots.L_y \\
&+ L_u.\lambda > 0
\end{aligned}$$

دیاگرام بلوکی روش FFDL-MFAC در شکل ۱۶ نمایش داده شده است. دو بلوک مهم تخمین گرادیان مجازی و تولید قانون کنترل هستند. برای ساخت تخمین گرادیان مجازی در هر لحظه، مقدار این تخمین در لحظه قبل و سیگنال‌های خروجی و ورودی کنترل وارد بلوک حافظه شده و با توجه به پنجره زمانی تعریف شده، مقادیر پیشین مورد نیاز هر سیگنال مورد استفاده قرار می‌گیرد. همچنین سیگنال کنترل، براساس مقدار لحظه قبل آن، مقدار تخمین گرادیان مجازی به دست آمده، خطای ردیابی و مقادیر پیشین خروجی و ورودی با توجه به پنجره زمانی تعریف شده، به دست می‌آید.



شکل ۱۶ دیاگرام بلوکی FFDL-MFAC

[1] Reset

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOI: 10.61186/joc.17.2.81]

با توجه به روابط موجود مشاهده می شود که این روش هیچ نیازی به دانستن اطلاعات مربوط به مدل دینامیکی سیستم ندارد و به همین دلیل کنترل تطبیقی بدون مدل نام گرفته است. با توجه به این که PG هیچ حساسیتی نسبت به وجود یا عدم وجود ساختار یا پارامتر های متغیر با زمان و تاخیر موجود در سیستم ندارد، تطابق پذیری و مقاومت بالایی در برابر آن ها از خود نشان می دهد. در صورتی که این موارد در روش های کنترل تطبیقی مبتنی بر مدل به سختی به دست می آیند. به هر روی این ادعا به معنی این نیست که کنترل تطبیقی بدون مدل یک روش کلی برای طراحی سیستم های تطبیقی می باشد. در حقیقت می توان این ادعا را داشت که روش یادشده مناسب سیستم های غیرخطی زمان گسسته ای است که فرض های ۱ تا ۳ را رعایت کنند.

برای سیستم غیرخطی ناشناخته (۱۵) برآورده‌کننده فرض‌های ۱ تا ۴ که با الگوریتم FFDL-MFAC کنترل می‌شود، ردیابی حالت ماندگار مقدار مرجع ثابت، کرانداری سیگنال‌های ورودی و خروجی و پایداری داخلی سیستم حلقه بسته در [۴۰] اثبات شده است. همچنین اثبات کرانداری خطای ردیابی حالت ماندگار مقدار مرجع و پایداری BIBO حلقه بسته برای الگوریتم‌های CFDL-MFAC و PFDL-MFAC در [۳۹] پیگیری شده اند.

در [۴۱] ضمن گسترش کنترل تطبیقی بدون مدل به سیستم‌های زیرتحریک[1]، دو روش SPSA و MFAC با یکدیگر ترکیب شده‌اند. در این راستا، SPSA در یک حلقه داخلی شامل کنترل‌کننده‌های PID، با تنظیم مناسب بهره‌ها سیستم را پایدار می‌کند و سپس MFAC در حلقه بیرونی بهبود عملکرد سیستم را به عهده می‌گیرد.

بهره‌گیری از مدل مجازی داده خطی سازی دینامیک طبق [۴۲] در کنترل مد لغزشی تطبیقی مشارکتی دیده شده است.

۵-۳-۷- کنترل یادگیری تکراری

کنترل یادگیری تکراری یک راهبرد کنترلی است که در سال‌های اخیر مورد توجه قرار گرفته است. توانایی کلیدی آن ارتقای عملکرد سیستم‌هایی با فعالیت‌های تکراری است. این روش به صورت موفقیت آمیزی در کاربردهای مختلفی از جمله رباتیک، خطوط تولید مختلف، فرآیندهای شیمیایی و پهپادهایی که در یک مسیر معین رفت و آمد می‌کنند مورد استفاده قرار گرفته است. اصل اساسی در روش‌های مختلف کنترل یادگیری تکراری، *استفاده از ورودی و خروجی دوره قبل برای تنظیم ورودی دوره بعدی* است. تعاریف مختلفی برای این رویکرد کنترلی در مقالات مختلف ارائه شده است که مهم ترین آن‌ها عبارتند از:

- استفاده از قابلیت تکرار پذیری یک سیستم با هدف معین به منظور ارتقای ورودی کنترلی بر اساس داده‌های عملیات واقعی قبلی.
- بهبود عملکرد پاسخ گذرای سیستمی که به طور مکرر در یک بازه زمانی ثابت کار می‌کند.
- استفاده از تکرار اجراهای سیستم به عنوان تجربه برای بهبود عملکرد کنترل، حتی اگر دانش کنترل سیستم مورد نظر ناقص باشد.

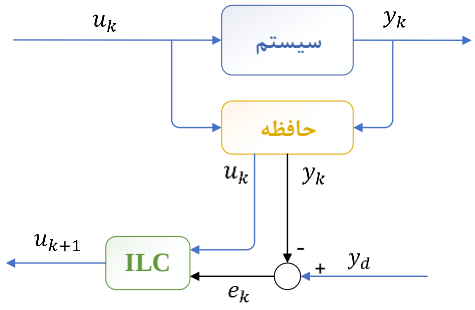
انسان‌ها با دیدن شباهت‌ها و درک پیامدها یادگیر می‌شوند در حالی که ماشین‌ها با استفاده از تنظیمات از پیش تعریف شده، به طور مدام درک خود را از طریق داده اصلاح می‌کنند. با پیروی از تعاریف قبلی، می‌توان گفت که ILC رویکردی برای بهبود عملکرد پاسخ گذرای یک سیستم با سخت افزاری ناشناخته/نامشخص است که به طور مکرر در یک بازه زمانی ثابت با استفاده از داده‌های عملیات واقعی قبلی برای جبران نامعینی عمل می‌کند. سؤال کلیدی ILC این است که چگونه می‌توان نامعینی را با استفاده از اطلاعات عملکرد گذشته در آزمایش فعلی از بین برد.

در ادامه به بررسی اجمالی الگوریتم‌های کنترل یادگیری تکراری می‌پردازیم. ابتدا سیستم خطی و پیوسته زمان زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{x}_k(t) = A\,x_k(t) + B\,u_k(t) \qquad (۲۲)$$

$$y_k(t) = C\,x_k(t) \qquad (۲۳)$$

که در آن متغیرها به صورت استاندارد فضای حالت تعریف شده‌اند. متغیر $t \in [0,T]$ نشان‌دهنده زمان در یک بازه ثابت (مدت زمان هر آزمایش) و اندیس k شمارنده تکرار آزمایش است. وظیفه کنترل‌کننده آن است تا y_k را به مقدار مطلوب y_d در طی بازه ثابت $[0,T]$ با افزایش تکرار k برساند. شکل ۱۷ نمای کلی روش را نشان می‌دهد.



شکل ۱۷: دیاگرام بلوکی کنترل یادگیری تکراری

در طراحی اوّلیه ILC فرض‌های زیر ضروری هستند:

۱) هر آزمایش[2] (گذر، چرخه، دسته، تکرار)[3] در یک زمان ثابت به پایان می‌رسد.

۲) تکرار شرایط اولیه ضروری است. یعنی حالت اولیه سیستم $x_k(0)$ را باید در ابتدای هر تکرار روی همان نقطه تنظیم کرد.

۳) عدم تغییر[4] دینامیک سیستم در طول تکرارها تضمین شود.

۴) خروجی سیستم $y_k(t)$ قابل اندازه گیری است.

۵) دینامیک سیستم معین (قطعی) و عاری از نویز است.

[1] Under-actuated
[2] trial
[3] (Pass, cycle, batch, iteration, repetition)
[4] Invariance

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOI: 10.61186/joc.17.2.81]

با این فرضیات، اگر درجه نسبی سیستم یک یا کمتر باشد، کنترل یادگیری تکراری مدل آریموتو به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$u_{k+1} = u_k + \Gamma \dot{e}_k \qquad (۲۴)$$

که در آن $e_k(t) = y_d(t) - y_k(t)$ و Γ یک ضریب یادگیری به صورت ماتریس قطری است که تضمین می‌کند که:

$$\lim_{k\to\infty} y_k(t) \to y_d(k) \qquad (۲۵)$$

به ازای تمامی $t \in [0, T]$ اگر:

$$\|I - CB\Gamma\|_i < 1 \qquad (۲۶)$$

که در آن $\|.\|_i$ نشانگر نرم و $i \in \{1, 2, \dots, \infty\}$ است. توجه کنید که معادله فوق به اطلاعات ماتریس حالت سیستم نیاز ندارد و لذا ILC به اطلاعات حالت سیستم وابسته نیست و تنها اولین پارامتر مارکوف سیستم CB برای تحلیل (و نه طراحی) مورد نیاز است. اگرچه دانشی از ساختار سیستم، مانند درجه نسبی آن نیز مورد نیاز است. این موضوع درواقع یک ویژگی کلیدی ILC است.

بعد از طراحی اوّلیه ILC توسط آریموتو، انواع دیگری از روش‌ها برای ILC ارائه شد که مهم‌ترین آن‌ها طراحی PID-Like است. در این روش، قانون کنترلی شبیه PID و به شکل زیر است:

$$u_{k+1} = u_k + \Phi\, e_k + \Gamma\, \dot{e}_k + \Psi \int e_k\, dt \qquad (۲۷)$$

که در آن Φ،Γ و Ψ ماتریس‌های ضرایب یادگیری هستند. یکی از مزیت‌های ILC این است که می‌توان هم‌زمان از داده‌های برخط و برون‌خط استفاده کرد. منظور از داده برخط، داده‌ای است که در طول اجرای هر تکرار، به صورت بلادرنگ در عملکرد فعلی سیستم اندازه گیری می‌شود. داده برخط منعکس کننده رفتار فعلی سیستم و پاسخ آن به ورودی‌های کنترل در طول آزمایش (تکرار) جاری است. داده برون‌خط به داده به‌دست‌آمده از تکرارهای قبلی آزمایش اشاره دارد. این داده‌ها عملکرد سیستم را در طول اجرای قبلی کار نشان می‌دهد

$$u_{k+1} = u_k + \Phi_{off} e_k + \Gamma_{off}\, \dot{e}_k + \Psi_{off} \int e_k\, dt + \Phi_{on} e_{k+1} + \Gamma_{on}\, \dot{e}_{k+1} + \Psi_{on} \int e_{k+1}\, dt \qquad (۲۸)$$

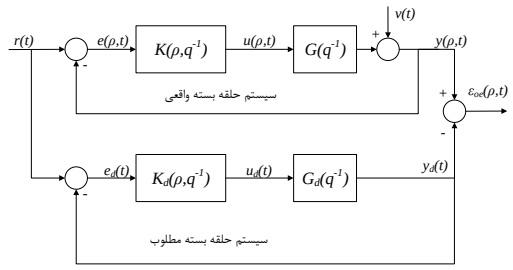
تحقیقات در حوزه کنترل یادگیری تکراری، شامل دو بخش عمده می‌شوند. یک دسته به نحوه اثر خطا و دسته دیگر به نحوه اثر ورودی در قانون کنترلی پرداخته اند. از جمله این روش ها عبارتند از:

- Higher order ILC (HOILC)
- Norm Optimal ILC (NO-ILC)
- Gradient based ILC (G-ILC)
- Reinforcement Learning based Forgetting Factor Iterative Learning Control (RL-FFILC)

در [۴۳] کاربرد کنترل یادگیری تکراری در سیستم غیرخطی کوادروتور بررسی شده است. همچنین [۴۴] با استفاده از این روش، در یک وسیله پزشکی برای درمان نارسایی قلبی کنترل‌کننده طراحی کرده است.

۵-۳-۸- تنظیم بر پایه همبستگی

روش CbT یکی از روش‌های داده‌راند تنظیم پارامترهای کنترل‌کننده با ساختار ثابت است. در این روش، تنها با در دست داشتن داده‌های ورودی-خروجی یک سیستم ناشناخته خطی، می‌توان پارامترهای کنترل‌کننده را به گونه‌ای تنظیم کرد که سیستم حلقه بسته رفتاری مشابه با مدل مرجع داشته باشد [۴۵]. ساختار کلی این سیستم کنترل در شکل ۱۸ نشان داده شده است، که در آن G تابع تبدیل سیستم واقعی نامعلوم و G_d یک تابع تبدیل معلوم است. K تابع تبدیل کنترل‌کننده است که پارامترهای آن بایستی توسط روش CbT تعیین گردند. K_d نیز تابع تبدیل کنترل‌کننده مطلوبی است که برای به دست آوردن پاسخ مطلوب y_d طراحی شده است.



شکل ۱۸: ساختار یک سیستم حلقه بسته در کنار مدل مرجع. سیستم حلقه بسته طراحی شده به عنوان مدل مرجع در نظر گرفته شده است.

دو حلقه کنترلی در شکل ۱۸ مشاهده می‌شود. حلقه بالا سیستم کنترلی واقعی است و حلقه پایینی حلقه مطلوب طراحی شده توسط طراح است. سیستم به کمک کنترل‌کننده یک درجه آزادی زیر کنترل خواهد شد:

$$K(\rho.q^{-1}) = \frac{S(\rho.q^{-1})}{R(\rho.q^{-1})} \qquad (۲۹)$$

که در آن چندجمله‌ای‌های صورت و مخرج به صورت زیر هستند:

$$R(\rho.q^{-1}) = 1 + r_1 q^{-1} + \cdots + r_{n_R} q^{-n_R} = 1 + q^{-1} R'(\rho.q^{-1})$$
$$S(\rho.q^{-1}) = s_0 + s_1 q^{-1} + \cdots + s_{n_S} q^{-n_S}$$

پارامترهای قابل تنظیم کنترل‌کننده به صورت بردار $\rho^T = [r_1 \dots r_{n_R}, s_0 \dots s_{n_S}]$ با ابعاد $n_\rho = n_R + n_S + 1$ تعریف می‌شود. قانون کنترلی به صورت رگرسور[1] زیر قابل نمایش است:

$$u(\rho.t) = -R'(\rho.q^{-1})u(\rho.t-1) + S(\rho.q^{-1})e(\rho.t) = \phi^T(\rho.t)\rho \qquad (۳۰)$$

کنترل‌کننده طراحی شده در حلقه پایینی بایستی در حلقه اصلی قرار گیرد، به عبارت دیگر $K = K_d$. با اعمال ورودی مرجع r به دلیل خطا

[1] Regressor

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOI: 10.61186/joc.17.2.81]

میان G و G_d، خطای $\varepsilon_{oe}(\rho,t)$ تولید خواهد شد. البته این خطا می‌تواند ناشی از سیگنال اغتشاش $v(t)$ نیز باشد. سیگنال خطا با سیگنال مرجع همبستگی دارد ولی نباید با سیگنال اغتشاش همبستگی داشته باشد. داریم،

$$\varepsilon_{oe}(\rho.t) = y(\rho.t) - y_d(t) \rightarrow \quad (۳۱)$$
$$\varepsilon_{oe}(\rho.t) = \frac{GK}{1+GK}r + \frac{1}{1+GK}v - \frac{G_dK_d}{1+G_dK_d}r = \left(\frac{GK}{1+GK} - \frac{G_dK_d}{1+G_dK_d}\right)r + \frac{1}{1+GK}v$$

فرض می‌کنیم که سیگنال مرجع با سیگنال اغتشاش همبستگی ندارد درنتیجه $E\{r(t)v(t)\}=0$ اما سیگنال خطا $\varepsilon_{oe}(\rho,t)$ با سیگنال مرجع همبستگی دارد و این همبستگی طبق معادله (۳۰) تنها زمانی از بین خواهد رفت که عبارت $\left(\frac{K_dG_d}{1+K_dG_d} - \frac{KG}{1+KG}\right)$ صفر شود. لذا صفر شدن همبستگی سیگنال خطا با سیگنال مرجع زمانی رخ می دهد که کنترل‌کننده مناسبی پیدا شود که رابطه زیر را برآورده سازد:

$$K = K^* \rightarrow \frac{K_dG_d}{1+K_dG_d} \approx \frac{KG}{1+KG} \quad (۳۲)$$

تخمین میزان همبستگی سیگنال خطا و سیگنال مرجع به صورت زیر تعریف می‌شود:

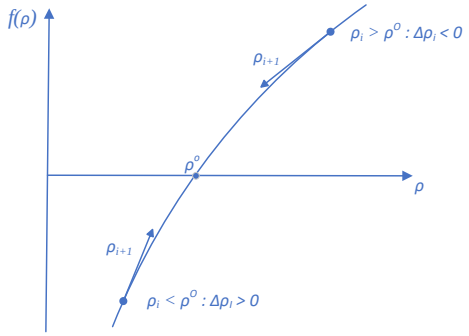
$$\bar{f}(\rho) = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\zeta(t)\varepsilon_{oe}(\rho.t) \quad (۳۳)$$

که در آن N تعداد داده‌های جمع‌آوری شده از سیستم است. همچنین $\zeta(t)$ یک بردار ستونی با اندازه n_ζ از متغیرهای ابزاری (IV) است. متغیرهای ابزاری باید به گونه ای انتخاب شوند که مستقل از نویز و دارای همبستگی با بردار رگرسور باشند. یک انتخاب متعارف می‌تواند نسخه‌های فیلترشده‌ی سیگنال ورودی باشند. همگرایی مسئله به انتخاب متغیرهای ابزاری بستگی دارد.

با فرض $n_\zeta = n_\rho$، در واقع تعداد n_ρ معادله غیرخطی خواهیم داشت که به کمک روش رابینز–مونرو[1]، طی چندین آزمون روی سیستم اصلی حل خواهند شد. در صورتی که عدد N بسیار بزرگ باشد، می‌توان از روش نیوتن–رافسون استفاده نمود.

روش رابینز–مونرو که ایده آن در شکل ۱۹ به تصویر کشیده شده یک روش تقریب تصادفی است که به جهت یافتن ریشه‌های توابعی طراحی شده است که تاثیر نویز در مقایسه با دقت مورد نیاز راه حل در آن‌ها قابل چشم‌پوشی نیست. تابع $f(\rho)$ را به صورت یک تابع با افزایش یکنواخت[2] در نظر بگیرید. فرض کنید مقادیر تابع آغشته به نویز قابل اندازه‌گیری است. فرض کنید که اندازه‌گیری انجام شده از این تابع در ρ_i و در زمان $i+1$ به صورت زیر قابل نمایش باشد:

$$\bar{f}(\rho_i) = f(\rho_i) + \xi_{i+1}$$



شکل ۱۹: ایده فرآیند الگوریتم رابینز–مونرو.

در حالی که ξ_1، ξ_2، ... مقادیر تصادفی مستقل با میانگین صفر هستند. در این الگوریتم، هدف رسیدن به $f(\rho)=0$ است. حل مسئله کاهش همبستگی از طریق روش تکراری رابینز–مونرو امکان‌پذیر است. با شروع از نقطه ρ_0، داریم:

$$\rho_{i+1} = \rho_i - \gamma_i\bar{f}(\rho_i) \quad (۳۴)$$

که در اینجا γ_i یک عدد مثبت به عنوان اندازه قدم و $\bar{f}(\rho_i)$، تخمین همبستگی سیگنال مرجع r و سیگنال خطا ε می‌باشد. مقادیر مثبت γ_i باید به صورت زیر انتخاب شوند تا پاسخ همگرا شود:

$$\sum_{i=1}^{\infty}\gamma_i^2 < \infty.\ \sum_{i=1}^{\infty}\gamma_i = \infty$$

شرط اول باعث می‌شود به روزرسانی‌ها به مرور میرا شوند. در غیر اینصورت، الگوریتم در اطراف پاسخ ρ^o نوسان خواهد کرد. شرط دوم نیز اطمینان حاصل می‌کند که مقادیر به روزرسانی $\Delta\rho_i$ سریعاً کاهش پیدا نکنند. در غیر اینصورت به پاسخ نخواهیم رسید. به روزرسانی پارامتر ρ_i به طور میانگین برای $\rho_i < \rho^o$ مثبت خواهد بود؛ چرا که انتظار مشروطی که از مسئله داریم ایجاب می‌کند که:

$$E\{\Delta\rho_i|\rho_i\} = -\gamma_i f(\rho_i)$$

همچنین برای مقادیر $\rho_i > \rho^o$، این به روزرسانی منفی خواهد بود.

در حل مسئله تنظیم کنترل‌کننده به کمک روش CbT، لزوماً نمی‌توان به کنترل‌کننده‌ای دست یافت که بتواند همبستگی را کاملاً از بین ببرد. توجه کنید که در حالت ایده‌آل برای صفر شدن دقیق همبستگی سیگنال خطا و سیگنال مرجع بایستی کنترل‌کننده درون حلقه $K^* = K_d\frac{G_d}{G}$ باشد. اما در عمل با توجه به نامعلوم بودن G این طراحی ناممکن است. نکته دیگر آن‌که ممکن است ساختار انتخاب شده برای کنترل‌کننده مناسب نباشد و یا مرتبه کنترل‌کننده بسیار بالا باشد و یا کنترل‌کننده می‌تواند ناسره، با مرتبه بالا و یا حتی ناپایدار کننده سیستم باشد (در صورتی که صفر و قطب‌های ناپایدار سیستم در G_d در نظر گرفته نشوند، ممکن

[1] Robins-Monro
[2] Monotonical increasing

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOI: 10.61186/joc.17.2.81]

است سیستم ناپایدار شود). به همین دلیل، در حل این مسئله تنها با هدف کاهش همبستگی، پارامترهای کنترل‌کننده را تنظیم خواهیم کرد.

فرضیات مسئله عبارتند از:

- سیستم باید SISO و LTI و از مرتبه محدود باشد.
- اغتشاش $v(t)$ ایستا با میانگین صفر، گویا و با ماتریس پراکندگی طیف غیرتکین باشد.
- سیگنال مرجع $r(t)$ لازم است PE از مرتبه بالا (متناسب با پارامترهای کنترل‌کننده) بوده و با $v(t)$ همبستگی نداشته باشد.
- کنترل‌کننده در هر تکرار الگوریتم، سیستم حلقه بسته را پایدار سازد.
- تابع همبستگی $f(\rho)$ دارای مشتق جزئی اول و دوم باشد.
- با در دست داشتن مرتبه کنترل‌کننده K^*، (n_R^* و n_S^*)، مرتبه کنترل‌کننده قابل تنظیم، نامساوی زیر را ارضا کند:
$$\min(n_R - n_R^*.n_S - n_S^*) \geq 0$$
- حل معادله همبستگی یک پاسخ یکتا (ρ^*) دارد.

روش معرفی شده برای سیستم‌های LTI و SISO ارائه شده است اما در مطالعات مرتبط مشاهده می‌شود که می‌توان از این روش کنترلی در کنترل برخی سیستم‌های غیرخطی نیز استفاده نمود. در [۴۶] که ایده CbT به تفصیل معرفی شده است، این روش برای یک سیستم تعلیق مغناطیسی استفاده شده و نتایج مناسب بوده است. همچنین در [۴۷]، این روش برای سیستم‌های MIMO نیز توسعه داده شده است.

موضوعات باز:

از جمله موضوعات باز در زمینه روش CbT می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

- با اینکه روش CbT برای سیستم‌های LTI معرفی شده است، اما روش‌های مبتنی بر همبستگی به هیچ عنوان به کلاس سیستم‌ها و کنترل‌کننده‌های خطی محدود نمی‌شود. راه حل مبتنی بر همبستگی در طراحی کنترل‌کننده‌های غیرخطی نیز قابل استفاده است که می‌تواند زمینه مطالعه جذابی باشد.
- همانطور که از توضیحات روش CbT برداشت می‌شود، این روش تنها برای تنظیم برون‌خط[1] طراحی شده است. با این حال، پارامترهای کنترل‌کننده برای سیستم‌های تغییرپذیر با زمان کند[2] نیز قابل تنظیم خواهد بود. دو روش پیشنهادی برای برخط کردن این روش می‌تواند با دو روش تنظیم قابل پیاده‌سازی باشد. یکی از طریق بازگشتی[3] کردن تنظیم پارامترها و دیگری از طریق تکراری کردن آن قابل پیاده‌سازی خواهد بود. هر چند در روش دوم، بازه جمع‌آوری داده‌ها لازم است به اندازه‌ای کوتاه باشد تا بتوان از تغییرات سیستم چشم‌پوشی کرد. به جهت برخط‌سازی روش، لازم است از روش رابینز-مونرو بهره برد. علت آن است که در روش برخط، اطلاعات محلی نسبتاً کمتری در دسترس است. حال آنکه برای استفاده از روش نیوتن-رافسون لازم است تعداد داده‌های زیادی ($N \to \infty$) در اختیار الگوریتم قرار گیرد.
- یکی از بزرگ‌ترین مزایای روش CbT این است که پارامترهای کنترل‌کننده از نویز اندازه‌گیری تاثیر بسیار اندکی می‌گیرند. پس می‌توان از ایده استفاده از همبستگی در سایر روش‌های داده-راند نیز استفاده نمود.
- در روش CbT، خطای خروجی حلقه بسته از دو بخش دارای همبستگی و بخش بدون همبستگی با سیگنال تحریک تشکیل شده است.

۵-۳-۹- تنظیم فیدبک تکراری

ایده اصلی این روش، بهینه سازی تکراری پارامتر کنترل‌کننده‌ای با ساختار مشخص و از پیش تعیین شده با روشی برپایه گرادیان است. به منظور بهینه سازی یک معیار عملکرد کنترل، از قانون به روزرسانی روش گاوس-نیوتن استفاده و تخمین گرادیان تابع هزینه نسبت به بردار پارامتر در هر تکرار، تنها با استفاده از داده ورودی-خروجی سیستم طی دو آزمایش محقق می‌شود [۳]. سیستم LTI تک ورودی- تک خروجی و کنترل‌کننده LTI و پارامتری‌سازی شده با بردار پارامتر ρ را به صورت زیر در نظر بگیرید [۴۸]:

$$y(t) = G(z)u(t) + v(t) \qquad (۳۵)$$

$$u(t) = C(z.\rho)\big(r(t) - y(t)\big) \qquad (۳۶)$$

که در آن‌ها، r، u، y و v به ترتیب سیگنال مرجع، ورودی سیستم، خروجی سیستم و نویز هستند. مسئله مدل مرجع دارای ساختار کنترلی مشابه شکل ۱۸ روش CbT است با این تفاوت که در ادامه برای کنترل-کننده از نماد C به جای K استفاده می‌شود. هدف، یافتن پارامتر بهینه کنترل‌کننده است که تابع هزینه زیر را کمینه کند.

$$J_{IFT}(\rho) = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} E\Big[\big(y_d(t) - y(t.\rho)\big)^2 + \lambda u^2(t.\rho)\Big] \qquad (۳۷)$$

که در آن $E[.]$ نشانگر اُمید ریاضی نسبت به نویز v و λ عددی مثبت است. y_d نیز خروجی مدل مرجع چنانکه در شکل ۱۸ نمایش داده شده بود است. برای تخمین پارامتر کنترل‌کننده قانون به روزرسانی گاوس-نیوتن به صورت زیر مورد استفاده قرار می‌گیرد [۴۹]:

[1] Offline
[2] Slowly linear time varying
[3] Recursive

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOI: 10.61186/joc.17.2.81]

$$\rho_{i+1} = \rho_i - \gamma_i R_i^{-1} \frac{\partial J_{IFT}(\rho_i)}{\partial \rho} \quad (۳۸)$$

که در آن، i شماره تکرار و γ_i ثابت مثبت اندازه گام و R_i ماتریسی مثبت معین در تکرار i ام هستند. در این روش نیاز است که تابع تبدیل کنترل‌کننده نسبت به بردار پارامتر آن، مشتق‌پذیر باشد [۴۹]. با گرفتن مشتق تابع هزینه نسبت به بردار پارامتر داریم:

$$\frac{\partial J_{IFT}(\rho)}{\partial \rho} = 2\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} E\left[\left(y_d(t) - y(t.\rho)\right)\frac{\partial y(t.\rho)}{\partial \rho} + \lambda u(t.\rho)\frac{\partial u(t.\rho)}{\partial \rho}\right]$$

به دلیل وجود امید ریاضی فرایندهای تصادفی نامعلوم، گرادیان بالا قابل محاسبه نیست. اما می‌توان امید ریاضی بالا را با یک مشاهده از فرایند تصادفی، به صورت زیر تقریب زد [۴۸]:

$$\frac{\widehat{\partial J_{IFT}(\rho)}}{\partial \rho} = \frac{2}{N}\sum_{t=1}^{N}\left(y_d(t) - y(t.\rho)\right)\frac{\partial y(t.\rho)}{\partial \rho} + \lambda\frac{2}{N}\sum_{t=1}^{N} u(t.\rho)\frac{\partial u(t.\rho)}{\partial \rho} \quad (۳۹)$$

که N تعداد داده‌های اندازه‌گیری شده است. در ادامه ثابت می‌شود که تخمین گرادیان فوق، بدون بایاس و لذا همگرایی الگوریتم تضمین‌شده است. عبارات نامعلوم در رابطه (۳۹)، مشتقات جزئی $\frac{\partial y(t,\rho)}{\partial \rho}$ و $\frac{\partial u(t,\rho)}{\partial \rho}$ هستند. برای تخمین این دو عبارت، ابتدا روابط خروجی، تابع تبدیل حلقه بسته و تابع مکمل حساسیت نوشته می‌شود:

$$y(t.\rho) = T(z.\rho)r(t) + S(z.\rho)v(t)$$
$$T(z.\rho) = \frac{C(z.\rho)G(z)}{1 + C(z.\rho)G(z)}$$
$$S(z.\rho) = \frac{1}{1 + C(z.\rho)G(z)}$$

با درنظر گرفتن روابط بالا، مشتق جزئی $\frac{\partial y(t,\rho)}{\partial \rho}$ را به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial y(t.\rho)}{\partial \rho} = \frac{C(z.\rho)G(z)}{1 + C(z.\rho)G(z)}\frac{\partial C(t.\rho)}{\partial \rho}r(t) - \frac{C(z.\rho)G^2(z)}{\left(1 + C(z.\rho)G(z)\right)^2}\frac{\partial C(t.\rho)}{\partial \rho}r(t) - \frac{G(z)}{1 + C(z.\rho)G(z)}\frac{\partial C(t.\rho)}{\partial \rho}v(t) \rightarrow \frac{\partial y(t.\rho)}{\partial \rho} = \frac{1}{C(z.\rho)}\frac{\partial C(t.\rho)}{\partial \rho}\{T(z.\rho)r(t) - T(z.\rho)[T(z.\rho)r(t) + S(z.\rho)v(t)]\} \quad (۴۰)$$

در معادله (۴۰) توابع تبدیل نامعلوم T و S، مانع محاسبه گرادیان هستند. این معادله را می‌توان اعمال فیلتر Q به سیگنال ϑ زیر دانست.

$$Q(z.\rho) \triangleq \frac{1}{C(z.\rho)}\frac{\partial C(t.\rho)}{\partial \rho} \quad (۴۱)$$

$$\vartheta(t) \triangleq T(z.\rho)[r(t) - T(z.\rho)r(t) + S(z.\rho)v(t)] = T(z.\rho)[r(t) - y(t.\rho)] \quad (۴۲)$$

طبق معادله (۴۲) اگر r و y ورودی مرجع و خروجی متناظر آن در یک آزمایش از سیستم حلقه بسته باشند؛ حال اگر نویز صفر فرض شود، ϑ، خروجی سیستم حلقه بسته به ازای ورودی مرجع $r - y$ خواهد بود.

روند مشابهی برای یافتن $\frac{\partial u(t,\rho)}{\partial \rho}$ قابل طی کردن است. رابطه سیگنال کنترل برحسب ورودی‌های مستقل سیستم حلقه بسته یعنی $r(t)$ و $v(t)$ به دست می‌دهد:

$$u(t.\rho) = \frac{C(z.\rho)}{1 + C(z.\rho)G(z)}\left(r(t) - v(t)\right) = S(z.\rho)C(z.\rho)\left(r(t) - v(t)\right)$$

که با استفاده از آن مشتق جزئی $\frac{\partial u(t,\rho)}{\partial \rho}$ برابر است با:

$$\frac{\partial u(t.\rho)}{\partial \rho} = S(z.\rho)\frac{\partial C(z.\rho)}{\partial \rho}\left(r(t) - v(t)\right) + \frac{\partial S(z.\rho)}{\partial \rho}C(z.\rho)\left(r(t) - v(t)\right)$$

با در نظر گرفتن $\frac{\partial S(z.\rho)}{\partial \rho} = -\frac{1}{C(z.\rho)}\frac{\partial C(z.\rho)}{\partial \rho}T(z.\rho)S(z.\rho)$ خواهیم داشت:

$$\frac{\partial u(t.\rho)}{\partial \rho} = S(z.\rho)\frac{\partial C(z.\rho)}{\partial \rho}\left(r(t) - v(t)\right) - \frac{\partial C(z.\rho)}{\partial \rho}T(z.\rho)S(z.\rho)\left(r(t) - v(t)\right) = S(z.\rho)\frac{\partial C(z.\rho)}{\partial \rho}\left[r(t) - T(z.\rho)r(t) - \left(1 - T(z.\rho)\right)v(t)\right] \rightarrow \frac{\partial u(t.\rho)}{\partial \rho} = \frac{\partial C(z.\rho)}{\partial \rho}S(z.\rho)[r(t) - y(t.\rho)] = Q(z.\rho)\{C(z.\rho)S(z.\rho)[r(t) - y(t.\rho)]\} \quad (۴۳)$$

با تعریف $\mathfrak{B} \triangleq C(z,\rho)S(z,\rho)[r(t) - y(t,\rho)]$، مشابه معادله (۴۰)، معادله (۴۳) را نیز می‌توان اعمال فیلتر $Q(z,\rho)$ به سیگنال $\mathfrak{B}$ در نظر گرفت. $\mathfrak{B}$، سیگنال کنترلی است که در صورت نبود نویز و با اعمال $r - y$ به عنوان ورودی مرجع، در خروجی کنترل‌کننده دریافت می‌شود.

در حالت واقعی، دریافت خروجی سیستم یا کنترل‌کننده با فرض نبود نویز امکان‌پذیر نیست چراکه منبع نویز در اختیار ما نیست. بدین معنا که به دست آوردن روابط گرادیان (۴۰) و (۴۳) از طریق داده‌های اندازه گیری

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOI: 10.61186/joc.17.2.81]

شده به ازای ورودی مرجع $r-y$ با تقریب‌هایی همراه هستند. در ادامه تقریب روابط این دو گرادیان با تعریف آزمایش‌هایی روی سیستم حلقه بسته دنبال می‌شود [۴۸].

آزمایش نرمال: سیستم حلقه بسته را با ورودی مرجع r_1 تحریک و خروجی سیستم y_1 و خروجی کنترل‌کننده u_1 را جمع‌آوری کنید. این دو سیگنال با معادلات (۴۴) و (۴۵) مشخص می‌شوند:

$$u_1(t.\rho) = C(z.\rho)S(z.\rho)\big(r_1(t) - v_1(t)\big) \quad (۴۴)$$

$$y_1(t.\rho) = T(z.\rho)r_1(t) + S(z.\rho)v_1(t) \quad (۴۵)$$

آزمایش گرادیان: سیستم حلقه بسته را با $r_1 - y_1$ تحریک و خروجی سیستم متناظر که $\widehat{\vartheta} = \vartheta + Sv_2$ و خروجی کنترل‌کننده متناظر که $\widehat{\mathfrak{b}} = \mathfrak{b} - CSv_2$ هستند را ضبط کنید. سیگنال‌های $\widehat{\vartheta}$ و $\widehat{\mathfrak{b}}$ نسخه‌های همراه با نویز بردارهای ϑ و $\mathfrak{b}$ هستند که به عنوان تخمین آن‌ها در نظر گرفته می‌شوند. سیگنال مرجع، خروجی سیستم و خروجی کنترل‌کننده در این آزمایش با معادلات (۴۶) تا (۴۸) مشخص شده اند:

$$r_2(t.\rho) = r_1(t) - y_1(t.\rho) \quad (۴۶)$$

$$u_2(t.\rho) = C(z.\rho)S(z.\rho)\big(r_2(t.\rho) - v_2(t)\big) \quad (۴۷)$$

$$y_2(t.\rho) = T(z.\rho)r_2(t.\rho) + S(z.\rho)v_2(t) \quad (۴۸)$$

توجه شود که میانگین صفر بودن نویز v_2، باعث می‌شود که تخمین‌های ϑ و $\mathfrak{b}$ بدون بایاس باشند. در انتها $\widehat{\vartheta}$ و $\widehat{\mathfrak{b}}$ را از فیلتر Q عبور داده و مشتقات جزئی $\frac{\partial\widehat{y(t,\rho)}}{\partial\rho}$ و $\frac{\partial\widehat{u(t,\rho)}}{\partial\rho}$ را محاسبه کنید.

$$\frac{\partial\widehat{y(t.\rho)}}{\partial\rho} = \frac{1}{C(z.\rho)}\frac{\partial C(t.\rho)}{\partial\rho}y_2(t.\rho) = Q(z.\rho)y_2(t.\rho) \quad (۴۹)$$

$$\frac{\partial\widehat{u(t.\rho)}}{\partial\rho} = \frac{1}{C(z.\rho)}\frac{\partial C(t.\rho)}{\partial\rho}u_2(t.\rho) = Q(z.\rho)u_2(t.\rho) \quad (۵۰)$$

نویزها در این دو آزمایش، دارای توزیع با میانگین صفر و دو به دو ناهمبسته هستند. در این صورت، تخمین مشتق‌های جزئی و درنتیجه تخمین گرادیان تابع هزینه، بدون بایاس هستند. درنتیجه پارامتر تخمین به مقدار مطلوب خود همگرا خواهد شد [۴۹].

نکته: به معادله (۴۹) و (۵۰) برای به دست آوردن $\frac{\partial\widehat{y(t,\rho)}}{\partial\rho}$ و $\frac{\partial\widehat{u(t,\rho)}}{\partial\rho}$ که در آن‌ها از y_2 و u_2 استفاده شده است می‌توان به دید مدلی غیرپارامتری نگاه کرد. علت، آزادی عمل و انعطاف‌پذیری این نمایش است که رابطه به ازای هر مجموعه داده‌ای در آزمایش اول (نرمال)، قابل دستیابی است و آن شکلِ از پیش تعیین‌شده و محدودیت ساختاری مدل‌های پارامتری پیشین را ندارد [۴۹].

در هر تکرار از الگوریتم IFT از طریق معادلات (۴۹) و (۵۰)، تخمین گرادیان از معادله (۳۹) محاسبه می‌شود. نهایتاً با کمک ماتریس R_i که در ادامه روشی برای انتخاب آن ذکر می‌شود قانون به روزرسانی (۳۸)، بردار پارامتر کنترل‌کننده را به دست می‌دهد.

انتخاب ماتریس R_i: یک پیشنهاد، انتخاب ماتریس همانی است که جهت منفی گرادیان را تولید می‌کند. اما طبق [۴۵] پیشنهاد بهتر، تخمین ماتریس هسین است که با رابطه (۵۱) داده شده است. با این وجود، با توجه به نویز موجود در تخمین‌های گرادیان، رابطه (۵۱) یک تخمین بایاس دار از ماتریس هسین خواهد بود.

$$\hat{R}_i = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\left[\frac{\partial\widehat{y(t.\rho_t)}}{\partial\rho}\frac{\partial\widehat{y(t.\rho_t)}}{\partial\rho}^T + \lambda\frac{\partial\widehat{u(t.\rho_t)}}{\partial\rho}\frac{\partial\widehat{u(t.\rho_t)}}{\partial\rho}^T\right] \quad (۵۱)$$

IFT را از لحاظ حجم حافظه و محاسبات مورد نیاز می‌توان دارای نقطه ضعف دانست چراکه نیاز به حداقل دو آزمایش در هر تکرار دارد و از این نظر نسبت به روش‌های مشابه برون‌خط و تکراری مثل CbT که فقط با یک آزمایش هر تکرار را کامل می‌کنند، کمتر مورد توجه است. همچنین IFT برای حالت چندمتغیره، در هر تکرار نیاز به چندین آزمایش برای به روز رسانی پارامترهای کنترل‌کننده دارد [۵۰، ۵۱].

٦- نتیجه‌گیری

کنترل مدل‌پایه به عنوان پارادایم اصلی حال حاضر آموزش و پژوهش در مهندسی کنترل، در پاسخ به برخی از مسائل پیش‌روی سیستم‌های پیچیده و پیچیده تطبیقی با مشکل جدی روبرو است. مشکلات این رویکرد کنترلی را می‌توان در اتکا به مدل و فرضیات محدودکننده خلاصه کرد. کنترل داده‌راند به عنوان رویکرد جایگزین کنترل مدل‌پایه از نزدیک به دو دهه پیش در آستانه قرارگیری در کانون توجه جامعه مهندسان کنترل است. در این مقاله مروری، پس از بیان مشخصات روش‌های جای‌گرفته در حوزه کنترل‌داده‌راند، یک دسته‌بندی عام از این روش‌ها ارائه شده است که شامل روش‌های مبتنی بر یادگیری ماشین و محاسبات نرم و روش‌های کلاسیک می‌شود. سپس دورنمایی از روش‌های دسته اول به همراه نمونه‌هایی از روش‌های این دسته در اختیار قرار گرفت. در ادامه، روش‌های دسته دوم با جزئیات بیشتری بررسی گشتند که شامل ۹ روش باسابقه در ادبیات موضوع بودند.

مراجع

[1] A. M. Annaswamy, K. H. Johansson, and G. J. Pappas, "Control for societal-scale challenges: Road map 2030," IEEE Control Systems Society, 2023.

[2] A. Khaki-Sedigh, An Introduction to Data-Driven Control Systems, 1st ed. Wiley-IEEE Press, 2024..

[3] Z.-S. Hou and Z. Wang, "From model-based control to data-driven control: Survey, classification and perspective," Information Sciences, vol. 235, pp. 3-35, 2013.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]

[DOI: 10.61186/joc.17.2.81]

[4] J. C. Maxwell, "I. On governors," Proceedings of the Royal Society of London, no. 16, pp. 270-283, 1868.
[5] C.-G. Kang, "Origin of Stability Analysis:\" On Governors\" by JC Maxwell [Historical Perspectives]," IEEE Control Systems Magazine, vol. 36, no. 5, pp. 77-88, 2016.
[6] J. G. Ziegler and N. B. Nichols, "Optimum settings for automatic controllers," Transactions of the American society of mechanical engineers, vol. 64, no. 8, pp. 759-765, 1942.
[7] K. J. Astrom, "PID controllers: theory, design, and tuning," The International Society of Measurement and Control, 1995.
[8] M. Stefanovic and M. G. Safonov, Safe adaptive control: Data-driven stability analysis and robust synthesis. Springer, 2011.
[9] J.-W. Huang and J.-W. Gao, "How could data integrate with control? A review on data-based control strategy," International Journal of Dynamics and Control, vol. 8, no. 4, pp. 1189-1199, 2020.
[10] M. G. Safonov and T.-C. Tsao, "The unfalsified control concept: A direct path from experiment to controller," in Feedback Control, Nonlinear Systems, and Complexity, 1995: Springer, pp. 196-214.
[11] B. D. Anderson and A. Dehghani, "Challenges of adaptive control–past, permanent and future," Annual reviews in control, vol. 32, no. 2, pp. 123-135, 2008.
[۱۲] م. علیمحمدی, "طراحی سیستم های کنترل چندمتغیره داده راند بر پایه نظریه کنترل تطبیقی ابطال ناپذیر," پایان نامه کارشناسی ارشد, دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی, ۱۴۰۱ .
[۱۳] م. مقدسی, "بهبود عملکرد کنترل تطبیقی ابطال ناپذیر در سیستم های تک ورودی تک خروجی," پایان نامه کارشناسی ارشد, دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی, ۱۴۰۲ .
[۱۴] م. سلیمانی, "بهبود عملکرد کنترل تطبیقی ابطال ناپذیر در سیستم های چندورودی چندخروجی," پایان نامه کارشناسی ارشد, دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی, ۱۴۰۲ .
[15] M. C. Campi and S. M. Savaresi, "Direct nonlinear control design: The virtual reference feedback tuning (VRFT) approach," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 51, no. 1, pp. 14-27, 2006.
[16] M. C. Campi, A. Lecchini, and S. M. Savaresi, "Virtual reference feedback tuning: a direct method for the design of feedback controllers," Automatica, vol. 38, no. 8, pp. 1337-1346, 2002.
[۱۷] ف. همتی, "طراحی کنترل کننده دو درجه آزادی برای سیستم های ناکمینه فاز با روش تنظیم فیدبک مرجع مجازی," پایان نامه کارشناسی ارشد, دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی, ۱۴۰۱ .
[۱۸] م. جدی, "تنظیم بازخورد مرجع مجازی به همراه انتخاب مدل مرجع داده رانده¬ی بهینه برای طراحی کنترلگر PID در سامانه های چندورودی/چندخروجی," پایان نامه کارشناسی ارشد, دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی, ۱۴۰۲ .
[19] S. Yahagi and I. Kajiwara, "Direct tuning method of gain-scheduled controllers with the sparse polynomials function," Asian journal of Control, vol. 24, no. 5, pp. 2111-2126, 2022.
[20] J. C. Spall, "An overview of the simultaneous perturbation method for efficient optimization," Johns Hopkins apl technical digest, vol. 19, no. 4, pp. 482-492, 1998.
[21] J. C. Spall, "Multivariate stochastic approximation using a simultaneous perturbation gradient approximation," IEEE transactions on automatic control, vol. 37, no. 3, pp. 332-341, 1992.
[22] J. C. Spall, "Implementation of the simultaneous perturbation algorithm for stochastic optimization," IEEE Transactions on aerospace and electronic systems, vol. 34, no. 3, pp. 817-823, 1998.
[23] M. Nouri Manzar and A. Khaki-Sedigh, "Online data-driven control of variable speed wind turbines using the simultaneous perturbation stochastic approximation approach," Optimal Control Applications and Methods, vol. 44, no. 4, pp. 2082-2092, 2023.
[24] A. Yonezawa, H. Yonezawa, and I. Kajiwara, "Efficient parameter tuning to enhance practicability of a model-free vibration controller based on a virtual controlled object," Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 200, p. 110526, 2023.
[25] I. Markovsky, J. C. Willems, S. Van Huffel, and B. De Moor, Exact and approximate modeling of linear systems: A behavioral approach. SIAM, 2006.
[26] H. J. van Waarde, C. De Persis, M. K. Camlibel, and P. Tesi, "Willems' fundamental lemma for state-space systems and its extension to multiple datasets," IEEE Control Systems Letters, vol. 4, no. 3, pp. 602-607, 2020.
[27] J. Coulson, J. Lygeros, and F. Dörfler, "Data-enabled predictive control: In the shallows of the DeePC," in 2019 18th European Control Conference (ECC), 2019: IEEE, pp. 307-312.
[28] R. Ou, G. Pan, and T. Faulwasser, "Data-driven multiple shooting for stochastic optimal control," IEEE Control Systems Letters, vol. 7, pp. 313-318, 2022.
[29] M. Korda and I. Mezić, "Linear predictors for nonlinear dynamical systems: Koopman operator meets model predictive control," Automatica, vol. 93, pp. 149-160, 2018.
[30] S. L. Brunton, M. Budišić, E. Kaiser, and J. N. Kutz, "Modern Koopman theory for dynamical systems," arXiv preprint arXiv:2102.12086, 2021.
[31] I. Mezić and A. Banaszuk, "Comparison of systems with complex behavior," Physica D: Nonlinear Phenomena, vol. 197, no. 1-2, pp. 101-133, 2004.
[32] P. J. Schmid, "Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data," Journal of fluid mechanics, vol. 656, pp. 5-28, 2010.
[33] A. Mauroy, Y. Susuki, and I. Mezić, Koopman operator in systems and control. Springer, 2020.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOI: 10.61186/joc.17.2.81]

[34] B. O. Koopman, "Hamiltonian systems and transformation in Hilbert space," Proceedings of the National Academy of Sciences, vol. 17, no. 5, pp. 315-318, 1931.
[35] T. Gholaminejad and A. Khaki-Sedigh, "Stable data-driven Koopman predictive control: Concentrated solar collector field case study," IET Control Theory & Applications, vol. 17, no. 9, pp. 1116-1131, 2023.
[36] T. Gholaminejad and A. Khaki-Sedigh, "Stable deep Koopman model predictive control for solar parabolic-trough collector field," Renewable Energy, vol. 198, pp. 492-504, 2022.
[۳۷] ط. غلامی¬نژاد, "طراحی کنترل پیش بین مبتنی بر اپراتور کوپمن برای نیروگاه های خورشیدی متمرکز سهموی," رساله دکتری, دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی, ۱۴۰۲ .
[38] V. Toro, D. Tellez-Castro, E. Mojica-Nava, and N. Rakoto-Ravalontsalama, "Data-driven distributed voltage control for microgrids: A Koopman-based approach," International Journal of Electrical Power & Energy Systems, vol. 145, p. 108636, 2023.
[39] Z. Hou and S. Jin, Model free adaptive control: theory and applications. CRC press, 2013.
[40] S. Xiong and Z. Hou, "Model-free adaptive control for unknown MIMO nonaffine nonlinear discrete-time systems with experimental validation," IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, vol. 33, no. 4, pp. 1727-1739, 2020.
[۴۱] س. نصراللهی, "طراحی داده رانده برای کنترل ردیابی مسیر در سیستم های زیرتحریک," پایان نامه کارشناسی ارشد, دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی, ۱۴۰۰ .
[42] Y. Zhang and J. Song, "Nonlinear leader-following MASs control: a data-driven adaptive sliding mode approach with prescribed performance," Nonlinear Dynamics, vol. 108, no. 1, pp. 349-361, 2022.
[۴۳] ا. سلیمانی, "کنترل کواد روتور با روش های داده رانده," پایان نامه کارشناسی ارشد, دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی, ۱۴۰۲ .
[44] K. Magkoutas, P. Arm, M. Meboldt, and M. Schmid Daners, "Physiologic data-driven iterative learning control for left ventricular assist devices," Frontiers in Cardiovascular Medicine, vol. 9, p. 922387, 2022.
[45] A. Karimi, L. Mišković, and D. Bonvin, "Convergence analysis of an iterative correlation-based controller tuning method," IFAC Proceedings Volumes, vol. 35, no. 1, pp. 413-418, 2002.
[46] A. Karimi, L. Mišković, and D. Bonvin, "Iterative correlation-based controller tuning with application to a magnetic suspension system," Control Engineering Practice, vol. 11, no. 9, pp. 1069-1078, 2003.
[47] L. Mišković, A. Karimi, D. Bonvin, and M. Gevers, "Correlation-based tuning of decoupling multivariable controllers," Automatica, vol. 43, no. 9, pp. 1481-1494, 2007.
[48] A. S. Bazanella, L. Campestrini, and D. Eckhard, Data-driven controller design: the H2 approach. Springer Science & Business Media, 2011.
[49] R.-E. Precup, R.-C. Roman, and A. Safaei, Data-driven model-free controllers. CRC Press, 2021.
[50] C. Novara and S. Formentin, Data-Driven Modeling, Filtering and Control: Methods and applications (Control, Robotics and Sensors). The Institution of Engineering and Technology, 2019, p. 304.
[51] K. Prag, M. Woolway, and T. Celik, "Toward data-driven optimal control: A systematic review of the landscape," IEEE Access, vol. 10, pp. 32190-32212, 2022.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOI: 10.61186/joc.17.2.81]