مجله کنترل
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
مقاله پژوهشی
جلد۱۸، شماره ۴، زمستان ۱۴۰۳، صفحه ۵۵-۴۳

کنترل هوشمند ژیروسکوپ‌های میکروالکترومکانیکی به‌روش مد لغزشی پایانه‌ای غیرتکین سریع و رویتگر مد لغزشی مرتبه بالا تطبیقی مبتنی بر شبکه‌های عصبی متعامد فازی

سیامک عبدی[۱]، منیژه ذاکری[۲*]، سید محمدرضا سیدنورانی[۳]، جلیل بیرامزاد[۴]

[۱] دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، گروه مهندسی مکاترونیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران، siamakabdi1357@gmail.com
[۲] دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، گروه مهندسی مکاترونیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران، m.zakeri@tabrizu.ac.ir
[۳] دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، گروه مهندسی مکاترونیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران، smrs.noorani@tabrizu.ac.ir
[۴] دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، گروه طراحی کاربردی، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران، jalilbeyramzad@gmail.com

دریافت: ۱۴۰۳/۰۶/۱۵ ویرایش: ۱۴۰۳/۰۸/۰۳ پذیرش: ۱۴۰۳/۱۱/۳۰

چکیده: مقاله حاضر یک روش کنترلی جدید برای ژیروسکوپ‌های میکرو الکترومکانیکی با هدف دستیابی به دقت و سرعت ردیابی بالا، حذف پدیده چترینگ، مقاوم بودن در برابر وجود عدم‌قطعیت‌ها و حضور اغتشاشات خارجی و بی‌نیاز به اندازه‌گیری مستقیم متغیر حالت سرعت ارائه می‌دهد. برای پرهیز از پیچیدگی کنترل‌کننده، یک رویتگر حالت مد لغزشی مرتبه بالای هوشمند استفاده‌شده است، که ضرایب آن توسط یک شبکه عصبی-فازی ساختاریافته با توابع فعال‌ساز از نوع چندجمله‌ای‌های متعامد چپیشف به‌صورت تطبیقی بروزرسانی می‌شود. این کنترل‌کننده قادر به تخمین هم‌زمان حالت‌های سیستم و تابع عدم قطعیت و اغتشاش کل سیستم است. بخش مرکزی آن یک کنترل‌گر مد لغزشی پایانه‌ای غیرتکین سریع است که علاوه بر دقت بسیار بالا، از سرعت همگرایی بسیار مطلوبی نیز برخوردار بوده و دستیابی به پایداری زمان محدود را تضمین می‌کند. برای حذف چترینگ نیز از یک شبکه عصبی-فازی مشابه دیگری استفاده می‌شود تا بخش‌های غیرخطی موجود در قانون کنترلی را هموار کند. عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی از طریق شبیه‌سازی و مقایسه با نتایج گزارش‌شده در پژوهش‌های قبلی بررسی می‌گردد. مقایسه نتایج حاکی از برتری کیفی و کمی روش پیشنهادی در موارد ادعایی به‌ویژه دقت ردگیری و حذف چترینگ می‌باشد.

کلمات کلیدی: ژیروسکوپ میکرو الکترو مکانیکی، کنترل مد لغزشی، شبکه های عصبی فازی، چترینگ، رویتگر مد لغزشی مرتبه بالا

Intelligent control of MEMS gyroscopes using nonsingular fast terminal SMC and fuzzy orthogonal neural networks based adaptive HOSM observer

Siamak Abdi, Manizhe Zakeri, Mohammad-Reza Sayyed Noorani, Jalil Beyramzad

Abstract: This paper presents a new control method for MEMS gyroscopes with the aim of achieving high tracking accuracy and fast convergent, eliminating the chattering phenomenon, being robust to the presence of uncertainties and external disturbances, and also not requiring direct measurement of velocity states. To avoid the complexity of the controller, an intelligent high-order sliding mode viewer is used, whose coefficients are adaptively updated by a neural-fuzzy network structured with activating functions of the type of Chebyshev orthogonal polynomials. This controller is able to simultaneously estimate the states and the uncertainty and disturbance function of the entire system. Its central part is a fast non-singular terminal sliding mode control, which, in addition to high accuracy, has a very favorable convergence speed and guarantees the achievement of finite time stability. To eliminate chattering, another similar neural-fuzzy network is used to smooth the non-linear parts in the control law. The performance of the proposed controller is investigated through simulation and comparison with the results reported in previous researches. The comparison of the results indicates the qualitative and quantitative superiority of the proposed method in alleged cases, especially the accuracy of tracking and chattering removal.

Keywords: MEMS gyroscopes, SMC, neural-fuzzy networks, chattering, HOSM observer

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-09]

۱- مقدمه

ژیروسکوپ ابزاری برای اندازه‌گیری چرخش (موقعیت زاویه‌ای) و یا سرعت زاویه‌ای یک جسم است و ریشه لغوی آن از واژه‌ای یونانی به معنای مشاهده چرخش اخذ شده است. ژیروسکوپ به‌منظور استفاده در سامانه‌های ناوبری اختراع‌شده و تا به امروز برای هدایت و کنترل سامانه‌های مختلفی مانند کشتی‌ها، هواپیماها، سامانه‌های فضایی، خودروها و انواع وسایل نقلیه دیگر مورداستفاده قرارگرفته است. ژیروسکوپ‌های کلاسیک که در سال‌های دور مورداستفاده قرار می‌گرفتند دارای ابعاد و اندازه‌های بزرگی بودند و بخش چشمگیری از ساختار سیستم را به خود اختصاص می‌دادند که این موضوع سبب افزایش وزن سامانه‌ها و همچنین پیچیده شدن فرایند طراحی می‌شد. با ظهور فناوری میکرو الکترومکانیکی پژوهشگران نوع جدیدی از ژیروسکوپ‌های میکرو الکترومکانیکی ارائه کردند که استفاده از ژیروسکوپ‌ها را در سیستم‌هایی با ابعاد کوچک و همچنین استفاده از آن‌ها در سیستم‌هایی با ابعاد بزرگ را به‌منظور کاهش وزن سیستم و بهینه‌سازی طراحی امکان‌پذیر می‌نمود. ازجمله مزایای ژیروسکوپ‌های میکرو الکترومکانیکی می‌توان به پاسخ زمانی کوتاه، نویز کم، دقت و حساسیت عالی، مصرف انرژی ناچیز و کاهش فوق العادهٔ ابعاد و اندازه اشاره نمود. این نوع از ژیروسکوپ‌ها، در مقایسه با ژیروسکوپ‌های مکانیکی و نوری بسیار ارزان‌تر هستند و حجم کمی را اشغال می‌کنند.

علی‌رغم تمامی مزایای ذکرشده، عواملی مانند عدم در دسترس بودن یک مدل دینامیکی دقیق از این سیستم‌ها به دلیل خطاهایی که در فرایند ساخت اتفاق می‌افتد و موجب بروز عدم قطعیت در پارامترهای سیستم می‌گردد و همچنین حساسیت بالای این سیستم‌ها به اغتشاشات خارجی وارد بر آن عملکرد آن‌ها را به‌شدت تحت تأثیر قرار می‌دهد. این موضوع موجب می‌شود نیاز به طراحی کنترل‌کننده‌هایی با دقت و سرعت ردیابی بالا و مقاوم در برابر حضور عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات خارجی وارد بر سیستم بیش‌ازپیش احساس گردد [۱].

روش‌های کنترلی مختلفی برای کنترل سیستم ژیروسکوپ میکرو الکترومکانیکی ارائه‌شده است که شامل طیف وسیعی از کنترل‌کننده‌های کلاسیک خطی مانند مشتقی-انتگرالی-تناسبی، کنترل بهینه و انواع آن، کنترل پیش‌بین مدل، کنترل هوشمند (برپایه شبکه‌های عصبی، منطق فازی و بهینه‌سازی فرا ابتکاری مانند الگوریتم ژنتیک) و کنترل غیرخطی (کنترل مد لغزشی و انواع آن، روش پسگام و کنترل تطبیقی) و نیز ترکیب این روش‌ها می‌گردد [۲]. از میان روش‌های یادشده کنترل مد لغزشی به‌عنوان یکی از روش‌های کنترلی با ساختار متغیر به دلیل ساده بودن فرایند طراحی، پاسخ دینامیکی سریع، مقاوم بودن در برابر حضور عدم قطعیت‌های پارامتری (ساختاری) و عدم قطعیت‌های غیر پارامتری (اغتشاشات) و تضمین پایداری حلقه بسته سیستم کنترلی از محبوبیت بالایی در طراحی کنترل‌گر برای سامانه‌های مختلف ازجمله ژیروسکوپ‌های میکرو الکترومکانیکی برخوردار است. نسخه‌های مختلفی از این کنترل‌کننده مانند مد لغزشی پایانه‌ای [۴و۳]، مدلغزشی پایانه‌ای سریع [۶و۵]، مد لغزشی پایانه‌ای انتگرالی [۷]، مد لغزشی پایانه‌ای غیرتکین [۱۰-۸ و۲]، مد لغزشی مرتبه کسری [۱۵-۱۱] و مد لغزشی مبتنی بر الگوریتم فراپیچش [۱۵-۱۱] در پژوهش‌های قبلی در زمینه کنترل ژیروسکوپ‌های میکرو الکترومکانیکی استفاده شده‌اند. روش‌های کنترلی مبتنی بر مد لغزشی پایانه‌ای و مد لغزشی مرتبه بالا که در مقاله حاضر مورد مطالعه قرار می‌گیرند پیشتر استفاده شده‌اند و مزایا و معایب هرکدام مورد بررسی قرار گرفته است [۲۴-۲۱].

در حالت کلی چالش موجود در کنترل ژیروسکوپ‌های میکرو الکترومکانیکی را می‌توان به‌صورت زیر عنوان کرد که یک سیستم کنترلی به هر میزان که در رفع این چالش‌ها بهتر عمل نماید از عملکرد موفق و مطلوبی برخوردار خواهد بود.

الف) وجود عدم قطعیت‌های پارامتری در مدل دینامیکی

یک روش برای تخمین بخش‌های غیرقابل مدلسازی بهره‌گیری از تخمین‌گرهای مبتنی بر شبکه‌های عصبی و سیستم استنتاج فازی است. انواع شبکه‌های عصبی ازجمله شبکه‌های جلوسوی چندلایه [۲۷]، شبکه‌های عصبی تابع پایه شعاعی [۳-۱]، شبکه‌های عصبی بازگشتی [۱۱و۴]، شبکه‌های عصبی موجکی [۲۸] و نیز انواع سیستم‌های کنترل فازی (فازی نوع اول [۱۹و۶] ، فازی نوع دوم بازه‌ای [۳۰و۲۹] و فازی نوع سوم [۳۲و۳۱]) و همچنین ترکیب شبکه‌های عصبی با منطق فازی [۱۴-۱۶ و۱۱ و۱۰ و۵ و۴] برای این منظور طراحی و استفاده شده است.

رویکرد دیگر، طراحی رویتگرهای اغتشاش برای تخمین تابع عدم قطعیت‌های مجموع سیستم است که شامل اغتشاشات خارجی و بخش دارای عدم قطعیت دینامیک سیستم است [۳۶-۳۳]. استفاده از رویتگرهای اغتشاش با زمان همگرایی محدود و مقاوم به حضور نویز مانند رویتگرهای مد لغزشی مرتبه بالا ازجمله روش‌های تخمین دقیق و سریع عدم قطعیت‌های سیستم است [۴۰-۳۷]. مزیت این روش نسبت به رویکرد قبلی در دستیابی به همگرایی زمان محدود، هزینه‌های محاسباتی کمتر و پیاده‌سازی عملی کم‌هزینه‌تر است.

ب) حذف اثر اغتشاشات خارجی و تخمین حالت‌هایی از سیستم که به‌صورت مستقیم قابل‌اندازه‌گیری نیست (روش پس‌خور خروجی)

اغتشاشات خارجی وارد بر سیستم از مهم‌ترین عوامل تأثیرگذار بر عملکرد سیستم‌های کنترلی است. ضرورت معلوم بودن حد بالایی اغتشاشات و عدم قطعیت‌های سیستم چالش اصلی برای طراحی کنترل‌کننده‌های مبتنی بر مد لغزشی است که در حالت کلی و در شرایط کارکرد واقعی قابل‌تعیین نیست. برای حل این چالش انواع رویتگرهای اغتشاش در ساختار کنترل‌کننده‌ها ادغام می‌شود تا بتواند اغتشاشات وارد بر سیستم را تخمین زده و اثرات آن بر عملکرد سیستم کنترلی را کاهش داد.

از سوی دیگر، در طراحی سیستم‌های کنترلی معمولاً به مقادیر حالت‌های سیستم (موقعیت) و همچنین مشتق آن‌ها (سرعت) نیاز است. اندازه‌گیری مستقیم بردار مشتق حالت‌های سیستم معمولاً به دلیل هزینه بالای حسگرهای موردنیاز و همچنین خطای اندازه‌گیری مقدور نیست و بنابراین روش‌های کنترلی مبتنی بر پس‌خور حالت در این شرایط امکان‌پذیر نبوده و بهتر است از روش‌های کنترلی

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-09]

مبتنی بر پس‌خور خروجی استفاده نمود. در روش‌های مبتنی بر پس‌خور خروجی از رویتگرهای حالت بهره گرفته می‌شود که ازجمله آن‌ها می‌توان به رویتگرهای حالت توسعه‌یافته و رویتگرهای مبتنی‌بر مد لغزشی و اشاره نمود.

تخمین همزمان اغتشاش و حالت‌های غیرقابل اندازه‌گیری یک قابلیت در رویتگرهای حالت توسعه‌یافته است [۴۰-۳۷] و از این رو در این مقاله از رویتگر حالت توسعه‌یافته غیرخطی از نوع مد لغزشی مرتبه سوم که نسبت به رویتگرهای حالت توسعه‌یافته کلاسیک از دقت و سرعت تخمین بالاتری برخوردار است استفاده خواهد شد.

ج) کاهش دامنه سیگنال‌های کنترلی و حذف پدیده چترینگ

وجود پدیده چترینگ (نوسان‌های شدید یا همان لرزش در ورودی‌های کنترلی سیستم) در برخی از روش‌های کنترلی ازجمله روش‌های مبتنی بر مد لغزشی می‌تواند عملکرد سیستم را هم ازنظر دقت و هم ازنظر میزان مصرف انرژی تحت تأثیر قرار دهد و درصورتی‌که از مقادیر مشخصی بالاتر باشد می‌تواند موجب بروز عیب و حتی ازکارافتادن محرک‌های سیستم شود. برای حذف یا کاهش اثر چترینگ در ورودی‌های کنترلی روش‌های مختلفی در پژوهش‌های گذشته ارائه شده است که ازجمله آن‌ها می‌توان به استفاده از سیستم فازی برای تنظیم بهره‌های کنترلی یا تخمین ورودی‌های کنترلی، استفاده از توابع جایگزین تابع علامت مانند تابع اشباع و تانژانت هایپربولیک برای هموارسازی سیگنال کنترلی و استفاده از روش‌های مبتنی بر مد لغزشی پیوسته مانند مد لغزشی مرتبه بالا و مرتبه کامل اشاره نمود [۴۱].

د) نوآوری‌های مقاله حاضر

با توجه به چالش های مطرح شده نوآوری‌های پژوهش حاضر را در سه مورد می‌توان بیان نمود که عبارتند از:

الف) استفاده از روش مد لغزشی پایانه‌ای غیرتکین سریع انتگرالی که علاوه بر تضمین پایداری زمان محدود و دقت عملکردی بالا، از همگرایی سریع‌تری نسبت به روش های مد لغزشی پایانه‌ای مرسوم که در پژوهش‌های قبلی مورد استفاده قرار گرفته است برخوردار است و این موضوع موجب بهبود چشمگیر عملکرد سیستم کنترلی در حالت گذرا می‌شود.

ب) بهره‌گیری از یک رویکرد تطبیقی هوشمند با دقت و سرعت تخمین بیشتر و ساختار ساده‌تر نسبت به شبکه های هوشمند مرسوم که از تلفیق شبکه‌های عصبی، توابع چندجمله‌ای متعامد چپیشف و سیستم استنتاج فازی صورت‌بندی می‌شود. این ایده برای تخمین ورودی‌های کنترلی که چترینگ ایجاد می‌کنند استفاده می‌شود.

ج) استفاده از شبکه هوشمند طراحی‌شده برای به‌روزرسانی ضرایب رویتگر مد لغزشی مرتبه بالا به‌منظور بهبود دقت و سرعت آن در تخمین تجمیعی اغتشاشات خارجی و عدم قطعیت‌های سیستم و نیز تخمین همزمان بردار حالت سرعت.

ادامه این مقاله به این صورت سازماندهی می‌شود: در بخش دوم به معرفی شبکه عصبی- فازی و طراحی شبکه عصبی چپیشف فازی پرداخته می‌شود. در بخش سوم مدل‌سازی دینامیکی ژیروسکوپ میکرو الکترومکانیکی ارائه خواهد شد. بخش چهارم به کنترل‌کننده می‌پردازد و شامل ۳ قسمت مجزا است؛ اول هستهٔ مرکزی کنترل‌گر پیشنهادی بر پایهٔ مد لغزشی پایانه‌ای غیرتکین سریع انتگرالی با لحاظ عدم قطعیت‌های دینامیکی و اغتشاشات خارجی طراحی می‌شود. سپس به‌منظور حذف چترینگ از سیگنال کنترل، بخش‌های ناپیوستهٔ آن که ناشی از تابع علامت هستند توسط یک سیستم عصبی- فازی تخمین زده شده و در قانون کنترل جایگزین می‌شوند. در آخر یک رویتگر حالت توسعه‌یافته غیرخطی طراحی خواهد شد تا تخمینی از حالت‌های سیستم و نیز مجموع نامعینی‌های وارد بر آن را به‌دست دهد. پس‌ازآن کنترل‌کننده نهایی بازطراحی شده و اثبات پایداری آن نیز ارائه خواهد شد. در بخش پنجم نتایج شبیه‌سازی روش کنترلی پیشنهادی ارائه و با نتایج برخی از پژوهش‌های قبلی مقایسه می‌شود. بخش پایانی مقاله نتیجه‌گیری نهایی را بیان می‌کند.

۲- شبکه‌های عصبی- فازی

در حالت کلی برای تخمین نامعینی‌ها از دو رویکرد مختلف استفاده شده است. در رویکرد اول دینامیک سیستم به دو بخش معلوم نامی و نامعینی محدود نامعلوم تقسیم می‌شود. آنگاه با طراحی رویتگر سعی می‌شود «نامعینی نامعلوم» که به آن «تابع پنهان» گفته می‌شود تخمین زده شود. در رویکرد دوم ابتدا تابع دینامیک نامعلوم سیستم توسط یک شبکه عصبی یا سیستم فازی با دقت مناسبی تخمین زده می‌شود و سپس از آن در ساختار کنترل‌کننده استفاده می‌شود. شایان ذکر است که ترکیب شبکه عصبی و سیستم فازی می‌تواند تخمین‌زن قدرتمندی را ایجاد کند که هم‌زمان هم قابلیت یادگیری و هم امکان بهره‌گیری از دانش خبره را در خود داشته باشد.

به‌طور رایج شبکه‌های عصبی چند لایه با تابع فعالساز سیگموئید و نیز تابع پایه شعاعی با تابع فعالساز گاؤسی برای شناسایی تابع پنهان در سیستم‌های دینامیکی استفاده شده‌اند. در مقابل، دسته دیگری از شبکه‌های عصبی به نام شبکه‌های عصبی «لینک تابعی» ارائه‌شده‌اند که شبکه‌های عصبی تک لایه و با پارامترهای کمتر هستند [۴۵-۴۲].

۲-۱ شبکه‌های عصبی لینک تابع با چندجمله‌ای چپیشف

در شبکه‌های عصبی لینک تابعی می‌توان از توابع متعامد مختلفی مانند چندجمله‌ای‌های چپیشف، لژاندر و هرمیت به‌عنوان «فعال‌ساز» نرون‌های عصبی استفاده نمود. ازآنجا که بسط چندجمله‌ای چپیشف سریع‌تر از سایر چندجمله‌ای متعامد همگرا می‌شود، برای این منظور کارآمدتر است و می‌تواند برای یادگیری آنلاین بهترین گزینه باشد.

در شکل ۱ ساختار کلی شبکه‌ی عصبی چپیشف نشان داده شده است که از دو بخش تشکیل می‌شود: بخش اول «تبدیل عددی» یا «جریان گسترش تابعی» نام دارد و وظیفه افزایش بُعد ورودی را انجام می‌دهد که بر عهده چندجمله‌ای‌های چپیشف است. با افزایش بعد ورودی، عملاً لایه مخفی که در شبکه‌های عصبی چندلایه وجود دارد حذف می‌گردد و بدین سبب ساختار شبکه تک لایه می‌شود.

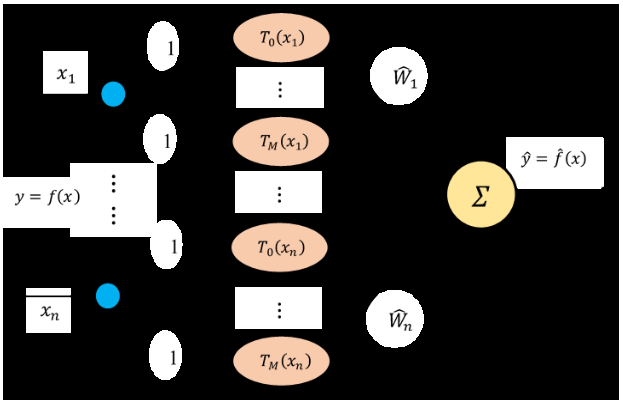
[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-09]

بخش دوم، بخش «یادگیری» است و همانند یک شبکه تک لایه عمل می‌کند که وزن‌های آن می‌باید آموزش داده شوند. بنابراین در مقایسه با شبکه‌ی تابع پایه شعاعی در اینجا تنها یک لایه در فرآیند یادگیری شرکت می‌کند و به‌علاوه توابع غیرخطی آن از نوع چندجمله‌ای هستند، که سبب ساده‌تر شدن محاسبات می‌گردند.

چندجمله‌ای‌های چیشف را می‌توان با استفاده از رابطه بازگشتی $T_n(x) = 2xT_{n-1}(x) - T_{n-2}(x),\ \ 0 < n \le M$ محاسبه نمود.

برطبق این رابطه، چندجمله‌ای‌های نخستین چیشف $T_0(x) = 1$، $T_1(x) = x$، $T_2(x) = 2x^2 - 1$ و $T_3(x) = 4x^3 - 3x$ هستند. توابع چندجمله‌ای چیشف در بازه $[-1,1]$ نسبت به تابع وزنی $1/\sqrt{(1-x^2)}$ متعامد بوده و بنابراین داریم:

$$\int_{-1}^{1} \frac{T_i(x)T_j(x)}{\sqrt{(1-x^2)}}dx = \begin{cases} 0 & if\ i \neq j \\ \pi/2 & if\ i = j \neq 0 \\ \pi & if\ i = j = 0 \end{cases} \quad (۱)$$



شکل ۱: ساختار شبکه عصبی چیشف

۲-۲ شبکه عصبی چیشف فازی

در حالت کلی یک سیستم استنتاج فازی با قوانین «اگر - آنگاه» به‌صورت زیر مفروض است:

$$\text{Rule } {}^{(i)}\text{: if } x_1 \text{ is } A_1^i \text{ ... and } x_n \text{ is } A_n^i \text{ then } \boldsymbol{y}_i \text{ is } B^i \quad (۲)$$

که در آن $i = 1,2,\dots,R$ شمارنده قوانین فازی تعریف‌شده، $x_j, j = 1,2,\dots,n$ بیانگر ورودی‌های سیستم فازی و $\boldsymbol{y}_i$ خروجی سیستم فازی است. A_j^i و B^i متغیرهای زبانی (فازی) هستند که هریک توسط تابع عضویت خود تعریف می‌گردد. سیستم فازی از ۳ واحد فازی‌ساز ورودی، موتور استنتاج فازی و نافازی‌ساز خروجی تشکیل می‌گردد. خروجی نهایی یک سیستم استنتاج فازی از تجمیع خروجی هریک از قوانین محاسبه می‌شود. در سیستم فازی نوع تاکاگی-سوگنو تخمین یک تابع نامعلوم مانند $f(x)$ به‌صورت زیر امکان‌پذیر است:

$$\hat{y} = \hat{f}(x) = \sum_{i=1}^{R} \theta_i\, \psi_i(x) \quad (۳)$$

که θ_i بردار پارامترهای وزن‌دهی و $\psi_i(x)$ بردار توابع پایه فازی است که با استفاده از توابع عضویت نرمالیزه‌شدهٔ ورودی به‌صورت زیر ساخته می‌شود [۴۶]:

$$\psi(x) = \frac{\prod_{j=1}^{n} \mu_{A_j^i}(x_j)}{\sum_{i=1}^{M} \prod_{j=1}^{n} \mu_{A_j^i}(x_j)} \quad (۴)$$

که در آن $\mu_{A_j^i}$ بیانگر توابع عضویت ورودی است که به‌طور مرسوم به‌صورت توابع عضویت گاؤسی انتخاب می‌گردند، یعنی:

$$\mu_{A_j^i}(x_j) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x_j - c_j^i}{\sigma_j^i}\right)^2\right) \quad (۵)$$

در رابطه بالا c_j^i و σ_j^i به ترتیب بیانگر پارامتر مرکز و انحراف معیار توابع گوسی هستند که با توجه به داده‌های ورودی و خروجی بهینه‌سازی می‌گردند تا یک تخمین دقیق از تابع $f(x)$ حاصل شود.

لم ۱: هر تابع غیرخطی دلخواه مانند $f(x)$ را می‌توان در یک بازه مانند $[a,b]$ با استفاده از مجموعه‌ای از توابع چندجمله‌ای متعامد به‌صورت زیر تخمین زد [۴۴]:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{M} \theta_i P_i(x) + \epsilon_i \quad (۶)$$

که در آن ϵ_i خطای تقریب تابع، $P_i(x)$ توابع پایه متعامد، θ_i ضرائب ترکیب خطی و M تعداد چندجمله‌ای‌های مانده در تقریب هستند.

در بنای شبکه‌های عصبی- فازی لینک تابعی با توابع پایه متعامد، لایه اول برای نگاشت تابعی است و در آن توابع چندجمله‌ای متعامد نقش مهمی در تعیین دقت و سرعت استخراج ویژگی‌ها دارند. مشخصه‌هایی مثل تعامد، غیرخطی بودن و کامل بودن توابع متعامد در توانایی و کیفیت تخمینی که شبکه از تابع پنهان به‌دست می‌دهد مؤثر است. مطابق شکل ۱ شبکه عصبی چیشف تخمین تابع پنهان را به‌صورت زیر به‌دست می‌دهد [۴۷]:

$$\hat{y} = \hat{f}(x) = \widehat{\boldsymbol{\theta}}\, \boldsymbol{\psi}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{M} \theta_i\, \psi_i(x) \quad (۷)$$

در اینجا $\widehat{\boldsymbol{\theta}}$ بردار پارامترها و $\boldsymbol{\psi}(\mathbf{x})$ را می‌توان پایه‌ای از توابع متعامد، یا تابع فعال‌سازی نورون‌ها و یا بردار رگرسورها در یک مدل خطی تلقی کرد که در هر حال به‌صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\psi(\mathrm{x}) = [T_0(x_1), \dots, T_M(x_1), \dots, T_0(x_n), \dots, T_M(x_n)]^{\mathrm{T}} \quad (۸)$$

که در آن $x_i,\ i = 1,2,\dots,n$ بردار ورودی‌های شبکه و M مرتبه چندجمله‌ای‌های چیشف مورداستفاده است. یادگیری این شبکه به‌معنی یافتن مقادیر بهینهٔ پارامترها است. بنابراین با روش بهینه‌سازی مانند گرادیان نزولی می‌بایست تابع ضرر را که مجموع مربعات خطا تعریف می‌شود، مطابق رابطه زیر، کمینه کرد [۴۸]:

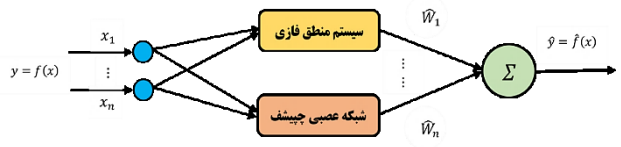
$$\boldsymbol{\theta}^* = \arg\min_{\theta} \int_a^b \left(f(x) - \sum_{i=1}^{M} \theta_i P_i(x)\right)^2 \quad (۹)$$

اگر تخمین حاصل از روابط (۳) و (۷) را در یک ترکیب موازی به‌هم متصل شوند، مطابق شکل ۲، یک شبکه عصبی- فازی که به جهت آنکه در آن از توابع فعال‌ساز چیشف استفاده شده است به همین نام نیز شناخته می‌شود. آنگاه بردار رگرسورهای چنین ترکیبی به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\psi(x) = [RBF(x_1), \dots, RBF(x_n), T(x_1), \dots, T(x_n)]^T \quad (۱۰)$$

که در آن $RBF(\bullet)$ بیانگر توابع پایه فازی (مطابق (۵)) و $T(\bullet)$ جملات بسط چیشف ورودی‌های سیستم هستند. بردار وزن‌های لایه خروجی به‌صورت تطبیقی در حین تحول بهینه‌سازی می‌گردد.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-09]



شکل ۲: ساختار موازی شبکه عصبی چیشف فازی پیشنهادی

۳- مدل دینامیکی ژیروسکوپ میکرو الکترومکانیکی

در این بخش معادلات دینامیکی ژیروسکوپ میکروالکترومکانیکی که در واقع نوعی از سیستم‌های ارتعاشی جرم-فنر-دمپر است، مطابق شکل ۳، ارائه می‌شود. این معادلات را در حالت کلی می‌توان به‌صورت زیر نوشت [۱]:

$$\begin{matrix} m\ddot{x} + d_{xx}\dot{x} + d_{xy}\dot{y} + k_{xx}x + k_{xy}y = u_x + 2m\Omega_\xi\dot{y} \\ m\ddot{y} + d_{xy}\dot{x} + d_{yy}\dot{y} + k_{xy}x + k_{yy}y = u_y - 2m\Omega_\xi\dot{x} \end{matrix} \quad (۱۱)$$

که در آن نمادهای k و d به‌ترتیب نمایندهٔ ضریب فنر و میراگر در راستای معین شده در زیرنویس آنها می‌باشند. m جرم متمرکز میانی است. u_x و u_y به‌ترتیب ورودی‌های کنترلی در راستاهای متعامد هستند. Ω_ξ سرعت زاویه‌ای دوران جرم حول محور ارتفاعی است. برای سازگاری ابعادی، معمولاً معادلات دینامیکی را بی‌بعدسازی می‌کنند. برای این منظور پارامترهای مدل (۱۱) را با مقادیر بی‌بعد مطابق روابط زیر جایگزین می‌نمایند:

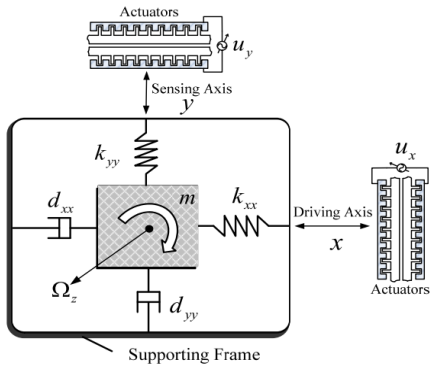
$$\begin{matrix} \frac{d_{yy}}{m\omega_0} \to d_{yy} & \frac{d_{xy}}{m\omega_0} \to d_{xy} & \frac{d_{xx}}{m\omega_0} \to d_{xx} & \frac{\Omega_z}{m\omega_0} \to \Omega_z \\ \frac{k_{yy}}{m\omega_0^2} \to \omega_y^2 & \frac{k_{xy}}{m\omega_0^2} \to \omega_{xy} & \frac{k_{xx}}{m\omega_0^2} \to \omega_x^2 & \end{matrix} \quad (۱۲)$$

که اینجا ω_0^2 بیانگر مجذور فرکانس تشدید دو محور و m نشان‌دهنده جرم بلوک می‌باشد. پس از آن معادله حاکم بر سیستم را در فضای حالت به‌صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\begin{cases} \ddot{q} + D\dot{q} + Kq = u - 2\Omega\dot{q} \\ q = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} d_{xx} & d_{xy} \\ d_{xy} & d_{yy} \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} \omega_x^2 & \omega_{xy} \\ \omega_{xy} & \omega_y^2 \end{bmatrix} \\ u = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix}, \Omega = \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_z \\ \Omega_z & 0 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (۱۳)$$

با در نظر گرفتن عدم‌قطعیت‌های پارامتری ΔK و ΔD و همچنین اغتشاشات خارجی d که بر سیستم وارد شود، معادله (۱۳) به‌صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$\ddot{q} + (D + 2\Omega + \Delta D)\dot{q} + (K + \Delta K)q = u + d \quad (۱۴)$$



شکل ۳: ساختار ژیروسکوپ میکرو الکترومکانیکی [۱]

با تجمیع نامعینی‌ها (پارامتری و اغتشاشی) در جمله $\boldsymbol{D(x_1, x_2, t)}$ معادله (۱۴) مجدداً به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\ddot{q} + (D + 2\Omega)\dot{q} + Kq = u + D(x_1, x_2, t) \quad (۱۵)$$

که نامعینی مجموع در واقع به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases} f = f_0 + \Delta f \quad \text{where: } \Delta f = -\Delta D\dot{q} - \Delta Kq \\ D(x_1, x_2, t) = d - \Delta f \end{cases} \quad (۱۶)$$

که $\boldsymbol{f_0 = -(D + 2\Omega)\dot{q} - Kq}$ دینامیک نامی سیستم است. آنگاه معادله حاکم بر دینامیک سیستم نهایتاً به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود (بگیریم $\boldsymbol{x_1 = q}$ و $\boldsymbol{x_2 = \dot{q}}$ و $\boldsymbol{x = [x_1, x_2]}$):

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f_0(x) + u + D(x_1, x_2, t) \end{cases} \quad (۱۷)$$

فرض (۱) : تابع نامعینی مجموع سیستم $\boldsymbol{D(t)}$ و مشتق آن دارای مقادیر محدود بوده و به‌صورت $|\boldsymbol{D(t)}| \le \Delta_D$ و $|\dot{\boldsymbol{D}}(\boldsymbol{t})| \le \boldsymbol{\delta_D}$ قابل‌بیان است که در آن Δ_D و $\boldsymbol{\delta_D}$ مقادیر مثبتی‌اند که حدود بالای نامعینی‌های سیستم را می‌نمایانند و در حالت کلی نامعلوم هستند.

٤- طراحی کنترل‌کننده

٤-١ کنترل‌کننده مد لغزشی پایانه‌ای غیرتکین سریع

برای طراحی کنترل‌کننده خطای ردیابی به‌صورت $\boldsymbol{e = x - x_d}$ تعریف می‌شود که در آن $\boldsymbol{x = [x_1, x_2]^T}$ بردار متغیرهای حالت سیستم و $\boldsymbol{x_d = [x_d, \dot{x}_d]^T}$ بردار حالت‌های مطلوب سیستم است. هدف کنترلی به صفر رساندن خطای ردیابی در یک زمان محدود است. پس از تعریف خطای ردیابی به‌منظور مواجه نشدن با عیوب مد لغزشی خطی و پایانه‌ای و برای بهره‌مندی از مزایای هر دو مورد، یک سطح لغزش جدید با الهام از سطوح لغزش در نظر گرفته شده در مرجع [۲۴] برای کنترل‌کننده مد لغزشی پایانه‌ای غیرتکین سریع انتگرالی به‌صورت زیر انتخاب می‌گردد:

$$s = \dot{e} + \int_0^t \left(\lambda_1 e^{[\beta_1]} + \lambda_2 \dot{e}^{[\beta_2]} + \lambda_3 e + \lambda_4 \text{sign}(\dot{e})\right) dt \quad (۱۸)$$

که در آن $\boldsymbol{s = [s_1, s_2]^T}$ بردار متغیرهای سطح لغزش، $\boldsymbol{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4}$ ضرایب مثبتی هستند که به‌عنوان ضرایب سطح لغزش شناخته می‌شوند، و $\boldsymbol{0 < \beta_1 < 1}$, $\boldsymbol{\beta_2 = \frac{2\beta_1}{1+\beta_1}}$ ثابت‌هایی هستند. همچنین تابع $\boldsymbol{e^{[\beta]}}$ به‌صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$e^{[\beta]} = |e|^\beta \text{sign}(e) \quad (۱۹)$$

با توجه به قانون کنترلی مد لغزشی زمانی که متغیرهای حالت سیستم بر روی سطح لغزش بنشینند رابطه $\boldsymbol{s = \dot{s} = 0}$ برقرار خواهد بود. بنابراین با مشتق‌گیری از رابطه سطح لغزش (۱۸) می‌توان نتیجه زیر را به دست آورد:

$$\ddot{e} + \lambda_1 e^{[\beta_1]} + \lambda_2 \dot{e}^{[\beta_2]} + \lambda_3 e + \lambda_4 \text{sign}(\dot{e}) = 0 \quad (۲۰)$$

درنهایت با توجه به رابطه فوق دینامیک خطای ردیابی سیستم را می‌توان به‌صورت زیر بیان نمود:

$$\ddot{e} = -\lambda_1 e^{[\beta_1]} - \lambda\mu_2 \dot{e}^{[\beta_2]} - \lambda_3 e - \lambda_4 sign(\dot{e}) \quad (۲۱)$$

دینامیک خطای ردیابی به‌دست‌آمده از پایداری مجانبی جهانی برخوردار است که برای اثبات آن یک تابع لیاپانوف به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$V_1 = \frac{\lambda_1}{\beta_1 + 1}|e|^{\beta_1 + 1} + \frac{1}{2}\dot{e}^2 + \frac{\lambda_3}{2}e^2 \quad (۲۲)$$

با محاسبه مشتق تابع لیاپانوف به‌صورت زیر خواهیم داشت:

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-09]

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &= \lambda_1|e|^{\beta_1}\dot{e} + \dot{e}\ddot{e} + \lambda_3 e\dot{e}\\ &= \lambda_1|e|^{\beta_1}\dot{e} + \lambda_3 e\dot{e}\\ &+\dot{e}\left(-\lambda_1 e^{[\beta_1]} - \lambda_2\dot{e}^{[\beta_2]} - \lambda_3 e - \lambda_4 sign(\dot{e})\right)\\ &= \lambda_1|e|^{\beta_1}\dot{e} - \lambda_1|e|^{\varphi_1}\dot{e} - \lambda_2\dot{e}^{[\beta_2+1]}\\ &-\lambda_3 e\dot{e} - \lambda_4|\dot{e}| + \lambda_3 e\dot{e}\\ &= -\lambda_2|\dot{e}|^{[\beta_2+1]} - \lambda_4|\dot{e}| \le 0\end{aligned} \quad (۲۳)$$

با توجه به نامساوی به‌دست‌آمده و با توجه به قضیه **LaSalle** می‌توان گفت دینامیک خطای ردیابی با سطح لغزش در نظر گرفته‌شده از پایداری مجانبی برخوردار است. بر اساس تابع سطح لغزش و دینامیک خطای به‌دست‌آمده، در روش پیشنهادی ورودی کنترلی به‌صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$U = U_{eq} + U_{sw} \quad (۲۴)$$

که در آن $\boldsymbol{U_{eq}}$ ورودی کنترلی معادل بوده و وظیفه آن رساندن حالت‌های سیستم از شرایط اولیه بر روی سطح لغزش است و $\boldsymbol{U_{sw}}$ ورودی کنترلی کلیدزنی است که برای جبران اثرات اغتشاشات خارجی و عدم قطعیت‌های دینامیک سیستم به کار می‌رود.

در روش‌های کنترلی مبتنی بر مد لغزشی ورودی کنترلی معادل را از برقراری $\dot{\boldsymbol{s}} = \mathbf{0}$ محاسبه می‌کنند. به این ترتیب خواهیم داشت:

$$U_{eq} = -\left(f_0 - \ddot{x}_d + \lambda_1 e^{[\beta_1]} + \lambda_2\dot{e}^{[\beta_2]} + \ \lambda_3 e + \lambda_4\text{sign}(\dot{e})\right) \quad (۲۵)$$

ورودی کنترلی کلیدزنی نیز به‌صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$U_{sw} = -(\alpha_1 s + \alpha_2\text{sign}(s) + \Delta_D) \quad (۲۶)$$

که $\boldsymbol{\alpha_1}$ و $\boldsymbol{\alpha_2}$ ضرائب ثابت مثبت و حد بالای Δ_D نامعینی‌ها است.

قضیه ۱: برای سیستم دینامیکی (۱۷) و با فرض محدود بودن اندازه مجموع نامعینی‌های سیستم، Δ_D، (عدم قطعیت‌های پارامتری و اغتشاشات خارجی) درصورتی‌که ضرایب مناسب برای سطح لغزش تعریف‌شده در معادله (۱۸) انتخاب گردد، با اعمال ورودی کنترلی حاصل از روش کنترلی مد لغزشی پایانه‌ای غیرتکین سریع انتگرالی که روابط آن در معادلات (۲۴) تا (۲۶) بیان شد، سطح لغزشی (۱۸) تضمین‌کنندهٔ پایداری زمان محدود است و خطای ردیابی سیستم بعد از مدت محدودی به صفر همگرا می‌شود.

اثبات: برای اثبات قضیه پایداری فوق ابتدا یک تابع لیاپانوف به‌صورت زیر انتخاب می‌کنیم که در آن $\boldsymbol{s}$ متغیر سطح لغزش است:

$$V_2 = \frac{1}{2}s^T s \quad (۲۷)$$

با مشتق‌گیری از تابع لیاپانوف و جایگذاری $\dot{\boldsymbol{s}}$ مطابق با سیستم (۱۷) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}\dot{V}_2 = s^T\dot{s} = s^T\big(&f_0(x) + u + D(t) - \ddot{x}_d(t) +\\ &\lambda_1 e^{[\beta_1]} + \lambda_2\dot{e}^{[\beta_2]} + \lambda_3 e + \lambda_4\text{sign}(\dot{e})\big)\end{aligned} \quad (۲۸)$$

حال با جایگذاری ورودی کنترلی به‌دست‌آمده از رابطه (۲۴) در رابطه (۲۸) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}\dot{V}_2 &= s^T(-\alpha_1 s - \alpha_2\text{sign}(s) - \Delta_D + D(t))\\ &\le s^T(-\alpha_1 s - \alpha_2\text{sign}(s) + D_{\max}(t) - \Delta_D)\\ &\le -\alpha_1 s^T s - \alpha_2|s| \le 0\end{aligned} \quad (۲۹)$$

با توجه به قضیه پایداری لیاپانوف، اثبات قضیه ۱ کامل می‌گردد.

۴-۲ کنترل کننده عصبی - فازی برای حذف چترینگ

حضور تابع علامت $\textbf{sign}(\boldsymbol{s})$ در معادلات (۲۵) و (۲۶) سبب ناپیوستگی و بروز نوسان‌های شدید در سیگنال‌های کنترلی می‌شود. یکی از روش‌های حذف یا کاهش چترینگ، روش لایه‌مرزی است که در آن تابع علامت ناپیوسته را با توابعی پیوسته‌ای مانند تابع اشباع یا تانژانت هایپربولیک که رفتاری مشابه تابع علامت دارند جایگزین می‌کنند؛ هرچند ممکن است به اختلال در پایداری سیستم بیانجامد.

از روش‌های بسیار پرکاربرد دیگر برای حذف چترینگ می‌توان به روش کنترل فازی یا شبکه‌های عصبی اشاره نمود که در آن‌ها بخش ناپیوستهٔ سیگنال‌های کنترلی با استفاده از تخمین‌گرهای مبتنی بر سیستم فازی یا شبکه‌های عصبی محاسبه و جایگزین می‌شود. عبارت‌های $\boldsymbol{\lambda_4}\textbf{sign}(\dot{\boldsymbol{e}})$ در معادله (۲۵) و $\boldsymbol{\alpha_2}\textbf{sign}(\boldsymbol{s})$ در معادله (۱۶) عوامل ایجاد چترینگ در سیگنال‌های کنترلی این مقاله هستند. لذا با توجه به مزیت‌های سیستم استنتاج فازی در مقاله حاضر از آن برای حذف چترینگ استفاده می‌شود. از این رو در قوانین کنترلی جملات شامل تابع $\textbf{sign}(.)$ به‌صورت زیر بازنویسی می‌شوند:

$$U_{\text{chat}} = \lambda_4\text{sign}(\dot{e}) + \alpha_2\text{sign}(s) \quad (۳۰)$$

حال تابع فوق را با استفاده از شبکه عصبی - فازی به‌صورت زیر تخمین می‌زنیم:

$$\widehat{U}_{\text{fnn}} = W^T\psi(s) \quad (۳۱)$$

که در آن $\boldsymbol{W}$ بردار وزن‌های شبکه عصبی- فازی و $\boldsymbol{\psi(s)}$ توابع پایه فازی است. بردار وزن‌های بهینه شبکه عصبی- فازی به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$W^* = arg\min_{W\in\Omega}\left[sup_{s\in\mathbb{R}}\left|\widehat{U}_{\text{fnn}}(s\mid W) - U_{\text{chat}}\right|\right] \quad (۳۲)$$

که در آن $\boldsymbol{\Omega}$ دامنهٔ مقادیر وزن‌های شبکه عصبی- فازی است. پس از محاسبه و جایگذاری مقادیر بهینهٔ وزن‌ها، رابطه (۳۱) به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\widehat{U}_{\text{fnn}}(s\mid W^*) = W^*\psi(s) = \ \lambda_4\text{sign}(\dot{e}) + \alpha_2\text{sign}(s) \quad (۳۳)$$

برای بروز رسانی وزن شبکه عصبی- فازی یک قانون تطبیقی به‌صورت زیر درنظر می‌گیریم که در آن $\boldsymbol{\Gamma}$ یک ثابت مثبت است:

$$\dot{W} = \Gamma\, s\,\psi(s) \quad (۳۴)$$

با جایگذاری رابطه فوق در معادله (۱۴) می‌توان ورودی‌های کنترلی را به‌صورت زیر بازنویسی کرد که در آن عوامل تولید چترینگ با توابع به دست آمده از تخمین‌زن فازی-عصبی جایگزین شده است:

$$\begin{aligned}U = -\big(&f_0 - \ddot{x}_d + \lambda_1 e^{[\beta_1]} + \lambda_2\dot{e}^{[\beta_2]} + \lambda_3 e +\\ &\alpha_1 s + \Delta_D + \widehat{U}_{\text{fnn}}\big)\end{aligned} \quad (۳۵)$$

قضیه زیر برای اثبات پایداری کنترل‌گر پیشنهادی ارائه می‌گردد.

قضیه ۲: کنترل‌کنندهٔ پیشنهادی برای سیستم دینامیکی ژیروسکوپ میکرو الکترومکانیکی داده‌شده در معادله (۱۷) با ورودی کنترلی تعریف‌شده در رابطه (۳۶) پایدار است و متغیرهای حالت سیستم بعد از مدت‌زمان محدودی به حالت‌های مطلوب سیستم همگرا می‌شود.

اثبات: یک تابع لیاپانوف جدید به‌صورت زیر انتخاب می‌کنیم:

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-09]

$$V_3 = \frac{1}{2}s^T s + \frac{1}{2}\widetilde{W}^T(\Gamma)^{-1}\widetilde{W} \quad (۳۶)$$

که $\widetilde{\boldsymbol{W}} = \boldsymbol{W} - \boldsymbol{W}^*$ است و با مشتق‌گیری از رابطه فوق داریم:

$$\dot{V}_3 = s^T\dot{s} + \widetilde{W}^T(\Gamma)^{-1}\dot{\widetilde{W}} \quad (۳۷)$$

با جایگذاری روابط (۲۸)،(۳۱)و(۳۴) در رابطه فوق خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}\dot{V}_3 &= s^T(-\alpha_1 s - \Delta_D + D(t)) + s\widetilde{W}^T\psi(s)\\ &= s^T(-\alpha_1 s - W^T\psi(s) - \Delta_D + D(t)) + s\widetilde{W}^T\psi(s)\\ &\le s^T(-\alpha_1 s + W^{*T}\psi(s) - W^T\psi(s) - W^{*T}\psi(s)) + s\widetilde{W}^T\psi(s)\\ &= s^T(-\alpha_1 s - W^{*T}\psi(s))\end{aligned} \quad (۳۸)$$

با توجه به نتیجه به‌دست‌آمده در رابطه (۳۳) و جایگذاری آن در معادله فوق می‌توانیم به نتیجه زیر برسیم:

$$\begin{aligned}\dot{V}_3 &\le s^T\left(-\alpha_1 s - \alpha_2\,\mathrm{sign}(s) - \lambda_4\mathrm{sign}(\dot{e})\right)\\ &\le -\alpha_1 s^T s - \alpha_2|s| - \lambda_4|\dot{e}| < 0\end{aligned} \quad (۳۹)$$

بنابراین با توجه به قضیه پایداری لیاپانوف می‌توان گفت سیستم کنترلی طراحی‌شده پایدار خواهد بود و قضیه ۲ اثبات می‌شود.

۴-۳ رویتگر مد لغزشی مرتبه بالا تطبیقی عصبی- فازی

از میان رویتگرهای حالت مختلف، رویتگرهای حالت مد لغزشی مرتبه بالا به‌ویژه رویتگر مد لغزشی مرتبه دوم و مرتبه سوم این توانایی را دارند که علاوه بر حالت‌های سیستم، مجموع نامعینی‌ها را نیز با دقت بالایی تخمین بزنند [۴۰-۳۸]. دقت این رویتگرها به‌حدی بالا است که در برخی از مراجع از آن‌ها به‌عنوان «مشتق‌گیرهای دقیق مقاوم» نام می‌برند. رویتگر مد لغزشی مرتبه دوم در مقایسه با رویتگر مد لغزشی مرتبه سوم یک مزیت و یک عیب دارد [۳۹]؛ مزیت آن سرعت همگرایی بالاتر و عیب آن دقت پایین‌تر و نیاز به فیلتر نمودن خروجی‌های رویتگر است، که این امر باعث ایجاد تأخیر می‌شود. در رویتگرهای مد لغزشی برای دستیابی به پایداری زمان محدود، ضرایب رویتگر بر اساس روابط از پیش تعریف‌شده‌ای محاسبه می‌گردند و در طول عملکرد دارای مقادیر مشخص و ثابتی هستند. این موضوع موجب می‌شود تا علی‌رغم دقت و سرعت قابل‌قبول، نتوان عملکرد بهینه را از آن‌ها کسب کرد. اگر بتوان ضرایب رویتگر را به‌صورت تطبیقی تنظیم نمود، آنگاه دقت و سرعت تخمین به‌طور قابل‌توجهی بهبود پیدا خواهد نمود. یکی از بهترین روش‌ها برای تنظیم ضرایب رویتگر به‌صورت تطبیقی، استفاده از سیستم فازی و شبکه عصبی است.

در مقاله حاضر ابتدا یک رویتگر مد لغزشی مرتبه سوم برای تخمین هم‌زمان حالت‌ها و مجموع نامعینی‌های سیستم طراحی می‌گردد. در ادامه برخلاف شیوه مرسوم که در آن ضرائب رویتگر ثابت است، یک رویتگر مد لغزشی مرتبه سوم با ضرایب تطبیقی ارائه می‌شود که در این رویتگر جدید، ضرائب توسط یک شبکه عصبی-فازی (مشابه آنچه برای کنترل‌گر داشتیم) محاسبه می‌شود.

رویتگر مد لغزشی مرتبه سوم مرسوم برای دینامیک بیان‌شده در معادله (۱۷) به‌صورت زیر طراحی می‌شود [۳۹]:

$$\begin{cases}\dot{\hat{x}}_1 = \rho_1|x_1 - \hat{x}_1|^{\frac{2}{3}}\,\mathrm{sign}(x_1 - \hat{x}_1) + \hat{x}_2\\ \dot{\hat{x}}_2 = f_0(\hat{x}) + u + \rho_2|x_1 - \hat{x}_1|^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{sign}(x_1 - \hat{x}_1) + \hat{z}\\ \dot{\hat{z}} = -\rho_3\,\mathrm{sign}(x_1 - \hat{x}_1)\end{cases} \quad (۴۰)$$

که در آن $\hat{\boldsymbol{x}}_1, \hat{\boldsymbol{x}}_2$ مقادیر تخمین زده‌شده حالت‌های سیستم بوده و $\boldsymbol{\rho_i}$ ها ضرایب ثابتی در این رویتگر هستند. با تعریف $\tilde{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{x} - \hat{\boldsymbol{x}}$ به‌عنوان خطای تخمین رویتگر و تعریف رابطه زیر می‌توان معادلات رویتگر مد لغزشی مرتبه سوم را مطابق (۴۲) بازنویسی نمود:

$$\begin{cases}\delta_f(x,\tilde{x},t) = f_0(\hat{x}) - f_0(x)\\ \hat{\Delta}(x,\hat{x},t) = D(x_1,x_2,t) - \delta_f(x,\tilde{x},t)\end{cases} \quad (۴۱)$$

در معادله فوق می‌توان فرض نمود که $\|\boldsymbol{\delta_f(x,\tilde{x},t)}\| \le \boldsymbol{\Upsilon}$. آنگاه:

$$\begin{cases}\dot{\tilde{x}}_1 = -\rho_1|\tilde{x}_1|^{2/3}\mathrm{sign}(\tilde{x}_1) + \tilde{x}_2\\ \dot{\tilde{x}}_2 = -\rho_2|\tilde{x}_1|^{1/3}\mathrm{sign}(\tilde{x}_1) + \hat{\Delta}(x,\hat{x},t) + \hat{z}\\ \dot{\hat{z}} = -\rho_3\mathrm{sign}(\tilde{x}_1)\end{cases} \quad (۴۲)$$

با تعریف یک متغیر جدید به‌صورت $\hat{\boldsymbol{z}}_{\boldsymbol{0}} = \hat{\Delta}(\boldsymbol{x},\hat{\boldsymbol{x}},\boldsymbol{t}) + \hat{\boldsymbol{z}}$ می‌توان معادله (۴۲) را به‌صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{cases}\dot{\tilde{x}}_1 = -\rho_1|\tilde{x}_1|^{2/3}\mathrm{sign}(\tilde{x}_1) + \tilde{x}_2\\ \dot{\tilde{x}}_2 = -\rho_2|\tilde{x}_1|^{1/3}\mathrm{sign}(\tilde{x}_1) + \hat{z}_0\\ \dot{\hat{z}}_0 = -\rho_3\,\mathrm{sign}(\tilde{x}_1) + \dot{\hat{\Delta}}(x,\hat{x},t)\end{cases} \quad (۴۳)$$

قضیه ۳: در رویتگر مد لغزشی مرتبه سوم ارائه‌شده در (۴۳) درصورتی‌که ضرایب $\boldsymbol{\rho_i}$ را به‌صورت روابط ذکرشده در رابطه (۴۴) انتخاب نمود، رویتگر به‌صورت زمان محدود پایدار خواهد شد و درنتیجه بعد از مدت زمان محدودی حالت‌های تخمین‌زده‌شده توسط رویتگر به مقادیر واقعی حالت‌های سیستم همگرا خواهند شد و خطای تخمین به سمت صفر میل می‌کند [۳۹].

$$\begin{cases}\rho_1 = 2\Delta^{*1/3}\\ \rho_2 = 2.12\Delta^{*2/3}\\ \rho_3 = 1.1\Delta^*\end{cases} \quad (۴۴)$$

که در اینجا $\Delta^* = \Delta_D + \boldsymbol{\delta_D}$ می‌باشد.

با همگرایی رویتگر که بعد از زمان محدودی محقق می‌شود، شرایط $\hat{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{1}} \longrightarrow \boldsymbol{x}_{\boldsymbol{1}}, \hat{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{2}} \longrightarrow \boldsymbol{x}_{\boldsymbol{2}} \Rightarrow \boldsymbol{\delta_f(x,\tilde{x},t)} \longrightarrow \boldsymbol{0}$ برقرار شده و نتیجتاً بخش سوم معادله رویتگر را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$\dot{\hat{z}}_0 = -\rho_3\mathrm{sign}(\tilde{x}_1) + \dot{\hat{\Delta}}(x,\hat{x},t) \equiv 0 \quad (۴۵)$$

بنابراین مجموع نامعینی‌های سیستم را می‌توان به‌طور زیر تخمین زد:

$$\hat{\Delta}(x,\hat{x},t) = \int \rho_3\mathrm{sign}(\tilde{x}_1) \quad (۴۶)$$

رویتگر طراحی‌شده تا این مرحله رویتگر مد لغزشی مرتبه سوم مرسوم با ضرایب ثابت است که پیش از این نیز استفاده شده است. در ادامهٔ این مقاله، با استفاده از شبکه عصبی- فازی پیشنهادی خود، ضرایب رویتگر را به‌صورت تطبیقی تخمین زده و تخمین حاصل را به‌جای ضرایب ثابت مورداستفاده قرار می‌دهیم. به این ترتیب، رویتگر مد لغزشی مرتبه سوم جدید به‌صورت زیر طراحی می‌گردد:

$$\begin{cases}\dot{\tilde{x}}_1 = -\hat{\rho}_1|\tilde{x}_1|^{2/3}\mathrm{sign}(\tilde{x}_1) + \tilde{x}_2\\ \dot{\tilde{x}}_2 = -\hat{\rho}_2|\tilde{x}_1|^{1/3}\mathrm{sign}(\tilde{x}_1) + \tilde{x}_3\\ \dot{\tilde{x}}_3 = -\hat{\rho}_3\mathrm{sign}(\tilde{x}_1) + \dot{\hat{\Delta}}(x,\hat{x},t)\end{cases} \quad (۴۷)$$

که این‌بار $\hat{\boldsymbol{\rho}}_{\boldsymbol{i}}$ ها ضرایب تخمین‌زده‌شده این رویتگر هستند که از شبکه عصبی − فازی زیر محاسبه می‌شوند:

$$\hat{\rho}_i = W_i^T\psi(X_i), \qquad i = 1,2,3 \quad (۴۸)$$

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-09]

که در آن $\boldsymbol{X_i}=[\boldsymbol{e_1},\boldsymbol{e_2}]^T$ ورودی شبکه عصبی- فازی است و در آن $\boldsymbol{e_1}=\boldsymbol{x_1}-\hat{\boldsymbol{x}}_1$ و $\boldsymbol{e_2}=\dot{\hat{\boldsymbol{x}}}_1-\hat{\boldsymbol{x}}_2$ می‌باشند. نرخ به‌روزرسانی وزن‌های شبکه عصبی- فازی فوق به‌صورت زیر تعریف می‌گردد که در آن $\boldsymbol{\mu_i}$ بیانگر نرخ یادگیری شبکه است:

$$\dot{\hat{W}}_i=\mu_i\psi(X_i)\|X_i\| \quad (۴۹)$$

حال با به دست آمدن ضرایب رویتگر باید مقادیر جدید ضرایب را در معادلات (۴۳) و (۴۶) جایگذاری نماییم.

لم ۲ [۴۰-۳۸]: درصورتی‌که در فرایند طراحی یک ساختار کنترلی از رویتگر و کنترل‌کننده‌هایی استفاده شود که هردو از پایداری مجانبی برخوردار هستند، اثبات پایداری مجزای کنترل‌گر و رویتگر نشان‌دهنده پایداری مجانبی (و نه الزاماً زمان محدود) برای مجموعه سیستم کنترلی طراحی‌شده خواهد بود. اما درصورتی‌که رویتگر مورداستفاده دارای پایداری مجانبی باشد و سیستم کنترلی طراحی‌شده دارای پایداری زمان محدود باشد این امکان وجود دارد که سیستم کنترلی درمجموع دارای پایداری زمان محدود نباشد.

بنابراین بعد از اثبات پایداری رویتگر و کنترل‌کننده به‌صورت جداگانه بایستی اثبات پایداری مجموعه سیستم کنترلی بار دیگر با در نظر گرفتن مقادیر تخمین-زده‌شده برای حالت‌ها و عدم قطعیت‌های سیستم موردبررسی قرار گیرد. همچنین درصورتی‌که رویتگر مورداستفاده دارای پایداری زمان محدود باشد این تضمین را ارائه خواهد نمود که مقادیر تخمین زده‌شده حالت‌های سیستم بعد از زمان محدودی به مقادیر واقعی حالت‌های سیستم همگرا شده و معادل هم خواهند بود.

بنابراین نیازی به اثبات مجدد پایداری سیستم کنترلی با جایگذاری مقادیر تخمینی حالت‌های سیستم و عدم قطعیت‌ها که از رویتگر به دست می‌آید نخواهد بود.

در پژوهش حاضر با توجه به اینکه رویتگر مورداستفاده از نوع مد لغزشی مرتبه سوم بوده و دارای پایداری زمان محدود می‌باشد بنابراین اثبات مجدد پایداری سیستم کنترلی ارائه‌شده در ترکیب با رویتگر موردنیاز نخواهد بود و اثبات پایداری رویتگر و کنترل‌کننده به‌صورت مستقل از هم کافی می‌باشد.

۵- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش نتایج شبیه‌سازی سیستم کنترلی پیشنهادی و مقایسه آن با نتایج پژوهش‌های مرتبط قبلی [۲و۱] ارائه می‌شود. مقادیر عددی پارامترهای سیستم کنترلی، پارامترهای دینامیکی ژیروسکوپ و شرایط محیطی به ترتیب در جداول ۱و۲ داده شده است. لازم به ذکر است مقادیر انتخاب‌شده برای پارامترهای سیستم کنترلی با استفاده از روش سعی و خطا به‌دست‌آمده است و مقادیر بهینه نیست. پارامترهای دینامیکی نیز مطابق با مرجع [۱] انتخاب شده است.

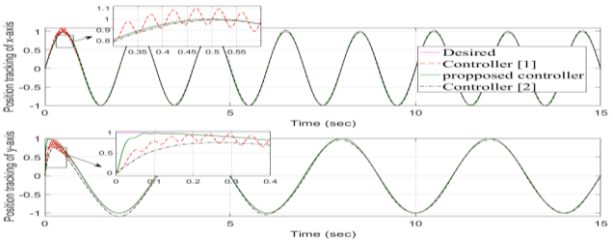
جدول ۱: پارامترهای مدل دینامیک ژیروسکوپ میکرو الکترومکانیکی [۱]

پارامترهای مدل دینامیکی ژیروسکوپ میکرو الکترومکانیکی	
یکا	پارامترهای مدل دینامیکی و مقادیر آنها
10^{-6} kg	$m=0.18$
10^{-6} Ns/m	$d_{xx}=d_{yy}=1.8,\ d_{xy}=0.36$
N/m	$k_{xx}=63.95, k_{yy}=95.92, k_{xy}=12.78$
پارامترهای بی‌بعد مدل دینامیکی	
$\omega_x^2=355.3,\quad \omega_y^2=532.9,\quad \omega_{xy}=70.99$	
$d_{xx}=d_{yy}=0.01,\quad d_{xy}=0.002$	
$\Omega_\xi=0.1$	
شرایط اولیه در اجرای شبیه‌سازی سیستم کنترلی	
$x_1(0)=1,\quad x_2(0)=0.5,\quad \dot{x}_1(0)=\dot{x}_2(0)=0$	
$x_{1d}=\sin(\pi t),\quad x_{2d}=\cos(0.5\pi t)$	
$D(x,t)=10\text{randn}(1,1)+10\sin(20\pi t)$	

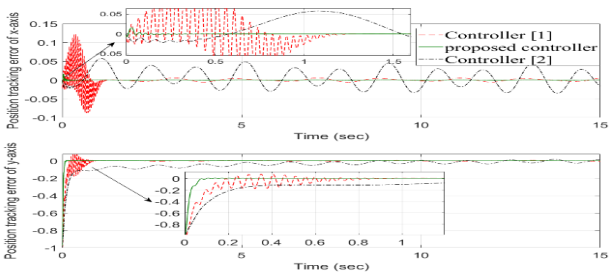
جدول ۲: پارامترهای کنترل‌گر و رویت‌گر

معادله (۲۵)	$\boldsymbol{\lambda_1}=\mathbf{diag(20,20)},\quad \boldsymbol{\lambda_2}=\mathbf{diag(15,15)}$ $\boldsymbol{\lambda_3}=\mathbf{diag(50,50)},\quad \boldsymbol{\lambda_4}=\mathbf{diag(8,8)}$ $\boldsymbol{\beta_1}=\mathbf{1/2},\quad \boldsymbol{\beta_2}=\mathbf{2/3}$
معادله (۳۵)	$\boldsymbol{\Gamma}=\mathbf{diag(30,30)}$
معادله (۳۶)	$\boldsymbol{\alpha_1}=\mathbf{diag(10,10)},\quad \Delta_D=[\mathbf{20,20}]$

نتایج شبیه‌سازی مربوط به ردیابی موقعیت و خطای این ردیابی به‌ترتیب در شکل‌های ۴ و ۵ نشان داده‌شده است. مطابق آن مشخص است که سیستم کنترلی پیشنهادی به‌خوبی توانسته است ردیابی دقیق و سریعی از مسیرهای مطلوب سیستم انجام بدهد. همچنین با توجه شکل مشخص است که سیستم کنترلی پیشنهادی بسیار سریع‌تر از روش‌های مورداستفاده در مراجع [۲و۱] همگرا شده و خطای ردیابی آن به صفر میل نموده است. دلیل آن استفاده از روش مد لغزشی پایانه‌ای غیرتکین سریع در روش پیشنهادی است.



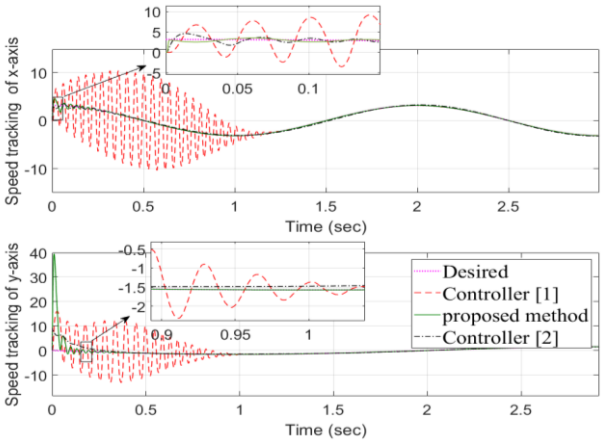
شکل ۴: تحول زمانی ردیابی موقعیت



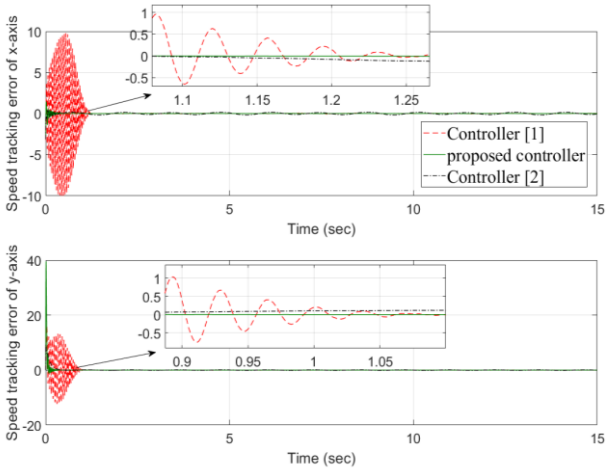
شکل ۵: تحول زمانی خطاهای ردیابی موقعیت

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-09]

نتایج شبیه‌سازی برای ردیابی سرعت و خطای ردیابی سرعت در شکل‌های (۶) و (۷) نشان داده‌شده است. با توجه به این نتایج مشخص می‌گردد که سیستم کنترلی پیشنهادی در ردیابی سرعت نیز کاملاً موفق عمل نموده و سرعت‌های مطلوب سیستم را با دقت و سرعت بسیار بالایی ردیابی نموده است. همچنین با توجه به نتایج مشخص است که در ردیابی سرعت نیز سیستم کنترلی عملکرد بهتری نسبت به روش‌های مورداستفاده در مراجع [۲و۱] داشته است.



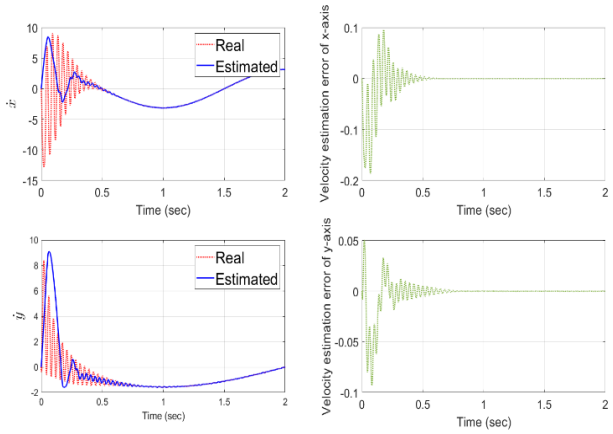
شکل ۶: تحول زمانی ردیابی سرعت



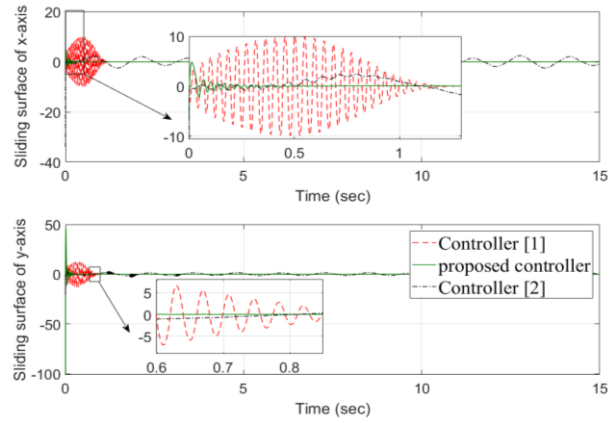
شکل ۷: تحول زمانی خطاهای ردیابی سرعت

نتایج مربوط به تحول زمانی تابع سطح لغزش نیز در شکل ۸ نشان داده شده است که نشان‌دهندهٔ همگرایی سطح لغزش در یک زمان محدود بوده و همچنین مشاهده می‌شود که این سطح لغزش بسیار سریع‌تر از سطوح لغزش مفروض در مراجع [۲و۱] بوده است که دلیل این موضوع ماهیت همگرایی سریع‌تر سطح لغزش پایانه‌ای غیرتکین سریع است.

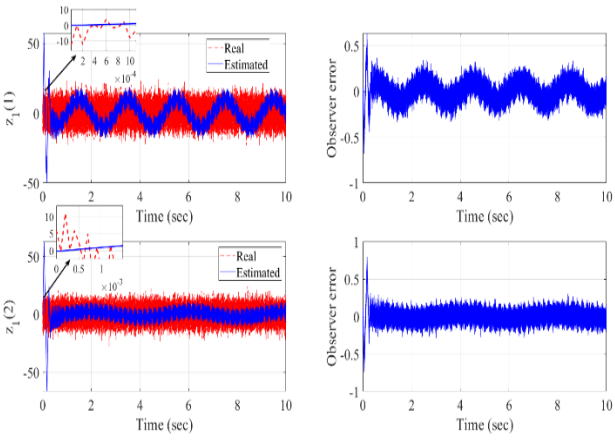
نتایج عملکرد رویتگر طراحی‌شده در تخمین سرعت‌های سیستم و مجموع نامعینی‌های سیستم به‌ترتیب در شکل‌های ۹ و ۱۰ نشان داده شده است. با توجه به شکل ۹ مشخص است که رویتگر طراحی‌شده بسیار سریع و دقیق توانسته است خطای تخمین متغیرهای حالت سرعتی را به صفر میل دهد.



شکل ۸: تحول زمانی همگرایی توابع سطح لغزش



شکل ۹: تحول زمانی عملکرد رویتگر در تخمین سرعت‌ها

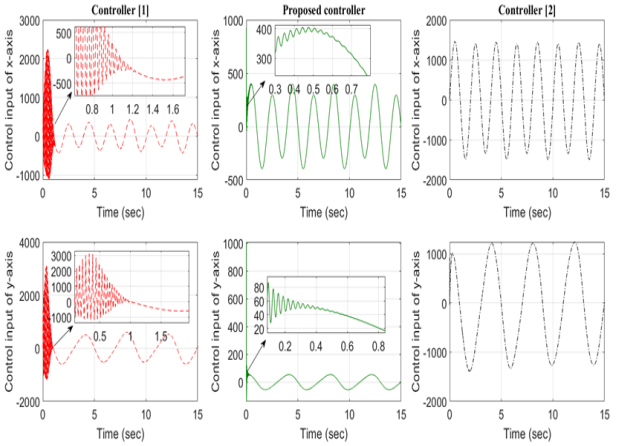


شکل ۱۰: نتایج عملکرد رویتگر هوشمند در تخمین مجموع نامعینی‌ها

در شکل ۱۰ نیز ملاحظه می‌گردد که رویتگر در تخمین تابع مجموع نامعینی سیستم که شامل یک عبارت تصادفی با توزیع نرمال بوده است موفق عمل کرده و توانسته در یک محدوده کران‌دار مقدار نامعینی مخلوط شده به سیستم را تخمین بزند. به‌علاوه این تخمین پایداری محاسباتی خود را حفظ نموده است و واگرا نگردید. در شکل ۱۱، ورودی‌های کنترلی تولید شده بر اساس کنترل‌گر

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-09]

پیشنهادی این مقاله که شامل دو شبکه عصبی چیشف فازی مستقل برای حذف چترینگ و رویت اغتشاش بود، نشان داده شده‌اند.



شکل ۱۱: تحول زمانی ورودی‌های کنترلی

همان‌طور که در شکل ۱۱ مشخص است ورودی‌های کنترلی به‌دست‌آمده فاقد چترینگ بوده و نیز از دامنه کمتری نسبت به نتایج مراجع مقایسه‌ای برخوردار است. روش مرجع [۱] که تنها مبتنی بر مد لغزشی فراپیچشی است متحمل چترینگ بیشتری شده است. سیگنال‌های کنترلی روش مرجع [۲] نیز هرچند فاقد چترینگ است اما دامنه سیگنال‌های کنترلی در آن نسبت به روش پیشنهادی در پژوهش حاضر بیشتر است که طبیعتاً موجب مصرف انرژی بالاتر خواهد بود. دلایل اصلی حذف هم‌زمان چترینگ و کاهش دامنه سیگنال‌های کنترلی در روش پیشنهادی استفاده از الگوریتم هوشمند مبتنی بر شبکه عصبی- فازی برای تخمین نامعینی‌ها و بخش‌های غیرهموار چترینگ‌ساز ورودی‌های کنترلی است. لازم به ذکر است با توجه به اینکه ضریب تابع علامت در ورودی‌های کنترلی که دلیل اصلی ایجاد چترینگ است باید بزرگتر از حد مجموع نامعینی‌ها انتخاب گردد تا پایداری سیستم تضمین شود. درصورتی‌که از رویتگر برای تخمین اغتشاشات استفاده نگردد حد بالای اغتشاشات به‌طور محتاطانه و اغلب بزرگ‌تر از مقدار واقعی انتخاب می‌گردد که این خود موجب افزایش چترینگ و دامنه سیگنال‌های کنترلی خواهد شد. در پژوهش‌های گذشته این موضوع مورد اثبات قرارگرفته است که استفاده از رویتگرها برای تخمین اغتشاشات می‌تواند موجب کاهش چترینگ و دامنه سیگنال‌های کنترلی گردد.

برای ارزیابی کیفیت عملکرد سیستم کنترلی و مقایسه عددی نتایج به‌دست‌آمده با نتایج پژوهش‌های مقایسه‌ای [۱و۲]، جدول ۴ ارائه شده است. این ارزیابی جامع از عملکرد سیستم کنترلی با الهام از معیارهای استفاده‌شده در مراجع [۴۹و۵۰] ارائه‌شده است. نتایج جدول ۴ نشان می‌دهد روش کنترلی پیشنهادی نسبت به روش‌های مورد مقایسه قرارگرفته‌شده، در تمامی معیارهای ارزیابی مذکور، عملکرد بهتری دارد. دلیل اصلی اختلاف فاحش نتایج به‌دست‌آمده بیشتر مربوط به عملکرد حالت گذرای ورودی‌های کنترلی است.

جدول ۴: ارزیابی کیفیت عملکردی سیستم کنترلی پیشنهادی و مقایسه عددی نتایج با مراجع [۱و۲]

معیار ارزیابی عملکرد سیستم کنترل	فرمول معیار ارزیابی	روش مرجع [۲]	روش مرجع [۱]	روش پیشنهادی	درصد بهبود [۱]	درصد بهبود [۲]
Mean Square Error (MSE)	$\mathrm{MSE}=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}[x_{di}-x_i]^2$	0.002116	0.002942	0.001837	37.55	13.18
Error Variance (EV)	$\sigma_e^2=\frac{\sum_{i=1}^{N}(e_k-\mu_e)^2}{N}$	0.001897	0.002318	0.001437	38.00	24.42
Sum of Maximum Absolute Error (SMAE)	$\mathrm{SMAE}=\sum\max\lvert e_i(t)\rvert$	1.0978	1.3521	1.0063	25.57	8.33
Integral of Square Error (ISE)	$\mathrm{ISE}=\int e^2(t)\,dt$	0.022737	0.033140	0.016554	40.47	27.19
Integral of Time-weighted Square Error (ITSE)	$\mathrm{ITSE}=\int te^2(t)\,dt$	0.002112	0.003209	0.0011235	64.98	46.80
Integral of Absolute Error (IAE)	$\mathrm{IAE}=\int\lvert e(t)\rvert\,dt$	0.105544	0.21921	0.082678	62.28	21.66
Integral of Time-weighted Absolute Error (ITAE)	$\mathrm{ITAE}=\int t\lvert e(t)\rvert\,dt$	0.217547	0.323501	0.139063	57.01	36.07
Total Variation of the input (TV)	$\mathrm{TV}=\sum_{t=1}^{T}\lVert u_{k+1}-u_k\rVert$	38.2044	53.0956	26.2808	50.50	31.12
Input Variance	$\sigma_u^2=\frac{\sum_{i=1}^{N}(u_k-\mu_u)^2}{N}$	148047.6580	227009.5828	113797.3201	49.87	23.13
Integral of Square Control Input (ISCI)	$\mathrm{ISCI}=\int u^2(t)\,dt$	2227363.8498	2700710.6842	1910915.021	29.24	14.20

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-09]

روش کنترلی پیشنهادی به دلیل استفاده از مد لغزشی پایانه‌ای غیرتکین سریع، از همگرایی بسیار سریع‌تری نسبت به روش‌هایی مانند مد لغزشی مبتنی بر الگوریتم فراپیچش و مد لغزشی پایانه‌ای غیرتکین معمولی برخوردار است. بنابراین خطاهای ردگیری بسیار سریع‌تر به‌سمت صفر همگرا شده و نتایج مربوط به معیارهای ارزیابی مرتبط با خطای ردیابی، مقادیر بسیار کمتری نسبت به مقادیر برگرفته از مراجع [۱و۲] کسب کرده‌اند. درصورتی‌که جدول فوق فقط برای لحظات بعد از همگرایی محاسبه گردد طبیعتاً درصد بهبودهای به‌دست‌آمده کاهش خواهد یافت اما همچنان نتایج بهتری نسبت به روش‌های مقایسه‌ای خواهند داشت. در مورد معیارهای ارزیابی مرتبط با ورودی‌های کنترلی، در روش پیشنهادی به دلیل استفاده از رویتگر مد لغزشی مرتبه بالا و همچنین الگوریتم هوشمند شبکه عصبی چیپشف فازی، سیگنال کنترلی بدون چترینگ بوده و به‌علاوه دامنه کمتری نیز دارد، بنابراین مقادیر عددی این معیارها نیز کمتر از روش‌های مقایسه‌ای است.

۷- نتیجه‌گیری

روش کنترلی جدیدی برای ژیروسکوپ‌های میکروالکترومکانیکی با در نظر گرفتن عدم قطعیت‌های دینامیکی، اغتشاشات خارجی و با فرض در دسترس نبودن اطلاعات سرعت ارائه شد. به‌منظور بهبود پاسخ گذاری سیستم کنترلی و دستیابی به سرعت همگرایی بالا از روش کنترلی مد لغزشی پایانه‌ای غیرتکین سریع استفاده شد که نسبت به روش مد لغزشی پایانه‌ای و مد لغزشی پایانه‌ای تکین مرسوم از سرعت و دقت عملکرد بالاتری برخوردار است. نتایج شبیه‌سازی ردیابی موقعیت و سرعت به‌دست‌آمده گواه این موضوع هستند. به‌منظور پرهیز از طراحی رویتگرهای جداگانه برای تخمین سرعت‌ها و تخمین مجموع نامعینی-ها که شامل اغتشاشات خارجی و عدم قطعیت‌های دینامیکی بود، از یک رویتگر حالت توسعه‌یافته از نوع مد لغزشی مرتبه سوم تطبیقی که ضرایب آن با استفاده از الگوریتم هوشمند مبتنی بر شبکه عصبی چیپشف به‌روزرسانی می‌گشت استفاده شد. رویتگر طراحی‌شده با دقت و سرعت بسیار بالایی توانست سرعت‌ها و عدم قطعیت‌های سیستم را تخمین بزند. همچنین از این شبکه هوشمند برای تخمین تابع علامت و همواری ورودی‌های کنترلی استفاده شد تا چترینگ آن نیز حذف گردد.

مراجع

[1] Feng Z, Fei J. Super-twisting sliding mode control for micro gyroscope based on RBF neural network. IEEE Access. 2018 Oct 21;6:64993-5001.

[2] Xu B, Zhang R, Li S, He W, Shi Z. Composite neural learning-based nonsingular terminal sliding mode control of MEMS gyroscopes. IEEE Transactions on Neural networks and learning systems. 2019 Jun 26;31(4):1375-86.

[3] Guo Y, Xu B, Zhang R. Terminal sliding mode control of mems gyroscopes with finite-time learning. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems. 2020 Sep 17;32(10):4490-8.

[4] Fei J, Chen Y, Liu L, Fang Y. Fuzzy multiple hidden layer recurrent neural control of nonlinear system using terminal sliding-mode controller. IEEE transactions on cybernetics. 2021 Mar 12;52(9)

[5] Fei J, Yan W. Adaptive control of MEMS gyroscope using global fast terminal sliding mode control and fuzzy-neural-network. Nonlinear Dynamics. 2014 Oct;78:103-16.

[6] Liang X, Li S, Fei J. Adaptive fuzzy global fast terminal sliding mode control for microgyroscope system. IEEE Access. 2016 Dec 7;4:9681-8.

[7] Zhang R, Xu B, Wang H. Recursive Integral Terminal Sliding Mode Control of MEMS Gyroscopes via Composite Neural Learning and Disturbance Observer.

[8] Yan W, Hou S, Fang Y, Fei J. Robust adaptive nonsingular terminal sliding mode control of MEMS gyroscope using fuzzy-neural-network compensator. International Journal of Machine Learning and Cybernetics. 2017 Aug;8:1287-99.

[9] Fei J, Yan W, Yang Y. Adaptive nonsingular terminal sliding mode control of MEMS gyroscope based on backstepping design. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing. 2015 Sep;29(9):1099-115.

[10] Wang Z, Fei J. Novel fuzzy neural nonsingular terminal sliding mode control of MEMS gyroscope. Complexity. 2019 Dec 18;2019:1-5.

[11] Wang Z, Fei J. Fractional-order terminal sliding-mode control using self-evolving recurrent Chebyshev fuzzy neural network for MEMS gyroscope. IEEE Transactions on Fuzzy Systems. 2021 Jul 7;30(7):2747-58.

[12] Fei J, Wang Z, Liang X. Robust adaptive fractional fast terminal sliding mode controller for microgyroscope. Complexity. 2020 Jul 23;2020.

[13] Rahmani M, Rahman MH. A novel compound fast fractional integral sliding mode control and adaptive PI control of a MEMS gyroscope. Microsystem Technologies. 2019 Oct;25(10):3683-9.

[14] Fei J, Liang X. Adaptive backstepping fuzzy neural network fractional-order control of microgyroscope using a nonsingular terminal sliding mode controller. Complexity. 2018 Sep 10;2018.

[15] Fei J, Feng Z. Fractional-order finite-time super-twisting sliding mode control of micro gyroscope based on double-loop fuzzy neural network. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems. 2020 Mar 25;51(12):7692-706.

[16] Fei J, Feng Z. Adaptive super-twisting sliding mode control for micro gyroscope based on double loop fuzzy neural network structure. International Journal of Machine Learning and Cybernetics. 2021 Mar;12:611-24.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-09]

[17] Pan Q, Fei J, Xue Y. Adaptive intelligent super-twisting control of dynamic system. IEEE Access. 2022 Apr 18;10:42396-403.

[18] Fei J, Feng Z. Adaptive super-twisting sliding mode control for micro gyroscope based on double loop fuzzy neural network structure. International Journal of Machine Learning and Cybernetics. 2021 Mar;12:611-24.

[19] Fei J, Feng Z. Adaptive fuzzy super-twisting sliding mode control for microgyroscope. Complexity. 2019 Feb 21;2019.

[20] Rahmani M, Komijani H, Ghanbari A, Ettefagh MM. Optimal novel super-twisting PID sliding mode control of a MEMS gyroscope based on multi-objective bat algorithm. Microsystem Technologies. 2018 Jun;24:2835-46.

[21] Yu X, Feng Y, Man Z. Terminal sliding mode control–An overview. IEEE Open Journal of the Industrial Electronics Society. 2020 Nov 25;2:36-52.

[22] Utkin V, Poznyak A, Orlov Y, Polyakov A. Conventional and high order sliding mode control. Journal of the Franklin Institute. 2020

[23] Fridman L, Moreno JA, Bandyopadhyay B, Kamal S, Chalanga A. Continuous nested algorithms: The fifth generation of sliding mode controllers. InRecent advances in sliding modes: From control to intelligent

[24] Asl RM, Hagh YS, Palm R, Handroos H. Integral non-singular terminal sliding mode controller for nth-order nonlinear systems. IEEE Access. 2019 Jul 24;7:102792-802.

[25] Shtessel Y, Edwards C, Fridman L, Levant A. Sliding mode control and observation. New York: Springer New York; 2014.

[26] Liu J, Wang X. Advanced sliding mode control for mechanical systems. Berlin: Springer; 2012.

[27] Si H, Shao X, Zhang W. MLP-based neural guaranteed performance control for MEMS gyroscope with logarithmic quantizer. IEEE Access. 2020 Feb 17;8:38596-605.

[28] Shao X, Si H, Zhang W. Fuzzy wavelet neural control with improved prescribed performance for MEMS gyroscope subject to input quantization. Fuzzy Sets and Systems. 2021 May 15;411:136-54.

[29] Zirkohi MM. Adaptive interval type-2 fuzzy recurrent RBFNN control design using ellipsoidal membership functions with application to MEMS gyroscope. ISA transactions. 2022 Jan 1;119:25-40.

[30] Asad YP, Shamsi A, Tavoosi J. Backstepping-based recurrent type-2 fuzzy sliding mode control for MIMO systems (MEMS triaxial gyroscope case study). International journal of uncertainty, fuzziness and knowledge-based systems. 2017 Apr;25(02):213-33.

[31] Vafaie RH, Mohammadzadeh A, Piran MJ. A new type-3 fuzzy predictive controller for MEMS gyroscopes. Nonlinear Dynamics. 2021 Sep;106(1):381-403.

[32] Alattas KA, Mohammadzadeh A, Mobayen S, Aly AA, Felemban BF, Vu MT. A new data-driven control system for MEMSs gyroscopes: Dynamics estimation by type-3 fuzzy systems. Micromachines. 2021 Nov 12;12(11):1390.

[33] Jafari M, Mobayen S, Roth H, Bayat F. Nonsingular terminal sliding mode control for micro-electro-mechanical gyroscope based on disturbance observer: Linear matrix inequality approach. Journal of Vibration and Control. 2022 May;28(9-10):1126-34.

[34] Zhang R, Xu B, Wei Q, Zhang P, Yang T. Harmonic disturbance observer-based sliding mode control of MEMS gyroscopes. Science China Information Sciences. 2022 Mar;65:1-3.

[35] Ma X, Sun Y, Zhu F. Nonsingular terminal sliding mode control of uncertain chaotic gyroscope system based on disturbance observer. Journal of Mathematics. 2021 Jan 4;2021:1-7.

[36] Giap V, Vu H, Nguyen Q, Huang SC. Chattering-free sliding mode control-based disturbance observer for MEMS gyroscope system. Microsystem Technologies. 2022 Aug;28(8):1867-77.

[37] Fridman L, Shtessel Y, Edwards C, Yan XG. Higher-order sliding-mode observer for state estimation and input reconstruction in nonlinear systems. International Journal of Robust and Nonlinear Control: IFAC-Affiliated Journal. 2008 Mar 10;18(4-5):399-412.

[38] Nguyen VC, Vo AT, Kang HJ. Fault diagnosis and fault-tolerant control of uncertain robot manipulators using high-order sliding mode. Mathematical Problems in Engineering. 2016 Sep 4;2016.

[39] Nguyen VC, Vo AT, Kang HJ. A finite-time fault-tolerant control using non-singular fast terminal sliding mode control and third-order sliding mode observer for robotic manipulators. IEEE Access. 2021 Feb 16;9:31225-35.

[40] Van M, Ge SS, Ren H. Finite time fault tolerant control for robot manipulators using time delay estimation and continuous nonsingular fast terminal sliding mode control. IEEE transactions on cybernetics. 2016 Apr 28;47(7):1681-93.

[41] Shokouhi F, Davaie Markazi AH. A new continuous approximation of sign function for sliding mode control. InInternational Conference on Robotics and Mechatronics (ICRoM 2018). Tehran. Iran 2018.

[42] Lee TT, Jeng JT. The Chebyshev-polynomials-based unified model neural networks for function approximation. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics). 1998 Dec;28(6):925-35.

[43] Patra JC, Kot AC. Nonlinear dynamic system identification using Chebyshev functional link artificial

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-09]

neural networks. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics). 2002 Aug 7;32(4):505-11.

[44] Chittora P, Singh A, Singh M. Chebyshev functional expansion based artificial neural network controller for shunt compensation. IEEE transactions on industrial informatics. 2018 Jan 15;14(9):3792-800.

[45] Lu K, Li T, Zhang L. Active attitude fault-tolerant tracking control of flexible spacecraft via the Chebyshev neural network. Transactions of the Institute of Measurement and Control. 2019 Feb;41(4):925-33.

[46] Bai Y, Wang D. Fundamentals of fuzzy logic control—fuzzy sets, fuzzy rules and defuzzifications. Advanced fuzzy logic technologies in industrial applications. 2006:17-36.

[47] Beyhan S, Itik M. Adaptive fuzzy-Chebyshev network control of a conducting polymer actuator. Journal of Intelligent Material Systems and Structures. 2016 May;27(8):1019-29.

[48] Fei J, Yang J. Chebyshev Fuzzy Neural Network Super-Twisting Terminal Sliding Mode Control for Active Power Filter. IEEE Internet of Things Journal. 2023 Mar 28.

[49] Yadegari H, Beyramzad J, Khanmirza E. Magnetorquers-based satellite attitude control using interval type-II fuzzy terminal sliding mode control with time delay estimation. Advances in Space Research. 2022 Apr 15;69(8):3204-25.

[50] Nazari N, Moladavoudi H, Beyramzad J. Finite time sliding mode control for agile rigid satellite with CMG actuators using fast high-order sliding mode observer. Aerospace Systems. 2024 Jun;7(2):363-83.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-09]