

کنترل کننده مد لغزشی دکوپله جدید به منظور ردیابی موقعیت بازوهای رباتیک
با مفاصل انعطاف پذیر در حضور آشوب با پیاده‌سازی عملی

^٤عبدالله حسن نژاد، ابوالفضل رنجبر نوعی، محمد رضا سلطانیور، محمد ویسی

¹ دانشجوی دکتری مهندسی، برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی، بلو شری وان، بابل، مازندران، ایران ir.a.hasannezhad@stu.mit.ac.ir

۲ استاد، دانشکده مهندسی برق، گوه کنترل، دانشگاه صنعتی نوشروانی، بابل، مازندران، ایران a.ranjbar@nit.ac.ir

^۳ استاد، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه علوم و فنون هواشناسی شهید ستاری، تهران، ایران sultanzpour@ssau.ac.ir

m.veysi@khadu.ac.ir استادیار، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه خاتم الانبیاء، تهران، ایران

۱۴۰۳/۰۸/۲۲: پیذیرش

۱۴۰۳/۰۶/۰۲: ویرایش

۱۴۰۳/۰۱/۱۹ دریافت:

چکیده: این مقاله یک کنترل کننده مدلغزشی دکوپله جدید، به منظور رديایي موقعیت بازووهای رباتیک با مفاصل انعطاف پذیر، در حضور آشوب و عدم قطعیت، ارائه می کند. در گام اول از یک مرجع آشوبناک با رویکرد همزمان سازی برای ایجاد آشوب در دینامیک بازو استفاده شده و سپس رفتار کنترل کننده مدلغزشی دکوپله معمولی تحلیل می شود. نشان داده شده که همگرایی همزمان سطوح لغزش و پایداری مجانبی این کنترل کننده در برخی حالات می تواند با چالش هایی همراه باشد. بعد از آن، با به کار گیری یک سطح لغزشی ترمینال سریع غیرمنفرد و طراحی یک متغیر کوپلینگ جدید و هم چنین ارائه یک روش جدید برای کاهش چترینگ، کنترل کننده ای پیشنهاد شده که نه تنها می تواند مشکلات کنترل کننده مدلغزشی دکوپله معمولی را حل کند، بلکه می تواند زمان همگرایی را بهبود بخشد، پایداری مجانبی سراسری زمان محدود را برای سیستم کنترل حلقه بسته در حضور آشوب و عدم قطعیت های ساختاری و غیر ساختاری فراهم نموده و دامنه چترینگ را نیز کاهش دهد. در نهایت، به منظور ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی، برخی شبیه سازی ها و پیاده سازی های عملی به صورت سخت افزار در حلقه انجام و نتایج با دو روش دیگر مقایسه شده است. نتایج حاصله کارایی کنترل پیشنهادی را در تضمین پایداری مجانبی، کاهش زاویه انحراف، بهبود زمان همگرایی و کاهش چترینگ تایید می کنند.

کلمات کلیدی: کترل مدلغزشی دکوپله، بازوهای رباتیک با مفاصل انعطاف پذیر، آشوب، عدم قطعیت، پایداری مجانبی زمان محدود.

A New Decoupled Sliding Mode Control for Flexible Joint Robotic Manipulators Trajectory Tracking in the Presence of Chaos with Practical Implementation

Abdollah Hasan Nezhad, Abolfazl Ranjbar Noiey, Mohammad Reza Soltanpour, Mohammad Veysi

Abstract: This paper presents a novel non-singular fast terminal decoupled sliding mode control for position tracking of flexible joint robotic manipulators under chaos and uncertainty. Firstly, a suitable chaotic reference is used as a synchronization mechanism to create chaos in the dynamics. Next, the conventional decoupled sliding mode control is examined. It is shown that this method faces challenges in achieving asymptotic stability for trajectory tracking under some conditions. Subsequently, a new coupling variable is designed, a non-singular fast terminal sliding surface is utilized, and a new reaching law is proposed in such a way that they can resolve not only the problems of the decoupled sliding mode control but also improve convergence time, reduce chattering, eliminate singularity, and provide finite-time asymptotic stability. A comprehensive convergence

analysis is conducted for all the sliding surfaces. Finally, simulations and experimental implementations as hardware-in-the-loop are carried out to evaluate the performance of the proposed method. Additionally, the results are compared to the conventional decoupled sliding mode control and hierarchical sliding mode control. The results validate the effectiveness of the proposed control method in suppressing the deflection angle, improving convergence time, and reducing chattering in the control input in the presence of chaos and uncertainties.

Keywords: Decoupled sliding mode control, Flexible joint robot manipulator, Chaos, Uncertainty, Finite-time asymptotic stability.

در میان روش‌های کنترل FJRM، از جمله فیدبک حالت^[۱۲]، کنترل

هوشمند^[۱۳]، کنترل تطبیقی^[۱۴] و کنترل امپدانس^[۱۵]، استفاده از کنترل مد لغزشی^۵ در سال‌های اخیر به دلیل پیاده‌سازی آسان و مقاومت در برابر اغتشاش و پاسخ ردبایی مناسب، افزایش چشمگیری داشته است. به عنوان نمونه، در [۱۶]، یک روش مبتنی بر کنترل ساختار متغیر فازی، برای کنترل و خدکنترل آشوب^۶ یک FJRM تک رابط، پیشنهاد شده است. کنترل بازوهای رباتیک آشوبی دو رابطی، با استفاده از SMC^[۵] در [۵] انجام شده است. یک سیگنال آشوبی به عنوان مسیر مرجع مطلوب برای کاهش زاویه انحراف در بازوهای رباتیک در [۱۷] بکار گرفته شده است. علیرغم اینکه این مقالات راه حل‌هایی را برای کنترل FJRM در شرایط آشوبی ارائه نموده‌اند، اما با مشکلاتی نیز روپرتو هستند. برخی کارها، راه حل‌هایی را ارائه داده‌اند که مبتنی بر گشتاور بوده و معادلات بخش الکتریکی بازو را نادیده گرفته‌اند، که این عامل ممکن است منجر به چالش‌هایی در پیاده‌سازی عملی آن‌ها شود. روش‌های مبتنی بر کنترل هوشمند حجم محاسباتی بالایی داشته و تنظیم قوانین فازی در آن‌ها، زمان بر است. در بعضی از مقالات نیز از مدل خطی FJRM استفاده شده، در حالی که FJRM یک سیستم غیرخطی فروتخریک است.

علاوه بر این‌ها، برای اعمال SMC^[۷] روی FJRM با n مفصل، لازم است چندین سطح لغزش تعریف شود که همگرایی همزمان این سطوح لغزش با تعداد ورودی کنترلی کمتر از درجه آزادی، بدلیل فرو تحریک بودن این گونه سیستم‌ها، کار دشواری است. برای حل این مساله، رویکرد بنام کنترل مدل لغزشی سلسه مراتبی^۷ در [۱۸] پیشنهاد شده است. رویکرد دیگر، کنترل مدل لغزشی افزایشی^۸ است که در [۱۹] پیشنهاد شده است. اما، علیرغم ارائه راه حل‌هایی در این مقالات، آن‌ها هیچ استدلالی برای همگرایی همزمان تمام سطح لغزشی در سطوح کنترلی ارائه نکردن و اثبات پایداری آن‌ها بر اساس همگرایی سطح لغزش کلی است. علاوه بر این، تعداد پارامترهای کنترلی در آن‌ها زیاد بوده و تنظیم آن‌ها گاما دشوار است.

کنترل مدل لغزشی دکوپله^۹ (DSMC)، یکی دیگر از روش‌های پرکاربرد برای کنترل کلاسی از سیستم‌های فروتخریک است^[۲۰]. این تکنیک به دلیل تعداد پارامترهای کنترلی کمتر و عملکرد موثرتر برای

۱- مقدمه

کنترل بازوهای رباتیک با مفاصل انعطاف پذیر^۱ بدلیل کاربردهای فراوان در حوزه‌های صنعتی، نظامی و پژوهشی، همواره یکی از مینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه پژوهشگران در سال‌های اخیر بوده است [۱]. علی‌رغم اینکه این گونه بازوها، نسبت به بازوهای صلب^۲ دارای مزایایی همچون مانورپذیری بالاتر، ابعاد کوچکتر، مصرف انرژی کمتر می‌باشند^[۲] اما، فرآیند کنترل آنها بدلیل اینکه این بازوها دارای مدل دینامیکی غیرخطی، چندمتغیره و فروتخریک^۳ همراه با عدم قطعیت هستند، پیچیده‌تر است^[۳]. علاوه بر این‌ها، در این بازوها پدیده ارتعاش^۴ ناخواسته نیز وجود دارد که کنترل را سخت‌تر می‌نماید^[۴]. از سوی دیگر، این بازوها می‌توانند تحت شرایط مختلفی، مانند وجود بار متغیر^[۵] و تاخیر در سیگنال کنترلی^[۶]، آشوبی شوند که این عامل هم می‌تواند مشکلاتی در آن‌ها ایجاد نموده یا حتی منجر به ناپایداری شود. بنابراین، در فرآیند طراحی کنترل کننده برای این بازوها، لازم است آشوب نیز مورد توجه قرار گرفته و کنترل کننده به گونه‌ای طراحی شود که ضمن مقابله با چالش‌های پیش‌گفتہ، در حضور آشوب نیز بتواند به اهداف کنترلی خود دست یابد. بنابراین، مساله اصلی که باید مورد توجه قرار گیرد، کنترل یک FJRM در حضور عدم قطعیت و آشوب است^[۷].

در این راستا، برای بررسی قابلیت‌های کنترل کننده در حضور آشوب، ابتدا باید آشوب را در دینامیک بازو ایجاد نموده و سپس به مطالعه و کنترل آن پرداخت. درین روش‌های آشوبی‌سازی FJRM، به دلیل سادگی در پیاده‌سازی، می‌توان از رویکرد همزمان سازی با مرجع آشوبی برای ایجاد آشوب در دینامیک بازو استفاده نمود^[۸]. علاوه بر این، یک سیگنال آشوبی که یک مسیر حداقل انرژی است^[۹]، می‌تواند به عنوان مسیر مطلوب برای ایجاد آشوب در سیستم‌های دینامیکی باشد. رویکرد همزمان سازی مورد استفاده قرار گیرد^[۱۰]. در این رویکرد لازم است با یک قانون کنترل مناسب، یکی از متغیرهای حالت را با سیگنال آشوبی همزمان نموده و متغیر دیگر را در حضور عدم قطعیت و آشوب، کنترل نموده و به اهداف اصلی نظری پایداری مجانی، همگرایی سریع و کاهش زاویه ارتعاش، دست یافت^[۱۱].

⁷Hierarchical Sliding Mode Control (HSMC)

⁸Incremental Sliding Mode Control (ISMC)

⁹Decoupled Sliding Mode Control (DSMC)

¹Flexible Joint Robotic Manipulator (FJRM)

²Rigid robot

³Under Actuated

⁴Deflection

⁵Sliding Mode Control (SMC)

⁶Chaos control and Anti control

حالت ماندگار با گذشت زمان نیز خطای حالت ماندگار ایجاد نکند.

۳. در برخی از این مقالات، به ارائه اثبات پایداری زمان محدود توجهی نشده، در حالیکه، زمان همگرایی در DSMC معمولی، به دلیل استفاده از سطح لغزشی خطی، نامحدود است.

۴. استفاده از تابع علامت در ساختار DSMC منجر به بروز چتربنگ می شود که این امر در کاربردهای عملی نامطلوب بوده و می تواند طول عمر عملگر را کاهش داده یا باعث استهلاک آن شود. روش هایی نیز که با تغییر بخش ناپیوسته قانون کنترلی یا طراحی قانون رسیدن، سعی در کاهش چتربنگ یا افزایش سرعت رسیدن داشته اند، در برخی حالات در تضمین پایداری مجانبی سیستم حلقه بسته دچار مشکل هستند.

۵. در برخی از مقالات، روش DSMC فقط برای یک کلاس از سیستم ها پیشنهاد شده است، در حالی که FJRM یک سیستم با ۱ ورودی و ۲ خروجی است. بنابراین، فقط می توان از آن برای کنترل بازوی یک درجه آزادی استفاده نمود و نمی توان آن را برای کنترل FJRM با ۲ درجه آزادی تعیین داد.

۶. در برخی موارد، فرآیند طراحی کنترل کننده پیچیده بوده و یا تعداد ضرایب کنترل کننده زیاد است که پایاده سازی عملی را چالش برانگیز می کند.

در پاسخ به محدودیت های فوق، این مقاله ابتدا، یک تحلیل کاملی از عملکرد DSMC معمولی را ارائه می کند، سپس مشکلات آن را تشریح نموده و برخی تغییرات در ساختار آن، جهت استفاده از آن، در کنترل ردبایی موقعیت FJRM با ۱ رابط در حضور آشوب، عدم قطعیت و اغتشاش خارجی، اعمال می نماید. بدین منظور، یک روش کنترلی جدید به عنوان کنترل مدلغزشی دکوپله ترمینال سریع غیر منفرد بهبود یافته^۳ پیشنهاد شده است. فرآیند آشوبی سازی و کنترل آشوب به طور همزمان در یک رویکرد هم زمان سازی آشوبی انجام می شود. ثابت می شود که روش پیشنهادی، دارای برخی ویژگی ها، مانند تضمین پایداری مجانبی، همگرایی زمان محدود همزمان تمامی سطوح لغزش و مقاومت بالا در برابر اغتشاش و عدم قطعیت است. علاوه بر این، چندین شبیه سازی و پیشنهادی انجام می شود. برخی از نوآوری ها و مزایای روش پیشنهادی به شرح زیر است:

- تحلیل کاملی از عملکرد روش DSMC معمولی ارائه شده و مشکلات آن در تضمین پایداری و همگرایی همزمان هر دو سطوح لغزش، بیان شده است.
- یک متغیر کوپلینگ جدید به گونه ای پیشنهاد شده که مشکلات روش DSMC در همگرایی همزمان تمام سطوح لغزش و عدم وجود خطای ماندگار در کلیه اهداف را حل نموده و زاویه

کنترل سیستم های الکترو مکانیکی گوناگون استفاده شده است. به طور مثال، در [۲۱]، یک DSMC ترمینال غیر منفرد برای کلاسی از سیستم های مرتبه چهارم پیشنهاد شده است. یک کنترل کننده DSMC ترمینال غیر منفرد، بر اساس یک شبکه عصبی در [۲۲] برای یک بازوی موازی با سه درجه آزادی افزونه، طراحی شده است. در [۲۳]، یک DSMC خود تنظیم مقاوم با استفاده از یک الگوریتم رزنتیک معرفی و بر روی پاندول معکوس پیاده سازی شده است. نویسنده گان در [۲۴] DSMC را با کنترل پسگام به عقب^۱ ترکیب نموده و از آن برای کنترل پاندول معکوس استفاده کرده اند. هم چنین، در [۲۵] DSMC ترمینال سریع غیر منفرد سرا سری فازی تطبیقی برای کنترل ردبایی موقعیت FJRM پیشنهاد شده است. علاوه بر این ها، در [۲۶] یک کنترل کننده ترمینال سریع غیر منفرد DSMC فازی ترکیب شده با رویتگر، به منظور ردبایی زمان محدود موقعیت بازوهای رباتیک معرفی شده است.

موضوع بعدی در طراحی کنترل کننده های مبتنی بر مدلغزشی، طراحی بخش ناپیوسته قانون کنترل یا قانون رسیدن است. طراحی قانون رسیدن برای به حداقل رساندن چتربنگ، تضمین پایداری و کاهش زمان رسیدن بسیار مهم است. در SMC معمولی، قانون رسیدن با نرخ ثابت استفاده شده که استفاده از تابع علامت با یک ضریب ثابت منجر به بروز چتربنگ در ورودی کنترل می شود. برای حل این مشکل و هم چنین بهبود نرخ همگرایی، قانون رسیدن با نرخ بالا در [۲۷] پیشنهاد شده است. این قانون زمانی که حالت ها از سطح لغزش دور هستند زمان همگرایی را کاهش می دهد اما، زمانی که حالت ها نزدیک سطح هستند زمان رسیدن را افزایش می دهد. علاوه بر این، این قانون شامل یک اصطلاح سوئیچینگ نرم است که چتربنگ را کاهش می دهد. برای حل مسالة سرعت در نزدیکی سطح لغزش مرتبط با قانون رسیدن با نرخ بالا، قانون رسیدن TSM-type در [۲۸] پیشنهاد شده است. سایر محققان نیز از این قانون استفاده کرده و آن را با ساختارهای مختلف ترکیب کرده اند [۲۹]. اگر چه مقالات فوق کنترل کننده های مناسبی بر مبنای DSMC معرفی نموده اند، اما دستیابی به اهداف کنترلی در شرایط آشوبی که همراه با عدم قطعیت و اغتشاش است، نیازمند تغییراتی در ساختار آن ها دارد که در این مقالات به آن اشاره ای نشده است. از این رو شایسته است، روش DSMC بیشتر مورد بررسی قرار گیرد. به عنوان نمونه، برخی دیگر از مشکلات این روش به شرح زیر است:

۱. روش DSMC معمولی تنها می تواند پایداری یکنواخت محدود سیستم حلقه بسته را تضمین کند، زیرا در این روش، ورودی کنترل تنها می تواند اولین سطح لغزش و مشتق آن را به صفر همگرا کند و بر عملکرد سطح لغزشی دوم تاثیری ندارد.
۲. نحوه طراحی متغیر کوپلینگ و چگونگی تنظیم ضرایب آن در روش DSMC، بسیار مهم است. به گونه ای که، این متغیر باید بتواند بطور همزمان هر دو سطح لغزش را به صفر همگرا نموده و در

³ Hardware in the loop (HWIL)

¹ Back-Stepping

² Improved Nonsingular fast Terminal Decoupled Sliding Mode Control (INSFTDSMC)

زاویه‌ای موتور و رابط θ_i هستند. زاویه انحراف به صورت $\alpha_i = \theta_i - \theta_{m_i}$ تعریف می‌شود. بر اساس معادله اویلر-لاگرانژ و تعریف یک مختصات جدید به صورت $\begin{bmatrix} \theta_{m_i}, \alpha_i \end{bmatrix}^T \in \mathcal{R}^{2n}$ برای $i = 1, \dots, n$ معادلات فضایی حالت برای مفصل اول تا n به صورت می‌باشد [۲۷]:

مفصل اول

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_3(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_4(t) \\ \dot{x}_3(t) = f_1(X_1) + g_1(X_1)u_1(t) + d_1(t) \\ \dot{x}_4(t) = f_2(X_1) + g_2(X_1)u_1(t) + d_2(t) \\ y_1(t) = [x_1(t), x_2(t)] \\ \quad \text{مفصل } ۱ \text{ام} \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_{4n-3}(t) = x_{4n-1}(t) \\ \dot{x}_{4n-2}(t) = x_{4n}(t) \\ \dot{x}_{4n-1}(t) = f_{2n-1}(X_n) + g_{2n-1}(X_n)u_n(t) \\ \quad + d_{2n-1}(t) \\ \dot{x}_{4n}(t) = f_{2n}(X_n) + g_{2n}(X_n)u_n(t) \\ \quad + d_{2n}(t) \\ y_n(t) = [x_{4n-3}(t), x_{4n}(t)] \end{cases}$$

در (۱)، بردار حالت برابر $X_i = [\theta_{m_i}, \alpha_i, \dot{\theta}_{m_i}, \ddot{\alpha}_i]^T \in \mathcal{R}^{4i}$ برای $i = 1, \dots, n$ و $f_i(X_i)$ و $g_i(X_i)$ توابعی غیرخطی، هموار و محدود هستند و همچنین (X_i) g_i تابعی غیرصفر است. $u_i(t) \in \mathcal{R}^i$ و رویدی کنترل (ولتاژ موتورها) بوده و d_i اغتشاش کلی وارد بر سیستم است که شامل کلیه عدم قطعیت‌ها و دینامیک‌های مدل نشده‌ی بخش‌های الکتریکی و مکانیکی و اغتشاش خارجی است. اگر $x_{d_i} = x_{d_i}$ (متغیر حالت) باشند، یک هدف کنترلی (مقادیر مطلوب) و $\theta_{m_i} = x_i$ (متغیر حالت) باشند، یک هدف کنترلی این است که خطای ردبایی $e_i = x_i - x_{d_i}$ به صفر همگرا شده و هدف دیگر این است که زوایای انحراف در طول ردبایی به صفر برسد. یعنی مقدار مطلوب برای α_i برابر صفر است.

فرض ۱: در (۱)، اغتشاش $d_i(t)$ دارای دینامیکی نامعلوم اما دامنه‌ای محدود و معلوم به صورت $D \leq \|d_i(t)\| \leq \|d_i\|$ فرض می‌شوند. همچنین $d_i(t)$ مشتق‌پذیر و مشتق آن نیز محدود فرض می‌شود. اولین گام در ارزیابی عملکرد کنترل کننده در حضور آشوب، ایجاد آشوب در آن است. بدین منظور، از یک سیستم آشوبی به عنوان مرجع ردبایی با رویکرد همزمان سازی استفاده می‌شود. لازم به ذکر است که با توجه به دینامیک لخت بازو، باید از مرجمی با فرکانس مناسب برای ایجاد آشوب استفاده نمود. بدین منظور، از سیستم (۲) برای آشوبی سازی x_{d_i} استفاده می‌شود [۱۷]:

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2, \\ \dot{y}_2 = y_3, \\ \dot{y}_3 = -0.44y_3 - 2y_2 + y_1^2 - 1 \end{cases} \quad (2)$$

شکل (۲) دیاگرام فاز و سیگنال آشوبی (۲) را نشان می‌دهد. این سیستم یک نقطه تعادل پایدار داشته و نمای لیاپانوف آن برابر $0.105, 0, 0.545$ است [۲۸].

انحراف را کاهش دهد.

- یک روش جدید برای کاهش چترینگ بر مبنای قانون رسیدن TSM-type پیشنهاد شده، که می‌تواند، ضمن تضمین پایداری مجانبی سراسری سیستم کنترلی حلقه بسته در حضور اغتشاش، ورودی کنترلی را بسیار نرم نموده و سرعت بالای رسیدن به سطح لغزش را نیز بخوبی حفظ کند.

- از یک سطح لغزش ترمیナル سریع غیر منفرد^۱ برای تضمین پایداری مجانبی زمان محدود و بهبود زمان همگرایی استفاده شده است.

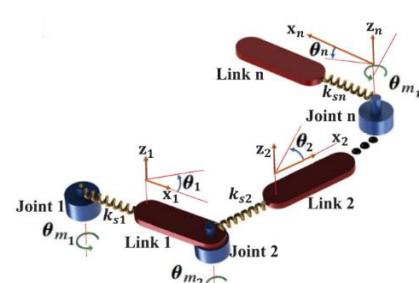
- روش پیشنهادی به صورت جامع و با قابلیت تعیین به کنترل FJRM با n درجه آزادی طراحی شده است. همچنین، می‌توان از آن در کنترل کلاسی از سیستم‌های فروت‌تحریک، استفاده نمود.
- با در نظر گرفتن دینامیک بخش‌های مکانیکی و الکتریکی طرح پیشنهادی کنترل بر مبنای ولتاژ است که چالش پیاده‌سازی روش‌های مبتنی بر گشتاور را ندارد.

- کنترل پیشنهادی به صورت گام به گام ارائه شده و یادگیری، شبیه‌سازی و اجرای عملی آن برای مهندسین رباتیک و کنترل آسان است. علاوه بر این، روش پیشنهادی با آزمون HWIL و مطالعه تطبیقی اعتبارسنجی شده است.

- ادامه این مقاله به صورت گام به گام به ۲ معادلات دینامیکی بازوی رباتیک، مکانیزم آشوبی‌سازی و طرح کلی کنترل را توضیح می‌دهد.
- بخش ۳ مفاهیم اساسی و نحوه عملکرد روش DSMC معمولی را بصورت دقیق بررسی و مشکلات آن را تشریح می‌نماید. بخش ۴ ساختار روش INSFTDSMC، با قابلیت کاهش زمان همگرایی، جلوگیری از بروز تکینگی و کاهش چترینگ، رایانه می‌دارد. بخش ۵، شبیه‌سازی‌ها و اعتبارسنجی عملی را برای ارزیابی عملکرد کنترل پیشنهادی ارائه می‌نماید. در نهایت، با بخش ۶، با عنوان نتیجه‌گیری، بحث به پایان می‌رسد.

۲- مدل دینامیکی بازوهای رباتیک با مفاصل انعطاف‌پذیر

نمای کلی FJRM با n مفصل سریال در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱: یک FJRM سریال با n مفصل [۲۷]

در شکل ۱، برای هر موتور و مفصل متصل به آن، یک فنر برای مدل کردن اثر انعطاف درنظر گرفته شده است. θ_{m_i} و θ_i به ترتیب، موقعیت

^۱ Non-singular fast Terminal Sliding Surface

یک سیستم با معادلات دینامیکی (۵) را در نظر بگیرید. برای این سیستم دو زیر سیستم A ، شامل متغیرهای حالت ($x_1(t)$ و $x_3(t)$ و B شامل ($x_4(t)$ و $x_2(t)$) به صورت زیر تعریف می گردد:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_3(t), \\ \dot{x}_3(t) = f_1(X) + g_1(X)U(t) + d_1(t), \end{cases} \quad A$$

$$\begin{cases} \dot{x}_2(t) = x_4(t), \\ \dot{x}_4(t) = f_2(X) + g_2(X)U(t) + d_2(t) \end{cases} \quad B$$

قدم اول در طراحی کنترل مد لغزشی انتخاب سطوح لغزش است. لذا،

سطوح لغزش برای این سیستم، به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\begin{aligned} S_1(t) &= c_1(x_1(t) - z(t)) + \dot{x}_1(t) \\ &\quad c_1(x_1(t) - z(t)) + x_3(t), c_1 > 0 \\ S_2(t) &= c_2 x_2(t) + \dot{x}_2(t) = c_2 x_2(t) + x_4(t), \\ &\quad c_2 > 0 \end{aligned} \quad (6)$$

نکته ۱: لازم به ذکر است که در معادله (۶)، $x_i(t)$

و $S_i(t)$ توابعی از زمان هستند که در ادامه مقاله به طور خلاصه به صورت x_i و S_i ذکر شده اند.

متغیر کوپلینگ Z بر اساس رابطه (۷) تعریف می گردد [۲۰]:

$$z = \mu_z \tanh\left(\frac{S_2}{\varphi_z}\right) \quad 0 < \mu_z < 1, \varphi_z > 1 \quad (7)$$

برای (۵)، ورودی کنترل $U(t)$ به صورت زیر بدست می آید:

$$U(t) = \frac{-1}{g_1(X)}(f_1(X) + c_1(\dot{x}_1 - \dot{z}) + k.\text{sign}(S_1)) \quad (8)$$

بنظور تحلیل و بررسی پایداری سیستم حلقه بسته، تابع کاندیدای لیاپانوف به صورت $v(S_1) = \frac{1}{2}S_1^2$ پیشنهاد می شود. با جایگزینی ورودی (۸) در معادله ۱ و پس از ساده سازی، رابطه زیر به دست می آید:

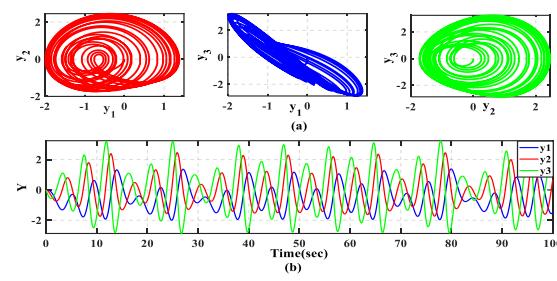
$$\dot{v}(S_1) = S_1 \dot{S}_1 = S_1(-k\text{sign}(S_1) + d_1(t)) = -k|S_1| + S_1 d_1(t) \quad (9)$$

طبق فرض α بوده و اگر $k = D + \eta$ انتخاب شود که $-k|S_1| + S_1 d_1(t) \leq -(D + \eta)|S_1| + \eta$ است آن گاه $|S_1| \leq 0$ خواهد شد. در نتیجه $|S_1| \leq 0$ است. از طرف دیگر وقتی $S_1 = 0$ شود آنگاه $\dot{v}(S_1) = 0$ می شود. بنابراین طبق قضیه لاسال [۲۹]، کنترل پیشنهادی در حضور اغتشاشات خارجی، سطح لغزش S_1 و مشتق آنرا با هر شرایط اولیه محدود به سمت صفر همگرا می نماید. پس با اعمال ورودی (۸) به سیستم (۵) داریم $\dot{S}_1 = 0$. بنابراین:

$$S_1 = 0 \rightarrow c_1(x_1 - z) + x_3 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = z, \\ x_3 = 0 \end{cases} \quad \text{and} \quad (10)$$

به طور مشابه از $\dot{S}_1 = 0$ نتیجه می شود $\dot{x}_3 + c_1 x_3 = c_1 \dot{z}$. با حل این معادله، $x_3(t)$ برابر (۱۱) است.

$$x_3 = x_3(0)e^{-c_1 t} + c_1 \int_0^t e^{-c_1(t-\tau)} \dot{z}(\tau) d\tau \quad (11)$$



شکل ۲: دیاگرام فاز و سیگنال آشوبی سیستم (۲)

برای ایجاد آشوب در دینامیک بازو از متغیر اول (y_1 ، یعنی (y_1) ، به عنوان مرجع مطلوب ردیابی برای مقادیر θ_{md_i} ر استفاده می شود. با استفاده از همزمان سازی زاویه موتور با مرجع آشوبی و رساندن خطای ردیابی به سمت صفر، آشوب به سیستم تزریق می شود $\rightarrow (e = (\theta_{md_i} - y_1))$. در همین حال، متغیر دوم حالت، باید روی صفر کنترل شده و غیرآشوبی باشد ($e \rightarrow 0$). در این حالت می توان گفت، عملکرد کنترل کننده در حضور آشوب ارزیابی می شود. بنابراین، استخراج فرم معادلات خطای همزمان سازی ضروری است. لذا، این خطای مفصل

نمای به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\begin{cases} e_{4i-3}(t) = x_{4i-3}(t) - x_{d_{i_1}}(t), \\ e_{4i-2}(t) = x_{4i-2}(t), \\ e_{4i-1}(t) = x_{4i-1}(t) - x_{d_{i_2}}(t), \\ e_{4i}(t) = x_{4i}(t) \end{cases} \quad (3)$$

در (۳)، $x_{d_{i_1}}(t) = x_{d_{i_2}}(t)$ است. برای نشان دادن دینامیک خطای با

جایگزینی مشتق (۳) در سیستم (۱) می توان رابطه زیر را محاسبه نمود:

$$\begin{cases} \dot{e}_1(t) = e_3(t), \\ \dot{e}_2(t) = e_4(t), \\ \dot{e}_3(t) = f_1(X_1) + g_1(X_1)u_1 + d_1(t) - \dot{x}_{d_{11}}, \\ \dot{e}_4(t) = f_2(X_1) + g_2(X_1)u_1 + d_2(t) \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \dot{e}_{4n-3}(t) = e_{4n-1}(t), \\ \dot{e}_{4n-2}(t) = e_{4n}(t), \\ \dot{e}_{4n-1}(t) = f_{2n-1}(X_n) + g_{2n-1}(X_n)u_n + d_{2n-1}(t) - \dot{x}_{d_{n1}}, \\ \dot{e}_{4n}(t) = f_{2n}(X_n) + g_{2n}(X_n)u_n + d_{2n}(t) \end{cases} \quad (4)$$

در (۴)، $e_i(t) = [\theta_{m_i} - \theta_{md_i}, \alpha_i - \alpha_{di}, \dot{\theta}_{m_i} - \dot{\theta}_{md_i}, \dot{\alpha}_i - \dots]^T \in \mathbb{R}^{4i}$ است. لازم به ذکر است که مقادیر مطلوب زاویه انحراف و مشتق آن در (۴) برابر صفر است. در هر مفصل، دو متغیر (θ_m, α) باید به گونه ای کنترل شوند که مقادیر مطلوب را دنبال کنند. در این حالت، مدل دینامیکی (۴) یک سیستم فرو تحریک با n ورودی و $2n$ خروجی است. علاوه بر این، معادلات FJRM به صورت جامع بوده و معادلات حالت آن به فرم خطای ردیابی با در نظر گرفتن عدم قطعیت در کلیه بخش ها، ارائه شده است. همان گونه که ذکر شد، معروف ترین روش کنترل مد لغزشی برای سیستم های فرو تحریک، روش DSMC است که در ادامه به طور دقیق مورد بررسی قرار گرفته و مشکلات آن بیان می شود.

۳- تحلیل و بررسی روش DSMC

همزمان سطوح لغزش و تضمین پایداری مجانبی را با اثبات ریاضی حل نموده اما با کمی دقت در این متغیر می توان مشاهده نمود که بدليل وجود ترم انتگرالی در ساختار آن، بروز خطای حالت ماندگار در مدت زمان طولانی، اجتناب ناپذیر است.

- بنابراین، مشکلات دیگر روش DSMC به طور خلاصه شرح زیر است:
- عدم تجزیه و تحلیل جامع همگرایی همزمان تمام سطوح لغزش و عدم تضمین پایداری مجانبی،
 - خطای رديابی در حالت ماندگار،
 - زمان همگرایی نامحدود سطوح لغزش،
 - نوسان متغیر کوپلینگ در اهداف رديابی،
 - چترینگ در ورودی کنترل،
 - و محدودیت در کاربردهای رديابی برای کنترل FJRM با n مفصل.

در ادامه، یک روش جدید، با عنوان INSFTDSMC، برای حل این مشکلات، پیشنهاد شده است.

۴- طراحی کنترل کننده INSFTDSMC به منظور رديابی موقعیت بازوهای رباتیک آشوبی با n مفصل

در این بخش یک کنترل جدید پیشنهاد شده که مشکلات DSMC را حل می کند. در ابتدا، این روش برای رديابی مسیر FJRM با n مفصل، تعیین داده می شود. سپس، یک سطح لغزشی ترمیتال سریع غیرمنفرد برای تضمین همگرایی زمان محدود ارائه می شود. پس از آن، یک متغیر کوپلینگ جدید طراحی می شود و در نتیجه پایداری مجانبی زمان محدود حاصل می شود.

در بخش ۳ دیدیم که DSMC معمولی را فقط می توان بر روی سیستم هایی با معادله دینامیکی مشابه قسمت اول (۱) پیاده سازی کرد. با این نگاه، این روش فقط برای یک FJRM با یک مفصل قابل استفاده است و نمی توان آن را برای FJRM با n مفصل با معادله کلی (۱) تعیین داد. برای حل این مشکل از استراتژی کنترل مستقل مفصل استفاده می شود.

نکته ۳: استراتژی کنترل مستقل مفصل یکی از مؤثرترین روش ها در بازوهای رباتیک [۳۰] است. در این استراتژی هر مفصل و موتور و رابط مربوطه به صورت یک سیستم فروتھریک مستقل در نظر گرفته شده و یک کنترل کننده جداگانه در فضای مفصلی برای کنترل موقعیت مفصل طراحی می شود. در این استراتژی، تاثیر سایر قسمت های بازو بر روی این مفصل به صورت اغتشاش خارجی در نظر گرفته شود.

بنابراین برای یک بازوی n مفصلی، طراحی n سیگنال کنترلی در فضای مفصلی ضروری است. این باعث می شود فرآیند طراحی کنترل کننده برای همه مفاصل ها مشابه هم باشد. بنابراین، در ادامه، برای جلوگیری از تکرار مطالب، فرآیند طراحی برای مفصل آم ($i = 1, \dots, n$) آمده است.

در (۱۱) اگر (\dot{z}) معلوم باشد x_3 قبل محاسبه خواهد بود. بنابراین اگر $S_1 = 0$ شود آنگاه $x_3 = 0$ از معادله (۱۱) می توان مشاهده نمود که اگر $c_1 = 0$ باشد آنگاه ترم انتگرالی $\int_0^t e^{-c_1(t-\tau)} d\tau$ می افتد که $\dot{z} = 0$ برابر صفر خواهد شد. این حالت تنها زمانی اتفاق می افتد که $\dot{z} = 0$ باشد. برای بررسی این حالت از (۷) به صورت زیر مشتق می گیریم:

$$\dot{z} = \mu_z \left(\frac{\dot{S}_2}{\varphi_z} \right) \operatorname{sech}^2 \left(\frac{S_2}{\varphi_z} \right) \quad (12)$$

رابطه (۱۲) نشان می دهد که اگر $S_2 = cte$ برابر صفر باشد آنگاه \dot{z} برابر صفر خواهد شد. این حالت زمانی اتفاق می افتد که $S_2 = 0$ یا باشد. از حالت اول داریم:

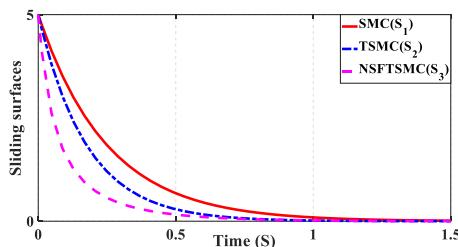
$$S_2 = 0 \rightarrow c_2 x_2 + x_4 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_2 = 0, \\ x_4 = 0 \end{cases} \quad (13)$$

بنابراین، متغیرهای حالت زیرسیستم B به سمت صفر همگرا می شوند. همچنین، از $S_2 = 0$ و رابطه (۷) می توان در یافت $Z(t)$ برابر صفر خواهد شد. در نتیجه متغیرهای زیرسیستم A نیز به سمت مبدا (یا نقطه تعادل) همگرا می شوند. اما در حالت دیگر وقتی که $S_2 \neq 0$ با یک مقدار ثابت باشد می توان نتیجه گرفت که:

$$\begin{aligned} S_2 = cte &= \sigma \rightarrow c_2 x_2 + x_4 = \sigma \rightarrow c_2 x_2 + \dot{x}_2 \\ &= \sigma \rightarrow \\ x_2 &= x_2(0) e^{-c_2 t} + c_2 \int_0^t e^{-c_2(t-\tau)} \sigma d(\tau) \Big|_{t=\infty} = \sigma \end{aligned} \quad (14)$$

که σ یک مقدار ثابت است. از (۱۴)، مشاهده می شود که اگر آنگاه، $x_2(t)$ به صفر همگرا نمی شود بلکه دارای یک مقدار ثابت غیر صفر خواهد بود. بنابراین می توان گفت، در این حالت DSMC فقط می تواند S_1 و S_2 را به صفر برساند و بر همگرایی سطح لغزش دوم به صفر تاثیری ندارد. در این حالت، سیستم حلقه بسته تحت دارای پایداری محدود یکنواخت خواهد بود.

نکته ۲: روش کنترلی DSMC برای اولین بار در [۲۰] معرفی شده و در [۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴] توسعه یافته است. با بررسی اجمالی این مقالات می توان دریافت که نحوه طراحی متغیر کوپلینگ در این روش بسیار مهم بوده بطوری که با متغیر کوپلینگ DSMC سنتی، این روش تنها می تواند سطح لغزش اول را به صفر همگرا نموده و سطح لغزش دیگر را در یک مقدار محدود کراندار نگه دارد. در نتیجه، همگرایی همزمان هر دو سطح لغزش با متغیر کوپلینگ DSMC سنتی (رابطه (۷)) میسر نمی باشد. لذا می توان گفت، این روش تنها می تواند پایداری یکنواخت محدود برای سیستم حلقه بسته را فراهم کند. در حالی که تمام این مقالات بر پایداری مجانبی سیستم حلقه بسته بدون ارائه اثبات ریاضی مناسب تاکید داشته اند. از طرف دیگر، اگر چه در [۲۶] یک متغیر کوپلینگ جدید به صورت $z(t) = \mu_z \tanh \left(\int_0^t \frac{S_2}{\varphi_z} dt \right)$ معرفی شده که مشکل همگرایی



شکل ۳: مقایسه نرخ همگرایی سطوح لغزش S_1, S_2, S_3 با از شکل ۳ می‌توان دریافت که S_3 سریعتر از S_1, S_2 به صفر همگرا می‌شود. حال در ادامه، بعلت اینکه مساله انتخاب متغیر کوپلینگ پایداری در ارتباط است، ابتدا طراحی متغیر کوپلینگ مورد بحث قرار گرفته و تحلیل زمان محدودی، در بخش ۴-۳، بیان خواهد شد.

۴-۲ متغیر کوپلینگ پیشنهادی

بر اساس تحلیل ارائه شده در بخش ۳ دیدیم که، بعلت انتخاب متغیر کوپلینگ، روش DSMC معمولی تنها می‌توانست پایداری یکنواخت محدود را تضمین نماید (معادله (۷)). بنابراین لازم است با بازطراحی آن، یک متغیر کوپلینگ جدید (Z_{new})، پایداری متنجه از این روش را ببود بخشیده و مشکل متغیر کوپلینگ آن را بگونه‌ای حل نماییم که دامنه و نوسان کمتری داشته و در اهداف ریدیابی یا تقطیم بتواند، هر دو سطح لغزش را به صفر همگرا نموده و مشکل خطای حالت ماندگار نیز نداشته باشد.

بنابراین، به منظور رفع هر دو مشکل همگرایی هم‌زمان سطوح لغزش و عدم وجود خطای ماندگار، متغیر جدید (Z_{new}) به صورت زیر پیشنهاد می‌شود:

$$z_{new_i} = \mu_{1i} e^{-\int_0^t \left| \frac{S_{iB}}{\varphi_{1i}} \right| dt} - \mu_{1i} + \mu_{2i} \tanh \left(\frac{S_{iB}}{\varphi_{2i}} \right), \quad (18)$$

$$\varphi_{1i}, \varphi_{2i} > 1, 0 < \mu_{1i} < 1, 0 < \mu_{2i} < 1$$

بر اساس معادله (۱۷)، سطح لغزش اول برای مفصل i ام به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S_{iA} = e_{4i-1} + \alpha_{nA} (e_{4i-3} - z_{new_i}) + \beta_{iA} |e_{4i-3} - z_{new_i}|^{\gamma_{iA}} \text{sign}(e_{4i-3} - z_{new_i}) \quad (19)$$

$$1 < \gamma_{iA} < 2, 0 < \alpha_{iA}, 0 < \beta_{iA}$$

به همین صورت، سطح لغزش دوم به صورت زیر انتخاب می‌شود:

$$S_{iB} = e_{4i} + \alpha_{iB} e_{4i-2} + \beta_{iB} |e_{4i-2}|^{\gamma_{iB}} \text{sign}(e_{4i-2}), \quad (20)$$

$$1 < \gamma_{iA} < 2, 0 < \alpha_{iA}, 0 < \beta_{iA}$$

مشابه معادله (۸)، ورودی کنترل u_{eq_i} به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$u_{eq_i} = \left(\frac{-1}{g_{2i-1}(X_i)} \right) [f_{2i-1}(X_i) - \dot{x}_{d_{i1}} + \alpha_{iA} (e_{4i-1} - \dot{z}_{new_i})] + \beta_{iA} \gamma_{iA} (\dot{e}_{4i-3} - \dot{z}_{new_i}) |e_{4i-3} - z_{new_i}|^{\gamma_{iA}-1} \text{sign}(e_{4i-3} - z_{new_i}) \quad (21)$$

برای اجرای استراتژی کنترل مستقل مفصل، در رویکرد همزمان‌سازی، دینامیک خطای معادله (۴) به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases} \dot{e}_{4i-3}(t) = e_{4i-1}(t), \\ \dot{e}_{4i-2}(t) = e_{4i}(t), \\ \dot{e}_{4i-1}(t) = f_{2i-1}(X_i) + g_{2i-1}(X_i)u_i + d_{2i-1}(t) - \dot{x}_{d_{i1}}, \\ \dot{e}_{4i}(t) = f_{2i}(X_i) + g_{2i}(X_i)u_i + d_{2i}(t) \end{cases} \quad (15)$$

مشابه رابطه (۵)، معادله (۱۵) را به دو زیر سیستم A_i و B_i به صورت زیر تقسیم می‌کیم:

$$\begin{cases} \dot{e}_{4i-3}(t) = e_{4i-1}(t), \\ \dot{e}_{4i-1}(t) = f_{2i-1}(X_i) + g_{2i-1}(X_i)u_i + d_{2i-1}(t) - \dot{x}_{d_{i1}}, \\ \dot{e}_{4i-2}(t) = e_{4i}(t), \\ \dot{e}_{4i}(t) = f_{2i}(X_i) + g_{2i}(X_i)u_i + d_{2i}(t) \end{cases} \begin{cases} A_i \\ B_i \end{cases} \quad (16)$$

بنابراین مساله اصلی در (۱۶)، عبارت است از طراحی (u_i) برای مفصل i ، بگونه‌ای که خطاهای $e_{4i-3}(t), e_{4i-2}(t), e_{4i-1}(t), e_{4i}(t)$ به صفر همگرا شوند. گام اول، انتخاب سطوح لغزش است.

۴-۱ سطوح لغزش

همان گونه که بیان شد، یکی از مشکلات DSMC معمولی، زمان همگرایی نامحدود، بعلت استفاده از سطح لغزش خطی، است. برای حل این مساله در SMC، با سطح لغزش $s_1 = \dot{x} + \alpha e$, $\alpha > 0$ کنترل مد لغزشی ترمینال^۱ را با سطح لغزش $s_2 = \dot{x} + \alpha e^\gamma$, $\gamma < 1, \alpha > 0$ پیشنهاد کردند [۳۱]. اگرچه این روش زمان همگرایی محدودی دارد، اما این روش در نقاط اولیه دور از مبدأ، همگرایی کندی دارد. همچنین، در برخی موارد، تکینگی در سیگنال کنترل اجتناب ناپذیر است. برای جلوگیری از مشکلات ذکر شده TSMC، از یک سطح لغزش ترمینال سریع غیرتکین به صورت زیر استفاده می‌شود [۲۶]:

$$S_3 = \dot{x} + \alpha x + \beta |x|^\gamma \text{sign}(x) \quad (17)$$

معادله (۱۷) نرخ همگرایی بهتری داشته و به علت اینکه $1 < \gamma < 2$ است، مشکل تکینگی نیز ندارد. برای مقایسه بهتر زمان همگرایی سه سطح لغزش (s_1, s_2, s_3)، رفتار آن‌ها برای مقادیر $\alpha = 4, \beta = 1, \gamma = 1.9, e(0) = 5$ در شکل ۳ نشان داده شده است.

^۱Terminal Sliding Mode Control (TSMC)

$$\begin{aligned} u_{sw_i} = & \left(\frac{-1}{g_{2i-1}(X_i)} \right) \left[k_{1i} S_{iA} \right. \\ & + k_{2i} |S_{iA}|^{\rho_i} sign(S_{iA}) \\ & + k_{3i} \tanh(S_{iA}) \\ & \left. + \tanh^{-1}(\delta_i) \right] \end{aligned} \quad (22)$$

$k_{1i}, k_{2i} > 0$, $k_{3i} > D$, $0 < \rho_i < 1$
در رابطه (۲۲) $\frac{\|d_{2i-1}(t)\|}{k_{3i}} = \frac{D}{\delta_i}$. در نتیجه ورودی کنترل
نهانی به صورت زیر حاصل می شود:

مساله بعد طراحی بخش ناپیوسته ورودی کنترلی است که بعلت استفاده از تابع علامت معمولاً با چترینگ همراه است. در بخش بعد با ارائه یک تکنیک جدید، این مشکل حل شده است.

۴-۳ طراحی بخش ناپیوسته قانون کنترل

برای کاهش دامنه چترینگ در ورودی کنترلی، بخش ناپیوسته ورودی کنترل (u_{sw}) برای مفصل آم به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$\begin{aligned} u_i = & u_{eq_i} + u_{sw_i} \\ = & \left(\frac{-1}{g_{2i-1}(X_i)} \right) \left[f_{2i-1}(X_i) - \ddot{x} d_{i1} + \alpha_{iA} (e_{4i-1} - \dot{z}_{new_i}) \right. \\ & + \beta_{iA} \gamma_{iA} (\dot{e}_{4i-3} - \dot{z}_{new_i}) |e_{4i-3} - z_{new_i}|^{\gamma_{iA}-1} sign(e_{4i-3} - z_{new_i}) + k_{1i} S_{iA} \\ & \left. + k_{2i} |S_{iA}|^{\rho_i} sign(S_{iA}) + k_{3i} \tanh(S_{iA}) + \tanh^{-1}(\delta_i) \right] \end{aligned} \quad (23)$$

ارائه می شود. برای اثبات پایداری مجاذبی، تابع لیپانوف به صورت $v(S_{iA}) = \frac{1}{2} S_{iA}^2$ در نظر گرفته می شود. بنابراین، مشتق تابع لیپانوف برابر $S_{iA} \dot{S}_{iA} = S_{iA} \dot{S}_{iA}$ است. با استفاده از معادله (۱۶) و جایگزینی کنترل پیشنهادی (۲۳) در \dot{S}_{iA} مشتق تابع لیپانوف به صورت زیر بدست می آید

قضیه ۱: برای مفصل آم FJRM با دینامیک خطا (۱۶) ثابت می شود که با انتخاب متغیر کویلینگ (۱۸)، سطوح لغزش (۱۹)-(۲۰) و اعمال قانون کنترل (۲۳)، سیستم حلقه بسته دارای پایداری سرا سری مجاذبی زمان محدود است.

اثبات: اثبات پایداری مجاذبی زمان محدود، در دو مرحله انجام می شود. ابتدا پایداری مجاذبی اثبات شده و سپس تحلیل زمان محدودی

$$\begin{aligned} v(S_{iA}) = & \left(\frac{-1}{g_{2i-1}(X_i)} \right) \left[f_{2i-1}(X_i) - \ddot{x} d_{i1} + \alpha_{iA} (e_{4i-1} - \dot{z}_{new_i}) \right. \\ & + \beta_{iA} \gamma_{iA} (\dot{e}_{4i-3} - \dot{z}_{new_i}) |e_{4i-3} - z_{new_i}|^{\gamma_{iA}-1} sign(e_{4i-3} - z_{new_i}) + k_{1i} S_{iA} \\ & \left. + k_{2i} |S_{iA}|^{\rho_i} sign(S_{iA}) + k_{3i} \tanh(S_{iA}) + \tanh^{-1}(\delta_i) \right] \end{aligned} \quad (24)$$

با ساده کردن (۲۴)، $v(S_{iA})$ به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\begin{aligned} v(S_{iA}) = & -k_{1i} S_{iA}^2 - k_{2i} |S_{iA}|^{\rho_i+1} - k_{3i} \tanh(S_{iA}) + \tanh^{-1}(\delta_i) + d_{2i-1}(t) S_{iA} \\ \leq & -k_{1i} S_{iA}^2 - k_{2i} |S_{iA}|^{\rho_i+1} - k_{3i} \tanh(S_{iA}) + \tanh^{-1}(\delta_i) + S_{iA} D \\ = & -k_{1i} S_{iA}^2 - k_{2i} |S_{iA}|^{\rho_i+1} + DS_{iA} \left(1 - \frac{1}{\delta_i} \tanh(S_{iA}) + \tanh^{-1}(\delta_i) \right) \end{aligned} \quad (25)$$

- ۱) برای $S_{iA} > 0$ نشان می دهیم که $f(S_{iA}) < 0$. در نتیجه رابطه $DS_{iA}f(S_{iA}) < 0$ برقرار خواهد شد.
 - ۲) برای $S_{iA} < 0$ نشان می دهیم که $f(S_{iA}) > 0$. در نتیجه رابطه $DS_{iA}f(S_{iA}) < 0$ صادق است.
- لذا کافی است ثابت شود، تابع $f(S_{iA})$ یک تابع نزولی است. بدین منظور، از تابع $f(S_{iA})$ به صورت زیر مشتق می گیریم:

$$\frac{df(S_{iA})}{dS_{iA}} = \frac{-1}{\delta_i \cosh^2(S_{iA}) + \tanh^{-1}(\delta_i)} \quad (26)$$

همان طوری که در رابطه (۲۵) می توان ملاحظه نمود، دو ترم اول این معادله، به ازای تمامی مقادیر غیر صفر S_{iA} ، منفی هستند. پس برای اینکه $v(S_{iA}) < 0$ باشد تنها کافیست ثابت کنیم، مقدار ترم $DS_{iA} \left(1 - \frac{1}{\delta_i} \tanh(S_{iA}) + \tanh^{-1}(\delta_i) \right)$ غیر صفر S_{iA} منفی است.

برای اثبات، $f(S_{iA}) = 1 - \frac{1}{\delta_i} \tanh(S_{iA}) + \tanh^{-1}(\delta_i)$ در نظر گرفته می شود. در این تابع $f(0) = 0$. حال، با توجه به دو مقدار مثبت و منفی برای S_{iA} ، دو حالت زیر را در نظر می گیریم:

و (۲۴)، مشتق تابع لیاپانوف حاصله از این قانون برابر $\dot{v}(S_{i_A}(t)) = 0$ است. $S_{i_A}^2 - k_{1i} S_{i_A}^{2\rho_{i+1}} - k_{2i} |S_{i_A}|^{\rho_{i+1}} + DS_{i_A}$ بدست می‌آید. حال اگر در این رابطه $|S_{i_A}| < 1$ باشد، می‌توان مشاهده نمود که مقدار مشتق تابع لیاپانوف مثبت می‌شود. در این حالت، بدليل اینکه ترم‌های $S_{i_A}^{2\rho_{i+1}}$ و $S_{i_A}^2$ از $|S_{i_A}|^{\rho_{i+1}}$ کوچکتر است، مقدار مجموع ترم‌های منفی $(-k_{1i} S_{i_A}^{2\rho_{i+1}} - k_{2i} |S_{i_A}|^{\rho_{i+1}})$ کوچک‌تر از ترم مثبت (DS_{i_A}) بوده و مقدار $\dot{v}(S_{i_A}(t))$ مثبت می‌شود، که این موضوع، پایداری مجانی را تحت تاثیر قرار می‌دهد. لذا، می‌توان گفت که قانون رسیدن-TSM-type تنها می‌تواند پایداری محدود یکنواخت را در حالت کلی، برای سیستم حلقة بسته فراهم نماید. این در حالی است که قانون جدید که در رابطه (۲۳) پیشنهاد شده می‌تواند این مشکل را مرتفع نموده و در تمام حالات مشتق تابع لیاپانوف را منفی و پایداری مجانی سراسری را تضمین نماید.

حال از همگرا شدن S_{i_A} به صفر می‌توان نتیجه گرفت که $e_{4i-1} = 0$ و $\dot{e}_{4i-1} = z_{new_i}$ می‌شوند. از سوی دیگر از

$$\dot{S}_{i_A} = 0$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_{4i-1} = & -\alpha_{i_A} \dot{e}_{4i-3} - \beta_{i_A} \gamma_{i_A} |e_{4i-3}| \\ & - z_{new_i}^{\gamma_{i_A}-1} sign(e_{4i-3}) \\ & - z_{new_i} \dot{e}_{4i-3} \quad (28) \\ & + \alpha_{i_A} \dot{z}_{new_i} + \beta_{i_A} \gamma_{i_A} |e_{4i-3}| \\ & - z_{new_i}^{\gamma_{i_A}-1} sign(e_{4i-3}) \\ & - z_{new_i} \dot{z}_{new_i} \end{aligned}$$

با حل معادله (۲۸)، e_{4i-1} به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} e_{4i-1}(t) = & e_{4i-1}(0) e^{-\int \alpha_{i_A} + \beta_{i_A} \gamma_{i_A} |e_{4i-3} - z_{new_i}|^{\gamma_{i_A}-1} sign(e_{4i-3} - z_{new_i}) d\zeta} \\ & + \alpha_{i_A} \int_0^t e^{-\int \alpha_{i_A} + \beta_{i_A} \gamma_{i_A} |e_{4i-3} - z_{new_i}|^{\gamma_{i_A}-1} sign(e_{4i-3} - z_{new_i}) d\zeta} \dot{z}_{new_i}(\tau) d\tau \\ & + \beta_{i_A} \gamma_{i_A} \int_0^t e^{-\int \alpha_{i_A} + \beta_{i_A} \gamma_{i_A} |e_{4i-3} - z_{new_i}|^{\gamma_{i_A}-1} sign(e_{4i-3} - z_{new_i}) d\zeta} \dot{z}_{new_i}(\tau) |e_{4i-3} - z_{new_i}(\tau)|^{\gamma_{i_A}-1} d\tau \quad (29) \end{aligned}$$

رابطه (۳۰) نشان می‌دهد که $\dot{z}_{new_i}(t)$ هنگامی برابر با صفر خواهد شد که اگر وتها اگر هر دوی S_{i_B} و \dot{S}_{i_B} به طور همزمان برابر صفر شوند. از شرط $S_{i_B} = 0$ می‌توان نتیجه گرفت $e_{4i} + \alpha_{i_B} e_{4i-2} + \beta_{i_B} |e_{4i-2}|^{\gamma_{i_B}} sign(e_{4i-2}) = 0$ و $e_{4i} = 0$ شوند. از طرفی از صفر شدن S_{i_B} بر اساس رابطه (۱۸) $e_{4i-2} = 0$ می‌توان نتیجه گرفت که $z_{new_i} = 0$ است. در نتیجه $e_{4i-3} = 0$ و $\dot{e}_{4i-3} = z_{new_i} \rightarrow 0$ می‌شوند.

بنابراین، از تحلیل ریاضی فوق، این نتیجه حاصل می‌شود که اگر استراتژی کنترل مستقل مفصل بکار گرفته شود و ورودی کنترل (۲۳) بر روی مفصل آن اعمال شود، سطوح لغزش S_{i_A} و S_{i_B} و مشتق آنها به

بر اساس رابطه (۲۶)، می‌توان مشاهده نمود که، به ازای $S_{i_A} \in \mathbb{R}$ رابطه $\frac{df}{dS_{i_A}} < 0$ همواره برقرار است. بنابراین می‌توان گفت $f(S_{i_A})$ یک تابع اکیداً نزولی است. هم‌چنین می‌دانیم، در یک تابع اکیداً نزولی، اگر $a < b$ باشد آنگاه $f(a) > f(b)$ خواهد بود. پس داریم:

$$\begin{cases} S_{i_A} > 0 \rightarrow f(S_{i_A}) < f(0) \rightarrow f(S_{i_A}) < 0, \\ S_{i_A} < 0 \rightarrow f(S_{i_A}) > f(0) \rightarrow f(S_{i_A}) > 0 \end{cases} \quad (27)$$

بنابراین به ازای تمامی مقدار S_{i_A} در هر دو حالت، رابطه $DS_{i_A}f(S_{i_A}) < 0$ برقرار خواهد شد. در نتیجه می‌توان گفت $\dot{v}(S_{i_A}(t)) = -k_{1i} S_{i_A}^2 - k_{2i} |S_{i_A}|^{\rho_{i+1}} + DS_{i_A}f(S_{i_A}) < 0$ است.

درنتیجه، می‌توان مشاهده نمود که اگر $k_{1i}, k_{2i} > 0, k_{3i} > D$ باشند، آنگاه به ازای تمامی مقدار S_{i_A} غیر صفر S_{i_A} مقدار $(S_{i_A}(t))$ همواره منفی است. از طرف دیگر، هنگامیکه $S_{i_A} = 0$ است آنگاه $\dot{v}(S_{i_A}(t)) = 0$ می‌شود. پس مطابق قضیه لاسال، سیستم کنترل حلقة بسته دارای پایداری مجانی به ازای هر شرط اولیه محدود است. در نتیجه کنترل (۲۳) می‌تواند S_{i_A} و \dot{S}_{i_A} را به طور همزمان در حضور اغتشاش خارجی و عدم قطعیت به صفر همگرا نماید.

نکته ۴: در رابطه (۲۳)، ترم $k_{3i}tanh(S_{i_A} + \tanh^{-1}(\delta_i))$ به قانون رسیدن^۱ TSM-Type که در [۳۲] معرفی شده و برابر \dot{S} است، اضافه شده است. اگرچه قانون TSM-Type که در مقالات مختلفی از آن استفاده شده [۳۳، ۳۴، ۲۶، ۳۵]، می‌تواند مشکلات مربوط به سرعت رسیدن و کاهش چترینگ را حل کند، اما، این قانون در تضمین پایداری مجانی در نزدیک سطح لغزش صفر، دچار مشکل است. چراکه مشابه روابط (۲۵)

در این رابطه، $e_{4i-1}(0)$ شرایط اولیه خطأ است. معادله (۲۹) نشان می‌دهد که اگر $\dot{z}_{new_i}(t) = 0$ باشد آنگاه $e_{4i-1}(t) = 0$ خواهد شد. با توجه به تعریف متغیر z_{new_i} در (۱۸) و مشابه معادلات (۱۰)-(۱۴) برای بررسی شرط آخر (یعنی $\dot{z}_{new_i}(t) = 0$) به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{z}_{new_i} &= -\mu_1 \left| \frac{S_{i_B}}{\varphi_{1i}} \right| e^{-\int_0^t \left| \frac{S_{i_B}}{\varphi_{1i}} \right| dt} \\ &+ \mu_{2i} \left(\frac{\dot{S}_{i_B}}{\varphi_{2i}} \right) (sech^2 \left(\frac{S_{i_B}}{\varphi_{2i}} \right)) \quad (30) \end{aligned}$$

^۱ Terminal Sliding mode type reaching law

که $|\dot{S}_{i_A}| \leq -\eta |S_{i_A}|$ می باشد که η یک مقدار ثابت و مثبت است.
بنابراین، وقتی $S_{i_A} > 0$ است می توان نتیجه گرفت که $\dot{S}_{i_A} \leq -\eta$
می شود. بنابراین، با انتگرال گیری از طرفین این رابطه، معادله (۳۲) حاصل می شود:

$$\int_{S_{i_A}(0)}^{S_{i_A}(T_r)} ds \leq \int_0^{T_r} -\eta dt \rightarrow S_{i_A}(T_r) - S_{i_A}(0) \quad (32)$$

$$\leq -\eta T_r \rightarrow T_r \leq \frac{S_{i_A}(0)}{\eta}$$

بطور مشابه اگر $S_{i_A}(0) < 0$ باشد آنگاه $T_r \leq -\frac{S_{i_A}(0)}{\eta}$ است. پس داریم:

$$T_r \leq \frac{|S_{i_A}(0)|}{\eta} \quad (33)$$

از آنجایکه $|S_{i_A}(0)|$ و η محدود هستند لذا زمان رسیدن T_r بین محدود است. در ادامه آنالیز پایداری زمان محدودی، مدت زمان لغزش T_s محاسبه می شود که طبق تعریف برابر است با زمانی که طول $e_{4i-3}(T_s + T_r) = 0$ باشد. این فاز، فاز لغزش نامیده شده و در طول مدت آن $S_{i_A}(t) = 0$ است. زمان لغزش T_s را می توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\begin{aligned} S_{i_A} = 0 &\rightarrow \dot{e}_{4i-3} + \alpha_{i_A}(e_{4i-3} - z_i) + \beta_{i_A}|e_{4i-3} - z_i|^{\gamma_{i_A}} \text{sign}(e_{4i-3} - z_i) = 0 \\ \dot{e}_{4i-3} &= \frac{de_{4i-3}}{dt} = -[\alpha_{i_A}(e_{4i-3} - z_i) + \beta_{i_A}|e_{4i-3} - z_i|^{\gamma_{i_A}} \text{sign}(e_{4i-3} - z_i)] \rightarrow \\ \int_{T_r}^{T_s+T_r} dt &= \int_{e_{4i-3}(T_r)}^0 \frac{-de_{4i-3}}{\alpha_{i_A}(e_{4i-3} - z_i) + \beta_{i_A}|e_{4i-3} - z_i|^{\gamma_{i_A}} \text{sign}(e_{4i-3} - z_i)} \\ T_s &= \frac{1}{\alpha_{i_A}(1 - \gamma_{i_A})} \ln\left(\frac{\alpha_{i_A}|e_{4i-3}(T_r) - z_i(T_r)|^{1-\gamma_{i_A}} + \beta_{i_A}}{\beta_{i_A}}\right) \end{aligned} \quad (34)$$

تا اینجا، مشکلات مربوط به DSMC معمولی حل شد. در ادامه این روش برای ایجاد و کنترل آشوب در FJRM با n مفصل با رویکرد همزمان سازی مورد استفاده قرار می گیرد. برای درک بهتر این طرح، بلوک دیاگرام نحوه اجرای آن در شکل ۴ نشان داده شده است.

طور همزمان به صفر همگرا می شوند. نتیجتاً مقدادر خطای ریدایی بنابراین، $e_{4i-3}(t), e_{4i-2}(t), e_{4i-1}(t), e_{4i}(t)$ نیز به صفر میل می کنند. بنابراین، کنترل کننده پیشنهادی پایداری مجاذبی سیستم حلقه بسته را در حضور اغتشاشات خارجی و عدم قطعیت های موجود تضمین می کند.

به طور خلاصه با اعمال کنترل (۲۳) به (۱۵) داریم:

$$u_i \rightarrow$$

$$S_{i_A} = 0 \rightarrow \begin{cases} e_{4i-3} = z_{new,i}, \\ e_{4i-1} = 0 \end{cases} \quad and$$

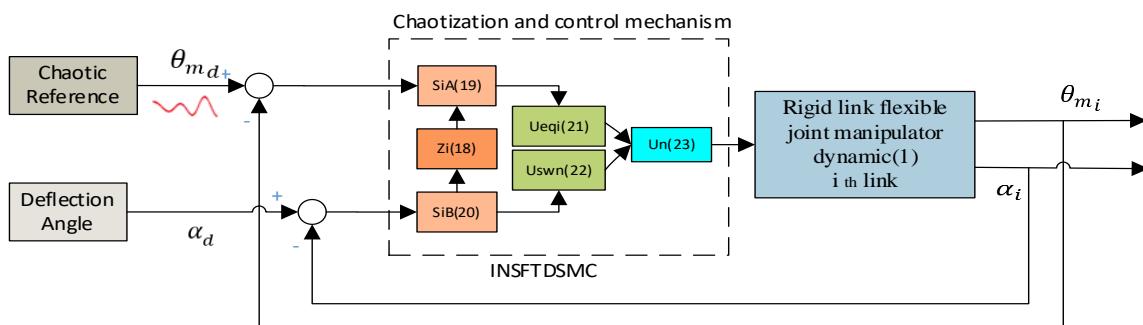
$$\dot{S}_{i_A} = 0 \rightarrow e_{4i-1} = 0 \rightarrow \dot{z}_{new,i}(t) = 0 \rightarrow \quad (31)$$

$$\begin{cases} S_{i_B} = 0, \rightarrow z_{new,i} = 0 \rightarrow e_{4i-3} = 0, \\ e_{4i} = e_{4i-2} = 0 \end{cases} \quad and$$

۴-۴ آنالیز پایداری زمان محدود

طبق تعریف، زمان رسیدن T_r مدت زمانی است که طول می کشد تا سیستم از $0 \neq S_{i_A}(0)$ به $S_{i_A}(T_r) = 0$ برسد [۳۵]. یعنی پس از گذشت این زمان داریم $S_{i_A}(T_r) = 0$. بر اساس معادله (۲۵) می بینیم

از (۳۴)، می توان نتیجه گرفت که زمان لغزش T_s نیز محدود است. بنابراین، $(T_s + T_r)$ بین یک زمان محدود خواهد بود. اکنون می توان ادعا نمود که سیستم کنترل حلقه بسته، با توجه به متغیر کوپلینگ جدید (۱۸)، سطوح لغزش (۱۹)-(۲۰)، و تحت قانون کنترل اصلاح شده (۲۳) در حضور اغتشاش و عدم قطعیت و آشوب، دارای پایداری مجاذبی زمان محدود است. این اثبات را کامل می کند. ■



شکل ۴: بلوک دیاگرام پایدارسازی طرح پیشنهادی

است که معیارهای ارزیابی بر اساس خطای ردیابی، دامنه و رودی کنترل، زمان همگرایی و مقدار زاویه انحراف است. معادلات دینامیکی بازوی رباتیک در پیوست آورده شده است. هر دو شبیه سازی و اعتبار سنجی عملی در محیط MATLABTM / SimulinkTM 2019a انجام شده است.

۵- نتایج شبیه سازی و پیاده سازی عملی

در این بخش، برای تأیید عملکرد کنترل پیشنهادی، چندین شبیه سازی و پیاده سازی عملی بر روی یک FJRM تک مفصل آشوبی انجام می شود و نتایج با روش های DSMC و HSMC مقایسه می شوند. لازم به ذکر

۱- نتایج شبیه سازی

در مرحله شبیه سازی، کنترل پیشنهادی (۲۳) با رویکرد همزمانی آشوبی بر روی بازو پیاده سازی می شود. ضرایب کنترل کننده ها در جدول ۱ آورده شده است

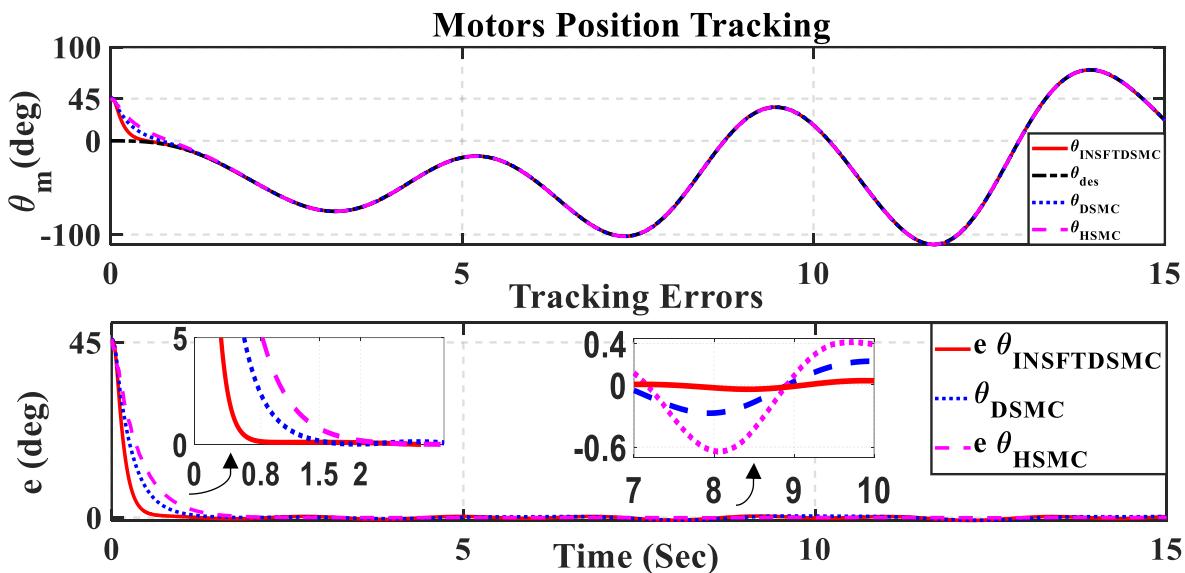
جدول ۱: مقادیر ضرایب کنترل کننده ها

پارامترهای INSFTDSMC (۲۳)														
پارامترها	α_1	β_1	γ_1	α_2	β_2	γ_2	k_1	k_2	k_3	ρ	μ_1	μ_2	φ_1	φ_2
مقادیر	۸,۵	۳	۱,۹	۹۵	۱۵	۱,۸	۷	۵	۰,۸۱	۰,۱	۰,۱	۰,۳	۱۵	۱,۵

DSMC پارامترهای					HSMC پارامترهای						
پارامتر	c_1	c_2	k	φ_z	z_u	c_1	c_2	k_1	k_2	η_1	η_2
مقادیر	۳,۹	۸۰	۰,۸۷	۵	۰,۹	۲,۸	۰,۱	۳۲,۱	۶۳,۱	۱۰	۸

به منظور لحاظ کردن عدم قطعیت ساختاری، در طراحی کنترل کننده فرض گردید که پارامترهای بازو ۹۰ درصد مقادیر نامی جدول ۱ هستند. در این صورت تمامی کنترل کننده ها با عدم قطعیت پارامتری ۱۰ درصدی مواجه می شوند. هم چنین، اختشاشات خارجی به صورت

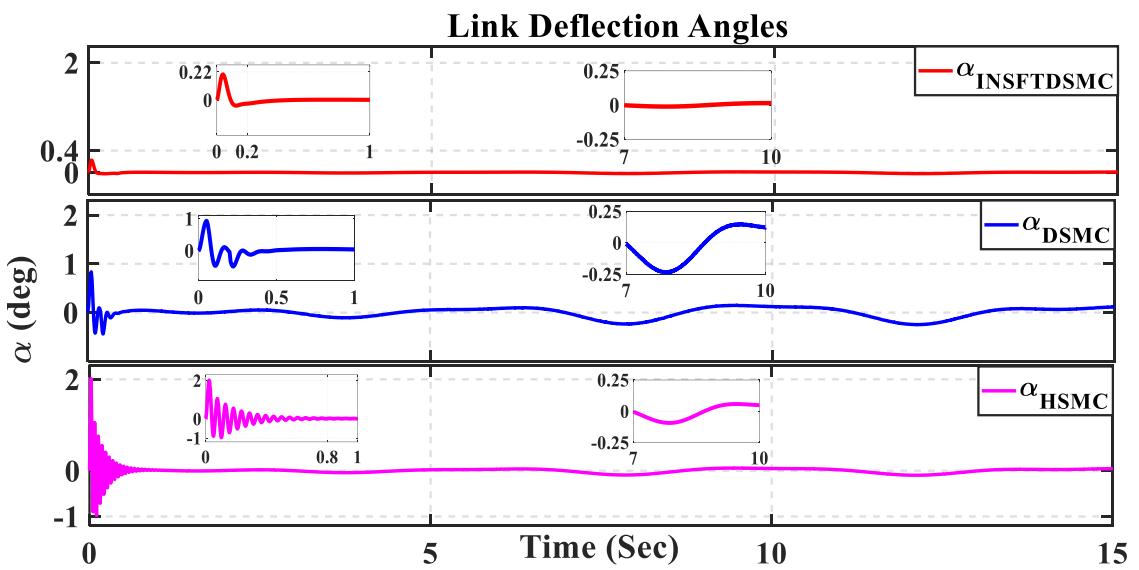
به منظور لحاظ کردن عدم قطعیت ساختاری، در طراحی کنترل کننده فرض گردید که پارامترهای بازو ۹۰ درصد مقادیر نامی جدول ۱ هستند. در این صورت تمامی کنترل کننده ها با عدم قطعیت پارامتری ۱۰ درصدی مواجه می شوند. هم چنین، اختشاشات خارجی به صورت



شکل ۵: عملکرد کنترل کننده ها در همزمان سازی آشوبی در شبیه سازی

سرعت همگرایی در کنترل پیشنهادی به دلیل استفاده از سطح لغزشی جدید است. همچنین رفتار کنترل کننده ها از ثانیه هفتم تا دهم نشان می دهد که روش پیشنهادی نسبت به اختشاش نیز مقاوم تر است. عملکرد کنترل زوایای انحراف در شکل ۶ نشان داده شده است.

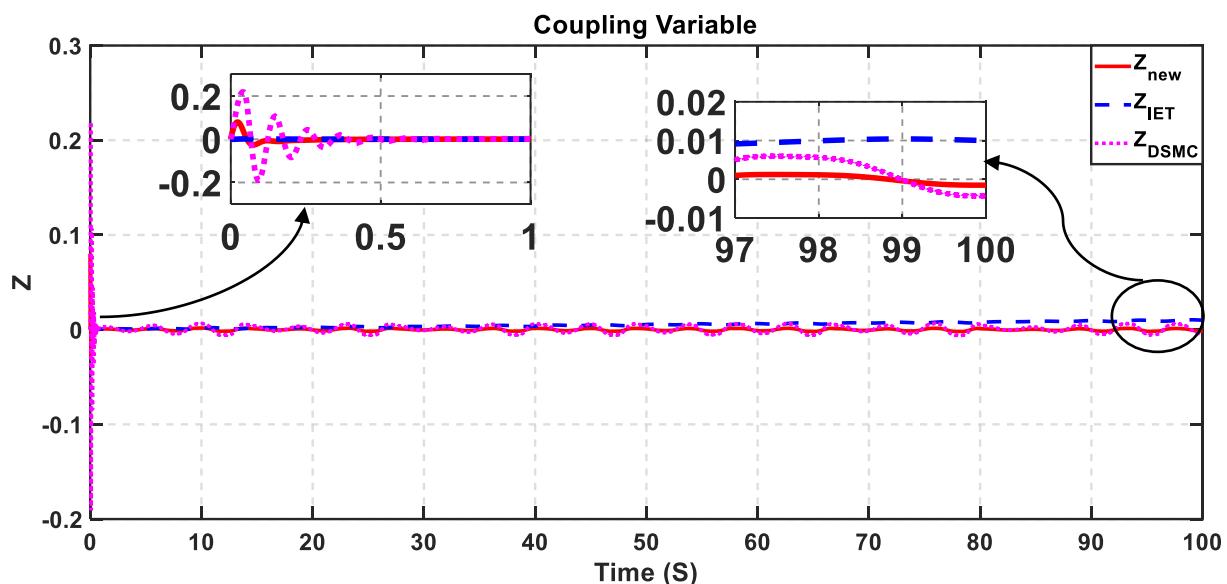
نمودار پایین شکل ۵ نشان می دهد که کنترل پیشنهادی خطای همزمان سازی را در مدت ۰,۸ ثانیه به صفر رسانده است. در این حالت آشوب به سیستم تزریق می شود. در مقابل، این زمان برای DSMC و HSMC به ترتیب برابر ۱,۵ و ۲ ثانیه است. می توان گفت، بهبود



شکل ۶: عملکرد کنترل کننده‌ها از نظر مقادیر زاویه انحراف در شبیه‌سازی

انتخاب متغیر کوپلینگ این روش باشد. با توجه به اینکه روش HSMC قادر متغیر کوپلینگ است، مقایسه رفتار سه متغیر کوپلینگ ذکر شده در مقالات شامل، متغیر کوپلینگ جدید (۱۸)، متغیر کوپلینگ قبلی (۷) و متغیر کوپلینگ [۲۶]، در شکل ۷ برای مدت زمان ۱۰۰ ثانیه نشان داده شده است.

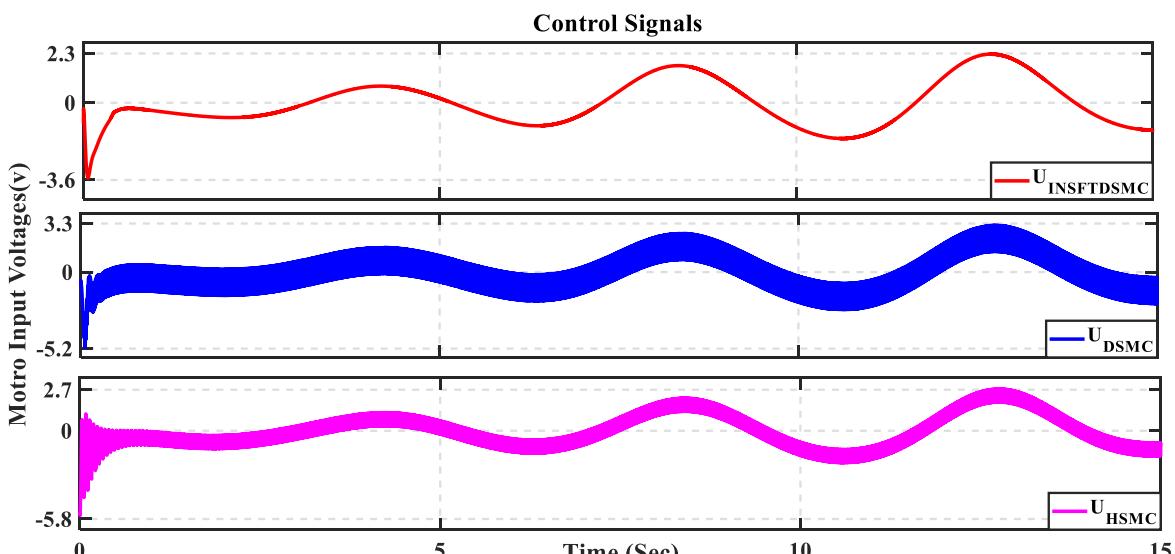
همان‌طور که در شکل ۶ نشان داده شده، زاویه انحراف در روش پیشنهادی با حداکثر مقدار ۰,۲۲ درجه در ۰,۰۲ ثانیه به صفر همگرا می‌شود. در حالیکه DSMC زاویه انحراف را با حداکثر ۰,۲ درجه به صفر می‌رساند و زمان‌های همگرای نیز به ترتیب برابر با ۰,۵ و ۰,۸ ثانیه است. علاوه بر این، زاویه انحراف در DSMC در یک محدوده کراندار، نوسان دارد. یکی از دلایل این امر ممکن است



شکل ۷: مقایسه رفتار متغیرهای کوپلینگ در زمانهای طولانی

پیشنهادی (۱۸) در شرایط آشوبی دامنه کمتری نسبت به متغیر کوپلینگ DSMC (رابطه ۷) دارد و قادر نوسانات اضافی است. ورودی‌های کنترل در شکل ۸ نشان داده شده است.

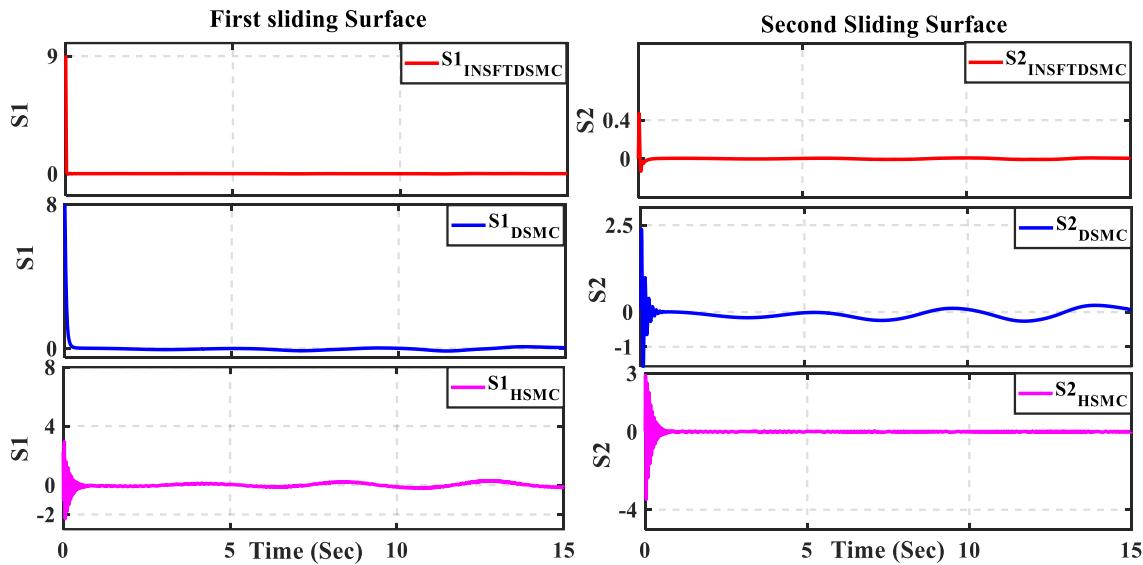
از شکل ۷ می‌توان مشاهده نمود که، متغیر جدید پیشنهادی در مدت زمان طولانی خطای حالت ماندگار ندارد اما متغیر پیشنهاد شده در [۲۶] هر چند هر دو سطح لغزش را به صفر همگرا می‌کند اما، بدلیل استفاده از ترم انتگرالی دارای ۰,۰۱ خطای حالت ماندگار است. هم‌چنین متغیر



شکل ۸: مقادیر ورودی کنترل کننده ها در شبیه‌سازی

به ترتیب ۵,۲۵ و ۵,۸ ولت و همراه با چترینگ است. رفتار سطح لغزش در شکل ۹ نشان داده شده است.

شکل ۸ نشان می‌دهد که ورودی کنترل (۲۳) دارای حداقل دامنه ۳,۶ ولت و بدون چترینگ بوده اما، حداقل ورودی های DSMC و



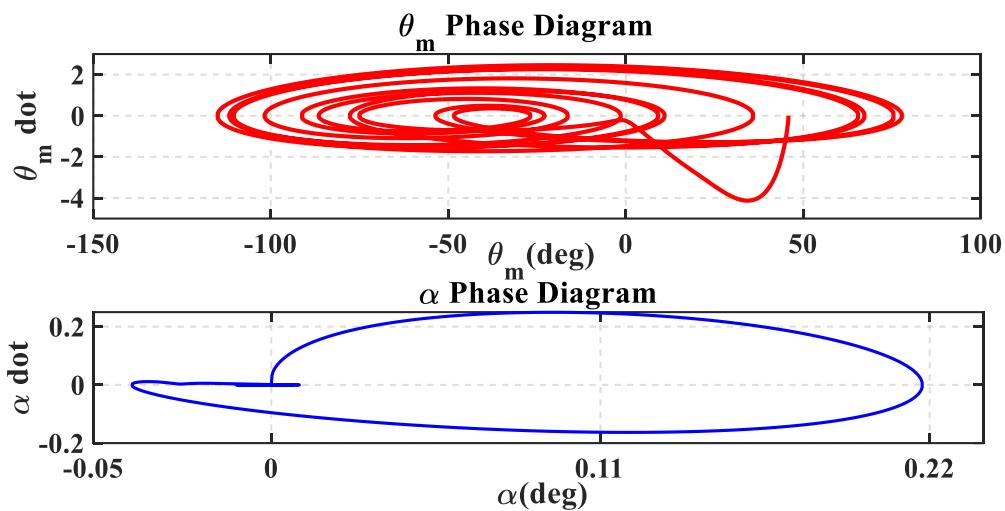
شکل ۹: سطوح لغزشی کنترل پیشنهادی و DSMC

همگرایی مناسب قابل دستیابی نباشد. در این حالات، بر اساس معادله (۱۴)، متغیر حالت دوم (α) ممکن است به صفر همگرا نشود و فقط در یک محدوده کراندار باقی بماند. بنابراین، DSMC تنها می‌تواند پایداری یکنواخت محدود را تضمین نماید. در مقابل، با توجه به شکل‌های ۶, ۷, ۹ و ۱۰، با متغیر کوپلینگ جدید، این مشکل حل می‌شود و پایداری مجانبی توسط INSFTDSMC حاصل می‌شود.

همچنین دیاگرام فاز موقعیت موتور و زاویه انحراف در شکل ۱۰ برای مدت شبیه‌سازی ۵۰ ثانیه نشان داده شده است.

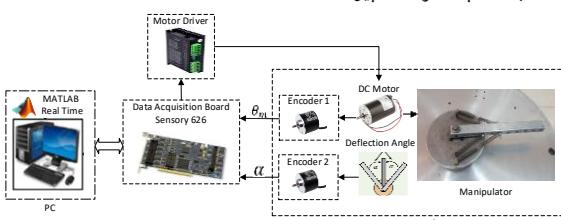
از شکل ۹، می‌توان مشاهده نمود که سطح لغزشی دوم در INSFTDSMC به صفر همگرا می‌شود. اما برای DSMC در یک محدوده کراندار نزدیک صفر باقی مانده و دارای نوسان است. بنابراین می‌توان گفت که به دلیل تغییر دامنه و فرکانس مرجع مطلوب آشوبی، DSMC عملکرد مناسبی در شرایط آشوبی ندارد.

نکته ۵: لازم به ذکر است که در اهداف تنظیم، متغیر کوپلینگ DSMC ممکن است عملکرد مناسبی را ارائه دهد، اما در ریدیابی یک مرجع آشوبی، بر اساس نکات ذکر شده، در برخی شرایط ممکن است



شکل ۱۰: دیاگرام فاز موقعیت زاویه ای موتور و زاویه انحراف در شبیه سازی

موتور DC به عنوان عملگر، نیروی لازم را برای راه اندازی و حرکت مفصل فراهم می‌نماید. گشتاور اعمالی از موتور، فریم و بدن‌های که بازو به آن متصل است را به حرکت در می‌آورد. فنرهای متصل به رابط به جهت ایجاد انعطاف در بازو به کار گرفته می‌شوند و متناسب با مقادیرشان، باعث ایجاد انحراف در زاویه موتور می‌گردند. دو انکودر نوری افزایشی به عنوان سنسور در مسیر فیدبک، به کار گرفته شده‌اند تا زوایای موتور و زاویه انحراف را اندازه گیری نمایند. انکودر اول که به شفت موتور متصل است، برای اندازه گیری زاویه موتور (θ_m) و انکودر دوم که به انتهای رابط وصل است، برای اندازه گیری زاویه انحراف (α) استفاده شده است. برد DAQ از یک طرف، اطلاعات اندازه گیری شده به وسیله سنسورها را به رایانه فرستاده و از طرف دیگر، فرامین کنترلی تولید شده بوسیله رایانه را به درایور موتور می‌دهد. فرامین کنترلی بر اساس کنترل پیشنهادی در محیط نرم افزاری Matlab تولید می‌شود. در نهایت، درایور موتور و لنتاً متاتاب با فرامین اعمال شده را برای رسیدن به مقادیر مطلوب به موتور، اعمال می‌کند. بلوک دیاگرام نحوه پیاده‌سازی عملی در شکل ۱۲ نشان داده شده است. همانند بخش ۱،۵، معادلات بازو و پارامترها در پیوست آورده شده است.



شکل ۱۲: شماتیک پیاده‌سازی عملی

شرایط آشوبی‌سازی بازو، مقادیر اولیه و ضرایب کنترل کننده و پارامترهای سیستم همانند بخش ۱،۵ است. شکل ۱۳ عملکرد موقعیت موتور را در همزمانی آشوبی نشان می‌دهد

شکل ۱۰ رفتار آشوبی موقعیت زاویه ای موتور (θ_m) را نشان می‌دهد. اما زاویه انحراف (α) رفتار کنترل شده و غیر آشوبی داشته، در حالی که سیستم آشوبی است. علاوه بر این، از معیار (IAE) به عنوان ابزاری برای مقایسه بهتر عملکرد کنترل کننده‌ها استفاده شده و نتایج مقایسه در جدول ۲ آورده شده است.

جدول ۲: مقایسه معیار IAE کنترل پیشنهادی با DSMC و HSMC در شبیه سازی

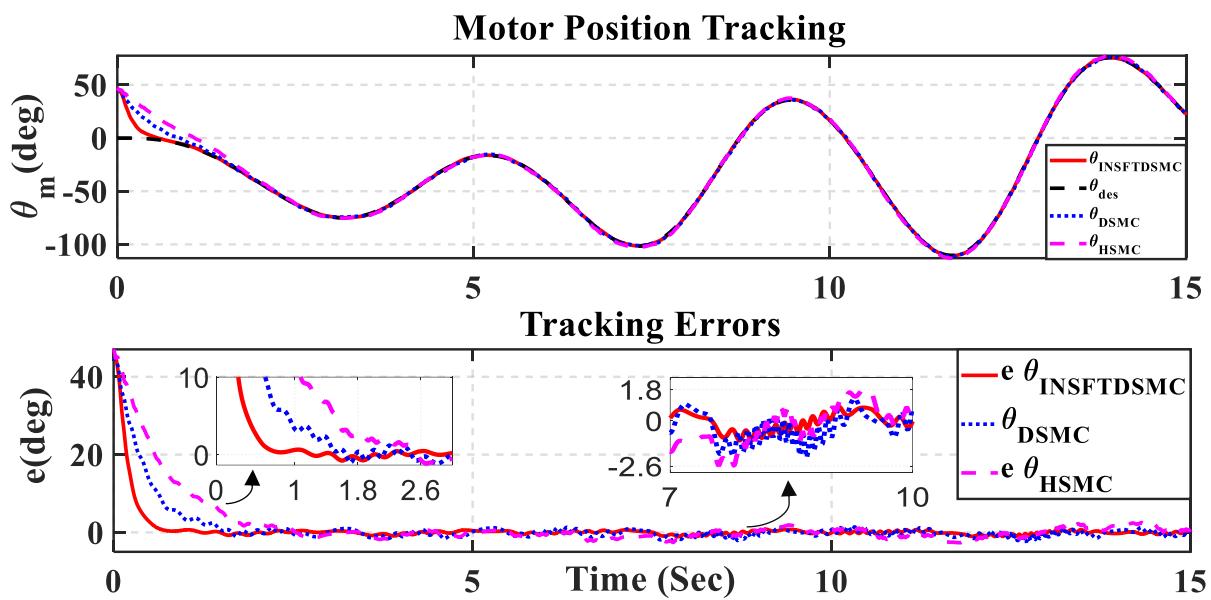
معیارها	IAE		
	کنترل پیشنهادی (۲۳)	DSMC	HSMC
خطای ردبایی	۰,۱۶	۰,۲۸	۰,۳
موقعیت			
زاویه انحراف	۰,۰۰۲	۰,۲۱۴	۰,۲۵۷

۵-۲ نتایج پیاده‌سازی عملی

برای ارزیابی عملی کنترل پیشنهادی (۲۳)، در این بخش، آزمایشاتی بر روی بازوی رباتیک به صورت سخت افزار در حلقه انجام شده است. بستر سخت افزاری که در شکل ۱۱ نشان داده شده، شامل یک بازوی ربات، یک موتور DC، دو انکودر نوری افزایشی، یک درایور موتور، یک کارت جمع آوری داده (DAQ) و چهار فنر است.



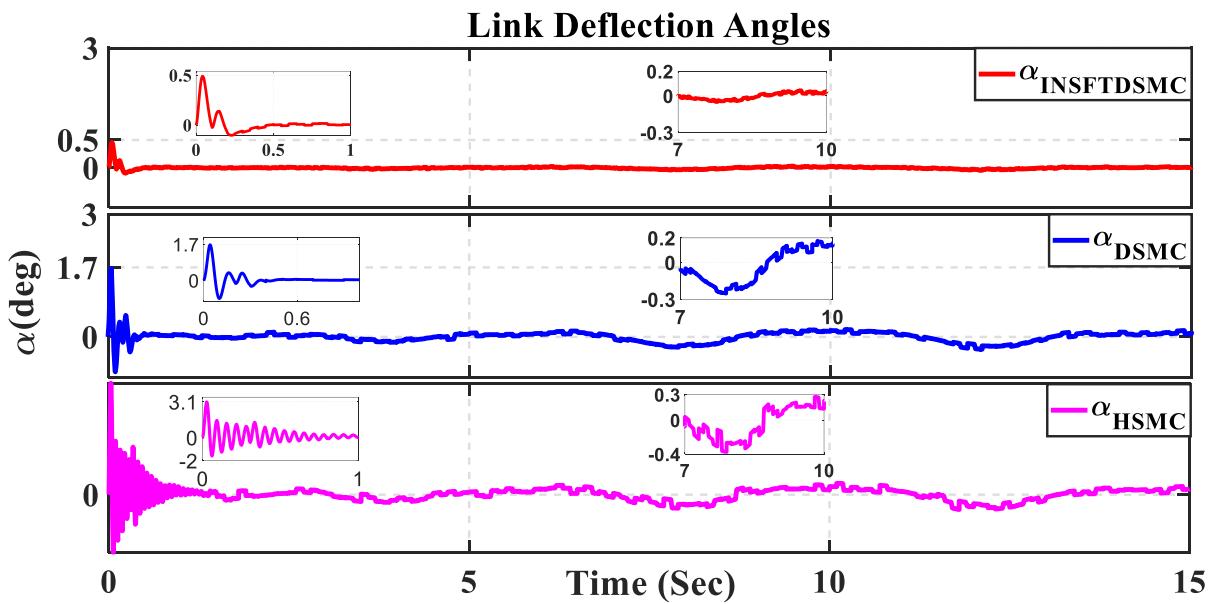
شکل ۱۱: بستر سخت افزاری پیاده‌سازی عملی بصورت سخت افزار در حلقه



شکل ۱۳: عملکرد کنترل کننده ها در همزمان سازی آشوبی در پیاده سازی عملی

شکل ۱۳ نشان می دهد که کنترل پیشنهادی خطای همزمانی آشوبی را به ترتیب برابر ۱,۸ و ۲,۶ ثانیه است. شکل ۱۴ رفتار زوایای انحراف را نشان می دهد.

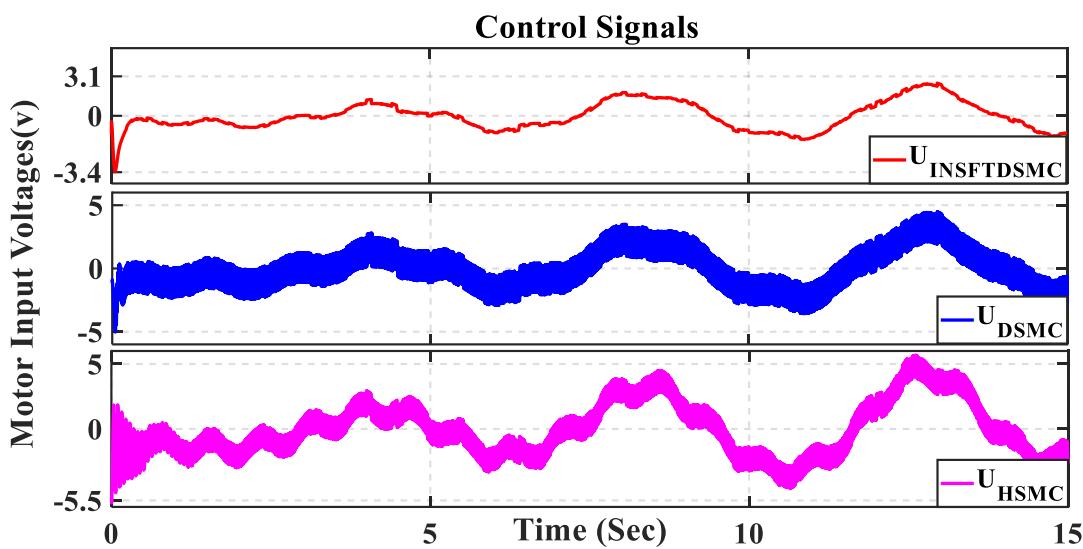
در مدت ۱ ثانیه به صفر می رساند، این در حالی است که این زمان برای زوایای انحراف را نشان می دهد.



شکل ۱۴: عملکرد کنترل کننده ها از نظر مقادیر زاویه انحراف در پیاده سازی عملی

با حداکثر مقادیر ۳,۱ و ۱,۷ درجه با نوسانات بیشتر، به ترتیب در ۰,۶ و ۱ ثانیه به صفر همگرا می کنند. شکل ۱۵ ورودی های کنترل را در پیاده سازی عملی نشان می دهد.

شکل ۱۴ نشان می دهد که کنترل پیشنهادی (۲۳) عملکرد مطلوبی از نظر کاهش زاویه انحراف دارد و زاویه انحراف را با حداکثر ۰,۵ درجه در ۰,۵ ثانیه به صفر می رساند. در مقابل، DSMC و HSMC زوایای انحراف را



شکل ۱۵: ورودی کنترل کنندها در پیاده‌سازی عملی

است. همچین دامنه نوسان و چترینگ نسبت به شبیه‌سازی افزایش یافته

است. مقایسه عددی نتایج شبیه‌سازی و پیاده‌سازی عملی در جدول ۳ بیان شده است.

شکل ۱۵ نشان می‌دهد که دامنه ورودی در پیاده‌سازی عملی کمتر از شبیه‌سازی است و حداقل دامنه آن برای روش پیشنهادی حدود ۳,۴ ولت

جدول ۳: مقایسه عددی نتایج پیاده‌سازی عملی و شبیه‌سازی

معیارها	نتایج شبیه‌سازی		
	کنترل پیشنهادی (۲۳)	DSMC	HSMC
Max Rotor Position Settling Time (sec)	۰,۸	۱,۵	۲
Max Link Deflection (°)	۰,۲	۱	۲
Max Amplitude Control Input (v)	۳,۶	۵,۲۵	۵,۸
معیارها	نتایج پیاده‌سازی عملی		
	کنترل پیشنهادی (۲۳)	DSMC	HSMC
Max Rotor Position Settling Time (sec)	۱	۱,۸	۲,۶
Max Link Deflection (°)	۰,۵	۱,۷	۳,۱
Max Amplitude Control Input (v)	۳,۴	۵	۵,۵

روش DSMC، نقاط قوت و ضعف آن به طور کامل، مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. سپس، مشکلات حاکم بر آن با پیشنهاد یک کنترل کننده جدید با عنوان INSFTDSMC که شامل یک متغیر کوپلینگ جدید، یک سطح لغزشی سریع ترمیнал و یک تکنیک جدید برای کاهش چترینگ است، بر طرف شد. هم‌چنین طرح کنترلی برای بازوهایی با n مفصل انعطاف‌پذیر توسعه داده شد. نتایج تحلیل‌ها نشان می‌دهد که DSMC تنها می‌تواند پایداری یکنواخت محدود را در برخی حالات ارائه دهد، در حالی که اثبات ریاضی تأیید می‌کند که سیستم حلقه بسته با استفاده از INSFTDSMC، دارای پایداری مجانبی زمان محدود در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری، اختشاشات خارجی و آشوب است. برای ارزیابی

نتایج شکل‌ها و اعداد ارائه شده در جدول ۳ نشان می‌دهد که روش پیشنهادی بهتر از دو روش دیگر عمل نموده و سرعت همگرایی روش HSMC بهتر از DSMC است.

۶- نتیجه‌گیری

این مقاله به بررسی مساله ردیابی موقعیت بازوهای رباتیک با مفاصل انعطاف‌پذیر در حضور آشوب، عدم قطعیت و اغتشاش پرداخته است. در این راستا از یک رویکرد همزمان‌سازی با یک مرجع آشوبی برای ایجاد آشوب در دینامیک بازو استفاده شد. علاوه بر این، بررسی قابلیت‌های

بر روی FJRM تک مفصل، به صورت سخت افزار در حلقه نیز انجام شد.
نتایج شبیه سازی و پیاده سازی عملی کارایی بهتر کنترل کننده پیشنهادی را تأیید می کنند.

عملکرد INSFTDSMC، چندین شبیه سازی بر روی یک FJRM تک مفصل انجام شده و عملکرد آن از نظر حداقل انحراف رابط، زمان همگرایی، دامنه ورودی کنترل، پاسخ گذرا و خطای رذایی ارزیابی و نتایج با HSMC و DSMC مقایسه شد. علاوه بر این، یک ارزیابی عملی نیز

پیوست

معادلات دینامیکی FJRM تک مفصل، به صورت زیر است [۲۷]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_3(t), \\ \dot{x}_2(t) = x_4(t), \\ \dot{x}_3(t) = f_1(X) + g_1(X)u(t) + d_1(t), \\ \dot{x}_4(t) = f_2(X) + g_2(X)u(t) + d_2(t) \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

بردار حالت برابر $X = [\theta_m, \alpha, \dot{\theta}_m, \dot{\alpha}]$ و توابع سیستم به صورت زیر است

$$f_1(X) = \frac{K_s}{J_{eq}} x_2 + \frac{(-K_2 - B_{eq} + B_{Arm})}{J_{eq}} x_3 + \frac{B_{Arm}}{J_{eq}} x_4,$$

$$f_2(X) = \frac{mgl \sin(x_1 + x_2)}{J_{Arm}} - \frac{K_s(J_{eq} + J_{Arm})}{J_{eq}J_{Arm}} x_2 + \left(\frac{K_2 + B_{eq} - B_{Arm}}{J_{eq}} - \frac{B_{Arm}}{J_{Arm}} \right) x_3 - \frac{B_{Arm}(J_{eq} + J_{Arm})}{J_{Arm}J_{eq}} x_4 \quad (\text{A.2})$$

$$g_1(X) = \frac{\eta_g \eta_m K_t K_g}{J_{eq} R_m} \quad g_2(X) = -g_1(X),$$

$$K_2 = \frac{\eta_g K_g^2 \eta_m K_m K_t}{R_m}$$

مقادیر پارامترهای سیستم در جدول ۴ بیان شده است.

جدول ۴: مقادیر پارامترهای موتور و بازوی رباتیک

Definition	Parameter	Values
Equivalent Viscous damping ($N.M.S/rad$)	B_{eq}	۰,۰۷
Rotor Viscous Friction ($N.M.S/rad$)	B_{arm}	۰,۰۰۴
Back-EMF Constant ($V.S/rad$)	K_m	۰,۰۷۶۷
Motor Torque Constant ($N.M/A$)	K_t	۰,۰۷۶۷
Total Gear Ratio	K_g	۱۴۵
Gearbox Efficiency	η_g	۰,۸۹
Armature Efficiency	η_m	۰,۸۴
Motor Resistance (Ω)	R_m	۲,۴
Joint Stiffness	K_s	۵۰
Equivalent Inertia ($Kg.m^2$)	J_{eq}	۰,۰۰۲۳
Total Link Inertia ($Kg.m^2$)	J_{arm}	۰,۰۰۳۵۲
Length of the Link (m)	l	۰,۳
Mass of the Link (Kg)	m	۰,۱
Gravitational Constant (N/m)	g	۹,۸۱

مراجع

- [13] Gao H, He W, Zhou C, Sun C. "Neural network control of a two-link flexible robotic manipulator using assumed mode method", *IEEE Transactions on Industrial Informatics*. 2018, 22;15(2):755-65.
- [14] Ling S, Wang H, Liu PX. "Adaptive fuzzy tracking control of flexible-joint robots based on command filtering", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2019, 10;67(5):4046-55.
- [15] Spyrapos-Papastavridis E, Dai JS. "Minimally model-based trajectory tracking and variable impedance control of flexible-joint robots", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2020, 20;68(7):6031-41.
- [16] Rostami Kandroodi Mojtaba, Farivar Faeze A. Mahdi, "Control of flexible joint manipulator via variable structure rule-based fuzzy control and chaos anti-control with experimental validation", *Intelligence systems in electrical engineering*, 4th year, No. 4, (2014), 1-12.
- [17] Lochan K, Singh JP, Roy BK, Subudhi B. "Chaotic path planning for a two-link flexible robot manipulator using a composite control technique", In *Recent Advances in Chaotic Systems and Synchronization* 2019, 1 (pp. 233-257).
- [18] Dianwei Qian, Jianqiang Yi, "Hierarchical sliding mode control for under-actuated cranes design", *analysis and simulation*, Springer Link, 2015, 978-3-662-48417-3.
- [19] Soltanpour MR, Moattari M. "Voltage based sliding mode control of flexible joint robot manipulators in presence of uncertainties", *Robotics and Autonomous Systems*. 2019, 1:118:204-19.
- [20] Lo JC, Kuo YH. "Decoupled fuzzy sliding-mode control", *IEEE Transactions on fuzzy systems*. 1998 ;6(3):426-35.
- [21] Arman Rajaei, Amin Vahidi-Moghaddam, Mohammad Eghtesad, DS Neculescu and Ehsan Azadi Yazdi, "Nonsingular decoupled terminal sliding-mode control for a class of fourth-order underactuated nonlinear systems with unknown external disturbance", IOP, *Engineering Research Express*, Vol. 2, No. 3, 2020, 035028.
- [22] Xuemei N, Gao G, Liu X, Fang Z. "Decoupled sliding mode control for a novel 3-DOF parallel manipulator with actuation redundancy", *International journal of advanced robotic systems*. 2015, 22;12(5):64.
- [23] Mahmoodabadi MJ, Yazdi SM, Talebipour M. "Optimal self-tuning decoupled sliding mode control for a class of nonlinear systems", *International Journal of Intelligent Engineering Informatics*. 2019, 7(6):529-44.
- [1] Alandoli EA, Lee TS. "A critical review of control techniques for flexible and rigid link manipulators", *Robotica*, 2020 ;38(12):2239-65.
- [2] Ozgoli S, Taghirad HD. "A survey on the control of flexible joint robots", *Asian journal of control*. 2006 ;8(4):332-44.
- [3] Sun L, Zhao W, Yin W, Sun N, Liu J. "Proxy based position control for flexible joint robot with link side energy feedback", *Robotics and Autonomous Systems*. 2019, 1:121:103272.
- [4] Yan Z, Lai X, Meng Q, Zhang P, Wu M. "Tracking control of single-link flexible-joint manipulator with unmodeled dynamics and dead zone", *International Journal of Robust and Nonlinear Control*. 2021, 10;31(4):1270-87.
- [5] Minagar S, Kazemitabar J, Alizadeh M. "Fractional dynamic sliding mode control for uncertain chaotic systems applied to a chaotic robot arm under dynamic load", *International Journal of Sensors Wireless Communications and Control*. 2020 1, 10(6):1023-31.
- [6] Gholipour S, Shandiz HT, Alizadeh M, Minagar S, Kazemitabar J. "Dynamic sliding mode control based on fractional calculus subject to uncertain delay based chaotic pneumatic robot", *International Journal of Sensors Wireless Communications and Control*. 2020, 1;10(3):413-20.
- [7] He B, Wang S, Liu Y. "Underactuated robotics: a review. *International Journal of Advanced Robotic Systems*", 2019, 16;16(4):1729881419862164.
- [8] Lochan K, Roy BK, Subudhi B. "Chaotic tip trajectory tracking and deflection suppression of a two-link flexible manipulator using second-order fast terminal SMC", *Transactions of the Institute of Measurement and Control*. 2019, 41(12):3292-308.
- [9] Ott E, Grebogi C, Yorke JA. "Controlling chaos", *Physical review letters*. 1990, 12;64(11):1196.
- [10] Li Y, Wu Y. "Neural network based adaptive chaotification of uncertain robot manipulators incorporating motor dynamics", IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2018, 1 (Vol. 428, No. 1, p. 012054).
- [11] Kandroodi MR, Farivar F, Pedram MZ, Shoorehdeli MA. "Variable structure control and anti-control of flexible joint manipulator with experimental validation", In *2011 IEEE International Conference on Mechatronics*, 2011, Vol. 13, pp. 294-299.
- [12] Yin W, Sun L, Wang M, Liu J. "Nonlinear state feedback position control for flexible joint robot with energy shaping", *Robotics and Autonomous Systems*. 2018, 1:99:121-34.

- [24] Ata B, Coban R. "Decoupled adaptive backstepping sliding mode control of underactuated mechanical systems", *Journal of Control Engineering and Applied Informatics*. 2022, 23;24(1):45-56.
- [25] Zaare S, Soltanpour MR. "Adaptive fuzzy global coupled nonsingular fast terminal sliding mode control of n-rigid-link elastic-joint robot manipulators in presence of uncertainties", *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2022, 15:163:108165.
- [26] Nezhad, A. H., Noiey, A. R., Soltanpour, M. R., & Veysi, M. "A new fuzzy decoupled sliding mode control of flexible joint robotic manipulators based on the finite-time observer in the presence of chaos with experimental validation", *IET Control Theory & Applications*, 2024, 18(4), 422-441.
- [27] Zaare S, Soltanpour MR, Moattari M. "Adaptive sliding mode control of n flexible-joint robot manipulators in the presence of structured and unstructured uncertainties", *Multibody System Dynamics*. 2019 ,47(4):397-434.
- [28] Molaie M, Jafari S, Sprott JC, Golpayegani SM. "Simple chaotic flows with one stable equilibrium", *International Journal of Bifurcation and Chaos*. 2013, 23(11):1350188.
- [29] Khalil HK. "Control of nonlinear systems", Prentice Hall, New York, NY; 2002.
- [30] Spong MW, Hutchinson S, Vidyasagar M. "Robot modeling and control", John Wiley & Sons; 2020.
- [31] Wang X, Liu J, Cai KY. "Tracking control for a velocity-sensorless VTOL aircraft with delayed outputs", *Automatica*. 2009, 1;45(12):2876-82.
- [32] Wang, Hai, L. Shi, Zhihong Man, Jinchuan Zheng, S. Li, Ming Yu, C. Jiang, Huifang Kong, and Zhenwei Cao. "Continuous fast nonsingular terminal sliding mode control of automotive electronic throttle systems using finite-time exact observer", *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 65, no. 9. 2018, 7160-7172.
- [33] Chen, S., Liu, W., & Huang, H. "Nonsingular fast terminal sliding mode tracking control for a class of uncertain nonlinear systems", *Journal of Control Science and Engineering*, 2019, 8146901.
- [34] Junejo, A. K., Xu, W., Hashmani, A. A., El-Sousy, F. F., Habib, H. U. R., Tang, Y., ... & Ismail, M. M. "Novel fast terminal reaching law based composite speed control of PMSM drive system", *IEEE Access*, 2022, 10, 82202-82213.
- [35] Lui J, Wang X. "Advanced Sliding Mode Control for Mechanical Systems. Design, Analysis and MATLAB Simulation", TSINCHUA university Press. 2012, 147-148.