

## کنترل کننده مد لغزشی دکوپله جدید به منظور ردیابی موقعیت بازوهای رباتیک با مفاصل انعطاف پذیر در حضور آشوب با پیاده سازی عملی

عبدالله حسن نژاد<sup>۱</sup>، ابوالفضل رنجبر نوعی<sup>۲</sup>، محمدرضا سلطانپور<sup>۳</sup>، محمد ویسی<sup>۴</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، مازندران، ایران a.hasannezhad@stu.nit.ac.ir

<sup>۲</sup> استاد، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، مازندران، ایران a.ranjbar@nit.ac.ir

<sup>۳</sup> استاد، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری، تهران، ایران soltanpour@ssau.ac.ir

<sup>۴</sup> استادیار، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه خاتم الانبیاء، تهران، ایران m.veysi@khadu.ac.ir

پذیرش: ۱۴۰۳/۰۸/۲۲

ویرایش: ۱۴۰۳/۰۶/۰۲

دریافت: ۱۴۰۳/۰۱/۱۹

**چکیده:** این مقاله یک کنترل کننده مد لغزشی دکوپله جدید، به منظور ردیابی موقعیت بازوهای رباتیک با مفاصل انعطاف پذیر، در حضور آشوب و عدم قطعیت، ارائه می کند. در گام اول از یک مرجع آشوبناک با رویکرد همزمان سازی برای ایجاد آشوب در دینامیک بازو استفاده شده و سپس رفتار کنترل کننده مد لغزشی دکوپله معمولی تحلیل می شود. نشان داده شده که همگرایی همزمان سطوح لغزش و پایداری مجانبی این کنترل کننده در برخی حالات می تواند با چالش هایی همراه باشد. بعد از آن، با به کارگیری یک سطح لغزشی ترمینال سریع غیر منفرد و طراحی یک متغیر کوپلینگ جدید و هم چنین ارائه یک روش جدید برای کاهش چترینگ، کنترل کننده ای پیشنهاد شده که نه تنها می تواند مشکلات کنترل کننده مد لغزشی دکوپله معمولی را حل کند، بلکه می تواند زمان همگرایی را بهبود بخشد، پایداری مجانبی سراسری زمان محدود را برای سیستم کنترل حلقه بسته در حضور آشوب و عدم قطعیت های ساختاری و غیر ساختاری فراهم نموده و دامنه چترینگ را نیز کاهش دهد. در نهایت، به منظور ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی، برخی شبیه سازی ها و پیاده سازی های عملی به صورت سخت افزار در حلقه انجام و نتایج با دو روش دیگر مقایسه شده است. نتایج حاصله کارایی کنترل پیشنهادی را در تضمین پایداری مجانبی، کاهش زاویه انحراف، بهبود زمان همگرایی و کاهش چترینگ تایید می کنند.

**کلمات کلیدی:** کنترل مد لغزشی دکوپله، بازوهای رباتیک با مفاصل انعطاف پذیر، آشوب، عدم قطعیت، پایداری مجانبی زمان محدود.

### A New Decoupled Sliding Mode Control for Flexible Joint Robotic Manipulators Trajectory Tracking in the Presence of Chaos with Practical Implementation

Abdollah Hasan Nezhad, Abolfazl Ranjbar Noiey, Mohammad Reza Soltanpour, Mohammad Veysi

**Abstract:** This paper presents a novel non-singular fast terminal decoupled sliding mode control for position tracking of flexible joint robotic manipulators under chaos and uncertainty. Firstly, a suitable chaotic reference is used as a synchronization mechanism to create chaos in the dynamics. Next, the conventional decoupled sliding mode control is examined. It is shown that this method faces challenges in achieving asymptotic stability for trajectory tracking under some conditions. Subsequently, a new coupling variable is designed, a non-singular fast terminal sliding surface is utilized, and a new reaching law is proposed in such a way that they can resolve not only the problems of the decoupled sliding mode control but also improve convergence time, reduce chattering, eliminate singularity, and provide finite-time asymptotic stability. A comprehensive convergence

analysis is conducted for all the sliding surfaces. Finally, simulations and experimental implementations as hardware-in-the-loop are carried out to evaluate the performance of the proposed method. Additionally, the results are compared to the conventional decoupled sliding mode control and hierarchical sliding mode control. The results validate the effectiveness of the proposed control method in suppressing the deflection angle, improving convergence time, and reducing chattering in the control input in the presence of chaos and uncertainties.

**Keywords:** Decoupled sliding mode control, Flexible joint robot manipulator, Chaos, Uncertainty, Finite-time asymptotic stability.

در میان روش های کنترل FJRM، از جمله فیدبک حالت [۱۲]، کنترل هوشمند [۱۳]، کنترل تطبیقی [۱۴] و کنترل امیدانس [۱۵]، استفاده از کنترل مد لغزشی<sup>۵</sup> در سال های اخیر به دلیل پیاده سازی آسان و مقاومت در برابر اغتشاش و پاسخ ردیابی مناسب، افزایش چشمگیری داشته است. به عنوان نمونه، در [۱۶]، یک روش مبتنی بر کنترل ساختار متغیر فازی، برای کنترل و ضدکنترل آشوب<sup>۶</sup> یک FJRM تک رابط، پیشنهاد شده است. کنترل بازوهای رباتیک آشوبی دو رابطی، با استفاده از SMC در [۵] انجام شده است. یک سیگنال آشوبی به عنوان مسیر مرجع مطلوب برای کاهش زاویه انحراف در بازوهای رباتیک در [۱۷] بکار گرفته شده است. علیرغم اینکه این مقالات راه حل هایی را برای کنترل FJRM در شرایط آشوبی ارائه نموده اند، اما با مشکلاتی نیز روبرو هستند. برخی کارها، راه حل هایی را ارائه داده اند که مبتنی بر گشتاور بوده و معادلات بخش الکتریکی بازو را نادیده گرفته اند، که این عامل ممکن است منجر به چالش هایی در پیاده سازی عملی آنها شود. روش های مبتنی بر کنترل هوشمند حجم محاسباتی بالایی داشته و تنظیم قوانین فازی در آنها، زمان بر است. در بعضی از مقالات نیز از مدل خطی FJRM استفاده شده، در حالی که FJRM یک سیستم غیرخطی فروتحریک است.

علاوه بر این ها، برای اعمال SMC روی FJRM با  $n$  مفصل، لازم است چندین سطح لغزش تعریف شود که همگرایی همزمان این سطوح لغزش با تعداد ورودی کنترلی کمتر از درجه آزادی، بدلیل فرو تحریک بودن این گونه سیستم ها، کار دشواری است. برای حل این مساله، روشی بنام کنترل مد لغزشی سلسله مراتبی<sup>۷</sup>، در [۱۸] پیشنهاد شده است. رویکرد دیگر، کنترل مد لغزشی افزایشی<sup>۸</sup> است که در [۱۹] پیشنهاد شده است. اما، علیرغم ارائه راه حل هایی در این مقالات، آنها هیچ استدلالی برای همگرایی همزمان تمام سطح لغزشی در سطوح کنترلی ارائه نکردند و اثبات پایداری آنها بر اساس همگرایی سطح لغزش کلی است. علاوه بر این، تعداد پارامترهای کنترلی در آنها زیاد بوده و تنظیم آنها گاهاً دشوار است.

کنترل مد لغزشی دکوپله<sup>۹</sup> (DSMC)، یکی دیگر از روش های پر کاربرد برای کنترل کلاسی از سیستم های فروتحریک است [۲۰]. این تکنیک به دلیل تعداد پارامترهای کنترلی کمتر و عملکرد موثرتر برای

## ۱- مقدمه

کنترل بازوهای رباتیک با مفاصل انعطاف پذیر<sup>۱</sup> بدلیل کاربردهای فراوان در حوزه های صنعتی، نظامی و پژوهشی، همواره یکی از زمینه های تحقیقاتی مورد علاقه پژوهشگران در سال های اخیر بوده است [۱]. علی رغم اینکه این گونه بازوها، نسبت به بازوهای صلب<sup>۲</sup> دارای مزایایی همچون مانورپذیری بالاتر، ابعاد کوچکتر، مصرف انرژی کمتر می باشند [۲]، اما فرآیند کنترل آنها بدلیل اینکه این بازوها دارای مدل دینامیکی غیرخطی، چندمتغیره و فروتحریک<sup>۳</sup> همراه با عدم قطعیت هستند، پیچیده تر است [۳]. علاوه بر این ها، در این بازوها پدیده ارتعاش<sup>۴</sup> ناخواسته نیز وجود دارد که کنترل را سخت تر می نماید [۴]. از سوی دیگر، این بازوها می توانند تحت شرایط مختلفی، مانند وجود بار متغیر [۵] و تاخیر در سیگنال کنترلی [۶]، آشوبی شوند که این عامل هم می تواند مشکلاتی در آنها ایجاد نموده یا حتی منجر به ناپایداری شود. بنابراین، در فرآیند طراحی کنترل کننده برای این بازوها، لازم است آشوب نیز مورد توجه قرار گرفته و کنترل کننده به گونه ای طراحی شود که ضمن مقابله با چالش های پیش گفته، در حضور آشوب نیز بتواند به اهداف کنترلی خود دست یابد. بنابراین، مساله اصلی که باید مورد توجه قرار گیرد، کنترل یک FJRM در حضور عدم قطعیت و آشوب است [۷].

در این راستا، برای بررسی قابلیت های کنترل کننده در حضور آشوب، ابتدا باید آشوب را در دینامیک بازو ایجاد نموده و سپس به مطالعه و کنترل آن پرداخت. در بین روش های آشوبی سازی FJRM، به دلیل سادگی در پیاده سازی، می توان از رویکرد همزمان سازی با مرجع آشوبی برای ایجاد آشوب در دینامیک بازو استفاده نمود [۸]. علاوه بر این، یک سیگنال آشوبی که یک مسیر حداقل انرژی است [۹]، می تواند به عنوان مسیر مطلوب برای ایجاد آشوب در سیستم های دینامیکی با رویکرد همزمان سازی مورد استفاده قرار گیرد [۱۰]. در این رویکرد لازم است با یک قانون کنترل مناسب، یکی از متغیرهای حالت را با سیگنال آشوبی همزمان نموده و متغیر دیگر را در حضور عدم قطعیت و آشوب، کنترل نموده و به اهداف اصلی نظیر پایداری مجانبی، همگرایی سریع و کاهش زاویه ارتعاش، دست یافت [۱۱].

<sup>7</sup>Hierarchical Sliding Mode Control (HSMC)

<sup>8</sup>Incremental Sliding Mode Control (ISMC)

<sup>9</sup>Decoupled Sliding Mode Control (DSMC)

<sup>1</sup>Flexible Joint Robotic Manipulator (FJRM)

<sup>2</sup>Rigid robot

<sup>3</sup>Under Actuated

<sup>4</sup>Deflection

<sup>5</sup>Sliding Mode Control (SMC)

<sup>6</sup>Chaos control and Anti control

حالت ماندگار با گذشت زمان نیز خطای حالت ماندگار ایجاد نکند.

۳. در برخی از این مقالات، به ارائه اثبات پایداری زمان محدود توجهی نشده، درحالیکه، زمان همگرایی در DSMC معمولی، به دلیل استفاده از سطح لغزشی خطی، نامحدود است.

۴. استفاده از تابع علامت در ساختار DSMC منجر به بروز چترینگ می شود که این امر در کاربردهای عملی نامطلوب بوده و می تواند طول عمر عملگر را کاهش داده یا باعث استهلاک آن شود. روش هایی نیز که با تغییر بخش ناپیوسته قانون کنترلی یا طراحی قانون رسیدن، سعی در کاهش چترینگ یا افزایش سرعت رسیدن داشته اند، در برخی حالات در تضمین پایداری مجانبی سیستم حلقه بسته دچار مشکل هستند.

۵. در برخی از مقالات، روش DSMC فقط برای یک کلاس از سیستم ها پیشنهاد شده است، در حالی که FJRM یک سیستم با  $n$  ورودی و  $2n$  خروجی است. بنابراین، فقط می توان از آن برای کنترل بازوی یک درجه آزادی استفاده نمود و نمی توان آن را برای کنترل FJRM با  $n$  درجه آزادی تعمیم داد.

۶. در برخی موارد، فرآیند طراحی کنترل کننده پیچیده بوده و یا تعداد ضرایب کنترل کننده زیاد است که پیاده سازی عملی را چالش برانگیز می کند.

در پاسخ به محدودیت های فوق، این مقاله ابتدا، یک تحلیل کاملی از عملکرد DSMC معمولی را ارائه می کند، سپس مشکلات آن را تشریح نموده و برخی تغییرات در ساختار آن، جهت استفاده از آن، در کنترل ردیابی موقعیت FJRM با  $n$  رابط در حضور آشوب، عدم قطعیت و اغتشاش خارجی، اعمال می نماید. بدین منظور، یک روش کنترلی جدید به عنوان کنترل مد لغزشی دکوپله ترینال سریع غیر منفرد بهبود یافته<sup>۲</sup> پیشنهاد شده است. فرآیند آشوبی سازی و کنترل آشوب به طور هم زمان در یک رویکرد هم زمان سازی آشوبی انجام می شود. ثابت می شود که روش پیشنهادی، دارای برخی ویژگی ها، مانند تضمین پایداری مجانبی، همگرایی زمان محدود هم زمان تمامی سطوح لغزش و مقاومت بالا در برابر اغتشاش و عدم قطعیت است. علاوه بر این، چندین شبیه سازی و پیاده سازی به صورت سخت افزار در حلقه<sup>۳</sup> برای ارزیابی عملکرد کنترل پیشنهادی انجام می شود. برخی از نوآوری ها و مزایای روش پیشنهادی به شرح زیر است:

- تحلیل کاملی از عملکرد روش DSMC معمولی ارائه شده و مشکلات آن در تضمین پایداری و همگرایی هم زمان هر دو سطوح لغزش، بیان شده است.
- یک متغیر کوپلینگ جدید به گونه ای پیشنهاد شده که مشکلات روش DSMC در همگرایی هم زمان تمام سطوح لغزش و عدم وجود خطای ماندگار در کلیه اهداف را حل نموده و زاویه

کنترل سیستم های الکترومکانیکی گوناگون استفاده شده است. به طور مثال، در [۲۱]، یک DSMC ترینال غیر منفرد برای کلاسی از سیستم های مرتبه چهارم پیشنهاد شده است. یک کنترل کننده DSMC ترینال غیر منفرد، بر اساس یک شبکه عصبی در [۲۲] برای یک بازوی موازی با سه درجه آزادی افزونه، طراحی شده است. در [۲۳]، یک DSMC خودتنظیم مقاوم با استفاده از یک الگوریتم ژنتیک معرفی و بر روی پاندول معکوس پیاده سازی شده است. نویسندگان در [۲۴] DSMC را با کنترل پسگام به عقب<sup>۱</sup> ترکیب نموده و از آن برای کنترل پاندول معکوس استفاده کرده اند. در [۲۵]، یک DSMC ترینال سریع غیر منفرد سری فازی تطبیقی برای کنترل ردیابی موقعیت FJRM پیشنهاد شده است. علاوه بر این ها، در [۲۶] یک کنترل کننده ترینال سریع غیر منفرد DSMC فازی ترکیب شده با رویگر، به منظور ردیابی زمان محدود موقعیت بازوهای رباتیک معرفی شده است.

موضوع بعدی در طراحی کنترل کننده های مبتنی بر مد لغزشی، طراحی بخش ناپیوسته قانون کنترل یا قانون رسیدن است. طراحی قانون رسیدن برای به حداقل رساندن چترینگ، تضمین پایداری و کاهش زمان رسیدن بسیار مهم است. در SMC معمولی، قانون رسیدن با نرخ ثابت استفاده شده که استفاده از تابع علامت با یک ضریب ثابت منجر به بروز چترینگ در ورودی کنترل می شود. برای حل این مشکل و هم چنین بهبود نرخ همگرایی، قانون رسیدن با نرخ بالا در [۲۷] پیشنهاد شده است. این قانون زمانی که حالت ها از سطح لغزش دور هستند زمان همگرایی را کاهش می دهد اما، زمانی که حالت ها نزدیک سطح هستند زمان رسیدن را افزایش می دهد. علاوه بر این، این قانون شامل یک اصطلاح سوئیچینگ نرم است که چترینگ را کاهش می دهد. برای حل مساله سرعت در نزدیکی سطح لغزش مرتبط با قانون رسیدن با نرخ بالا، قانون رسیدن TSM-type در [۲۸] پیشنهاد شده است. سایر محققان نیز از این قانون استفاده کرده و آن را با ساختارهای مختلف ترکیب کرده اند [۲۹].

اگر چه مقالات فوق کنترل کننده های مناسبی بر مبنای DSMC معرفی نموده اند، اما دستیابی به اهداف کنترلی در شرایط آشوبی که همراه با عدم قطعیت و اغتشاش است، نیازمند تغییراتی در ساختار آن ها دارد که در این مقالات به آن اشاره ای نشده است. از این رو شایسته است، روش DSMC بیشتر مورد بررسی قرار گیرد. به عنوان نمونه، برخی دیگر از مشکلات این روش به شرح زیر است:

۱. روش DSMC معمولی تنها می تواند پایداری یکنواخت محدود سیستم حلقه بسته را تضمین کند، زیرا در این روش، ورودی کنترل تنها می تواند اولین سطح لغزش و مشتق آن را به صفر همگرا کند و بر عملکرد سطح لغزشی دوم تاثیری ندارد.
۲. نحوه طراحی متغیر کوپلینگ و چگونگی تنظیم ضرایب آن در روش DSMC، بسیار مهم است. به گونه ای که، این متغیر باید بتواند بطور هم زمان هر دو سطح لغزش را به صفر همگرا نموده و در

<sup>3</sup> Hardware in the loop (HWIL)

<sup>1</sup> Back-Stepping

<sup>2</sup> Improved Nonsingular fast Terminal Decoupled Sliding Mode Control (INSFTDSMC)

زاویه ای موتور و رابط نام هستند. زاویه انحراف به صورت  $\alpha_i = \theta_i - \theta_{m_i}$  تعریف می شود. بر اساس معادله اولر-لاگرانژ و تعریف یک مختصات جدید به صورت  $[\theta_{m_i}, \alpha_i]^T \in \mathcal{R}^{2n}$  برای  $i = 1, \dots, n$  معادلات فضای حالت برای مفصل اول تا  $n$ ام به صورت می باشد [۲۷]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_3(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_4(t) \\ \dot{x}_3(t) = f_1(X_1) + g_1(X_1)u_1(t) + d_1(t) \\ \dot{x}_4(t) = f_2(X_1) + g_2(X_1)u_1(t) + d_2(t) \\ y_1(t) = [x_1(t), x_2(t)] \end{cases} \quad \text{مفصل } n \text{ ام} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_{4n-3}(t) = x_{4n-1}(t) \\ \dot{x}_{4n-2}(t) = x_{4n}(t) \\ \dot{x}_{4n-1}(t) = f_{2n-1}(X_n) + g_{2n-1}(X_n)u_n(t) + d_{2n-1}(t) \\ \dot{x}_{4n}(t) = f_{2n}(X_n) + g_{2n}(X_n)u_n(t) + d_{2n}(t) \\ y_n(t) = [x_{4n-3}(t), x_{4n}(t)] \end{cases} \quad \text{مفصل } n \text{ ام} \quad (1)$$

در (۱)، بردار حالت برابر  $X_i = [\theta_{m_i}, \alpha_i, \dot{\theta}_{m_i}, \dot{\alpha}_i]^T \in \mathcal{R}^{4i}$  برای  $i = 1, \dots, n$  و  $f_i(X_i)$  و  $g_i(X_i)$  توابعی غیرخطی، هموار و محدود هستند و همچنین  $g_i(X_i)$  تابعی غیر صفر است.  $u_i(t) \in \mathcal{R}^i$  ورودی کنترل (ولتاژ موتورها) بوده و  $d_i(t)$  اغتشاش کلی وارد بر سیستم است که شامل کلیه عدم قطعیت ها و دینامیک های مدل نشده ی بخش های الکتریکی و مکانیکی و اغتشاش خارجی است. اگر  $x_{d_i} = \theta_{m_i}$  (مقادیر مطلوب) و  $\theta_{m_i} = x_i$  (متغیر حالت) باشند، یک هدف کنترلی این است که خطای ردیابی  $e_i = x_i - x_{d_i}$  به صفر همگرا شده و هدف دیگر این است که زوایای انحراف در طول ردیابی به صفر برسند. یعنی مقدار مطلوب برای  $\alpha_i$  برابر صفر است.

**فرض ۱:** در (۱)، اغتشاش  $d_i(t)$  دارای دینامیکی نامعلوم اما دامنه ای محدود و معلوم به صورت  $\|d_i(t)\| \leq D$  فرض می شوند. همچنین  $d_i(t)$  مشتق پذیر و مشتق آن نیز محدود فرض می شود.

اولین گام در ارزیابی عملکرد کنترل کننده در حضور آشوب، ایجاد آشوب در آن است. بدین منظور، از یک سیستم آشوبی به عنوان مرجع ردیابی با رویکرد همزمان سازی استفاده می شود. لازم به ذکر است که با توجه به دینامیک لخت بازو، باید از مرجعی با فرکانس مناسب برای ایجاد آشوب استفاده نمود. بدین منظور، از سیستم (۲) برای آشوبی سازی  $x_{d_i}$  استفاده می شود [۱۷]:

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2, \\ \dot{y}_2 = y_3, \\ \dot{y}_3 = -0.44y_3 - 2y_2 + y_1^2 - 1 \end{cases} \quad (2)$$

شکل (۲) دیاگرام فاز و سیگنال آشوبی (۲) را نشان می دهد. این سیستم یک نقطه تعادل پایدار داشته و نمای لیاپانوف آن برابر  $(0.105, 0, -0.545)$  است [۲۸].

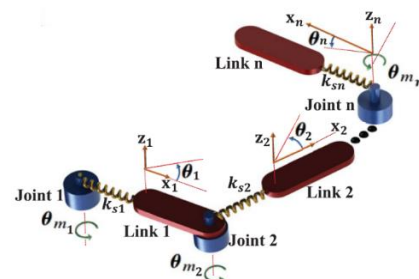
انحراف را کاهش دهد.

- یک روش جدید برای کاهش چترینگ بر مبنای قانون رسیدن TSM-type پیشنهاد شده، که می تواند، ضمن تضمین پایداری مجانبی سراسری سیستم کنترلی حلقه بسته در حضور اغتشاش، ورودی کنترلی را بسیار نرم نموده و سرعت بالای رسیدن به سطح لغزش را نیز بخوبی حفظ کند.
- از یک سطح لغزش ترمینال سریع غیر منفرد<sup>۱</sup> برای تضمین پایداری مجانبی زمان محدود و بهبود زمان همگرایی استفاده شده است.
- روش پیشنهادی به صورت جامع و با قابلیت تعمیم به کنترل FJRM با  $n$  درجه آزادی طراحی شده است. همچنین، می توان از آن در کنترل کلاسی از سیستم های فروتحریک، استفاده نمود.
- با در نظر گرفتن دینامیک بخش های مکانیکی و الکتریکی طرح پیشنهادی کنترل بر مبنای ولتاژ است که چالش پیاده سازی روش های مبتنی بر گشتاور را ندارد.
- کنترل پیشنهادی به صورت گام به گام ارائه شده و یادگیری، شبیه سازی و اجرای عملی آن برای مهندسين رباتیک و کنترل آسان است. علاوه بر این، روش پیشنهادی با آزمون HWIL و مطالعه تطبیقی اعتبارسنجی شده است.

ادامه این مقاله به صورت است: بخش ۲ معادلات دینامیکی بازوی رباتیک، مکانیزم آشوبی سازی و طرح کلی کنترل را توضیح می دهد. بخش ۳ مفاهیم اساسی و نحوه عملکرد روش DSMC معمولی را بصورت دقیق بررسی و مشکلات آن را را تشریح می نماید. بخش ۴ ساختار روش INSFTDSMC، با قابلیت کاهش زمان همگرایی، جلوگیری از بروز تکینگی و کاهش چترینگ، را بیان می دارد. بخش ۵، شبیه سازی ها و اعتبارسنجی عملی را برای ارزیابی عملکرد کنترل پیشنهادی ارائه می نماید. در نهایت، با بخش ۶، با عنوان نتیجه گیری، بحث به پایان می رسد.

## ۲- مدل دینامیکی بازوهای رباتیک با مفاصل انعطاف پذیر

نمای کلی FJRM با  $n$  مفصل سریال در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱: یک FJRM سریال با  $n$  مفصل [۲۷]

در شکل ۱، برای هر موتور و مفصل متصل به آن، یک فنر برای مدل کردن اثر انعطاف در نظر گرفته شده است.  $\theta_{m_i}$  و  $\theta_i$  به ترتیب، موقعیت

<sup>1</sup> Non-singular fast Terminal Sliding Surface

یک سیستم با معادلات دینامیکی (۵) را در نظر بگیرید. برای این سیستم دو زیر سیستم  $A$ ، شامل متغیرهای حالت  $x_1(t)$  و  $x_3(t)$  و  $B$  شامل  $x_2(t)$  و  $x_4(t)$  به صورت زیر تعریف می گردند:

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_3(t), \\ \dot{x}_3(t) &= f_1(X) + g_1(X)U(t) + d_1(t), \end{aligned} \right\} A \quad (5)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{x}_2(t) &= x_4(t), \\ \dot{x}_4(t) &= f_2(X) + g_2(X)U(t) + d_2(t) \end{aligned} \right\} B$$

قدم اول در طراحی کنترل مد لغزشی انتخاب سطوح لغزش است. لذا، سطوح لغزش برای این سیستم، به صورت زیر تعریف می شوند:

$$S_1(t) = c_1(x_1(t) - z(t)) + \dot{x}_1(t) = c_1(x_1(t) - z(t)) + x_3(t), c_1 > 0 \quad (6)$$

$$S_2(t) = c_2 x_2(t) + \dot{x}_2(t) = c_2 x_2(t) + x_4(t), c_2 > 0$$

**نکته ۱:** لازم به ذکر است که در معادله (۶)،  $x_i(t)$ ،  $z_i(t)$  و  $S_i(t)$  توابعی از زمان هستند که در ادامه مقاله به طور خلاصه به صورت  $x_i$ ،  $z_i$  و  $S_i$  ذکر شده اند.

متغیر کوپلینگ  $z$  بر اساس رابطه (۷) تعریف می گردد [۲۰]:

$$z = \mu_z \tanh\left(\frac{S_2}{\phi_z}\right) \quad 0 < \mu_z < 1, \phi_z > 1 \quad (7)$$

برای (۵)، ورودی کنترل  $U(t)$  به صورت زیر بدست می آید:

$$U(t) = \frac{-1}{g_1(X)} (f_1(X) + c_1(\dot{x}_1 - \dot{z}) + k \cdot \text{sign}(S_1)) \quad (8)$$

بمنظور تحلیل و بررسی پایداری سیستم حلقه بسته، تابع کاندیدای لیاپانوف به صورت  $v(S_1) = \frac{1}{2} S_1^2$  پیشنهاد می شود. با جایگزینی ورودی (۸) در معادله  $\dot{S}_1$  و پس از ساده سازی، رابطه زیر به دست می آید:

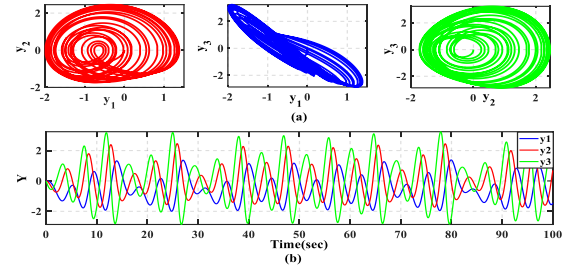
$$\dot{v}(S_1) = S_1 \dot{S}_1 = S_1(-k \text{sign}(S_1) + d_1(t)) = -k|S_1| + S_1 d_1(t) \quad (9)$$

طبق فرض ۱،  $|d_1(t)| < D$  بوده و اگر  $k = D + \eta$  انتخاب شود که  $\eta > 0$  است آن گاه  $-k|S_1| + S_1 d_1(t) \leq -(D + \eta)|S_1| + S_1 d_1(t) \leq 0$  خواهد شد. در نتیجه  $\dot{v}(S_1) \leq 0$  است. از طرفی دیگر وقتی  $S_1 = 0$  شود آنگاه  $\dot{v}(S_1) = 0$  می شود. بنابراین طبق قضیه لاسال [۲۹]، کنترل پیشنهادی در حضور اغتشاشات خارجی، سطح لغزش  $S_1$  و مشتق آنرا با هر شرایط اولیه محدود به سمت صفر همگرا می نماید. پس با اعمال ورودی (۸) به سیستم (۵) داریم  $S_1 = \dot{S}_1 = 0$  بنابراین:

$$S_1 = 0 \rightarrow c_1(x_1 - z) + x_3 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = z, \\ x_3 = 0 \end{cases} \quad \text{and} \quad (10)$$

به طور مشابه از  $\dot{S}_1 = 0$  نتیجه می شود  $\dot{x}_3 + c_1 x_3 = c_1 \dot{z}$  با حل این معادله،  $x_3(t)$  برابر (۱۱) است.

$$x_3 = x_3(0)e^{-c_1 t} + c_1 \int_0^t e^{-c_1(t-\tau)} \dot{z}(\tau) d\tau \quad (11)$$



شکل ۲: دیاگرام فاز و سیگنال آشوبی سیستم (۲)

برای ایجاد آشوب در دینامیک بازو از متغیر اول (۲)، یعنی  $(y_1)$ ، به عنوان مرجع مطلوب ردیابی برای مقدار  $\theta_{m d_i}$  استفاده می شود. با استفاده از همزمان سازی زاویه موتور با مرجع آشوبی و رساندن خطای ردیابی به سمت صفر، آشوب به سیستم تزریق می شود  $(e = (\theta_{m d_i} - y_1) \rightarrow 0)$ . در همین حال، متغیر دوم حالت، باید روی صفر کنترل شده و غیر آشوبی باشد  $(\alpha_i \rightarrow 0)$ . در این حالت می توان گفت، عملکرد کنترل کننده در حضور آشوب ارزیابی می شود. بنابراین، استخراج فرم معادلات خطای همزمان سازی ضروری است. لذا، این خطا برای مفصل  $i$ ام به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\begin{cases} e_{4i-3}(t) = x_{4i-3}(t) - x_{d_{i_1}}(t), \\ e_{4i-2}(t) = x_{4i-2}(t), \\ e_{4i-1}(t) = x_{4i-1}(t) - x_{d_{i_2}}(t), \\ e_{4i}(t) = x_{4i}(t) \end{cases} \quad (3)$$

در (۳)،  $\dot{x}_{d_{i_1}}(t) = x_{d_{i_2}}(t)$  است. برای نشان دادن دینامیک خطای با جایگزینی مشتق (۳) در سیستم (۱) می توان رابطه زیر را محاسبه نمود:

$$\begin{cases} \dot{e}_1(t) = e_3(t), \\ \dot{e}_2(t) = e_4(t), \\ \dot{e}_3(t) = f_1(X_1) + g_1(X_1)u_1 + d_1(t) - \dot{x}_{d_{i_1}}, \\ \dot{e}_4(t) = f_2(X_1) + g_2(X_1)u_1 + d_2(t) \end{cases} \quad (4)$$

در (۴)،  $e_i(t) = [\theta_{m_i} - \theta_{m d_i}, \alpha_i - \alpha_{d_i}, \theta_{m_i} - \theta_{m d_i}, \alpha_i - \alpha_{d_i}]^T \in \mathcal{R}^{4i}, i = 1, \dots, n$  است. لازم به ذکر است که مقادیر مطلوب زاویه انحراف و مشتق آن در (۴) برابر صفر است. در هر مفصل، دو متغیر  $(\theta, \alpha)$  باید به گونه ای کنترل شوند که مقادیر مطلوب را دنبال کنند. در این حالت، مدل دینامیکی (۴) یک سیستم فرو تحریک با  $n$  ورودی و  $2n$  خروجی است. علاوه بر این، معادلات FJRM به صورت جامع بوده و معادلات حالت آن به فرم خطای ردیابی با در نظر گرفتن عدم قطعیت در کلیه بخش ها، ارائه شده است. همان گونه که ذکر شد، معروف ترین روش کنترل مد لغزشی برای سیستم های فرو تحریک، روش DSMC است که در ادامه به طور دقیق مورد بررسی قرار گرفته و مشکلات آن بیان می شود.

### ۳- تحلیل و بررسی روش DSMC

همزمان سطوح لغزش و تضمین پایداری مجانبی را با اثبات ریاضی حل نموده اما با کمی دقت در این متغیر می توان مشاهده نمود که بدلیل وجود ترم انتگرالی در ساختار آن، بروز خطای حالت ماندگار در مدت زمان طولانی، اجتناب ناپذیر است.

بنابراین، مشکلات دیگر روش DSMC به طور خلاصه شرح زیر است:

- عدم تجزیه و تحلیل جامع همگرایی هم زمان تمام سطوح لغزش و عدم تضمین پایداری مجانبی،
- خطای ردیابی در حالت ماندگار،
- زمان همگرایی نامحدود سطوح لغزش،
- نوسان متغیر کوپلینگ در اهداف ردیابی،
- چترینگ در ورودی کنترل،
- و محدودیت در کاربردهای ردیابی برای کنترل FJRM با  $n$  مفصل.

در ادامه، یک روش جدید، با عنوان INSFTDSMC، برای حل این مشکلات، پیشنهاد شده است.

#### ۴- طراحی کنترل کننده INSFTDSMC به منظور ردیابی موقعیت بازوهای رباتیک آشوبی با $n$ مفصل

در این بخش یک کنترل جدید پیشنهاد شده که مشکلات DSMC را حل می کند. در ابتدا، این روش برای ردیابی مسیر FJRM با  $n$  مفصل، تعمیم داده می شود. سپس، یک سطح لغزشی ترمینال سریع غیر منفرجه برای تضمین همگرایی زمان محدود ارائه می شود. پس از آن، یک متغیر کوپلینگ جدید طراحی می شود و در نتیجه پایداری مجانبی زمان محدود حاصل می شود.

در بخش ۳ دیدیم که DSMC معمولی را فقط می توان بر روی سیستم هایی با معادله دینامیکی مشابه قسمت اول (۱) پیاده سازی کرد. با این نگاه، این روش فقط برای یک FJRM با یک مفصل قابل استفاده است و نمی توان آن را برای FJRM با  $n$  مفصل با معادله کلی (۱) تعمیم داد. برای حل این مشکل از استراتژی کنترل مستقل مفصل استفاده می شود.

**تکنه ۳:** استراتژی کنترل مستقل مفصل یکی از مؤثرترین روش ها در بازوهای رباتیک [۳۰] است. در این استراتژی هر مفصل و موتور و رابط مربوطه به صورت یک سیستم فروتحریک مستقل در نظر گرفته شده و یک کنترل کننده جداگانه در فضای مفصلی برای کنترل موقعیت مفصل طراحی می شود. در این استراتژی، تاثیر سایر قسمت های بازو بر روی این مفصل به صورت اغتشاش خارجی در نظر گرفته شود.

بنابراین برای یک بازوی  $n$  مفصلی، طراحی  $n$  سیگنال کنترلی در فضای مفصلی ضروری است. این باعث می شود فرآیند طراحی کنترل کننده برای همه مفاصل ها مشابه هم باشد. بنابراین، در ادامه، برای جلوگیری از تکرار مطالب، فرآیند طراحی برای مفصل  $i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) آمده است.

در (۱۱) اگر  $\dot{z}(\tau)$  معلوم باشد  $x_3$  قابل محاسبه خواهد بود. بنابراین اگر  $S_1 = 0$  شود آنگاه  $x_3 = 0$  از معادله (۱۱) می توان مشاهده نمود که اگر  $x_3 = 0$  باشد آنگاه ترم انتگرالی  $\int_0^t e^{-c_1(t-\tau)} \dot{z}(\tau) d\tau$  برابر صفر خواهد شد. این حالت تنها زمانی اتفاق می افتد که  $\dot{z} = 0$  باشد. برای بررسی این حالت از (۷) به صورت زیر مشتق می گیریم:

$$\dot{z} = \mu_z \left( \frac{\dot{S}_2}{\varphi_z} \right) \operatorname{sech}^2 \left( \frac{S_2}{\varphi_z} \right) \quad (12)$$

رابطه (۱۲) نشان می دهد که اگر  $\dot{S}_2$  برابر صفر باشد آنگاه  $\dot{z}$  برابر صفر خواهد شد. این حالت زمانی اتفاق می افتد که  $S_2 = 0$  یا  $S_2 = cte$  باشد. از حالت اول داریم:

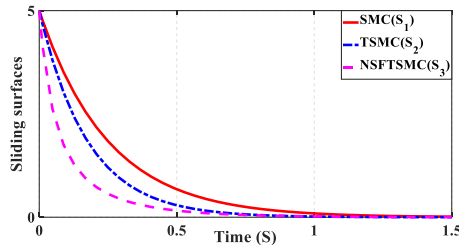
$$S_2 = 0 \rightarrow c_2 x_2 + x_4 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_2 = 0, \\ x_4 = 0 \end{cases} \quad (13)$$

بنابراین، متغیرهای حالت زیرسیستم B به سمت صفر همگرا می شوند. همچنین، از  $S_2 = 0$  و رابطه (۷) می توان در یافت  $z(t)$  برابر صفر خواهد شد. در نتیجه متغیرهای زیرسیستم A نیز به سمت مبدا (یا نقطه تعادل) همگرا می شوند. اما در حالت دیگر وقتی که  $S_2$  برابر با یک مقدار ثابت باشد می توان نتیجه گرفت که:

$$S_2 = cte = \sigma \rightarrow c_2 x_2 + x_4 = \sigma \rightarrow c_2 x_2 + \dot{x}_2 = \sigma \rightarrow x_2 = x_2(0)e^{-c_2 t} + c_2 \int_0^t e^{-c_2(t-\tau)} \sigma d(\tau) \Big|_{t \rightarrow \infty} = \sigma \quad (14)$$

که  $\sigma$  یک مقدار ثابت است. از (۱۴)، مشاهده می شود که اگر  $S_2 = cte$  آنگاه،  $x_2(t)$  به صفر همگرا نمی شود بلکه دارای یک مقدار ثابت غیر صفر خواهد بود. بنابراین می توان گفت، در این حالت DSMC فقط می تواند  $S_1$  و  $\dot{S}_1$  را به صفر برساند و بر همگرایی سطح لغزش دوم به صفر تاثیری ندارد. در این حالت، سیستم حلقه بسته تحت DSMC دارای پایداری محدود یکنواخت خواهد بود.

**تکنه ۲:** روش کنترلی DSMC برای اولین بار در [۲۰] معرفی شده و در [۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴] توسعه یافته است. با بررسی اجمالی این مقالات می توان دریافت که نحوه طراحی متغیر کوپلینگ در این روش بسیار مهم بوده بطوری که با متغیر کوپلینگ DSMC سنتی، این روش تنها می تواند سطح لغزش اول را به صفر همگرا نموده و سطح لغزش دیگر را در یک مقدار محدود کراندار نگه دارد. در نتیجه، همگرایی همزمان هر دو سطح لغزش با متغیر کوپلینگ DSMC سنتی (رابطه (۷)) میسر نمی باشد. لذا می توان گفت، این روش تنها می تواند پایداری یکنواخت محدود برای سیستم حلقه بسته را فراهم کند. در حالی که تمام این مقالات بر پایداری مجانبی سیستم حلقه بسته بدون ارائه اثبات ریاضی مناسب تاکید داشته اند. از طرف دیگر، اگر چه در [۲۶] یک متغیر کوپلینگ جدید به صورت  $z(t) = \mu_z \tanh \left( \int_0^t \frac{S_2}{\varphi_z} dt \right)$  معرفی شده که مشکل همگرایی



شکل ۳: مقایسه نرخ همگرایی سطوح لغزش  $S_1, S_2, S_3$

از شکل ۳ می توان دریافت که  $S_3$  سریعتر از  $S_1, S_2$  به صفر همگرا می شود. حال در ادامه، بعلت اینکه مساله انتخاب متغیر کوپلینگ با پایداری در ارتباط است، ابتدا طراحی متغیر کوپلینگ مورد بحث قرار گرفته و تحلیل زمان محدودی، در بخش ۳-۴، بیان خواهد شد.

### ۲-۴ متغیر کوپلینگ پیشنهادی

بر اساس تحلیل ارائه شده در بخش ۳ دیدیم که، بعلت انتخاب متغیر کوپلینگ، روش DSMC معمولی تنها می توانست پایداری یکنواخت محدود را تضمین نماید (معادله (۷)). بنابراین لازم است با بازطراحی آن، یک متغیر کوپلینگ جدید ( $z_{new}$ )، پایداری منتهی از این روش را بهبود بخشیده و مشکل متغیر کوپلینگ آن را بگونه ای حل نماییم که دامنه و نوسان کمتری داشته و در اهداف ردیابی یا تنظیم بتواند، هر دو سطح لغزش را به صفر همگرا نموده و مشکل خطای حالت ماندگار نیز نداشته باشد.

بنابراین، به منظور رفع هر دو مشکل همگرایی هم زمان سطوح لغزش و عدم وجود خطای ماندگار، متغیر جدید ( $z_{new}$ ) به صورت زیر پیشنهاد می شود:

$$z_{new_i} = \mu_{1_i} e^{-\int_0^t \frac{|S_{iB}|}{|\varphi_{1_i}|} dt} - \mu_{1_i} + \mu_{2_i} \tanh\left(\frac{S_{iB}}{\varphi_{2_i}}\right), \quad (18)$$

$$\varphi_{1_i}, \varphi_{2_i} > 1, 0 < \mu_{1_i} < 1, 0 < \mu_{2_i} < 1$$

بر اساس معادله (۱۷)، سطح لغزش اول برای مفصل  $i$  ام به صورت زیر تعریف می شود:

$$S_{iA} = e_{4i-1} + \alpha_{n_A} (e_{4i-3} - z_{new_i}) + \beta_{iA} |e_{4i-3} - z_{new_i}|^{\gamma_{iA}} \text{sign}(e_{4i-3} - z_{new_i}) \quad (19)$$

$$1 < \gamma_{iA} < 2, 0 < \alpha_{iA}, 0 < \beta_{iA}$$

به همین صورت، سطح لغزش دوم به صورت زیر انتخاب می شود:

$$S_{iB} = e_{4i} + \alpha_{iB} e_{4i-2} + \beta_{iB} |e_{4i-2}|^{\gamma_{iB}} \text{sign}(e_{4i-2}), \quad (20)$$

$$1 < \gamma_{iA} < 2, 0 < \alpha_{iA}, 0 < \beta_{iA}$$

مشابه معادله (۸)، ورودی کنترل  $u_{eq_i}$  به صورت زیر محاسبه می شود:

$$u_{eq_i} = \left( \frac{-1}{g_{2i-1}(X_i)} \right) [ f_{2i-1}(X_i) - \ddot{x}_{d_{i1}} + \alpha_{iA} (e_{4i-1} - \dot{z}_{new_i}) + \beta_{iA} \gamma_{iA} (\dot{e}_{4i-3} - \dot{z}_{new_i}) |e_{4i-3} - z_{new_i}|^{\gamma_{iA}-1} \text{sign}(e_{4i-3} - z_{new_i}) - z_{new_i} ] \quad (21)$$

برای اجرای استراتژی کنترل مستقل مفصل، در رویکرد همزمان سازی، دینامیک خطا معادله (۴) به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\begin{cases} \dot{e}_{4i-3}(t) = e_{4i-1}(t), \\ \dot{e}_{4i-2}(t) = e_{4i}(t), \\ \dot{e}_{4i-1}(t) = f_{2i-1}(X_i) + g_{2i-1}(X_i)u_i + d_{2i-1}(t) - \ddot{x}_{d_{i1}}, \\ \dot{e}_{4i}(t) = f_{2i}(X_i) + g_{2i}(X_i)u_i + d_{2i}(t) \end{cases} \quad (15)$$

مشابه رابطه (۵)، معادله (۱۵) را به دو زیر سیستم  $A_i$  و  $B_i$  به صورت زیر تقسیم می کنیم:

$$\begin{cases} \dot{e}_{4i-3}(t) = e_{4i-1}(t), \\ \dot{e}_{4i-1}(t) = f_{2i-1}(X_i) + g_{2i-1}(X_i)u_i + d_{2i-1}(t) - \ddot{x}_{d_{i1}}, \end{cases} \left. \vphantom{\begin{cases} \dot{e}_{4i-3}(t) = e_{4i-1}(t), \\ \dot{e}_{4i-1}(t) = f_{2i-1}(X_i) + g_{2i-1}(X_i)u_i + d_{2i-1}(t) - \ddot{x}_{d_{i1}}, \end{cases}} \right\} A_i \quad (16)$$

$$\begin{cases} \dot{e}_{4i-2}(t) = e_{4i}(t), \\ \dot{e}_{4i}(t) = f_{2i}(X_i) + g_{2i}(X_i)u_i + d_{2i}(t) \end{cases} \left. \vphantom{\begin{cases} \dot{e}_{4i-2}(t) = e_{4i}(t), \\ \dot{e}_{4i}(t) = f_{2i}(X_i) + g_{2i}(X_i)u_i + d_{2i}(t) \end{cases}} \right\} B_i$$

بنابراین مساله اصلی در (۱۶)، عبارت است از طراحی ( $u_i$ ) برای مفصل  $i$  ام، بگونه ای که خطاهای  $e_{4i-3}(t), e_{4i-2}(t), e_{4i-1}(t), e_{4i}(t)$ ، به صفر همگرا شوند. گام اول، انتخاب سطوح لغزش است.

### ۱-۴ سطوح لغزش

همان گونه که بیان شد، یکی از مشکلات DSMC معمولی، زمان همگرایی نامحدود، بعلت استفاده از سطح لغزش خطی، است. برای حل این مساله در SMC، با سطح لغزش  $s_1 = \dot{e} + \alpha e, \alpha > 0$  محققان کنترل مد لغزشی ترمینال<sup>۱</sup> را با سطح لغزش  $s_2 = \dot{e} + \alpha e^\gamma, 0 < \gamma < 1, \alpha > 0$  پیشنهاد کرده اند [۳۱]. اگر چه این روش زمان همگرایی محدودی دارد، اما این روش در نقاط اولیه دور از مبدا، همگرایی کندی دارد. همچنین، در برخی موارد، تکنیکی در سیگنال کنترل اجتناب ناپذیر است. برای جلوگیری از مشکلات ذکر شده TSMC، از یک سطح لغزش ترمینال سریع غیر تکین به صورت زیر استفاده می شود [۲۶]:

$$S_3 = \dot{x} + \alpha x + \beta |x|^\gamma \text{sign}(x) \quad (17)$$

$$\alpha > 0, \beta > 0, 1 < \gamma < 2$$

معادله (۱۷) نرخ همگرایی بهتری داشته و به علت اینکه  $1 < \gamma < 2$  است، مشکل تکنیکی نیز ندارد. برای مقایسه بهتر زمان همگرایی سه سطح لغزش ( $S_1, S_2, S_3$ )، رفتار آن ها برای مقادیر  $\alpha = 4, \beta = 5, \gamma = 1.9, e(0) = 5$  در شکل ۳ نشان داده شده است.

<sup>۱</sup>Terminal Sliding Mode Control (TSMC)

$$u_{swi} = \left( \frac{-1}{g_{2i-1}(X_i)} \right) \left[ k_{1i} S_{iA} + k_{2i} |S_{iA}|^{\rho_i} \text{sign}(S_{iA}) + k_{3i} \tanh(S_{iA} + \tanh^{-1}(\delta_i)) \right] \quad (22)$$

برای رابطه (۲۲)  $\frac{D}{k_{3i}} = \frac{\|d_{2i-1}(t)\|}{k_{3i}}$   $\delta_i$  در نتیجه ورودی کنترل نهایی به صورت زیر حاصل می شود:

$$u_i = u_{eqi} + u_{swi} = \left( \frac{-1}{g_{2i-1}(X_i)} \right) \left[ f_{2i-1}(X_i) - \ddot{x}d_{i1} + \alpha_{iA}(e_{4i-1} - \dot{z}_{newi}) + \beta_{iA} \gamma_{iA} (\dot{e}_{4i-3} - \dot{z}_{newi}) |e_{4i-3} - z_{newi}|^{\gamma_{iA}-1} \text{sign}(e_{4i-3} - z_{newi}) + k_{1i} S_{iA} + k_{2i} |S_{iA}|^{\rho_i} \text{sign}(S_{iA}) + k_{3i} \tanh(S_{iA} + \tanh^{-1}(\delta_i)) \right] \quad (23)$$

ارائه می شود. برای اثبات پایداری مجانبی، تابع لیاپانوف به صورت  $v(S_{iA}) = \frac{1}{2} S_{iA}^2$  در نظر گرفته می شود. بنابراین، مشتق تابع لیاپانوف برابر  $\dot{v}(S_{iA}) = S_{iA} \dot{S}_{iA}$  است. با استفاده از معادله (۱۶) و جایگزینی کنترل پیشنهادی (۲۳) در  $\dot{S}_{iA}$  مشتق تابع لیاپانوف به صورت زیر بدست می آید

$$\dot{v}(S_{iA}) = \left( \frac{-1}{g_{2i-1}(X_i)} \right) \left[ f_{2i-1}(X_i) - \ddot{x}d_{i1} + \alpha_{iA}(e_{4i-1} - \dot{z}_{newi}) + \beta_{iA} \gamma_{iA} (\dot{e}_{4i-3} - \dot{z}_{newi}) |e_{4i-3} - z_{newi}|^{\gamma_{iA}-1} \text{sign}(e_{4i-3} - z_{newi}) + k_{1i} S_{iA} + k_{2i} |S_{iA}|^{\rho_i} \text{sign}(S_{iA}) + k_{3i} \tanh(S_{iA} + \tanh^{-1}(\delta_i)) \right] \quad (24)$$

با ساده کردن (۲۴)،  $\dot{v}(S_{iA})$  به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\begin{aligned} \dot{v}(S_{iA}) &= -k_{1i} S_{iA}^2 - k_{2i} |S_{iA}|^{\rho_i+1} - k_{3i} \tanh(S_{iA} + \tanh^{-1}(\delta_i)) + d_{2i-1}(t) S_{iA} \\ &\leq -k_{1i} S_{iA}^2 - k_{2i} |S_{iA}|^{\rho_i+1} - k_{3i} \tanh(S_{iA} + \tanh^{-1}(\delta_i)) + S_{iA} D \\ &= -k_{1i} S_{iA}^2 - k_{2i} |S_{iA}|^{\rho_i+1} + DS_{iA} \left( 1 - \frac{1}{\delta_i} \tanh(S_{iA} + \tanh^{-1}(\delta_i)) \right) \end{aligned} \quad (25)$$

(۱) برای  $S_{iA} > 0$  نشان می دهیم که  $f(S_{iA}) < 0$ . در نتیجه رابطه  $DS_{iA}f(S_{iA}) < 0$  برقرار خواهد شد.  
(۲) برای  $S_{iA} < 0$  نشان می دهیم که  $f(S_{iA}) > 0$ . در نتیجه رابطه  $DS_{iA}f(S_{iA}) < 0$  صادق است.  
لذا کافی است ثابت شود، تابع  $f(S_{iA})$  یک تابع نزولی است. بدین منظور، از تابع  $f(S_{iA})$  به صورت زیر مشتق می گیریم:

$$\frac{df(S_{iA})}{dS_{iA}} = \frac{-1}{\delta_i \cosh^2(S_{iA} + \tanh^{-1}(\delta_i))} \quad (26)$$

مساله بعد طراحی بخش ناپیوسته ورودی کنترلی است که بعثت استفاده از تابع علامت معمولاً با چترینگ همراه است. در بخش بعد با ارائه یک تکنیک جدید، این مشکل حل شده است.

### ۳-۴ طراحی بخش ناپیوسته قانون کنترل

برای کاهش دامنه چترینگ در ورودی کنترلی، بخش ناپیوسته ورودی کنترل ( $u_{sw}$ ) برای مفصل آم به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

قضیه ۱: برای مفصل آم FJRM با دینامیک خطا (۱۶) ثابت می شود که با انتخاب متغیر کوپلینگ (۱۸)، سطوح لغزش (۱۹) - (۲۰) و اعمال قانون کنترل (۲۳)، سیستم حلقه بسته دارای پایداری سراسری مجانبی زمان محدود است.

**اثبات:** اثبات پایداری مجانبی زمان محدود، در دو مرحله انجام می شود. ابتدا پایداری مجانبی اثبات شده و سپس تحلیل زمان محدودی

همان طوری که در رابطه (۲۵) می توان ملاحظه نمود، دو ترم اول این معادله، به ازای تمامی مقادیر غیر صفر  $S_{iA}$ ، منفی هستند. پس برای اینکه  $\dot{v}(S_{iA}) < 0$  باشد تنها کافیست ثابت کنیم، مقدار ترم  $DS_{iA} \left( 1 - \frac{1}{\delta_i} \tanh(S_{iA} + \tanh^{-1}(\delta_i)) \right)$  به ازای تمامی مقادیر غیر صفر  $S_{iA}$ ، منفی است.

برای اثبات،  $f(S_{iA}) = 1 - \frac{1}{\delta_i} \tanh(S_{iA} + \tanh^{-1}(\delta_i))$  در نظر گرفته می شود. در این تابع  $f(0) = 0$ . حال، با توجه به دو مقدار مثبت و منفی برای  $S_{iA}$ ، دو حالت زیر را در نظر می گیریم:

و (۲۴)، مشتق تابع لیاپانوف حاصله از این قانون برابر  $\dot{v}(S_{iA}(t)) = DS_{iA} + DS_{iA}^2 - k_{2i}|S_{iA}|^{\rho_i+1} - k_{1i}S_{iA}^2$  بدست می آید. حال اگر در این رابطه  $0 < |S_{iA}| < 1$  باشد، می توان مشاهده نمود که مقدار مشتق تابع لیاپانوف مثبت می شود. در این حالت، بدلیل اینکه ترم های  $S_{iA}^2$  و  $|S_{iA}|^{\rho_i+1}$  از  $S_{iA}$  کوچکتر است، مقادیر مجموع ترم های منفی  $(-k_{1i}S_{iA}^2 - k_{2i}|S_{iA}|^{\rho_i+1})$  کوچک تر از ترم مثبت  $(DS_{iA})$  بوده و مقدار  $\dot{v}(S_{iA}(t))$  مثبت می شود، که این موضوع، پایداری مجانبی را تحت تاثیر قرار می دهد. لذا، می توان گفت که قانون رسیدن TSM-type تنها می تواند پایداری محدود یکنواخت را در حالت کلی، برای سیستم حلقه بسته فراهم نماید. این در حالی است که قانون جدید که در رابطه (۲۳) پیشنهاد شده می تواند این مشکل را مرتفع نموده و در تمام حالات مشتق تابع لیاپانوف را منفی و پایداری مجانبی سراسری را تضمین نماید.

حال از همگرا شدن  $S_{iA}$  به صفر می توان نتیجه گرفت که  $e_{4i-3} = e_{4i-1} = 0$  و  $e_{4i-3} = z_{newi}$  از سوی دیگر از  $\dot{S}_{iA} = 0$  داریم:

$$\begin{aligned} \dot{e}_{4i-1} = & -\alpha_{iA}\dot{e}_{4i-3} - \beta_{iA}\gamma_{iA}|e_{4i-3} \\ & - z_{newi}|^{\gamma_{iA}-1}sign(e_{4i-3}) \\ & - z_{newi}\dot{e}_{4i-3} \quad (28) \\ +\alpha_{iA}\dot{z}_{newi} + \beta_{iA}\gamma_{iA}|e_{4i-3} \\ & - z_{newi}|^{\gamma_{iA}-1}sign(e_{4i-3}) \\ & - z_{newi}\dot{z}_{newi} \end{aligned}$$

با حل معادله (۲۸)،  $e_{4i-1}$  به صورت زیر بدست می آید:

$$\begin{aligned} e_{4i-1}(t) = & e_{4i-1}(0)e^{-\int \alpha_{iA} + \beta_{iA}\gamma_{iA}|e_{4i-3} - z_{newi}|^{\gamma_{iA}-1}sign(e_{4i-3} - z_{newi})d\zeta} \\ & + \alpha_{iA} \int_0^t e^{-\int \alpha_{iA} + \beta_{iA}\gamma_{iA}|e_{4i-3} - z_{newi}|^{\gamma_{iA}-1}sign(e_{4i-3} - z_{newi})d\zeta} \dot{z}_{newi}(\tau) d\tau \\ & + \beta_{iA}\gamma_{iA} \int_0^t e^{-\int \alpha_{iA} + \beta_{iA}\gamma_{iA}|e_{4i-3} - z_{newi}|^{\gamma_{iA}-1}sign(e_{4i-3} - z_{newi})d\zeta} \dot{z}_{newi}(\tau)|e_{4i-3} - z_{newi}(\tau)|^{\gamma_{iA}-1} d\tau \end{aligned} \quad (29)$$

رابطه (۳۰) نشان می دهد که  $\dot{z}_{newi}(t)$  هنگامی برابر با صفر خواهد شد که اگر و تنها اگر هر دوی  $S_{iB}$  و  $\dot{S}_{iB}$  به طور همزمان برابر صفر شوند. از شرط  $S_{iB} = 0$  می توان نتیجه گرفت  $\beta_{iB}|e_{4i-2}|^{\gamma_{iB}}sign(e_{4i-2}) = 0$  پس لازم است  $e_{4i} = 0$  و  $e_{4i-2} = 0$  شوند. از طرفی از صفر شدن  $S_{iB}$  بر اساس رابطه (۱۸) می توان نتیجه گرفت که  $z_{newi} = 0$  است. در نتیجه  $e_{4i-3} = e_{4i-1} = 0$  و  $z_{newi} \rightarrow 0$  می شوند.

بنابراین، از تحلیل ریاضی فوق، این نتیجه حاصل می شود که اگر استراتژی کنترل مستقل مفصل بکار گرفته شود و ورودی کنترل (۲۳) بر روی مفصل نام اعمال شود، سطوح لغزش  $S_{iA}$  و  $S_{iB}$  و مشتق آنها به

بر اساس رابطه (۲۶)، می توان مشاهده نمود که، به ازای  $S_{iA} \in \mathbb{R}$  رابطه  $\frac{df}{dS_{iA}} < 0$  همواره برقرار است. بنابراین می توان گفت  $f(S_{iA})$  یک تابع اکیداً نزولی است. هم چنین می دانیم، در یک تابع اکیداً نزولی، اگر  $a < b$  باشد آنگاه  $f(a) > f(b)$  خواهد بود. پس داریم:

$$\begin{cases} S_{iA} > 0 \rightarrow f(S_{iA}) < f(0) \rightarrow f(S_{iA}) < 0, \\ S_{iA} < 0 \rightarrow f(S_{iA}) > f(0) \rightarrow f(S_{iA}) > 0 \end{cases} \quad (27)$$

بنابراین به ازای تمامی مقادیر  $S_{iA}$  در هر دو حالت، رابطه  $DS_{iA}f(S_{iA}) < 0$  برقرار خواهد شد. در نتیجه می توان گفت  $\dot{v}(S_{iA}(t)) = -k_{1i}S_{iA}^2 - k_{2i}|S_{iA}|^{\rho_i+1} + DS_{iA}f(S_{iA}) < 0$  است.

در نتیجه، می توان مشاهده نمود که اگر  $k_{1i}, k_{2i} > 0, k_{3i} > D$  باشند، آنگاه به ازای تمامی مقادیر غیر صفر  $S_{iA}$  مقدار  $\dot{v}(S_{iA}(t)) < 0$  همواره منفی است. از طرف دیگر، هنگامیکه  $S_{iA} = 0$  است آنگاه  $\dot{v}(S_{iA}) = 0$  می شود. پس مطابق قضیه لاسال، سیستم کنترل حلقه بسته دارای پایداری مجانبی به ازای هر شرط اولیه محدود است. در نتیجه کنترل (۲۳) می تواند  $S_{iA}$  را به طور همزمان در حضور اغتشاش خارجی و عدم قطعیت به صفر همگرا نماید.

**نکته ۴:** در رابطه (۲۳)، ترم  $k_{3i} \tanh(S_{iA} + \tanh^{-1}(\delta_i))$  قانون رسیدن TSM-Type<sup>1</sup> که در [۳۲] معرفی شده و برابر  $\dot{S} = -k_1S - k_2|S|^\alpha sign(S)$  است، اضافه شده است. اگر چه قانون رسیدن TSM-Type که در مقالات مختلفی از آن استفاده شده [۳۳، ۳۴، ۳۶]، می تواند مشکلات مربوط به سرعت رسیدن و کاهش چتریینگ را حل کند، اما، این قانون در تضمین پایداری مجانبی در نزدیک سطح لغزش صفر، دچار مشکل است. چراکه مشابه روابط (۲۵)

در این رابطه،  $e_{4i-1}(0)$  شرایط اولیه خطا است. معادله (۲۹) نشان می دهد که اگر  $\dot{z}_{newi}(t) = 0$  باشد آنگاه  $e_{4i-1}(t) = 0$  خواهد شد. با توجه به تعریف متغیر  $z_{newi}$  در (۱۸) و مشابه معادلات (۱۰) - (۱۴) برای بررسی شرط اخیر (یعنی  $\dot{z}_{newi}(t) = 0$ )،  $\dot{z}_{newi}$  به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\begin{aligned} \dot{z}_{newi} = & -\mu_1 \left| \frac{S_{iB}}{\varphi_{1i}} \right| e^{-\int_0^t \left| \frac{S_{iB}}{\varphi_{1i}} \right| dt} \\ & + \mu_{2i} \left( \frac{\dot{S}_{iB}}{\varphi_{2i}} \right) (sech^2 \left( \frac{S_{iB}}{\varphi_{2i}} \right)) \end{aligned} \quad (30)$$

<sup>1</sup> Terminal Sliding mode type reaching law

که  $S_{iA} \dot{S}_{iA} \leq -\eta |S_{iA}|$  می باشد که  $\eta$  یک مقدار ثابت و مثبت است. بنابراین، وقتی  $S_{iA} > 0$  است می توان نتیجه گرفت که  $\dot{S}_{iA} \leq -\eta$  می شود. بنابراین، با انتگرال گیری از طرفین این رابطه، معادله (۳۲) حاصل می شود:

$$\int_{S_{iA}(0)}^{S_{iA}(T_r)} ds \leq \int_0^{T_r} -\eta dt \rightarrow S_{iA}(T_r) - S_{iA}(0) \leq -\eta T_r \rightarrow T_r \leq \frac{S_{iA}(0)}{\eta} \quad (32)$$

بطور مشابه اگر  $S_{iA} \leq 0$  باشد آنگاه  $T_r \leq -\frac{S_{iA}(0)}{\eta}$  است. پس داریم:

$$T_r \leq \frac{|S_{iA}(0)|}{\eta} \quad (33)$$

از آنجاییکه  $|S_{iA}(0)|$  و  $\eta$  محدود هستند لذا زمان رسیدن  $T_r$  نیز محدود است. در ادامه آنالیز پایداری زمان محدودی، مدت زمان لغزش  $T_s$  محاسبه می شود که طبق تعریف برابر است با زمانی که طول می کشد تا سیستم از  $e_{4i-3}(T_r) \neq 0$  به  $e_{4i-3}(T_s + T_r) = 0$  برسد. این فاز، فاز لغزش نامیده شده و در طول مدت آن  $S_{iA}(t) = 0$  است. زمان لغزش  $T_s$  را می توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$S_{iA} = 0 \rightarrow \dot{e}_{4i-3} + \alpha_{iA}(e_{4i-3} - z_i) + \beta_{iA}|e_{4i-3} - z_i|^{\gamma_{iA}} \text{sign}(e_{4i-3} - z_i) = 0$$

$$\dot{e}_{4i-3} = \frac{de_{4i-3}}{dt} = -[\alpha_{iA}(e_{4i-3} - z_i) + \beta_{iA}|e_{4i-3} - z_i|^{\gamma_{iA}} \text{sign}(e_{4i-3} - z_i)] \rightarrow$$

$$\int_{T_r}^{T_s+T_r} dt = \int_{e_{4i-3}(T_r)}^0 \frac{-de_{4i-3}}{\alpha_{iA}(e_{4i-3} - z_i) + \beta_{iA}|e_{4i-3} - z_i|^{\gamma_{iA}} \text{sign}(e_{4i-3} - z_i)}$$

$$T_s = \frac{1}{\alpha_{iA}(1 - \gamma_{iA})} \ln\left(\frac{\alpha_{iA}|e_{4i-3}(T_r) - z_i(T_r)|^{1-\gamma_{iA}} + \beta_{iA}}{\beta_{iA}}\right) \quad (34)$$

تا اینجا، مشکلات مربوط به DSMC معمولی حل شد. در ادامه این روش برای ایجاد و کنترل آشوب در FJRM با n مفصل با رویکرد همزمان سازی مورد استفاده قرار می گیرد. برای درک بهتر این طرح، بلوک دیاگرام نحوه اجرای آن در شکل ۴ نشان داده شده است.

طور همزمان به صفر همگرا می شوند. نتیجتاً مقادیر خطای ردیابی  $e_{4i}(t), e_{4i-1}(t), e_{4i-2}(t), e_{4i-3}(t)$  نیز به صفر میل می کنند. بنابراین، کنترل کننده پیشنهادی پایداری مجانبی سیستم حلقه بسته را در حضور اغتشاشات خارجی و عدم قطعیت های موجود تضمین می کند. به طور خلاصه با اعمال کنترل (۲۳) به (۱۵) داریم:

$$u_i \rightarrow S_{iA} = 0 \rightarrow \begin{cases} e_{4i-3} = z_{new_i} \\ e_{4i-1} = 0 \end{cases} \quad \text{and}$$

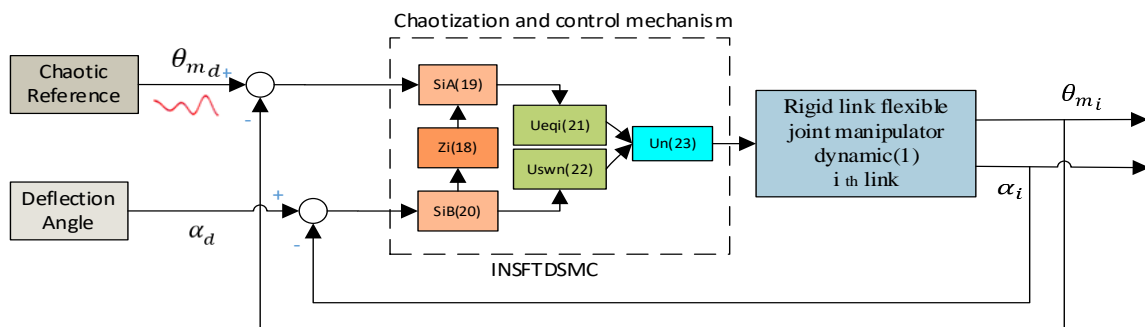
$$\dot{S}_{iA} = 0 \rightarrow e_{4i-1} = 0 \rightarrow \dot{z}_{new_i}(t) = 0 \rightarrow \quad (31)$$

$$\begin{cases} S_{iB} = 0, \rightarrow \begin{cases} z_{new_i} = 0 \rightarrow e_{4i-3} = 0, \\ e_{4i} = e_{4i-2} = 0 \end{cases} \\ \dot{S}_{iB} = 0 \end{cases} \quad \text{and}$$

#### ۴-۴ آنالیز پایداری زمان محدود

مطابق تعریف، زمان رسیدن  $T_r$  مدت زمانی است که طول می کشد تا سیستم از  $S_{iA}(0) \neq 0$  به  $S_{iA}(T_r) = 0$  برسد [۳۵]. یعنی پس از گذشت این زمان داریم  $S_{iA}(T_r) = 0$ . بر اساس معادله (۲۵) می بینیم

از (۳۴)، می توان نتیجه گرفت که زمان لغزش  $T_s$  نیز محدود است. بنابراین،  $(T_s + T_r)$  نیز یک زمان محدود خواهد بود. اکنون می توان ادعا نمود که سیستم کنترل حلقه بسته، با توجه به متغیر کوپلینگ جدید (۱۸)، سطوح لغزش (۱۹)–(۲۰)، و تحت قانون کنترل اصلاح شده (۲۳)، در حضور اغتشاش و عدم قطعیت و آشوب، دارای پایداری مجانبی زمان محدود است. این اثبات را کامل می کند. ■



شکل ۴: بلوک دیاگرام پیاده سازی طرح پیشنهادی

### ۵- نتایج شبیه سازی و پیاده سازی عملی

در این بخش، برای تأیید عملکرد کنترل پیشنهادی، چندین شبیه سازی و پیاده سازی عملی بر روی یک FJRM تک مفصل آشوبی انجام می شود و نتایج با روش های DSMC و HSMC مقایسه می شوند. لازم به ذکر

#### ۵-۱ نتایج شبیه سازی

در مرحله شبیه سازی، کنترل پیشنهادی (۲۳) با رویکرد همزمانی آشوبی بر روی بازو پیاده سازی می شود. ضرایب کنترل کننده ها در جدول ۱ آورده شده است

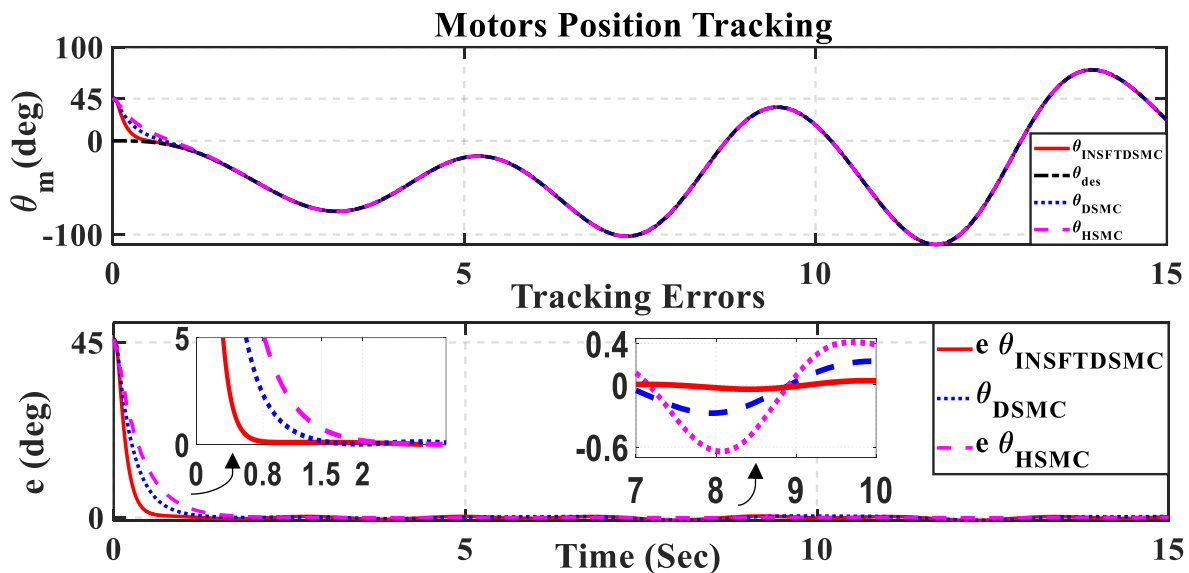
جدول ۱: مقادیر ضرایب کنترل کننده ها

پارامترهای INSFTDSMC (۲۳)														
پارامترها	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\gamma_1$	$\alpha_2$	$\beta_2$	$\gamma_2$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$\rho$	$\mu_1$	$\mu_2$	$\varphi_1$	$\varphi_2$
مقادیر	۸,۵	۳	۱,۹	۹۵	۱۵	۱,۸	۷	۵	۰,۸۱	۰,۱	۰,۱	۰,۳	۱۵	۱,۵
DSMC پارامترهای							HSMC پارامترهای							
پارامتر	$c_1$	$c_2$	$k$	$\varphi_z$	$z_u$	$c_1$	$c_2$	$k_1$	$k_2$	$\eta_1$	$\eta_2$			
مقادیر	۳,۹	۸۰	۰,۸۷	۵	۰,۹	۲,۸	۰,۱	۳۲,۱	۶۳,۱	۱۰	۸			

به منظور لحاظ کردن عدم قطعیت ساختاری، در طراحی کنترل کننده فرض گردیده که پارامترهای بازو ۹۰ درصد مقادیر نامی جدول ۱ هستند. در این صورت تمامی کنترل کننده ها با عدم قطعیت پارامتری ۱۰ درصدی مواجه می شوند. هم چنین، اغتشاشات خارجی به صورت

$d_1(t) = 0.8 \sin(3t)$ ,  $d_2(t) = 0.5 \cos(2t)$  در نظر گرفته می شوند. برای نمایش بهتر سرعت همگرایی در نقاط دور از مبدا، شرط اولیه برابر  $x_0 = (0.8, 0, 0, 0)^T$  رادین در نظر گرفته می شود. شکل ۴ رفتار همزمانی آشوبی موقعیت موتور را نشان می دهد.

به منظور لحاظ کردن عدم قطعیت ساختاری، در طراحی کنترل کننده فرض گردیده که پارامترهای بازو ۹۰ درصد مقادیر نامی جدول ۱ هستند. در این صورت تمامی کنترل کننده ها با عدم قطعیت پارامتری ۱۰ درصدی مواجه می شوند. هم چنین، اغتشاشات خارجی به صورت

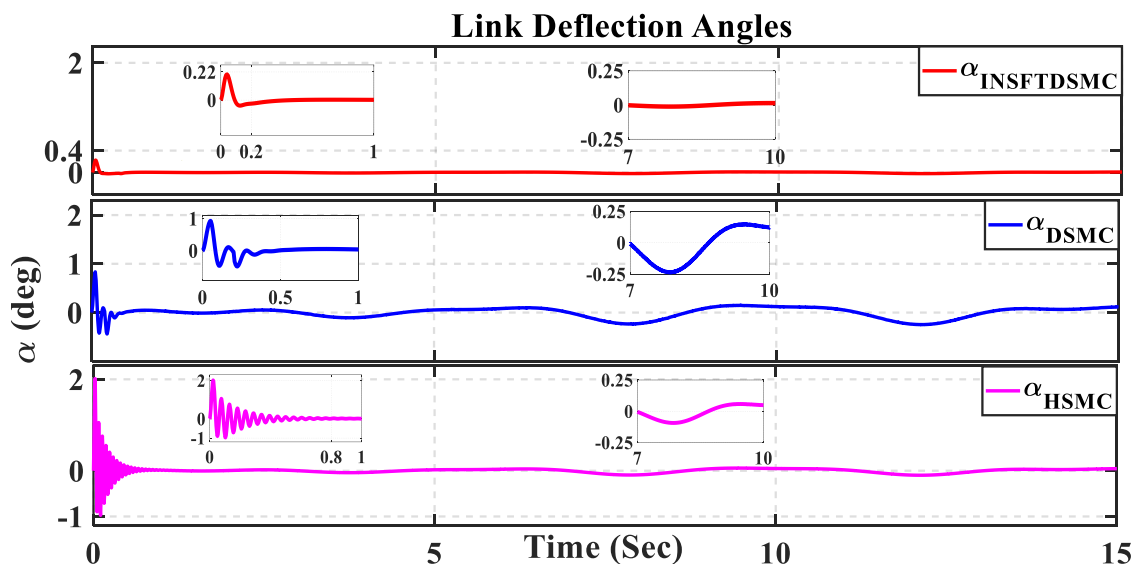


شکل ۵: عملکرد کنترل کننده ها در همزمان سازی آشوبی در شبیه سازی

نمودار پایین شکل ۵ نشان می دهد که کنترل پیشنهادی خطای همزمان سازی را در مدت ۰,۸ ثانیه به صفر رسانده است. در این حالت آشوب به سیستم تزریق می شود. در مقابل، این زمان برای DSMC و HSMC به ترتیب برابر ۱,۵ و ۲ ثانیه است. می توان گفت، بهبود

سرعت همگرایی در کنترل پیشنهادی به دلیل استفاده از سطح لغزشی جدید است. همچنین رفتار کنترل کننده ها از ثانیه هفتم تا دهم نشان می دهد که روش پیشنهادی نسبت به اغتشاش نیز مقاوم تر است. عملکرد کنترل زوایای انحراف در شکل ۶ نشان داده شده است.

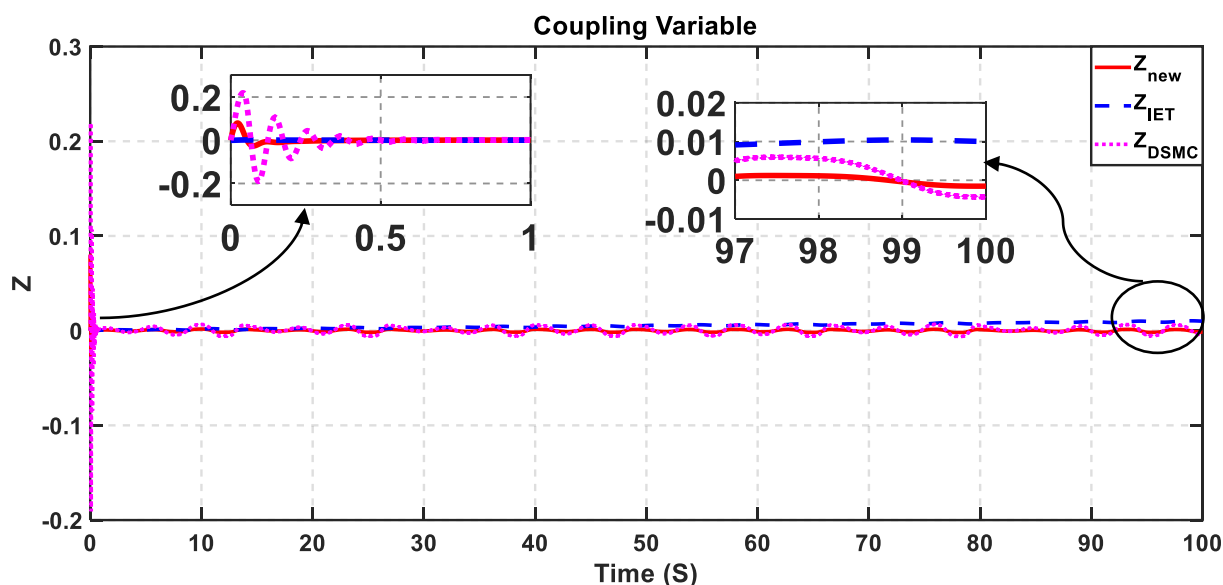
سرعت همگرایی در کنترل پیشنهادی به دلیل استفاده از سطح لغزشی جدید است. همچنین رفتار کنترل کننده ها از ثانیه هفتم تا دهم نشان می دهد که روش پیشنهادی نسبت به اغتشاش نیز مقاوم تر است. عملکرد کنترل زوایای انحراف در شکل ۶ نشان داده شده است.



شکل ۶: عملکرد کنترل کننده‌ها از نظر مقادیر زاویه انحراف در شبیه سازی

انتخاب متغیر کوپلینگ این روش باشد. با توجه به اینکه روش HSMC فاقد متغیر کوپلینگ است، مقایسه رفتار سه متغیر کوپلینگ ذکر شده در مقالات شامل، متغیر کوپلینگ جدید (۱۸)، متغیر کوپلینگ قبلی (۷) و متغیر کوپلینگ [۲۶]، در شکل ۷ برای مدت زمان ۱۰۰ ثانیه نشان داده شده است.

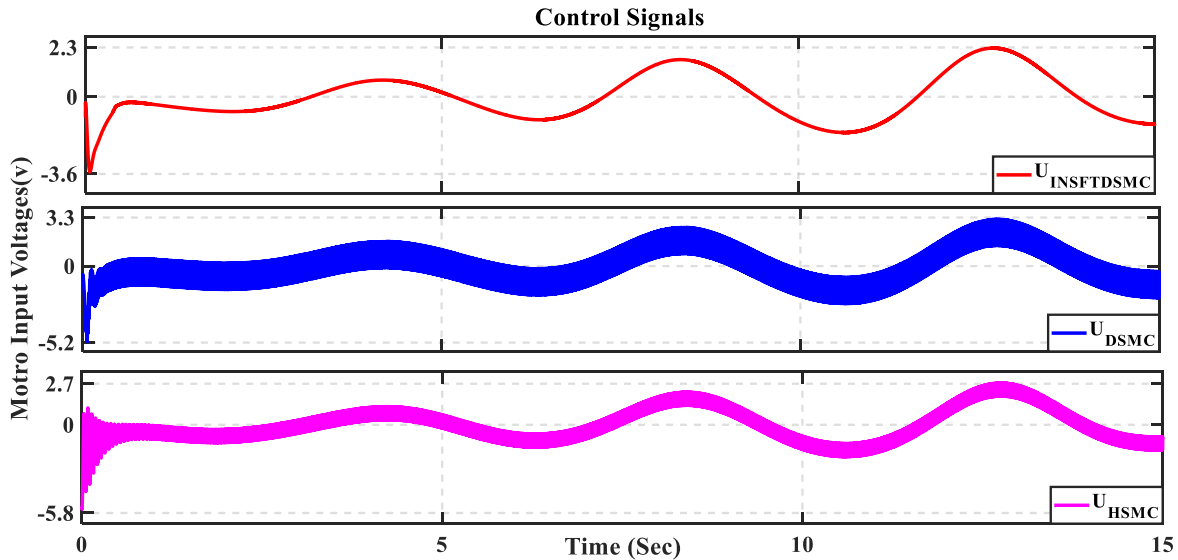
همان طور که در شکل ۶ نشان داده شده، زاویه انحراف در روش پیشنهادی با حداکثر مقدار ۰٫۲۲ درجه در ۰٫۲ ثانیه به صفر همگرا می شود. درحالی که DSMC و HSMC زاویه انحراف را با حداکثر ۱ و ۲ درجه به صفر می رسانند و زمان های همگرایی نیز به ترتیب برابر با ۰٫۵ و ۰٫۸ ثانیه است. علاوه بر این، زاویه انحراف در DSMC در یک محدوده ی کراندار، نوسان دارد. یکی از دلایل این امر ممکن است



شکل ۷: مقایسه رفتار متغیرهای کوپلینگ در زمانهای طولانی

پیشنهادی (۱۸) در شرایط آشوبی دامنه کمتری نسبت به متغیر کوپلینگ DSMC (رابطه ۷) دارد و فاقد نوسانات اضافی است. ورودی های کنترل در شکل ۸ نشان داده شده است.

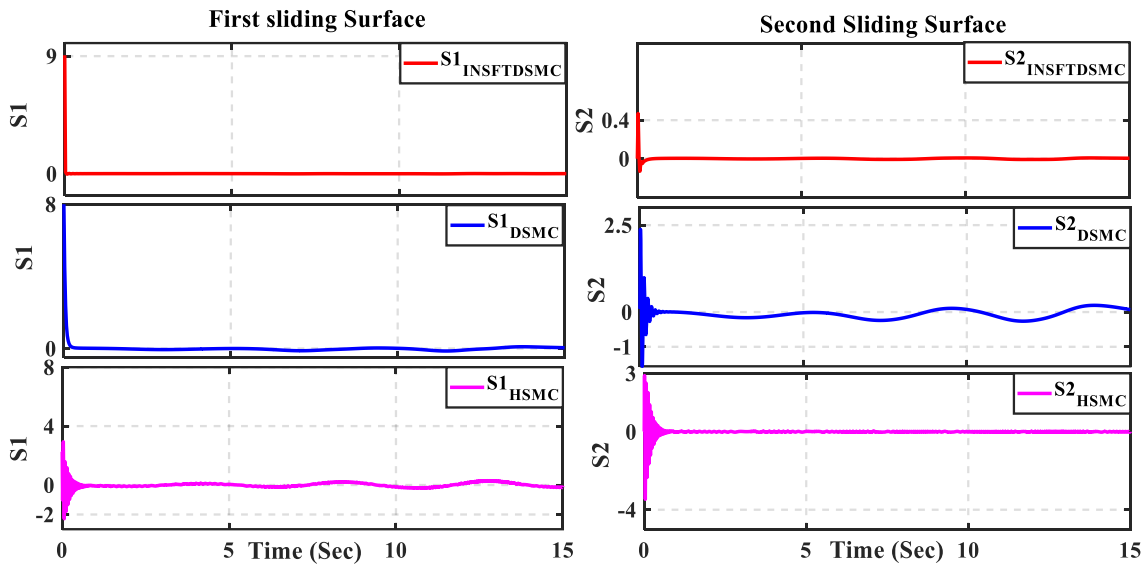
از شکل ۷ می توان مشاهده نمود که، متغیر جدید پیشنهادی در مدت زمان طولانی خطای حالت ماندگار ندارد اما متغیر پیشنهاد شده در [۲۶] هر چند هر دو سطح لغزش را به صفر همگرا می کند اما، بدلیل استفاده از ترم انتگرالی دارای ۰٫۱ خطای حالت ماندگار است. هم چنین متغیر



شکل ۸: مقادیر ورودی کنترل کننده ها در شبیه سازی

HSMC به ترتیب ۵٫۲۵ و ۵٫۸ ولت و همراه با چترینگ است. رفتار سطوح لغزش در شکل ۹ نشان داده شده است.

شکل ۸ نشان می دهد که ورودی کنترل (۲۳) دارای حداکثر دامنه ۳٫۶ ولت و بدون چترینگ بوده اما، حداکثر ورودی های DSMC و



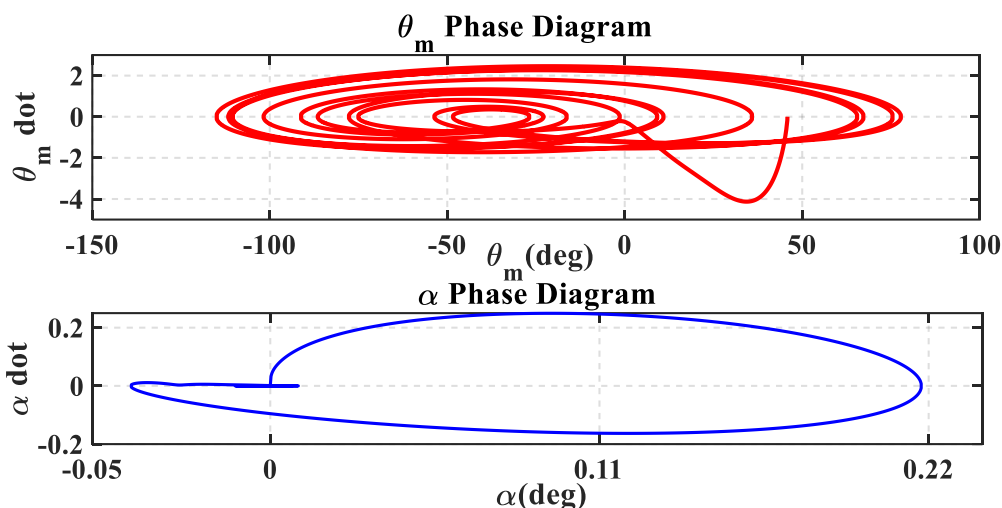
شکل ۹: سطوح لغزشی کنترل پیشنهادی و DSMC

همگرایی مناسب قابل دستیابی نباشد. در این حالات، بر اساس معادله (۱۴)، متغیر حالت دوم ( $\alpha$ ) ممکن است به صفر همگرا نشود و فقط در یک محدوده کراندار باقی بماند. بنابراین، DSMC تنها می تواند پایداری یکنواخت محدود را تضمین نماید. در مقابل، با توجه به شکل های ۶، ۷ و ۹، با متغیر کوپلینگ جدید، این مشکل حل می شود و پایداری مجانبی توسط INSFTDMC حاصل می شود.

هم چنین دیاگرام فاز موقعیت موتور و زاویه انحراف در شکل ۱۰ برای مدت شبیه سازی ۵۰ ثانیه نشان داده شده است.

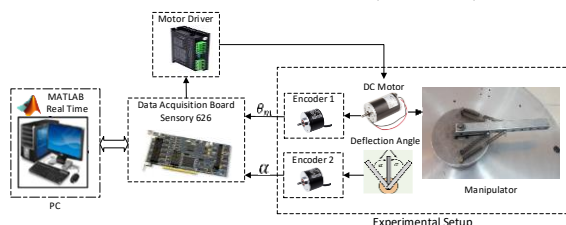
از شکل ۹، می توان مشاهده نمود که سطح لغزشی دوم در INSFTDSMC به صفر همگرا می شود. اما برای DSMC در یک محدوده کراندار نزدیک صفر باقی مانده و دارای نوسان است. بنابراین می توان گفت که به دلیل تغییر دامنه و فرکانس مرجع مطلوب آشوبی، DSMC عملکرد مناسبی در شرایط آشوبی ندارد.

**نکته ۵:** لازم به ذکر است که در اهداف تنظیم، متغیر کوپلینگ DSMC ممکن است عملکرد مناسبی را ارائه دهد، اما در ردیابی یک مرجع آشوبی، بر اساس نکات ذکر شده، در برخی شرایط ممکن است



شکل ۱۰: دیاگرام فاز موقعیت زاویه ای موتور و زاویه انحراف در شبیه سازی

موتور DC به عنوان عملگر، نیروی لازم را برای راه اندازی و حرکت مفصل فراهم می نماید. گشتاور اعمالی از موتور، فریم و بدنه ای که بازو به آن متصل است را به حرکت در می آورد. فنرهای متصل به رابط به جهت ایجاد انعطاف در بازو به کار گرفته می شوند و متناسب با مقدارشان، باعث ایجاد انحراف در زاویه موتور می گردند. دو انکودر نوری افزایشی به عنوان سنسور در مسیر فیدبک، به کار گرفته شده اند تا زوایای موتور و زاویه انحراف را اندازه گیری نمایند. انکودر اول که به شفت موتور متصل است، برای اندازه گیری زاویه موتور ( $\theta_m$ ) و انکودر دوم که به انتهای رابط وصل است، برای اندازه گیری زاویه انحراف ( $\alpha$ ) استفاده شده است. برد DAQ از یک طرف، اطلاعات اندازه گیری شده به وسیله سنسورها را به رایانه فرستاده و از طرف دیگر، فرامین کنترلی تولید شده بوسیله رایانه را به درایور موتور می دهد. فرامین کنترلی بر اساس کنترل پیشنهادی در محیط نرم افزاری Matlab تولید می شود. در نهایت، درایور موتور ولتاژ متناسب با فرامین اعمال شده را برای رسیدن به مقادیر مطلوب به موتور، اعمال می کند. بلوک دیاگرام نحوه پیاده سازی عملی در شکل ۱۲ نشان داده شده است. همانند بخش ۱،۵، معادلات بازو و پارامترها در پیوست آورده شده است.



شکل ۱۲: شماتیک پیاده سازی عملی

شرایط آشوبی سازی بازو، مقادیر اولیه و ضرایب کنترل کننده و پارامترهای سیستم همانند بخش ۵،۱ است. شکل ۱۳ عملکرد موقعیت موتور را در همزمانی آشوبی نشان می دهد

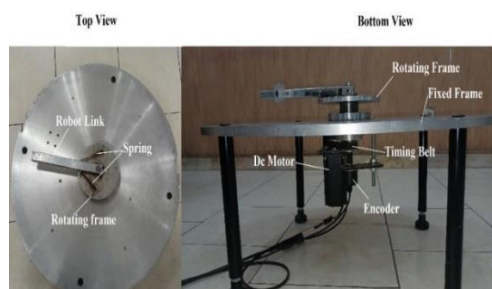
شکل ۱۰ رفتار آشوبی موقعیت زاویه ای موتور ( $\theta_m$ ) را نشان می دهد. اما زاویه انحراف ( $\alpha$ ) رفتار کنترل شده و غیر آشوبی داشته، در حالی که سیستم آشوبی است. علاوه بر این، از معیار (IAE) به عنوان ابزاری برای مقایسه بهتر عملکرد کنترل کننده ها استفاده شده و نتایج مقایسه در جدول ۲ آورده شده است.

جدول ۲: مقایسه معیار IAE کنترل پیشنهادی با DSMC و HSMC در شبیه سازی

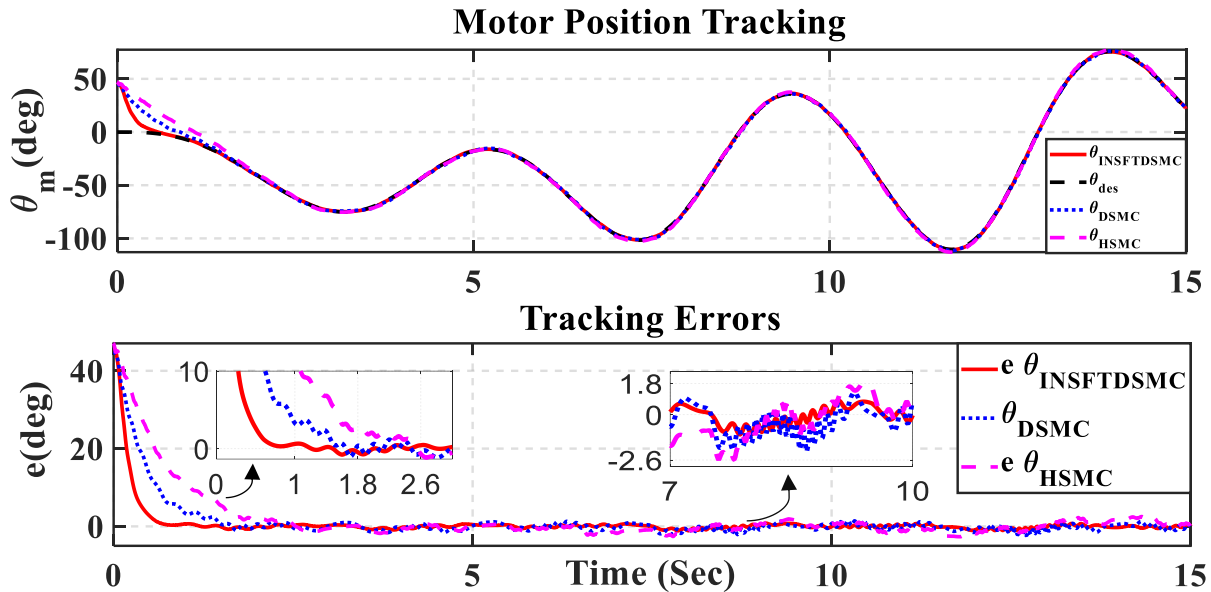
معیارها	IAE		
	کنترل پیشنهادی (۲۳)	DSMC	HSMC
خطای ردیابی موقعیت	۰,۱۶	۰,۲۸	۰,۳
زاویه انحراف	۰,۰۰۲	۰,۲۱۴	۰,۲۵۷

## ۲-۵ نتایج پیاده سازی عملی

برای ارزیابی عملی کنترل پیشنهادی (۲۳)، در این بخش، آزمایشاتی بر روی بازوی رباتیک به صورت سخت افزار در حلقه انجام شده است. بستر سخت افزاری که در شکل ۱۱ نشان داده شده، شامل یک بازوی ربات، یک موتور DC، دو انکودر نوری افزایشی، یک درایور موتور، یک کارت جمع آوری داده (DAQ) و چهار فنر است.



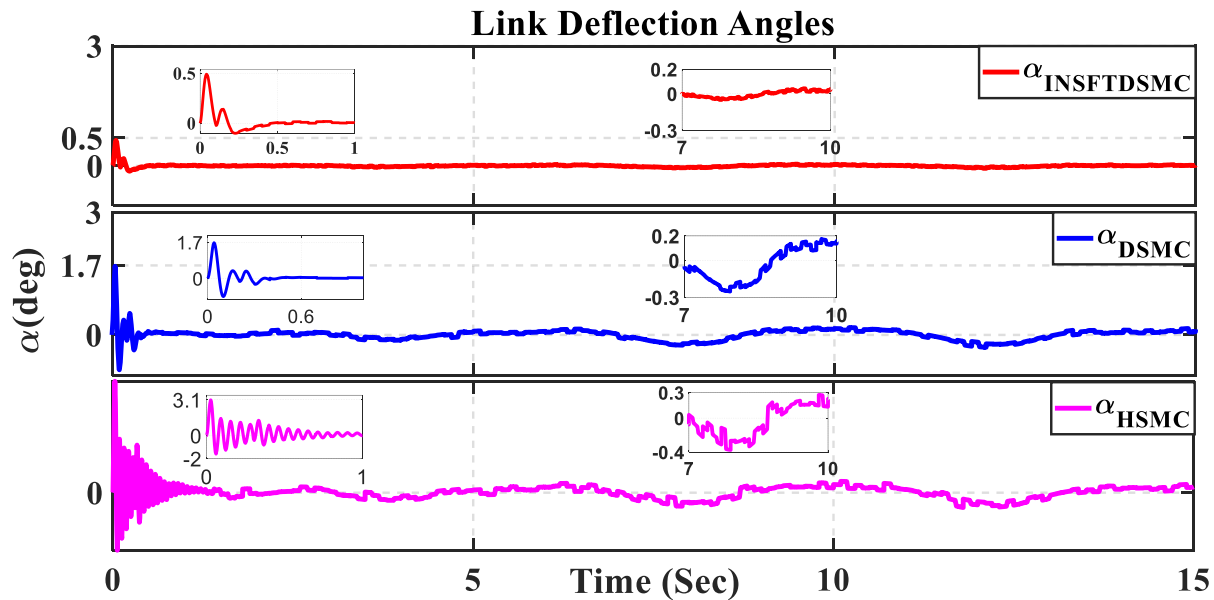
شکل ۱۱: بستر سخت افزاری پیاده سازی عملی بصورت سخت افزار در حلقه



شکل ۱۳: عملکرد کنترل کننده‌ها در همزمان سازی آشوبی در پیاده سازی عملی

شکل ۱۳ نشان می‌دهد که کنترل پیشنهادی خطای همزمانی آشوبی را در مدت ۱ ثانیه به صفر می‌رساند، این در حالی است که این زمان برای DSMC و HSMC به ترتیب برابر ۱٫۸ و ۲٫۶ ثانیه است. شکل ۱۴ رفتار زوایای انحراف را نشان می‌دهد.

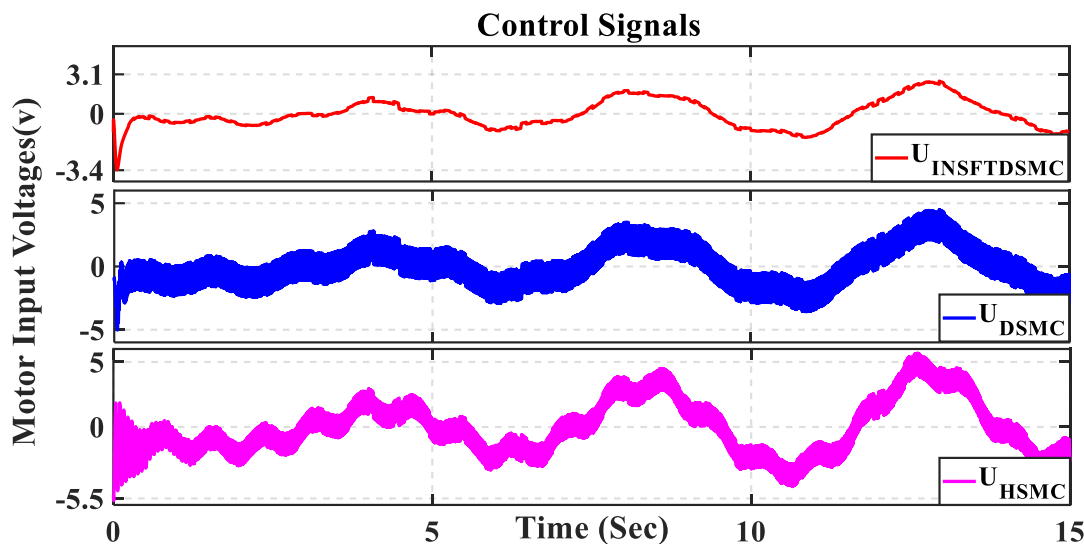
شکل ۱۴ نشان می‌دهد که کنترل پیشنهادی (۲۳) عملکرد مطلوبی از نظر کاهش زاویه انحراف دارد و زاویه انحراف را با حداکثر ۰٫۵ درجه در ۰٫۵ ثانیه به صفر می‌رساند. در مقابل، DSMC و HSMC زوایای انحراف را



شکل ۱۴: عملکرد کنترل کننده‌ها از نظر مقادیر زاویه انحراف در پیاده سازی عملی

شکل ۱۴ نشان می‌دهد که کنترل پیشنهادی (۲۳) عملکرد مطلوبی از نظر کاهش زاویه انحراف دارد و زاویه انحراف را با حداکثر ۰٫۵ درجه در ۰٫۵ ثانیه به صفر می‌رساند. در مقابل، DSMC و HSMC زوایای انحراف را با حداکثر مقادیر ۱٫۷ و ۳٫۱ درجه با نوسانات بیشتر، به ترتیب در ۰٫۶ و ۱ ثانیه به صفر همگرا می‌کنند. شکل ۱۵ ورودی‌های کنترل را در پیاده سازی عملی نشان می‌دهد.

شکل ۱۴ نشان می‌دهد که کنترل پیشنهادی (۲۳) عملکرد مطلوبی از نظر کاهش زاویه انحراف دارد و زاویه انحراف را با حداکثر ۰٫۵ درجه در ۰٫۵ ثانیه به صفر می‌رساند. در مقابل، DSMC و HSMC زوایای انحراف را



شکل ۱۵: ورودی کنترل کننده در پیاده سازی عملی

است. همچنین دامنه نوسان و چترینگ نسبت به شبیه سازی افزایش یافته است. مقایسه عددی نتایج شبیه سازی و پیاده سازی عملی در جدول ۳ بیان شده است.

شکل ۱۵ نشان می دهد که دامنه ورودی در پیاده سازی عملی کمی کمتر از شبیه سازی است و حداکثر دامنه آن برای روش پیشنهادی حدود ۳٫۴ ولت

جدول ۳: مقایسه عددی نتایج پیاده سازی عملی و شبیه سازی

معیارها	نتایج شبیه سازی		
	کنترل پیشنهادی (۲۳)	DSMC	HSMC
Max Rotor Position Settling Time (sec)	۰٫۸	۱٫۵	۲
Max Link Deflection (°)	۰٫۲	۱	۲
Max Amplitude Control Input (v)	۳٫۶	۵٫۲۵	۵٫۸
معیارها	نتایج پیاده سازی عملی		
	کنترل پیشنهادی (۲۳)	DSMC	HSMC
Max Rotor Position Settling Time (sec)	۱	۱٫۸	۲٫۶
Max Link Deflection (°)	۰٫۵	۱٫۷	۳٫۱
Max Amplitude Control Input (v)	۳٫۴	۵	۵٫۵

روش DSMC، نقاط قوت و ضعف آن به طور کامل، مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. سپس، مشکلات حاکم بر آن با پیشنهاد یک کنترل کننده جدید با عنوان INSFTDSMC که شامل یک متغیر کوپلینگ جدید، یک سطح لغزشی سریع ترمینال و یک تکنیک جدید برای کاهش چترینگ است، بر طرف شد. هم چنین طرح کنترلی برای بازوهایی با  $n$  مفصل انعطاف پذیر توسعه داده شد. نتایج تحلیل ها نشان می دهد که DSMC تنها می تواند پایداری یکنواخت محدود را در برخی حالات ارائه دهد، در حالی که اثبات ریاضی تأیید می کند که سیستم حلقه بسته با استفاده از INSFTDSMC، دارای پایداری مجانبی زمان محدود در حضور عدم قطعیت های ساختاری، اغتشاشات خارجی و آشوب است. برای ارزیابی

نتایج شکل ها و اعداد ارائه شده در جدول ۳ نشان می دهد که روش پیشنهادی بهتر از دو روش دیگر عمل نموده و سرعت همگرایی روش DSMC بهتر از HSMC است.

## ۶- نتیجه گیری

این مقاله به بررسی مساله ردیابی موقعیت بازوهای رباتیک با مفاصل انعطاف پذیر در حضور آشوب، عدم قطعیت و اغتشاش پرداخته است. در این راستا از یک رویکرد همزمان سازی با یک مرجع آشوبی برای ایجاد آشوب در دینامیک بازو استفاده شد. علاوه بر این، بررسی قابلیت های

بر روی FJRM تک مفصل، به صورت سخت افزار در حلقه نیز انجام شد. نتایج شبیه سازی و پیاده سازی عملی کارایی بهتر کنترل کننده پیشنهادی را تأیید می کنند.

عملکرد INSFTDSMC، چندین شبیه سازی بر روی یک FJRM تک مفصل انجام شده و عملکرد آن از نظر حداکثر انحراف رابط، زمان همگرایی، دامنه ورودی کنترل، پاسخ گذرا و خطای ردیابی ارزیابی و نتایج با DSMC و HSMC مقایسه شد. علاوه بر این، یک ارزیابی عملی نیز

### پیوست

معادلات دینامیکی FJRM تک مفصل، به صورت زیر است [۲۷]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_3(t), \\ \dot{x}_2(t) = x_4(t), \\ \dot{x}_3(t) = f_1(X) + g_1(X)u(t) + d_1(t), \\ \dot{x}_4(t) = f_2(X) + g_2(X)u(t) + d_2(t) \end{cases} \quad (A.1)$$

بردار حالت برابر  $X = [\theta_m, \alpha, \dot{\theta}_m, \dot{\alpha}]$  و توابع سیستم به صورت زیر است

$$\begin{aligned} f_1(X) &= \frac{K_s}{J_{eq}} x_2 + \frac{(-K_2 - B_{eq} + B_{Arm})}{J_{eq}} x_3 + \frac{B_{Arm}}{J_{eq}} x_4, \\ f_2(X) &= \frac{mgl \sin(x_1 + x_2)}{J_{Arm}} - \frac{K_s(J_{eq} + J_{Arm})}{J_{eq}J_{Arm}} x_2 + \left( \frac{K_2 + B_{eq} - B_{Arm}}{J_{eq}} - \frac{B_{Arm}}{J_{Arm}} \right) x_3 - \frac{B_{Arm}(J_{eq} + J_{Arm})}{J_{Arm}J_{eq}} x_4 \\ g_1(X) &= \frac{\eta_g \eta_m K_t K_g}{J_{eq} R_m} \quad g_2(X) = -g_1(X), \\ K_2 &= \frac{\eta_g K_g^2 \eta_m K_m K_t}{R_m} \end{aligned} \quad (A.2)$$

مقادیر پارامترهای سیستم در جدول ۴ بیان شده است.

جدول ۴: مقادیر پارامترهای موتور و بازوی رباتیک

Definition	Parameter	Values
Equivalent Viscous damping ( $N.M.S/rad$ )	$B_{eq}$	۰٫۰۷
Rotor Viscous Friction ( $N.M.S/rad$ )	$B_{arm}$	۰٫۰۰۴
Back-EMF Constant ( $V.S/rad$ )	$K_m$	۰٫۰۰۷۶۷
Motor Torque Constant ( $N.M/A$ )	$K_t$	۰٫۰۰۷۶۷
Total Gear Ratio	$K_g$	۱۴:۵
Gearbox Efficiency	$\eta_g$	۰٫۸۹
Armature Efficiency	$\eta_m$	۰٫۸۴
Motor Resistance ( $\Omega$ )	$R_m$	۲٫۴
Joint Stiffness	$K_s$	۵۰
Equivalent Inertia ( $Kg.m^2$ )	$J_{eq}$	۰٫۰۰۲۳
Total Link Inertia ( $Kg.m^2$ )	$J_{arm}$	۰٫۰۰۳۵۲
Length of the Link ( $m$ )	$l$	۰٫۳
Mass of the Link ( $Kg$ )	$m$	۰٫۱
Gravitational Constant ( $N/m$ )	$g$	۹٫۸۱

## مراجع

- [13] Gao H, He W, Zhou C, Sun C. "Neural network control of a two-link flexible robotic manipulator using assumed mode method", *IEEE Transactions on Industrial Informatics*. 2018, 22;15(2):755-65.
- [14] Ling S, Wang H, Liu PX. "Adaptive fuzzy tracking control of flexible-joint robots based on command filtering", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2019, 10;67(5):4046-55.
- [15] Spyrakos-Papastavridis E, Dai JS. "Minimally model-based trajectory tracking and variable impedance control of flexible-joint robots", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2020, 20;68(7):6031-41.
- [16] Rostami Kandroodi Mojtaba, Farivar Faeze A. Mahdi, "Control of flexible joint manipulator via variable structure rule-based fuzzy control and chaos anti-control with experimental validation", *Intelligence systems in electrical engineering*, 4th year, No. 4, (2014), 1-12.
- [17] Lochan K, Singh JP, Roy BK, Subudhi B. "Chaotic path planning for a two-link flexible robot manipulator using a composite control technique", In *Recent Advances in Chaotic Systems and Synchronization 2019*, 1 (pp. 233-257).
- [18] Dianwei Qian, Jianqiang Yi, "Hierarchical sliding mode control for under-actuated cranes design", analysis and simulation, *Springer Link*, 2015, 978-3-662-48417-3.
- [19] Soltanpour MR, Moattari M. "Voltage based sliding mode control of flexible joint robot manipulators in presence of uncertainties", *Robotics and Autonomous Systems*. 2019, 1:118:204-19.
- [20] Lo JC, Kuo YH. "Decoupled fuzzy sliding-mode control", *IEEE Transactions on fuzzy systems*. 1998 ;6(3):426-35.
- [21] Arman Rajaei, Amin Vahidi-Moghaddam, Mohammad Eghtesad, DS Neculescu and Ehsan Azadi Yazdi, "Nonsingular decoupled terminal sliding-mode control for a class of fourth-order underactuated nonlinear systems with unknown external disturbance", *IOP, Engineering Research Express*, Vol. 2, No. 3, 2020, 035028.
- [22] Xuemei N, Gao G, Liu X, Fang Z. "Decoupled sliding mode control for a novel 3-DOF parallel manipulator with actuation redundancy", *International journal of advanced robotic systems*. 2015, 22;12(5):64.
- [23] Mahmoodabadi MJ, Yazdi SM, Talebipour M. "Optimal self-tuning decoupled sliding mode control for a class of nonlinear systems", *International Journal of Intelligent Engineering Informatics*. 2019, 7(6):529-44.
- [1] Alandoli EA, Lee TS. "A critical review of control techniques for flexible and rigid link manipulators", *Robotica*, 2020 ;38(12):2239-65.
- [2] Ozgoli S, Taghirad HD. "A survey on the control of flexible joint robots", *Asian journal of control*. 2006 ;8(4):332-44.
- [3] Sun L, Zhao W, Yin W, Sun N, Liu J. "Proxy based position control for flexible joint robot with link side energy feedback", *Robotics and Autonomous Systems*. 2019, 1:121:103272.
- [4] Yan Z, Lai X, Meng Q, Zhang P, Wu M. "Tracking control of single-link flexible-joint manipulator with unmodeled dynamics and dead zone", *International Journal of Robust and Nonlinear Control*. 2021, 10;31(4):1270-87.
- [5] Minagar S, Kazemitabar J, Alizadeh M. "Fractional dynamic sliding mode control for uncertain chaotic systems applied to a chaotic robot arm under dynamic load", *International Journal of Sensors Wireless Communications and Control*. 2020 1, 10(6):1023-31.
- [6] Gholipour S, Shandiz HT, Alizadeh M, Minagar S, Kazemitabar J. "Dynamic sliding mode control based on fractional calculus subject to uncertain delay based chaotic pneumatic robot", *International Journal of Sensors Wireless Communications and Control*. 2020, 1;10(3):413-20.
- [7] He B, Wang S, Liu Y. "Underactuated robotics: a review. *International Journal of Advanced Robotic Systems*", 2019, 16;16(4):1729881419862164.
- [8] Lochan K, Roy BK, Subudhi B. "Chaotic tip trajectory tracking and deflection suppression of a two-link flexible manipulator using second-order fast terminal SMC", *Transactions of the Institute of Measurement and Control*. 2019, 41(12):3292-308.
- [9] Ott E, Grebogi C, Yorke JA. "Controlling chaos", *Physical review letters*. 1990, 12;64(11):1196.
- [10] Li Y, Wu Y. "Neural network based adaptive chaoticification of uncertain robot manipulators incorporating motor dynamics", *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2018, 1 (Vol. 428, No. 1, p. 012054).
- [11] Kandroodi MR, Farivar F, Pedram MZ, Shoorehdeli MA. "Variable structure control and anti-control of flexible joint manipulator with experimental validation", In *2011 IEEE International Conference on Mechatronics*, 2011, Vol, 13, pp. 294-299.
- [12] Yin W, Sun L, Wang M, Liu J. "Nonlinear state feedback position control for flexible joint robot with energy shaping", *Robotics and Autonomous Systems*. 2018, 1:99:121-34.

- [24] Ata B, Coban R. “Decoupled adaptive backstepping sliding mode control of underactuated mechanical systems”, *Journal of Control Engineering and Applied Informatics*. 2022, 23;24(1):45-56.
- [25] Zaare S, Soltanpour MR. “Adaptive fuzzy global coupled nonsingular fast terminal sliding mode control of n-rigid-link elastic-joint robot manipulators in presence of uncertainties”, *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2022, 15:163:108165.
- [26] Nezhad, A. H., Noiey, A. R., Soltanpour, M. R., & Veysi, M. “A new fuzzy decoupled sliding mode control of flexible joint robotic manipulators based on the finite-time observer in the presence of chaos with experimental validation”, *IET Control Theory & Applications*, 2024, 18(4), 422-441.
- [27] Zaare S, Soltanpour MR, Moattari M. “Adaptive sliding mode control of n flexible-joint robot manipulators in the presence of structured and unstructured uncertainties”, *Multibody System Dynamics*. 2019, 47(4):397-434.
- [28] Molaie M, Jafari S, Sprott JC, Golpayegani SM. “Simple chaotic flows with one stable equilibrium”, *International Journal of Bifurcation and Chaos*. 2013, 23(11):1350188.
- [29] Khalil HK. “Control of nonlinear systems”, Prentice Hall, New York, NY; 2002.
- [30] Spong MW, Hutchinson S, Vidyasagar M. “Robot modeling and control”, John Wiley & Sons; 2020.
- [31] Wang X, Liu J, Cai KY. “Tracking control for a velocity-sensorless VTOL aircraft with delayed outputs”, *Automatica*. 2009, 1;45(12):2876-82.
- [32] Wang, Hai, L. Shi, Zhihong Man, Jinchuan Zheng, S. Li, Ming Yu, C. Jiang, Huifang Kong, and Zhenwei Cao. “Continuous fast nonsingular terminal sliding mode control of automotive electronic throttle systems using finite-time exact observer”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 65, no. 9. 2018, 7160-7172.
- [33] Chen, S., Liu, W., & Huang, H. “Nonsingular fast terminal sliding mode tracking control for a class of uncertain nonlinear systems”, *Journal of Control Science and Engineering*, 2019, 8146901.
- [34] Junejo, A. K., Xu, W., Hashmani, A. A., El-Sousy, F. F., Habib, H. U. R., Tang, Y., ... & Ismail, M. M. “Novel fast terminal reaching law based composite speed control of PMSM drive system”, *IEEE Access*, 2022, 10, 82202-82213.
- [35] Lui J, Wang X. “Advanced Sliding Mode Control for Mechanical Systems. Design, Analysis and MATLAB Simulation”, TSINCHUA university Press. 2012, 147-148.