مجله کنترل
ISSN 2008-8345
جلد ۴، شماره ۳، پاییز ۱۳۸۹، صفحه ۲۸-۱۵

معرفی سیستم فازی شبه چند جمله‌ای تاکاگی-سوگنو-کانگ با کاربرد در شناسایی سیستم و کلاس بندی الگو

آرش شریفی[۱]، مهدی علیاری شوره‌دلی[۲]، محمد تشنه‌لب[۳]

[۱] مربی، گروه کامپیوتر، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، a.sharifi@srbiau.ac.ir
[۲] استادیار، گروه مکاترونیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، m.aliyari@eetd.kntu.ac.ir
[۳] دانشیار، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، teshnehlab@eetd.kntu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۸۹/۶/۲۷، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۸۹/۹/۱۱)

چکیده: در این مقاله به معرفی ساختاری نوین از سیستم فازی تاکاگی-سوگنو-کانگ (*TSK*) که دارای بخش استخراج ویژگی در قسمت ورودی می‌باشد، می‌پردازیم. روش پیشنهادی تحت عنوان *Semi-Polynomial data Mapping Fuzzy Inference System* و به اختصار (*SPMFIS*) معرفی می‌شود. در روش پیشنهادی از یک نگاشت داده شبه چند جمله‌ای به منظور تبدیل ورودیهای اصلی به ورودیهای جدید با ابعاد کاهش یافته استفاده می‌شود. در گام بعد خروجی حاصل از نگاشت داده شبه چند جمله‌ای به عنوان ورودی سیستم فازی که در این مقاله از شبکه *Adaptive Network Based Fuzzy Inference System (ANFIS)* بدین منظور استفاده شده است به کار می‌رود. به منظور آموزش پارامترهای شبکه *ANFIS* و بخش نگاشت داده شبه چند جمله‌ای، از الگوریتم گرادیان نزولی استفاده شده است. همچنین به منظور بررسی کارایی روش مطرح شده، کاربرد آن در کلاس بندی چندین مجموعه داده استاندارد، شناسایی سیستم و پیش‌بینی سری زمانی مورد بررسی و آزمایش قرار گرفته است. نتایج حاصل از این شبیه‌سازی‌ها دلالت بر کارایی بالای روش مطرح شده در برابر روشهای مرسوم شناسایی و کلاس بندی دارد.

کلمات کلیدی: سیستم فازی *TSK*، کاهش ابعاد، الگوریتم گرادیان نزولی، کلاس‌بندی الگو، شناسایی سیستم و پیش‌بینی سریهای زمانی.

Semi-polynomial Takagi-Sugeno-Kang Type Fuzzy System for System Identification and Pattern Classification

A. Sharifi, M. Aliyari Shoorehdeli, M. Teshnehlab

Abstract: In this study a new type of Takagi-Sugeno-Kang (TSK) type fuzzy system with dimension reduction section at the input stage called Semi-polynomial data Mapping Fuzzy Inference System (SPMFIS) is proposed. In the proposed method a semi-polynomial feature map is used to transform the input variables to new extracted features with low dimensions. At the next step, these new features are used as the input vector of ANFIS structure. Also gradient descent algorithm is chosen for training parameters of ANFIS and SPM parts of the proposed method. In order to evaluate the capability of the proposed method, its applications in classification of some different benchmark data sets, system identification, and time series prediction have been studied. The results show that the proposed method performs better than the conventional models in classification, identification and time series prediction.

Keywords: TSK type fuzzy system, gradient descent algorithm, pattern classification, system identification and time series prediction.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1389.4.3.2.4]

۱- مقدمه

شبکه های عصبی و سیستم‌های فازی به عنوان تقریب‌گرهای عمومی شناخته شده که می‌توانند هر تابع غیر خطی داده شده را به شرط وجود تعداد کافی از نرون در لایه میانی و قواعد فازی با دقت مورد نظر تخمین بزنند [۵۲، ۵۳]. مطالعات اخیر در زمینه شبکه‌های عصبی و سیستم‌های فازی نشان دهنده این مساله است که ترکیب این دو روش در زمینه شناسایی سیستم‌های غیر خطی بسیار موثر می‌باشد.

در زمان طراحی یک سیستم فازی، استفاده از روش جدول جستجو به منظور طراحی و استخراج قوانین یک روش معمول می‌باشد که روشی بسیار زمان‌بر است، خصوصا زمانی که تعداد ورودی‌ها و توابع تعلق در نظر گرفته شده برای هر ورودی زیاد باشند. دلیل این امر رشد نمایی تعداد قوانین فازی در این حالت می‌باشد. یک مجموعه قانون فازی بزرگ سبب پر شدن سریع حافظه سیستم شده و سیستم فازی متناظر به منظور پیاده سازی با مشکلات فراوان مواجه خواهد شد. رهیافت‌های متعددی به منظور طراحی مناسب سیستم فازی معرفی شده‌اند [۷-۱]. برخی از محققین به بررسی طراحی خودکار ساختمان یک سیستم فازی با استفاده از روشهای جستجوی تابو [۸]، الگوریتم ژنتیک [۲، ۵، ۶]، برنامه ریزی تکاملی [۴] و غیره پرداخته اند. تحقیقاتی نیز در زمینه افراز فضای ورودی به منظور تخمین قواعد و پارامترهای یک سیستم فازی منفرد انجام شده است [۱۷، ۱۸].

در حالت کلی اگر تعداد ورودی‌های یک سیستم فازی n و تعداد توابع تعلق در نظر گرفته شده برای هر ورودی m باشد، تعداد کل قواعد فازی ایجاد شده برابر با m^n می‌باشد. مشاهده می‌شود که تعداد قوانین سیستم فازی به صورت نمایی بر اساس تعداد متغیرهای ورودی رشد خواهد کرد. این مشکل در زمینه سیستم‌های فازی در اصطلاح تحت عنوان *Curse of Dimensionality (COD)* شناخته می‌شود. مساله *COD* یک مشکل حل نشده در زمینه سیستم فازی و عصبی-فازی می‌باشد و کلیه راهکارهای ارائه شده هرکدام بخشی از مشکلات موجود در این زمینه را برطرف نموده‌اند [۱۹]. به عنوان یک راهکار و به منظور غلبه نسبی بر این مشکل، *Brown* [۱۶] پیشنهاد داده است تا چندین سیستم فازی با ابعاد کوچک در یک ساختار سلسله مراتبی مرتب شوند. بر این اساس رشد قوانین یک رشد خطی بر اساس ورودی در برابر رشد نمایی متداول خواهد شد. این روش ایده اصلی سیستم‌های فازی سلسله مراتبی می‌باشد [۲۳]. همچنین ثابت شده است که ساختارهای سلسله مراتبی فازی نیز شناساگرهای عمومی می‌باشند [۲۴، ۲۵]. برخی از مشکلات موجود در زمینه طراحی سیستم‌های فازی توسط محققین در شاخه سیستم‌های فازی سلسله مراتبی حل شده است [۱۶-۸] و [۲۲-۲۰].

رهیافت دیگر به منظور غلبه بر مشکل *COD*، کاهش ابعاد داده ورودی به یک تعداد قابل قبول به لحاظ محاسباتی در گام اول و استفاده از این داده کاهش یافته به عنوان ورودی سیستم فازی در گام دوم می‌باشد [۵۱-۴۸]. در بسیاری از موارد این دو گام به صورت دو مرحله مجزا از یکدیگر و بر اساس معیارهای مختلف انجام می‌شود که یکسان نبودن معیار کاهش ابعاد و روش طراحی سیستم فازی سبب می‌شود تا این روش‌ها کارایی مناسبی را نداشته باشند. عموم روشهای استخراج ویژگی موجود به عنوان یک روش پیش پردازش بر روی داده‌های موجود اعمال شده و در گام بعدی دادهای استخراج شده به عنوان ورودی‌های سیستم کلاس بندی و شناساگر مورد استفاده قرار می‌گیرند. این امر سبب می‌شود که ویژگیهای استخراج شده بر اساس خصوصیات شبکه آموزش پذیر نبوده و با توجه به غیر قابل تغییر بودن این ویژگی-های استخراج شده کارایی شبکه‌های استفاده شده محدود شود.

این مقاله سعی در تلفیق دو مرحله مطروحه و یکپارچه نمودن آنها تحت یک ساختار را دارد. این ساختار جدید تحت عنوان *SPMFIS* معرفی می‌شود. در روش معرفی شده یک نگاشت داده شبه چند جمله‌ای (*SPM*) در بخش ورودی سیستم فازی قرار گرفته که وظیفه کاهش ابعاد داده ورودی به یک اندازه قابل قبول را بر عهده دارد. همچنین به منظور آموزش پارامترهای ساختار *ANFIS* [۲۶] که به عنوان سیستم فازی مورد استفاده قرار گرفته و نیز پارامترهای بخش *SPM*، الگوریتم آموزشی مبتنی بر گرادیان نزولی مطرح می‌شود. الگوریتم آموزشی گرادیان نزولی از جمله روشهای متداول در آموزش شبکه‌های عصبی و عصبی-فازی می‌باشد که به سبب سادگی محاسبات و پیاده سازی و سرعت مناسب به عنوان روش آموزش در این مقاله مورد استفاده قرار گرفته است. نکته مهم در این میان معیار یکسان آموزش برای هر دو بخش *ANFIS* و *SPM* می‌باشد که سبب حصول کارایی بالا در روش مطرح شده به منظور استخراج ورودی‌های جدید و شناسایی حاصل از شبکه *ANFIS* می‌شود. این کارایی با آموزش هدفمند و با مربی برای بخش کاهش بعد از نوآوری‌های این نوشتار می‌باشد.

این مقاله بدین صورت سازماندهی شده است، سیستم استنتاج فازی *TSK* و ساختار *ANFIS* در بخش ۲ معرفی می‌شوند. مفهوم *SPM* در بخش ۳ بررسی می‌شود. ساختار شبکه *SPMFIS* و روش آموزش بر پایه گرادیان نزولی در بخش ۴ مطرح می‌شوند. شبیه سازی و نتایج در

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1389.4.3.2.4]

بخش ۵ انجام خواهد شد و در پایان در بخش ۶ نتیجه گیری‌های نهایی بیان خواهند شد.

۲- مفاهیم اولیه

در این بخش به معرفی مفاهیم اولیه سیستم فازی *TSK* و ساختار شبکه *ANFIS* پرداخته شده و موارد مرتبط با این دو مفهوم در زمینه سیستم‌های فازی مورد بررسی قرار می‌گیرند.

۲-۱ سیستم استنتاج فازی TSK

سیستم‌های استنتاج فازی از مجموعه‌ای از قواعد اگر-آنگاه فازی تشکیل شده‌اند. یک مدل فازی *TSK* به فرم زیر می‌باشد [۲۷]:

R_j : if x_1 is A_{1j} and x_2 is A_{2j} and ... and x_n is A_{nj}
Then $y = g_j(x_1,x_2,...,x_n)$ $(j=1,2,...,R)$

که در رابطه فوق، n تعداد متغیرهای ورودی، R تعداد قواعد فازی، A_{ij} مجموعه فازی متناظر با i-امین متغیر ورودی برای j-امین قانون فازی و g_j یک تابع ثابت از x_i می‌باشد که معمولا دارای یک فرم خطی ساده به صورت $g_j(x_1,x_2,...,x_n) = q_0 + q_1x_1 + ... + q_nx_n$ می‌باشد. خروجی نهایی سیستم فازی فوق به صورت زیر قابل بیان است:

$$y = \frac{\sum_{j=1}^{R} g_j(\cdot) T_{i=1}^{m_j} \mu_{ij}(x_i)}{\sum_{j=1}^{R} T_{i=1}^{m_j} \mu_{ij}(x_i)} \qquad (۱)$$

که در آن u_{ij} تابع تعلق برای مجموعه فازی A_{ij} است، m_j $(1 \le m_j \le n)$ تعداد متغیرهای ورودی در بخش مقدم قوانین فازی است و T یک عملگر *T-norm* فازی می‌باشد. سیستم فازی *TSK* یک سیستم منفرد فازی می‌باشد. افراز فضای ورودی با استفاده از روشهای خوشه بندی، شبکه‌بندی و غیره به منظور کارایی بهتر سیستم فازی امری لازم و ضروری می‌باشد [۱۷]. همچنین برخی روشهای تطبیق پذیر به منظور تخمین شکل و تعداد توابع تعلق در بخش مقدم و پارامترهای آزاد در بخش تالی سیستم فازی مطرح شده‌اند [۷، ۱۸، ۲۸].

۲-۲ ساختار ANFIS

شبکه‌های عصبی و سیستم‌های فازی [۲۹] تخمین گرهای مستقل از مدل می‌باشند و قابلیت‌های مشابهی را در برخورد با عدم قطعیت‌ها و نویز از خود نشان می‌دهند. لذا امکان تبدیل کردن سیستم استنتاج فازی به فرم یک شبکه آموزش پذیر وجود دارد. شبکه‌ای که از این طریق به دست می‌آید می‌تواند روشهای یادگیری شبکه‌های عصبی را به منظور آموزش پارامترهای خود به کار گیرد. به‌علاوه ساختار حاصل از این طریق به صورت یک سیستم جعبه سیاه باقی نمانده و با توجه به قابلیت تفسیر پذیری سیستم‌های فازی مزایای بیشتری خواهد داشت و نتیجه نهایی به فرم قواعد زبانی قابل بیان خواهد بود [۳۰].

همانند سیستم‌های فازی، ساختار *ANFIS* نیز از دو بخش تشکیل شده است. بخش نخست مقدم و بخش دوم تالی نامیده می‌شود که این دو بخش توسط قواعد فازی در فرم یک شبکه به یکدیگر متصل می‌شوند. شکل (۱) ساختار یک شبکه *ANFIS* را در پنج لایه نمایش می‌دهد، که در آن لایه اول عمل فازی‌سازی را انجام می‌دهد، لایه دوم عمل *T-norm* فازی را برای بخش مقدم قواعد فازی انجام می‌دهد، لایه سوم به منظور نرمال‌سازی به کار می‌رود، لایه چهارم بخش تالی قواعد فازی را ایجاد می‌نماید و در نهایت لایه پنجم خروجی نهایی سیستم را محاسبه می‌کند. روابط پیش‌خور برای ساختار شبکه نمایش داده شده در شکل (۱) به شرح زیر می‌باشند:

$$w_{jk} = \mu_{M_j^1}(x_1) \cdot \mu_{M_k^2}(x_2), \qquad j,k = 1,2,...,m \qquad (۲)$$

$$\overline{w}_{jk} = \frac{w_{jk}}{\sum_{i_1=1}^{m}\sum_{i_2=1}^{m} w_{i_1 i_2}}, \qquad j,k = 1,2,...,m \qquad (۳)$$

$$f_{jk} = q_{0,jk} + q_{1,jk} \cdot x_1 + q_{2,jk} \cdot x_2 \qquad (۴)$$

که در روابط فوق m نشان دهنده تعداد توابع تعلق برای هر متغیر ورودی بوده و $\{q_0,q_1,q_2\}$ اعداد حقیقی متناظر با وزنهای خطی در بخش تالی سیستم *ANFIS* می‌باشند. خروجی نهایی y شبکه *ANFIS* به صورت زیر قابل محاسبه است:

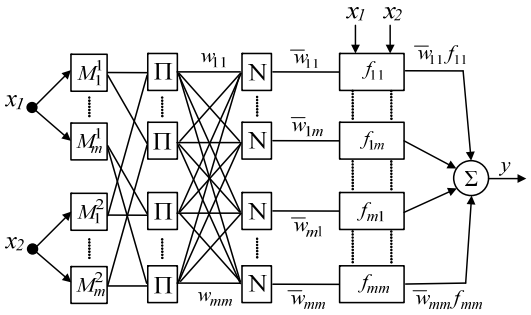
$$y = \frac{\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{m} f_{jk}\mu_{M_j^1}(x_1)\mu_{M_k^2}(x_2)}{\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{m} \mu_{M_j^1}(x_1)\mu_{M_k^2}(x_2)} = \sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{m} f_{jk}\overline{w}_{jk} \qquad (۵)$$

به منظور مدل‌سازی سیستم‌های غیر خطی پیچیده، مدل *ANFIS* فضای ورودی را به بخش‌های مختلفی افراز می‌نماید به عبارتی فضای ورودی به نواحی محلی فراوانی تقسیم می‌شود [۱۷]. شبکه *ANFIS* از توابع تعلق فازی بمنظور تقسیم هر بعد ورودی استفاده می‌نماید. این توابع تعلق با یکدیگر همپوشانی دارند، به عبارتی یک ورودی منفرد سبب فعال شدن همزمان حداقل دو تابع تعلق خواهد شد. قابلیت شبکه *ANFIS* به تعداد توابع تعلق در نظر گرفته شده برای هر بعد ورودی وابسته است. معمولا توابع تعلق استفاده شده توابع زنگی شکل گوسی با میزان بیشینه برابر با یک و کمینه برابر با صفر می‌باشند که به فرم زیر قابل تعریف می‌باشند.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1389.4.3.2.4]

$$\mu_{M_i}(x)=\exp\left\{-\left(\frac{x-\bar{x}_i}{\sigma_i}\right)^2\right\} \qquad (۶)$$

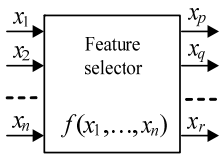
که در رابطه فوق $\{\bar{x}_i,\sigma_i\}$ پارامترهای توابع تعلق هستند که بر روی شکل آن تاثیر می گذارند.



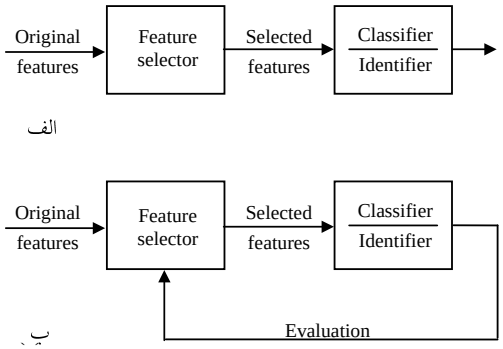
شکل ۱: ساختار شبکه *ANFIS* دارای دو ورودی

۳- نگاشت داده شبه چند جمله‌ای

یافتن فرم نمایش با ابعاد پایین از یک داده با ابعاد بالا اولین گام در بازشناسی الگو و شناسایی سیستم می‌باشد. استفاده از داده‌های با بعد کمتر سبب می‌شود تا کلاس‌بندی و شناسایی سریع‌تر و مقاوم‌تر انجام شوند [۳۱]. از همین رو روشهای کاهش ابعاد مختلفی تا کنون معرفی شده‌اند [۳۵-۳۱]. با داشتن مجموعه‌ای از متغیرهای ورودی، کاهش ابعاد به دو صورت کلی می‌تواند انجام شود. اولین روش شناسایی متغیرهایی است که در کلاس‌بندی و یا شناسایی بی‌تاثیر یا بسیار کم تاثیر می‌باشند. از همین رو این عمل مشابه با یافتن تعداد r متغیر از مجموع n متغیر موجود می‌باشد. این روش در اصطلاح انتخاب ویژگی نامیده می‌شود (شکل (۲)). روش انتخاب ویژگی در کاربردهای بسیاری مورد استفاده قرار گرفته است، همانند دسته بندی خودکار متن [۳۶] و نمایه‌بندی داده‌ها [۳۷]. در حالت کلی روشهای انتخاب ویژگی به دو دسته اصلی تقسیم می‌شوند: روشهای فیلتر و روشهای بسته بندی که دیاگرام آنها در شکل‌های (۳)-الف و (۳)-ب نمایش داده شده است [۳۸].

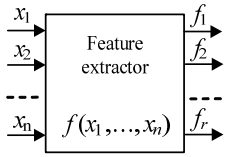


شکل ۲: کاهش ابعاد با استفاده از روش انتخاب ویژگی



شکل ۳: مقایسه میان روشهای الف) فیلتر و ب) بسته بندی در انتخاب ویژگی

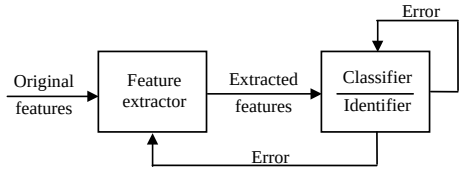
رهیافت دوم به منظور کاهش ابعاد داده، یافتن تبدیلی از n متغیر ورودی به تعداد r متغیر خروجی می‌باشد. این روش در اصطلاح انتخاب ویژگی در فضای تبدیل و یا به اختصار استخراج ویژگی نامیده می‌شود (شکل (۴)). این تبدیل می‌تواند به صورت خطی و یا غیر خطی از ویژگیهای اولیه باشد و ممکن است با مربی و یا بدون مربی انجام شود [۳۹].



شکل ۴: کاهش ابعاد با استفاده از روش استخراج ویژگی

این مقاله یک ساختار *ANFIS* با یک استخراج کننده ویژگی در بخش ورودی که *SPM* نامیده می‌شود را معرفی می‌نماید. دیاگرام کلی این روش در شکل (۵) نمایش داده شده است. در روش پیشنهادی از یک نگاشت داده شبه چند جمله‌ای به منظور تبدیل ورودیهای اصلی به ورودیهای جدید با ابعاد کاهش یافته استفاده می‌شود. در گام بعد خروجی حاصل از نگاشت داده شبه چند جمله‌ای به عنوان ورودی سیستم فازی که در این مقاله شبکه *ANFIS* در نظر گرفته شده است مورد استفاده قرار می‌گیرند. در روش مطرح شده، کاهش ابعاد و کلاس‌بندی/شناسایی به صورت همزمان و با یک معیار کارایی یکسان انجام می‌شود. در این روش شبکه *ANFIS* در ادامه بخش استخراج ویژگی قرار می‌گیرد تا مشکلات موجود در روشهای منفصل استخراج ویژگی که در بخش مقدمه به آنها اشاره شد را برطرف نماید.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1389.4.3.2.4]



شکل ۵: شمای کلی روش مطرح شده

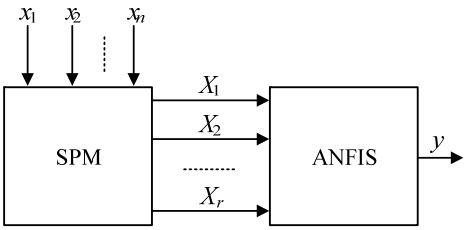
در روش مطرح شده، بلوک استخراج ویژگی (*SPM*) بردار ورودی n بعدی $\vec{\mathbf{x}}=\{x_1,...,x_n\}$ را به یک بردار ویژگی جدید r بعدی $\vec{\mathbf{X}}=\{X_1,...,X_r\}$ تبدیل می‌نماید. معادله زیر به فرم یک شبه چند جمله‌ای برای این منظور استفاده می‌شود:

$$X_j = a_1^j x_1^{p_1^j} + a_2^j x_2^{p_2^j} + ... + a_n^j x_n^{p_n^j}, \quad j=1,2,...,r \qquad (۷)$$

که در رابطه فوق r نشان دهنده تعداد ویژگیهای تبدیل شده، X_j $(j=1,..,r)$ نشان دهنده ویژگی جدید $(r \le n)$ و متغیرهای $a_1,..,a_n$ و $p_1,...,p_n$ اعداد حقیقی هستند. قابل ذکر است که بردار ورودی $\vec{\mathbf{x}}$ می‌باید در بازه $[l_1, l_2]$ که در آن $0<l_1<l_2<+\infty$ می‌باشد، نرمال شود.

۴- ساختار SPMFIS و روش آموزش

در این بخش ساختار *SPMFIS* و روش آموزش بر اساس الگوریتم گرادیان نزولی مطرح می‌شود. همانطور که قبلا اشاره شد، *SPMFIS* ساختار جدیدی از شبکه *ANFIS* می‌باشد که از روش نگاشت داده شبه چند جمله‌ای به منظور استخراج ویژگی در بخش ورودی آن استفاده شده است. داده با ابعاد بالا به عنوان ورودی بلوک *SPM* استفاده شده و خروجی آن به عنوان بردار ورودی شبکه *ANFIS* استفاده می‌شود. شکل (۶) شمای کلی *SPMFIS* با تعداد n متغیر ورودی $x_1,...,x_n$ و تعداد r ویژگی تبدیل شده $X_1,...,X_r$ را نشان می‌دهد.



شکل۶: ساختار کلی شبکه *SPMFIS*

معادلات پیش‌خور برای یک شبکه *ANFIS* با تعداد r متغیر ورودی و تعداد m تابع تعلق برای هر ورودی به صورت زیر قابل بیان است:

$$w_{i_1 i_2 ... i_r} = \mu_{M_{i_1}^1}(X_1) \cdot \mu_{M_{i_2}^2}(X_2) \cdot .... \cdot \mu_{M_{i_r}^r}(X_r) \qquad (۸)$$

$$\overline{w}_{i_1 i_2 ... i_r} = \frac{w_{i_1 i_2 ... i_r}}{\sum_{j_1=1}^{m}\sum_{j_2=1}^{m}...\sum_{j_r=1}^{m} w_{j_1 j_2 ... j_r}} \qquad (۹)$$

$$f_{i_1 i_2 ... i_r} = q_{0,i_1 i_2 ... i_r} + \sum_{j=1}^{r} q_{j,i_1 i_2 ... i_r} X_j \qquad (۱۰)$$

که در روابط بالا $i_k = 1,...,m$ و اندیس‌های موجود در $\mu_{M_{i_k}^k}(X_k)$ بیان می‌کنند که این i_k-امین خروجی تابع تعلق برای k-امین متغیر ورودی است. همچنین اندیس‌های موجود در $q_{k,i_1 i_2 ... i_r}$ نشان می‌دهند که این k-امین وزن خطی برای $i_1 i_2 ... i_r$-امین قانون فازی می‌باشد. در این حالت خروجی نهایی شبکه *ANFIS* به صورت زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$y = \frac{\sum_{j_1=1}^{m}\sum_{j_2=1}^{m}...\sum_{j_r=1}^{m} w_{j_1 j_2 ... j_r} f_{j_1 j_2 ... j_r}}{\sum_{j_1=1}^{m}\sum_{j_2=1}^{m}...\sum_{j_r=1}^{m} w_{j_1 j_2 ... j_r}} \qquad (۱۱)$$

با در نظر گرفتن y^* به عنوان مقدار هدف و y به عنوان خروجی شبکه *ANFIS*، معیار ارزیابی به صورت زیر قابل تعریف می‌باشد:

$$E_1 = \frac{1}{2}(y^* - y)^2 = \frac{1}{2}e^2 \qquad (۱۲)$$

الگوریتم نهایی آموزش شبکه *ANFIS* با تعداد r متغیر ورودی و تعداد m تابع تعلق برای هر ورودی در زیر خلاصه شده است:

$$\Delta q_{j,i_1 i_2 ... i_r} = -\eta_{FIS} \frac{\partial E_1}{\partial q_{j,i_1 i_2 ... i_r}} = \eta_{FIS} e \overline{w}_{i_1 i_2 ... i_r} x_j \qquad (۱۳)$$

$$\Delta q_{0,i_1 i_2 ... i_r} = -\eta_{FIS} \frac{\partial E_1}{\partial q_{0,i_1 i_2 ... i_r}} = \eta_{FIS} e \overline{w}_{i_1 i_2 ... i_r} \qquad (۱۴)$$

$$\Delta \overline{x}_{M_{ik}^j} = -\eta_{FIS} \frac{\partial E_1}{\partial \overline{x}_{M_{ik}^j}} = \eta_{FIS} e . \frac{\partial y}{\partial \overline{x}_{M_{ik}^j}} \qquad (۱۵)$$

$$\Delta \sigma_{M_{ik}^j} = -\eta_{FIS} \frac{\partial E_1}{\partial \sigma_{M_{ik}^j}} = \eta_{FIS} e . \frac{\partial y}{\partial \sigma_{M_{ik}^j}} \qquad (۱۶)$$

که در روابط فوق $j = 1,...,r$ ، $i_k = 1,...,m$ و η_{FIS} نرخ آموزش بخش *ANFIS* از ساختار *SPMFIS* می‌باشد که از بازه [۰،۱] انتخاب می‌شود.

معادلات پس‌خور و روش به روز رسانی پارامترهای بخش *SPM* از ساختار *SPMFIS* در ذیل آورده شده است:

$$\Delta a_i^j = -\eta_{SPM} \frac{\partial E_1}{\partial a_i^j} = -\eta_{SPM} \frac{\partial E_1}{\partial y} . \frac{\partial y}{\partial X_j} . \frac{\partial X_j}{\partial a_i^j} \qquad (۱۷)$$

$$\Delta p_i^j = -\eta_{SPM} \frac{\partial E_1}{\partial p_i^j} = -\eta_{SPM} \frac{\partial E_1}{\partial y} . \frac{\partial y}{\partial X_j} . \frac{\partial X_j}{\partial p_i^j} \qquad (۱۸)$$

که در روابط فوق $i=1,2,...,n$ و $j=1,2,...,r$ به ترتیب نشان دهنده متغیرهای ورودی و ویژگیهای استخراج شده می‌باشند. در

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1389.4.3.2.4]

معادلات فوق، η_{SPM} نشان دهنده نرخ آموزش برای بخش *SPM* از ساختار *SPMFIS* می‌باشد که از بازه [۰،۱] انتخاب می‌شود. معادلات نهایی مربوط به آموزش پارامترهای این بخش به شرح زیر می‌باشند:

$$\Delta a_i^j = e\,\eta_{SPM}\, S\left(x_i^{p_i^j}\right) \quad (۱۹)$$

$$\Delta p_i^j = e\,\eta_{SPM}\, S\left(a_i^j x_i^{p_i^j}\right)\ln(x_i) \quad (۲۰)$$

که در روابط فوق:

$$S = \frac{\partial y}{\partial X_j} \quad (۲۱)$$

قابل ذکر است که در رابطه (۲۰)، عبارت $ln(.)$ نمایانگر عملگر لگاریتم طبیعی می‌باشد.

۵- شبیه سازی و نتایج

در این بخش کارایی روش معرفی شده با روشهای متداولی از قبیل شبکه‌های عصبی چند لایه[1]، شبکه عصبی چند لایه به همراه کاهش ویژگی با استفاده از آنالیز مولفه پایه[2]، شبکه های پایه شعاعی[3] و شبکه *ANFIS* در کلاس بندی چندین مجموعه داده استاندارد، شناسایی سیستم و پیش بینی سری زمانی آشوبناک مکی-گلاس مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۵-۱- کلاس‌بندی الگو

در این بخش به منظور بررسی قابلیت کلاس بندی سیستم معرفی شده، کاربرد آن در کلاس بندی چندین مجموعه داده مورد بررسی قرار گرفته است. مجموعه داده‌های استفاده شده برای این منظور از منابع یادگیری ماشین *UCI* گرفته شده‌اند [۴۰] که هر مجموعه داده دارای مقادیر پیوسته و صحیح می‌باشد. این مجموعه شامل داده‌های *Iris*، *Wine*، *Pima-Indians diabetic* و *Statlog heart* می‌باشد. جدول (۱) مشخصات این چهار مجموعه داده را نمایش می‌دهد. از آنجا که در این مجموعه داده‌ها هیچ داده آزمونی مشخص نشده است، در این مقاله از روش ۱۰-تاکردن داده‌ها[4] به منظور بررسی کارآیی روش مطرح شده استفاده می‌شود، بدین ترتیب که هر مجموعه داده به ۱۰ بخش تقسیم شده و در هر اجرا یکی از زیر دسته‌ها به عنوان داده آزمون استفاده شده و این عمل ۱۰ بار تکرار می‌شود.

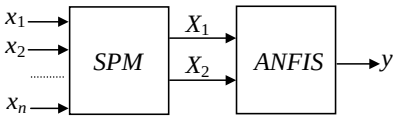
جدول ۱: مشخصات مجموعه داده‌های استفاده شده

Data set	# Pattern	# Attributes	# Class
Iris	150	4	3
Pima Indians	768	8	2
Wine	178	13	3
Statlog heart	270	13	2

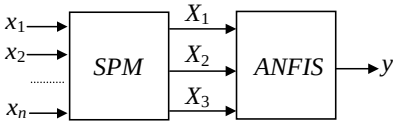
از آنجاکه نتایج شبکه *ANFIS* برای داده‌هایی با ابعاد بیش از شش متغیر ورودی به علت افزایش تعداد قوانین فازی مناسب نمی‌باشد، برای داده‌های *Wine, Pima-Indians diabetic* و *Statlog heart*، روش آنالیز مولفه پایه [۴۳-۴۱] در پیش پردازش اولیه و به منظور استخراج ویژگی به تعداد شش عدد مورد استفاده قرار می‌گیرد.

برای مجموعه داده *Iris*، ساختار شبکه *SPMFIS* در شکل (۷) نمایش داده شده است. همانطور که دیده می‌شود ساختار فوق تعداد n ویژگی اولیه را دریافت کرده و آن را به دو ویژگی جدید تبدیل می‌نماید. ساختار شبکه *ANFIS* استفاده شده نیز شامل دو متغیر ورودی می‌باشد که برای هر ورودی تعداد دو تابع تعلق در نظر گرفته شده است. بر همین اساس مجموع کل قوانین فازی در این ساختار برابر با چهار قانون فازی می‌باشد.

برای داده‌های *Wine, Pima-Indians diabetic* و *Statlog heart* علاوه بر ساختار نمایش داده شده در شکل (۷)، ساختاری دیگر با تعداد سه ویژگی استخراج شده مورد استفاده قرار گرفته است که در شکل (۸) نمایش داده شده است. در این ساختار شبکه *ANFIS* استفاده شده دارای سه متغیر ورودی و برای هر ورودی تعداد دو تابع تعلق می‌باشد و کل تعداد قوانین فازی در این حالت برابر با هشت قانون فازی می‌باشد.



شکل۷: ساختار شبکه *SPMFIS* با دو ویژگی تبدیل یافته



شکل۸: ساختار شبکه *SPMFIS* با سه ویژگی تبدیل یافته

همانطور که اشاره شد در این بخش به منظور مقایسه توانایی روش مطرح شده در، روش پیشنهادی با شبکه‌های *MLP*، *RBF* و

[1] Multi Layer Perceptron (MLP)
[2] Principal Component Analysis (PCA)
[3] Radial Basis Function (RBF)
[4] 10-Fold Cross Validation

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1389.4.3.2.4]

ANFIS مورد مقایسه قرار گرفته است. شبکه عصبی *MLP* از مجموعه-ای از نورون‌ها در یک ساختار لایه‌ای تشکیل شده است که هر لایه دارای یک تابع فعال سازی به صورت خطی و یا غیر خطی می‌باشد. تعداد نورون‌ها در هر لایه، تعداد کلی لایه‌های شبکه و نوع توابع فعال سازی استفاده شده در هر لایه تعیین کننده قابلیت کلی شبکه *MLP* می‌باشند.

شبکه *RBF* به عنوان یک شبکه دو لایه در نظر گرفته می‌شود که نورون‌های لایه اول عموما از نوع گوسی بوده و لایه دوم یک لایه خطی می‌باشد که به منظور ایجاد خروجی نهایی در نظر گرفته می‌شود.

برای تمامی مجموعه دادها، ساختار شبکه *MLP* استفاده شده شامل سه لایه می‌باشد که توابع فعال سازی لایه‌های اول و دوم به صورت سیگموئید دو قطبی و لایه سوم دارای تابع فعال سازی خطی می‌باشد. تعداد نرون‌های استفاده شده در لایه‌های مختلف شبکه عصبی و نیز لایه اول شبکه *RBF* برای هر مجموعه داده به صورت تجربی به دست آمده است. قابل ذکر است که استفاده از تعداد بیشتر نورون در ساختارهای *MLP* و *RBF* پاسخ‌های بهتری را ایجاد نکرده و در برخی موارد موجب بدتر شدن پاسخ‌های حاصل می‌گردید.

در شبیه سازی‌های مختلف برای مجموعه داده‌های استفاده شده، دقت کلاس‌بندی برای داده‌های آموزش و آزمون مورد بررسی قرار گرفته است. برای دو مجموعه داده *Pima-Indians diabetic* و *Statlog heart* علاوه بر معیار دقت کلاس‌بندی، از دو معیار حساسیت[1] و اختصاصی بودن[2] نیز استفاده شده است [۴۴]. معیار حساسیت (یادآوری) نشان دهنده نسبتی از حالات مثبت است که به همین عنوان شناخته شده‌اند و معیار اختصاصی بودن نشان دهنده نسبتی از حالات منفی است که درست تشخیص داده شده‌اند. این دو معیار به صورت زیر قابل تعریف هستند:

$$Sensitivit \quad y = \frac{TP}{TP + FN} \qquad (۲۲)$$

$$Specificit \quad y = \frac{TN}{TN + FP} \qquad (۲۳)$$

که در روابط فوق، یک حالت غیر نرمال درست تعیین شده به نام (*TP*) نامیده می‌شود، یک تشخیص نادرست از یک وضعیت غیر نرمال به نام (*FN*) نامیده می‌شود، یک تشخیص نادرست از یک حالت نرمال (*FP*) نامیده می‌شود و در نهایت یک حالت نرمال درست تشخیص داده شده (*TN*) خوانده می‌شود..

همانطور که اشاره شد در شبیه‌سازی های انجام شده، از روش ۱۰-تا کردن[3] داده‌ها استفاده شده است. میانگین نتایج دقت کلاس‌بندی برای داده‌های آموزش و آزمون برای مجموعه داده‌های *Iris* و *Wine* به ترتیب در جداول (۲) و (۳) نمایش داده شده است. در این جداول *Structure* نشان دهنده ساختار شبکه *MLP*، تعداد نرون‌های شبکه *RBF* و تعداد قواعد فازی برای ساختارهای *ANFIS* و *SPMFIS* می‌باشد. همچنین *Parameter* نشان دهنده تعداد کل پارامترهای آموزش پذیر در ساختارهای استفاده شده بوده و *SPMFIS*^{2} و *SPMFIS*^{3} به ترتیب نشان دهنده ساختارهای *SPMFIS* با تعداد دو و سه ویژگی استخراج شده می‌باشند. در این حالت برای مجموعه داده *Iris* نرخ‌های آموزش η_{FIS} و η_{SPM} به ترتیب برابر با ۰.۱۵ و ۰.۰۵ و برای مجموعه داده *Wine* برابر با ۰.۱ و ۰.۰۵ انتخاب شده‌اند.

جدول ۲: میانگین نتایج صحت کلاس‌بندی برای داده‌های *Iris*

Network	MLP	RBF	ANFIS	SPMFIS^2
Train	94.08	94.25	97.33	97.00
Test	91.67	92.00	94.67	95.67
Epoch	1000	500	100	100
Structure	4-4-1	15	16	4
Parameter	45	90	96	36

جدول ۳: میانگین نتایج صحت کلاس‌بندی برای داده‌های *Wine*

Network	MLP	RBF	ANFIS	SPMFIS^2	SPMFIS^3
Train	96.15	96.59	97.33	97.56	98.22
Test	90.70	90.47	92.79	93.26	94.19
Epoch	1000	500	100	100	100
Structure	5-7-1	15	64	4	8
Parameter	85	120	472	44	80

میانگین نتایج دقت کلاس‌بندی، معیارهای حساسیت و اختصاصی بودن برای داده‌های آموزش و آزمون *Pima-Indians diabetic* و *Statlog heart* به ترتیب در جداول (۴) و (۵) نمایش داده شده است. در این حالت برای مجموعه داده *Pima-Indians diabetic* نرخ‌های آموزش η_{FIS} و η_{SPM} به ترتیب برابر با ۰.۱ و ۰.۰۳ و برای مجموعه داده *Statlog heart* برابر با ۰.۱۵ و ۰.۰۷ انتخاب شده‌اند.

[1] Sensitivity
[2] Specificity
[3] 10-fold cross validation

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1389.4.3.2.4]

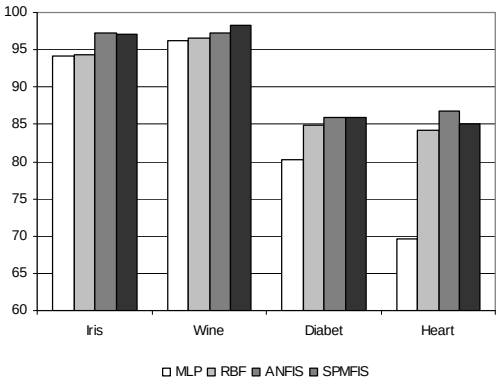
جدول ۴: میانگین نتایج حاصل برای داده‌های *Pima-Indians diabetic*

Network	MLP	RBF	ANFIS	SPMFIS[2]	SPMFIS[3]
Train	80.27	84.85	85.91	85.74	85.97
Test	78.24	82.50	81.99	82.94	85.29
Spec.	70.53	70.04	74.90	73.22	75.74
Sens.	87.32	95.92	93.14	94.72	94.05
Epoch	1500	1000	200	100	100
Structure	7-10-1	30	64	4	8
Parameter	140	240	472	44	80

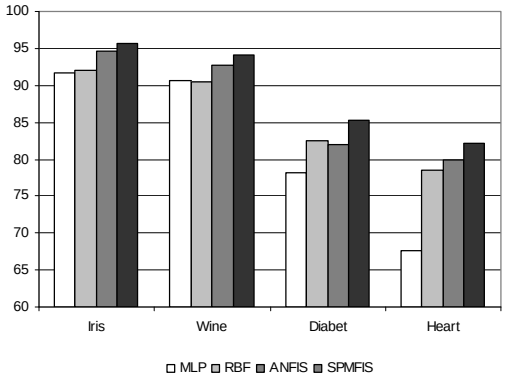
جدول ۵: میانگین نتایج حاصل برای داده‌های *Statlog heart*

Network	MLP	RBF	ANFIS	SPMFIS[2]	SPMFIS[3]
Train	69.61	84.29	86.80	84.48	85.07
Test	67.61	78.51	80.00	81.79	82.09
Spec.	55.75	79.33	78.25	81.00	80.83
Sens.	79.80	88.53	90.60	86.07	86.47
Epoch	1000	500	100	100	100
Structure	5-7-1	20	64	4	8
Parameter	85	160	472	44	80

شکل‌های (۹) و (۱۰) مقادیر میانگین صحت کلاس‌بندی داده *Iris* با استفاده از شبکه *SPMFIS*[2] و نتایج حاصل از داده‌های *Pima-Indians diabetic*, *Wine* و *Statlog heart* را با استفاده از ساختار *SPMFIS*[3] برای داده‌های آموزش و آزمون نشان می‌دهند.



شکل۹: میانگین صحت کلاس‌بندی برای داده‌های آموزش



شکل۱۰: میانگین صحت کلاس‌بندی برای داده‌های آزمون

در پایان مثال‌هایی از شبه جملات ایجاد شده در بخش استخراج ویژگی و پس از طی فرآیند یادگیری برای داده‌های کلاس بندی با استفاده از ساختار *SPMFIS*[2] در جدول (۶) نمایش داده شده‌اند.

جدول ۶: نمونه شبه جملات ایجاد شده در مسائل کلاس بندی

Dataset	Produced Semi-Polynomial
Iris	X_1 $2.30\,x_1^{2.00}+0.53\,x_2^{1.99}+0.31x_3^{1.54}+0.09\,x_4^{1.24}$
	X_2 $-0.07\,x_1^{1.26}-0.29\,x_2^{0.31}+1.10x_3^{0.95}-0.41\,x_4^{-0.04}$
Wine	X_1 $3.02\,x_1^{0.88}-1.91\,x_2^{1.57}+0.23x_3^{0.49}-0.60\,x_4^{1.03}-0.28\,x_5^{-0.30}-1.28\,x_6^{1.19}$
	X_2 $-1.16\,x_1^{0.57}-1.49\,x_2^{1.04}+0.15x_3^{0.62}-0.02\,x_4^{1.46}+0.30\,x_5^{0.37}+1.04\,x_6^{0.16}$
Pima	X_1 $2.18\,x_1^{1.56}+1.14\,x_2^{1.21}+0.21x_3^{2.24}-1.27\,x_4^{1.44}+0.54\,x_5^{2.19}+1.26\,x_6^{2.18}$
	X_2 $0.93\,x_1^{1.61}+1.34\,x_2^{1.16}-0.85x_3^{1.51}-0.06\,x_4^{2.04}-0.22\,x_5^{0.98}+0.19\,x_6^{1.36}$
Statlog	X_1 $1.83\,x_1^{1.13}+0.25\,x_2^{1.13}-0.89x_3^{0.35}-0.27\,x_4^{0.80}-0.17\,x_5^{1.30}-0.39\,x_6^{1.36}$
	X_2 $1.63\,x_1^{1.29}+0.76\,x_2^{1.32}+0.27x_3^{1.02}-1.02\,x_4^{1.14}-0.62\,x_5^{0.01}+0.04\,x_6^{1.84}$

۵-۲- شناسایی سیستم

اولین مدل استفاده شده به منظور بررسی توانایی شناسایی روش مطروحه دارای معادله‌ای به فرم زیر می‌باشد [۴۵]:

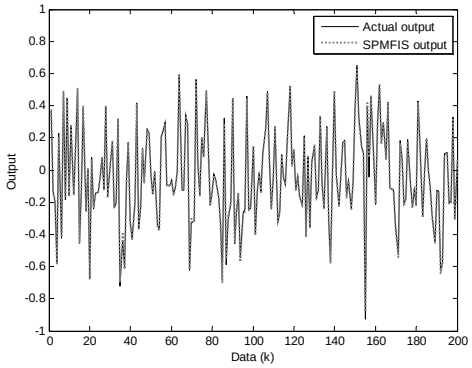
$$y(t+1)=0.4\,y(t)-0.09\,y(t-1)-0.1u(t-1)+0.3u(t)+0.05\,y(t)u(t)+0.03\,y(t-1)u(t-1) \quad (۲۴)$$

سیگنال ورودی $u(k)$، k=0,1,...,399، یک نویز سفید گوسی با میانگین صفر و واریانس ۱.۰ می‌باشد. اولین ۲۰۰ داده موجود به عنوان داده‌های آموزش مورد استفاده قرار گرفته‌اند و بقیه داده‌ها به عنوان داده‌های آزمون استفاده شده‌اند. بردار ورودی ساختار *SPMFIS* در این حالت به صورت x=[$y(t)$, $y(t$-1), $u(t)$, $u(t$-1)] می‌باشد. ساختار

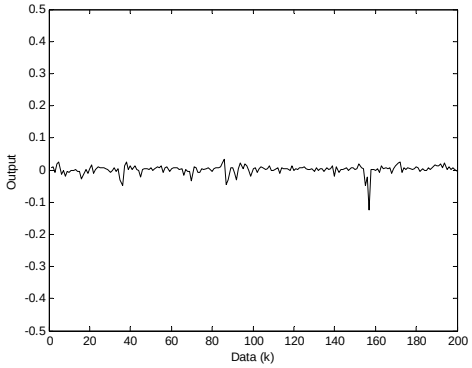
[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1389.4.3.2.4]

شبکه استفاده شده در شکل(۷) نمایش داده شده است. برای شناسایی این مدل ۱۰ اجرای مستقل انجام شده است. خروجی مدل، خروجی حقیقی و خروجی خطای داده‌های آزمون به ترتیب در شکل‌های (۱۱) و (۱۲) نشان داده شده‌اند. نتایج میانگین خطای ***MSE (Mean Square Error)*** برای داده‌های آموزش و آزمون در ۱۰ اجرای مستقل در جدول (۷) نشان داده شده‌اند. در این حالت نرخ‌های آموزش η_{FIS} و η_{SPM} به ترتیب برابر با ۰.۲ و ۰.۲ انتخاب شده‌اند.

قابل ذکر است که در کلیه مسائل شناسایی سیستم در روش استفاده از شبکه عصبی چند لایه به همراه کاهش ویژگی با استفاده از آنالیز مولفه پایه، تعداد ویژگیهای استخراج شده برابر با سه ویژگی در نظر گرفته شده است.



شکل۱۱: خروجی واقعی و خروجی مدل برای داده‌های آزمون (مدل ۱)



شکل۱۲: خطای خروجی مدل برای داده‌های آزمون (مدل ۱)

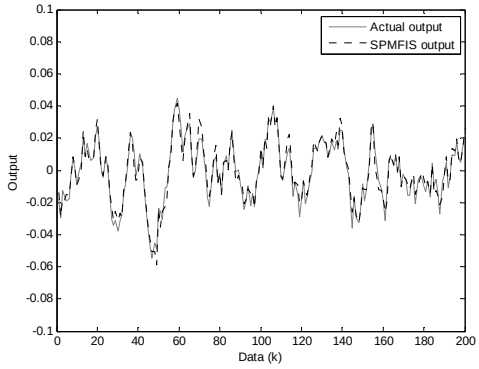
جدول ۷: مقایسه میان نتایج حاصل از روشهای مختلف برای مدل ۱

Network	e Train	e Test	Epoch	Structure	Parameter
MLP	2.93e-2	2.82e-2	1000	5-8-1	82
PCA-MLP	3.47e-3	5.29e-3	1000	3-5-1	38
RBF	1.06e-3	1.95e-3	500	20	120
ANFIS	2.98e-4	4.63e-3	100	16	96
SPMFIS^2	3.05e-4	4.13e-4	100	4	36

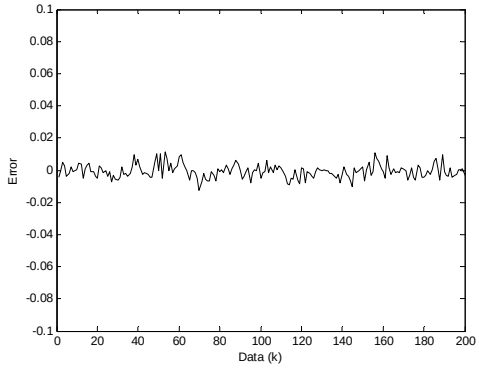
دومین مدل استفاده شده به منظور شناسایی دارای معادله‌ای به فرم زیر می‌باشد [۴۶]:

$$y(t+1) = 2.627771\ y(t) - 2.333261\ y(t-1) + 0.697676\ y(t-2) + 0.017203\ u(k) - 0.030862\ u(k-1) + 0.014086\ u(k-2) \quad (۲۵)$$

در این حالت تعداد ۴۰۰ نمونه داده با استفاده از سیگنال تصادفی $u(k)$ (در بازه ۱- تا ۱) تولید شده‌اند. در این بخش ۲۰۰ داده اول به عنوان داده آموزش استفاده شده و ۲۰۰ نمونه باقیمانده به عنوان داده آزمون استفاده می‌شوند. در این مدل بردار ورودی به ساختار ***SPMFIS*** به صورت $x=[y(t), y(t-1), y(t-2), u(t), u(t-1), u(t-2)]$ در نظر گرفته می‌شود. همچنین از دو ساختار ***SPMFIS^2*** و ***SPMFIS^3*** که در شکل‌های (۷) و (۸) نمایش داده شده‌اند استفاده شده است. در این حالت نیز ۱۰ اجرای مستقل انجام شده است. نتایج حاصل از خروجی مدل، خروجی واقعی سیستم و خطای حاصل از شناسایی مدل برای ساختار ***SPMFIS^3*** در شکل‌های (۱۳) و (۱۴) نمایش داده شده‌اند. میانگین نتایج خطای ***MSE*** حاصل از اعمال روشهای مختلف شناسایی برای مدل ۲ در جدول (۸) نمایش داده شده است. در این حالت نرخ-های آموزش η_{FIS} و η_{SPM} به ترتیب برابر با ۰.۲ و ۰.۱ انتخاب شده‌اند.



شکل۱۳: خروجی واقعی و خروجی مدل برای داده‌های آزمون (مدل ۲)



شکل۱۴: خطای خروجی مدل برای داده‌های آزمون (مدل ۲)

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1389.4.3.2.4]

جدول ۸: مقایسه میان نتایج حاصل از روشهای مختلف برای مدل ۲

Network	e Train	e Test	Epoch	Structure	Parameter
MLP	1.71e-3	1.83e-3	1500	8-12-1	177
PCA-MLP	2.82e-4	3.21e-4	1500	5-7-1	70
RBF	1.46e-4	1.74e-4	1000	25	200
ANFIS	9.90e-5	1.17e-4	100	64	472
SPMFIS^2	8.75e-5	7.57e-5	100	4	44
SPMFIS^3	7.19e-5	5.40e-5	100	8	80

سومین مدل مطرح شده در این بخش یک تابع غیر خطی با معادلات زیر می‌باشد [۴۷]

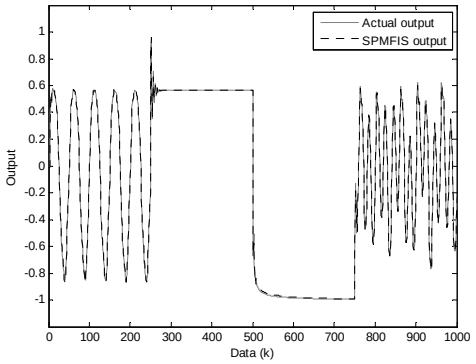
$$y_{k+1} = f(y_k, y_{k-1}, y_{k-2}, u_k, u_{k-1}) \qquad (۲۶)$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = \frac{x_1 x_2 x_3 x_5 (x_3 - 1) + x_4}{1 + x_2^2 + x_3^2} \qquad (۲۷)$$

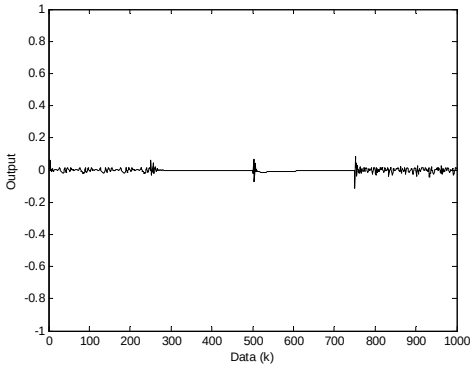
$$u_k = \begin{cases} \sin(\frac{\pi k}{25}) & 0 < k < 250 \\ +1.0 & 250 \le k < 500 \\ -1.0 & 500 \le k < 750 \\ 0.3\sin(\frac{\pi k}{25}) + 0.1\sin(\frac{\pi k}{32}) + 0.6\sin(\frac{\pi k}{10}) & 750 \le k < 1000 \end{cases}$$

در این حالت ۱۰۰۰ نمونه داده تولید شده‌اند که همگی به عنوان داده آموزش مورد استفاده قرار گرفته‌اند. بردار ورودی به ساختار *SPMFIS* برای مدل مطرح شده به صورت $x=[y(t), y(t-1), y(t-2), u(t), u(t-1)]$ در نظر گرفته می‌شود. ساختار *SPMFIS* با تعداد دو و سه ویژگی استخراج شده به ترتیب در شکل‌های (۷) و (۸) نمایش داده شده‌اند.

در این حالت نیز ۱۰ اجرای مستقل انجام پذیرفته است که نتایج حاصل از خروجی مدل و خروجی واقعی برای داده‌های آموزش و خطای حاصل از شناسایی مدل با داده‌های آموزش در شکل‌های (۱۵) و (۱۶) نمایش داده شده است. به علاوه میانگین نتایج خطای *MSE* در ۱۰ اجرای مختلف با استفاده از روشهای شناسایی گوناگون برای داده آموزش در جدول (۹) نمایش داده شده‌اند. در این حالت نرخ‌های آموزش η_{FIS} و η_{SPM} به ترتیب برابر با ۰.۱ و ۰.۱ انتخاب شده‌اند.



شکل۱۵: خروجی واقعی و خروجی مدل برای داده‌های آموزش (مدل ۳)



شکل۱۶: خطای خروجی مدل برای داده‌های آموزش (مدل ۳)

جدول ۹: مقایسه میان نتایج حاصل از روشهای مختلف برای مدل ۳

Network	e Train	Epoch	Structure	Parameter
MLP	7.71e-3	1000	7-10-1	133
PCA-MLP	2.85e-3	1000	4-7-1	59
RBF	4.82e-4	500	25	175
ANFIS	6.30e-4	100	32	212
SPMFIS^2	4.15e-4	100	4	40
SPMFIS^3	2.79e-4	100	8	74

در پایان مثال‌هایی از شبه جملات ایجاد شده در بخش استخراج ویژگی و پس از طی فرآیند یادگیری برای سیستم های شناسایی شده با استفاده از ساختار *SPMFIS*^{2} در جدول (۱۰) نمایش داده شده‌اند.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1389.4.3.2.4]

جدول ۱۰: نمونه شبه جملات ایجاد شده در مسائل شناسایی سیستم

Dataset		Produced Semi-Polynomial
Plant-1	X_1	$-0.69\, x_1^{1.28} + 0.87\, x_2^{0.10} - 0.87 x_3^{0.99} + 0.31\, x_4^{1.47}$
	X_2	$0.09\, x_1^{1.93} - 0.04\, x_2^{1.05} + 1.51 x_3^{1.41} - 0.57\, x_4^{0.38}$
Plant-2	X_1	$2.18\, x_1^{1.56} + 1.14\, x_2^{1.21} + 0.21 x_3^{2.24} - 1.27\, x_4^{1.44} + 0.54\, x_5^{2.19} + 1.26\, x_6^{2.18}$
	X_2	$0.93\, x_1^{1.60} + 1.34\, x_2^{1.16} - 0.85 x_3^{1.51} - 0.06\, x_4^{2.04} - 0.22\, x_5^{0.98} + 0.19\, x_6^{1.36}$
Plant-3	X_1	$0.38\, x_1^{-0.31} + 0.52\, x_2^{0.63} + 0.13 x_3^{1.79} - 1.75\, x_4^{0.82} + 0.16\, x_5^{0.69}$
	X_2	$-0.47\, x_1^{0.66} + 0.11\, x_2^{0.17} - 0.48 x_3^{1.86} - 0.22\, x_4^{1.87} + 0.25\, x_5^{0.98}$

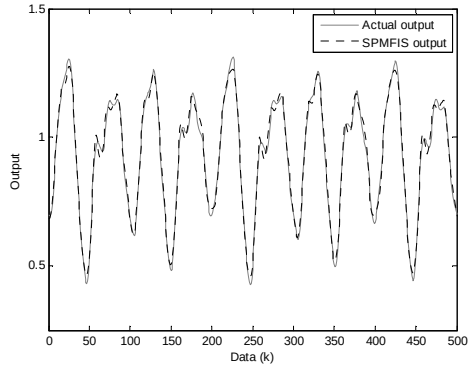
۵-۳- پیش‌بینی سری زمانی مکی-گلاس

سری زمانی آشوبناک مکی-گلاس به عنوان تابع آزمون در بسیاری از مقالات و پژوهشها به منظور بررسی کارایی روشهای معرفی شده مورد استفاده قرار گرفته است. سری زمانی آشوبناک مکی-گلاس با استفاده از معادله دیفرانسیل زیر تولید می‌شود:

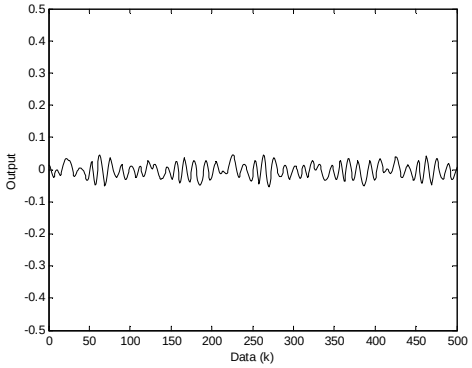
$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{ax(t-\tau)}{1 + x^{10}(t-\tau)} - bx(t) \qquad (۲۸)$$

که در رابطه فوق a=0.2 و b=1 می‌باشند. در حالتی که مقدار τ>17باشد معادله فوق رفتار آشوبناک از خود نشان می‌دهد. در شبیه سازی‌های انجام شده در این مقاله این مقدار برابر با ۳۰ در نظر گرفته شده است. در این مطالعه هدف پیش‌بینی مقدار $x(t+6)$ با استفاده از متغیرهای $x(t-30)$, $x(t-24)$, $x(t-18)$, $x(t-12)$, $x(t-6)$ و $x(t)$می‌باشد. بر همین اساس این مساله را می‌توان به صورت یک نگاشت ۶-ورودی به ۱-خروجی در نظر گرفت.

۱۰۰۰ نمونه داده در این شبیه‌سازی استفاده شده است. ۵۰۰ نمونه اول به عنوان داده آموزش و ۵۰۰ نمونه باقیمانده به عنوان داده‌های آزمون مورد بررسی قرار گرفته‌اند. ساختار شبکه‌های *SPMFIS* استفاده شده با تعداد دو و سه ویژگی استخراج شده به ترتیب در شکل‌های (۷) و (۸) نمایش داده شده‌اند. خروجی مدل، خروجی واقعی و خطای حاصل از مدل در شناسایی داده‌های آزمون در شکل‌های (۱۷) و (۱۸) نشان داده شده‌اند. در این شبیه سازی نیز ۱۰ اجرای مختلف صورت گرفته است که میانگین نتایج خطای *MSE* در مقایسه با سایر روشها در جدول (۱۱) نشان داده است. در این حالت نرخ‌های آموزش η_{FIS} و η_{SPM} به ترتیب برابر با ۰.۱ و ۰.۱ انتخاب شده‌اند.



شکل۱۷: خروجی واقعی و خروجی مدل برای داده‌های آزمون (مکی-گلاس)



شکل۱۸: خطای خروجی مدل برای داده‌های آزمون (مکی-گلاس)

جدول ۱۱: مقایسه میان نتایج حاصل از روشهای مختلف برای پیش‌بینی سری زمانی مکی-گلاس

Network	e Train	e Test	Epoch	Structure	Parameter
MLP	1.45e-2	1.27e-2	1500	8-12-1	177
PCA-MLP	7.23e-3	1.06e-2	1500	5-7-1	70
RBF	3.62e-3	3.59e-3	1000	30	240
ANFIS	1.21e-3	1.36e-3	100	64	472
SPMFIS^2	1.92e-3	1.89e-3	100	4	44
SPMFIS^3	1.59e-3	1.47e-3	100	8	80

در پایان مثالی از شبه جملات ایجاد شده در بخش استخراج ویژگی و پس از طی فرآیند یادگیری برای پیش‌بینی سری زمانی آشوبناک مکی=گلاس با استفاده از ساختار *SPMFIS^2* در جدول (۱۲) نمایش داده شده است.

جدول ۱۲: نمونه شبه جملات ایجاد شده در مسئله پیش‌بینی سری زمانی مکی-گلاس

Dataset		Produced Semi-Polynomial
Mackey-Glass	X_1	$0.39\, x_1^{0.53} - 0.49\, x_2^{-0.03} - 0.97 x_3^{0.61} + 0.47\, x_4^{1.20} - 0.70\, x_5^{1.58} - 1.00\, x_6^{0.55}$
	X_2	$0.92\, x_1^{0.05} + 0.02\, x_2^{1.40} - 0.90 x_3^{1.73} - 1.11\, x_4^{1.27} - 0.09\, x_5^{1.08} - 0.01\, x_6^{1.31}$

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1389.4.3.2.4]

۸- نتیجه‌گیری

در این مقاله ساختار شبکه ***SPMFIS*** معرفی شد و کاربرد آن در کلاس‌بندی الگو، شناسایی سیستم و پیش‌بینی سری زمانی مورد بررسی قرار گرفت. در روش مطرح شده، نگاشت داده شبه چند جمله‌ای به منظور کاهش ابعاد داده ورودی و استخراج ویژگی در بخش ورودی شبکه ***ANFIS*** قرار می‌گیرد. همچنین به منظور آموزش پارامترهای شبکه ***ANFIS*** و نیز پارامترهای بخش ***SPM*** روش آموزش بر پایه الگوریتم گرادیان نزولی مطرح شد. یکی از مهمترین مزایای استفاده از ساختار ***SPMFIS*** در برابر روشهای متداول سیستم‌های فازی منفرد، کاهش بسیار زیاد تعداد قوانین فازی می‌باشد که این امر تاثیر بسیار زیادی در میزان حافظه و زمان مورد نیاز برای پیاده سازی ساختار مورد نظر داشته و علاوه بر این قابلیت تفسیرپذیری در سیستم فازی را به سبب وجود کمترین تعداد ممکن از قوانین تا حد بالایی حفظ می‌نماید. به علاوه، با وجود کاهش بسیار محسوس در تعداد قوانین، کارایی شبکه معرفی شده در برابر سیستم فازی ***ANFIS*** تا حد بالایی حفظ می‌شود. تعداد قواعد و پارامترهای سیستم فازی برای سیستم‌هایی با تعداد ورودی بالا به شدت زیاد شده که حتی امکان مدیریت و پیاده سازی را از این مجموعه قوانین سلب می‌نماید که این امر سبب عملکرد کند و کاهش سرعت همگرایی در زمان آموزش سیستم فازی خواهد شد. نتایج حاصل نشان می‌دهد که سیستم فازی مطرح شده کارایی بسیار مناسبی در برابر روشهای متداول از قبیل شبکه‌های ***MLP***، شبکه‌های ***RBF*** و ساختار ***ANFIS*** در کلاس‌بندی، شناسایی و پیش‌بینی دارد. به عنوان یک رویکرد به منظور بهینه سازی عملکرد روش مطرح شده، ارائه راهکاری به منظور انتخاب خودکار تعداد ویژگیهای استخراج شده و نیز استفاده از سایر تقریب‌زن‌ها در بخش دوم از ساختار ***SPM*** می‌تواند مورد بررسی قرار گیرد.

مراجع

[1] Gan Q, Harris CJ, "Fuzzy local linearization and logic basis function expansion in nonlinear system modeling", *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. B, Cybern*., 1999, Vol. 29, No. 4, pp. 559–565.

[2] Shi Y, Eberhart R, Chen Y, "Implementation of evolutionary fuzzy systems", *IEEE Trans. Fuzzy Syst*., 1999, Vol. 7, No. 2, pp. 109–119.

[3] Lin CK, Wang SD, "Fuzzy system identification using an adaptive learning rule with terminal attractors", *J. Fuzzy Sets Syst*., 1999, pp. 343–352.

[4] Kang SJ, Woo CH, Hwang HS, Woo KB, "Evolutionary design of fuzzy rule base for nonlinear system modeling and control", *IEEE Trans. Fuzzy Syst*., 2000, Vol. 8, No. 1, pp. 37–45.

[5] Huang YP, Wang SF, "Designing a fuzzy model by adaptive macroevolution genetic algorithms", *Fuzzy Sets Syst*., 2000, Vol. 113, pp. 367–379.

[6] Wu TP, Chen SM, "A new method for constructing membership functions and fuzzy rules from training examples", *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. B, Cybern*., 1999, Vol. 29, No. 1, pp. 25–40, Feb. 1999.

[7] Abraham A, "EvoNF: A framework for optimization of fuzzy inference systems using neural network learning and evolutionary computation", *In Proc. of the 17th IEEE Int. Symp. Intelligent Control*, 2002, pp. 327–332.

[8] Denna M, Mauri G, Zanaboni AM, "Learning fuzzy rules with tabu search-an application to control", *IEEE Trans. Fuzzy Syst*., 1999, Vol. 7, No. 2, pp. 295–318.

[9] Raju GV, Zhou J, "Adaptive hierarchical fuzzy controller", *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern*., 1993, Vol. 23, No. 4, pp. 973–980.

[10] Wang LX, "Analysis and design of hierarchical fuzzy systems", *IEEE Trans. Fuzzy Syst*., 1999, Vol. 7, No. 5, pp. 617–624.

[11] Fern´andez A, Del Jesus MJ, Herrera F, "Analysing the Hierarchical Fuzzy Rule Based Classification Systems with Genetic Rule Selection", *In Proc. of the Fourth International Workshop on Genetic and Evolutionary Fuzzy Systems*, 2010, pp. 69-74.

[12] Huwendiek O, Brockmann W, "Function approximation with decomposed fuzzy systems", *Fuzzy Sets Syst*., 1999, Vol. 101, pp. 273–286.

[13] Wang D, Zeng XJ, Keane JA, "Intermediate Variable Normalization for Gradient Descent Learning for Hierarchical Fuzzy System", *IEEE Trans On Fuzzy Systems*, 2009, Vol. 17, No. 2, pp. 468-476.

[14] Rainer H, "Rule generation for hierarchical fuzzy systems", *In Proc. of Annu. Conf. North American Fuzzy Information Processing*, 1997, pp. 444–449.

[15] Masmoudi NK, Rekik C, DJemel M, Derbel N, "Optimal Control for Discrete Large Scale Nonlinear Systems using Hierarchical Fuzzy Systems", *In Proc. of the Second International Conference on Machine Learning and Computing*, 2010.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1389.4.3.2.4]

Pattern Anal. Mach. Intell., 2005, Vol. 27, No. 3, pp. 328–340.

[32] Belhumeur PN, Hespanha JP, Kriegman DJ, "Fisherfaces: recognition using class specific linear projection", *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 1997, Vol. 19, No. 7, pp. 711–720.

[33] Li H, Jiang T, Zhang K, "Efficient and robust feature extraction by maximum margin criterion", *IEEE Trans. Neural Networks*, 2006, Vol. 17, No. 1, pp. 157–165.

[34] Turk M, Pentland A, "Face recognition using eigenfaces", *In Proc. of the Computer Vision and Pattern Recognition*, 1991.

[35] Yang J, Frangi AF, Yang YJ, Zhang D, Jin Z, "KPCA plus LDA: A complete kernel fisher discriminant framework for feature extraction and recognition", *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 2005, Vol. 27, No. 2, pp. 230–244.

[36] Yang Y, Pedersen JO, "A comparative study on feature selection", *In Proc. of ACM International Conference on Research and Development in Information Retrieval*, 1999, pp. 42–49.

[37] Mao J, Jain AK, "Artificial neural networks for feature selection and multivariate data projection", *IEEE Trans. Neural Networks*, 2005, Vol. 6, No. 2, pp. 296–317.

[38] Kohavi R, John GH, "Wrappers for feature subset selection", *Artif. Intell.* 1997, Vol. 97, pp. 273–324.

[39] Webb AR, "*Statistical Pattern Recognition*", Second edition. John Wiley & Sons, 2002.

[40] Hettich S, Blake CL, Merz CJ, UCI repository of machine learning databases. Available at http://www.ics.uci.edu/~mlearn/MLRepository.html, 1998.

[41] Duda RO, Hart PE, Stork DG, "*Pattern Classification*", Second edition. John Wiley & Sons, 2001.

[42] Fukunaga K, "*Introduction to Statistical Pattern Recognition*", Second edition. Academic Press, 1990.

[43] Kim J, Chung J, "Reduction of Dimension of HMM parameters using ICA and PCA in MLLR Framework for Speaker Adaptation," Eurospeech, Geneva, 2003.

[44] Altman DG, "Diagnostic tests. 1: Sensitivity and specificeity," Bland JM, 1994, p. 1552.

[45] Sakaguchi A, Yamamoto T, "A study on system identification using GA and GMDH network", *In Proc. of the 29th Annual Conference of Inductrial Electronic Society, IECON*, 2003.

[46] Pham DT, Karaboga D, "Training elman and jordan networks for system identification using genetic algorithms", *Artif. Intell. Eng.*, 1999, Vol. 13, pp. 107–117.

[47] Narendra KS, Parthasarathy K, "Identification and control of dynamical system using neural networks",

[16] Brown M, Bossley KM, Mills DJ, Harris CJ, "High dimensional neurofuzzy systems: Overcoming the curse of dimensionality", *In Proc. of the 4th Int. Conf. Fuzzy Systems*, 1995, pp. 2139–2146.

[17] Babuska R, "Fuzzy modeling and identification", Ph.D. dissertation, Univ. Delft, Delft, The Netherlands, 1996.

[18] Angelov P, Filev D, "An approach to online identification of Takagi–Sugeno fuzzy models", *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. B, Cybern.*, 2004, Vol. 34, No. 1, pp. 484–498.

[19] Abraham A, "Adaptation of Fuzzy Inference System Using Neural Learning, Fuzzy System Engineering: Theory and Practice", Springer-Verlag, 2005, Ch. 3, pp. 53–83.

[20] Duan JC, Chung FL, "Multilevel fuzzy relational systems: Structure and identification", *Soft Comput.*, 2002, Vol. 6, pp. 71–86.

[21] Joo MG, Lee JS, "A class of hierarchical fuzzy systems with constraints on the fuzzy rules" , *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, 2005, Vol. 13, No. 2, pp. 194–203.

[22] Paulo S, "Clustering and hierarchization of fuzzy systems", *Soft Comput. J.*, 2005, Vol. 9, No. 10, pp. 715–731.

[23] Chen MY, Linkensm DA, "A systematic neuro-fuzzy modeling framework with application to material property prediction", *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. B*, 2001, Vol.31, 781-790.

[24] Wang LX, "Universal approximation by hierarchical fuzzy systems", *Fuzzy Sets Syst.*, 1998, Vol. 93, pp. 223–230.

[25] Lee ML, Chung HY, Yu FM, "Modeling of hierarchical fuzzy systems", *Fuzzy sets and systems*, 2003, Vol. 138, pp. 343-361.

[26] Jang JR, "ANFIS: Adaptive Network-Based Fuzzy Inference System", *IEEE Trans. Sys.,Man and Cybernetics*., 1993, Vol. 23, No.3.

[27] Takagi T, Sugeno M, "Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control", *IEEE Trans. Syst. Man, Cybern.*, 1985, Vol. SMC-15, No. 1, pp. 116–132.

[28] Kasabov N, Song Q, "DENFIS: Dynamic, evolving neural-fuzzy inference system and its application for time-series prediction", *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, 2002, Vol. 10, No. 1, pp. 144–154.

[29] Yager RR, Zadeh LA, "Fuzzy Sets Neural Networks, and Soft Computing", Van Nostrand Reinhold, 1994.

[30] Kumar M, Garg DP, "Intelligent Learning of Fuzzy Logic Controllers via Neural Network and Genetic Algorithm", *In Proc. of JUSFA*, 2004, 19-21.

[31] He X, Yan S, Hu Y, Niyogi P, Zhang H, "Face recognition using laplacianfaces", *IEEE Trans.*

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1389.4.3.2.4]

[51] Yang J, Frangi AF, Yang JY, Zhang D, Jin Z, "KPCA plus LDA: A complete kernel fisher discriminant framework for feature extraction and recognition," *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 2005, Vol. 27(2), pp. 230–244.

[52] Hornik K, Stinchombe M, White H, "Multilayer feedforward networks are universal approximators," *IEEE Trans. Neural Computation*, 1996, Vol. 7(3), pp. 776–781.

[53] Kosko B, "Fuzzy systems as universal approximators," *IEEE Trans. Computers*, 1994, Vol. 43, pp 1329.

IEEE Trans. Neural Networks, 1990, Vol. 1, pp. 4–27.

[48] He X, Yan S, Hu Y, Niyogi P, Zhang H, "Face recognition using laplacianfaces," *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 2005, Vol. 27(3), pp. 328–340.

[49] Belhumeur PN, Hespanha JP, Kriegman DJ, "Fisherfaces: recognition using class specific linear projection," *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 1997, Vol. 19(7), pp. 711–720.

[50] Li H, Jiang T, Zhang K, "Efficient and robust feature extraction by maximum margin criterion," *IEEE Trans. Neural Networks*, 2006, Vol. 17(1), pp. 157–165.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-12]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1389.4.3.2.4]