مجله کنترل
ISSN 2008-8345
جلد ۹، شماره ۳، پاییز ۱۳۹۴، صفحه ۱۸-۱

طراحی کنترل کننده فازی مدل مرجع بر پایه فیدبک حالت با کنترل انتگرال

وحید بهرامی[۱] ، محمد منثوری[۲] ، محمد تشنه لب[۳]

[۱] فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، vahid.bahrami39@gmail.com

[۲] فارغ‌التحصیل دکتری مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، mohammad.mansouri@ee.kntu.ac.ir

[۳] استاد، دانشکدهٔ مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی ، teshnehlab@eetd.kntu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۴/۳/۳، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۴/۷/۲)

چکیده: این پژوهش، به ارائه ساختار کنترلی جدیدی با عنوان کنترل کننده فازی مدل مرجع بر پایه فیدبک حالت با کنترل انتگرال اختصاص یافته است. اگرچه یکی از روشهای کنترلی مناسب استفاده از روش فیدبک حالت می‌باشد اما، این روش دارای دو مشکل اساسی است. نخست اینکه این روش دارای عملکرد نامناسبی در حضور اغتشاشات می‌باشد که برای چیره شدن بر این مشکل، استفاده از کنترل انتگرال به همراه فیدبک حالت می‌تواند روش موثری واقع گردد. کنترل‌کننده کلاسیک فیدبک حالت با کنترل انتگرال، روشی موثر جهت کنترل سیستم‌های خطی و یا سیستم‌های با پیچیدگی کمتر می‌باشد که این مورد نیز به عنوان مشکل دیگر روش فیدبک حالت مطرح می‌شود. از آنجایی که بسیاری از سیستم‌های تحت کنترل، غیرخطی و در معرض عدم قطعیت می‌باشند، بنابراین استفاده از روش‌های کنترلی که بتواند برای کنترل این‌گونه از سیستم‌ها مثمر ثمر باشد، ضروری است. به همین دلیل در این مقاله، کنترل‌کننده جدید فازی مدل مرجع بر پایه فیدبک حالت با کنترل انتگرال پیشنهاد می‌شود. در روش کنترلی پیشنهادی، در ابتدا سیستم غیرخطی تحت کنترل با استفاده از سیستم فازی تاکاگی- سوگنو مدل می‌شود و سپس روش کنترلی پیشنهادی بحث می‌گردد. کنترل کننده ارائه شده، به کلاس گسترده‌ای از سیستم‌های غیرخطی در معرض اغتشاش قابل اعمال می‌باشد. نتایج شبیه‌سازی که برای کنترل سیستم‌های غیرخطی پاندول معکوس، تعلیق مغناطیسی و مدار چوآ به کار گرفته شده‌اند، دقت بالا و عملکرد مناسب کنترل‌کننده ارائه شده را تصدیق می‌کند.

کلمات کلیدی: کنترل فیدبک حالت، کنترل انتگرال، کنترل‌کننده فازی مدل مرجع، اغتشاش.

Designing Model Reference Fuzzy Controller Based on State Feedback Integral Control for Nonlinear Systems

Vahid Bahrami, Mohammad Mansouri, Mohammad Teshnehlab

Abstract: This study intends to investigate a new control structure using a model reference fuzzy controller based on state feedback integral control. Motivated by the fact that most of the controlled systems are nonlinear and subject to uncertainty. Hence, designing control structures which can satisfy these cases is essential. The state feedback control is one of the control methods; however this method does not show an appropriate performance when the non-zero disturbance is applied to the system. To cope with the mentioned drawback, using an integral control with state feedback would be an effective way. The classic state feedback integral control is considered as a beneficial way to control of linear or weakly nonlinear systems. For this reason, this paper concerns state feedback integral control using a model reference fuzzy controller. At the first stage of designed control approach, the nonlinear system is modeled by T-S fuzzy. At the second stage, control method is discussed. The proposed controller is applicable to a broad class of nonlinear systems subject to non-zero disturbance. The simulation results applied to control of inverted pendulum, magnetic levitation and Chua's circuit systems, verify the high control accuracy and appropriate performance of the proposed controller.

Keywords: State feedback control; Integral control; Model reference fuzzy controller; non-zero Disturbance.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-02-14]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1394.9.3.3.0]

۱- مقدمه

یکی از مهمترین روش‌های کنترلی استفاده شده برای به‌دست آوردن عملکرد مناسب، استفاده از روش فیدبک حالت[1] یا جایابی قطب[2] می‌باشد. در میان روش‌های کنترلی، فیدبک حالت بهترین پاسخ عملکردی از لحاظ زمان نشست[3] را دارد[۱].

همچنین، این روش برای کنترل سیستم‌های با فضای حالت متغیر با زمان و شرایط عملکردی چندگانه نیز توصیف شده است[۳و۲]. بنابراین، روش فیدبک حالت می‌تواند برای کنترل سیستم‌های چند ورودی- چند خروجی[4] استفاده گردد [۴]. با استفاده از روش کنترل فیدبک حالت (جایابی قطب)، قطب‌های سیستم حلقه باز در مکان‌های مطلوب قطب-های سیستم حلقه بسته جایابی می‌شوند. به همین دلیل، بررسی کنترل-پذیری سیستم الزامی است. برای این منظور، ماتریس کنترل‌پذیری سیستم باید رتبه کامل باشد.

اگرچه روش فیدبک حالت دارای پاسخ نرم و سریع می‌باشد، ولی دارای مشکل خطای حالت ماندگار می‌باشد. به علاوه، این روش به شرایط اولیه سیستم وابسته است [۵]. به منظور چیره شدن بر این مشکلات، استفاده از فیدبک حالت با کنترل انتگرال[5][۶] و رویتگر حالت[6] [۷] پیشنهاد شده‌اند. به علت اینکه کنترل کننده انتگرالی نوع سیستم را افزایش می‌دهد، خطای حالت ماندگار به سمت صفر میل خواهد کرد [۸]. استفاده از روش فیدبک حالت با کنترل انتگرال در بسیاری از مقالات عنوان شده است. در [۸] از این روش برای کنترل سیستم سرو موتور استفاده شده است. مولفین در [۵] ، از فیدبک حالت با کنترل انتگرال و استفاده از تابع لیاپانوف جهت شبیه‌سازی و پیاده‌سازی بر روی ولو صنعتی استفاده کرده‌اند. بسیاری از سیستم‌ها تحت تاثیر اغتشاشات خارجی می‌باشند. بنابراین، استفاده از روش‌های کنترلی مقاوم جهت کنترل این‌گونه سیستم‌ها اجتناب‌ناپذیر است. استفاده از روش فیدبک حالت با کنترل انتگرال یک راه موثر جهت حذف اغتشاشات ثابت است [۱۰و۹]. مطابق با [۷] ، این کنترل‌کننده برای سیستم‌های کنترلی شبکه شده در معرض اغتشاشات استفاده شده است.

کنترل کننده کلاسیک فیدبک حالت با کنترل انتگرال در [۱۱و۹]فرموله‌سازی شده است، اما مهم‌ترین استفاده الگوریتم ارائه شده برای سیستم‌های خطی و یا سیستم‌های با پیچیدگی کمتر می‌باشد. اکثر سیستم-های تحت کنترل، غیرخطی و در معرض اغتشاش می‌باشد. بنابراین در نظر گرفتن اثر عدم قطعیت در طراحی کنترل‌کننده ضروری است. در میان روش‌های کنترلی، کنترل‌کننده فازی برای کنترل سیستم‌های غیرخطی از قبیل سیستم‌های رباتیک، موتور الکتریکی و غیره مفید می-باشد [۱۳و۱۲]. این مطالعه به طراحی کنترل‌کننده فازی مدل مرجع بر پایه فیدبک حالت با کنترل انتگرال برای کنترل سیستم‌های غیرخطی توجه کرده است. مهم‌ترین مزیت کنترل‌کننده ارائه شده، حذف اغتشاشات ثابت در حالت ماندگار می‌باشد. در ابتدا، این مقاله سیستم غیر خطی تحت کنترل را با استفاده از سیستم فازی تاکاگی- سوگنو که تقریبگر عمومی است، مدل می‌کند. سپس، کنترل کننده جدید عنوان شده طراحی می‌گردد. با توجه به این کنترل‌کننده، قطب‌های سیستم در مکان‌های مطلوب جایابی می‌شوند. همچنین، کنترل‌کننده ارائه شده اغتشاشات غیرصفر را حذف می‌کند. به طور کلی، مهم‌ترین ویژگی‌های کنترل‌کننده ارائه شده به صورت زیر خلاصه می‌گردد:

۱) قابل اعمال به کلاس گسترده‌ای از سیستم‌های غیرخطی
۲) حذف اغتشاش ثابت غیر صفر در حالت ماندگار به همراه روش ساده و پایدار

نتایج شبیه‌سازی، کارایی کنترل‌کننده ارائه شده را تایید می‌کند.

مطالب این مقاله به ترتیب زیر ارائه می شود:

در بخش دو مدلسازی سیستم غیرخطی با استفاده از سیستم فازی تاکاگی- سوگنو بیان و سپس به ارائه کنترل‌کننده فازی مدل مرجع بر پایه فیدبک حالت با کنترل انتگرال پرداخته می‌شود. در بخش سه شبیه-سازی کنترل‌کننده پیشنهادی بررسی و در نهایت در بخش چهار، نتایج مقاله ارائه می‌گردد.

۲- بیان مسئله

پایدارسازی و ردیابی مدل مرجع از مهم‌ترین اهداف کنترلی می-باشند. به منظور تحقق این اهداف، روش کنترلی فیدبک حالت می‌تواند مناسب واقع شود. با به کار بردن کنترل‌کننده فازی مدل مرجع بر پایه فیدبک حالت با کنترل انتگرال که منجر به پایداری مجانبی می‌گردد، اهداف بیان شده برقرار می‌گردند. بنابراین بخش‌های زیر به فرموله‌سازی مسئله و طراحی کنترل‌کننده اختصاص یافته است.

۲-۱- مدلسازی سیستم غیرخطی با استفاده از سیستم فازی تاکاگی- سوگنو

به منظور طراحی کنترل‌کننده فازی مدل مرجع با استفاده از روش فیدبک حالت با کنترل انتگرال، نیاز به مدل کردن سیستم غیرخطی با استفاده از یک سیستم فازی، داریم. ایده اصلی تقریب سیستم غیرخطی با استفاده از سیستم فازی تاکاگی سوگنو به همراه شرایط پایدارسازی سیستم در [۱۴] بیان گردیده است. بنابراین سیستم غیرخطی تحت کنترل را با استفاده از سیستم فازی سوگنو که تقریبگر عمومی می باشد، به صورت مجموعه قوانین اگر- آنگاه خطی توصیف می‌کنیم. سیستم

[1] State Feedback
[2] Pole Placement
[3] Settling Time
[4] Multi Input-Multi Output Systems
[5] Integral Control
[6] State Observer

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-02-14]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1394.9.3.3.0]

غیرخطی کلی از ترکیب فازی این قوانین و توسط سیستم فازی تاکاگی سوگنو که غیرخطی می باشد، به دست می‌آید [۱۵]. مدل فضای حالت سیستم غیر خطی تحت کنترل را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\dot{X} = f(X) + g(X)u + B_d d, \quad y = CX \tag{۱}$$

که در آن، $X\epsilon R^n$ بردار حالتهای قابل اندازه‌گیری سیستم می‌باشد که به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T{}_{n\times 1} \tag{۲}$$

همچنین، $f(X)$ و $g(X)$ توابع غیرخطی ناشناخته، $u\epsilon R^m$ و $y\epsilon R^m$ به ترتیب ورودی و خروجی سیستم تحت کنترل، d اغتشاش ثابت محدود و ناشناخته، B_d ماتریس اغتشاش و C ماتریس خروجی می‌باشد. در اینجا طراحی برای سیستمهای یک‌ورودی- یک‌خروجی ارائه می‌گردد، ولی می‌توان آنرا به سیستمهای چندورودی- چندخروجی گسترش داد. سیستم غیرخطی می‌تواند با استفاده از مدل فازی تاکاگی- سوگنو مدلسازی شود [۱۵] . بنابراین، می‌توان سیستم تحت کنترل را به صورت مجموعه ای از قوانین فازی با استفاده از مدل فازی تاکاگی- سوگنو بیان کرد. مدل کلی فازی سیستم تحت کنترل از ترکیب فازی تک تک قوانین که سیستم دینامیکی خطی می‌باشند، به دست می‌آید [۱۶] . در نتیجه قانون iام مدل فازی سیستم غیرخطی تحت کنترل با رابطه زیر بیان می شود:

$$R^i: If\ x_1\ is\ G^i{}_1\ and \dots and\ x_n\ is\ G^i{}_n$$
$$Then\ \dot{X}(t) = A_i X(t) + B_i u(t) + B_d d, \quad i = 1, \dots, m \tag{۳}$$

که در آن، m تعداد قوانین فازی، A_i و B_i ماتریسهای حالت و کنترل سیستم، B_d ماتریس اغتشاش وارد به سیستم، $X(t)$ بردار متغیرهای حالت سیستم و $u(t)$ ورودی سیستم می باشد. همچنین، d اغتشاش خارجی محدود است به طوری که $|d| < D$ که در آن D حد بالای اغتشاش وارد به سیستم می‌باشد. درنتیجه، مدل فازی سیستم غیرخطی تحت کنترل از ترکیب این قوانین به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\dot{X} = \frac{\sum_{i=1}^{m} w_i(X(t))\,(A_i X + B_i u)}{\sum_{i=1}^{m} w_i(X(t))} + B_d d \ , \quad y = CX \tag{۴}$$

که $w_i(X(t))$ به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$w_i(X(t)) = \prod_{j=1}^{n} R^i{}_j(X(t)) \tag{۵}$$

که در آن، $R^i{}_j$ها درجه عضویت توابع عضویت مربوط به $x_j(t)$ در $G^i{}_j$ است.

۲-۲- طراحی کنترل کننده فازی مدل مرجع بر پایه فیدبک حالت با کنترل انتگرال

در این قسمت، طراحی کنترل‌کننده فازی مدل مرجع بر پایه فیدبک حالت با کنترل انتگرال ارائه می‌شود. فرض می‌شود که سیستم غیرخطی تحت کنترل می‌تواند به مدل فازی تاکاگی- سوگنو (۴) مدل گردد. مدل مرجع را به فرم فضای حالت خطی پایدار زیر در نظر می‌گیریم:

$$\dot{X}_m = A_m X_m + B_r r\,, \qquad y_m = C_m X_m \tag{۶}$$

که در آن، $X_m = [x_{1m}\ x_{2m}\ \dots x_{nm}]^T{}_{n\times 1}$ بردار فضای حالت مرجع، r سیگنال مرجع، y_m خروجی مدل مرجع و $C_m = C$ ماتریس خروجی سیستم می‌باشد.

حالت انتگرالی $q(t)$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\dot{q}(t) = y_m(t) - y(t) = C(X_m(t) - X(t)) \tag{۷}$$

معادلات حالت و خروجی سیستم با در نظر گرفتن حالت انتگرالی عبارتند از:

$$\begin{bmatrix}\dot{X}(t)\\ \dot{q}(t)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0\\ -C & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}X(t)\\ q(t)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}B\\ 0\end{bmatrix}u(t) + \begin{bmatrix}0\\ I\end{bmatrix}y_m(t) + \begin{bmatrix}B_d\\ 0\end{bmatrix}d,$$
$$y(t) = [C\ \ 0]\begin{bmatrix}X(t)\\ q(t)\end{bmatrix} \tag{۸}$$

معادله (۸) در حالت فازی به صورت زیر تبدیل می‌گردد:

$$\begin{bmatrix}\dot{X}(t)\\ \dot{q}(t)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\frac{\sum_{i=1}^{m} w_i A_i}{\sum_{i=1}^{m} w_i} & 0\\ -C & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}X(t)\\ q(t)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\frac{\sum_{i=1}^{m} w_i B_i}{\sum_{i=1}^{m} w_i}\\ 0\end{bmatrix}u(t) + \begin{bmatrix}0\\ I\end{bmatrix}y_m(t) + \begin{bmatrix}B_d\\ 0\end{bmatrix}d,$$
$$y(t) = [C\ \ 0]\begin{bmatrix}X(t)\\ q(t)\end{bmatrix} \tag{۹}$$

حال بایستی که سیگنال کنترلی $u(t)$ با فیدبک حالت را به گونه‌ای طراحی کنیم که سیستم داده شده با (۹) پایدار گردند. شرط لازم و کافی برای وجود چنین سیگنال کنترلی، کنترل پذیری انتگرالی سیستم داده شده در (۹) است.

با تعریف

$$\bar{A} = \begin{bmatrix}\frac{\sum_{i=1}^{m} w_i A_i}{\sum_{i=1}^{m} w_i} & 0\\ -C & 0\end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix}\frac{\sum_{i=1}^{m} w_i B_i}{\sum_{i=1}^{m} w_i}\\ 0\end{bmatrix} \tag{۱۰}$$

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-02-14]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1394.9.3.3.0]

ماتریس کنترل پذیری سیستم داده شده (۹) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\emptyset_{CC} = [\bar{B}\ \bar{A}\bar{B}\ \dots\ \bar{A}^{n-1}\bar{B}] = \begin{bmatrix} \frac{\sum_{i=1}^{m} w_i A_i}{\sum_{i=1}^{m} w_i} & \frac{\sum_{i=1}^{m} w_i A_i . \sum_{i=1}^{m} w_i B_i}{\left(\sum_{i=1}^{m} w_i\right)^2} & \dots\dots \\ 0 & -C\frac{\sum_{i=1}^{m} w_i B_i}{\sum_{i=1}^{m} w_i} & \end{bmatrix} \quad (۱۱)$$

به منظور کنترل پذیری (۱۱)، رتبه کامل بودن آن الزامی است.

نیروی کنترلی اعمالی به سیستم غیرخطی، بر اساس کنترل‌کننده فازی سوگنو که دارای قوانینی به شکل زیر است، تعیین می‌گردد:

$$R^i: If\ x_1\ is\ G^i{}_1\ and \dots and\ x_n\ is\ G^i{}_n\ Then\ u = -K_i X + L_i q, i = 1, \dots, m \quad (۱۲)$$

که K_i, L_i بهره‌های کنترلی کنترل کننده فازی تاکاگی- سوگنو می‌باشند که به ترتیب دارای ابعاد 1×1 و $1 \times n$ هستند. سیگنال کنترلی اعمالی به سیستم تحت کنترل، از ترکیب قوانین فازی در نظر گرفته شده در (۱۲) به دست می‌آید:

$$u(t) = \begin{bmatrix} -\frac{\sum_{i=1}^{m} w_i K_i}{\sum_{i=1}^{m} w_i} & \frac{\sum_{i=1}^{m} w_i L_i}{\sum_{i=1}^{m} w_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X(t) \\ q(t) \end{bmatrix} \quad (۱۳)$$

با جایگذاری (۱۳) در (۹)، داریم:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sum_{i=1}^{m} w_i A_i}{\sum_{i=1}^{m} w_i} & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\sum_{i=1}^{m} w_i B_i}{\sum_{i=1}^{m} w_i} \\ 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} -\frac{\sum_{i=1}^{m} w_i K_i}{\sum_{i=1}^{m} w_i} & \frac{\sum_{i=1}^{m} w_i L_i}{\sum_{i=1}^{m} w_i} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} X(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} y_m(t) + \begin{bmatrix} B_d \\ 0 \end{bmatrix} d, \quad (۱۴)$$

با ساده سازی (۱۴)، معادله زیر به دست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sum_{i=1}^{m} w_i A_i}{\sum_{i=1}^{m} w_i} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{m} w_i B_i . \sum_{i=1}^{m} w_i K_i}{(\sum_{i=1}^{m} w_i)^2}\right) & \frac{\sum_{i=1}^{m} w_i B_i . \sum_{i=1}^{m} w_i L_i}{(\sum_{i=1}^{m} w_i)^2} \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} y_m(t) + \begin{bmatrix} B_d \\ 0 \end{bmatrix} d, \quad (۱۵)$$

با توجه به (۱۵) و به منظور بررسی پایداری سیستم حلقه بسته باید مقادیر ویژه ماتریس حالت به دست آمده در سمت چپ محور موهومی قرار گیرند. تنها پارامترهایی که در این ماتریس نامعلوم می‌باشند، ضرایب کنترلی K, L می‌باشند. به منظور تحقق پایداری سیستم حلقه بسته کافی است که این دو بردار مجهول به گونه‌ای تعیین شوند که مقادیر ویژه ماتریس حالت سیستم حلقه بسته در سمت چپ محور موهومی قرار گیرند.

بنابراین، معادله (۱۶) را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$A^* = \begin{bmatrix} \frac{\sum_{i=1}^{m} w_i A_i}{\sum_{i=1}^{m} w_i} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{m} w_i B_i . \sum_{i=1}^{m} w_i K_i}{(\sum_{i=1}^{m} w_i)^2}\right) & \frac{\sum_{i=1}^{m} w_i B_i . \sum_{i=1}^{m} w_i L_i}{(\sum_{i=1}^{m} w_i)^2} \\ -C & 0 \end{bmatrix} \quad (۱۶)$$

با جایگذاری (۱۶) در (۱۳)، معادله زیر به دست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix} = A^* \begin{bmatrix} X(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} y_m(t) + \begin{bmatrix} B_d \\ 0 \end{bmatrix} d, \quad (۱۷)$$

با توجه به (۱۷) که ساده شده رابطه (۱۵) می‌باشد برای رسیدن به پایداری سیستم حلقه بسته کافی است، بهره های کنترلی K_i و L_i طوری انتخاب شوند که A^* هرویتز باشد. روشی که در این مقاله ارائه می‌شود، استفاده از معادله مشخصه مطلوبی است که دارای مقادیر ویژه‌ای در سمت چپ محور موهومی می‌باشد (روش جایابی قطب). به عبارت دیگر برای به دست آوردن پارامترهای مجهول کنترل‌کننده، کافی است معادله مشخصه مطلوب پایداری را در نظر گرفته و از طریق مطابقت دادن با معادله مشخصه سیستم حلقه بسته (۱۷)، ضرایب مجهول کنترل کننده (K_i و L_i) را بیابیم. انتخاب مقادیر ویژه معادله مشخصه مطلوب به دست طراح می‌باشد. محل قرارگیری این مقادیر ویژه تاثیر مستقیمی بر روی سرعت پاسخ سیستم حلقه بسته دارد. به عبارت دیگر، انتخاب مقادیر ویژه معادله مشخصه مطلوب تاثیر مستقیمی در سرعت پایداری مجانبی[1] دارد. در نتیجه، مقادیر حالت ماندگار $X(t)$ و $q(t)$ ثابت خواهند شد و از آنجایی که $B_d d$ بر پایداری مجانبی سیستم حلقه بسته تاثیر نمی‌گذارد، در حالت ماندگار داریم:

$$\lim_{t\to\infty} \dot{q}(t) = \lim_{t\to\infty} \left(y_m(t) - y(t)\right) = 0 \rightarrow \lim_{t\to\infty} y(t) = y_m(t) \quad (۱۸)$$

همانطور که از (۱۸) به وضوح دیده می‌شود، خروجی سیستم در حضور اغتشاش ثابت d خروجی مدل مرجع در نظر گرفته شده را دنبال می‌کند. در واقع، با طراحی ارائه شده، ردیابی مدل مرجع تضمین گشته و اثر اغتشاش ثابت در پاسخ سیستم حلقه بسته را تضعیف و در حالت ماندگار حذف می‌کند.

به طور کلی، طراحی کنترل کننده فازی مدل مرجع بر اساس طراحی فیدبک حالت با کنترل انتگرال به صورت الگوریتم زیر خلاصه می‌گردد:

اطلاعات در دسترس: مدل سیستم از (۱) و مدل مرجع از (۶)

هدف: طراحی قانون کنترلی با استفاده از (۱۳) به طوری که خروجی سیستم تحت کنترل، خروجی مدل مرجع را دنبال کند و اثر اغتشاش وارد بر سیستم را حذف نماید.

[1] Asymptotically Stability

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-02-14]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1394.9.3.3.0]

گام ۱: مدلسازی سیستم غیرخطی با استفاده از سیستم فازی سوگنو.

گام ۲: تشکیل معادله (۹) و بررسی کنترل پذیری انتگرالی با استفاده از (۱۱).

گام ۳: انتخاب بهره های کنترلی به گونه ای که (۱۶) هرویتز باشد.

گام ۴: به دست آوردن قانون کنترلی با استفاده از (۱۳).

گام ۵: توقف.

دیاگرام بلوکی طراحی کنترل کننده ارائه شده در شکل ۱ آورده شده است.

۳- شبیه‌سازی

در این بخش، کنترل‌کننده ارائه شده برای کنترل سیستم‌های پاندول معکوس، تعلیق مغناطیسی و مدار چوا به کار برده خواهد شد.

به منظور نشان دادن کارایی کنترل‌کننده ارائه شده، اغتشاش ثابت به سیستم‌های ذکر شده اضافه می‌شود. به دلیل اینکه روش ارائه شده از قوانین تطبیقی برای به روز کردن پارامترهای کنترل‌کننده استفاده می‌کند، این انتظار می‌رود که نتایج شبیه سازی دارای پاسخ مناسب عملکردی در حضور اغتشاش ثابت باشد.

۳-۱- شبیه‌سازی کنترل‌کننده طراحی شده بر روی سیستم پاندول معکوس[1]

در این قسمت، کنترل کننده فازی مدل مرجع بر پایه فیدبک حالت با کنترل انتگرال برای کنترل سیستم غیرخطی پاندول معکوس به کار برده می‌شود. این سیستم در شکل ۲ نشان داده شده است. معادلات توصیف کننده سیستم پاندول معکوس به صورت (۱۹) تشریح می‌شود[۱۷] :

$$\dot{x}_1 = x_2,$$
$$\dot{x}_2 = \frac{g\sin(x_1) - mlax_2^2\sin(x_1)\cos(x_1)}{\frac{4l}{3} - mla\cos^2(x_1)} + \frac{a\cos(x_1)}{\frac{4l}{3} - mla\cos^2(x_1)}u(t) \qquad (۱۹)$$

که در آن، x_2, x_1 به ترتیب موقعیت زاویه‌ای و سرعت زاویه‌ای (تغییرات موقعیت زاویه‌ای) گوی از محور عمودی، $m\epsilon[\underline{m}, \overline{m}]$ جرم گوی و M جرم ارابه است. همچنین $a = \frac{1}{m+M}$ تعریف می‌شود و g ثابت گرانش است. $l\epsilon[\underline{l}, \overline{l}]$ نصف طول پاندول و $f = u(t)$، نیروی کنترلی اعمالی به سیستم پاندول معکوس است. به منظور شبیه سازی، پارامترها با مقادیر زیر انتخاب شده‌اند:

$$m = 0.05(Kg), M = 0.95(Kg), l = 1(m), a = 1(\frac{1}{Kg}) \qquad (۲۰)$$

به منظور شبیه سازی، از الگوریتم بیان شده استفاده می‌کنیم.

گام ۱: به منظور مدلسازی سیستم غیر خطی پاندول معکوس با استفاده از سیستم فازی سوگنو، باید برای ترمهایی از (۱۹) که باعث یرخطی شدن آن گردیده‌اند، توابع عضویتی در نظر گرفته و قوانین فازی مطابق با (۳) تشکیل دهیم. عاملی که باعث غیرخطی شدن (۱۹) شده است، متغیرهای حالت x_1, x_2 می‌باشند. لذا برای هر کدام از آنها سه تابع عضویت گوسی در نظر می‌گیریم. شکل۳ نشان‌دهنده این توابع عضویت می‌باشد. در نتیجه نه قانون فازی تشکیل می‌شود. حال به منظور پیدا کردن A_i, B_i ها، کافی است که (۱۹) را حول مراکز دسته توابع عضویت در نظر گرفته شده و با توجه به قانون فازی مربوطه که باعث فعال شدن آنها می‌شود، خطی سازی کنیم. قوانین فازی سوگنو تشکیل شده به صورت زیر می‌شود:

If x_1 is About (0) and x_2 is About (0), Then $\dot{x}(t) = A_5x(t) + B_5u(t)$.

If x_1 is About (0) and x_2 is About (1), Then $\dot{x}(t) = A_6x(t) + B_6u(t)$.

If x_1 is About (1) and x_2 is About (-1), Then $\dot{x}(t) = A_7x(t) + B_7u(t)$.

If x_1 is About (1) and x_2 is About (0), Then $\dot{x}(t) = A_8x(t) + B_8u(t)$.

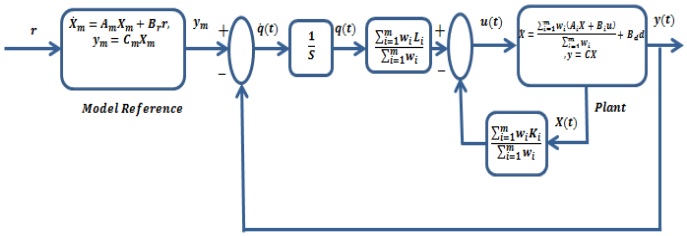
If x_1 is About (1) and x_2 is About (1), Then $\dot{x}(t) = A_9x(t) + B_9u(t)$.

If x_1 is About (-1) and x_2 is About (-1), Then $\dot{x}(t) = A_1x(t) + B_1u(t)$.

If x_1 is About (-1) and x_2 is About (0), Then $\dot{x}(t) = A_2x(t) + B_2u(t)$.

If x_1 is About (-1) and x_2 is About (1), Then $\dot{x}(t) = A_3x(t) + B_3u(t)$.

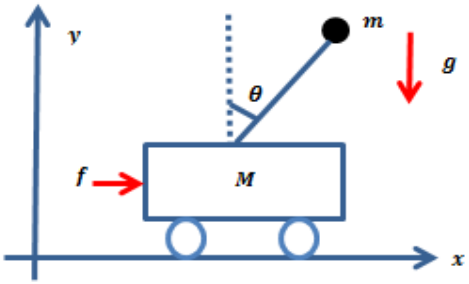
If x_1 is About (0) and x_2 is About (-1), Then $\dot{x}(t) = A_4x(t) + B_4u(t)$.



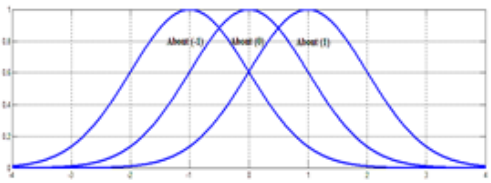
شکل ۱: نمودار بلوکی طراحی کنترل کننده فازی مدل مرجع بر اساس طراحی فیدبک حالت با کنترل انتگرال.

[1] Inverted Pendulum

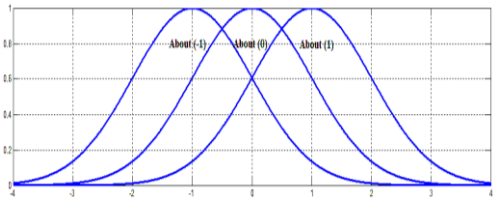
[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-02-14]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1394.9.3.3.0]



شکل ۲: سیستم پاندول معکوس.



(الف)



(ب)

شکل ۳: توابع عضویت در نظر گرفته شده
الف- برای متغیر حالت x_1 و ب- برای متغیر حالت x_2.

با خطی سازی حول مراکز دسته توابع عضویت در نظر گرفته شده، داریم:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4.0027 & -0.0345 \end{bmatrix}$$
$$, A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3.9871 & 0 \end{bmatrix}$$
$$, A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4.0027 & 0.0345 \end{bmatrix}$$
$$, A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 7.7532 & 0 \end{bmatrix}, A_5 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 7.7922 & 0 \end{bmatrix}$$
$$, A_6 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 7.7532 & 0 \end{bmatrix}$$
$$, A_7 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4.0031 & 0.0345 \end{bmatrix}$$
$$, A_8 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3.9871 & 0 \end{bmatrix}$$
$$, A_9 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4.0031 & -0.0345 \end{bmatrix}$$
$$, B_1 = B_2 = B_3 = B_7 = B_8 = B_9 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.4097 \end{bmatrix}$$
$$, B_4 = B_5 = B_6 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.7792 \end{bmatrix} \quad (۲۱)$$

حال، مدل مرجع را به صورت پایدار و خطی زیر انتخاب می‌کنیم:

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -10 & -7 \end{bmatrix}, \qquad B_r = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (۲۲)$$

با این انتخاب، مقادیر ویژه مدل مرجع که سیستم فازی سوگنو باید آنرا دنبال کند در $\{(-2,-5)\}$ جایابی می‌شوند.

گام ۲: به منظور بررسی کنترل پذیری انتگرالی، با استفاده از (۱۰) داریم:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \frac{\sum_{i=1}^{9} w_i A_i}{\sum_{i=1}^{9} w_i} & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix} \frac{\sum_{i=1}^{9} w_i B_i}{\sum_{i=1}^{9} w_i} \\ 0 \end{bmatrix}, C = [1 \;\; 0] \quad (۲۳)$$

و در نتیجه با استفاده از (۱۱) داریم:

$$\emptyset_{CC} = [\bar{B} \;\; \bar{A}\bar{B} \;\; \bar{A}^2\bar{B}] = \begin{bmatrix} 0 & b & fb \\ b & fb & ab \\ 0 & 0 & -b \end{bmatrix} \quad (۲۴)$$

که در آن: (۲۵)

$$a = \frac{4.0027(w_1 + w_3) + 3.98(w_2 + w_8) + 7.75(w_4 + w_6) + 7.79w_5 + 4.0031(w_7 + w_9)}{w_1 + w_2 + w_3 + \cdots + w_9} + f^2,$$

$$b = \frac{0.4097(w_1 + w_2 + w_3 + w_7 + w_8 + w_9) + 0.7792(w_4 + w_5 + w_6)}{w_1 + w_2 + w_3 + \cdots + w_9}$$

$$, f = \frac{-0.0345(w_1 + w_9) + 0.0345(w_3 + w_7)}{w_1 + w_2 + w_3 + \cdots + w_9}$$

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-02-14]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1394.9.3.3.0]

ماتریس کنترل پذیری (۲۴) دارای رتبه کامل می‌باشد. علت رتبه کامل بودن را می‌توان در این دانست که در هر لحظه از زمان، یکی از نه قانون فازی در نظر گرفته شده برای سیستم پاندول معکوس فعال می‌شود و لذا احتمال اینکه ماتریس (۲۴) نقص رتبه پیدا کند، وجود ندارد. بنابراین شرط لازم و کافی برای طراحی کنترل کننده ارائه شده وجود دارد.

گام ۳: حال بایستی که بهره‌های کنترلی را پیدا کنیم به قسمی که (۱۶) هرویتز باشد. برای این منظور، (۱۳) به صورت زیر برای سیستم پاندول معکوس تبدیل می‌شود:

$$u(t) = \begin{bmatrix} -\frac{\sum_{i=1}^{9} w_i K_i}{\sum_{i=1}^{9} w_i} & \frac{\sum_{i=1}^{9} w_i L_i}{\sum_{i=1}^{9} w_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X(t) \\ q(t) \end{bmatrix} \quad (۲۶)$$

بردار K, L به ترتیب دارای ابعاد 1×9 و 2×9 می باشند. بنابراین آنها را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \\ k_{31} & k_{32} \\ \vdots & \vdots \\ k_{91} & k_{92} \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \\ \vdots \\ l_9 \end{bmatrix} \quad (۲۷)$$

و در نتیجه، (۱۶) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$A^* = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ z - bj & f - bm & bh \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (۲۸)$$

که در آن داریم: (۲۹)

$$j = \frac{w_1 k_{11} + w_2 k_{21} + w_3 k_{31} + \cdots + w_9 k_{91}}{w_1 + w_2 + w_3 + \cdots + w_9},$$

$$m = \frac{w_1 k_{12} + w_2 k_{22} + w_3 k_{32} + \cdots + w_9 k_{92}}{w_1 + w_2 + w_3 + \cdots + w_9},$$

$$f = \frac{-0.0345(w_1 + w_9) + 0.0345(w_3 + w_7)}{w_1 + w_2 + w_3 + \cdots + w_9},$$

$$h = \left(\frac{w_1 l_1 + w_2 l_2 + w_3 l_3 + \cdots + w_9 l_9}{w_1 + w_2 + w_3 + \cdots + w_9}\right)$$

حال مقادیر ویژه A^* را پیدا می‌کنیم:

$$|sI - A^*| = \begin{vmatrix} s & -1 & 0 \\ bj - z & s - f + bm & -bh \\ 1 & 0 & s \end{vmatrix} = s^3 + (bm - f)s^2 + (bj - z)s + bh \quad (۳۰)$$

بنابراین بهره‌های کنترلی K_i, L_i باید طوری انتخاب شوند که معادله مشخصه (۳۰) هرویتز باشد. به همین جهت از روش جایابی قطب استفاده می‌کنیم. بنابراین، معادله مشخصه مطلوب را به صورت زیر انتخاب می‌کنیم:

$$s^3 + (bm - f)s^2 + (bj - z)s + bh = s^3 + \alpha s^2 + \beta s + \gamma \quad (۳۱)$$

انتخاب پارامترهای α, β, γ به دست طراح می‌باشد. با معادل قرار دادن دو طرف تساوی (۳۱)، داریم:

$$z = a - f^2, b = \frac{0.4097(w_1 + w_2 + w_3 + w_7 + w_8 + w_9) + 0.7792(w_4 + w_5 + w_6)}{w_1 + w_2 + w_3 + \cdots + w_9},$$

$$m = \frac{\alpha + f}{b}, j = \frac{\beta + z}{b}, h = \frac{\gamma}{b} \quad (۳۲)$$

گام ۴: با استفاده از (۱۳)، سیگنال کنترلی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$u(t) = \begin{bmatrix} [-j & -m] & h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X(t) \\ q(t) \end{bmatrix} \quad (۳۳)$$

به منظور شبیه سازی پارامترهای زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\alpha = 14, \beta = 59, \gamma = 70 \quad (۳۴)$$

با این انتخاب، ریشه های معادله مشخصه مطلوب در $\{(-2, -5, -7)\}$ قرار می‌گیرد.

سیگنال مرجع، r، را به صورت مجموع سه تابع پله با دامنه های مختلف که در زمانهای متفاوت به مدل مرجع اعمال می‌شوند، انتخاب کردیم. شرایط اولیه سیستم را $X(0) = [0.9\ 0]^T$ و برای مدل مرجع، $X_m(0) = [1.1\ 0.1]^T$ انتخاب کردیم. همچنین $B_d d = [0\ 1.5]^T$ به سیستم اعمال می‌شود. نتایج شبیه‌سازی در شکل ۴ آورده شده است. شکل ۴ (الف) نشان دهنده ردیابی متغیر حالت x_1 مدل‌مرجع توسط سیستم غیرخطی تحت کنترل است. شکل ۴ (ب) نشان دهنده ردیابی متغیر حالت x_2 مدل مرجع توسط سیستم غیرخطی تحت کنترل است، شکل ۴ (ج) نشان دهنده نیروی کنترلی وارد به سیستم تحت کنترل و شکل ۴ (د) بزرگنمایی شکل ۴ (ج) است. با توجه به این شکلها به خوبی دیده می‌شود که کنترل کننده طراحی شده توانسته است عملکرد مناسبی در حضور اغتشاش ثابت، از خود نشان دهد.

به منظور نشان دادن تاثیر کنترل انتگرال در حذف اغتشاش، این بار $B_d d = [0\ 0.5]^T$ را در ثانیه ۳۵ به سیستم اضافه کرده و نتایج در شکل۵ نشان داده شده است. شکل ۵ (الف) نشان دهنده ردیابی متغیر حالت x_1 مدل‌مرجع توسط سیستم غیرخطی تحت کنترل است. شکل ۵ (ب) نشان دهنده ردیابی متغیر حالت x_2 مدل مرجع توسط سیستم غیرخطی تحت کنترل است، شکل ۵ (ج) نشان دهنده نیروی کنترلی وارد به سیستم تحت کنترل است. با توجه به این شکلها به خوبی دیده می‌شود که کنترل انتگرال تعبیه شده در کنترل کننده به خوبی توانسته است مقدار اغتشاش ثابت وارد شده در زمان‌های میانی را نیز در حالت ماندگار حذف کرده و عملکرد کنترلی مناسبی را رقم بزند.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-02-14]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1394.9.3.3.0]

۳-۲- شبیه‌سازی کنترل‌کننده طراحی شده بر روی سیستم تعلیق مغناطیسی[1]

در این قسمت، کنترل کننده فازی مدل مرجع بر پایه فیدبک حالت با کنترل انتگرال برای کنترل سیستم غیرخطی تعلیق مغناطیسی به کار برده می‌شود. این سیستم در شکل ۶ نشان داده شده است. معادلات حرکت سیستم تعلیق مغناطیسی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\ddot{y}(t) = -g + \frac{\alpha}{M} sgn(i) \frac{i^2(t)}{y(t)} - \frac{\beta}{M}\dot{y}(t) \qquad (۳۵)$$

که در آن، $y(t)$ فاصله گوی معلق از آهنربای الکتریکی، $i(t)$ جریان گذرنده از سیم پیچ، M جرم گوی و g ثابت گرانش است. همچنین، β ضریب اصطکاک چسبندگی بین گوی و فلز اطراف آن و α ثابت نیروی میدانی است. با در نظر گرفتن $x_1 = y, x_2 = \dot{y},\ u = sgn(i)i^2(t)$، (۳۵) به فرم فضای حالت نرمال (۳۶) تغییر پیدا می‌کند:

$$\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = -g - \frac{\beta}{M}x_2 + \frac{\alpha}{Mx_1}u \qquad (۳۶)$$

به منظور شبیه سازی، $\beta = 12$، $M = 3(Kg)$ و $\alpha = 15$ انتخاب می‌شود [۱۸].

به منظور شبیه سازی، از الگوریتم بیان شده برای کنترل فازی ارائه شده استفاده می‌کنیم.

گام ۱: به منظور مدلسازی سیستم غیر خطی تعلیق مغناطیسی با استفاده از سیستم فازی سوگنو، باید برای ترمهایی از (۳۶) که باعث غیرخطی شدن آن شده‌اند، توابع عضویتی در نظر گرفته و قوانین فازی مطابق با (۳) تشکیل دهیم. عاملی که باعث غیر خطی شدن (۳۶) شده است، متغیر حالت x_1 می‌باشد. لذا برای آن سه تابع عضویت گوسی در نظر می‌گیریم. شکل ۷ نشان دهنده این توابع عضویت می باشد. در نتیجه سه قانون فازی تشکیل می شود. حال به منظور پیدا کردن A_i, B_i ها، کافی است که (۳۶) را حول مراکز دسته توابع عضویت در نظر گرفته شده و با توجه به قانون فازی مربوطه که باعث فعال شدن آنها می‌شود، خطی سازی کنیم. قوانین فازی سوگنو تشکیل شده به صورت زیر می‌باشند:

If x_1 is About small, Then $\dot{x}(t) = A_1x(t) + B_1u(t)$.

If x_1 is About big, Then $\dot{x}(t) = A_2x(t) + B_2u(t)$.

If x_1 is About very big, Then $\dot{x}(t) = A_3x(t) + B_3u(t)$.

با خطی سازی حول مراکز دسته توابع عضویت در نظر گرفته شده، داریم:

$$A_1 = A_2 = A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}, B_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad (۳۷)$$

حال، مدل مرجع را به صورت زیر انتخاب می‌کنیم:

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -10 & -7 \end{bmatrix}, \qquad B_r = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad (۳۸)$$

با این انتخاب، مقادیر ویژه مدل مرجع که سیستم فازی سوگنو باید آنرا دنبال کند در $\{(-2,-5)\}$ جایابی می‌شوند.

گام ۲: به منظور بررسی کنترل پذیری انتگرالی، با استفاده از (۱۰) داریم:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \frac{\sum_{i=1}^{3} w_i A_i}{\sum_{i=1}^{3} w_i} & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix} \frac{\sum_{i=1}^{3} w_i B_i}{\sum_{i=1}^{3} w_i} \\ 0 \end{bmatrix}, C = [1\ \ 0] \qquad (۳۹)$$

و در نتیجه با استفاده از (۱۱) داریم:

$$\emptyset_{CC} = [\bar{B}\ \bar{A}\bar{B}\ \bar{A}^2\bar{B}] = \begin{bmatrix} 0 & b & fb \\ b & fb & ab \\ 0 & 0 & -b \end{bmatrix} \qquad (۴۰)$$

که در آن:

$$b = \frac{5w_1 + 2w_2 + w_3}{w_1 + w_2 + w_3}, f = -4, a = 16 \qquad (۴۱)$$

ماتریس کنترل پذیری (۴۰) دارای رتبه کامل می‌باشد. علت رتبه کامل بودن را می توان در این دانست که در هر لحظه از زمان، یکی از سه قانون فازی در نظر گرفته شده برای سیستم تعلیق‌مغناطیسی فعال می شود و لذا احتمال اینکه ماتریس (۴۰) نقص رتبه پیدا کند، وجود ندارد. بنابراین شرط لازم و کافی برای طراحی کنترل‌کننده ارائه شده وجود دارد.

گام ۳: حال بایستی که بهره‌های کنترلی را پیدا کنیم به قسمی که (۱۶) هرویتز باشد. برای این منظور، (۱۳) به صورت زیر برای سیستم تعلیق مغناطیسی تبدیل می شود:

$$u(t) = \begin{bmatrix} -\frac{\sum_{i=1}^{3} w_i K_i}{\sum_{i=1}^{3} w_i} & \frac{\sum_{i=1}^{3} w_i L_i}{\sum_{i=1}^{3} w_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X(t) \\ q(t) \end{bmatrix} \qquad (۴۲)$$

بردار K, L به ترتیب دارای ابعاد 1×3 و 2×3 می باشند. بنابراین آنها را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \\ k_{31} & k_{32} \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \end{bmatrix} \qquad (۴۳)$$

و در نتیجه، (۱۶) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$A^* = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -bj & f - bm & bh \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (۴۴)$$

که در آن داریم:

[1] magnetic levitation

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-02-14]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1394.9.3.3.0]

$$b=\frac{5w_1+2w_2+w_3}{w_1+w_2+w_3},$$
$$j=\frac{w_1k_{11}+w_2k_{21}+w_3k_{31}}{w_1+w_2+w_3},$$
$$m=\frac{w_1k_{12}+w_2k_{22}+w_3k_{32}}{w_1+w_2+w_3}, f=-4,$$
$$h=(\frac{w_1l_1+w_2l_2+w_3l_3}{w_1+w_2+w_3}) \quad (۴۵)$$

حال مقادیر ویژه A^* را پیدا می‌کنیم:

$$|sI-A^*|=\begin{vmatrix} s & -1 & 0 \\ bj & s-f+bm & -bh \\ 1 & 0 & s \end{vmatrix} = s^3+(bm-f)s^2 + (bj)s+bh \quad (۴۶)$$

بنابراین بهره‌های کنترلی K_i, L_i باید طوری انتخاب شوند که معادله مشخصه (۴۶) هرویتز باشد. به همین جهت از روش جایابی قطب استفاده می‌کنیم. بنابراین معادله مشخصه مطلوب را به صورت زیر انتخاب می‌کنیم:

$$s^3+(bm-f)s^2+(bj)s+bh = s^3+\alpha s^2+\beta s+\gamma \quad (۴۷)$$

انتخاب پارامترهای α, β, γ به دست طراح می‌باشد. با معادل قرار دادن دو طرف تساوی (۴۷)، داریم:

$$m=\frac{\alpha+f}{b}, j=\frac{\beta}{b}, h=\frac{\gamma}{b} \quad (۴۸)$$

گام ۴: با استفاده از (۱۳)، سیگنال کنترلی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$u(t)=\begin{bmatrix}[-j & -m] & h\end{bmatrix}\begin{bmatrix}X(t)\\ q(t)\end{bmatrix} \quad (۴۹)$$

به منظور شبیه سازی پارامترهای زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\alpha=14, \beta=59, \gamma=70 \quad (۵۰)$$

با این انتخاب، ریشه های معادله مشخصه مطلوب در $\{(-2,-5,-7)\}$ قرار می‌گیرد. سیگنال مرجع، r، را به صورت مجموع سه تابع پله با دامنه‌های مختلف که در زمانهای متفاوت به مدل مرجع اعمال می‌شوند، انتخاب کردیم. شرایط اولیه سیستم را $X(0)=[0.9\ 0]^T$ و برای مدل مرجع، $X_m(0)=[1.1\ 0.1]^T$ انتخاب کردیم. همچنین $B_d d=[0\ 1]^T$ به سیستم اعمال می‌شود. نتایج شبیه‌سازی در شکل ۸ آورده شده است. شکل ۸ (الف) نشان دهنده ردیابی متغیر حالت x_1 مدل مرجع توسط سیستم غیرخطی تحت کنترل است. شکل ۸ (ب) نشان دهنده ردیابی متغیر حالت x_2 مدل مرجع توسط سیستم غیرخطی تحت کنترل است، شکل ۸ (ج) نشان دهنده نیروی کنترلی وارد به سیستم تحت کنترل و شکل ۸ (د) بزرگنمایی شکل ۸ (ج) است. با توجه به این شکلها به خوبی دیده می شود که کنترل کننده طراحی شده توانسته است عملکرد مناسبی در حضور اغتشاش ثابت، از خود نشان دهد.

در اینجا نیز به منظور نشان دادن تاثیر کنترل انتگرال در حذف اغتشاش که خاصیت مهم این روش می‌باشد، اغتشاش $B_d d=[0\ 0.5]^T$ را در ثانیه ۳۰ به سیستم اضافه کرده و نتایج در شکل۹ نشان داده شده است. شکل ۹ (الف) نشان دهنده ردیابی متغیر حالت x_1 مدل-مرجع توسط سیستم غیرخطی تحت کنترل است. شکل ۹ (ب) نشان دهنده ردیابی متغیر حالت x_2 مدل مرجع توسط سیستم غیرخطی تحت کنترل است، شکل ۹ (ج) نشان دهنده نیروی کنترلی وارد به سیستم تحت کنترل است. آنچه که از نتایج حاصل از این شبیه‌سازی کاملا مشهود است، عملکرد مناسب کنترل کننده طراحی شده در حذف اغتشاشات ثابت در حالت ماندگار می‌باشد که این مهم به دلیل حضور کنترل انتگرال در کنترل کننده طراحی شده می‌باشد.

۳-۳- شبیه‌سازی کنترل‌کننده طراحی شده بر روی سیستم مدار چوآ[1]

مدار چوا یکی از سیستمهایی است که به عنوان سیستم الکتریکی پایه و آشوبناک مورد مطالعه بسیاری از محققان قرار گرفته است [۱۹-۲۳].کنترل این سیستم نیز مورد توجه بسیاری قرار گرفته است. به عنوان نمونه می‌توان به [۲۴] که در آن از کنترل فیدبک خطی برای هدایت مسیر آشوب سیستم مدار چوا به یک سیکل حدی استفاده کرده است، اشاره کرد. همچنین، [۲۲] از کنترل ردیابی تطبیقی برای کلاسی از سیستمهای آشوب چوا استفاده کرده است. نویسندگان در [۲۵] با استفاده از کنترل فیدبک، اقدام به طراحی کنترل‌کننده برای این سیستم آشوب کرده و با استفاده از تابع لیاپانوف مناسبی اثبات پایداری انجام شده است. دیاگرام مربوط به مدار چوا در شکل ۱۰ آمده است. همانطور که از این شکل دیده می‌شود، این سیستم از یک سلف (L)، دو خازن (C_1, C_2)، یک مقاومت خطی (R) و یک مقاومت تکه ای خطی (R_n) تشکیل شده است که در آن مقاومت تکه ای خطی به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$G=\frac{i}{u}=\begin{cases} m_1 & |u|<E \\ m_0 & |u|>E \end{cases} \quad (۵۱)$$

که u, i به ترتیب جریان و ولتاژ عبوری از مقاومت غیر خطی و E ثابت مثبتی می‌باشد. نمودار مربوط به رفتار غیرخطی این مقاومت در شکل ۱۱ آورده شده است. با استفاده از قوانین مربوط به مدارهای الکتریکی و با استفاده از در نظر گرفتن متغیرهای حالت به صورت $x_1=v_{c1}, x_2=v_{c2}, x_3=Ri_l$، معادلات توصیف کننده سیستم چوا به صورت زیر به دست می‌آید:

[1] Chua's circuit

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-02-14]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1394.9.3.3.0]

که در آن، i_l, v_{c1}, v_{c2} به ترتیب ولتاژ خازن C_2، ولتاژ خازن C_1 و جریان سلف می باشد. همچنین، $\rho = \frac{C_2}{C_1}$، $q = \frac{R^2 C_2}{L}$ می‌باشد. در اینجا فرض می‌شود که $u_2 = u_3 = 0$ است [۲۵] و تنها متغیر حالت موجود که کنترل‌کننده به آن اعمال می‌شود، x_1 است. بنابراین معادله (۵۲) به صورت (۵۳) تغییر پیدا می‌کند:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= \rho\left(x_2 - \frac{1}{7}(2x_1^3 - x_1)\right) + u_1, \dot{x}_2 \\ &= x_1 - x_2 + x_3, \dot{x}_3 \\ &= -q x_2\end{aligned} \tag{۵۳}$$

در شبیه سازی $\rho = 10, q = -\frac{100}{7}$ فرض می شود. حال به طراحی کنترل کننده ارائه شده برای این سیستم می‌پردازیم.

مطابق با الگوریتم کنترلی ارائه شده داریم:

گام ۱: به منظور مدلسازی سیستم غیر خطی مدار چوآ با استفاده از سیستم فازی سوگنو، باید برای ترمهایی از (۵۳) که باعث غیرخطی شدن آن شده‌اند، توابع عضویتی در نظر گرفته و قوانین فازی مطابق با (۳) تشکیل دهیم. عاملی که باعث غیر خطی شدن (۵۳) شده است، متغیر حالت x_1 می‌باشد. لذا برای آن سه تابع عضویت گوسی در نظر می‌گیریم. شکل ۱۲ نشان‌دهنده این توابع عضویت می باشد. در نتیجه سه قانون فازی تشکیل می شود. حال به منظور پیدا کردن A_i, B_i ها، کافی است که (۵۳) را حول مراکز دسته توابع عضویت در نظر گرفته شده و با توجه به قانون فازی مربوطه که باعث فعال شدن آنها می‌شود، خطی سازی کنیم. قوانین فازی سوگنو تشکیل شده به صورت زیر می باشند:

If x_1 is About -1 Then $\dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 u(t)$.
If x_1 is About 0 Then $\dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_2 u(t)$.
If x_1 is About 1 Then $\dot{x}(t) = A_3 x(t) + B_3 u(t)$.

با خطی سازی حول مراکز دسته توابع عضویت در نظر گرفته شده، داریم:

$$\begin{aligned}A_1 = A_3 &= \begin{bmatrix} -\frac{50}{7} & 10 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -\frac{100}{7} & 0 \end{bmatrix}, A_2 \\ &= \begin{bmatrix} \frac{10}{7} & 10 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -\frac{100}{7} & 0 \end{bmatrix}, \\ B_1 = B_2 = B_3 &= [1 \quad 0 \quad 0]^T\end{aligned} \tag{۵۴}$$

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= \rho\left(x_2 - \frac{1}{7}(2x_1^3 - x_1)\right) + u_1, \dot{x}_2 \\ &= x_1 - x_2 + x_3 + u_2, \dot{x}_3 \\ &= -q x_2 + u_3\end{aligned} \tag{۵۲}$$

حال، مدل مرجع را به صورت زیر انتخاب می‌کنیم:

$$\begin{aligned}A_m &= \begin{bmatrix} -15 & -35.7 & -11.5 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -14.28 & 0 \end{bmatrix}, \\ B_r &= [1 \quad 0 \quad 0]^T\end{aligned} \tag{۵۵}$$

با این انتخاب، مقادیر ویژه مدل مرجع که سیستم فازی سوگنو باید آنرا دنبال کند در $\{(-1, -5, -10)\}$ جایابی می‌شوند.

گام ۲: به منظور بررسی کنترل پذیری انتگرالی، با استفاده از (۱۰) داریم:

$$\begin{aligned}\bar{A} &= \begin{bmatrix} \frac{\sum_{i=1}^{3} w_i A_i}{\sum_{i=1}^{3} w_i} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \\ -C & 0 \end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix} \frac{\sum_{i=1}^{3} w_i B_i}{\sum_{i=1}^{3} w_i} \\ 0 \end{bmatrix}, C \\ &= [1 \;\; 0 \;\; 0]\end{aligned} \tag{۵۶}$$

و در نتیجه با استفاده از (۱۱) داریم:

$$\begin{aligned}\emptyset_{CC} &= [\bar{B} \;\; \bar{A}\bar{B} \;\; \bar{A}^2\bar{B} \;\; \bar{A}^3\bar{B} \;\;] \\ &= \begin{bmatrix} 1 & a & b & d \\ 0 & 1 & c & t \\ 0 & 0 & -\frac{100}{7} & \frac{100}{7}(1-a) \\ 0 & -1 & -a & -b \end{bmatrix}\end{aligned} \tag{۵۷}$$

که در آن:

$$\begin{aligned}a &= \frac{-\frac{50}{7}(w_1 + w_3) + \frac{10}{7} w_2}{w_1 + w_2 + w_3}, \\ b &= a^2 + 10, \\ c &= a - 1, \\ d &= a^3 + 20a - 10, \\ t &= a^2 - a - \frac{23}{7}\end{aligned} \tag{۵۸}$$

ماتریس کنترل پذیری (۵۷) دارای رتبه کامل می باشد. علت رتبه کامل بودن را می‌توان در این دانست که در هر لحظه از زمان، یکی از سه قانون فازی در نظر گرفته شده برای سیستم مدار چوا فعال‌می شود و لذا احتمال اینکه ماتریس (۵۷) نقص رتبه پیدا کند، وجود ندارد. بنابراین شرط لازم و کافی برای طراحی کنترل‌کننده ارائه شده وجود دارد.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-02-14]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1394.9.3.3.0]

$$s^4+(1+m-a)s^3+\left(\frac{30}{7}+n+m+h-a\right)s^2+\left(\frac{100m}{7}-\frac{100p}{7}-\frac{100a}{7}+h\right)s+\frac{100h}{7}=s^4+\alpha s^3+\beta s^2+\gamma s+\theta \quad (۶۴)$$

$$K=\begin{bmatrix}k_{11} & k_{12} & k_{13}\\ k_{21} & k_{22} & k_{23}\\ k_{31} & k_{32} & k_{33}\end{bmatrix}, L=\begin{bmatrix}l_1\\ l_2\\ l_3\end{bmatrix} \quad (۶۰)$$

گام ۳: حال بایستی که بهره‌های کنترلی را پیدا کنیم به قسمی که (۱۶) هرویتز باشد. برای این منظور، (۱۳) به صورت زیر برای سیستم مدار چوا تبدیل می‌شود:

$$A^*=\begin{bmatrix}a-m & 10-n & -p & h\\ 1 & -1 & 1 & 0\\ 0 & -100/7 & 0 & 0\\ -1 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix} \quad (۶۱)$$

بردار K, L به ترتیب دارای ابعاد 3×1 و 3×3 می باشند. بنابراین

$$a=\frac{-\frac{50}{7}(w_1+w_3)+\frac{10}{7}w_2}{w_1+w_2+w_3},$$
$$m=\frac{w_1k_{11}+w_2k_{21}+w_3k_{31}}{w_1+w_2+w_3},$$
$$n=\frac{w_1k_{12}+w_2k_{22}+w_3k_{32}}{w_1+w_2+w_3},$$
$$p=\frac{w_1k_{13}+w_2k_{23}+w_3k_{33}}{w_1+w_2+w_3},$$
$$h=\left(\frac{w_1l_1+w_2l_2+w_3l_3}{w_1+w_2+w_3}\right) \quad (۶۲)$$

آنها را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$|sI-A^*|=s^4+(1+m-a)s^3+\left(\frac{30}{7}+n+m+h-a\right)s^2+\left(\frac{100m}{7}-\frac{100p}{7}-\frac{100a}{7}+h\right)s+\frac{100h}{7} \quad (۶۳)$$

و در نتیجه، (۱۶) به صورت زیر به دست می آید:

که در آن داریم:

حال مقادیر ویژه A^* را پیدا می کنیم:

بنابراین بهره‌های کنترلی K_i, L_i باید طوری انتخاب شوند که معادله مشخصه (۶۳) هرویتز باشد. به همین جهت از روش جایابی قطب استفاده می کنیم. بنابراین معادله مشخصه مطلوب را به صورت زیر انتخاب می‌کنیم:

انتخاب پارامترهای $\alpha, \beta, \gamma, \theta$ به دست طراح می باشد. با معادل قرار

$$u(t)=\left[-\frac{\sum_{i=1}^{3}w_i K_i}{\sum_{i=1}^{3}w_i} \quad \frac{\sum_{i=1}^{3}w_i L_i}{\sum_{i=1}^{3}w_i}\right]\begin{bmatrix}X(t)\\ q(t)\end{bmatrix} \quad (۵۹)$$

دادن دو طرف تساوی (۶۴)، داریم:

$$m=\alpha+a-1, h=\frac{7\theta}{100}, n=a-m-h-\frac{30}{7}, p=\alpha-1+\frac{49\theta}{10000}-\frac{7\gamma}{100} \quad (۶۵)$$

گام ۴: با استفاده از (۱۳)، سیگنال کنترلی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$u(t)=\left[[-m \quad -n \quad -p] \quad h\right]\begin{bmatrix}X(t)\\ q(t)\end{bmatrix} \quad (۶۶)$$

به منظور شبیه سازی پارامترهای زیر را در نظر می گیریم:

$$\alpha=48, \beta=864, \gamma=6912, \theta=20736 \quad (۶۷)$$

با این انتخاب، همگی ریشه های معادله مشخصه مطلوب در $\{(-12)\}$ قرار می گیرند.

سیگنال مرجع، r، را یکبار به صورت مجموع سه تابع پله با دامنه‌های مختلف که در زمانهای متفاوت به مدل مرجع اعمال می‌شوند و بار دیگر به صورت سینوسی با دامنه ۱۰ و فرکانس ۰٫۳ رادیان بر ثانیه انتخاب کردیم. شرایط اولیه سیستم را $X(0)=[0.3\ 0\ 0.2\ ]^T$ و برای مدل مرجع، $X_m(0)=[0.25\ 0\ 0.15]^T$ انتخاب کردیم. همچنین $B_d d=[0\ 0\ \ 1.5]^T$ به سیستم اعمال می شود. نتایج شبیه‌سازی برای ورودی مرجع به شکل مجموع توابع پله در شکل ۱۳ آورده شده است. شکل ۱۳ (الف) نشان دهنده ردیابی متغیر حالت x_1 مدل مرجع توسط سیستم غیرخطی تحت کنترل است. شکل ۱۳ (ب) نشان دهنده ردیابی متغیر حالت x_2 مدل مرجع توسط سیستم غیرخطی تحت کنترل است، شکل ۱۳ (ج) نشان دهنده ردیابی متغیر حالت x_3 مدل مرجع توسط سیستم غیرخطی تحت کنترل است، شکل ۱۳ (د) نشان‌دهنده نیروی کنترلی وارد به سیستم تحت کنترل و شکل ۱۳ (ه) بزرگنمایی شکل ۱۳ (د) است. با توجه به این شکلها به خوبی دیده می‌شود که کنترل‌کننده طراحی شده توانسته است عملکرد مناسبی در حضور اغتشاش ثابت، از خود نشان دهد.

همچنین، نتایج شبیه‌سازی برای ورودی مرجع به شکل سینوسی در شکل ۱۴ آورده شده است. شکل ۱۴ (الف) نشان‌دهنده ردیابی متغیر حالت x_1

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-02-14]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1394.9.3.3.0]

مدل مرجع توسط سیستم غیرخطی تحت کنترل است. شکل ۱۴ (ب) نشان‌دهنده ردیابی متغیر حالت x_2 مدل مرجع توسط سیستم غیرخطی تحت کنترل است، شکل ۱۴ (ج) نشان‌دهنده ردیابی متغیر حالت x_3 مدل مرجع توسط سیستم غیرخطی تحت کنترل است، شکل ۱۴ (د) نشان-دهنده نیروی کنترلی وارد به سیستم تحت کنترل و شکل ۱۴ (ه) بزرگنمایی شکل ۱۴ (د) است. نتایج شبیه سازی، عملکرد مناسب کنترل کننده طراحی شده را تصدیق می کنند. همانطور که از شبیه سازی انجام شده بر روی سیستم مدار چوا دیده می شود، نیازی به اینکه سیستم غیرخطی تحت کنترل به فرم نرمال باشد، وجود ندارد و کنترل کننده ارائه شده قابل اعمال به کلیه سیستمهای غیرخطی که در فرم نرمال هم نیستند، می باشد.

به منظور بررسی بهتر کنترل کننده ارائه شده در حضور اغتشاشات ثابت، این بار اغتشاش $B_d d = [0\ 0\ \ 0.1]^T$ را از ثانیه ۲۵ به بعد به سیستم اعمال می کنیم. نتایج شبیه سازی برای ورودی سینوسی با ویژگیهای بیان شده در قسمت قبل، در شکل ۱۵ آورده شده است. همانطور که از نتایج شبیه‌سازی به وضوح دیده می‌شود، کنترل کننده ارائه شده به خوبی اغتشاشات ثابت اعمالی در ثانیه ۲۵ را در حالت ماندگار حذف کرده است.

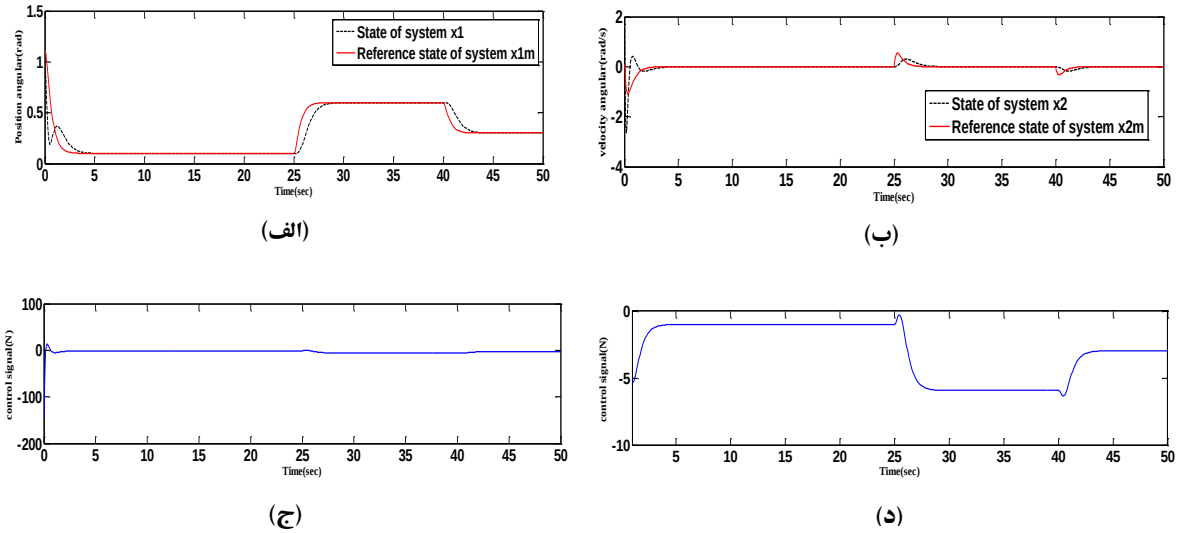
۳-۴- مقایسه نتایج کنترل‌کننده طراحی شده با کنترل‌کننده فازی مدل مرجع بر اساس تابع لیاپونوف [۱۵]

پس از آنکه در قسمت‌های قبل کارائی کنترل‌کننده طراحی شده را در شبیه‌سازی سیستم‌های پاندول معکوس، تعلیق مغناطیسی و مدار چوآ به اثبات رسید، در این بخش قصد مقایسه نتایج با کار محکم و ارزشمندی که در [۱۶] طراحی شده است، را داریم. در مقاله [۱۶]، مولفین کنترل کننده فازی مدل مرجع بر اساس تابع لیاپانوف را ارائه کرده‌اند که در آن اثبات پایداری مجانبی انجام گرفته است و همچنین پارامترهای کنترل‌کننده فازی که به صورت فیدبک حالت ردیاب ورودی مرجع در نظر گرفته شده است، از قوانین تطبیقی برای به روز کردن آنها بهره می‌برد. روش طراحی در این مقاله بر اساس تقریب فازی سوگنو سیستم غیرخطی همانند آنچه که در طراحی کنترل کننده موجود در این مقاله انجام گرفته است، می‌باشد. سپس کنترل‌کننده فازی مدل مرجع طراحی گردیده است. در این مقاله، کنترل کننده طراحی شده با این مقاله و در شبیه‌سازی سیستم پاندول معکوس مقایسه شده است. برای این منظور سیستم پاندول معکوس همانند بخش ۳-۲ در نظر گرفته شده است و این بار $B_d d = [0\ 0.5]^T$ و سیگنال مرجع به صورت سینوسی با دامنه و فرکانس ۱۰ در نظر گرفته می‌شود. همچنین بردار اغتشاش را از ثانیه ۳ به شبیه‌سازی اضافه می‌کنیم. نتایج در شکل ۱۶ نشان داده شده است. شکل ۱۶ (الف) نشان دهنده مقایسه بین کنترل کننده فازی مدل مرجع بر اساس فیدبک حالت با کنترل انتگرال و کنترل کننده فازی مدل مرجع بر اساس تابع لیاپانوف برای متغیر حالی که نشان دهنده زاویه پاندول است، می‌باشد. شکل ۱۶ (ب) نشان دهنده مقایسه بین کنترل کننده فازی مدل مرجع بر اساس فیدبک حالت با کنترل انتگرال و کنترل کننده فازی مدل مرجع بر اساس تابع لیاپانوف برای متغیر حالی که نشان دهنده سرعت پاندول است، می‌باشد. نتایج کاملا برتری کنترل کننده طراحی شده در این مقاله را پس از اعمال اغتشاش نشان می‌دهد. همچنین، در جدول ۱ مقایسه این دو روش بر اساس معیار Rmse خطا نشان داده شده است که حاکی از برتری کنترل کننده طراحی شده در این مقاله دارد.

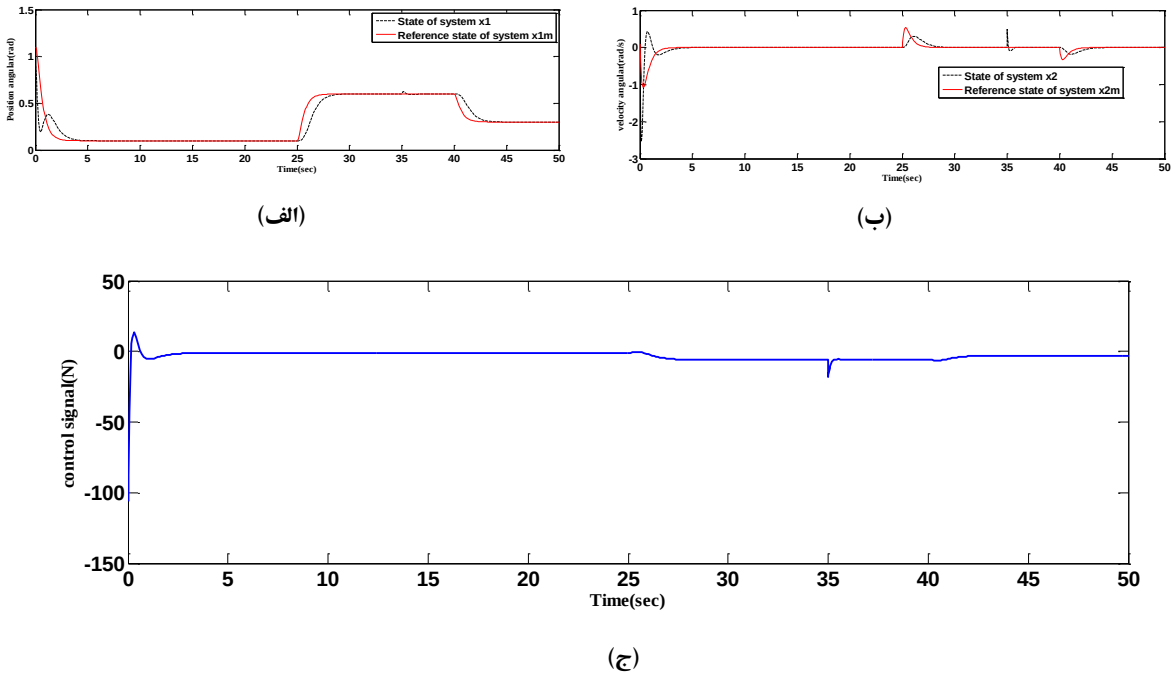
۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله، کنترل‌کننده جدیدی با عنوان کنترل‌کننده فازی مدل مرجع بر پایه فیدبک حالت با کنترل انتگرال ارائه گردید. کنترل‌کننده ارائه شده دارای ویژگی‌های کنترل‌کننده‌های انتگرالی است. از مهم‌ترین این ویژگی‌ها می‌توان به قابلیت حذف اغتشاشات غیرصفر در حالت ماندگار اشاره کرد. همچنین، کنترل‌کننده طراحی شده به کلاس گسترده‌ای از سیستم‌های غیرخطی قابل اعمال است. به منظور استفاده از این روش کنترلی، کنترل‌پذیری انتگرالی سیستم نیاز است. از آنجایی که روش پیشنهادی از قوانین تطبیقی برای به‌روز کردن پارامترهای کنترل-کننده بهره می‌برد، پایداری طراحی تضمین شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که این کنترل‌کننده جدید برای کنترل سیستم‌های غیرخطی در معرض اغتشاش مناسب می‌باشد. به علاوه، دقت کنترلی بالا و مقاومت طراحی صورت گرفته کاملا مشهود است.

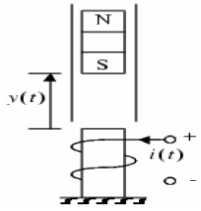
[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-02-14]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1394.9.3.3.0]



شکل ۴: الف- پاسخ زمانی حالتهای x_1 سیستم پاندول معکوس و مدل مرجع، ب- پاسخ زمانی حالتهای x_2 سیستم پاندول معکوس و مدل مرجع، ج- سیگنال کنترلی و د- بزرگنمایی شکل ج.

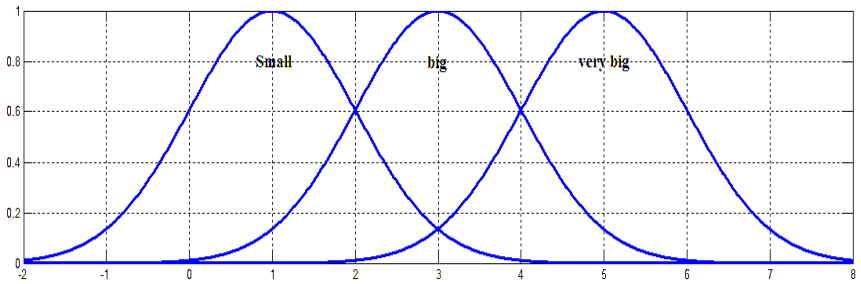


شکل ۵: الف- پاسخ زمانی حالتهای x_1 سیستم پاندول معکوس و مدل مرجع، ب- پاسخ زمانی حالتهای x_2 سیستم پاندول معکوس و مدل مرجع، ج- سیگنال کنترلی.

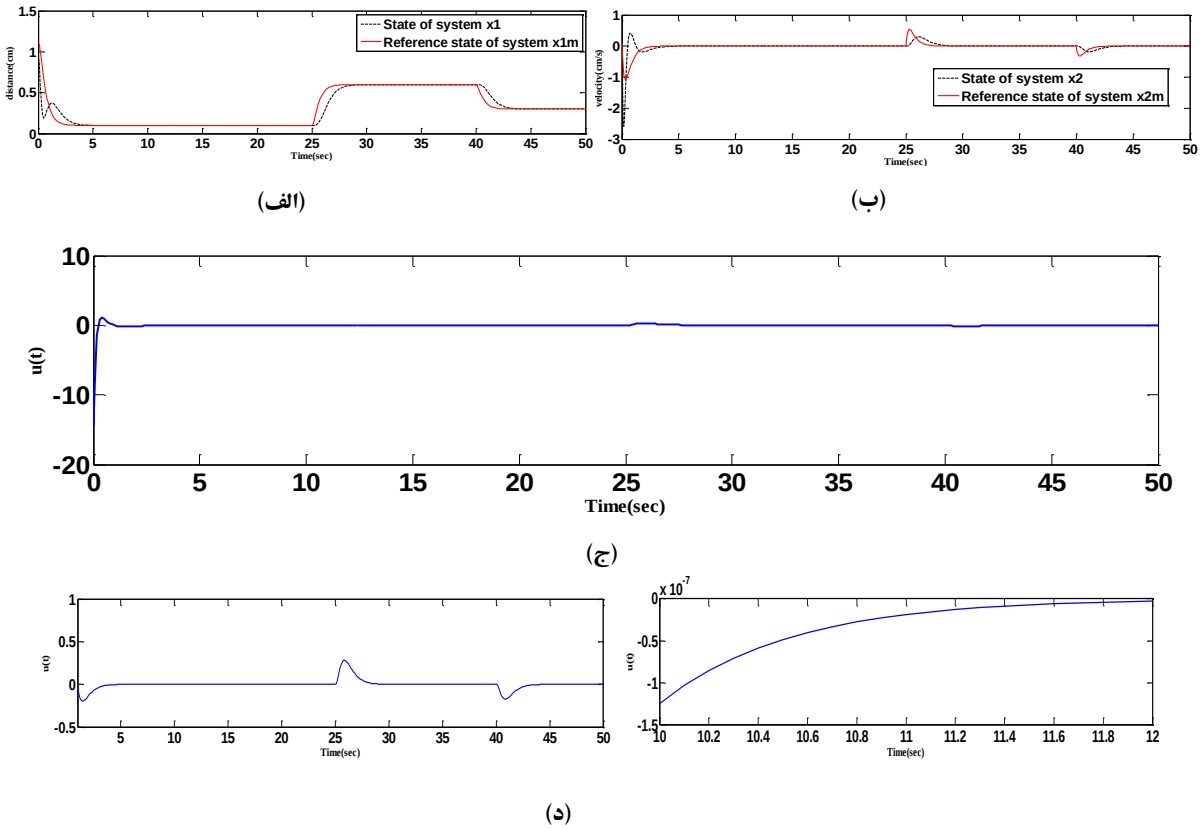


شکل ۶: سیستم تعلیق مغناطیسی[۱۸].

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-02-14]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1394.9.3.3.0]

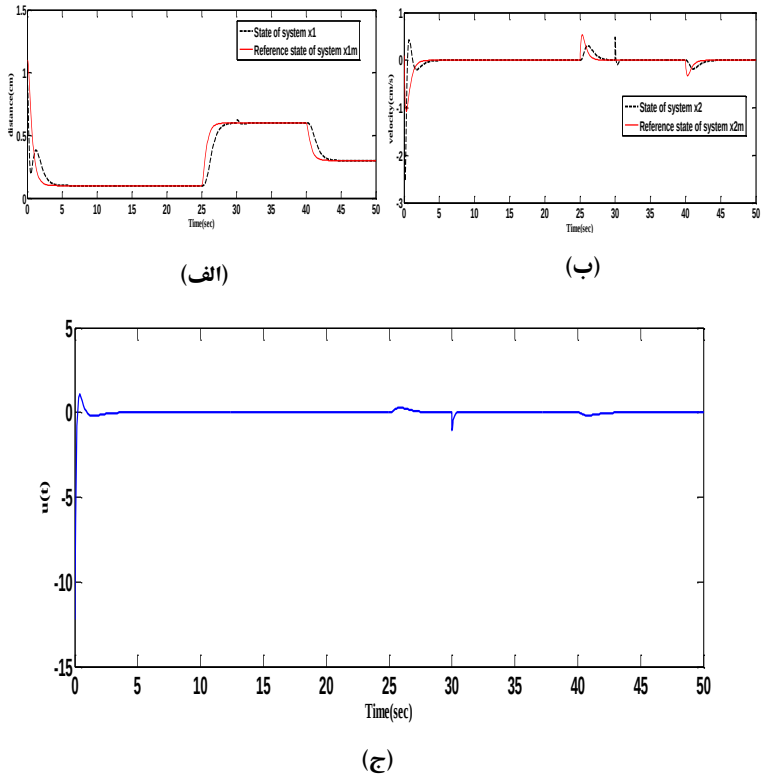


شکل ۷: توابع عضویت در نظر گرفته شده برای x_1 از سیستم تعلیق مغناطیسی.

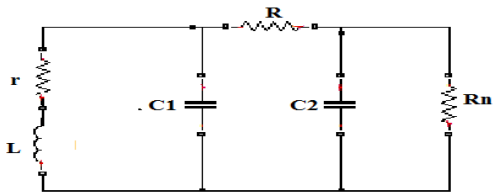


شکل ۸: الف- پاسخ زمانی حالتهای x_1 سیستم تعلیق مغناطیسی و مدل مرجع، ب- پاسخ زمانی حالتهای x_2 سیستم تعلیق مغناطیسی و مدل مرجع، ج- سیگنال کنترلی و د- بزرگنمایی شکل ج.

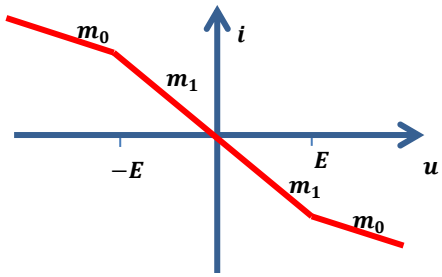
[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-02-14]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1394.9.3.3.0]



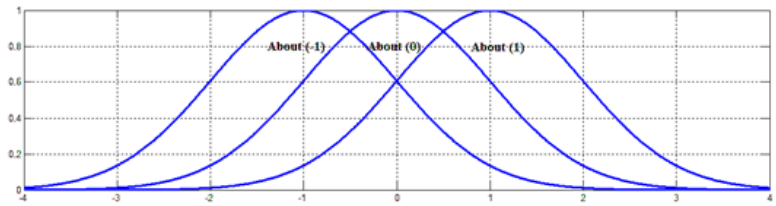
شکل ۹: الف- پاسخ زمانی حالتهای x_1 سیستم تعلیق مغناطیسی و مدل مرجع، ب- پاسخ زمانی حالتهای x_2 سیستم تعلیق مغناطیسی و مدل مرجع، ج- سیگنال کنترلی.



شکل ۱۰: مدل الکتریکی مدار چوا [۲۴].

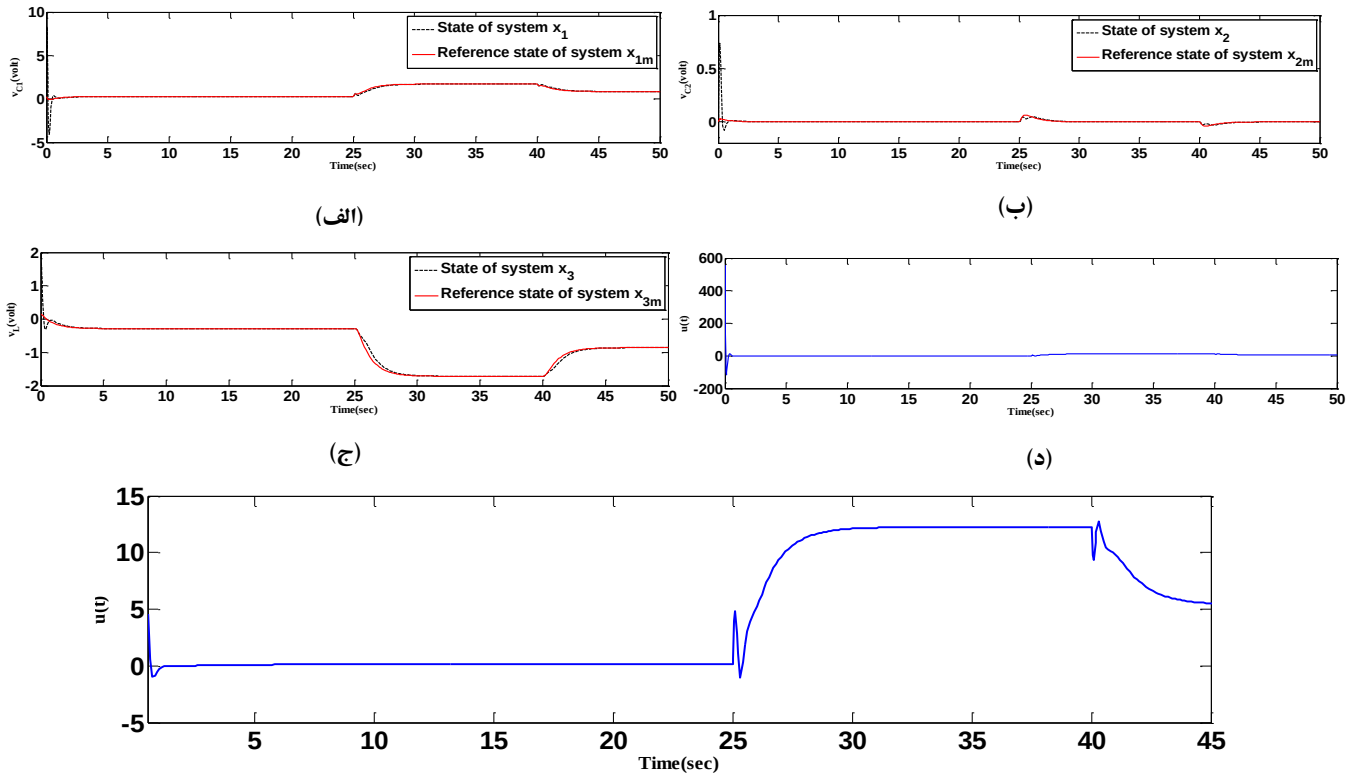


شکل ۱۱: رفتار غیر خطی R_n .

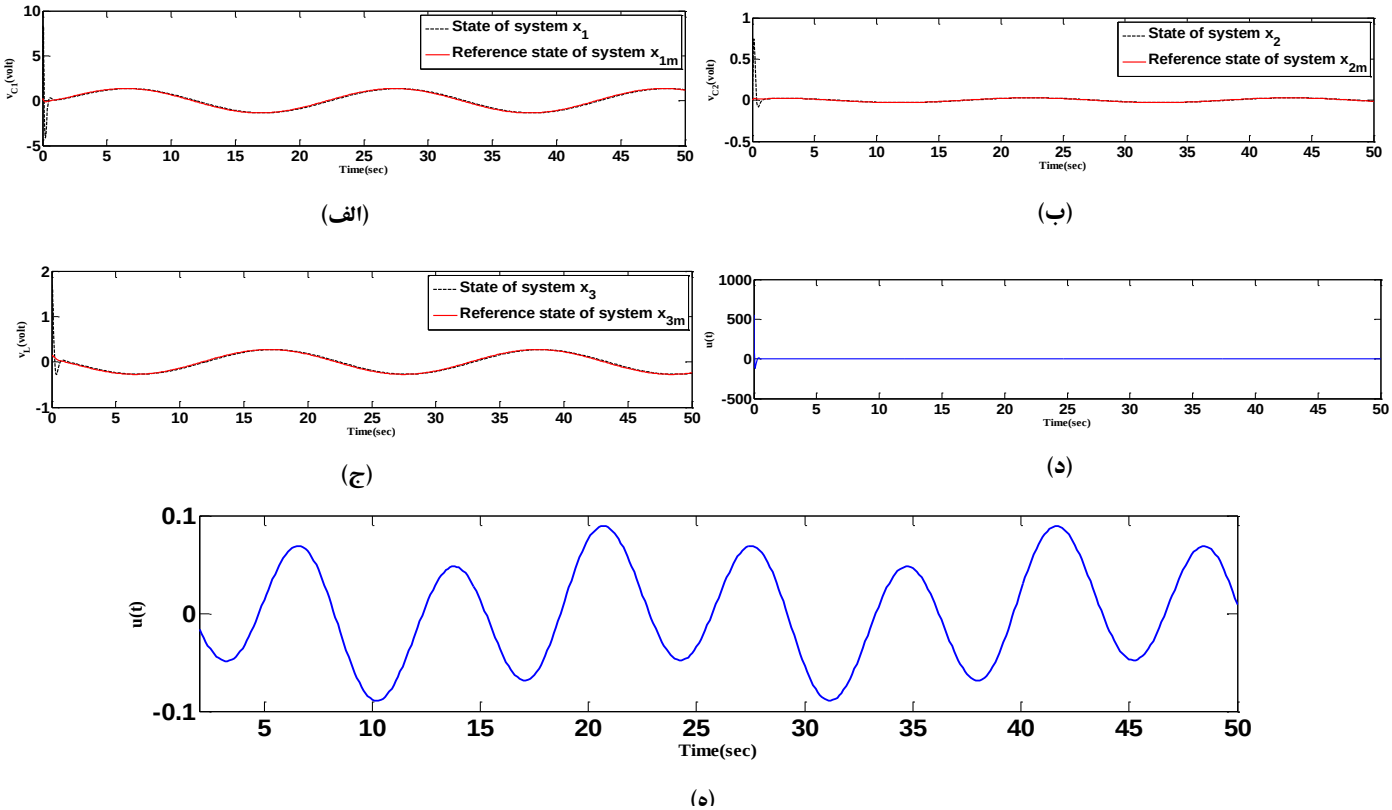


شکل ۱۲: توابع عضویت در نظر گرفته شده برای x_1.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-02-14]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1394.9.3.3.0]

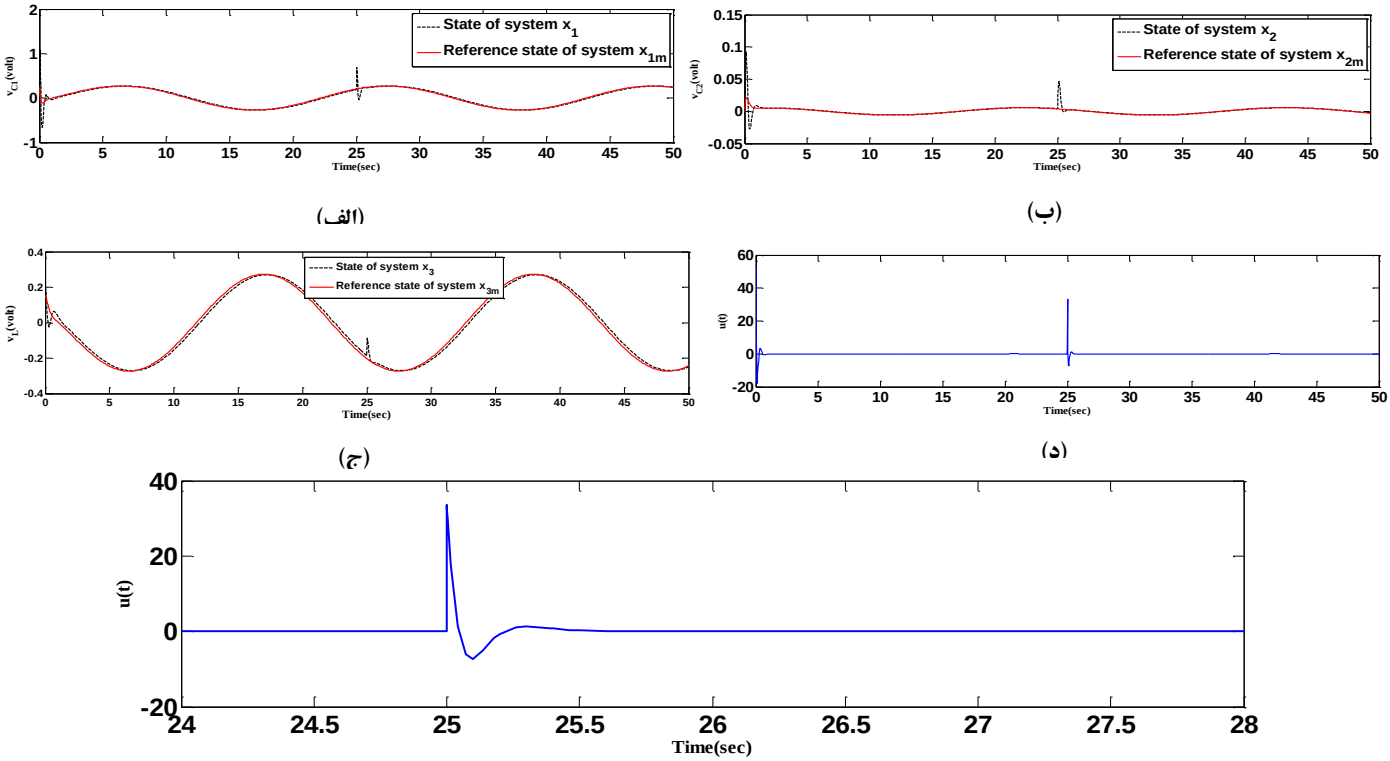


شکل ۱۳: الف- پاسخ زمانی حالتهای x_1 سیستم مدار چوا و مدل مرجع ، ب- پاسخ زمانی حالتهای x_2 سیستم مدار چوا و مدل مرجع، ج- پاسخ زمانی حالتهای x_3 سیستم مدار چوا و مدل مرجع، د- سیگنال کنترلی و ه- بزرگنمایی شکل د.



شکل ۱۴: الف- پاسخ زمانی حالتهای x_1 سیستم مدار چوا و مدل مرجع ، ب- پاسخ زمانی حالتهای x_2 سیستم مدار چوا و مدل مرجع، ج- پاسخ زمانی حالتهای x_3 سیستم مدار چوا و مدل مرجع، د- سیگنال کنترلی و ه- بزرگنمایی شکل د.

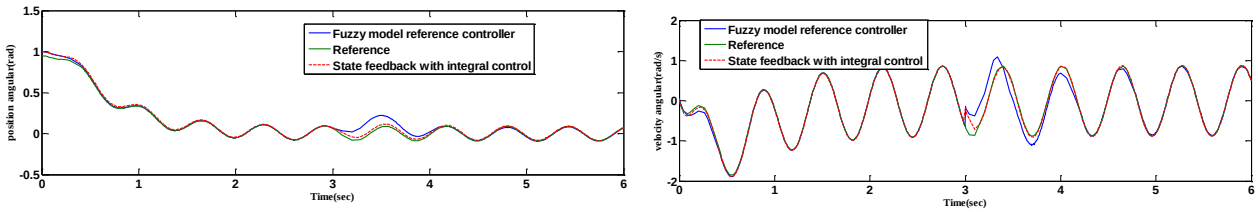
[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-02-14]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1394.9.3.3.0]



(الف) (ب) (ج) (د)

(ه)

شکل ۱۵: الف- پاسخ زمانی حالتهای x_1 سیستم مدار چوا و مدل مرجع در حضور اغتشاش ثابت در ثانیه ۲۵ ، ب- پاسخ زمانی حالتهای x_2 سیستم مدار چوا و مدل مرجع در حضور اغتشاش ثابت در ثانیه ۲۵، ج- پاسخ زمانی حالتهای x_3 سیستم مدار چوا و مدل مرجع در حضور اغتشاش ثابت در ثانیه ۲۵، د- سیگنال کنترلی و ه- بزرگنمایی شکل د.



(الف) (ب)

شکل ۱۶: الف- مقایسه پاسخ زمانی حالتهای x_1 سیستم پاندول معکوس و مدل مرجع در حضور اغتشاش ثابت در ثانیه ۳ و ب- پاسخ زمانی حالتهای x_2 سیستم پاندول معکوس و مدل مرجع در حضور اغتشاش ثابت در ثانیه ۳.

جدول ۱: مقایسه کنترل‌کننده فازی مدل مرجع بر اساس فیدبک حالت با کنترل انتگرال و کنترل کننده فازی مدل مرجع بر اساس تابع لیاپانوف در ردیابی خروجی سیستم با استفاده از معیار rmse بر روی سیستم پاندول معکوس.

	کنترل کننده فازی مدل مرجع بر اساس لیاپانوف	کنترل کننده فازی مدل مرجع بر اساس فیدبک حالت با کنترل انتگرال
Rmse خطای ردیابی x_{m1} در سیستم پاندول معکوس	۰,۰۱۳۷	۰,۰۰۶

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-02-14]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1394.9.3.3.0]

مراجع

[1] G. Sub, D. S. Hyun, J. Park, K. D. Lee and S. G. Lee, "*Design of a Pole Placement Controller for Reducing Oscillation and Settling Time in a Two-Inertia Motor System,"* 27th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, 2001.

[2] K. Zenger and R. Ylinen, "*Pole Placement of Time-Varying State Space Representations,"* 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference, 2005.

[3] J. H. Chow, "*A Pole Placement Design Approach for Systems with Multiple Operating Conditions*," IEEE Transactions on Automatic Control, 1990.

[4] K. Nordstrom and H. Norlander, "*On the Multi-Input Pole Placement Control Problem,"* Proceedings of the 36th Conference On Decision & Control, 1997.

[5] J. Yu, J. Zhuang and Y. Dehong, " *State feedback integral control for a rotary direct drive servo valve using a Lyapunov function approach,"* ISA transactions, 2014.

[6] J. N. KRIKELIS, *"State feedback integral control with 'intelligent' integrators,"* International Journal of Control, vol. 32, no .3, pp. 465-473, 1980.

[7] H. Li, Z. Sun, Y. M. Chow and F. Sun, *"Gain-scheduling-based state feedback integral control for networked control systems," Industrial Electronics, IEEE Transactions,* vol. 58, no .6, pp. 2465-2472, 2011.

[8] M. F. RAHMAT, M. S. RAMLI, *"Servomotor Control Using Direct Digital Control and State-Space Technique,"* Journal Technology, vol. 49, pp. 45–60, 2008.

[9] F. G. Franklin, D. J. Powell and L. M. Workman, *"Digital control of dynamic systems,"* Journal Technology, Addison Wesley, Longman Publishing Co, 1997.

[10] D. Czarkowski and M. K. Kazimierczuk, *"Application of state feedback with integral control to pulse-width modulated push-pull DC-DC convertor,"* IEE Proceedings-Control Theory and Applications, vol. 141, no. 2, pp. 99-103, 1994.

[11] A. Bemporad, *"Integral action in state feedback control,"* University of Trento, 2011.

[12] J. Peng, L. Yan, and W. Jie, *" Fuzzy adaptive output feedback control for robotic systems based on fuzzy adaptive observer,"* Nonlinear Dynamics, vol. 78, no. 2, pp. 789-801, 2014.

[13] H. H. Choi, W. J. Jin, *"Fuzzy speed control with an acceleration observer for a permanent magnet synchronous motor,"* Nonlinear Dynamics, vol. 67, no. 3, pp. 1717-1727, 2013.

[14] K. Tanaka and H. O. Wang, "*Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach"*, John Wiley & Sons, 2004.

[15] H. O. Wang, K. Tanaka and M. F. Griffin, *" An approach to fuzzy control of nonlinear systems: stability and design issues,"* IEEE Transactions on Fuzzy Systems,vol. 4, no. 1, pp. 14-23, 1996.

[16] M. A. Khanesar, O. Kaynak and M. Teshnehlab, *"Direct model reference Takagi Sugeno fuzzy control of siso nonlinear systems,"* IEEE Transaction on Fuzzy Systems, vol. 19, no. 5, pp. 914-924, Oct. 2011.

[17] M. Aliasghary, I. Eksin and M. Guzelkaya,"*Fuzzy-Sliding Model Reference Learning Control of Inverted Pendulum with Big Bang- Big Crunch Optimization Method*," 11th International Conference on Intelligent Systems Design and Application (ISDA), IEEE, 2011, pp. 380-384.

[18] P. A. Phan and T. J. Gale,*"Direct adaptive fuzzy control with less restrictions on the control gain,"* Computational Intelligence for Modeling, Control and Automation, International Conference on Intelligent Agents, Web Technologies and Internet Commerce,. IEEE, 2006.

[19] M. T. Yassen, *"Adaptive control and synchronization of a modified Chua's circuit system,"* Applied Mathematics and Computation, vol. 135, no. 1, pp. 113–128, 2003.

[20] T.Wu and M. S. Chen, *"Chaos control of the modified Chua's circuit system,"* Physica D: Nonlinear Phenomena, vol. 164, no. 1-2, pp. 53–58, 2002.

[21] W. P. Guo, "*Studies of Chaos Control Based on Chua's Circuit System*," Beijing Institute of Technology, Beijing, China, 2003.

[22] N. He, Q. Gao, C. Gong, Y. Feng, and C. Jiang, *"Adaptive tracking control for a class of Chua's chaotic systems,"* in Proceedings of the Chinese Control and Decision Conference (CCDC '09), pp. 4241–4243, June 2009.

[23] J. Zhang, H. Zhang, and G. Zhang, *"Controlling chaos in a memristor-based Chua's circuit,"* Proceedings of the International Conference on Communications, Circuits and Systems (ICCCAS '09), pp. 961–963, July 2009.

[24] G. Chen and X. Dong, *"From Chaos to order: perspectives and methodologies in controlling chaotic nonlinear dynamical system,"* International Journal of Bifuration and Chaos, vol. 3, no. 6, pp. 1363–1369, 1993.

[25] W. Guo and D. Liu, *"Adaptive Control of Chaos in Chua's Circuit,"* Mathematical Problems in Engineering, pp. 1–14, 2011.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-02-14]

[DOR: 20.1001.1.20088345.1394.9.3.3.0]