مجله کنترل
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
جلد ۱۴، شماره ۱، بهار ۱۳۹۹، صفحه ۱۰-۱

طراحی کنترل‌کننده‌ی PID بهینه‌ی مقید: رویکرد بهینه‌سازی محدب – مقعر

بهروز یونسی[۱]، اشکان سبقتی[۲]، سعید شمقدری[۳]

[۱] کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه علم و صنعت ایران، behroz_unasi@elec.iust.ac.ir

[۲] کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه علم و صنعت ایران، asebghati@elec.iust.ac.ir

[۳] استادیار، دانشکدهٔ مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه علم و صنعت ایران، shamaghdari@iust.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۶/۰۶/۱۸ ویرایش اول: ۱۳۹۷/۰۲/۳۰ ویرایش دوم: ۱۳۹۷/۰۶/۱۵ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۹/۱۲

چکیده: در این مقاله الگوریتمی برای بهبود طراحی کنترل‌کننده‌ی PID مقید براساس بهینه‌سازی محدب – مقعر ارائه شده است. این روش طراحی مبتنی‌بر بهینه‌سازی یک تابع عملکرد با درنظرگرفتن قیود پایداری و کارایی با تحلیل در حوزه‌ی فرکانس می‌باشد که در آن از مفاهیم حساسیت و مکمل حساسیت استفاده شده است. با یک مثال نقض نشان داده می‌شود که روش‌های قبلی، برای دسته‌ای از سیستم‌ها کارایی ندارد و مسئله‌ی بهینه‌سازی، به صورت نامحدود از بالا شده و متوقف می‌شود. برای رفع این مشکل، به شرایطی که مسئله‌ی بهینه‌سازی، دارای جواب نیست پرداخته‌شده و با ارائه‌ی روش جدید طراحی، محدودیت‌های قبلی برطرف می‌گردد. کارایی روش پیشنهادی، با طراحی کنترل‌کننده‌ی PID برای مثال نقض نشان‌داده می‌شود. در انتها، کنترل‌کننده برای یک سیستم ناپایدار طراحی‌می‌شود.

کلمات کلیدی: طراحی کنترل‌کننده‌ی PID، بهینه‌سازی محدب – مقعر، پایداری، قیود حساسیت و مکمل حساسیت.

Constrained Optimal PID Controller Design: Convex-Concave Optimization Approach

Behrooz Yonesie, Ashkan Sebghati, Saeed Shamaghdari

Abstract: In this paper, an algorithm is proposed to improve the constrained PID control design based on the convex-concave optimization. The control system is designed by optimizing a performance cost function, taking into account the stability and efficiency constraints with frequency domain analysis in which the sensitivity and complementary sensitivity concepts are used. It is shown, using a counter example, the previous methods are not effective for some systems, the optimization problem becomes unbounded and interrupted. To solve the problem, conditions where the optimization problem fails to have a response are analyzed and the previous limitations are eliminated by representing a new designing method. The performance of the proposed scheme is shown by applying it to the counter example. Moreover, the control system is designed for an unstable system.

Keywords: PID control design, convex-concave optimization, stability, sensitivity and complementary sensitivity constraints.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-08-17]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.1.6.4]
[DOI: 10.29252/joc.14.1.1]

۱- مقدمه

کنترل‌کننده‌های PID به علت سادگی، مقاوم بودن، دارا بودن طیف گسترده‌ای از کاربردها و قابلیت عملکرد نزدیک به بهینه، به‌عنوان پرکاربردترین کنترل‌کننده‌ها در صنعت استفاده می‌شوند. براساس یک پژوهش، نود درصد کنترل‌کننده‌ها در صنعت از نوع PID هستند [۱]. یکی از مهم‌ترین موضوعات، نحوه‌ی مناسب تنظیم‌نمودن پارامترهای کنترل‌کننده‌ی PID است به‌نحوی که سیستم حلقه‌بسته دارای پاسخ مقاوم نسبت به تغییر پارامترهای مدل، دارای بیشترین کاهش اثر نویز در خروجی و دارای قابلیت حداکثری از بین بردن اغتشاش در خروجی باشد. تاکنون روش‌های مختلفی برای تنظیم پارامترهای کنترل‌کننده‌ی PID ارائه شده است. از جمله، روش زیگلر-نیکولز است که از اولین روش‌های مطرح شده برای تنظیم پارامترهای کنترل‌کننده‌ی PID است [۲،۳،۴]. این روش به‌دلیل استفاده‌ی حداقلی از دینامیک سیستم، با تنظیم پارامترهای کنترل‌کننده، معمولاً پاسخ مناسبی را نتیجه نمی‌دهد. این‌گونه روش‌ها بر تضعیف اغتشاش خروجی تمرکز دارد اما در این کنترل‌کننده‌ها مقاوم بودن دربرابر عدم قطعیت فرآیند و نویز اندازه‌گیری، لحاظ نشده و درنتیجه قانون‌های تنظیم مربوطه، کنترل‌کننده‌هایی با ضعف مقاوم بودن دربرابر عدم قطعیت فرآیند و نویز اندازه‌گیری را ارائه می‌نمایند. روش کنترل مدل داخلی (IMC[1]) یک روش عمومی برای طراحی است و می‌توان از آن برای طراحی کنترل‌کننده‌ی PID استفاده نمود [۵]. روش تنظیم پارامترهای کنترل‌کننده‌ی PID با استفاده از کنترل مدل داخلی که توسط نویسندگان [۶] انجام شد، ثابت زمانی سیستم حلقه‌بسته را به‌عنوان پارامتر تنظیم درنظر می‌گیرد تا میان عملکرد و مقاوم‌بودن، مصالحه برقرار نماید. Skogestad، اصلاحاتی بر این روش با هدف بهبود عملکرد فرآیندهای lag-dominant انجام داد که SIMC[2] نام دارد. این روش توسط Skogestad و Grimholt برای فرآیندهای delay-dominant بهبود یافت [۶]. روش هالمن و روش تنظیم پارامتر، دارای اساس مشترک حذف قطب‌ها و صفرهای سیستم با قطب‌ها و صفرهای کنترل‌کننده است. نقطه‌ضعف این روش، آن است که حذف قطب و صفر ممکن است به حالت غیرقابل کنترل در سیستم حلقه‌بسته منجرشود [۷]. در روش‌های گرافیکی که جزو روش‌های حسی هستند، هدف، به‌دست آوردن مراکز نواحی پلیدار در فضای پارامترهای کنترل‌کننده برای انتخاب نقطه‌ی مناسب است؛ به‌نحوی که به مقدار کافی از مرز نواحی پایداری فاصله داشته باشد [۸]. روش بهینه‌سازی ضریب انتگرالی مقید[3]، برای بیشینه‌نمودن ضریب انتگرالی با در نظر گرفتن حداکثر حساسیت می‌باشد. عیب این روش، محدب نبودن مسئله، پیچیدگی و محاسبات زیاد آن است [۹]. روش‌های ساده‌ای همانند زیگر نیکولز دارای پاسخ مناسب نمی‌باشند و نیز روش‌هایی همانند بهینه‌سازی ضریب انتگرالی مقید، درضمن دارابودن پاسخ مناسب، دارای محاسبات فراوان است. به‌همین‌علت، روش AMIGO[4] و روش تنظیم Kappa-Tau ابداع شد [۱۰]. Astrom و Hagglund در قوانین تنظیم AMIGO، معیار IE[5] را با لحاظ قید مقاوم بر حساسیت ترکیبی، کمینه‌کرده‌بودند اما نویز اندازه‌گیری را لحاظ ننمودند [۶].

امروزه روش‌های پیچیده‌تر، که علاوه‌بر طراحی پارامترهای کنترل‌کننده به بهینه‌سازی کنترل‌کننده هم می‌پردازند ارائه شده‌است. مرجع [۱۱] روشی برای طراحی تنظیم‌کننده‌ی تناسبی – انتگرالی برای دسته‌ی خاصی از سیستم‌های غیرخطی ارائه‌نموده‌است که در آن، طراحی به‌کمک بهینه‌سازی مجموع مربعات، انجام می‌گیرد. روش ارائه‌شده، برمبنای تابعی به‌نام تابع چگالی، تبدیل‌به یک مسئله‌ی بهینه‌سازی محدب می‌گردد و مقاوم بودن آن دربرابر عدم قطعیت، تضمین شده‌است. یکی از مزایای این‌روش، عدم نیازبه پایدار بودن سیستم مورد بررسی است. در [۱۲]، کنترل فرکانس بار[6] در دو شبکه‌ی قدرت با استفاده از کنترل‌کننده‌ی PID، مورد مطالعه قرار می‌گیرد. روش‌های طراحی کنترل‌کننده در این مقاله، عبارتند از: بهینه‌سازی ازدحام ذرات[7]، بهینه‌سازی وزن‌دار تطبیقی ازدحام ذرات[8]، AACPSO[9] و ANFIS[10]. روشی که در [۱۳] ارائه شده است، با استفاده از الگوریتم آموزشی – یادگیری[11] مبتنی‌بر بهینه‌سازی، به طراحی کنترل‌کننده‌ی PID برای کنترل تولید نیروی خودکار[12] دو سیستم گرمایی متصل‌به‌هم با منطقه‌های متفاوت، می‌پردازد. در مثال بررسی شده در [۱۳]، نشان‌داده شده‌است که این روش نسبت به روش‌های LCOA[13]، GA[14]، PS[15] و SA[16] که مبتنی‌بر PID هستند، از منظر زمان نشست، بالازدگی و پایین‌زدگی، دارای عملکرد دینامیکی بهتری می‌باشد. همچنین نشان‌داده شده‌است که این کنترل‌کننده دربرابر تغییرات وسیع پارامترهای سیستم، مقاوم بوده و نیاز به طراحی مجدد کنترل‌کننده نیست. روش دیگر، طراحی کنترل‌کننده‌های IT2FPID[17]، مبتنی‌بر بهینه‌سازی برای مسئله‌ی کنترل فرکانس بار است. در الگوریتم BB-BC[18] برای تنظیم‌نمودن ضرایب وزن‌دهی و اثر عدم قطعیت، توابع عضویت کنترل‌کننده‌های IT2FPID به‌کاربرده‌می‌شود تا انحراف‌های فرکانسی سیستم دربرابر اغتشاش‌های بار را کمینه نماید. BB-BC، یک الگوریتم بهینه‌سازی عمومی است و دارای بار محاسباتی کم و سرعت هم‌گرایی بالا می‌باشد و بنابراین هنگامی‌که تعداد پارامترهای بهینه‌سازی زیاد باشد، مناسب است [۱۴]. [۱۵] روشی درمورد طراحی

[1] Internal Model Control
[2] Skogestad Internal Model Control
[3] Constrained Integral Gain Optimization
[4] Approximate Ms-Constrained Integral Gain Optimization
[5] Integral of Error
[6] Load Frequency Control (LFC)
[7] Particle Swarm Optimization
[8] Adaptive weight Particle Swarm Optimization
[9] Adaptive Acceleration Coefficients based PSO
[10] Adaptive Neuron Fuzzy Inference System
[11] Teaching-Learning Based Optimization (TLBO)
[12] Automatic Generation Control (AGC)
[13] Lozi Map Based Chaotic Optimization Algorithm
[14] Genetic Algorithm
[15] Pattern Search
[16] Simulated Algorithm
[17] Interval Type-2 Fuzzy PID (IT2FPID)
[18] Big-Bang Big-Crunch

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-08-17]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.1.6.4]
[DOI: 10.29252/joc.14.1.1]

PID بهینه برای سیستم‌های IPT[1]، ارائه نموده است. این سیستم‌ها ذاتاً شبکه‌های نوسانی مرتبه بالا می‌باشند. به‌همین علت اگر مشخصات متنوعی از پاسخ سیستم مدنظر باشد، با یک مسئله‌ی چندهدفه روبه‌رو می‌شویم که بهینه‌سازی مستقیم ضرایب PID در این حالت، اغلب منجربه یک مسئله‌ی غیرمحدب می‌شود. برای رفع این مشکل، این مقاله، شیوه‌ی بهینه‌سازی آزاد از مشتق[2] مبتنی‌بر الگوریتم ژنتیک را برای تعیین ضرایب بهینه‌ی PID، بیان‌نموده‌است. این روش، بار محاسباتی معقولی دارد و اغلب در نقطه‌ی کمینه‌ی محلی، متوقف نمی‌شود. در [۱۶]، برای طراحی بهینه‌ی کنترل‌کننده‌ی PID با استفاده از شیوه‌ی TCGA[3]، برای سیستم AVR[4]، یک روش ارائه شده‌است. در [۱۷]، یک طراحی با بهینه‌سازی چند هدفه، برای کمینه ساختن بیش‌ترین درصد بالازدگی، زمان اوج، زمان نشست و خطای حالت مانای ولتاژ انتهایی ژنراتور سنکرون، معرفی‌گردیده‌است. با این روش، پاسخ پله‌ی سیستم AVR می‌تواند بهبود یابد.

در ادامه، روش‌های ارائه‌شده برای طراحی کنترل‌کننده‌ی PID بهینه درضمن وجود قیدهایی بر سیستم آورده‌شده‌است. این روش‌ها به‌علت این‌که محدودیت‌های سیستم را در نظر می‌گیرند، نسبت‌به روش‌های قبل برای پیاده‌سازی مناسب‌تر می‌باشند. در [۱۷]، روشی برای طراحی کنترل‌کننده‌های PID براساس بهینه‌سازی غیرمحدب، بیان شده است. این روش، روشی عددی است که هدف، حذف اغتشاش با قیود حساسیت و وزن‌دهی پاسخ به ورودی مرجع می‌باشد. مقاوم بودن در برابر عدم قطعیت سیستم، اغتشاش بار و سیگنال مرجع، در این روش لحاظ‌شده‌است. در این‌جا، یک مسئله‌ی بهینه‌سازی حل‌می‌شود. تابع هدف، کاهش اغتشاش خروجی است و قید روی حداکثر حساسیت می‌باشد و معادلات، به‌صورت جبری خواهندبود. رویکردهای جدید این مقاله عبارتند از: آنالیز قیود حساسیت و شیوه‌ی مشخص‌کننده‌ی وزن‌دهی به سیگنال مرجع. در [۱۸] روشی را برای طراحی کنترل‌کننده‌ی PI و PID، به‌صورت حل یک مسئله‌ی بهینه‌سازی مقید، ارائه نموده‌است. تابع هدف درنظر گرفته‌شده، بیشینه نمودن ضریب انتگرال‌گیر می‌باشد. این‌کار سبب می‌شود تا معیار IE، کمینه شود و چنان‌چه سیستم در حالت نوسانی قرار نگیرد، معیار IAE[5]نیز کمینه می‌گردد. همچنین افزایش ضریب انتگرال‌گیر k_i، قدرت دفع اغتشاش را افزایش داده و زمان پاسخ سیستم را کاهش می‌دهد. دو قید حساسیت و مکمل حساسیت، برای مقاوم نمودن سیستم حلقه‌بسته و جلوگیری از بزرگ شدن بیش ازحد k_i، درنظر گرفته شده‌است.

به‌علت درنظر نگرفتن قیود موجود در سیستم‌های عملی، روش‌های ابتدایی، همانند [۲]، [۷] و [۸] که به طراحی پارامترهای PID می‌پردازند، پاسخ‌گوی نیازهای پژوهشگران نمی‌باشند. روش‌هایی که در مقالاتی نظیر [۱۴] و [۱۵] آمده‌است علاوه‌بر طراحی ضرایب کنترل‌کننده، به بهینه‌نمودن‌یک معیار می‌پردازند؛ این روش‌ها با این‌که از روش‌های قبل، کاربردی‌تر می‌باشند، محدودیت‌های سیستم را درنظر نمی‌گیرند و از این جهت دارای ضعف می‌باشند. یکی از روش‌هایی که علاوه‌بر بهینه‌نمودن یک تابع هزینه، قیود سیستم را برای طراحی کنترل‌کننده‌ی PID در نظر می‌گیرد در سال ۲۰۱۳ در [۱۸] ارائه‌شد. در آن‌جا، روشی برای طراحی کنترل‌کننده‌ی PI و PID، به‌صورت حل یک مسئله‌ی بهینه‌سازی مقید برای سیستم‌های خطی ارائه شده‌است. یک محدودیت مهم و قابل توجه این روش، واگراشدن الگوریتم ارائه‌شده برای برخی سیستم‌ها است. در این پژوهش، علاوه‌بر ارائه‌ی یک مثال برای نشان دادن وجود این محدودیت در الگوریتم مقاله [۱۸]، یک قضیه که بیان‌گر شرایط لازم برای همگرا شدن مسئله‌ی طراحی کنترل‌کننده است، آورده شده‌است. روشی که در این مقاله، ارائه‌می‌شود، کنترل‌کننده‌ی PID با هدف کاهش خطای ردیابی با لحاظ نمودن قیود حساسیت است. تفاوت اصلی این پژوهش با [۱۸] اضافه‌نمودن یک قید محدب اضافه است تا الگوریتم حل مسئله، موفق به طراحی کنترل‌کننده با عملکرد مورد نظر شود.

در ادامه در بخش ۲، روش طراحی کنترل‌کننده‌ی PID مقید بر اساس بهینه‌سازی محدب – مقعر بیان می‌گردد. بخش ۳، محدودیت این روش را با یک مثال نقض نشان می‌دهد. در بخش ۴، روش پیشنهادی در این مقاله معرفی می‌شود و با ارئه‌ی چند مثال در بخش ۵ ، نشان داده‌می‌شود که روش پیشنهادی ضمن رفع مشکل نامحدود شدن الگوریتم، عملکرد مناسبی دارد.

۲- طراحی کنترل‌کننده‌ی PID مقید براساس بهینه‌سازی محدب – مقعر

هدف اصلی این پژوهش طراحی کنترل‌کننده‌ی PID با بهینه‌سازی کارایی در ضمن قیدهای حساسیت و مکمل حساسیت می‌باشد. ساختار کنترل‌کننده در رابطه‌ی زیر آمده‌است و ساختار سیستم حلقه‌بسته به‌صورت فیدبک واحد می‌باشد. $P(\mathrm{s})$ تابع تبدیل سیستم و $C(\mathrm{s})$ تابع تبدیل کنترل‌کننده می‌باشد.

$$C(\mathrm{s}) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \qquad (۱)$$

از آنجایی که هدف، کاهش خطای حالت ماندگار است، ابتدا رابطه‌ی

$$IAE = \int_0^\infty \left|\mathrm{e}(t)\right| dt \qquad (۲)$$

[1] Inductive Power Transfer
[2] Derivative-Free
[3] Taguchi Combined Genetic Algorithm
[4] Automatic Voltage Regulator
[5] Integral of Absolute Error

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-08-17]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.1.6.4]
[DOI: 10.29252/joc.14.1.1]

را که بیان‌گر معیار IAE است، درنظر می‌گیریم. در رابطه‌ی فوق e، سیگنال خطای سیستم حلقه‌بسته است. از طرفی حاصل معیار IE با استفاده از رابطه‌ی (۱) به ازای ورودی مرجع پله با دامنه‌ی k_r، در رابطه‌ی

$$IE=\int_0^\infty e(t)dt=\frac{k_r}{P(0)k_i}=\frac{\gamma}{k_i},\quad \gamma=\frac{k_r}{P(0)} \tag{۳}$$

ملاحظه‌می‌شود. با توجه به رابطه‌ی (۲)، تابع هزینه بیشینه‌نمودن k_i انتخاب می‌شود. برای سیستمی با میرایی زیاد، رابطه‌ی (۲) و (۳) تقریباً برابر هستند؛ بنابراین معیار IE و به‌عبارتی‌دیگر بیشینه‌نمودن k_i را به‌عنوان تابع هزینه انتخاب می‌نماییم.

اما این هدف، به تنهایی کافی نیست زیرا می‌تواند با افزایش زیاد k_i منجربه نوسانی شدن شدید پاسخ شود. بنابراین، از قیود حساسیت و مکمل حساسیت استفاده شده‌است. این قیود، در صفحه‌ی مختلط حوزه‌ی فرکانس، بیان‌گر مفاهیم خاصی ازنظر مکان هندسی می‌باشد [۸]. برای نشان‌دادن این موضوع، توابع حساسیت (S(s)) و مکمل حساسیت (T(s)) در رابطه‌ی

$$S(s)=\frac{1}{1+L(s)},T(s)=\frac{L(s)}{1+L(s)},L(s)=P(s)C(s) \tag{۴}$$

تعریف‌می‌شوند. در این روابط، $P(s)$ و $C(s)$ به‌ترتیب تابع تبدیل سیستم و کنترل‌کننده می‌باشد. پارامترهای طراحی هم که مطابق رابطه‌ی (۴) به سیستم حلقه‌بسته مربوط می‌شوند، در رابطه‌ی زیر تعریف شده‌اند.

$$M_s=\max_\omega\left|S(i\omega)\right|,M_t=\max_\omega\left|T(i\omega)\right| \tag{۵}$$

در این حالت، قید حساسیت بیان‌می‌دارد که منحنی نایکوئیست تابع تبدیل حلقه‌باز ($L(s)$)، خارج از دایره‌ای به مرکز $c_s=-1$ و شعاع $r_s=\frac{1}{M_s}$ قرارگیرد. همچنین قید مکمل حساسیت، بیان‌می‌دارد که منحنی نایکوئیست تابع تبدیل حلقه‌باز، خارج از دایره‌ای به مرکز $c_t=-\frac{M_t^2}{M_t^2-1}$ و شعاع $r_t=\left|\frac{M_t}{M_t^2-1}\right|$ قرارگیرد [۱۰].

با توجه به [۱۸] مسئله‌ی بهینه‌سازی بیشینه نمودن ضریب انتگرال‌گیر با قیود حساسیت و مکمل حساسیت به صورت زیر می‌باشد.

$$\begin{aligned}&\min\quad -k_i\\&subject\ \ to\\&\quad r_s-\left|L-c_s\right|\le 0\\&\quad r_t-\left|L-c_t\right|\le 0\end{aligned} \tag{۶}$$

چالشی که در این روش وجود دارد، این است که مسئله‌ی بهینه‌سازی مقید توصیف شده‌ی فوق، غیرمحدب می‌شود، اما قابلیت تبدیل‌شدن به‌فرم رابطه‌ی زیر را دارد که مسئله‌ی بهینه‌سازی محدب–مقعر ، نام‌گذاری شده‌است.

$$\begin{aligned}&\min\qquad f_0(x)-g_0(x)\\&subject\ to\ \ f_i(x)-g_i(x)\le 0\quad i=1,\dots,m\end{aligned} \tag{۷}$$

در مسئله‌ی (۷)، x بردار ضرایب کنترل‌کننده و $f_0(x)$ ، $g_0(x)$ ، $f_i(x)$ ها و $g_i(x)$ ها، توابع محدب هستند. همچنین ملاحظه می‌شود که در مورد رابطه‌ی (۶) داریم:

$$\begin{aligned}&f_0(x)=0,\quad g_0(x)=k_i,\\&f_1(x)=r_s,\quad f_2(x)=k_i,\\&g_1(x)=\left|L-c_s\right|,\\&g_2(x)=\left|L-c_t\right|\end{aligned}$$

روشی که در ادامه استفاده می‌شود، بدین‌صورت است که بخش مقعر حول یک مقدار اولیه برای ضرایب PID خطی می‌شود. این مقدار اولیه که با x_0 نمایش داده می‌شود، بایستی پایدارساز باشد. بنابراین یک مسئله‌ی محدب وجود دارد که تفاوت آن با مسئله‌ی اصلی، محافظه‌کارانه شدن قیود، می‌باشد. جواب به‌دست آمده نقطه‌ی جدید درنظر گرفته می‌شود و دوباره روش برروی آن اجرا می‌گردد و همین‌طور تا همگرا شدن پاسخ، به‌صورت مرحله‌به‌مرحله ادامه می‌یابد. بنابراین:

$$\hat{h}(x)=f(x)-g(x_k)-\nabla g(x_k)^T(x-x_k) \tag{۸}$$

باید دقت شود که در حل این مسئله، فرکانس زاویه‌ای متغیر نبوده بلکه تعدادی نمونه‌ی گسسته از آن در بازه‌ای که دارای اهمیت است درنظرگرفته‌می‌شود. این نمونه‌ها با دقت دلخواه و به‌صورت لگاریتمی انتخاب می‌شود. حداقل فواصل نقاط فرکانس زاویه‌ای انتخاب شده، بستگی به میزان پیچیدگی منحنی نایکوئیست دارد به‌طوری‌که اطلاعات سیستم از دست نرود. بنابراین به‌ازای هر ω، یک قید خواهیم داشت.

قیود دایره را می‌توان به‌صورت رابطه‌ی زیر نمایش داد.

$$r-\left|L-c\right|\le 0 \tag{۹}$$

که در آن، L تابع تبدیل حلقه‌باز ، c مرکز دایره‌ی مورد نظر و r شعاع دایره‌ی مربوطه می‌باشد. با اعمال رابطه‌ی (۸) بر رابطه‌ی (۹)، رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید.

$$r-real\left(\frac{(L_k-c)^*}{\left|L_k-c\right|}(L-c)\right)\le 0 \tag{۱۰}$$

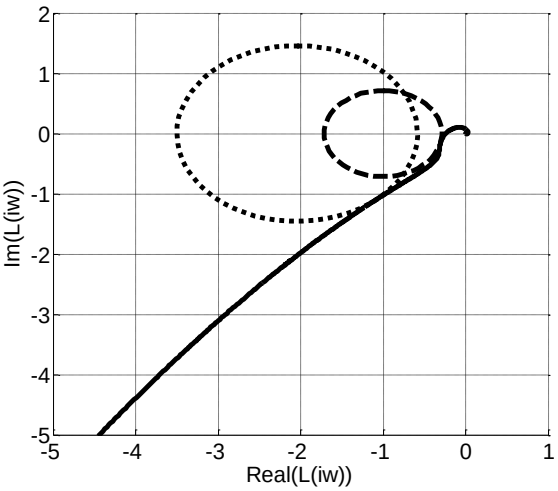
در این رابطه، * نشان‌دهنده‌ی مزدوج شدن عبارت است.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-08-17]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.1.6.4]
[DOI: 10.29252/joc.14.1.1]

۳- ارزیابی روش و بیان مثال نقض

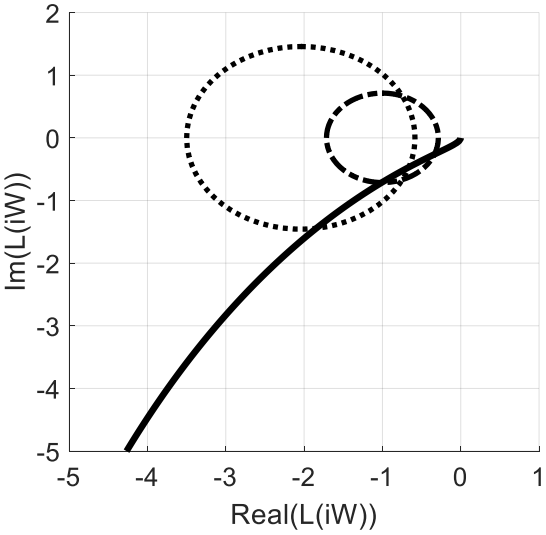
صحت روش بیان شده در بخش ۲ برای برخی از سیستم‌ها با ۴ مثال در [۱۸] بررسی شده است. روش فوق، روش بهینه‌سازی ضریب انتگرالی با قید M را بازنویسی نموده است. این مقاله با اضافه نمودن قیود دایره‌ای یا قیود حساسیت و مکمل حساسیت، به یک رابطه‌ی محدب برای طراحی کنترل‌کننده‌ی PID رسیده‌است. محدودیتی که در این روش وجود دارد، آن است که نوع سیستم‌هایی را که می‌توان براساس آن برایشان کنترل‌کننده طراحی نمود، آورده نشده‌است. مثلاً برای سیستم $P(s)=e^{-\sqrt{s}}$، کنترل‌کننده به‌صورت $C(s)=7.40+\frac{48.25}{s}+0.46s$ به‌دست می‌آید. نایکوئیست این سیستم به‌همراه قیدها، در شکل ۱ رسم شده‌است. در این شکل، نایکوئیست سیستم بر قیدهای دایره‌ای مماس می‌باشد؛ یعنی بیش‌ترین مقدار k_i با لحاظ‌نمودن قیدها به‌دست‌آمده‌است.

اکنون به‌عنوان مثال، حالتی را درنظر بگیرید که منحنی نایکوئیست با افزایش k_i، از مرز قیود دایره، فاصله بگیرد. دراین‌صورت، k_i نامحدود به‌دست می‌آید و الگوریتم متوقف می‌گردد. در ادامه، سیستمی را که چنین شرایطی داشته باشد، به‌عنوان مثال نقض این روش، بیان می‌نماییم.

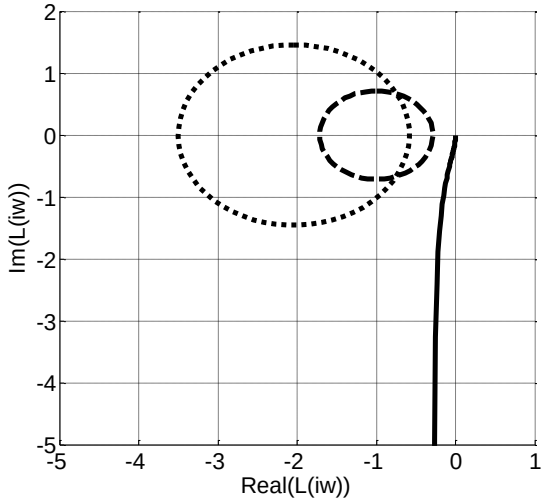


شکل۱: نایکوئیست تابع تبدیل حلقه‌باز با کنترل‌کننده‌ی PID (منحنی مشکی) به‌همراه قیدهای دایره‌ای (دایره‌های نقطه‌چین و خط‌چین با $M_s=M_t=1.4$)

مثال نقض: سیستم $P(s)=\frac{1}{s+1}$ را در نظر بگیرید. اگر کنترل‌کننده‌ی PID با مقدار اولیه‌ی دلخواه برای ضرایب کنترل‌کننده به‌نحوی که سیستم پایدار باشد، طراحی شود، حل مسئله‌ی بهینه‌سازی نامحدود از بالا[1] می‌شود. ضرایب اولیه‌ی کنترل‌کننده برای این سیستم عبارتند از $k_p=1, k_i=10, k_d=0$ و نتیجه در شکل۲ رسم شده است. علت این که یک جواب بهینه‌ی محلی یک جواب شدنی با کارایی نامناسب را نتیجه می‌دهد، نحوه‌ی تغییر منحنی نایکوئیست سیستم حلقه‌بسته با افزایش k_i می‌باشد. با توجه به این‌که روش توصیف شده با حل چند مسئله‌ی بهینه‌سازی به‌طور متوالی، بایستی به جواب مسئله‌ی بهینه‌سازی اصلی همگرا شود، در یکی از مراحل اولیه‌ی این الگوریتم، قیود دایره، قادر به جلوگیری از افزایش بیش‌ازحد k_i نمی‌باشند و در نتیجه الگوریتم متوقف می‌شود. با متوقف شدن الگوریتم، حل‌کننده‌ی مسئله مقدار ضریب انتگرال‌گیر را برابر ۱ قرار می‌دهد. این موضوع، حاکی از ضعف روش فوق است. در این حالت، منحنی نایکوئیست سیستم جدید به‌همراه قیدها در شکل۳ با ضرایب $k_p=0.7, k_i=10, k_d=0$ رسم شده است.



شکل۲: نایکوئیست تابع تبدیل حلقه‌باز با کنترل‌کننده‌ی PID اولیه‌ی پایدار (منحنی توپر) به‌همراه قیدهای دایره‌ای (دایره‌های نقطه‌چین و خط‌چین با $M_s=M_t=1.4$)



شکل۳: نایکوئیست تابع تبدیل حلقه‌باز با کنترل‌کننده‌ی PID محاسبه‌شده توسط روش محدب مقعر(منحنی توپر)، قیدهای دایره‌ای (دایره‌های نقطه‌چین و خط‌چین با $M_s=M_t=1.4$)

[1] Unbounded Above

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-08-17]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.1.6.4]
[DOI: 10.29252/joc.14.1.1]

٤- بهبود طراحی کنترل‌کننده‌ی PID مقید براساس بهینه‌سازی محدب – مقعر

در این پژوهش طراحی کنترل‌کننده‌ی PID با بهینه‌سازی کارایی در ضمن قیدهای حساسیت و مکمل حساسیت انجام می‌شود. معیار کارایی در این مقاله کمینه نمودن IAE می‌باشد. در سیستم‌های با میرایی زیاد برای سهولت می‌توان از معیار IAE به‌جای معیار IE استفاده نمود. در این مسئله‌ی بهینه‌سازی، قیود حساسیت و مکمل حساسیت به‌منظور جلوگیری از افزایش بی‌رویه‌ی k_i استفاده شده‌است که در مورد بعضی از سیستم‌ها همانند مثال نقض فوق، کافی نمی‌باشد. به‌منظور رفع مشکل واگرایی الگوریتم، ابتدا کنترل‌کننده‌ای طراحی می‌شود که پایدارساز بوده و منحنی نایکوئیست تابع تبدیل حلقه‌باز، بیرون از دو دایره قرار گیرد. مطابق رابطه‌ی زیر به‌ازای تمام فرکانس‌های انتخاب شده، فاصله‌ی منحنی نایکوئیست تابع تبدیل حلقه‌باز از هریک از دو دایره، محاسبه می‌گردد:

$$d_{ij} = \left\| L\left(j\omega_j\right) - c_i \right| - r_i \right|, \quad for\ j = 1,\dots,N\ ,\ i = s,t \qquad (۱۱)$$

سپس در

$$LB_i = \alpha \sqrt{\sum_{j=1}^{N} d_{ij}^2}, \quad for\ j = 1,\dots,N\ ,\ i = s,t \qquad (۱۲)$$

معیار جذر جمع مربعات[1] تعریف می‌شود. که در آن $\alpha \ge 1$ ضریب تنظیم و d_{ij} فاصله‌ی منحنی نایکوئیست از دایره‌های حساسیت می‌باشد و نیز: $LB_i \ge d_{ij}, \quad for\ j = 1,\dots,N\ ,\ i = s,t$

سپس $-LB_i$ به‌عنوان کران پایین $f_i(x) - g_i(x)$ در نظر گرفته می‌شود. بنابراین:

$$g_i(x) - f_i(x) \le LB_i \quad for\ i = s,t \qquad (۱۳)$$

این دو دسته قید، بیان‌گر داخل قرارگرفتن منحنی نایکوئیست تابع تبدیل حلقه‌باز ، درون دو دایره به‌شعاع $LB_i + r_i$ و به‌مرکز c_i است. اکنون فرض می‌نمائیم دو قید حساسیت و مکمل حساسیت محدب بوده و به‌عبارتی نیازی به تقریب زدن آن‌ها و استفاده از الگوریتم مرحله‌ای نباشد. با توجه‌به قضیه‌ی زیر اگر کنترل‌کننده‌ی طراحی شده‌ی اولیه، به‌عنوان مقدار اولیه‌ی مسئله‌ی بهینه‌سازی جدید، وارد الگوریتم گردد، این مسئله حتماً شدنی[2] خواهد بود زیرا در بدترین شرایط، فقط یک جواب خواهد داشت که همان کنترل‌کننده‌ی طراحی شده‌ی اولیه می‌باشد.

قضیه: در مسئله‌ی بهینه‌سازی زیر

$$\begin{aligned} &\max_x\ x_j \\ &s.t: \\ &a \le f_i(x) \le b \quad for\ i = 1,\dots,m\ ;\ \ a,b \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

که در آن، a و b مقادیر ثابت و محدود، $\mathbb{R}$ مجموعه‌ی اعداد حقیقی، m یک عدد طبیعی و x_j یکی از درایه‌های بردار x هستند. اگر مجموعه‌ی شدنی فوق، وجود داشته و بسته باشد و $f_i(x)|_{x_j=0}$ محدود و $\left| f_i(x) - f_i(x)|_{x_j=0} \right|$ نامحدود شعاعی[3] باشد($\lim_{x_j \to \infty} \left| f_i(x) \right| \to \infty$)، آن‌گاه جواب این مسئله حتماً محدود خواهد بود.

اثبات– با استفاده از برهان خلف، قضیه‌ی فوق اثبات می‌گردد. فرض می‌شود مقدار تابع هدف، نامحدود باشد. به‌دلیل خاصیت نامحدود شعاعی بودن، $\left| f_i(x) - f_i(x)|_{x_j=0} \right|$ نیز نامحدود خواهد شد. و بنابراین باید $f_i(x)$ نامحدود باشد که با فرض مسئله یعنی ثابت بودن مقادیر a و b در تناقض است.

مسئله‌ی اصلاح شده‌ی طراحی کنترل‌کننده PID مطابق رابطه‌ی زیر می‌باشد.

$$\begin{aligned} &\max\ k_i \\ &s.t: \\ &\hat{h}_{1i}(x) \le 0 && for\ i = 1,\dots,N \\ &-f_{1i}(x) \le LB_1 && for\ i = 1,\dots,N \\ &\hat{h}_{2i}(x) \le 0 && for\ i = 1,\dots,N \\ &-f_{2i}(x) \le LB_2 && for\ i = 1,\dots,N \end{aligned} \qquad (۱۴)$$

در مسئله‌ی بهینه‌سازی (۱۴)، N تعداد نقاط انتخاب شده از بازه‌ی فرکانسی، $f_{1i}(x)$ و $f_{2i}(x)$ به‌ترتیب فاصله‌ی نقطه‌ی متناظر با فرکانس iام منحنی نایکوئیست تابع تبدیل حلقه‌باز از دایره‌های حساسیت و مکمل حساسیت و $\hat{h}_{1i}(x)$ و $\hat{h}_{2i}(x)$ به‌ترتیب محدب شده‌ی توابع $f_{1i}(x)$ و $f_{2i}(x)$ توسط رابطه‌ی (۸) می‌باشند. در این مسئله‌ی بهینه‌سازی، منحنی نایکوئیست، بین دو دایره‌ی اولیه و دو دایره‌ی ثانویه قرار می‌گیرد. بنابراین جواب مسئله‌ی بهینه‌سازی هیچ‌وقت نامحدود نمی‌شود مگر در حالت خاصی که با نامحدود شدن k_i، $L\left(j\omega_j\right)$ محدود بماند؛ اما در این‌جا، این اتفاق نمی‌افتد. زیرا توابع قید، مربعی هستند. اما از آن‌جایی که قیود حساسیت و مکمل حساسیت، محدب نیستند و به‌صورت محافظه‌کارانه تقریب خطی آن‌ها درنظر گرفته می‌شود، نمی‌توان مستقیماً از قضیه‌ی فوق استفاده نمود. برای رفع این مشکل، بایستی حد بالایی برای خطای ناشی از تقریب این دو دسته قید در تمامی مراحل الگوریتم یافت. سپس هنگام طراحی کنترل‌کننده‌ی اولیه، علاوه‌براین‌که منحنی‌های نایکوئیست باید بیرون از دایره‌های حساسیت و مکمل

[1] RSS: Root of Sum of Squares
[2] feasible
[3] Radially Unbounded

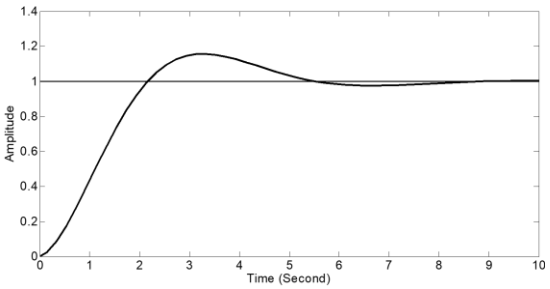
[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-08-17]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.1.6.4]
[DOI: 10.29252/joc.14.1.1]

حساسیت قرارداشته‌باشند، هم‌چنین باید به‌مقدار حد بالای محاسبه‌شده از دایره‌ها، فاصله داشته‌باشند.

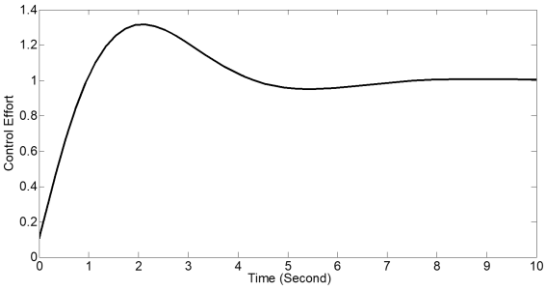
۵- ارزیابی روش با چند مثال عددی

در ادامه نشان داده می‌شود چگونه روش معرفی شده، برای مثال نقض بخش قبل، کنترل‌کننده‌ی مناسب را طراحی می‌نماید.

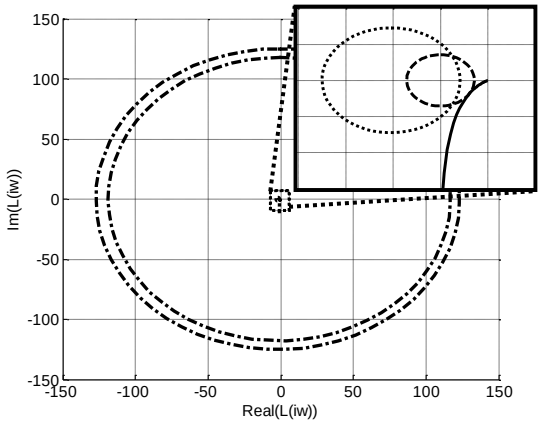
مثال۱) الگوریتم روش طراحی کنترل‌کننده‌ی PID مقید براساس بهینه‌سازی محدب – مقعر، قادر به‌طراحی کنترل‌کننده‌ی PI و PID برای سیستم $\frac{1}{s+1}$ نمی‌باشد و علت آن، برقرار نبودن فرض‌های قضیه‌ی بیان شده درمورد حل یکی از مسائل بهینه‌سازی مرحله‌ای برای رسیدن‌به پاسخ مسئله‌ی بهینه‌سازی اصلی است. با الگوریتم اصلاح شده‌ی این مقاله، می‌توان کنترل‌کننده‌ی PI با عملکرد مطلوب را طراحی نمود. با شرایط اولیه‌ی $x_0=[5 \quad 0]$ و $\alpha=1$، الگوریتم پس‌از مرحله‌ی ۶، به $x^*=[k_p \quad k_i]=[0.1033 \quad 1.1779]$ همگرا می‌شود. برای این مسئله ω از ۰.۰۱ تا ۱۰۰ و به تعداد ۱۰۰۰ نقطه به صورت لگاریتمی انتخاب شده‌است. توجه شود که تغییر شرط اولیه، می‌تواند منجربه همگرا شدن به نقطه‌ی کمینه‌ی محلی دیگری شود. نتایج پاسخ سیستم حلقه‌بسته به ورودی پله‌واحد، در شکل‌های ۴ و ۵ رسم‌شده‌است. همچنین شکل۶، نایکوئیست تابع تبدیل حلقه‌باز با کنترل‌کننده‌ی PI حاصل از الگوریتم را نشان‌می‌دهد. درواقع در تعدادی از مسائل بهینه‌سازی مرحله‌ای، قیود اضافه شده فعال گردیده تا مانع متوقف شدن الگوریتم گردد. برای این مثال $IE=0.849,\ IAE=1.482$ به‌دست آمده است.



شکل۴: پاسخ خروجی سیستم حلقه‌بسته به ورودی پله‌ی واحد با کنترل‌کننده‌ی PI

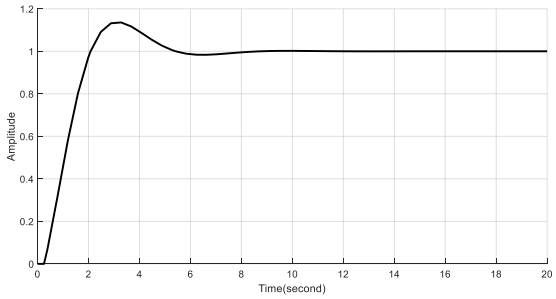


شکل۵: سیگنال کنترلی سیستم حلقه‌بسته به ورودی پله‌ی واحد با کنترل‌کننده‌ی PI

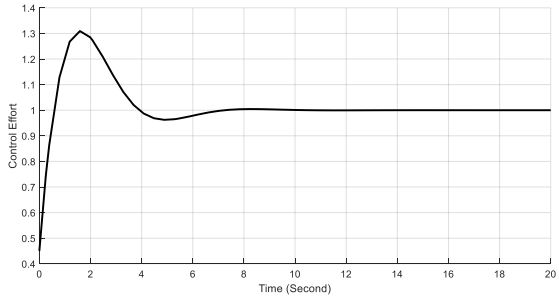


شکل۶: نایکوئیست تابع تبدیل حلقه‌باز با کنترل‌کننده‌ی PI جدید و پایدارساز (منحنی توپر)، قیدهای دایره‌ای (دایره‌های نقطه‌چین و خط‌چین با $M_s=M_t=1.4$) و قیدهای RSS (دایره‌های نقطه‌خط با $\alpha=1$)

مثال۲) در این مثال برای سیستم با تأخیر زمانی $P(s)=\frac{e^{-0.25s}}{(s+1)}$ کنترل‌کننده‌ی PI طراحی شده است. کنترل‌کننده‌ی اولیه به‌صورت $C_0(s)=5$ در نظر گرفته‌می‌شود. با اضافه‌نمودن قیدهای RSS با $\alpha=1$ و $M_s=M_t=1.4$ و شرایط اولیه‌ی $x_0=[5 \quad 0]$، در ۶ مرحله الگوریتم به مقدار $x^*=[k_p \quad k_i]=[7.7419 \quad 1.4925]$ همگرا می‌شود. برای این مسئله ω از ۰.۰۱ تا ۱۰۰ و به تعداد ۱۰۰۰ نقطه به صورت لگاریتمی انتخاب شده‌است. شکل‌های ۷ و ۸ به ترتیب پاسخ پله‌ی سیستم حلقه‌بسته و سیگنال کنترلی و شکل ۹، نایکوئیست تابع تبدیل حلقه‌باز و قیدهای دایره‌ای مربوطه را برای کنترل‌کننده‌ی جدید نشان‌می‌دهد. برای این مثال $IE=0.860,\ IAE=1.394$ به‌دست آمده است.

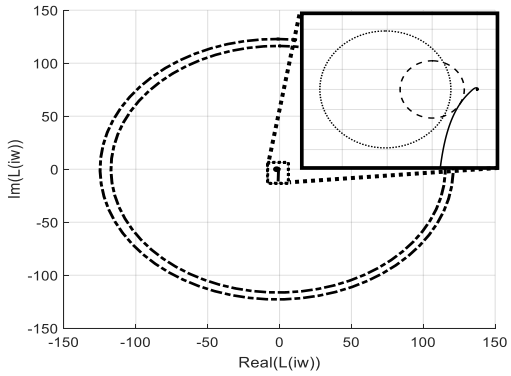


شکل۷: پاسخ خروجی سیستم حلقه‌بسته به ورودی پله‌ی واحد با کنترل‌کننده‌ی PI



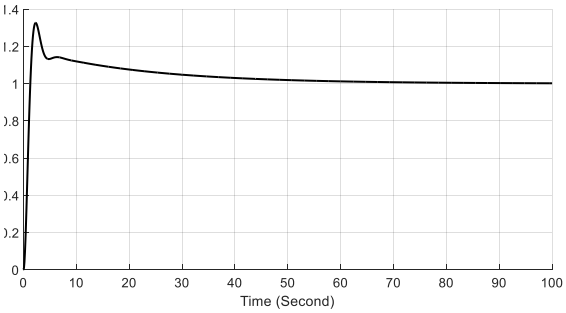
شکل۸: سیگنال کنترلی سیستم حلقه‌بسته به ورودی پله‌ی واحد با کنترل‌کننده‌ی PI

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-08-17]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.1.6.4]
[DOI: 10.29252/joc.14.1.1]

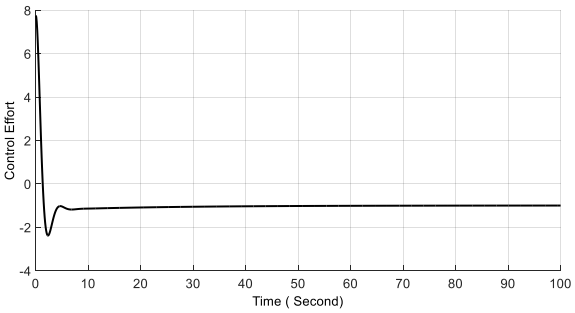


شکل۹: نایکوئیست تابع تبدیل حلقه‌باز با کنترل‌کننده‌ی PID (منحنی توپر)، قیدهای دایره‌ای (دایره‌های نقطه‌چین و خط‌چین با $M_s = M_t = 1.4$)

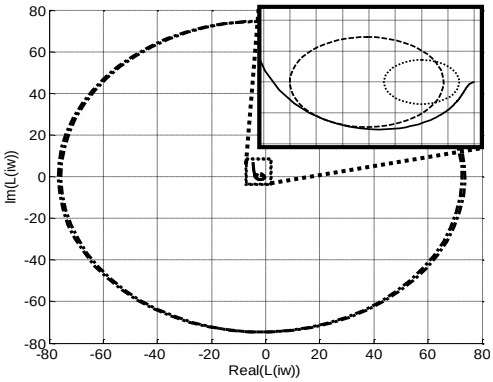
مثال۳) هدف در این مثال طراحی کنترل‌کننده‌ی PI برای سیستم ناپایدار $P(s) = \dfrac{10}{(s+20)(s-1)}$ می‌باشد. برای فرآیندهای ناپایدار باید، مقدار اولیه‌ی کنترل‌کننده را به‌نحوی قرارداد که سیستم حلقه‌بسته پایدار گردد. کنترل‌کننده‌ی پایدارساز اولیه به‌صورت $C_0(s) = 5 + \dfrac{1}{s}$ در نظر گرفته‌می‌شود. درصورت استفاده از الگوریتم محدب – مقعر بدون قیدهای RSS الگوریتم واگرا می‌شود و علت آن، برقرار نبودن فرض‌های قضیه‌ی بیان شده درمورد حل یکی از مسائل بهینه‌سازی مرحله‌ای برای رسیدن به پاسخ مسئله‌ی بهینه‌سازی اصلی است. با اضافه‌نمودن قیدهای RSS با $\alpha = 0.1$ و $M_s = M_t = 1.4$ و شرایط اولیه‌ی $x_0 = [5 \quad 1]$، در ۵ مرحله الگوریتم به مقدار $x^* = [k_p \quad k_i] = [7.7419 \quad 1.4925]$ همگرا می‌شود. برای این مسئله ω از ۰.۰۱ تا ۱۰۰ و به تعداد ۱۰۰۰ نقطه به صورت لگاریتمی انتخاب شده‌است. شکل‌های ۱۰ و ۱۱ به ترتیب پاسخ پله‌ی سیستم حلقه‌بسته و سیگنال کنترلی و شکل ۱۲، نایکوئیست تابع تبدیل حلقه‌باز و قیدهای دایره‌ای مربوطه را برای کنترل‌کننده‌ی جدید نشان‌می‌دهد. برای این مثال $IE = -1.34,\ IAE = 1.736$ به‌دست آمده است.



شکل۱۰: پاسخ خروجی سیستم حلقه‌بسته به ورودی پله‌ی واحد با کنترل‌کننده‌ی PI



شکل۱۱: سیگنال کنترلی سیستم حلقه‌بسته به ورودی پله‌ی واحد با کنترل‌کننده‌ی PI

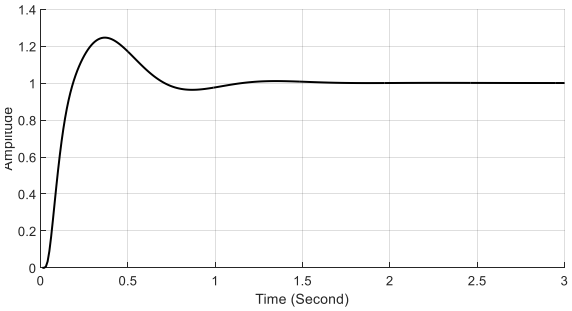


شکل۱۲: نایکوئیست تابع تبدیل حلقه‌باز با کنترل‌کننده‌ی PI جدید و پایدارساز (منحنی توپر)، قیدهای دایره‌ای (دایره‌های نقطه‌چین و خط‌چین با $M_s = M_t = 1.4$) و قیدهای RSS (دایره‌های نقطه‌خط با $\alpha = 0.1$)

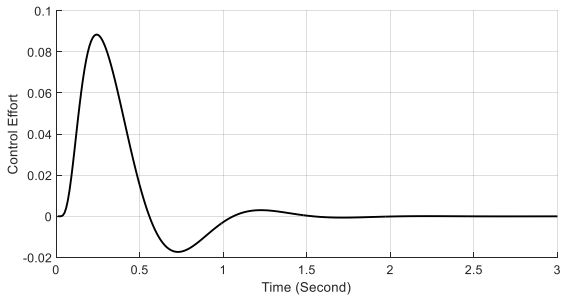
مثال٤) هدف در این مثال طراحی کنترل‌کننده‌ی PID برای سیستم انتقال حرارتی[1] با تابع تبدیل $P(s) = e^{-\sqrt{s}}$ می‌باشد. کنترل‌کننده‌ی اولیه به‌صورت $C_0(s) = 1 + \dfrac{3}{s}$ در نظر گرفته‌می‌شود. درصورت استفاده از الگوریتم محدب – مقعر با پارامترهای طراحی $\alpha = 3$، $M_s = M_t = 1.4$ و شرایط اولیه‌ی $x_0 = [1 \quad 3 \quad 0]$، در ۵ مرحله الگوریتم به مقدار $x^* = [k_p \quad k_i \quad k_d] = [7.37 \quad 48.25 \quad 0.46]$ همگرا می‌شود. برای این مسئله ω از ۰.۰۱ تا ۱۰۰ و به تعداد ۱۰۰۰ نقطه به‌صورت لگاریتمی انتخاب شده‌است. پاسخ پله‌ی خروجی سیستم حلقه‌بسته و سیگنال کنترلی مربوط‌به آن در شکل‌های ۱۳ و ۱۴ رسم شده‌اند. شکل۱۵، نایکوئیست تابع تبدیل حلقه‌باز و قیدهای دایره‌ای مربوطه را برای کنترل‌کننده‌ی جدید نشان‌می‌دهد. برای این مثال $IE = 0.0181,\ IAE = 0.1821$ به‌دست آمده است.

[1] heat conduction

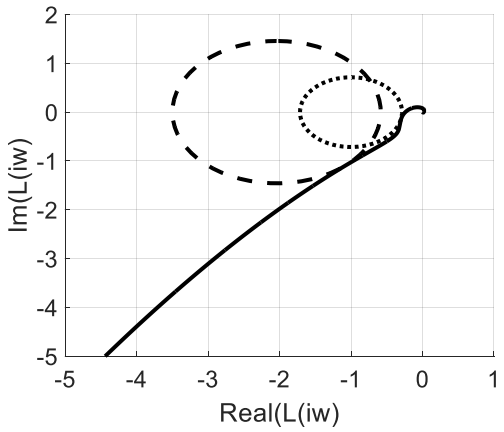
[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-08-17]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.1.6.4]
[DOI: 10.29252/joc.14.1.1]



شکل۱۳: پاسخ خروجی سیستم حلقه‌بسته به ورودی پله‌ی واحد با کنترل‌کننده‌ی PID



شکل۱۴: سیگنال کنترلی سیستم حلقه‌بسته به ورودی پله‌ی واحد با کنترل‌کننده‌ی PID



شکل۱۵: نایکوئیست تابع تبدیل حلقه‌باز با کنترل‌کننده‌ی PID (منحنی توپر)، قیدهای دایره‌ای ($M_s = M_t = 1.4$)

قیودی که با معیار RSS به مسئله‌ی بهینه‌سازی اضافه شد، سبب‌شده‌است منحنی نایکوئیست در هر یک از مراحل بهینه‌سازی بخواهد با زیاد شدن k_i از مرزهای دوایر حساسیت و مکمل حساسیت فاصله بگیرد، از نامحدود شدن ضریب انتگرال‌گیر جلوگیری شود. بنابراین الگوریتم مرحله‌ای تا همگرا شدن به نقطه‌ی بهینه ادامه پیداخواهدنمود.

۸- نتیجه‌گیری

در این مقاله بهبودی بر روش طراحی کنترل‌کننده‌ی PID براساس حل یک مسئله‌ی بهینه‌سازی مقید ارائه شد. این مسئله‌ی طراحی ابتدا به یک مسئله‌ی غیرمحدب تبدیل شد. برای حل این مسئله‌ی غیرمحدب، فرم اصلاح‌شده‌ی الگوریتم محدب – مقعر با قیود حساسیت و مکمل حساسیت ارائه گردید. با ارائه‌ی مثال نقضی برای نشان‌دادن محدودیت روش‌های قبلی طراحی کنترل‌کننده‌ی PID مقید، عدم کارایی آن‌ها بررسی شد. در انتها با انجام طراحی براساس روش پیشنهادی برای مثال نقض و یک سیستم ناپایدار، نشان‌داده‌شد که این محدودیت رفع شده‌است.

مراجع

[1] Wu, Hang, Weihua Su, and Zhiguo Liu, "PID controllers Design and tuning methods," In Industrial Electronics and Applications (ICIEA), 2014 IEEE 9th Conference, Hangzhou, China, pp. 808-813, 2014.

[2] J. G. Ziegler, N. B. Nichols, "Optimum settings for automatic controllers," Journal of trans. ASME vol. 64, no. 11, pp. 759-765, 1942.

[3] X. Hea, T. Cuia, D. Zhanga, J. Weib, M. Wanga, Y. Yua, Q. Liua, B. Yana, D. Zhaoa, L. Yanga, "Development of an electric-driven control system for a precision planter based on a closed-loop PID algorithm" journal of Computers and Electronics in Agriculture, vol. 136, pp. 184-192, 15 April 2017.

[۴] سیدکمال الدین موسوی مشهدی، حمید یدالهی، "طراحی و ساخت سیستم اندازه‌گیری و کنترل TDS آب در سیستم‌های تصفیه آب اسمز معکوس به روش PID کلاسیک، با توانایی جبران‌سازی اثر دما بر روی اندازه‌گیری"، مجله کنترل، ۱۳۹۱.

[5] C. E. Garcia, M. Morari, “Internal model control. 3. Multivariable control law computation and tuning guidelines,” Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development, vol. 24, no. 2, pp. 484-494, 1985.

[6] O. Garpinger, T. Hägglund, and K. J. Åström, “Criteria and trade-offs in PID design. IFAC Conference on Advances in PID Control”, Brescia, Italy, P 47–52, March 2012.

[7] K. J. Åström, T. Hagglund, PID controllers: theory, design and tuning, Instrument Society of America, 2nd ed., 1995.

[8] M. S. Bahavarnia, M. S. Tavazoei, “A new view to Ziegler–Nichols step response tuning method: Analytic non-fragility justification,” Journal of Process Control, vol. 23, no. 1, pp. 23-33, 2012.

[9] K. J. Åström, T. Hagglund, Advanced PID control, Isa, 2006.

[10] T. Hgglund, K. J. Åström, “REVISITING THE ZIEGLERNICHOLS TUNING RULES FOR PI CONTROLPART II THE FREQUENCY RESPONSE METHOD,” Asian Journal of Control, vol. 6, pp. 469-482, 2004.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-08-17]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.1.6.4]
[DOI: 10.29252/joc.14.1.1]

[۱۱] حسن ذاکری، سجاد ازگلی؛" روش طراحی کنترلگر *PI* برای دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی دارای عدم قطعیت به کمک تجزیه‌ی مجموع مربعات"، مجله کنترل، ۱۳۹۱.

[12] N. K. Bahgaat, M. A. M. Hassan, Load Frequency Control in Power System via Improving PID Controller Based on Particle Swarm Optimization and ANFIS Techniques, International Journal of System Dynamics Applications (IJSDA), 2014.

[13] B. K. Sahu, S. Pati, P. K. Mohanty, and S. Panda, “Teaching–learning based optimization algorithm based fuzzy-PID controller for automatic generation control of multi-area power system,” Journal of Applied Soft Computing, vol. 27, pp. 240–249, 2014.

[14] E. Yesil, “Interval type-2 fuzzy PID load frequency controller using BigBang–Big Crunch optimization,” Applied Soft Computing, vol. 15, pp. 100-112, 2014.

[15] M. J. Neath, A. K. Swain, U. K. Madawala, and D. J. Thrimawithana, “An Optimal PID Controller for a Bidirectional Inductive Power Transfer System Using Multiobjective Genetic Algorithm,” IEEE TRANSACTIONS ON POWER ELECTRONICS, vol. 29, no. 3, pp. 1523-1531, 2014.

[16] H. M. Hasanien, “Design Optimization of PID Controller in Automatic Voltage Regulator System Using Taguchi Combined Genetic Algorithm Method,” IEEE SYSTEMS JOURNAL, vol. 7, pp. 825-831, 2013.

[17] K. J. Åström, H. Panagopoulos, and T. Hägglund, "Design of PI controllers based on non-convex optimization," Automatica, vol. 34, pp. 585–601, 1998.

[18] M. Hast, K.J. Åström, B. Bernhardsson, and S. Boyd, “PID Design by Convex-Concave Optimization,” European Control Conference (ECC), Zürich, Switzerland, July 17-19, 2013.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-08-17]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.1.6.4]
[DOI: 10.29252/joc.14.1.1]